

2

数と式

二項定理

$(a+b)^n$ を展開したときの項 $a^p b^q (p+q=n)$ の係数

例題

$$1. (3x-2y)^5 [x^2 y^3]$$

$$2. (x^2-3y)^6 [x^8 y^2]$$

$$3. (x+2y-3z)^5$$

$$(a) [x^2 y z^2]$$

$$(b) [xyz^3]$$

恒等式

考え方

例題

$$1. x^2 + ax - 5 = (x-1)(x+b)$$

$$2. x^3 = (x-1)^3 + a(x+1)^2 + bx + c$$

$$3. \frac{a}{x^2-1} = \frac{b}{x+1} - \frac{3}{x-1}$$

不等式の証明

ポイント

例題

$$a \geq 0, b \geq 0 \text{ のとき } 5\sqrt{a} + 3\sqrt{b} \geq \sqrt{25a+9b}$$

相加相乗平均

定義

例題

$$1. a + \frac{4}{a} \geq 4$$

$$2. (a + \frac{1}{b}) + (b + \frac{4}{a}) \geq 9$$

複素数と方程式

基本

- 虚数単位 i
- 純虚数
- 共役な複素数 $(3 + i)$

複素数範囲での解の種類

$ax^2 + bx + c = 0$ の判別式 $D =$

• • •

二次方程式の解と係数の関係

定義 $ax^2 + bx + c = 0$ の解を α, β とする

• •

解の種類

- | | | |
|----------|----------|-----------|
| • 二つの正の解 | • 二つの負の解 | • 正の解と負の解 |
| — | — | — |
| — | — | — |
| — | — | — |

高次方程式

次数の高い方程式の因数分解

- 因数定理で解となる候補を探す。このとき候補は \pm
- 組立除法

例題

$$x^3 - 3x^2 - 8x - 4 = 0$$

三次方程式の解の公式

$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ の解を α, β, γ とする

• • •

図形と方程式

内分と外分

$A(a)$ と $B(b)$ を $m:n$

- 内分
- 外分

重心

$(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$ の重心

対称な点

例題

1. $(2, 3)$ に対して以下と対称な点

(a) $(1, -1)$

(b) $(-2, 1)$

2. 直線 $x - 2y + 7 = 0$ に対して $(1, -1)$ と対称な点

直線

例題

1. $(-2, 1)$ を通る $y = -3x + 9$ に平行な直線
2. $(-2, 1)$ を通る $y = -3x + 9$ に垂直な直線

点と直線の距離

定義 $ax + by + c = 0$ と (p, q) の距離

円

一般式

円と直線の関係

- 異なる 2 点で交わる
- 1 点で接する
- 共有点なし

円の接線の方程式

$x^2 + y^2 = r^2$ の (p, q) における接線

$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ の (p, q) における接線

二つの円の位置関係

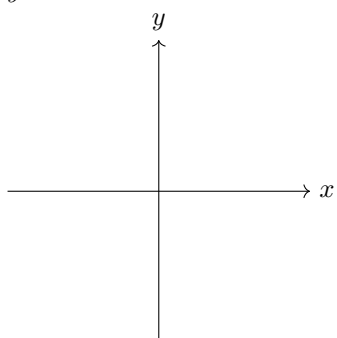
半径 r_1, r_2 の円

- 離れている
- 2 点で交わる
- 一方が他方の内部にある
- 外接する
- 内接する

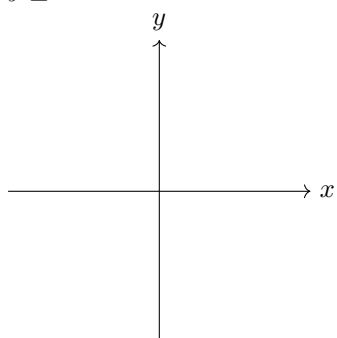
領域

例題

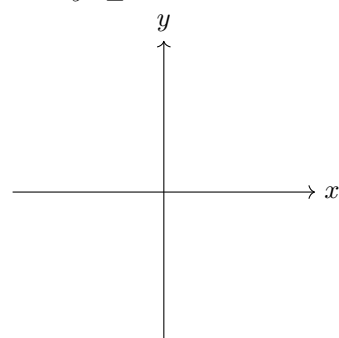
$$y > x^2$$



$$y \leq 3x + 1$$



$$x^2 + y^2 \leq 3$$

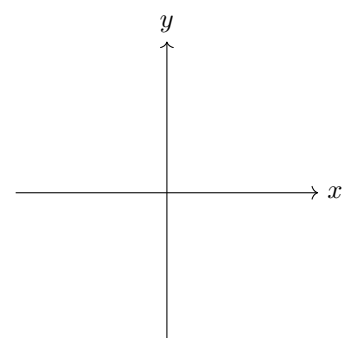


三角関数

弧度法

度数法	0	30	60	90	120	150	180
弧度法							
sin							
cos							
tan							

度数法	210	240	270	300	330
弧度法					
sin					
cos					
tan					



相互関係の公式

●

●

●

三角関数の性質

● $-\theta$

- $\sin(-\theta)$
- $\cos(-\theta)$
- $\tan(-\theta)$

● $\pi - \theta$

- $\sin(\pi - \theta)$
- $\cos(\pi - \theta)$
- $\tan(\pi - \theta)$

● $\pi + \theta$

- $\sin(\pi + \theta)$
- $\cos(\pi + \theta)$
- $\tan(\pi + \theta)$

● $\frac{\pi}{2} - \theta$

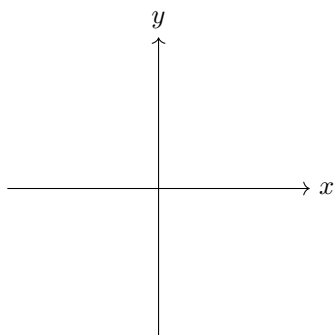
- $\sin(\frac{\pi}{2} - \theta)$
- $\cos(\frac{\pi}{2} - \theta)$
- $\tan(\frac{\pi}{2} - \theta)$

● $\frac{\pi}{2} + \theta$

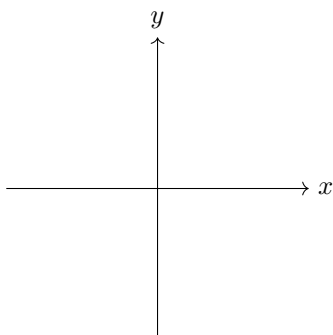
- $\sin(\frac{\pi}{2} + \theta)$
- $\cos(\frac{\pi}{2} + \theta)$
- $\tan(\frac{\pi}{2} + \theta)$

グラフ

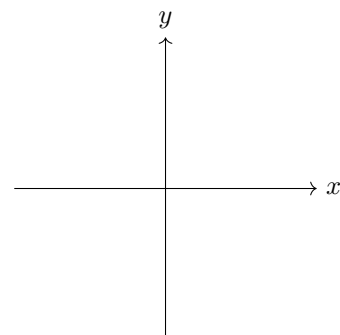
$y = \sin \theta$



$y = \cos \theta$



$y = \tan \theta$



縦幅の変化と周期の変化

加法定理

- $\sin(\alpha + \beta) =$
- $\sin(\alpha - \beta) =$
- $\cos(\alpha + \beta) =$

- $\cos(\alpha - \beta) =$
- $\tan(\alpha + \beta) =$
- $\tan(\alpha - \beta) =$

2 倍角の公式

- $\sin 2\alpha =$
- $\cos 2\alpha =$
- $\tan 2\alpha =$

半角の公式

- $\sin \frac{\alpha}{2} =$
- $\cos \frac{\alpha}{2} =$
- $\tan \frac{\alpha}{2} =$

3 倍角の公式

- $\sin 3\alpha =$
- $\cos 3\alpha =$

積和の公式

- $\sin \alpha \sin \beta =$
- $\cos \alpha \cos \beta =$
- $\sin \alpha \cos \beta =$
- $\cos \alpha \sin \beta =$

三角関数の合成

$a \sin x + b \cos x$

例題

1. $\sin x + \sqrt{3} \cos x$
2. $\sqrt{3} \sin x + \cos x$

指数関数

指数法則

- a^0

- $a^{-3}a^5$

- $(a^{-3})^5$

累乗根

- $\sqrt[5]{32}$

- $\sqrt[3]{-27}$

- $\sqrt[4]{243} \div \sqrt[4]{3}$

- $\sqrt[3]{0.001}$

- $\sqrt[3]{4} \times \sqrt[3]{2}$

- $\sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{54}$

指数法則

- $(\sqrt[3]{t})^{-4}$

- $8^{\frac{2}{3}}$

- $(\sqrt[6]{49})^3$

- $\sqrt{\sqrt[3]{t^{-4}}}$

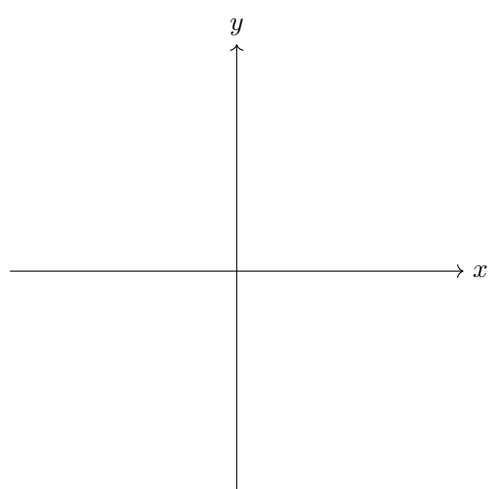
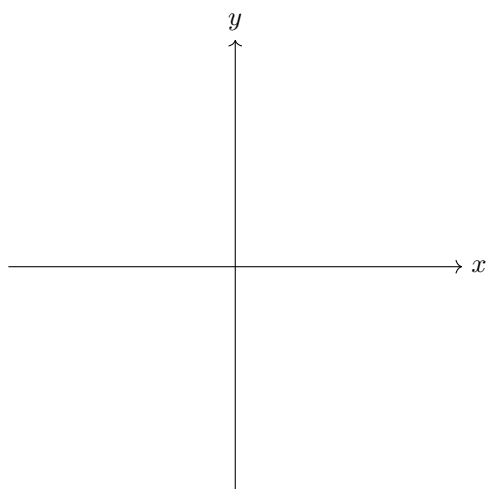
- $9^{-\frac{1}{2}}$

- $\sqrt[5]{\sqrt{1024}}$

グラフ

$$y = 3^x$$

$$y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$$



対数関数

定義

- $\log_{10} 100$

- $\log_6 6$

- $\log_2 \sqrt{32}$

- $\log_7 1$

- $\log_3 \frac{1}{9}$

計算

- $\log_4 8 + \log_4 2$

- $\log_2 24 - \frac{1}{2} \log_2 9$

- $\log_2 27 - \log_2 9 + \log_2 \sqrt{3}$

底変換

定義 $\log_a b$

例題

1. $\log_9 27$

2. $\log_{\frac{1}{2}} 32$

3. $\log_8 2$

4. $2\log_3 6 - \log_9 16$

5. $\log_8 3 \cdot \log_9 25 \cdot \log_5 4$

6. $(\log_2 3)^2$

対数関数の式の値

$a = \log_{10} 2, b = \log_{10} 3$

1. $\log_{10} 24$

2. $\log_{10} 5$

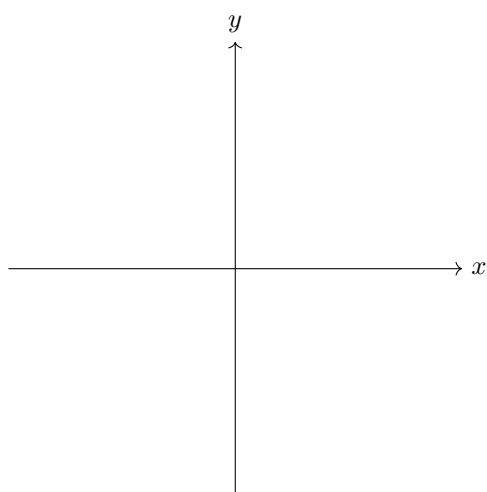
3. $\log_2 3$

例題

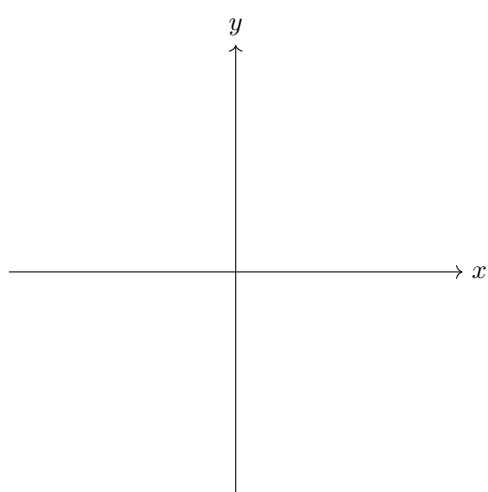
1. $8^{\log_2 5}$

グラフ

$y = \log_2 x$



$y = \log_{\frac{1}{2}} x$



常用対数

例題

$\log_{10} 2 = 0.3010, \log_{10} 3 = 0.4771$

1. 2^{50} は何桁か

2. 0.3^{50} は小数第何位で初めて0でないか

微分

極限值

例題

1. $\lim_{x \rightarrow 2}(2x - 1)$

2. $\lim_{x \rightarrow -1}(3x^2 + 5x)$

微分の定義

定義 $f(x)$ の $x = a$ における微分係数

例題

 $f(x) = 2x^2 - 3$ の $x = 2$ における微分係数

導関数

定義 $f(x)$

定義に従って導関数を求めよ

1. $f(x) = 3x + 1$

2. $f(x) = 2x^2$

微分せよ

1. $y = x^3 - 2x^2 + 5x - 5$

2. $y = (3x - 1)^2$

微分係数とは何を表すか

接線

例題

1. $y = x^3 - 2x^2 + 5x + 1$ 上の点 $(2, 11)$ における接線

2. $y = x^2 - 2x + 3$ の接線で点 $(-1, -3)$ を通る接線

3. $y = -x^2 + 4x + 3$ の傾きが 6 の接線

3 次関数のグラフ

微分と増減表、概形

例題

増減表とグラフの概形を書け

1. $y = x^3 - 6x^2 + 9x$

2. $y = -x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 6x - 2$

3. $y = -2x^3 + 6x^2 - 6x + 1$

4. $y = x^3 + 5x$

4 次関数のグラフ

例題

増減表とグラフの概形を書け

1. $y = x^4 - 4x^3 + 4x^2$

2. $y = -x^4 + 4x^3 - 5$

積分

積分とは

不定積分

定義 $\int x^n dx$

例題

1. $\int (3x^2 + 7x - 3) dx$
2. $\int (3x - 2)^2 dx$

定積分

性質

- $\int_a^a f(x) dx$
- $-\int_a^b f(x) dx$
- $\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$
- 偶関数
- 奇関数

例題

1. $\int_{-2}^1 (x^2 + 5x - 1) dx$
2. $\int_{-1}^2 (x - 2)^2 dx$
3. $\int_{-1}^1 x^2 dx - \int_2^1 x^2 dx$

面積

例題

次の曲線と x 軸で囲まれた面積

1. $y = x^2 + x + 2$
2. $y = x^2 - 2x$

例題

次の関数で囲まれた面積

1. $y = x^2 + x - 5, y = 2x + 1$
2. $y = x^2 + 4x - 5, y = -x^2 - 2x + 3$

二次関数と直線などの面積

$\int_{\alpha}^{\beta} (x - \alpha)(x - \beta) dx$