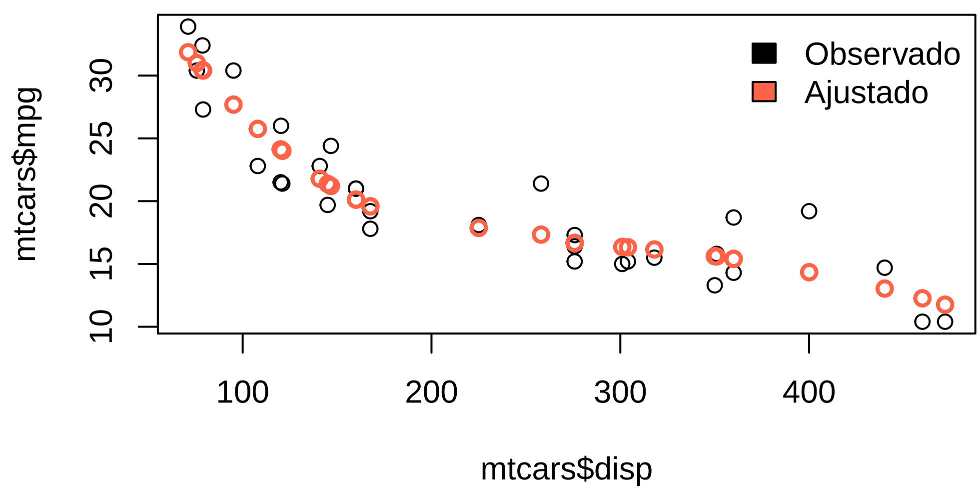
Mais ferramentas exploratórias

Estudo da tendência utilizando o `loess`

Loes é um modelo de regressão não linear não paramétrico. Abaixo mostramos como utilizá-lo considerando um banco de dados com diversas marcas de veículos e a relação entre a variável milhas por galão (mpg) e deslocamento (disp)

```
plot( mtcars$disp, mtcars$mpg )
lw <- loess( mpg ~ disp, data = mtcars )
points(mtcars$disp, lw$fitted, col = 'tomato', lwd = 2)
legend('topright', c('Observado','Ajustado'),fill=c(1,'tomato'), bty='n')
```

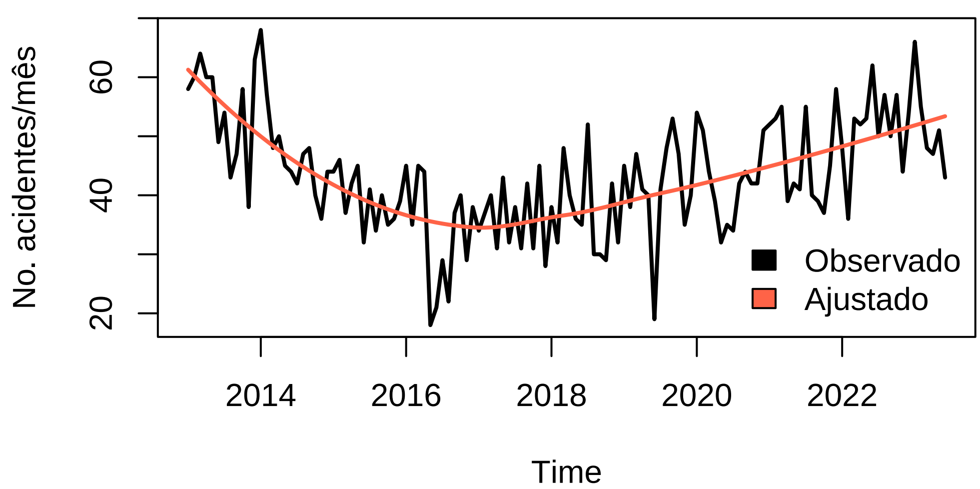


Podemos estimar a tendência utilizando o loess, imaginando uma regressão do tipo:

$$E(X_t) = g(t),$$

ou seja, utilizando o tempo como regressora. Vamos ilustrar a ideia utilizando a série de acidentes aéreos mensais da FAB.

```
# criando a variável regressora
tempo <- 1 : length(fab_mes)

# aplicando o loess
lw <- loess( fab_mes ~ tempo)

# transformando o valor predito em uma série temporal

fit <- ts(lw$fitted, start = start(fab_mes), frequency = frequency(fab_mes) )

# gráfico da tendência estimada

ts.plot( fab_mes, ylab = 'No. acidentes/mês' , lwd = 2)
lines(fit, lwd = 2, col = 'tomato')
legend('bottomright', c('Observado','Ajustado'),fill=c(1,'tomato'), bty='n')
```



Acima estimamos a tendência. Denomine este sinal estimado por $\hat{g}(t)$. Agora, considere a série

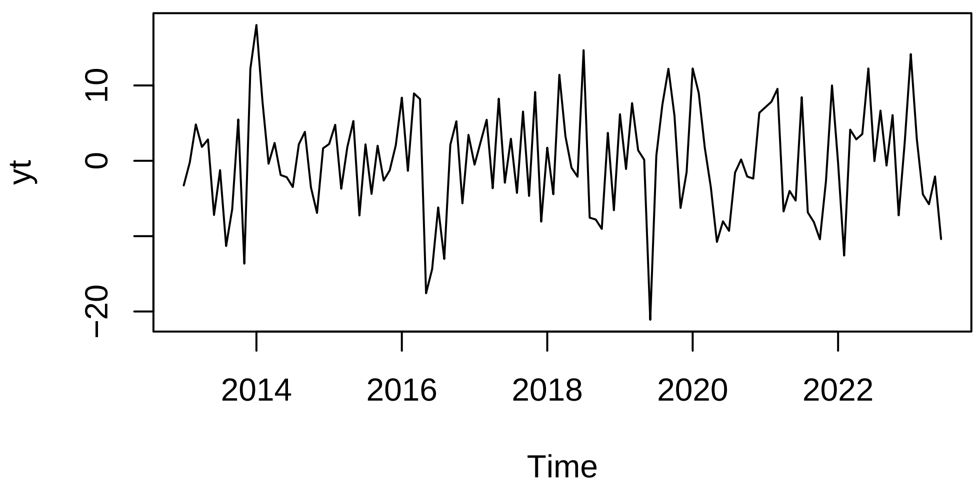
$$y_t = x_t - \hat{g}(t).$$

Ao analisar esta série, duas coisas podem acontecer:

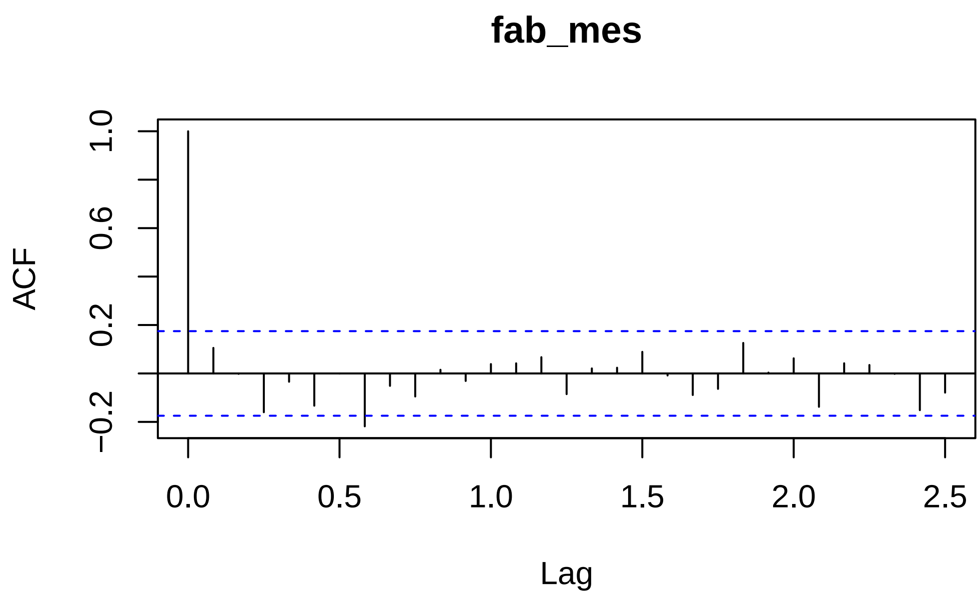
- Vamos encontrar um comportamento semelhante a um ruído (correlograma com barras praticamente nulas)
- Vamos encontrar algum outro sinal ainda não ajustado.

Os gráficos abaixo mostram que não há mais sinais para procurar

```
yt <- fab_mes - fit

ts.plot(yt)
```




```
acf(yt, lag = 30)
```



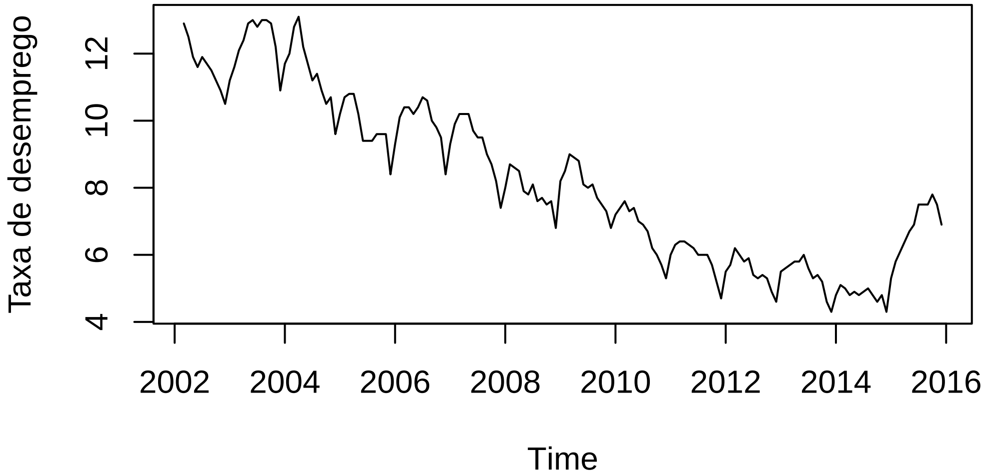
Portanto, esta série pode ser escrita como

$$x_t = \text{tendência}_t + \varepsilon_t,$$

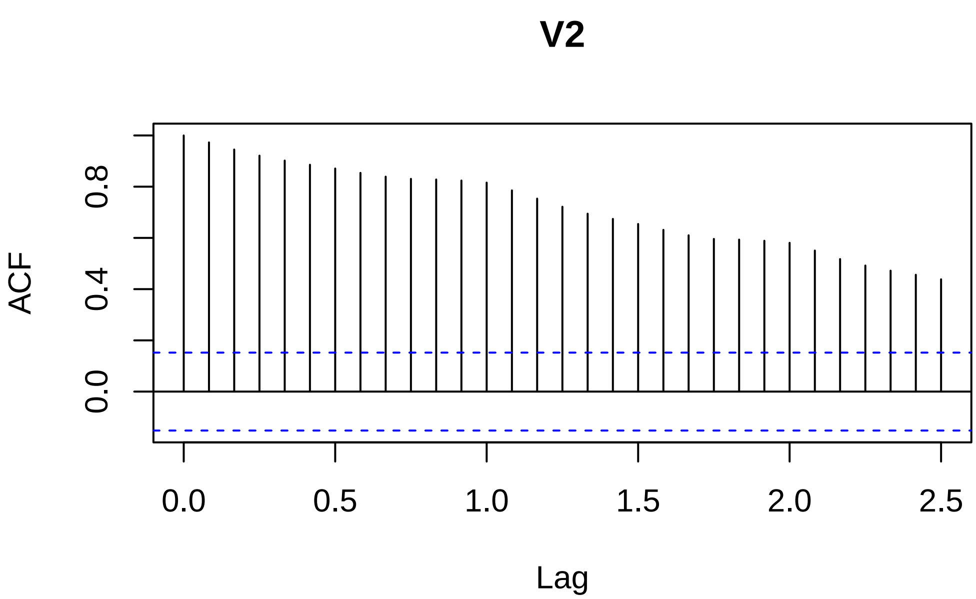
onde ε_t é um ruído branco.

Abaixo, vamos analisar a série de taxa de desemprego mensal, entre março de 2002 e dezembro de 2015.

```
url <- 'https://www.dropbox.com/s/rmgymzsic99qawd/desemprego.csv?dl=1'

banco <- fread(url)

desemprego<- ts( banco[,'V2',], start = c(2002,3), frequency=12)

ts.plot(desemprego, ylab = 'Taxa de desemprego')
```

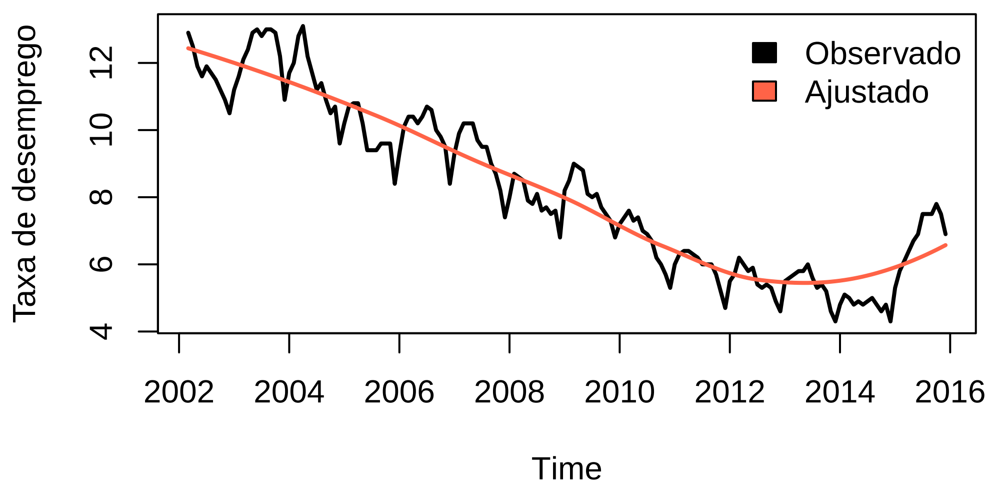



```
acf(desemprego, lag = 30)
```



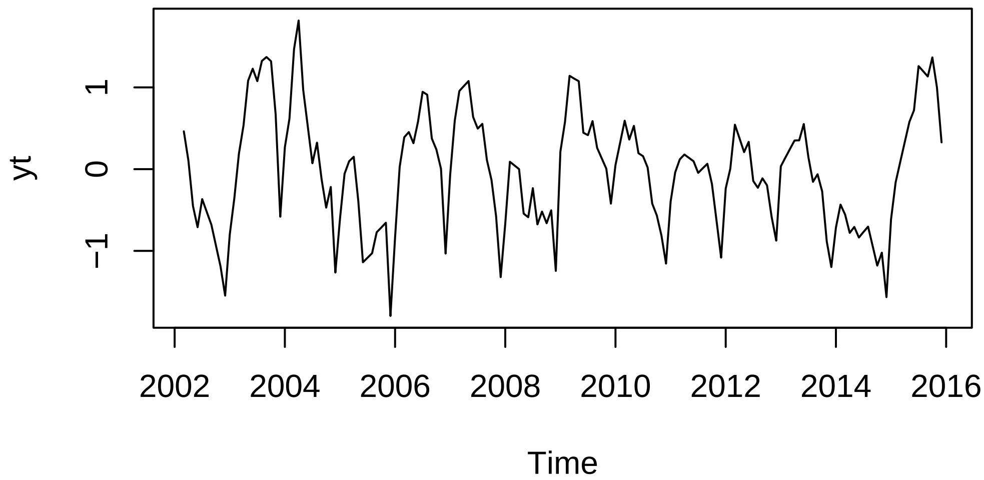
É possível verificar que há tendência e sazonalidade na série. Vamos estimar a componente de tendência primeiro.

```
# criando a variável regressora
tempo <- 1 : length(desemprego)

# aplicando o loess
lw <- loess( desemprego ~ tempo)

# transformando o valor predito em uma série temporal

fit <- ts(lw$fitted, start = start(desemprego), frequency = frequency(desemprego) )

# gráfico da tendência estimada

ts.plot( desemprego, ylab = 'Taxa de desemprego' , lwd = 2)
lines(fit, lwd = 2, col = 'tomato')
legend('topright', c('Observado','Ajustado'),fill=c(1,'tomato'), bty='n')
```

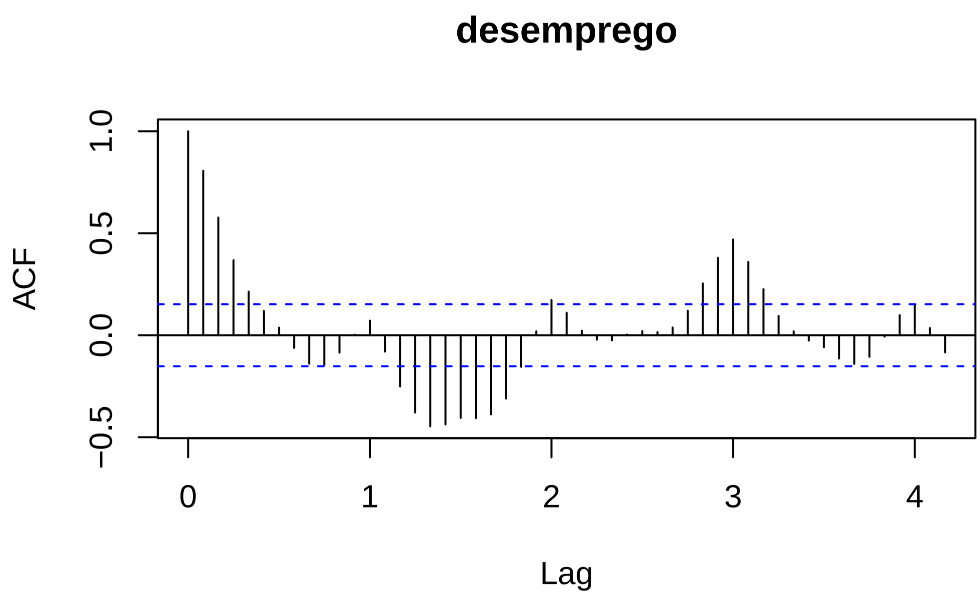


Vamos eliminar a tendência estiamada e avaliar o restante.

```r
yt <- desemprego - fit

ts.plot(yt)
```




```r
acf(yt, lag = 50)
```



Fica claro o comportamento sazonal. Note que o período não parece ser anual, mas sim de 3 em 3 anos. Vamos avaliar esse aspecto com mais detalhes na próxima seção.

Exercícios

Exercício 1 Considerando o banco de dados sobre suicídios no Mato Grosso do Sul:

1. Estime a tendência
2. Remova a tendência estimada e verifique se o resultado é um ruído branco

Exercício 2 Verifique se há tendência na série `ldeaths`.

Exercício 3 Verifique se há tendência na série de óbitos maternos, cuja url é

```
url <- 'https://drive.google.com/uc?authuser=0&id=1tYFFT9L2iopKmBDUI3P8qNIRaOnMYj7d&export
```

Faça duas análises, uma com a série inteira e outra eliminando os dados a partir de 2020.

Exercício 4. O banco de dados abaixo apresenta algumas séries temporais mensais com o número de nascidos vivos em Manaus

```
url <- 'https://drive.google.com/uc?authuser=0&id=139h6x2g7PkAHNTzsbQKUl5G2MqoXYk6Y&export
```

1. Estime a tendência dos nascimentos considerando duas séries: partos vaginais e cesários. Coloque as duas informações no mesmo gráfico.
2. Elimine a tendência de cada série e verifique se há outro sinal a ser estimado.

Exercício 1

O periodograma

Introdução

Todo padrão sazonal possui um período - a quantidade de tempo necessária para que o padrão se repita. O inverso desse período é denominado frequência fundamental, que é a fração de um ciclo por unidade de tempo.

Exemplo: Considere o período de 12 meses. Então, a frequência fundamental é 1/12 (ou seja, cada mês representa um doze ávos do período de 1 ano).

Lembremos que o sinal harmônico é igual a

$$\text{sinal}(t) = A \sin\left(2\pi\omega t + \phi\right),$$

onde $\omega = 1/p$ é a frequência. Com um pouco de trigonometria, podemos mostrar que

$$\text{sinal}(t) = \beta_1 \cos\left(2\pi\omega t\right) + \beta_2 \sin\left(2\pi\omega t\right)$$

onde $\beta_1 = A\cos(\phi)$ e $\beta_2 = -A\sin(\phi)$. É possível mostrar também que $A = \sqrt{\beta_1 + \beta_2}$ e $\phi = \cos^{-1}(\beta_1/A)$. A vantagem dessa nova forma é que o sinal pode ser escrito como um modelo linear e pode ser estimado facilmente. A soma de quadrados explicada pela regressão é proporcional à

$$I(\omega) = \hat{A}(\omega)^2$$

e podemos mostrar que a estimativa de máxima verossimilhança para ω é o valor que maximiza $I(\omega)$.

Periodograma O gráfico de $I(\omega)$ é denominado periodograma.

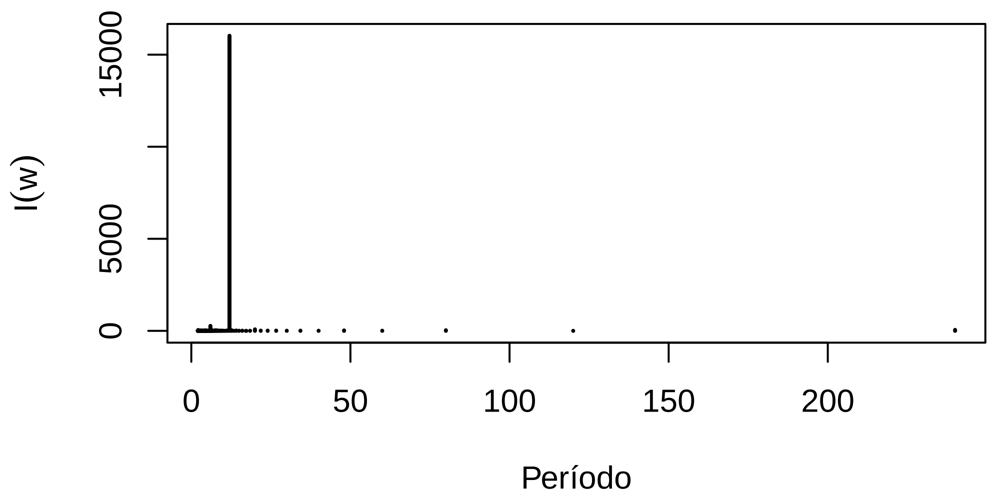
Vamos criar a função periodograma

```
Iw <- function(y,w){

  # matriz de planetamento
  n <- length(y)
  t <- 1:n
```

```
  x <- cbind(cos(2*pi*w*t), sin(2*pi*w*t))

  # coeficientes do modelo linear
  beta <- coefficients(lm(y ~x-1))

  # amplitude
  A <- sqrt(sum(beta^2))

  # Iw
  .5*n*A^2
}

periodograma <- function(y){
  # gráfico
  n <- length(y)
  w_detec <- ( 1 : floor(  (n-1)/ 2) ) / n
  I_w <- sapply( w_detec, function(w) Iw(y , w) )
  plot( 1 / w_detec , I_w, xlab = 'Período', ylab =     expression(I(w)), type = 'h' , lwd

  # encontrando o periodo
  fund <-  w_detec[ which( I_w == max(I_w))]
  cat('Período: ',1/fund,'\n')

}
```

Na função acima y é a série temporal. Vamos aplicar essa função para a série de temperaturas no Castelo de Nottingham.

```
periodograma(nottem)
```

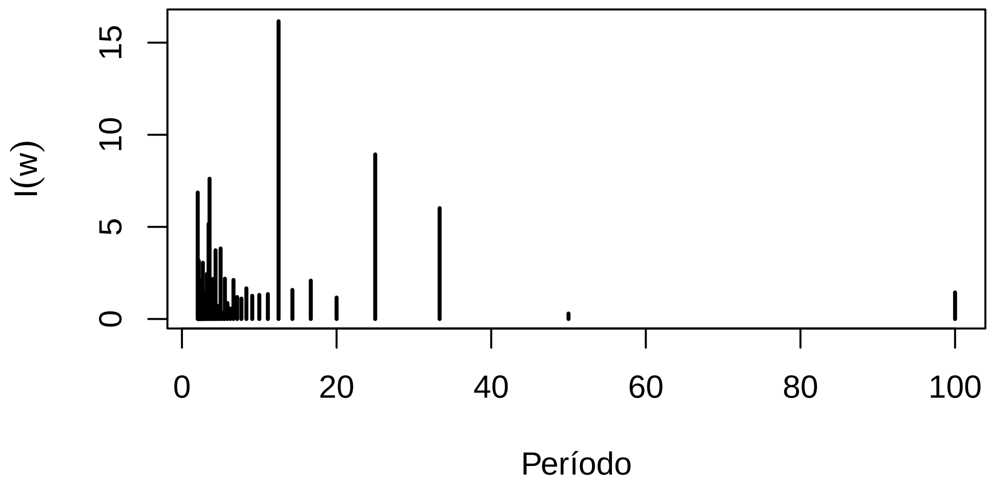



```
Período:  12
```

Periodograma para amostras aleatórias

É importante notar que a frequência fundamental é um pico expressivo em relação aos demais. Abaixo mostramos o periodograma para uma amostra aleatória - note como há vários picos, evidenciando a falta de uma frequência fundamental.

```
periodograma(rnorm(100))
```

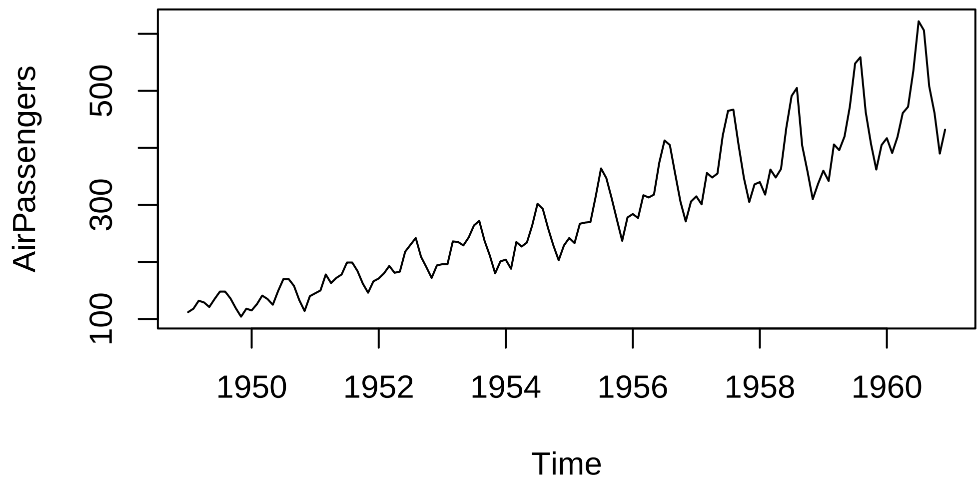



```
Período:  12.5
```

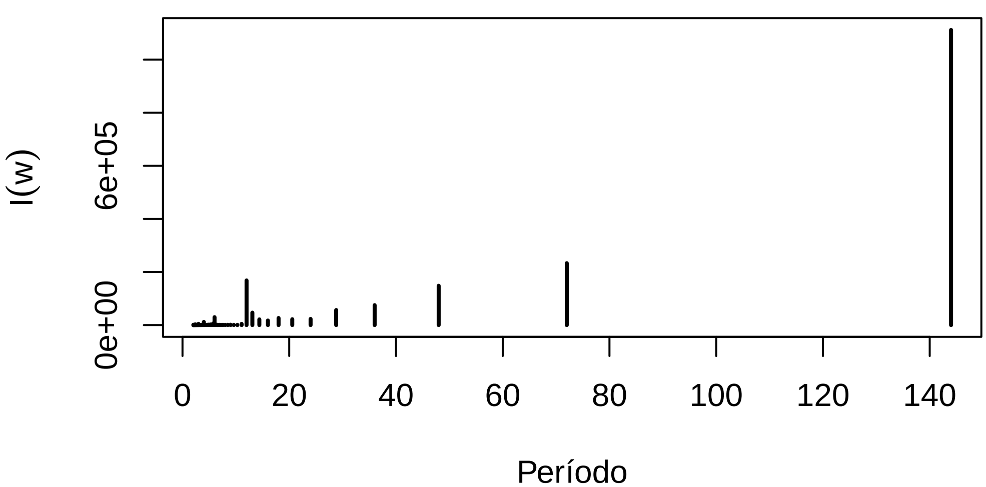
Periodograma na presença de tendência

É importante remover a tendência antes de aplicar o periodo. Por exemplo, considere novamente a série `AirPassengers`

```r
ts.plot(AirPassengers)
```



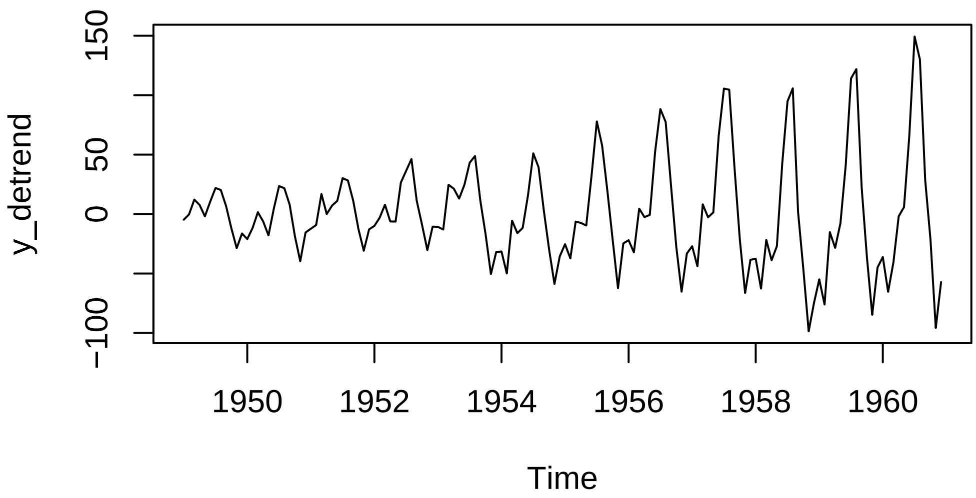

```r
periodograma(AirPassengers)
```



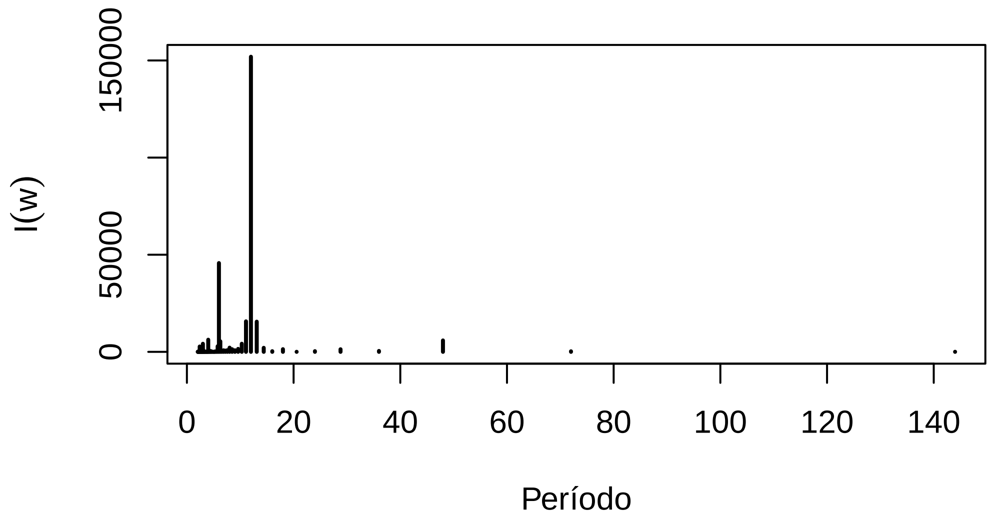
```
Período:  144
```

Embor exista uma sazonalidade clara, o periodograma retorna um período de 12 anos, algo irreal. Vamos remover a tendência.

```r
# criando o loess
y <- AirPassengers
tempo <- 1:length(y)
lw <- loess( y ~ tempo )
fit <- lw$fitted

# criando a série livre de tendência
y_detrend <- ts( y-fit, start = start(y), frequency = frequency(y))

ts.plot( y_detrend )
```




```r
periodograma( y_detrend )
```




```
Período:  12
```

Exercícios

Exercício 1. Determine o período da série `ldeaths` - número de óbito mensais por doenças pulmonares no Reino Unido.

Exercício 2. Determine o período da série de óbitos maternos, cuja url é:

```
url <- 'https://drive.google.com/uc?authuser=0&id=1tYFFT9L2iopKmBDUI3P8qNIRaOnMYj7d&export
```

Exercício 3. A série `co2` representa a concentração de CO_2 na atmosfera medida em Mauna Loa. Analise a tendência da série e estime o período.

Exercício 4. Determine a tendência e o período da série mensal do número de nascidos vivos em Manaus, independente do tipo de parto.

Ajuste por fatores sazonais

Considere novamente o harmônico

$$\text{sinal}(t) = A\cos\left(\frac{2\pi}{p}t + \phi\right)$$

O sinal no tempo $t = 1 + p$ é equivalente ao sinal no tempo 1:

$$\text{sinal}(1+p) = A\cos\left(\frac{2\pi}{p} + 2\pi + \phi\right) = A\cos\left(\frac{2\pi}{p} + \phi\right) = \text{sinal}(1)$$

Isso é verdade para todo $t = 1 + kp$, onde $k = 1, 2, \dots$. Isto implica que, na prática, a imagem de $\text{sinal}(t)$ só pode ser p valores:

$$\text{sinal}(t) = \begin{cases} \text{sinal}(1), & t = 1, 1+p, 1+2p, \dots, \\ \text{sinal}(2), & t = 2, 2+p, 2+2p \dots, \\ \vdots, & \vdots \\ \text{sinal}(p), & t = p, 2p, 3p \dots, \end{cases}$$

Então

$$x_t = \text{sinal}(t) + \varepsilon_t$$

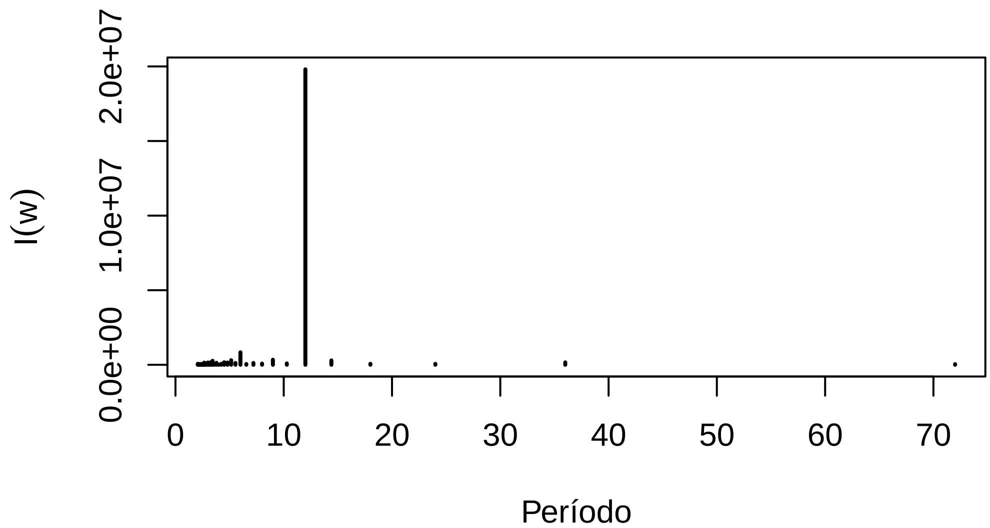
pode ser considerado uma ANOVA com um fator.

Considere a série `ldeths`, que já sabemos ter uma leve tendência decrescente e sazonalidade com período 12. Primeiro, vamos encontrar a série livre de tendência:

```
tempo <- 1:length(ldeaths)
lw <- loess( ldeaths ~ tempo)
tend <- lw$fitted

tend <- ts( tend, start = start(ldeaths), frequency = frequency(ldeaths))

#  série sem tendência
d_ldeaths <- ldeaths - tend
```

Em seguida, encontramos o período.

```
periodograma(d_ldeaths)
```




```
Período:  12
```

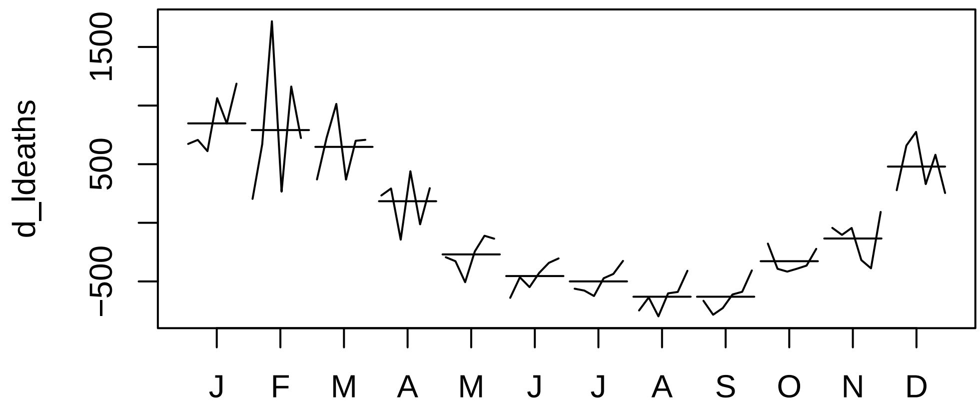
Nesse momento, devemos atribuir o período para o objeto `ts`, fazendo

```
d_ldeaths <- ts( d_ldeaths, frequency= 12)
```

Note que o código acima foi inócuo porque o objeto `ldeaths` já tinha o período 12.

Antes de fazer o ajuste sazonal, é possível fazer um gráfico com doze séries temporais, uma para cada fator sazonal (no nosso exemplo, uma série só de janeiros, de fevereiros, etc). Mostramos isso a seguir:

```
monthplot(d_ldeaths)
```



No gráfico acima, a linha horizontal em cada mês representa a média.

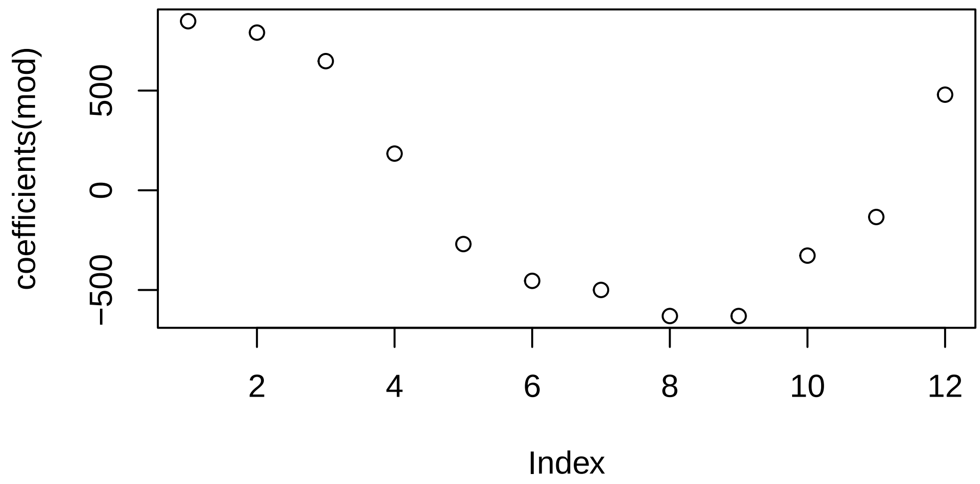
Agora, vamos estimar os 12 fatores sazonais. Para isso, vamos utilizar a função `cycle`, que mostra a posição de cada observação dentro do ciclo sazonal. Eis um exemplo de seu funcionamento:

```
head(cycle(d_ldeaths), 14)
```

```
 [1]  1  2  3  4  5  6  7  8  9 10 11 12  1  2
```

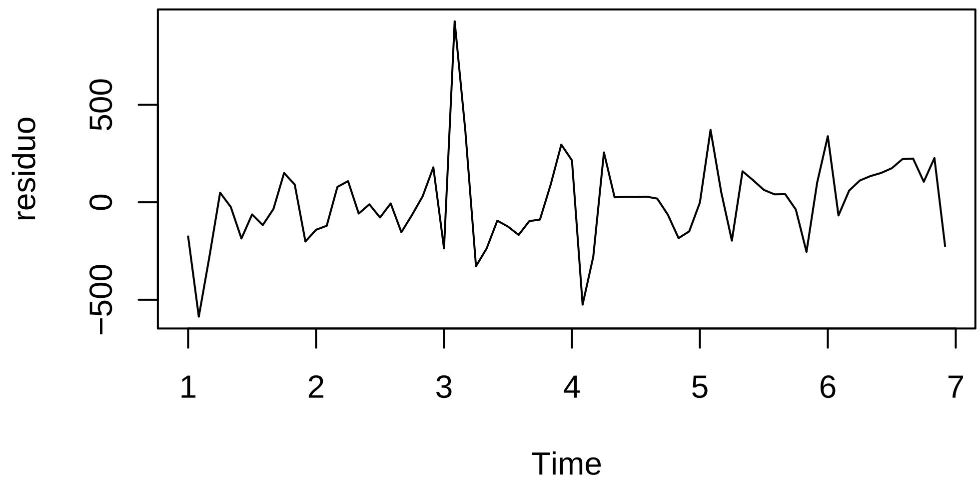
Vamos transformar o resultado do `cycle` em um fator e ajustar uma ANOVA:

```
ciclo <- as.factor(cycle(d_ldeaths))
mod <- lm( d_ldeaths ~ciclo-1)

plot(coefficients(mod))
```

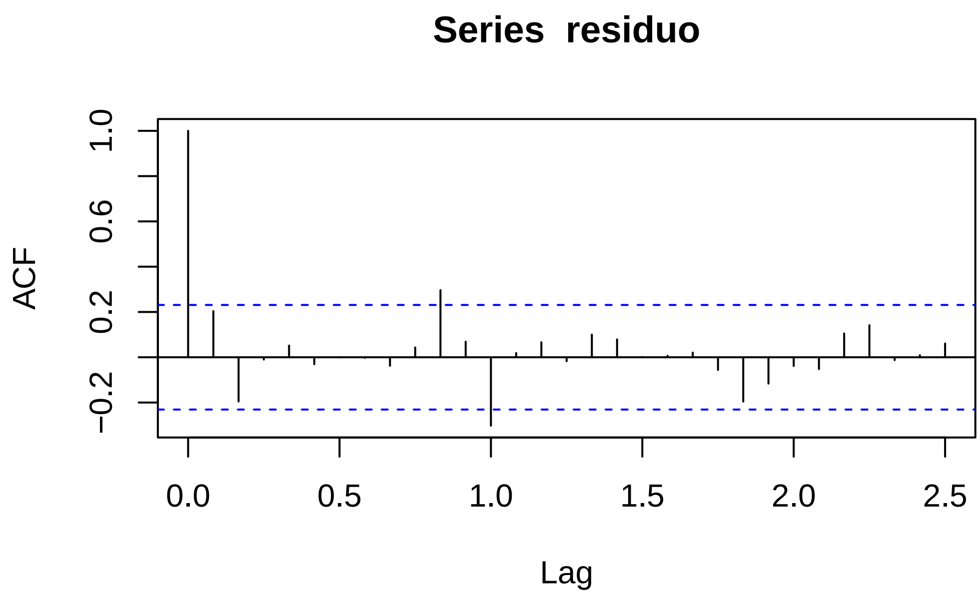


Por último, vamos dessazonalizar a série:

```
saz_fit <- mod$fitted.values
residuo <- d_ldeaths - saz_fit

plot(residuo)
```




```r
acf(residuo, lag = 30)
```



Exercícios