

2015年 (2B)

数 学 B 問 題

(100 分)

【必答問題】 数学B受験者は **B1**, **B2**, **B3** を全問解答せよ。

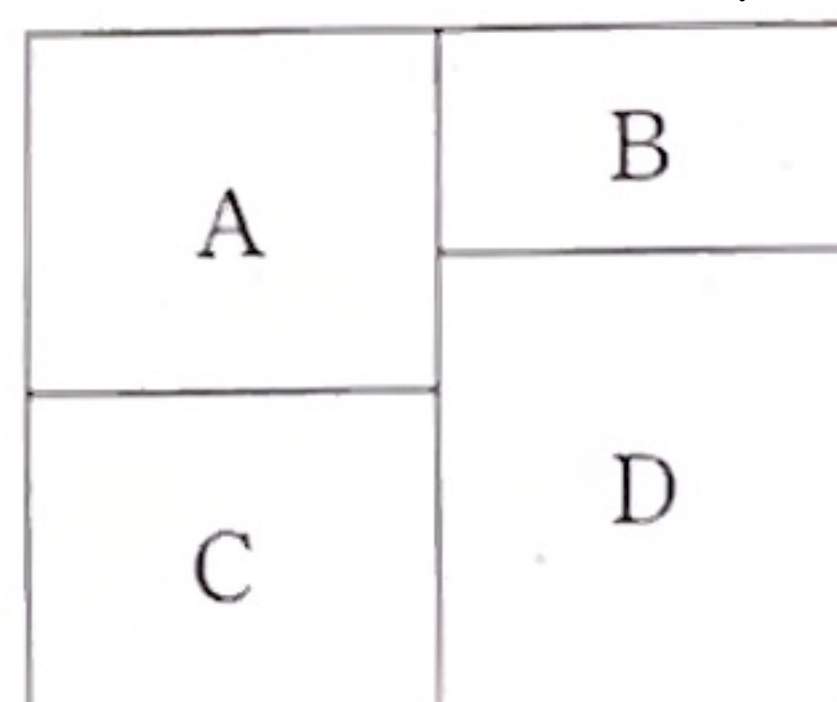
B1 次の を正しくうめよ。解答欄には答えのみを記入せよ。

(1) $2(x+1)(x-1)+3x$ を因数分解すると となる。 $(2x-1)(x-2)$

(2) 2 次関数 $f(x)=2x^2-ax+1$ (a は定数) があり, $f(2)=1$ である。このとき,

$a=$ であり, $0 \leq x \leq 3$ における $f(x)$ の最大値は である。 $1, 4 \quad 0, 7$

(3) 図のような A, B, C, D の 4 つの場所に赤, 青, 黄, 緑の 4 色の絵の具から何色か用いて色を塗る。ただし, 1 つの場所には 1 色の絵の具で塗ることとし, 境界を接している場所には異なる色を塗るものとする。4 色をすべて用いて塗り分ける方法は全部



で 通りある。また, 3 色で塗り分ける方法は全部で 通りある。 $24, 48$

(4) 下の表は 20 人の数学の小テストの得点をまとめた結果である。ただし, 得点はすべて整数の値である。

得点	0	1	2	3	4	5
人数	1	2	3	4	6	4

このとき, データの中央値は 点であり, 第 3 四分位数は 点である。

3.5

4

(配点 20)

B2 袋の中に 1, 2, …, 11 が 1 つずつ書かれたカードが計 11 枚入っている。この袋の中から同時に 2 枚のカードを取り出す。取り出した 2 枚のカードに書かれた数の和について, 偶数となる事象を A , 9 の倍数となる事象を B とする。

(1) 取り出した 2 枚のカードに書かれた数が 1 と 11 である確率を求めよ。 $\frac{1}{55}$

(2) A が起こる確率を求めよ。 $\frac{5}{11}$

(3) B が起こる確率を求めよ。また, A が起こったときの B が起こる条件付き確率を求めよ。 $\frac{6}{55}, \frac{2}{25}$ (配点 20)

B3 $\triangle ABC$ があり, $AC=3$, $\angle ABC=45^\circ$, $\cos \angle BAC=\frac{1}{3}$ である。

- (1) $\sin \angle BAC$ の値を求めよ。また, 辺 BC の長さを求めよ。 $\sin \angle BAC = \frac{2\sqrt{2}}{3}$, $BC=4$
- (2) $\triangle ABC$ の外接円の中心を O とする。 $\triangle OBC$ の面積を求めよ。 $\triangle OBC = \sqrt{2}$
- (3) (2) のとき, $\triangle OBC$ を底面とし, $BP=CP=OP=BC$ である点 P を頂点とする四面体 $POBC$ をつくる。四面体 $POBC$ の体積を求めよ。 $\frac{\sqrt{47}}{6}$ (配点 20)

【選択問題】 数学B受験者は, 次の **B4** ~ **B8** のうちから 2 題を選んで解答せよ。

B4 x の 3 次式 $P(x)=x^3+(p-1)x^2+px-q$ があり, $P(1)=0$ である。ただし, p, q は実数の定数である。

- (1) q を p を用いて表せ。 $q=2p$
- (2) $P(x)$ を因数分解せよ。また, 方程式 $P(x)=0$ が虚数解をもつような p の値の範囲を求めよ。 $P(x)=(x-1)(x^2+px+2p)$ $0 < p < 8$
- (3) (2) のとき, 方程式 $P(x)=0$ の 2 つの虚数解を α, β とする。 $\alpha^2=2\beta$ が成り立つとき, p の値を求めよ。 $p=2$ (配点 20)

B5 座標平面上に, 円 $C: x^2+y^2-2x-4y-5=0$ と直線 $\ell: y=-2x+9$ がある。

- (1) 円 C の中心の座標と半径を求めよ。
- (2) 円 C と直線 ℓ の 2 つの交点 A, B の座標を求めよ。ただし, 点 A の x 座標は点 B の x 座標より小さいものとする。また, 点 D を中心とする円 K は 2 点 A, B を通り, 点 D と直線 ℓ との距離が円 C の半径の 2 倍である。円 K の半径を求めよ。
- (3) (2) のとき, 点 D の座標を求めよ。ただし, 点 D は第 1 象限にあるものとする。

(1) $(1, 2), \sqrt{10}$

(配点 20)

(2) $A(2.5) \quad B(4, 1), 3\sqrt{5}$

(3) $D(3+4\sqrt{2}, 3+2\sqrt{2})$

B6 $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ で定義された関数 $y = \sqrt{3} \tan^2 \theta + a \tan \theta + b$ (a, b は定数) があり, $\theta = 0$

のとき, $y = -\sqrt{3}$, $\theta = \frac{\pi}{4}$ のとき, $y = 2$ である。

(1) a, b の値を求めよ。

$$a = 2, b = -\sqrt{3}$$

(2) $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ のとき, $y = 0$ を満たす θ の値を求めよ。

$$\theta = \frac{\pi}{6}, -\frac{\pi}{3}$$

(3) $-\frac{\pi}{3} \leq \theta \leq \frac{\pi}{3}$ における関数 y の最大値, 最小値とそのときの θ の値をそれぞれ求めよ。

$$\text{Max } 4\sqrt{3} \left(\theta = \frac{\pi}{3} \right) \quad \text{Min } -\frac{4\sqrt{3}}{3} \left(\theta = -\frac{\pi}{6} \right) \quad (\text{配点 } 20)$$

B7 公比が正の等比数列 $\{a_n\}$ が, $a_3 = 4$, $a_5 = 16$ を満たしている。また, 等差数列 $\{b_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とすると, $S_6 = 21$, $S_{12} = 78$ を満たしている。

(1) 数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を n を用いて表せ。また, 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和

T_n を n を用いて表せ。

$$a_n = 2^{n-1}, T_n = 2^n - 1$$

(2) 数列 $\{b_n\}$ の一般項 b_n を n を用いて表せ。

$$b_n = n$$

(3) 数列 $\{c_n\}$ を $c_n = 3^{b_n}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) によって定める。この c_n と(1)の T_n を用いて表された次の和を n を用いて表せ。

$$c_n T_1 + c_{n-1} T_2 + c_{n-2} T_3 + \dots + c_3 T_{n-2} + c_2 T_{n-1} + c_1 T_n$$

$$\frac{3^{n+2}}{2} - 3 \cdot 2^{n+1} + \frac{3}{2}$$

(配点 20)

B8 $\triangle OAB$ があり, 辺 OB を $2:1$ の比に内分する点を C , 線分 AC の中点を D とする。また, $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とする。

(1) \overrightarrow{OC} を \vec{b} を用いて表せ。また, \overrightarrow{OD} を \vec{a}, \vec{b} を用いて表せ。

(2) $\overrightarrow{OE} = k\overrightarrow{OA}$ ($k > 0$) である点を E とする。 \overrightarrow{EC} を k, \vec{a}, \vec{b} を用いて表せ。また, $OA = 2$, 内積 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 6$ のとき, $|\overrightarrow{EC}| = |\overrightarrow{OC}|$ であるような k の値を求めよ。

(3) (2)のとき, 直線 ED と直線 AB の交点を P とする。 \overrightarrow{OP} を \vec{a}, \vec{b} を用いて表せ。

$$(1) \overrightarrow{OC} = \frac{2}{3}\vec{b}, \overrightarrow{OD} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}$$

(配点 20)

$$(2) \overrightarrow{EC} = -k\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b}, k = 2.$$

$$(3) \overrightarrow{OP} = \frac{5}{7}\vec{a} + \frac{2}{7}\vec{b}$$