這份是我們的工作書，請各位教授參閱。(發送工作書)

**專題題目**

我們的專題題目是：「**以特徵點主導之圖像輪廓分段貝茲曲線擬合與節點簡化系統**」。

**摘要**

首先是摘要部分。本研究提出一套基於貝茲曲線的**手寫圖形向量化系統**，能夠自動擷取關鍵節點並進行高效擬合。這套系統在控制點數上平均可減少約 **84.6%**，最高甚至能達到 **90.8%** 的資料量，同時仍能保持高精度。我們的系統特別適用於數位手寫輸入、字型設計等需要即時處理的應用，提供了一種高效率、低冗餘的解決方案。

**研究動機**

接下來談談我們的研究動機。在數位繪圖中，手繪筆劃常常因為像素的離散性而出現鋸齒和失真。傳統的向量化方法往往導致節點過多、效率低下。因此，本研究旨在提出一套自動化、精確且高效率的向量化技術，希望能有效減少節點數量，進而提升數位手繪應用的效能。

**研究目的**

我們的研究目的主要分為三點：

* **改善傳統貝茲曲線擬合中節點過多的問題。**
* **利用我們原創的演算法，自動調整貝茲曲線的節點數量與位置，在大量減少點位的情況下，仍能保留手繪筆劃的細微變化與特徵完整性。**
* **透過演算法自動化選擇貝茲節點並擬合曲線，讓使用者無需進行手動調整。**

**系統架構**

接著是我們的系統架構圖，它主要分為兩大部分：**前端接收**與**後端運算**。

首先，我利用 Python 的 Flask 套件作為後端網頁框架，搭建了伺服器端運算平台，並結合 HTML 介面實現了前後端互動。同時，我們導入了 Canva 套件，用來追蹤滑鼠活動，捕捉其座標與操作狀態。

針對接收到的圖像，我們會進行一系列的**前處理**，依序為：**放大圖像、高斯模糊**與**二值化**。最後，透過**輪廓偵測演算法**，提取出清晰的邊緣結構，以便進行後續的擬合過程。

**後端運算：SVCFP 線段切割演算法**

在後端運算部分，特別是 **SVCFP (Segment Vector and Curvature Feature Processing)** 線段切割演算法，我們曾經嘗試修改 VGG-16 模型，並將其命名為 VGG-16 (ours)，用來預測線段切割點，將手繪線條切割成數個貝茲三次曲線。然而，我們後來發現這種方法存在一些缺點，尤其是在處理複雜線條時，輸出的點數會限制在四個，無法支援更複雜的線條運算。因此，我們最終放棄了這個方法。

**自創的 SVCFP 演算法**

於是，我們轉而開發了自己的線段切割演算法：**SVCFP (Segment Vector and Curvature Feature Processing)**。它主要由三個部分組成：**RDP 演算法、向量判斷**與**角度分析**。

1. RDP 演算法：

RDP 演算法透過設定一個容忍誤差值，遞迴地檢查線段並移除不重要的點。這樣做的好處是，在保持曲線形狀的同時，能有效減少路徑點數，並保留圖像的轉折點和極值點。

1. 向量判斷：

這個方法透過分析簡化點在不同鄰域尺度下的向量大小，結合統計與閾值判斷，更準確地識別出顯著的簡化點。具體做法是：

* + 對於每個簡化點，先在其較小的鄰域內進行座標相加並平均，記錄該範圍內的**最大值**。
  + 將簡化點左右兩側的線段視為向量，計算這些向量的平均值，以評估該點附近的曲線走向和變化程度。
  + 接著逐步擴大鄰域範圍，重複進行向量預測，並持續更新最大值。透過遞迴式地擴展鄰域，我們可以捕捉到不同尺度下的向量變化，從而更全面地了解簡化點的特徵。
  + 這種由小到大擴展鄰域的策略，有助於避免特殊曲線（例如：W 形曲線）對分析結果的干擾。在 W 形曲線中，中間的突出點容易受到左右兩側下降線段的影響，導致向量計算結果偏小。透過記錄每個尺度下的最大值，我們能夠更準確地識別出簡化點的真實突出程度。

1. 角度變化分析：

我們透過分析每個簡化點前後向量的內積來偵測角度變化，並利用外積判斷方向是否轉變。當外積符號改變時，該點即被認定為重要的轉向點。分數超過預設閾值的點將被標記為特徵點。為了彌補 RDP 簡化可能遺漏的關鍵曲線形態，我們引入了中點插入與相近點融合機制。此外，為避免節點過於密集，我們會檢查新點與周圍點的距離，若過於接近則執行消融策略，自動剔除冗餘點，確保最終特徵點的分布均衡與準確性。

**貝茲曲線擬合**

接下來是貝茲曲線擬合的部分。

初期，我們曾採用**遺傳演算法**搭配 **Hausdorff 距離**來評估誤差，進行貝茲曲線控制點的優化。當時我們固定起終點，只調整中間點。遺傳演算法透過複製、交配與突變等策略，逐步貼近理想的設定值。然而，由於速度太慢的問題，我們最終放棄了這種方法。

**最小平方法擬合**

於是，我們轉而使用**最小平方法**進行擬合。最小平方法的原理是：設定控制點作為擬合目標、參數化數學模型、建立最小誤差平方和目標函數、矩陣化建模，並應用最小平方法解出最適控制點，最後完成擬合。這種方法兼具**速度與準確性**，因此我們最終決定採用此方法。

**研究結果與討論**

接下來我們來到了研究結果與討論。由於市面上的圖像判斷指標都不盡理想，所以我們轉而開發了自己的指標，稱為 **BMND (Bidirectional Mean Nearest Distance Similarity)**。簡單來說，BMND 就是計算兩線段所有點的**平均最小距離**。

為了驗證 BMND 的準確度，並與其他指標進行比較，我們設計了三種實驗：**形狀敏感度比較、幾何變形穩定比較**與**雜訊干擾穩健比較**。實驗證明：相較於傳統的像素誤差法，BMND 在形狀敏感度與對稱辨識上表現更強，能有效捕捉輪廓與結構變化。

**擬合結果**

再來是我們最重要的部分：**擬合結果**。以國字「擬」為例，[請在這裡加入圖片和說明]。而在 Kaggle 圖片中，我們以魚為例[請在這裡加入圖片和說明]。

與 Inkscape 相比，我們的向量化系統平均可將控制點數量減少約 **84.6%**，最高甚至能達到 **90.8%** 的資料量壓縮。此外，使用 **SVCFP + LSM (最小平方法)** 優化控制點，相較於 SVCFP + GA (遺傳演算法) 貝茲擬合的最佳結果，運算速度最高可快 **24 倍**。

**未來展望**

未來，我們希望能夠更專注於研究**局部動態節點調整**，以提升高變區段的細節還原度。我們也計畫採用**混合評估機制**，結合 BMND（幾何）、SSIM（結構）與 DTW（時序），進行多維度的圖形相似度分析。同時，我們將探討引入 **GNN (圖神經網路)** 或 **Attention 機制**來預測節點配置，以提升系統的泛化能力與處理速度。未來，我們也希望能將此系統延伸至行動裝置、嵌入式平台、WebAssembly，並支援電子筆、數位簽名板等多元輸入設備。

謝謝各位教授的聆聽！