2018

2-4-2018

B2 袋の中に9個の玉①②③④⑤⑥⑦⑧⑨が入っている。また，右のように9つの枠の中に1から9の番号が1つずつ書かれたボードがある。袋から無作為に玉を1個取り出して，書かれた番号を確認し，ボードに書かれた同じ番号に○印をつける。この操作を繰り返し，○印が縦，横，ななめのいずれかに3つ並んだ時点で操作を「終了」する。ただし，各操作において取り出した玉は袋に戻さない。

1	2	3
4	5	6
7	8	9

(1) 1回目に①，2回目に④，3回目に⑦を取り出して「終了」する確率を求めよ。

(2) 3回の操作で①，④，⑦を取り出して「終了」する確率を求めよ。また，3回の操作で3回目に②を取り出して「終了」する確率を求めよ。

(3) 3回の操作で3回目に⑤を取り出して「終了」する確率を求めよ。また，このとき，1回目に①を取り出していた条件付き確率を求めよ。 （配点 20）

(1) $\frac{1}{504}$, (2) $\frac{1}{42}$, $\frac{1}{126}$, (3) $\frac{1}{63}$, $\frac{1}{8}$

B3 $\cos\angle ABC=\frac{5}{6}$，$AB=8$ である $\triangle ABC$ があり，その外接円の半径は $\frac{15\sqrt{11}}{11}$ である。ただし，$BC>AB$ とする。

(1) 辺 AC の長さを求めよ。 $AC=5$

(2) 辺 BC の長さを求めよ。 $BC=9$

(3) 辺 BC 上に $BD=3$ となるような点 D をとる。さらに，点 E を直線 BC に対して点 A と反対側に $BE:CE=2:1$，$DE=6$ となるようにとる。このとき，線分 CE の長さと $\cos\angle BDE$ の値をそれぞれ求めよ。 $CE=3\sqrt{2}$, $\cos\angle BDE=-\frac{3}{4}$ （配点 20）

【選択問題】 数学B受験者は，次の **B4** ～ **B8** のうちから2題を選んで解答せよ。

B4 整式 $P(x)=x^3+2(a+1)x^2+3ax-2a$ がある。ただし，a は実数の定数とする。

(1) $P(-2)$ の値を求めよ。 $P(-2)=0$

(2) $P(x)$ を因数分解せよ。 $P(x)=(x+2)(x^2+2ax-a)$

(3) 方程式 $P(x)=0$ の解がすべて実数となるような a の値の範囲を求めよ。また，方程式 $P(x)=0$ が異なる実数解をちょうど2個もつような a の値と，そのときの実数解をそれぞれ求めよ。 （配点 20）

$a\leqq -1,\ 0\leqq a$

$a=0$ で $x=-2, 0$

$a=-1$ で $x=-2, 1$

$a=-\frac{4}{5}$ で $x=2, \frac{2}{5}$

$\boxed{\mathbf{B5}}$ 座標平面上に円 $K_1: x^2+y^2-8x-6y+9=0$ と，直線 $\ell: 4x-3y+a=0$ （a は正の定数）がある。円 K_1 の中心を A とし，点 A を通り直線 ℓ に垂直な直線を m とする。

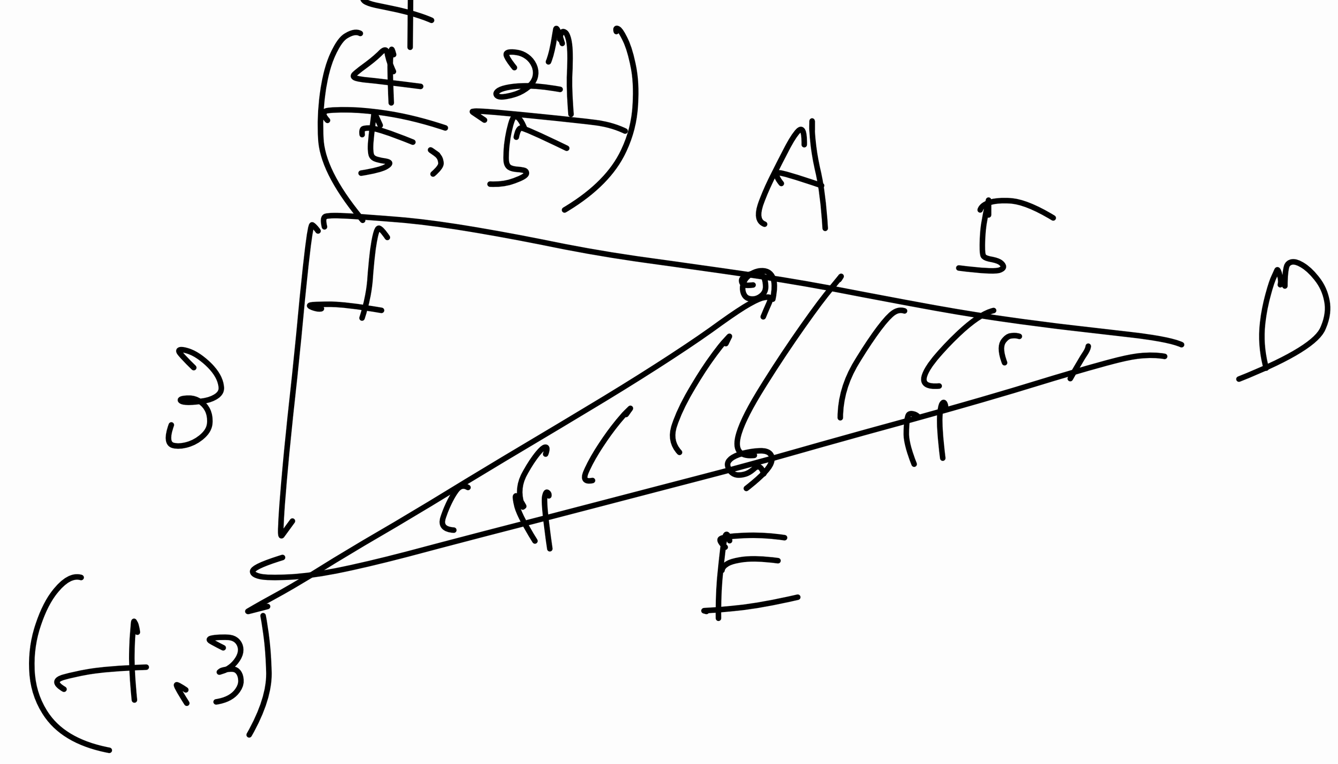
(1) 円 K_1 の中心 A の座標と半径を求めよ。 A(4, 3)， 4

(2) 直線 m の方程式を求めよ。また，点 A と直線 ℓ の距離を d とする。d を a を用いて表せ。さらに，直線 ℓ が円 K_1 と接するとき，a の値を求めよ。

(3) (2)のとき，直線 ℓ と直線 m の交点を B，直線 ℓ 上の x 座標が -1 の点を C，直線 m と x 軸の交点を D とする。3 点 B，C，D を通る円 K_2 の中心を E とするとき，E の座標を求めよ。また，△ADE の面積を求めよ。 （配点　20）

(2) $3x+4y-6=0$， $d=\frac{7+a}{5}$， $a=13$

(3) $E\left(\frac{7}{2}, \frac{3}{2}\right)$， $\triangle ADE=\frac{15}{4}$



$\boxed{\mathbf{B6}}$ 関数 $y=\sin 2\theta + a\cos\theta$ がある。ただし，a は定数とし，$0 \leqq \theta < 2\pi$ とする。

(1) $\theta=\frac{\pi}{3}$ のとき，y の値を a を用いて表せ。また，$\sin 2\theta$ を $\sin\theta$，$\cos\theta$ を用いて表せ。

(2) $a=3$ のとき，$y=0$ を満たす θ の値を求めよ。

(3) $y=0$ を満たす θ の値が 4 個となるような a の値の範囲を求めよ。 （配点　20）

(1) $y=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{a}{2}$， $\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$

(2) $\theta=\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi$

(3) $-2 \leqq a \leqq 2$

B7 等差数列 $\{a_n\}$ があり，$a_2=8$，$a_5=26$ を満たしている。また，初項が 3，公比が r $(r>0)$ である等比数列 $\{b_n\}$ があり，$b_2+b_3=60$ を満たしている。

(1) 数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を n を用いて表せ。

(2) r の値を求めよ。また，数列 $\{b_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n に対し，$T_n=S_n-S_1$ とおく。T_n を n を用いて表せ。

(3) (2)の T_n に対して，T_1，T_2，T_3，…，T_n，… の一の位の数をそれぞれ c_1，c_2，c_3，…，c_n，… とする。このとき，c_{10} を求めよ。また，数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を U_n とするとき，$\sum_{k=1}^{2n} c_k U_k$ $(n=1, 2, 3, \cdots)$ を n を用いて表せ。(配点 20)

(1) $a_n = 6n-4$

(2) $r=4$, $T_n = 4^n-4$

(3) $C_{10}=2$, $2n(n+1)(4n+1)$

B8 $OA=3$，$OB=2$，$\angle AOB=60^\circ$ の $\triangle OAB$ があり，辺 AB を 3:4 に内分する点を P とする。また，$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$ とする。

(1) $\overrightarrow{OP}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。また，内積 $\vec{a}\cdot\vec{b}$ の値を求めよ。

(2) 辺 OB 上に $\overrightarrow{OH}=k\overrightarrow{OB}$ (k は $0\leqq k\leqq 1$ を満たす実数) となる点 H をとる。$\overrightarrow{PH}$ を k，$\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。また，直線 PH が直線 OB と垂直になるとき，k の値を求めよ。

(3) 辺 AB を 6:1 に内分する点を Q とする。(2)で求めた k の値における点 H に対し，線分 PH 上に $PR:RH=s:(1-s)$ (s は $0<s<1$ を満たす実数) となる点 R をとるとき，$\overrightarrow{OR}$ を s，$\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。さらに，点 R が線分 OQ 上にあるとき，s の値を求めよ。

(配点 20)

(1) $\overrightarrow{OP} = \dfrac{4\vec{a}+3\vec{b}}{7}$, $\vec{a}\cdot\vec{b} = 3\cdot2\cdot\dfrac{1}{2}=3$

(2) $\overrightarrow{PH} = \overrightarrow{OH}-\overrightarrow{OP} = k\vec{b} - \dfrac{4\vec{a}+3\vec{b}}{7} = -\dfrac{4}{7}\vec{a}+\left(k-\dfrac{3}{7}\right)\vec{b}$

$\overrightarrow{PH}\cdot\overrightarrow{OB} = -\dfrac{4}{7}\vec{a}\cdot\vec{b}+\left(k-\dfrac{3}{7}\right)|\vec{b}|^2=0$

$-\dfrac{12}{7}+\left(k-\dfrac{3}{7}\right)4=0$ $\quad k=\dfrac{6}{7}$

(3) $\overrightarrow{OQ} = \dfrac{\vec{a}+6\vec{b}}{7}$ $\quad \overrightarrow{OS} = (1-s)\overrightarrow{OP}+s\overrightarrow{OH} = \dfrac{4}{7}(1-s)\vec{a}+\dfrac{3}{7}(1+s)\vec{b}$

$\dfrac{1}{7}t=\dfrac{4}{7}(1-s)$ $\quad \dfrac{6}{7}t=\dfrac{3}{7}(1+s)$

$t=4(1-s)$ $\quad 2\cdot4(1-s)=1+s$ $\quad \underline{s=\dfrac{7}{9}}$