2014 7A

数　学　B　問　題

(100 分)

【必答問題】　数学B受験者は $\boxed{\mathrm{B1}}$, $\boxed{\mathrm{B2}}$, $\boxed{\mathrm{B3}}$ を全問解答せよ。

$\boxed{\mathrm{B1}}$ 次の $\boxed{}$ を正しくうめよ。解答欄には答えのみを記入せよ。

(1)　$2b^2+b-1$ を因数分解すると $\boxed{(ア)}$ であり, $a^2+3ab+2b^2+b-1$ を因数分解すると $\boxed{(イ)}$ である。

(2)　方程式 $|x-1|=2$ の解は, $x=\boxed{(ウ)}$ である。また, x を実数とするとき, $|x-1|=2$ は $x=3$ であるための $\boxed{(エ)}$。

$\boxed{(エ)}$ に当てはまるものを, 下の①～④のうちから1つ選べ。

①　必要十分条件である　　②　必要条件であるが, 十分条件ではない

③　十分条件であるが, 必要条件ではない　　④　必要条件でも十分条件でもない

(3)　2次関数 $f(x)=(x+a)(x+1)$ があり, $y=f(x)$ のグラフは点 $(2,\ -3)$ を通る。このとき, 定数 a の値は $\boxed{(オ)}$ であり, $f(x)$ の $0 \leqq x \leqq 3$ における最小値は $\boxed{(カ)}$ である。

(4)　先生2人と生徒3人がいる。この5人が円卓に着席する方法は全部で $\boxed{(キ)}$ 通りあり, このうち, 先生2人が隣り合う方法は全部で $\boxed{(ク)}$ 通りある。

(5)　次のデータは, ある月の連続した12日間における各日の最低気温(℃)を並べたものである。

7, 5, 9, 7, 5, 6, 8, 7, 6, 4, 1, 3

このデータの範囲は $\boxed{(ケ)}$ (℃)であり, 四分位範囲は $\boxed{(コ)}$ (℃)である。（配点　20）

$\boxed{\mathrm{B2}}$ 袋の中に赤玉が3個, 白玉が3個, 青玉が3個の合計9個の玉があり, 赤玉と白玉にはそれぞれ1から3までの数字が1つずつ, 青玉には4から6までの数字が1つずつ書かれている。この袋から同時に4個の玉を取り出す。

(1)　赤玉2個と白玉2個を取り出す確率を求めよ。

(2)　取り出した4個の玉の中に, 青玉が3個含まれる確率を求めよ。また, 取り出した4個の玉の中に, 青玉が2個だけ含まれる確率を求めよ。

(3)　取り出した4個の玉に書かれている数字がすべて異なる確率を求めよ。　（配点　20）

B3 $\triangle ABC$において，$AB=5$，$BC=3\sqrt{5}$，$\tan A=-\dfrac{3}{4}$ である。

(1) $\cos A$の値を求めよ。

(2) 辺ACの長さを求めよ。

(3) $\angle BCD=90^\circ$ かつ $CD=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$ である点Dを，直線BCに関して点Aと同じ側にとり，直線ACと直線BDとの交点をEとする。線分DEの長さを求めよ。（配点　20）

【選択問題】　数学B受験者は，次の B4 ～ B8 のうちから２題を選んで解答せよ。

B4 xの3次式 $P(x)=x^3-4x^2+ax+b$ があり，$P(2)=0$ である。ただし，a，bは実数の定数である。

(1) bをaを用いて表せ。

(2) $P(x)$を因数分解せよ。また，方程式 $P(x)=0$ が2つの虚数解をもつようなaの値の範囲を求めよ。

(3) 方程式 $P(x)=0$ が2つの虚数解をもち，この2つの虚数解が方程式 $x^3+px^2+px+21=0$（pは実数の定数）の解であるとき，a，pの値を求めよ。（配点　20）

B5 Oを原点とする座標平面上に，点A$(1,\ 3)$と円K_1：$x^2+y^2+4x+2y=0$ がある。また，円K_1と半径が等しく，点Oを中心とする円をK_2とする。

(1) 円K_2の方程式を求めよ。

(2) 点Aから円K_2に引いた2本の接線と円K_2の接点をそれぞれB，Cとする。接点B，Cの座標を求めよ。ただし，点Bのy座標は点Cのy座標より大きいものとする。

(3) (2)のとき，直線BCの方程式を求めよ。また，円K_1と中心が同じ円で，直線BCから切り取る線分の長さが$2\sqrt{2}$になる円をK_3とする。点Pが円K_3の周上を動くとき，線分APの長さの最大値を求めよ。（配点　20）

B6 関数 $y=a\cos^2\theta+4\sqrt{3}\sin\theta\cos\theta+3$ ……① (a は定数) がある。また，$\theta=\frac{\pi}{6}$ のとき，$y=3$ である。

(1) a の値を求めよ。

(2) ①を $y=A\sin2\theta+B\cos2\theta+C$ (A，B，C は定数) の形に表せ。

(3) $\frac{\pi}{4}\leqq\theta\leqq\frac{3}{4}\pi$ における関数①の最大値と最小値，およびそのときの θ の値をそれぞれ求めよ。

(配点　20)

B7 等差数列 $\{a_n\}$ があり，$a_4=6$，$a_{10}=12$ を満たしている。また，数列 $\{b_n\}$ があり，$b_n=2^{a_n}$ ($n=1$，2，3，……) である。

(1) 数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を求めよ。

(2) $S_n=b_1+b_2+b_3+\cdots\cdots+b_n$ とするとき，S_n を n を用いて表せ。

(3) 自然数 n を 4 で割った余りを c_n とし，$T_n=\sum_{k=1}^{4n}b_kc_k$ ($n=1$，2，3，……) とする。T_1 の値を求めよ。また，T_n を n を用いて表せ。

(配点　20)

B8 $\mathrm{OA}=4$ である $\triangle\mathrm{OAB}$ があり，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ は内積の関係式 $\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot(\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}})=20$ を満たしている。

(1) 内積 $\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ の値を求めよ。

(2) $\overrightarrow{\mathrm{OP}}=k\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ (k は実数) である点 P が $\overrightarrow{\mathrm{OA}}\perp\overrightarrow{\mathrm{BP}}$ を満たすとき，k の値を求めよ。

(3) (2)のとき，辺 AB を 2:1 に内分する点を C，直線 OC と直線 BP の交点を D とする。このとき，$\overrightarrow{\mathrm{OD}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ を用いて表せ。さらに，$|\overrightarrow{\mathrm{OD}}|=2$ のとき，$|\overrightarrow{\mathrm{OB}}|$ を求めよ。

(配点　20)