2015年 (2D)

数 学 B 問 題

(100 分)

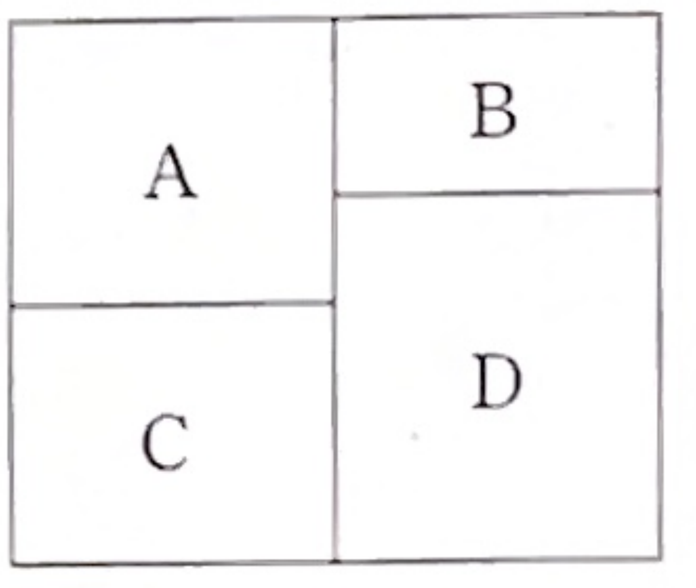
【必答問題】 数学B受験者は $\boxed{\text{B}1}$, $\boxed{\text{B}2}$, $\boxed{\text{B}3}$ を全問解答せよ。

$\boxed{\text{B}1}$ 次の $\boxed{\quad}$ を正しくうめよ。解答欄には答えのみを記入せよ。

(1) $2(x+1)(x-1)+3x$ を因数分解すると $\boxed{(ア)}$ となる。

(2) 2 次関数 $f(x)=2x^2-ax+1$ (a は定数) があり, $f(2)=1$ である。このとき, $a=\boxed{(イ)}$ であり, $0\leqq x\leqq 3$ における $f(x)$ の最大値は $\boxed{(ウ)}$ である。

(3) 図のような A, B, C, D の 4 つの場所に赤, 青, 黄, 緑の 4 色の絵の具から何色か用いて色を塗る。ただし, 1 つの場所には 1 色の絵の具で塗ることとし, 境界を接している場所には異なる色を塗るものとする。4 色をすべて用いて塗り分ける方法は全部で $\boxed{(エ)}$ 通りある。また, 3 色で塗り分ける方法は全部で $\boxed{(オ)}$ 通りある。



(4) 下の表は 20 人の数学の小テストの得点をまとめた結果である。ただし, 得点はすべて整数の値である。

得点	0	1	2	3	4	5
人数	1	2	3	4	6	4

このとき, データの中央値は $\boxed{(カ)}$ 点であり, 第 3 四分位数は $\boxed{(キ)}$ 点である。

(配点 20)

$\boxed{\text{B}2}$ 袋の中に 1, 2, ……, 11 が 1 つずつ書かれたカードが計 11 枚入っている。この袋の中から同時に 2 枚のカードを取り出す。取り出した 2 枚のカードに書かれた数の和について, 偶数となる事象を A, 9 の倍数となる事象を B とする。

(1) 取り出した 2 枚のカードに書かれた数が 1 と 11 である確率を求めよ。 $\frac{1}{55}$

(2) A が起こる確率を求めよ。 $\frac{5}{11}$

(3) B が起こる確率を求めよ。また, A が起こったときの B が起こる条件付き確率を求めよ。 $\frac{6}{55}$, $\frac{2}{25}$

(配点 20)

B3 △ABC があり，AC＝3，∠ABC＝45°，$\cos\angle\mathrm{BAC}=\frac{1}{3}$ である。

(1) $\sin\angle\mathrm{BAC}$ の値を求めよ。また，辺 BC の長さを求めよ。 $\sin\angle BAC=\frac{2\sqrt{2}}{3}$, $BC=4$

(2) △ABC の外接円の中心を O とする。△OBC の面積を求めよ。 $\triangle OBC=\sqrt{2}$

(3) (2)のとき，△OBC を底面とし，BP＝CP＝OP＝BC である点 P を頂点とする四面体 POBC をつくる。四面体 POBC の体積を求めよ。 $\frac{\sqrt{47}}{6}$. （配点 20）

【選択問題】 数学B受験者は，次の **B4** ～ **B8** のうちから２題を選んで解答せよ。

B4 x の3次式 $P(x)=x^3+(p-1)x^2+px-q$ があり，$P(1)=0$ である。ただし，p，q は実数の定数である。

$2p$

(1) q を p を用いて表せ。 $q=2p$

(2) $P(x)$ を因数分解せよ。また，方程式 $P(x)=0$ が虚数解をもつような p の値の範囲を求めよ。

$P(x)=(x-1)(x^2+px+2p)$ $\quad 0<p<8$

(3) (2)のとき，方程式 $P(x)=0$ の2つの虚数解を α，β とする。$\alpha^2=2\beta$ が成り立つとき，p の値を求めよ。 （配点 20）

$p=2$

B5 座標平面上に，円 $C: x^2+y^2-2x-4y-5=0$ と直線 $\ell: y=-2x+9$ がある。

(1) 円 C の中心の座標と半径を求めよ。

(2) 円 C と直線 ℓ の2つの交点 A，B の座標を求めよ。ただし，点 A の x 座標は点 B の x 座標より小さいものとする。また，点 D を中心とする円 K は2点 A，B を通り，点 D と直線 ℓ との距離が円 C の半径の2倍である。円 K の半径を求めよ。

$2\sqrt{10}$

(3) (2)のとき，点 D の座標を求めよ。ただし，点 D は第1象限にあるものとする。

(1) $(1,2)$, $\sqrt{10}$ （配点 20）

(2) $A(2,5)$ $B(4,1)$, $3\sqrt{5}$

(3) $D(3+4\sqrt{2}, 3+2\sqrt{2})$

B6 $-\frac{\pi}{2}<\theta<\frac{\pi}{2}$ で定義された関数 $y=\sqrt{3}\tan^2\theta+a\tan\theta+b$（$a$, b は定数）があり，$\theta=0$ のとき，$y=-\sqrt{3}$，$\theta=\frac{\pi}{4}$ のとき，$y=2$ である。

(1) a, b の値を求めよ。

$a=2,\ b=-\sqrt{3}$

(2) $-\frac{\pi}{2}<\theta<\frac{\pi}{2}$ のとき，$y=0$ を満たす θ の値を求めよ。

$\theta=\frac{\pi}{6},\ -\frac{\pi}{3}$

(3) $-\frac{\pi}{3}\leqq\theta\leqq\frac{\pi}{3}$ における関数 y の最大値，最小値とそのときの θ の値をそれぞれ求めよ。

Max $4\sqrt{3}$ $(\theta=\frac{\pi}{3})$　Min $-\frac{4\sqrt{3}}{3}$ $(\theta=-\frac{\pi}{6})$

（配点　20）

B7 公比が正の等比数列 $\{a_n\}$ が，$a_3=4$，$a_5=16$ を満たしている。また，等差数列 $\{b_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とすると，$S_6=21$，$S_{12}=78$ を満たしている。

(1) 数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を n を用いて表せ。また，数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 T_n を n を用いて表せ。

$a_n=2^{n-1},\ T_n=2^n-1$

(2) 数列 $\{b_n\}$ の一般項 b_n を n を用いて表せ。

$b_n=n$

(3) 数列 $\{c_n\}$ を $c_n=3^{b_n}$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ によって定める。この c_n と(1)の T_n を用いて表された次の和を n を用いて表せ。

$$c_nT_1+c_{n-1}T_2+c_{n-2}T_3+\cdots\cdots+c_3T_{n-2}+c_2T_{n-1}+c_1T_n$$

（配点　20）

$\frac{3^{n+2}}{2}-3\cdot2^{n+1}+\frac{3}{2}$

B8 $\triangle$OAB があり，辺 OB を 2:1 の比に内分する点を C，線分 AC の中点を D とする。また，$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$ とする。

(1) $\overrightarrow{OC}$ を $\vec{b}$ を用いて表せ。また，$\overrightarrow{OD}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。

(2) $\overrightarrow{OE}=k\overrightarrow{OA}$ $(k>0)$ である点を E とする。$\overrightarrow{EC}$ を k, $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。また，OA$=2$，内積 $\vec{a}\cdot\vec{b}=6$ のとき，$|\overrightarrow{EC}|=|\overrightarrow{OC}|$ であるような k の値を求めよ。

(3) (2)のとき，直線 ED と直線 AB の交点を P とする。$\overrightarrow{OP}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。

（配点　20）

(1) $\overrightarrow{OC}=\frac{2}{3}\vec{b}$，$\overrightarrow{OD}=\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{1}{3}\vec{b}$

(2) $\overrightarrow{EC}=-k\vec{a}+\frac{2}{3}\vec{b}$，$k=2$.

(3) $\overrightarrow{OP}=\frac{5}{17}\vec{a}+\frac{2}{17}\vec{b}$