2011 2 2-7-201

f B3  $\triangle ABC$  において AB=3,  $AC=3\sqrt{3}$ ,  $\cos A=-\frac{\sqrt{3}}{3}$  である。また、点 D は辺 BC 上にあり、 $AD=\sqrt{3}$  BD を満たしている。

- (1) 辺BCの長さを求めよ。
- (2) 線分BDの長さを求めよ。
- (3)  $\triangle$ ABC の外接円の中心を O とする。点 O を通り平面 ABC に垂直な直線上に点 P を とり、四面体 PABD をつくる。四面体 PABD の体積が  $\frac{3\sqrt{6}}{4}$  になるとき、 $\cos$   $\angle$  PAO の値を求めよ。 (配点 20)

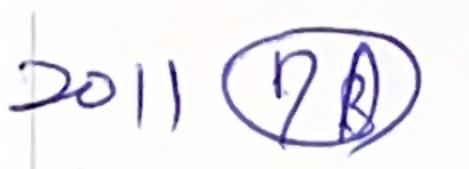
【選択問題】 数学 B 受験者は、次の  $B4 \sim B8$  のうちから 2 題を選んで解答せよ。

**B4** 2つの整式 P(x) = (x-3)(2x+a) と  $Q(x) = x^3 - 3x^2 + bx + c$  がある。P(x) をx-1 で 割った余りは -6 であり,Q(x) は  $x^2 + 2$  で割り切れる。ただし,a, b, c は定数とする。

- (1) a の値を求めよ。
- (2) Q(x)を $x^2+2$ で割った商を求めよ。また、b、cの値をそれぞれ求めよ。
- (3) k を定数とする。x の方程式 kP(x)+Q(x)=0 の異なる実数解の個数がちょうど 2 個であるとき,k の値を求めよ。

**B5** 〇を原点とする座標平面上に円  $x^2+y^2-2ax-4y+a^2=0$  (a は定数) ……①と点 A (2, 1)がある。

- (1) 円①の中心の座標をaを用いて表せ。また、円①の半径を求めよ。
- (2) 点 A を通り直線 OA に垂直な直線を  $\ell$  とする。直線  $\ell$  の方程式を求めよ。また,円① の中心が直線  $\ell$  上にあるとき, $\alpha$  の値を求めよ。
- (3) 方程式①で表される円のうち, (2)で求めた直線 ℓ と接する円は 2 つある。これら 2 つの円の中心を C<sub>1</sub>, C<sub>2</sub> とする。このとき, △OC<sub>1</sub> C<sub>2</sub> の面積を求めよ。 (配点 20)



- **B6** 関数  $y = \sin 2\theta \sqrt{2} (\sin \theta \cos \theta)$  があり、 $t = \sin \theta \cos \theta$  とおく。
  - (1)  $\theta = \frac{\pi}{4}$  のとき, yの値を求めよ。
  - (2) t を  $r\sin(\theta+\alpha)$  (r>0,  $-\pi<\alpha\leq\pi)$  の形で表せ。また、 $\sin 2\theta$  を t を用いて表せ。
  - (3)  $0 \le \theta \le \pi$  とする。関数 y の最大値と最小値を求めよ。また,最大値をとるときの  $\theta$  の値を求めよ。

- **B7** 初項 a, 公差 d の等差数列  $\{a_n\}$  があり、 $a_3+a_7=12$  を満たしている。ただし、 $d \neq 0$  とする。
  - (1) aをdを用いて表せ。
  - (2) 3数 a4, a5, a8 がこの順に等比数列になるとき, a, dの値をそれぞれ求めよ。
  - (3) (2)のとき、和  $S = na_1 + (n-1)a_2 + (n-2)a_3 + \cdots + 1 \cdot a_n$  を n を n を n を n を n に で表せ。 (配点 20)

- $oxed{B8}$   $\triangle OAB$  があり,OA=3, $OB=\sqrt{3}$  である。辺 AB の中点を C,線分 OC を 2:1 に内 分する点を D とし, $\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{a}$ , $\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{b}$  とする。
  - (1)  $\overrightarrow{OC}$  を $\overrightarrow{a}$ ,  $\overrightarrow{b}$  を用いて表せ。また, $\overrightarrow{OD}$  を $\overrightarrow{a}$ ,  $\overrightarrow{b}$  を用いて表せ。
  - (2) 内積  $\overline{a \cdot b} = 2$  のとき、線分 OC の長さを求めよ。
  - (3) (2)のとき,点 D から辺 AB に垂線を引き,交点を H とする。AH: HB = t:(1-t) とおくとき,実数 t の値を求めよ。また,線分 CH の長さを求めよ。 (配点 20)