

B2 $\triangle ABC$ において、 $AB = \sqrt{3}$, $BC = \sqrt{7}$, $CA = 1$ である。

また、辺 BC の中点を M とする。



(1) $\cos B$ の値を求めよ。

$$\cos B = \frac{3\sqrt{2}}{14}$$

(2) $\triangle ABC$ の外接円の半径を求めよ。また、線分 AM の長さを求めよ。

(3) $\triangle ABM$ の外接円の半径を求めよ。また、 $\triangle ABC$ の外接円の中心を O_1 , $\triangle ABM$ の外接円の中心を O_2 とするとき、 $\triangle MO_1O_2$ の面積を求めよ。 (配点 20)

$$(2) \sqrt{7}, AM = \frac{1}{2}$$

$$(3) \frac{\sqrt{7}}{2}, \triangle MO_1O_2 = \frac{7\sqrt{3}}{16}$$

B3 x の 3 次式 $P(x) = x^3 + (b-a)x^2 + (a-ab)x - a^2$ (a, b は 0 でない実数の定数) がある。

(1) $P(x)$ を $x-a$ で割ったときの商を求めよ。

$$x^2 + bx + a$$

(2) $b=1$ とする。3 次方程式 $P(x)=0$ が重解をもつとき、 a の値とこのときの重解を求めよ。

$$a = -2 \text{ で } x = -2, \quad a = \frac{1}{4} \text{ で } x = \frac{1}{4}, -\frac{1}{2}$$

(3) 3 次方程式 $P(x)=0$ の解が $k, 2k$ (k は 0 でない実数) の 2 つだけであるとき、 a, b の値を求めよ。 (配点 20)

$$(a, b) = (4, -4), (2, -3), \left(\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}\right), \left(\frac{1}{4}, -1\right)$$

【選択問題】 数学B受験者は、次のB4～B8のうちから2題を選んで解答せよ。

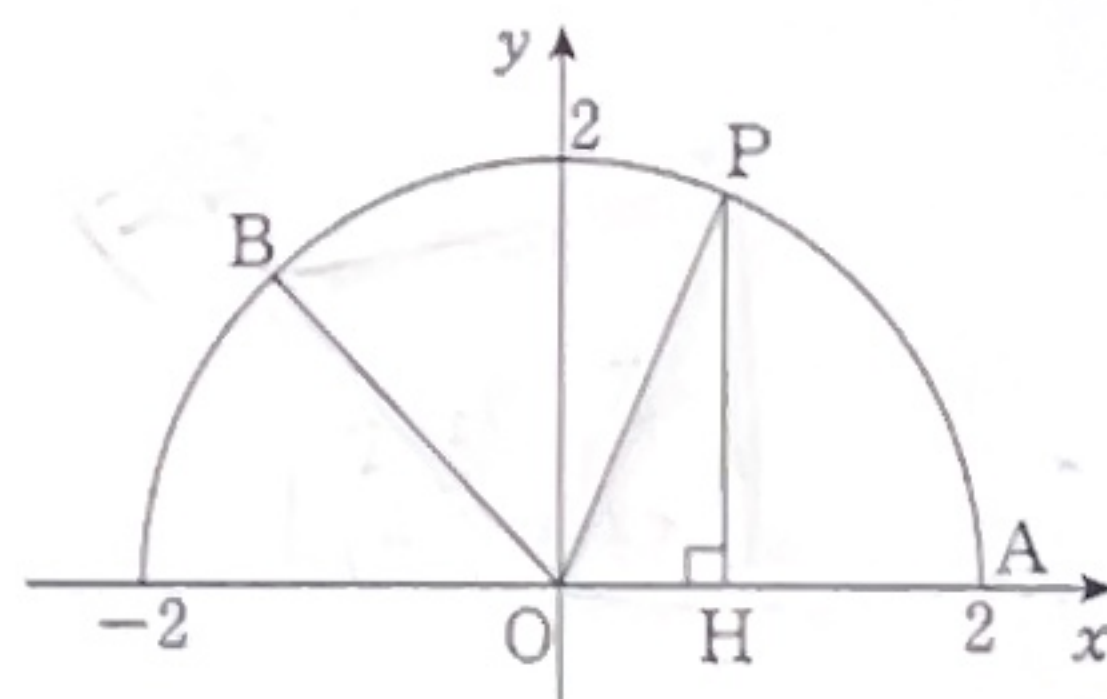
B4 座標平面上に2点 $A(3, 2)$, $B(1, -2)$ を通る円 $K: x^2 + y^2 - 8x + ay + b = 0$ (a, b は定数) がある。

- (1) a, b の値を求めよ。 $a=2, b=7$
- (2) 円 K の中心 C の座標を求めよ。また、点 A における円 K の接線の方程式を求めよ。
- (3) 直線 AB と円 K で囲まれた2つの部分のうち、小さい方を D (境界線を含む) とする。
点 (x, y) が領域 D 内を動くとき、 $x-y$ の最大値、最小値をそれぞれ求めよ。(配点 20)

(2) $C(4, -1), -x + 3y = 3.$

Max 3, Min $5 - 2\sqrt{5}.$

B5 右の図のように、原点 O を中心とする半径2の円の周上に2点 $A(2, 0)$, $B(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$ をとる。弧 AB 上に点 P を $\angle AOP = \alpha$ ($0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$) となるようにとり、点 P から x 軸に垂線 PH を下ろす。また、 $\sin \alpha + \cos \alpha = t$ とする。



- (1) $\sin \alpha \cos \alpha$ を t を用いて表せ。 $\frac{t^2 - 1}{2}$
- (2) $\angle POB$ を α を用いて表せ。また、 $\triangle OBP$ の面積を $\sin \alpha, \cos \alpha$ を用いて表せ。
- (3) 四角形 $OBPH$ の面積 S を t を用いて表せ。また、 $\sin 2\alpha = \frac{4}{5}$ のとき、 S の値を求めよ。

(2) $\angle POB = 135^\circ - \alpha, \triangle OBP = \sqrt{2}(\sqrt{2}\sin \alpha + \cos \alpha)$ (配点 20)

(3) $S = t^2 + \sqrt{2}t - 1 \quad S = \frac{4 + 3\sqrt{10}}{5}$

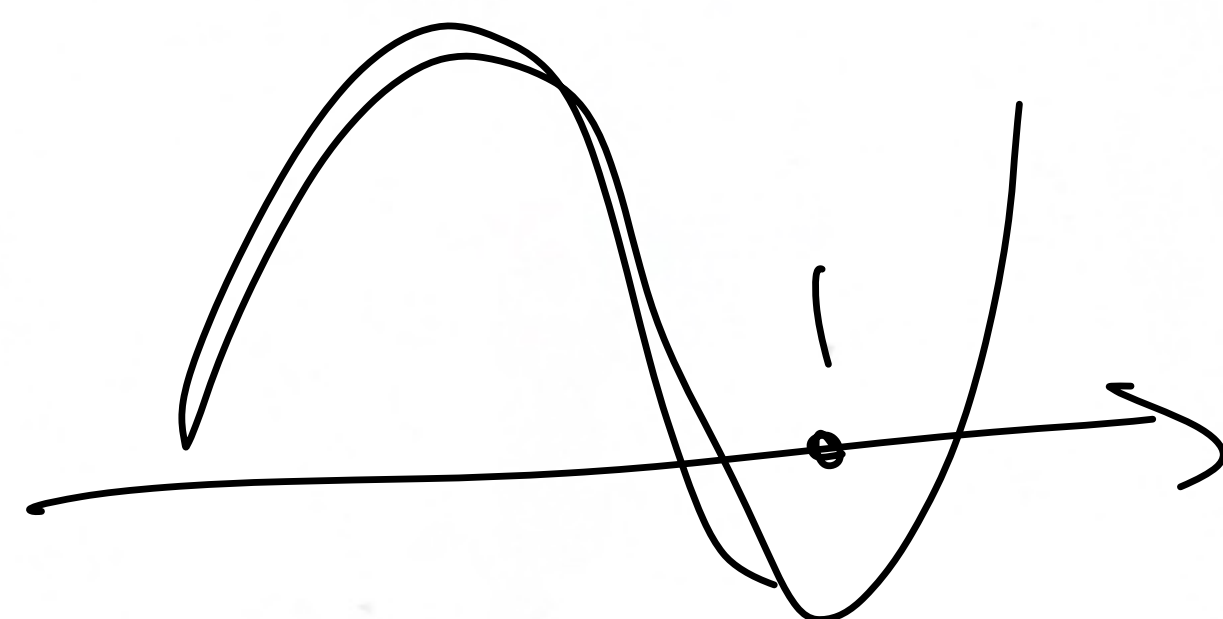
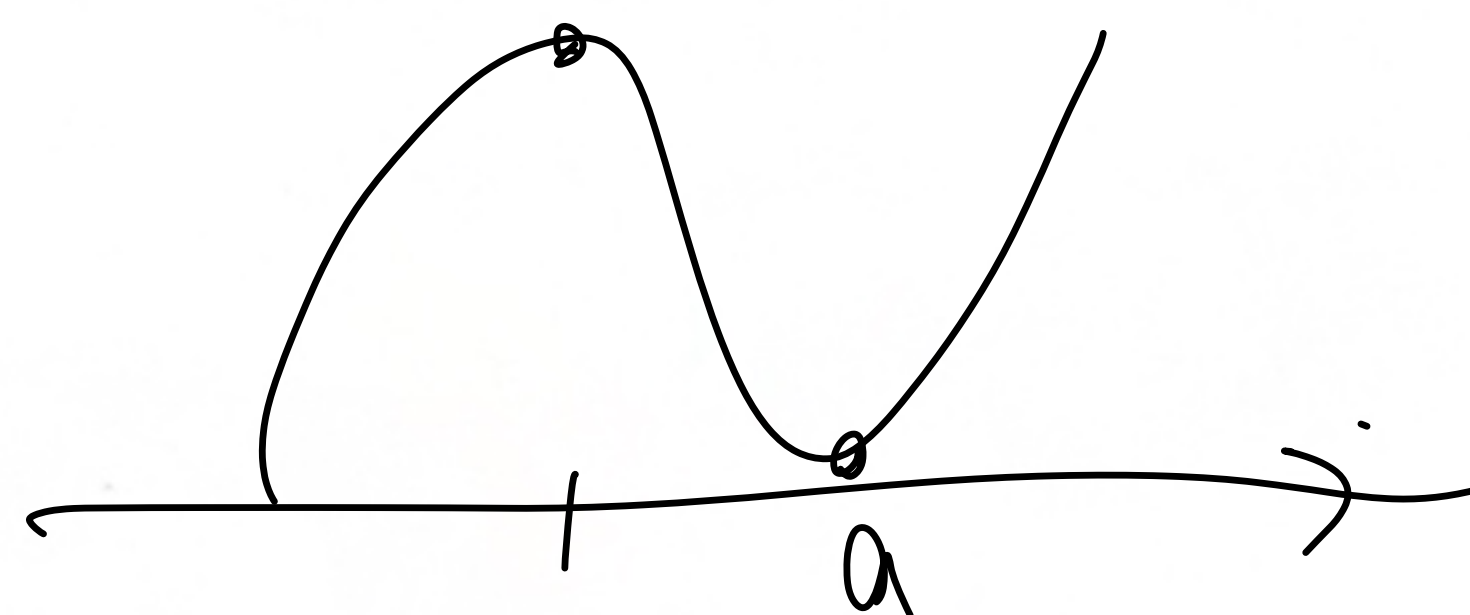
B6 関数 $f(x) = 2x^3 - 3(a+1)x^2 + 6ax + a$ (a は定数) がある。

(1) $f'(x) = 0$ を満たす x の値を求めよ。 $x = a, 1$

(2) $a > 1$ のとき、関数 $f(x)$ の極小値とそのときの x の値を求めよ。 $-a^3 + 3a^2 + a$ ($x = a$)

(3) $x > 1$ において、 $y = f(x)$ のグラフが x 軸とただ 1 つの共有点をもつような a の値の範囲を求めよ。 (配点 20)

$$a < \frac{1}{4}, a = \frac{3 + \sqrt{13}}{2}$$



B7 等差数列 $\{a_n\}$ があり、 $a_2 = -53$, $a_3 - 2a_4 = 41$ を満たしている。また、数列 $\{b_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とするとき、 $S_n = n^2 - 12n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) を満たしている。

(1) 数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を n を用いて表せ。 $a_n = 4n - 61$

(2) 数列 $\{b_n\}$ の一般項 b_n を n を用いて表せ。 $b_n = 2n - 13$

(3) $\sum_{k=1}^{20} |a_k| \leq nb_n$ を満たす最小の自然数 n の値を求めよ。 $n = 20$ (配点 20)

B8 平面上に $\triangle OAB$ があり, $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とする。また, 辺 AB を $1:2$ に内分する点を C , 線分 OC を $3:2$ に内分する点を D とする。

(1) \overrightarrow{OC} , \overrightarrow{OD} を \vec{a} , \vec{b} を用いて表せ。

(2) 線分 BD を $5:3$ に内分する点を E とするとき, \overrightarrow{CE} を \vec{a} , \vec{b} を用いて表せ。また, 辺 OB 上に $\overrightarrow{OF} = t\vec{b}$ ($0 < t < 1$) を満たす点 F をとる。3点 C , E , F が一直線上にあるとき, t の値を求めよ。

(3) $OA = 3$, $OB = 4$ とする。(2)で求めた t の値における点 F に対し, $\angle ODF = 90^\circ$ となるとき, 内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ の値を求めよ。 (配点 20)

$$(1) \quad \overrightarrow{OC} = \frac{2\vec{a} + \vec{b}}{3} \quad \overrightarrow{OD} = \frac{2\vec{a} + \vec{b}}{5}$$

$$(2) \quad \overrightarrow{OE} = \frac{1}{8} (3\vec{b} + 2\vec{a} + \vec{b}) = \frac{\vec{a} + 2\vec{b}}{4}$$

$$\overrightarrow{CE} = \frac{\vec{a} + 2\vec{b}}{4} - \frac{2\vec{a} + \vec{b}}{3} = -\frac{5}{12}\vec{a} + \frac{1}{6}\vec{b}$$

$$\overrightarrow{CF} = t\vec{b} - \frac{2\vec{a} + \vec{b}}{3} = -\frac{2}{3}\vec{a} + \left(t - \frac{1}{3}\right)\vec{b}$$

$$-\frac{5}{12}k = -\frac{2}{3} \quad \frac{1}{6}k = t - \frac{1}{3}$$

$$k = \frac{8}{5}$$

$$\frac{4}{15} = t - \frac{1}{3}$$

$$t = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$$

$$(3) \quad \overrightarrow{OD} \cdot \overrightarrow{OF} = 0$$

$$\frac{2\vec{a} + \vec{b}}{5} \cdot \frac{3}{5}\vec{b} = 0$$

$$2\vec{a} \cdot \vec{b} + |\vec{b}|^2 = 0$$

$$2\vec{a} \cdot \vec{b} = -16$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = -8$$