2

数と式

二項定理

$(a+b)^n$ を展開したときの項 $a^p b^q (p+q=n)$ の係数

例題

1. $(3x-2y)^5[x^2y^3]$
2. $(x^2-3y)^6[x^8y^2]$
3. $(x+2y-3z)^5$
   (a) $[x^2yz^2]$
   (b) $[xyz^3]$

恒等式

考え方

例題

1. $x^2+ax-5=(x-1)(x+b)$
2. $x^3=(x-1)^3+a(x+1)^2+bx+c$
3. $\frac{a}{x^2-1}=\frac{b}{x+1}-\frac{3}{x-1}$

不等式の証明

ポイント

例題

$a \geqq 0, b \geqq 0$ のとき $5\sqrt{a}+3\sqrt{b} \geqq \sqrt{25a+9b}$

相加相乗平均

定義

例題

1. $a+\frac{4}{a} \geqq 4$
2. $(a+\frac{1}{b})+(b+\frac{4}{a}) \geqq 9$

複素数と方程式

基本

- 虚数単位 i
- 純虚数
- 共役な複素数 $(3+i)$

複素数範囲での解の種類

$ax^2+bx+c=0$ の判別式 $D=$

-
-
-

二次方程式の解と係数の関係

定義 $ax^2+bx+c=0$ の解を α, β とする

-
-

解の種類

- 二つの正の解
  -
  -
  -
- 二つの負の解
  -
  -
  -
- 正の解と負の解
  -
  -

高次方程式

次数の高い方程式の因数分解

- 因数定理で解となる候補を探す。このとき候補は $\pm$――――――――
- 組立除法

例題

$x^3-3x^2-8x-4=0$

図形と方程式

内分と外分

A(a) と B(b) を $m : n$

- 内分
- 外分

重心

$(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$ の重心

対称な点

例題

1. (2,3) に対して以下と対称な点

   (a) $(1, -1)$

   (b) $(-2, 1)$

2. 直線 $x - 2y + 7 = 0$ に対して (1,-1) と対称な点

直線

例題

1. $(-2, 1)$ を通る $y = -3x + 9$ に平行な直線
2. $(-2, 1)$ を通る $y = -3x + 9$ に垂直な直線

点と直線の距離

定義 $ax + by + c = 0$ と (p, q) の距離

円

一般式

領域

例題

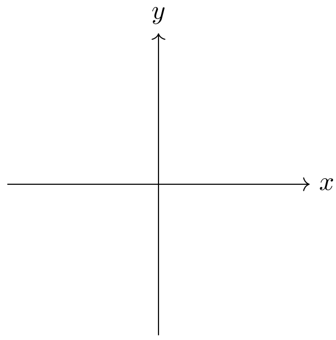
1. $y > x^2$
2. $y \leqq 3x + 1$

三角関数

弧度法

度数法	0	30	60	90	120	150	180
弧度法							
sin							
cos							
tan							

度数法	210	240	270	300	330
弧度法					
sin					
cos					
tan					



相互関係の公式

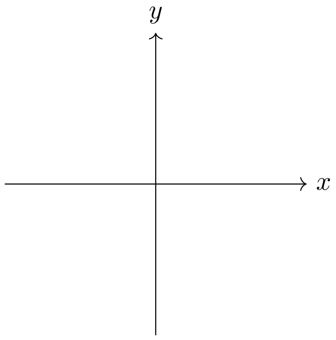
● ● ●

三角関数の性質

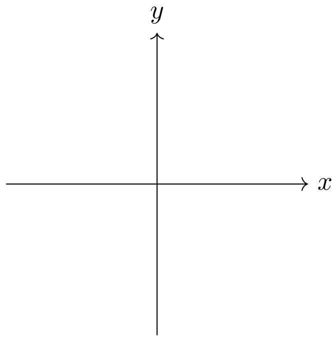
- $-\theta$
  - $\sin(-\theta)$
  - $\cos(-\theta)$
  - $\tan(-\theta)$
- $\pi-\theta$
  - $\sin(\pi-\theta)$
  - $\cos(\pi-\theta)$
  - $\tan(\pi-\theta)$
- $\pi+\theta$
  - $\sin(\pi+\theta)$
  - $\cos(\pi+\theta)$
  - $\tan(\pi+\theta)$
- $\frac{\pi}{2}-\theta$
  - $\sin(\frac{\pi}{2}-\theta)$
  - $\cos(\frac{\pi}{2}-\theta)$
  - $\tan(\frac{\pi}{2}-\theta)$
- $\frac{\pi}{2}+\theta$
  - $\sin(\frac{\pi}{2}+\theta)$
  - $\cos(\frac{\pi}{2}+\theta)$
  - $\tan(\frac{\pi}{2}+\theta)$

グラフ

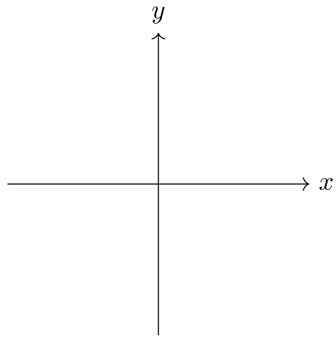
$y=\sin\theta$



$y=\cos\theta$



$y=\tan\theta$



縦幅の変化と周期の変化

加法定理

- $\sin(\alpha+\beta)=$
- $\sin(\alpha-\beta)=$
- $\cos(\alpha+\beta)=$
- $\cos(\alpha-\beta)=$
- $\tan(\alpha+\beta)=$
- $\tan(\alpha-\beta)=$

2 倍角の公式

- $\sin 2\alpha=$
- $\cos 2\alpha=$
- $\tan 2\alpha=$

半角の公式

- $\sin\frac{\alpha}{2}=$
- $\cos\frac{\alpha}{2}=$
- $\tan\frac{\alpha}{2}=$

三角関数の合成

$a\sin x+b\cos x$

例題

1. $\sin+\sqrt{3}\cos x$
2. $\sqrt{3}\sin+\cos x$

指数関数

基本の計算

- a^0
- $a^{-3}a^5$
- $(a^{-3})^5$

累乗根

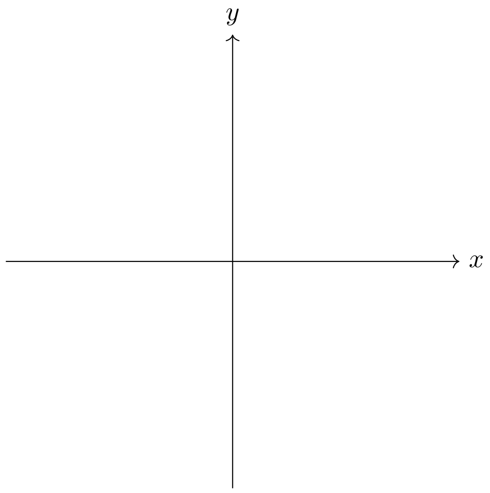
- $\sqrt[5]{32}$
- $\sqrt[3]{-27}$
- $\sqrt[4]{243} \div \sqrt[4]{3}$
- $\sqrt[3]{0.001}$
- $\sqrt[3]{4} \times \sqrt[3]{2}$
- $\sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{54}$

指数法則

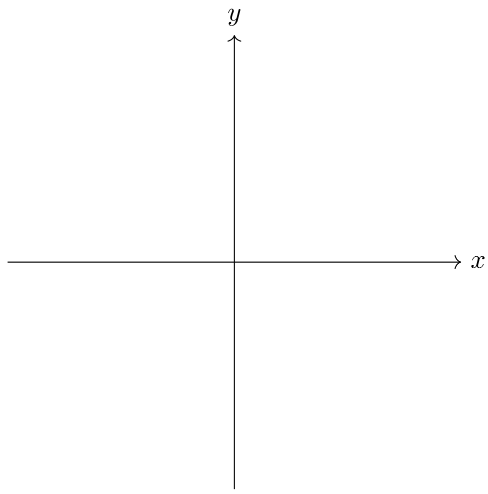
- $(\sqrt[3]{t})^{-4}$
- $8^{\frac{2}{3}}$
- $(\sqrt[6]{49})^3$
- $\sqrt{\sqrt[3]{t^{-4}}}$
- $9^{-\frac{1}{2}}$
- $\sqrt[5]{\sqrt{1024}}$

グラフ

$y = 3^x$



$y = (\frac{1}{3})^x$



対数関数

定義

- $\log_{10} 100$
- $\log_6 6$
- $\log_2 \sqrt{32}$
- $\log_7 1$
- $\log_3 \frac{1}{9}$

計算

- $\log_4 8 + \log_4 2$
- $\log_2 24 - \frac{1}{2}\log_2 9$
- $2\log_2 27 - \log_2 9 \log_2 \sqrt{3}$

底変換

定義 $\log_a b$

例題

1. $\log_9 27$
2. $\log_{\frac{1}{2}} 32$
3. $\log_8 2$
4. $2\log_3 6 - \log_9 16$
5. $\log_8 3 \cdot \log_9 25 \cdot \log_5 4$

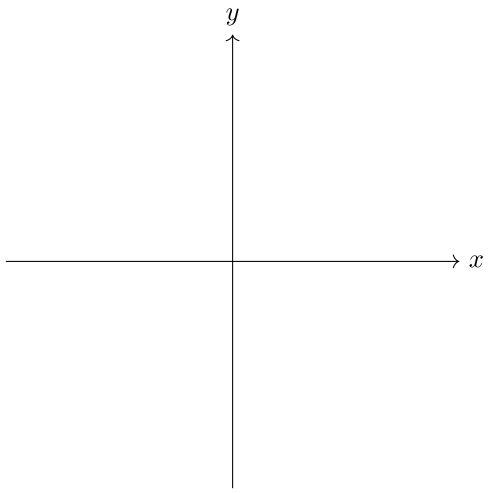
対数関数の式の値

$a = \log_{10} 2, b = \log_{10} 3$

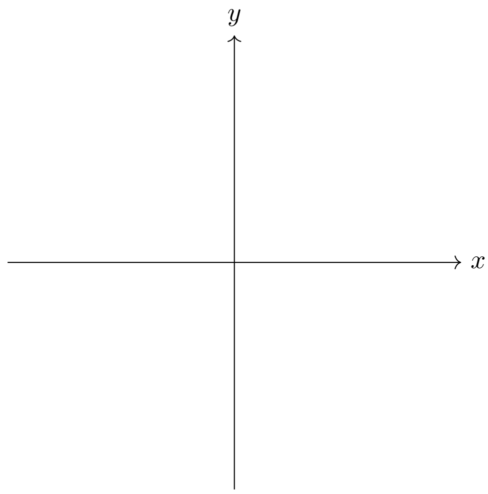
1. $\log_{10} 24$
2. $\log_{10} 5$
3. $\log_2 3$

グラフ

$y = \log_2 x$



$y = \log_{\frac{1}{2}} x$



常用対数

例題

$\log_{10} 2 = 0.3010, \log_{10} 3 = 0.4771$

1. 2^{50}は何桁か
2. 0.3^{50}は小数第何位で初めて 0 でないか

微分

極限値

例題

1. $\lim_{x \to 2}(2x-1)$
2. $\lim_{x \to -1}(3x^2+5x)$

微分の定義

定義 $f(x)$ の $x=a$ における微分係数

例題

$f(x)=2x^2-3$ の $x=2$ における微分係数

導関数

定義 $f(x)$

定義に従って導関数を求めよ

1. $f(x)=3x+1$
2. $f(x)=2x^2$

微分せよ

1. $y=x^3-2x^2+5x-5$
2. $y=(3x-1)^2$

微分係数とは何を表すか

接線

例題

1. $y=x^3-2x^2+5x+1$ 上の点 $(2,11)$ における接線
2. $y=x^2-2x+3$ の接線で点 $(-1,-3)$ を通る接線
3. $y=-x^2+4x+3$ の傾きが 6 の接線

3 次関数のグラフ

微分と増減表、概形

例題

増減表とグラフの概形を書け

1. $y = x^3 - 6x^2 + 9x$

2. $y = -x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 6x - 2$

3. $y = -2x^3 + 6x^2 - 6x + 1$

4. $y = x^3 + 5x$

4 次関数のグラフ

例題

増減表とグラフの概形を書け

1. $y = x^4 - 4x^3 + 4x^2$

2. $y = -x^4 + 4x^3 - 5$

積分

積分とは

不定積分

定義 $\int x^n dx$

例題

1. $\int (3x^2 + 7x - 3)dx$
2. $\int (3x - 2)^2 dx$

定積分

性質

- $\int_a^a f(x)dx$
- $-\int_a^b f(x)dx$
- $\int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$

例題

1. $\int_{-2}^{1} (x^2 + 5x - 1)dx$
2. $\int_{-1}^{2} (x - 2)^2 dx$
3. $\int_{-1}^{1} x^2 dx - \int_{2}^{1} x^2 dx$

面積

例題

次の曲線と x 軸で囲まれた面積

1. $y = x^2 + x + 2$
2. $y = x^2 - 2x$

例題

次の関数で囲まれた面積

1. $y = x^2 + x - 5, y = 2x + 1$
2. $y = x^2 + 4x - 5, y = -x^2 - 2x + 3$