2013 1月
1-1-2013

数学問題

(100分)

【必答問題】 次の 1, 2, 3 は全問解答せよ。

1 次の $\boxed{}$ を正しくうめよ。ただし，解答欄には答えのみを記入せよ。

(1) $(\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5})(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5})$ を展開し，整理すると $\boxed{(ア)}$ となる。

(2) 不等式 $5(x-2) \leqq 2(x+1)$ の解は $\boxed{(イ)}$ である。

(3) 2次方程式 $2x^2-2x+a+1=0$ (aは定数) が重解をもつとき，$a=\boxed{(ウ)}$ であり，そのときの重解は $x=\boxed{(エ)}$ である。

(4) 次の $\boxed{(オ)}$, $\boxed{(カ)}$ にあてはまるものを，下の⓪～③のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

(i) x, yは実数とする。$x>4$ かつ $y>4$ であることは，$x+y>8$ であるための $\boxed{(オ)}$。

(ii) $\triangle$ABC において，$\angle A<90^\circ$ であることは，$\triangle$ABC が鋭角三角形であるための $\boxed{(カ)}$。

⓪必要十分条件である　①必要条件であるが，十分条件ではない
②十分条件であるが，必要条件ではない　③必要条件でも十分条件でもない

(配点 20)

2 2つの不等式

$$x^2-(a+1)x+a>0 \quad \cdots\cdots ①$$
$$|x-2|<3 \quad \cdots\cdots ②$$

がある。ただし，aは定数とする。

(1) $a=3$ のとき，不等式①を解け。 $x<1, 3<x$

(2) 不等式②を解け。また，$a<1$ のとき，不等式①を解け。

(3) 不等式①，②を同時に満たす整数xがちょうど4個存在するようなaの値の範囲を求めよ。

(配点 20)

(2) $-1<x<5$,　$x<a, 1<x$

(3) $0<a<2$

3 2つの2次関数 $f(x)=2x^2-8x-3$, $g(x)=x^2-2(k+1)x+3k^2-6$ がある。ただし，k は定数とする。

(1) $g(x)$ の最小値を k を用いて表せ。 $2k^2-2k-7$

(2) $k \geqq \frac{1}{2}$ とする。$k \leqq x \leqq 3k$ における $f(x)$ の最大値を k を用いて表せ。

$1<k$ $18k^2-24k-3$

$\frac{1}{2} \leqq k \leqq 1$ $2k^2-8k-3$

(3) $k \geqq \frac{1}{2}$ とする。$k \leqq x \leqq 3k$ における $f(x)$ の最大値を M，$k \leqq x \leqq 3k$ における $g(x)$ の最小値を m とする。$M<m$ を満たす k の値の範囲を求めよ。 (配点 20)

$\frac{2}{3}<k<\frac{11+\sqrt{57}}{16}$

【選択問題】 次の **4**，**5**，**6**，**7** のうちから2題を選んで解答せよ。

4 $AB=4$，$AC=5$，$\cos A=\frac{3}{5}$ の△ABCがある。辺BC（両端を除く）上の点Pから，辺AB，ACに垂線を引き，その交点をそれぞれQ，Rとする。

(1) 辺BCの長さを求めよ。 $BC=\sqrt{17}$

(2) △ABCの面積を求めよ。また，$PQ=2$ のとき，線分PRの長さを求めよ。

(3) $PQ=2$ のとき，線分QRの長さを求めよ。また，線分APの長さを求めよ。

(配点 20)

(2) $\triangle ABC=8$，$PR=\frac{8}{5}$

(3) $QR=\frac{2\sqrt{65}}{5}$，$\frac{\sqrt{65}}{2}$

5 袋の中に赤玉1個，青玉2個，白玉3個の合計6個の玉が入っている。この袋の中から玉を1個取り出し色を確かめてから玉を袋に戻す。この試行を繰り返し，青玉を2回取り出したとき，または白玉を2回取り出したときに試行を終了する。

(1) 2回目の試行で青玉を取り出して，ちょうど2回で試行が終了する確率を求めよ。

(2) 3回目の試行で青玉を取り出して，ちょうど3回で試行が終了する確率を求めよ。また，ちょうど3回で試行が終了する確率を求めよ。

(3) ちょうど4回で試行が終了する確率を求めよ。 (配点 20)

(1) $\frac{1}{9}$，(2) $\frac{4}{27}$，$\frac{43}{108}$，(3) $\frac{173}{432}$

(選択問題は次ページに続く。)

6 2つの自然数x, yがある。x, yの最大公約数をG, 最小公倍数をLで表す。

(1) $x=84$, $y=98$ とする。このとき, Gの値を求めよ。また, Lの値を求めよ。

(2) x, yが, $xy=432$, $L=72$ を満たしている。このとき, Gの値を求めよ。また, x, yの組をすべて求めよ。ただし, $x>y$ とする。

(3) x, yが, $x+y=9G$ を満たしている。このとき, すべてのx, yの組に対して, $\frac{y}{x}$の値を求めよ。ただし, $x>y$ とする。

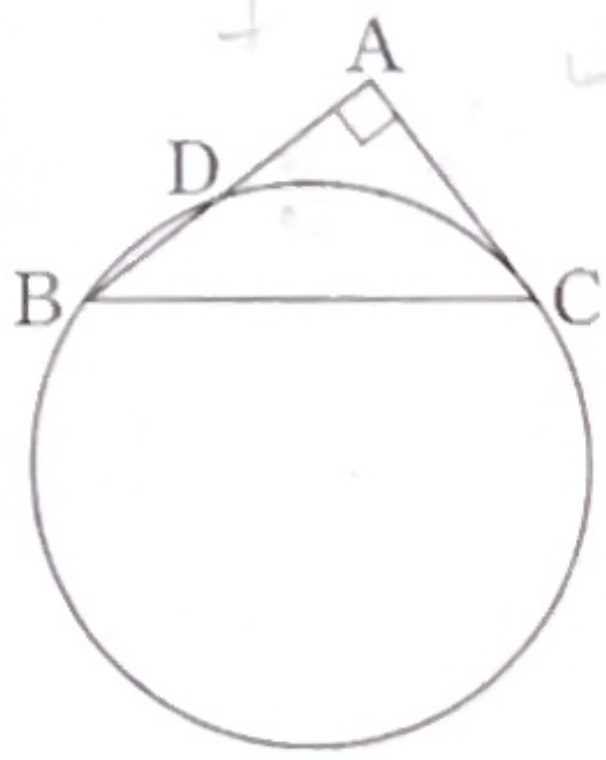
(配点 20)

(1) $G=14$, $L=588$

(2) $(x, y)=(72, 6)$, $(24, 18)$

(3) $\frac{y}{x}=\frac{1}{8}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{4}{5}$

7 図のように AB = 4, BC = 5, ∠BAC = 90° の直角三角形 ABC と, 点 B を通り, 直線 AC と点 C で接する円 O がある。また, 円 O と辺 AB の交点のうち, B でない方の点を D とする。



(1) 辺 AC の長さを求めよ。また, 線分 AD の長さを求めよ。

(2) ∠ABC の二等分線と辺 AC の交点を E とするとき, 線分 BE の長さを求めよ。

(3) (2)のとき, 線分 BE と線分 CD の交点を F とする。このとき, $\frac{BF}{FE}$ の値を求めよ。また, 四角形 ADFE の面積を求めよ。

(配点 20)

(1) $AC=3$, $AD=\frac{9}{4}$

(2) $BE=\frac{4\sqrt{10}}{3}$

(3) $\frac{BF}{FE}=\frac{7}{5}$, $ADFE=\frac{143}{72}$

無断転載・無断使用をお断りいたします。

©Benesse Corporation 2013 Printed in Japan