

2017 (1A)

数 学 B 問 題

(120 分)

【必答問題】 数学B受験者は **B1**, **B2**, **B3**, **B4** を全問解答せよ。

B1 関数 $f(x) = x^2 - x + a$ (a は定数) がある。

- (1) $y = f(x)$ のグラフの頂点の座標を求めよ。また、 $y = f(x)$ のグラフと x 軸が異なる 2 点で交わるような a の値の範囲を求めよ。
- (2) $y = f(x)$ のグラフと x 軸の $-2 < x < 3$ の部分が異なる 2 点で交わるような a の値の範囲を求めよ。 (配点 20)

B2 関数 $y = 2 \sin \theta \cos \theta + \sqrt{3} \cos 2\theta$ がある。

- (1) $\theta = 0$ のとき、 y の値を求めよ。また、 $\theta = \frac{\pi}{4}$ のとき、 y の値を求めよ。
- (2) y を $r \sin(2\theta + \alpha)$ ($r > 0$, $0 \leq \alpha < 2\pi$) の形で表せ。また、 $0 \leq \theta < \pi$ のとき、 $y = -\sqrt{3}$ を満たす θ の値を求めよ。 (配点 20)

B3 袋の中に **A**, **1**, **1**, **2**, **3**, **4** の 6 枚のカードが入っている。この袋の中から同時に 2 枚のカードを取り出したとき、 X を次のように定める。

- ・ **A** が含まれるとき、もう一方のカードに書かれた数の 2 倍を X とする。
- ・ **A** が含まれないとき、2 枚のカードに書かれた数の和を X とする。

- (1) $X = 8$ となる確率を求めよ。
- (2) $X = 6$ となる確率を求めよ。また、 $X = 5$ となる確率を求めよ。
- (3) $X \leq 4$ となる確率を求めよ。また、 $X \leq 4$ のとき、取り出したカードに **A** が含まれている条件付き確率を求めよ。 (配点 40)

B4 座標平面上に円 $C: x^2 + y^2 - 2kx - 4ky + 5k^2 - 9 = 0$ がある。ただし、 k は $k > 2$ を満たす実数とする。

- (1) 円 C の中心の座標と半径を求めよ。
- (2) 円 C が点 $(4, 5)$ を通るときの円を K_1 とする。円 K_1 の中心の座標を求めよ。また、直線 $\ell: x - y + 2 = 0$ に関して円 K_1 と対称な円を K_2 とするとき、円 K_2 の方程式を求めよ。
- (3) 円 C と(2)で求めた円 K_2 が共有点をもつような k の最大値を求めよ。また、このときの円 C の中心を P とする。点 Q が円 K_2 の周上を動くとき、線分 PQ を $3:1$ に外分する点 R の軌跡の方程式を求めよ。

(配点 40)

【選択問題】 数学B受験者は、次の **B5** ~ **B8** のうちから2題を選んで解答せよ。

B5 $a_2 = 1$, $a_{n+1} - a_n = 2$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) を満たす数列 $\{a_n\}$ がある。

- (1) a_1 を求めよ。また、数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を n を用いて表せ。
- (2) $b_1 = 0$, $b_{n+1} - b_n = a_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) を満たす数列 $\{b_n\}$ がある。数列 $\{b_n\}$ の一般項 b_n を n を用いて表せ。
- (3) (2)の数列 $\{b_n\}$ に対して、 $S_n = \sum_{k=1}^n b_k$ とする。 S_n を n を用いて表せ。また、 $\sum_{k=2}^{20} \frac{2k-7}{S_k}$ の値を求めよ。

(配点 40)

B6 正方形 $ABCD$ を底面とする四角錐 $OABCD$ があり、

$\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とする。また、辺 OA を $2:3$

に内分する点を P , 辺 OC 上の $\overrightarrow{OQ} = k\overrightarrow{OC}$ ($0 \leq k \leq 1$) と

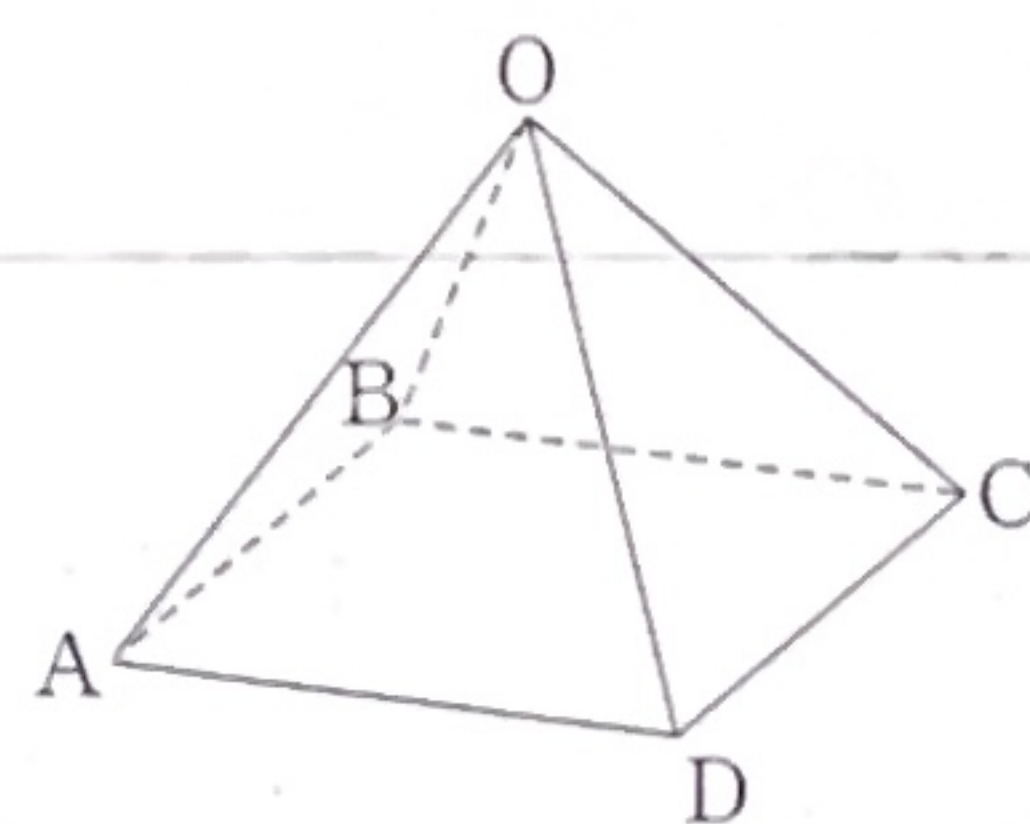
なる点を Q とする。

- (1) \overrightarrow{OP} を \vec{a} を用いて表せ。また、 \overrightarrow{PQ} を k , \vec{a} , \vec{c} を用いて表せ。
- (2) $|\overrightarrow{OA}| = |\overrightarrow{OC}| = 1$, $\cos \angle AOC = \frac{1}{4}$ とする。内積 $\vec{a} \cdot \vec{c}$ の値を求めよ。また、

$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OQ} = \frac{1}{5}$ のとき、 k の値を求めよ。

- (3) \overrightarrow{OD} を \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} を用いて表せ。また、(2)のとき、平面 PQD と直線 OB の交点を H とする。 \overrightarrow{OH} を \vec{b} を用いて表せ。

(配点 40)



B7 関数 $f(x) = x^3 - 2ax^2 + 3a$ (a は定数) があり, $f'(2) = 4$ である。また, 曲線 $y = f(x)$ を C とし, 点 $A(2, f(2))$ における曲線 C の接線を ℓ とする。

- (1) a の値を求めよ。また, $f(2)$ の値を求めよ。
- (2) 接線 ℓ の方程式を求めよ。また, ℓ と曲線 C の A 以外の共有点を B とする。点 B の座標を求めよ。
- (3) (2) のとき, 曲線 C 上に点 $P(t, f(t))$ があり, P は点 A から点 B まで動くものとする。 $\triangle ABP$ の面積を S とするとき, S を t を用いて表せ。また, S が最大となるような t の値を求めよ。

(配点 40)

B8 関数 $y = 9^x + 2a \cdot 3^{x+1} + 9a + 6$ (a は定数) がある。また, $t = 3^x$ とおく。

- (1) 9^x , 3^{x+1} をそれぞれ t を用いて表せ。
- (2) $a = -\frac{4}{9}$ とする。 y を t を用いて表せ。また, $y > 3$ を満たす x の値の範囲を求めよ。
- (3) y の最小値が -4 となるような a の値を求めよ。また, このとき最小値をとる x の値を求めよ。

(配点 40)