1-11-2014

6 $\boxed{1}$, $\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$の合計6枚のカードがある。

(1) 6枚のカードのうち，$\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$のカードを1枚ずつ選んで並べて4桁の整数をつくるとき，全部で何個の整数をつくることができるか。 24通り

(2) 6枚のカードすべてを並べて6桁の整数をつくるとき，全部で何個の整数をつくることができるか。また，このうち偶数は全部で何個あるか。 180通り，60通り

(3) 6枚のカードから何枚かのカードを選んで並べて，4桁または5桁の整数をつくる。このとき，各位の数の和が3の倍数である整数で，2017より大きい整数は全部で何個つくることができるか。 (配点 20)

57こ

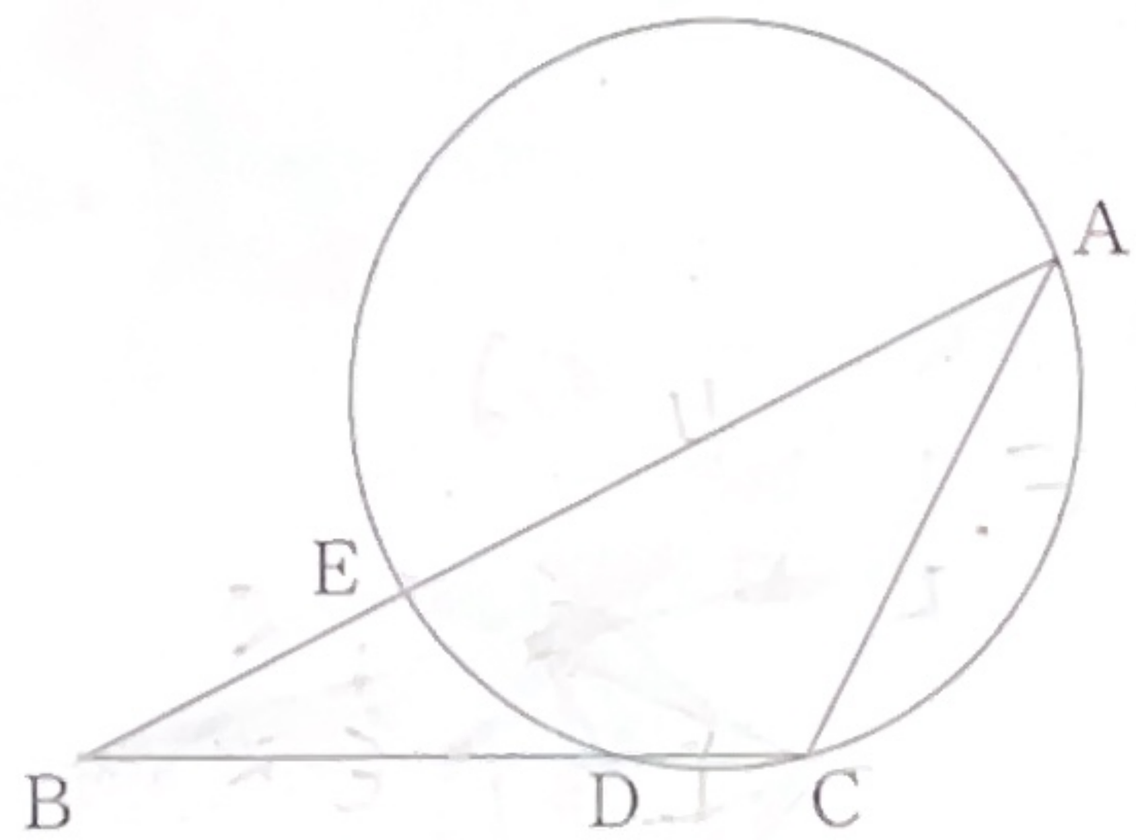
7 l, m, nを自然数とする。

(1) 128の正の約数の個数を求めよ。 8こ

(2) $2^l \cdot 3^m$の正の約数の個数が12個であるとき，l, mの組をすべて求めよ。 $(l, m) = (1,5), (5,1), (2,3), (3,2)$

(3) $A = 2^l \cdot 3^m \cdot 5^n$, $B = 2^l \cdot 3^m \cdot 7^n$がある。$A$, Bともに正の約数の個数が12個である。A, Bのうち100以上の数をすべて求めよ。 $(A, B) = (150, 294)$ (配点 20)

8 右の図のように，AB = 6, BC = 4, CA = 3 の△ABCがある。また，辺BC上に BD = 3 となる点Dをとり，3点A, C, Dを通る円と辺ABの交点のうちAでないものをEとする。



(1) 線分BEの長さを求めよ。 BE = 2

(2) ∠Bの二等分線と辺ACの交点をFとするとき，線分CFの長さを求めよ。さらに，線分BF, CEの交点をGとするとき，$\frac{BG}{GF}$の値を求めよ。 $CF = \frac{6}{5}$, $\frac{BG}{GF} = \frac{5}{4}$

(3) (2)のとき，直線AGと辺BCの交点をHとする。線分BHの長さを求めよ。また，△ABCの面積をSとするとき，△DGHの面積をSを用いて表せ。 (配点 20)

$BH = \frac{12}{7}$, $\triangle DGH = \frac{1}{14}S$