

順列と組合せ

基本の計算

3つの計算式 違い

•

•

•

約数の個数と展開式の項の個数と総和

1. 200 の正の約数の個数と総和を求めよ。12 個, 465
2. 360 の正の約数の個数と総和を求めよ。24 個, 1170

文字の順列 a,b,c,d,e を 1 列に並べる

1. a,b が隣り合う並べ方 48 通り
2. a,b が両端にくる並べ方 12 通り

数字の順列 数字の順列 0,1,2,3,4 の 5 つの数字が 1 つずつある

1. 3 桁の整数 48 通り
2. 3 桁の暗証番号 60 通り
3. 3 桁の偶数 30 通り
4. 3 桁の整数のうち、300 以上の整数 24 通り

円順列とじゅず順列

8 種類の球を用いて次の場合の数を求めよ。

1. 円状に並べる方法 5040 通り
2. じゅずを作るときの方法 2520 通り

条件付き円順列

先生 2 人と生徒 4 人が円形のテーブルに座るとき、次の場合の数を求めよ。

1. すべての座り方 120 通り
2. 先生 2 人が隣り合う座り方 48 通り
3. 先生 2 人が向い合う座り方 24 通り

重複を許す順列

1. a,b,c,d,e の 5 つの文字から、重複を許して 3 つの文字を 1 列に並べる並べ方 125 通り
2. 0, 1, 2, 3, 4 の 5 つの数字から、重複を許して 3 桁の自然数を作る作り方 100 通り

2 つのグループに分ける

9 人を以下の方法で分ける場合の数を求めよ。

1. A, B の 2 部屋に分ける方法 (ただし、空室があってもよい) 512 通り
2. A, B の 2 グループに分ける方法 510 通り
3. 2 つのグループに分ける方法 255 通り

順列と組合せ

a,b,c,d,e の 5 つの文字がそれぞれ 1 つずつあるとき、次の問いに答えよ。

1. 3 つの文字を選び 1 列に並べるときの場合の数 60 通り
2. 3 つの文字を選ぶときの場合の数 120 通り

図形と組合せ

1. 5本の平行線と、それとは別の3本の平行線とが交わってできる平行四辺形の数 **30 個**
2. 正八角形について、頂点を結んでできる三角形の個数 **56 個**
3. 正八角形について、頂点を結んでできる対角線の本数 **20 本**

代表を選ぶ

男子5人、女子4人から代表を3人選ぶ。このとき、次の場合の数を求めよ。

1. すべての選び方 **84 通り**
2. 男子1人、女子2人となる選び方 **30 通り**
3. 少なくとも女子1人を選ぶ選び方 **74 通り**
4. 男子から3人、または女子から3人を選ぶ選び方 **14 通り**

3つのグループに分ける

9人を以下の方法で分ける場合の数を求めよ。

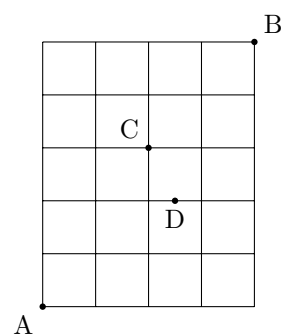
1. 3人ずつ A、B、C の3部屋に分ける **1680 通り**
2. 3人ずつ3組に分ける **280 通り**
3. 4人、3人、2人に分ける **1260 通り**

同じものを含む順列

1. a,a,b,b,b,c,d の7つの文字を一行に並べる **420 通り**
2. a,a,b,b,b,c,d,e の7つの文字を一行に並べるとき、c,d,e がこの順になる **210 通り**

最短経路問題

1. A から B までの最短経路 **126 通り**
2. A から B までの最短経路で C を必ず通る経路 **60 通り**
3. A から B までの最短経路で D を通らない経路 **102 通り**



重複組合せ

1. 6本の同種類のペンを A、B、C の3つの袋に入れるとき、1本も入らない袋があってよいとき、分け方は何通りあるか。 **28 通り**
2. オレンジ、レモン、ライムがそれぞれ多数ある。これから10個をまとめてセットを作りたい。何通りのセットができるか。 **66 通り**

等式を満たす整数

1. $x + y + z = 10$ ($x, y, z : 0$ 以上の整数) の時の組合せ **36 通り**
2. $x + y + z = 10$ ($x, y, z : \text{自然数}$) の時の組合せ **15 通り**

確率

確率の基本

コインを 3 枚同時に投げるとき、次の確率を求めよ。

1. 2 枚だけ表である確率 $\frac{3}{8}$
2. 表が 2 枚以上である確率 $\frac{1}{2}$

さいころの確率

さいころを 2 個同時に投げるとき、次の確率を求めよ。

1. 目の和が 8 となる確率 $\frac{5}{36}$
2. 目の和が 10 以下となる確率 $\frac{11}{12}$

ボールを取り出す確率

赤玉 5 個と白玉 7 個が入った袋から同時に 3 個取り出すとき、次の確率を求めよ。

1. 白玉 3 個となる確率 $\frac{7}{44}$
2. 赤玉 1 個、白玉 2 個となる確率 $\frac{21}{44}$
3. 赤玉 2 個、白玉 1 個となる確率 $\frac{7}{22}$

一列に並べる確率

男子 5 人、女子 4 人が 1 列に並ぶとき、次の確率を求めよ。

1. 特定の男女が隣り合う $\frac{2}{9}$
2. 女子が両端にいる $\frac{1}{6}$
3. 男女が交互に並ぶ $\frac{1}{126}$

円形に並べる確率

男子 3 人、女子 3 人が円卓にする座るとき、次の確率を求めよ。

1. 特定の 2 人が隣り合う $\frac{2}{5}$
2. 特定の 2 人が向い合う $\frac{1}{5}$
3. 男女が交互に座る $\frac{1}{10}$

和事象と排反事象

1～50 までの数字が書かれたカードから、1 枚取り出すとき、次の確率を求めよ。

1. 2 の倍数または一の位が 3 である 2 桁の数 $\frac{29}{50}$
2. 2 の倍数または 3 の倍数 $\frac{33}{50}$

余事象の確率

1. 赤玉 5 個と白玉 7 個が入った袋から同時に 3 個取り出すとき、少なくとも赤玉 1 個を取り出す確率を求めよ。 $\frac{37}{44}$
2. さいころを 2 個同時に投げるとき、目の和が 3 の倍数でない確率を求めよ。 $\frac{2}{3}$

独立試行の確率

A の袋には赤玉 3 個と白玉 2 個が、B の袋には赤玉 2 個と白玉 4 個が入っている。A からは 1 個、B からは 2 個の玉を取り出すとき、取り出した玉の色がすべて赤となる確率を求めよ。 $\frac{1}{25}$

反復試行の確率（コイン）

1 枚のコインを 5 回連続して投げるとき、次の確率を求めよ。

1. 表がちょうど 4 回出る $\frac{5}{32}$
2. 表がちょうど 3 回出る $\frac{5}{16}$

反復試行の確率（さいころ）

1 個のさいころを 5 回連続して投げるとき、次の確率を求めよ。

1. 3 の倍数の目が 2 回だけ出る $\frac{80}{243}$
2. 3 の倍数の目が 3 回だけ出る $\frac{40}{243}$
3. 少なくとも 1 回 3 の倍数の目が出る $\frac{211}{243}$

勝先取の確率

A と B が試合をし、先に 3 勝した方が優勝とする。A が勝つ確率が $\frac{3}{4}$ のとき、A が優勝する確率を求めよ。 $\frac{459}{512}$

点が動く確率

数直線上に点 P が原点にあり、さいころを投げて 5 以上の目が出ると正の方向に 2 進み、それ以外が出ると負の方向に 1 進む。さいころを 3 回投げたとき点 P が次の位置にある確率を求めよ。

1. 原点の位置にある $\frac{4}{9}$
2. 座標 3 の位置にある $\frac{2}{9}$

条件付き確率

ある学校で数学が好きな生徒は 40% で、英語が好きな生徒は 60% で、両方好きな生徒は 30% である。

1. ある生徒が数学を好きとわかっていて、その生徒が英語も好きな確率 $\frac{3}{4}$
2. ある生徒が英語を好きとわかっていて、その生徒が数学も好きな確率 $\frac{1}{2}$

確率の乗法定理

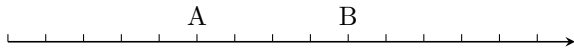
10 本中当たりが 3 本入ったくじがある。このくじを A が 1 本引き、引いたくじを元に戻さずに続けて B が引いた。このとき、A と B のそれぞれが当たる確率を求めよ。 $\frac{3}{10}$

図形

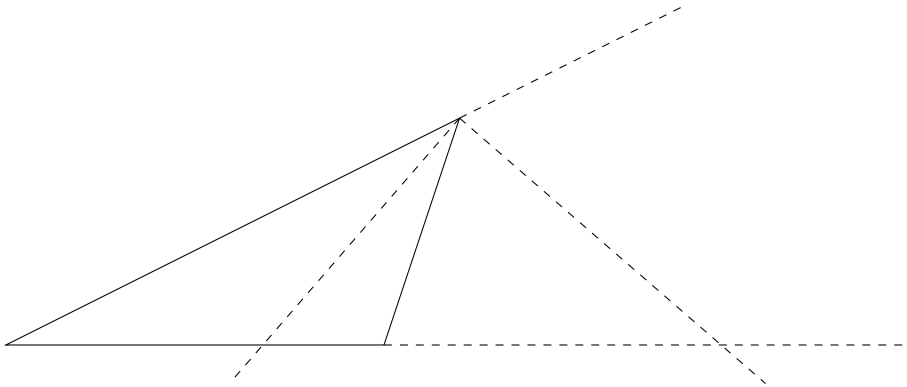
内分と外分

例題

1. 線分 AB を $3:1$ で内分する点 P
2. 線分 AB を $2:1$ で外分する点 Q
3. 線分 AB を $1:3$ で外分する点 R



角の二等分線



三角形の外心

三角形の垂心

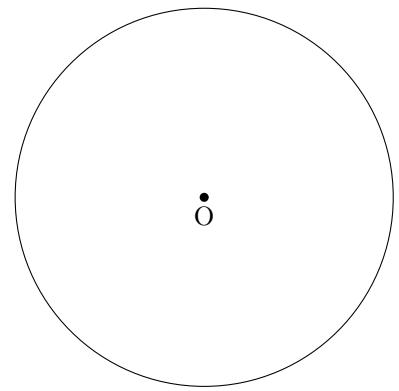
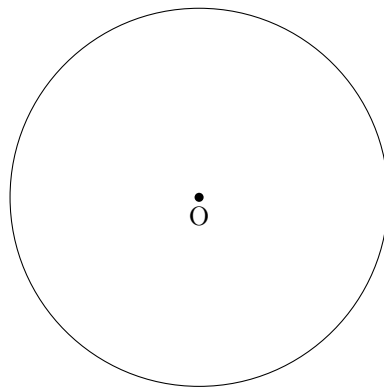
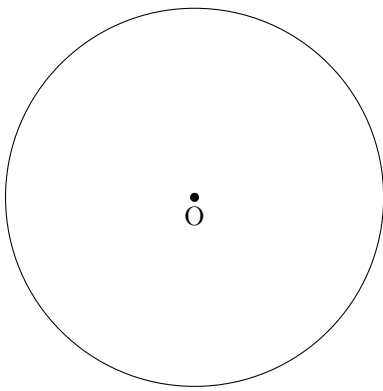
三角形の内心

三角形の重心

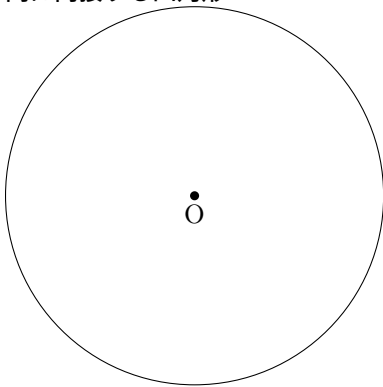
チェバの定理

メネラウスの定理

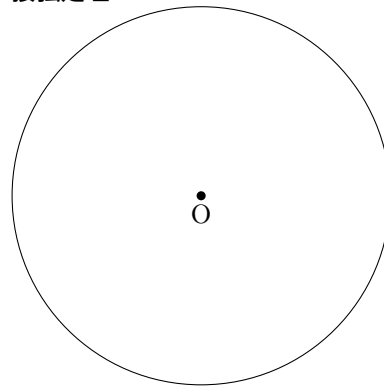
円周角の定理



円に内接する四角形



接弦定理



方べきの定理

- 接線でない場合

- 接線の場合

円と接線の関係

二つの円と共通接線の本数 (5)

整数

用語

- 素数
- 互いに素
- 既約分数

倍数判定法

- 2 の倍数
- 3 の倍数
- 4 の倍数
- 5 の倍数
- 8 の倍数
- 9 の倍数

最小公倍数と最大公約数

例題 1

- (a) 75, 105 $525, 15$ (b) 42, 78, 273 $546, 3$
- 2 つの自然数の最大公約数が 6、最小公倍数が 420 であるとき、この 2 つの自然数の組をすべて答えよ。
 $(6, 420), (12, 210), (30, 84), (42, 60)$

ユークリッドの互除法

例題 最大公約数を求めろ

- 407, 77 11
- 336, 180 12

不定方程式

例題

- $5x + 2y = 0$ $x = 2k, y = -5k$
- $5x + 2y = 1$ $x = 2k + 1, y = -5k - 2$
- $5x + 2y = 2$ $x = 2k + 2, y = -5k - 4$
- $44x + 35y = 1$ (1 つ) $x = 4, y = -5$
- $44x + 35y = 3$ (1 つ) $x = 12, y = -15$

例題

7 で割ると 3 余り、11 で割ると 6 余る自然数を求めよ。 171

n 進法

例題

- $11010_{(2)}$ 26
- $2121_{(3)}$ 70
- $3A_{(16)}$ 58
- $38[2]$ $100110_{(2)}$
- $439[5]$ $3224_{(5)}$
- $91[16]$ $5B_{(16)}$

例題 (小数)

1. $0.101_{(2)}$ 0.625

2. $11.231_{(5)}$ 0.528

3. $0.625[2]$ $0.101_{(2)}$

4. $6.728[5]$ $0.331_{(5)}$

桁数

 n 進数で M 桁

合同式

定義 $a \equiv b \pmod{m}$

例題

1. 15 の 50 乗を 7 でわったあまりを求めろ 1

2. $x + 4 \equiv 2 \pmod{6}$ 4

3. $3x \equiv 4 \pmod{5}$ 3

4. 47^{2011} の一の位 3