

B2 $\triangle ABC$ において、 $AB=7$, $AC=4$, $\sin A = \frac{2\sqrt{6}}{7}$ である。ただし、 $0^\circ < \angle A < 90^\circ$

である。

(1) $\triangle ABC$ の面積を求めよ。 $4\sqrt{6}$

(2) 辺 BC の長さを求めよ。また、辺 AB , AC 上にそれぞれ点 P , Q をとり、 $AP=x$, $AQ=y$ とする。 $\triangle APQ$ の周の長さが四角形 $PBCQ$ の周の長さと等しいとき、 y を x を用いて表せ。 $BC=5$, $y=8-x$

(3) (2) のとき、さらに $\triangle APQ$ の面積が四角形 $PBCQ$ の面積と等しいとする。このとき、 x , y の値と線分 PQ の長さを求めよ。 (配点 20)

$$x = 4 + \sqrt{2}, y = 4 - \sqrt{2}, PQ = 4$$

B3 x の整式 $P(x) = x^3 - 3x^2 - k(k-4)x - k^2$ がある。ただし、 k は実数の定数である。

(1) $P(x)$ を因数分解せよ。 $(x-k) \{ x^2 + (k+3)x + k \}$

(2) 方程式 $P(x)=0$ が異なる 3 個の正の解をもつとき、 k のとり得る値の範囲を求めよ。

(3) (2) における 3 個の正の解を α, β, γ ($\alpha < \beta < \gamma$) とする。 k が変化するとき、

$-\alpha + \beta - \gamma + \frac{4}{\alpha\gamma + 1}$ の最小値とそのときの k の値を求めよ。

(配点 20)

$$(2) 0 < k < 1$$

$$(3) \text{Min } 4\sqrt{2} - 5 \quad (k = \sqrt{2} - 1)$$

【選択問題】 数学B受験者は、次の **B4** ~ **B8** のうちから2題を選んで解答せよ。

B4 座標平面上に円 $C: x^2 + y^2 = 1$ と直線 $\ell: y = -2x + 2$ がある。また、連立不等式

$$x^2 + y^2 \leq 1, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0$$

の表す領域を D とする。

- (1) 円 C と直線 ℓ の共有点の x 座標を求めよ。 $\left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right), (1, 0)$
- (2) 領域 D と直線 $m: y = -2x + k$ (k は定数) が共有点をもつような k の値の範囲を求めよ。
- (3) (2) の直線 m の領域 D に含まれる線分を L とする。 $k = 2$ のとき、 L の長さを求めよ。

また、 L の長さが1であるとき、 k の値を求めよ。

(配点 20)

$$(2) \quad 0 \leq k \leq \sqrt{5}$$

$$(3) \quad L = \frac{2\sqrt{5}}{5}, \quad k = \frac{4\sqrt{5}}{5}, \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

B5 θ の方程式 $2\sin^2\theta + \sqrt{3}\sin 2\theta - \sqrt{3}\sin\theta - \cos\theta + k = 0$ (k は定数) ……① があり、

$\theta = \pi$ を解の1つにもっている。また、 $t = \sqrt{3}\sin\theta + \cos\theta$ とおく。

- (1) k の値を求めよ。 $k = -1$
- (2) t を $r\sin(\theta + \alpha)$ ($r > 0, 0 \leq \alpha < 2\pi$) の形で表せ。また、方程式①を t を用いて表せ。
- (3) $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ のとき、方程式①を解け。また、 p を正の実数とし、 $0 \leq \theta \leq p$ において、方

程式①が異なる3個の実数解をもつとき、 p のとり得る値の範囲を求めよ。 (配点 20)

$$(2) \quad t = 2\sin\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) \quad t^2 - t - 2 = 0$$

$$(3) \quad \theta = \frac{\pi}{3}, \quad \frac{5}{3}\pi \leq p < \frac{7}{3}\pi$$

B6 関数 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 10x - 3$ がある。 $y = f(x)$ のグラフを C とし、点 $A(1, f(1))$ における C の接線を ℓ とする。

- (1) $f'(1)$ の値を求めよ。また、接線 ℓ の方程式を求めよ。 $f'(1) = 1, y = x + 1$
- (2) 曲線 C 上の点 P における接線を m とする。点 P が曲線 C 上を動くとき、 m の傾きの最小値とそのときの点 P の座標を求めよ。 $\min -2, P(2, 1)$
- (3) 曲線 C と接線 ℓ の共有点のうち、 A でない方を B とする。また、曲線 C 上を点 A から点 B まで動く点 $Q(t, f(t))$ をとり、点 Q を通り x 軸に垂直な直線と ℓ との交点を R とする。線分 QR の長さが最大になるとき、 t の値を求めよ。また、このとき(2)で求めた点 P に対し、 $\triangle PQR$ の面積を求めよ。 $t = 3, \triangle PQR = 2$ (配点 20)

B7 等差数列 $\{a_n\}$ があり、 $a_1 + a_4 = 6$, $a_2 + a_6 = 9$ を満たしている。また、数列 $\{b_n\}$

$-1, 0, 3, 8, 15, \dots$

があり、その階差数列は等差数列である。

- (1) 数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を n を用いて表せ。 $a_n = n + \frac{1}{2}$
- (2) 数列 $\{b_n\}$ の一般項 b_n を n を用いて表せ。 $b_n = n^2 - 2n$
- (3) $a_n + \frac{1}{2}b_n$ の整数部分を c_n とするとき、 c_{2k} ($k = 1, 2, 3, \dots$) を k を用いて表せ。

また、 $\sum_{k=1}^{2n} c_k$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) を n を用いて表せ。 (配点 20)

$$c_{2k} = 2k^2, \quad \frac{1}{3}n(4n^2 + 3n + 2)$$