2013 1B

数 学 B 問 題

(120 分)

【必答問題】 数学B受験者は $\boxed{\text{B1}}$, $\boxed{\text{B2}}$, $\boxed{\text{B3}}$, $\boxed{\text{B4}}$ を全問解答せよ。

$\boxed{\text{B1}}$ 2次関数 $f(x)=-x^2-ax+a-3$ (a は正の定数) がある。

(1) $y=f(x)$ のグラフが x 軸と接するとき, a の値を求めよ。 a=-6.2

(2) $x\geqq 0$ における関数 $f(x)$ の最大値を M とする。$M\leqq 0$ のとき, a のとり得る値の範囲を求めよ。 (配点 20)

$0<a\leqq 3$

$\boxed{\text{B2}}$ 関数 $y=\sin\theta+\sqrt{3}\cos\theta$ ($0\leqq\theta\leqq\pi$) がある。

(1) $\theta=0$ のとき, y の値を求めよ。また, $y=0$ のとき, θ の値を求めよ。

(2) y の最大値とそのときの θ の値を求めよ。 (配点 20)

(1) $y=\sqrt{3}$, $\theta=0$, $\frac{2}{3}\pi$ (3) Max 2 ($\theta=\frac{\pi}{6}$).

$\boxed{\text{B3}}$ 黒玉2個と白玉2個の合計4個の玉が入っている袋と, 何も入っていない箱がある。袋から玉を1個取り出し色を調べ, 次の≪規則≫にしたがって玉を移動する試行を3回行った結果, 箱の中にある玉の個数を X とする。

≪規則≫

・黒玉が取り出された場合, その黒玉を箱に入れる。

・白玉が取り出された場合, その白玉を箱に入れ, 箱の中に黒玉があるときのみ箱の中の黒玉すべてを袋の中に戻す。

(1) 袋から取り出す玉の色が, 白 黒 白 の順になる確率を求めよ。また, このときの X の値を求めよ。

$\frac{1}{6}$, $X=2$

(2) 袋から取り出す玉の色が, 黒 白 白 の順になる確率を求めよ。また, $X=2$ となる確率を求めよ。

$\frac{1}{9}$, $\frac{1}{2}$

(3) $X=2$ のとき, 箱の中にある2個の玉がともに白玉である条件付き確率を求めよ。また, 試行を3回行った結果, 箱の中にある白玉の個数が2個のとき, $X=2$ である条件付き確率を求めよ。 (配点 40)

$\frac{5}{9}$, $\frac{5}{8}$

B4 連立不等式 $\begin{cases} x^2+y^2-4x-2y \leqq 0 \\ 3x-3y+ty-3t \geqq 0 \end{cases}$ の表す領域を D とする。ただし，t は0以下の実数である。

(1) 円 K : $x^2+y^2-4x-2y=0$ の中心の座標を求めよ。また，直線 ℓ : $3x-3y+ty-3t=0$ が t の値に関係なく通る点の座標を求めよ。 $(2,1)$, $(3,3)$

(2) $t=-6$ とする。点 (x, y) が領域 D 内を動くとき，$y-2x$ の最小値を求めよ。また，そのときの x, y の値を求めよ。 Min -8 $(x=4, y=0)$

(3) 点 (x, y) が領域 D 内を動くとき，$y-2x$ の最大値と最小値の和が -7 となる t の値を求めよ。 $t=-1$ (配点 40)

【選択問題】 数学B受験者は，次の **B5** ～ **B8** のうちから２題を選んで解答せよ。

B5 等差数列 $\{a_n\}$ があり，$a_2+a_4=7$, $a_6=11$ である。また，数列 $\{b_n\}$ があり，その初項から第 n 項までの和 S_n は $S_n=2n^2-3n+1$ $(n=1, 2, 3, \cdots\cdots)$ を満たしている。

(1) 数列 $\{a_n\}$ の初項と公差を求めよ。また，一般項 a_n を n を用いて表せ。

(2) b_1 を求めよ。また，$n \geqq 2$ のとき，b_n を n を用いて表せ。

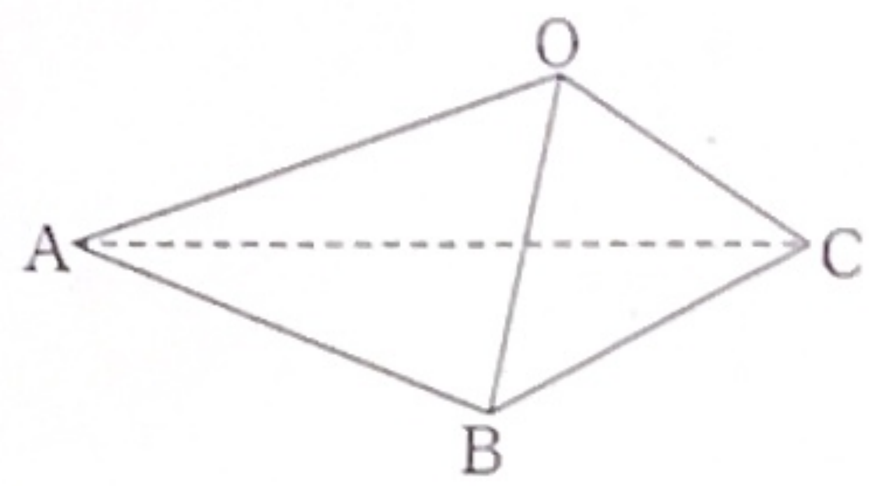
(3) a_{2n} の一の位の数を c_n $(n=1, 2, 3, \cdots\cdots)$ とする。c_1, c_2 を求めよ。また，$\sum_{k=1}^{2n} b_k c_k$ $(n=1, 2, 3, \cdots\cdots)$ を n を用いて表せ。 (配点 40)

(1) $a_1=-\frac{3}{2}$, $d=\frac{5}{2}$, $a_n=\frac{5}{2}n-4$

(2) $b_1=0$, $b_n=4n-5$

(3) $c_1=1$, $c_2=6$, $28n^2-11n+1$

B6 OA＝2，OB＝1，OC＝1，∠AOB＝60° の四面体OABCがある。辺BCを 2:1 に内分する点をDとし，$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{OC}=\vec{c}$ とする。



(1) $\overrightarrow{OD}$ を $\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表せ。また，内積 $\vec{a}\cdot\vec{b}$ を求めよ。

(2) 線分ODの中点をE，線分AEの中点をFとするとき，$\overrightarrow{OF}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表せ。さらに，直線OFと平面ABCの交点をPとするとき，$\overrightarrow{OP}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表せ。

(3) ∠BOC＝∠COA＝90° とする。(2)の点Pから平面OACに垂線を引き，交点をHとする。$\overrightarrow{OH}=s\vec{a}+t\vec{c}$ （s，t は実数）とおくとき，s，t の値を求めよ。 （配点 40）

(1) $\overrightarrow{OD}=\frac{\vec{b}+2\vec{c}}{3}$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=1$，(2) $\overrightarrow{OF}=\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{1}{12}\vec{b}+\frac{1}{6}\vec{c}$

$\overrightarrow{OP}=\frac{2}{3}\vec{a}+\frac{1}{9}\vec{b}+\frac{2}{9}\vec{c}$，(3) $s=\frac{25}{36}$，$t=\frac{2}{9}$

B7 3次関数 $f(x)=x^3+ax^2+9x+1$ （a は定数）があり，$f'(2)=-3$ を満たしている。また，$y=f(x)$ のグラフを C とし，y 軸上に点 $\mathrm{P}(0,\ k)$ をとる。ただし，k は実数である。

(1) a の値を求めよ。 $a=-6$

(2) C 上の点 $(t,\ f(t))$ における C の接線が点Pを通るとき，k を t を用いて表せ。

(3) 点Pを通る C の接線が3本あるとき，k のとり得る値の範囲を求めよ。また，この3本の接線のうち，傾きが負であるものが1本だけあるとき，k のとり得る値の範囲を求めよ。 （配点 40）

(2) $k=-2t^3+6t^2+1$

(3) $1<k<9$，$1<k\leqq 5$

B8 関数 $f(x)=\log_2(7-x)+\log_2(2x-2)$ がある。

(1) 関数 $f(x)$ の定義域を求めよ。また，$f(5)$ の値を求めよ。 $1<x<7$，$f(5)=4$

(2) 不等式 $f(x)\leqq 3$ を解け。 $1<x\leqq 4-\sqrt{5}$，$4+\sqrt{5}\leqq x<7$

(3) $4\leqq x\leqq k$ （$k>4$）において，関数 $f(x)$ の最大値と最小値の差が1のとき，定数 k の値を求めよ。 （配点 40）

$k=\frac{8\pm 3\sqrt{2}}{2}$