順列と組合せ

基本の計算

3 つの計算式　違い

-
-
-

約数の個数と展開式の項の個数と総和

1. 200 の正の約数の個数と総和を求めよ。12 個, 465
2. 360 の正の約数の個数と総和を求めよ。24 個, 1170

文字の順列　a,b,c,d,e を 1 列に並べる

1. a,b が隣り合う並べ方 48 通り
2. a,b が両端にくる並べ方 12 通り

数字の順列数字の順列　0,1,2,3,4 の 5 つの数字が 1 つずつある

1. 3 桁の整数 48 通り
2. 3 桁の暗証番号 60 通り
3. 3 桁の偶数 30 通り
4. 3 桁の整数のうち、300 以上の整数 24 通り

円順列とじゅず順列

8 種類の球を用いて次の場合の数を求めよ。

1. 円状に並べる方法 5040 通り
2. じゅずを作るときの方法 2520 通り

条件付き円順列

先生 2 人と生徒 4 人が円形のテーブルに座るとき、次の場合の数を求めよ。

1. すべての座り方 120 通り
2. 先生 2 人が隣り合う座り方 48 通り
3. 先生 2 人が向い合う座り方 24 通り

重複を許す順列

1. a,b,c,d,e の 5 つの文字から、重複を許して 3 つの文字を一列に並べる並べ方 125 通り
2. 0 , 1 , 2 , 3 , 4 の 5 つの数字から、重複を許して 3 桁の自然数を作る作り方 100 通り

2 つのグループに分ける

9 人を以下の方法で分ける場合の数を求めよ。

1. A、B の 2 部屋に分ける方法（ただし、空室があってもよい）512 通り
2. A、B の 2 グループに分ける方法 510 通り
3. 2 つのグループに分ける方法 255 通り

順列と組合せ

a,b,c,d,e の 5 つの文字がそれぞれ 1 つずつあるとき、次の問いに答えよ。

1. 3 つの文字を選び一列に並べるときの場合の数 60 通り
2. 3 つの文字を選ぶときの場合の数 120 通り

図形と組合せ

1. 5 本の平行線と、それとは別の 3 本の平行線とが交わってできる平行四辺形の数 30 個
2. 正八角形について、頂点を結んでできる三角形の個数 56 個
3. 正八角形について、頂点を結んでできる対角線の本数 20 本

代表を選ぶ

男子５人、女子４人から代表を３人選ぶ。このとき、次の場合の数を求めよ。

1. すべての選び方 84 通り
2. 男子１人、女子２人となる選び方 30 通り
3. 少なくとも女子１人を選ぶ選び方 74 通り
4. 男子から３人、または女子から３人を選ぶ選び方 14 通り

３つのグループに分ける

９人を以下の方法で分ける場合の数を求めよ。

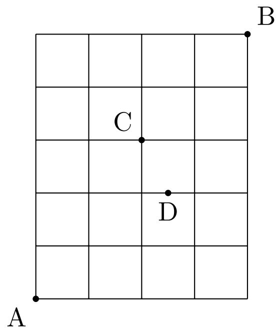
1. ３人ずつ A、B、C の３部屋に分ける 1680 通り
2. ３人ずつ３組に分ける 280 通り
3. ４人、３人、２人に分ける 1260 通り

同じものを含む順列

1. a,a,b,b,b,c,d の７つの文字を一列に並べる 420 通り
2. a,a,b,b,c,d,e の７つの文字を一列に並べるとき、c,d,e がこの順になる 210 通り

最短経路問題

1. A から B までの最短経路 126 通り
2. A から B までの最短経路で C を必ず通る経路 60 通り
3. A から B までの最短経路で D を通らない経路 102 通り



重複組合せ

1. ６本の同種類のペンを A、B、C の３つの袋に入れるとき、１本も入らない袋があってよいとき、分け方は何通りあるか。28 通り
2. オレンジ、レモン、ライムがそれぞれ多数ある。これから 10 個をまとめてセットを作りたい。何通りのセットができるか。66 通り

等式を満たす整数

1. $x+y+z=10(x,y,z:0$ 以上の整数) の時の組合せ 36 通り
2. $x+y+z=10(x,y,z:$ 自然数) の時の組合せ 15 通り

確率

確率の基本

コインを 3 枚同時に投げるとき、次の確率を求めよ。

1. 2 枚だけ表である確率 $\frac{3}{8}$
2. 表が 2 枚以上である確率 $\frac{1}{2}$

さいころの確率

さいころを 2 個同時に投げるとき、次の確率を求めよ。

1. 目の和が 8 となる確率 $\frac{5}{36}$
2. 目の和が 10 以下となる確率 $\frac{11}{12}$

ボールを取り出す確率

赤玉 5 個と白玉 7 個が入った袋から同時に 3 個取り出すとき、次の確率を求めよ。

1. 白玉 3 個となる確率 $\frac{7}{44}$
2. 赤玉 1 個、白玉 2 個となる確率 $\frac{21}{44}$
3. 赤玉 2 個、白玉 1 個となる確率 $\frac{7}{22}$

一列に並べる確率

男子 5 人、女子 4 人が 1 列に並ぶとき、次の確率を求めよ。

1. 特定の男女が隣り合う $\frac{2}{9}$
2. 女子が両端にいる $\frac{1}{6}$
3. 男女が交互に並ぶ $\frac{1}{126}$

円形に並べる確率

男子 3 人、女子 3 人が円卓にする座るとき、次の確率を求めよ。

1. 特定の 2 人が隣り合う $\frac{2}{5}$
2. 特定の 2 人が向い合う $\frac{1}{5}$
3. 男女が交互に座る $\frac{1}{10}$

和事象と排反事象

1〜50 までの数字が書かれたカードから、1 枚取り出すとき、次の確率を求めよ。

1. 2 の倍数または一の位が 3 である 2 桁の数 $\frac{29}{50}$
2. 2 の倍数または 3 の倍数 $\frac{33}{50}$

余事象の確率

1. 赤玉 5 個と白玉 7 個が入った袋から同時に 3 個取り出すとき、少なくとも赤玉 1 個を取り出す確率を求めよ。$\frac{37}{44}$
2. さいころを 2 個同時に投げるとき、目の和が 3 の倍数でない確率を求めよ。$\frac{2}{3}$

独立試行の確率

A の袋には赤玉 3 個と白玉 2 個が、B の袋には赤玉 2 個と白玉 4 個が入っている。A からは 1 個、B からは 2 個の玉を取り出すとき、取り出した玉の色がすべて赤となる確率を求めよ。$\frac{1}{25}$

反復試行の確率（コイン）

1 枚のコインを 5 回連続して投げるとき、次の確率を求めよ。

1. 表がちょうど 4 回出る $\frac{5}{32}$
2. 表がちょうど 3 回出る $\frac{5}{16}$

反復試行の確率（さいころ）

1 個のさいころを 5 回連続して投げるとき、次の確率を求めよ。

1. 3 の倍数の目が 2 回だけ出る $\frac{80}{243}$
2. 3 の倍数の目が 3 回だけ出る $\frac{40}{243}$
3. 少なくとも 1 回 3 の倍数の目が出る $\frac{211}{243}$

勝先取の確率

A と B が試合をし、先に 3 勝した方が優勝とする。A が勝つ確率が $\frac{3}{4}$ のとき、A が優勝する確率を求めよ。$\frac{459}{512}$

点が動く確率

数直線上に点 P が原点にあり、さいころを投げて 5 以上の目が出ると正の方向に 2 進み、それ以外が出ると負の方向に 1 進む。さいころを 3 回投げたとき点 P が次の位置にある確率を求めよ。

1. 原点の位置にある $\frac{4}{9}$
2. 座標 3 の位置にある $\frac{2}{9}$

条件付き確率

ある学校で数学が好きな生徒は 40% で、英語が好きな生徒は 60% で、両方好きな生徒は 30% である。

1. ある生徒が数学を好きとわかっていて、その生徒が英語も好きな確率 $\frac{3}{4}$
2. ある生徒が英語を好きとわかっていて、その生徒が数学も好きな確率 $\frac{1}{2}$

確率の乗法定理

10 本中当たりが 3 本入ったくじがある。このくじを A が 1 本引き、引いたくじを元に戻さずに続けて B が引いた。このとき、A と B のそれぞれが当たる確率を求めよ。$\frac{3}{10}$

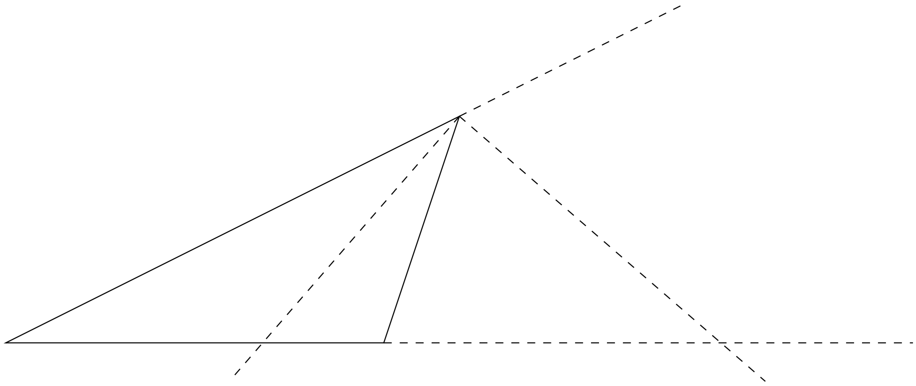
図形

内分と外分

例題

1. 線分 AB を 3 : 1 で内分する点 P
2. 線分 AB を 2 : 1 で外分する点 Q
3. 線分 AB を 1 : 3 で外分する点 R

角の二等分線



三角形の外心

三角形の垂心

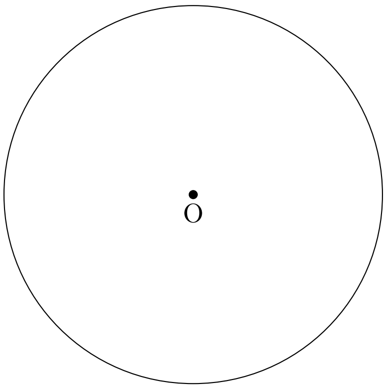
三角形の内心

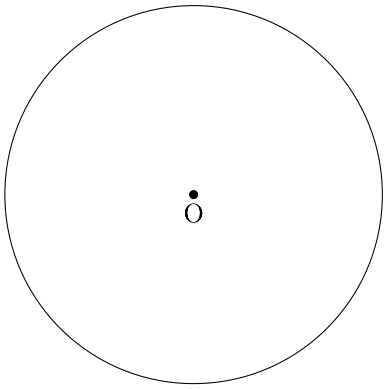
三角形の重心

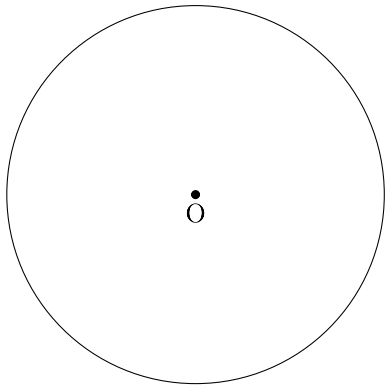
チェバの定理

メネラウスの定理

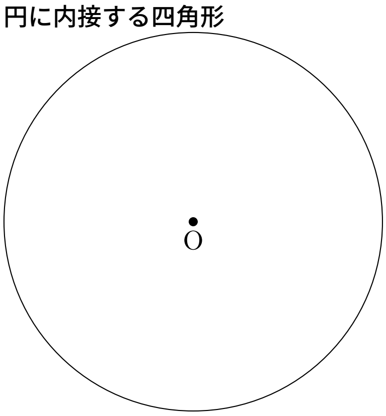
円周角の定理



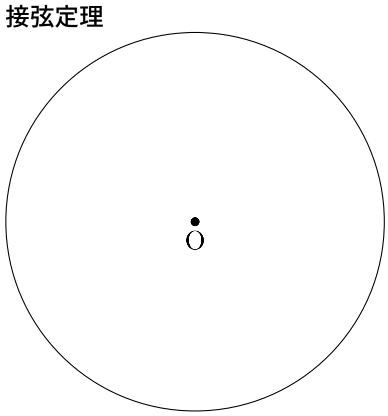




円に内接する四角形



接弦定理



方べきの定理

- 接線でない場合
- 接線の場合

円と接線の関係

二つの円と共通接線の本数 (5)

整数

用語

- 素数
- 互いに素
- 既約分数

倍数判定法

- 2 の倍数
- 3 の倍数
- 4 の倍数
- 5 の倍数
- 8 の倍数
- 9 の倍数

最小公倍数と最大公約数

例題 1

1. (a) 75, 105 525,15

   (b) 42, 78, 273 546, 3

2. 2 つの自然数の最大公約数が 6、最小公倍数が 420 であるとき、この 2 つの自然数の組をすべて答えよ。
   (6,420), (12,210), (30,84), (42,60)

ユーグリッドの互除法

例題 最大公約数を求めろ

1. 407,77 11
2. 336, 180 12

不定方程式

例題

1. $5x + 2y = 0$ $x = 2k, y = -5k$
2. $5x + 2y = 1$ $x = 2k + 1, y = -5k - 2$
3. $5x + 2y = 2$ $x = 2k + 2, y = -5k - 4$
4. $44x + 35y = 1$(1 つ) $x = 4, y = -5$
5. $44x + 35y = 3$(1 つ) $x = 12, y = -15$

例題

7 で割ると 3 余り、11 で割ると 6 余る自然数を求めよ。171

n 進法

例題

1. $11010_{(2)}$ 26
2. $2121_{(3)}$ 70
3. $3A_{(16)}$ 58
4. 38[2] $100110_{(2)}$
5. 439[5] $3224_{(5)}$
6. 91[16] $5B_{(16)}$

例題 (小数)

1. $0.101_{(2)}$ 0.625
2. $11.231_{(5)}$ 0.528
3. 0.625[2] $0.101_{(2)}$
4. 6.728[5] $0.331_{(5)}$

桁数

n 進数で M 桁

合同式

定義 $a \equiv b \pmod{m}$

例題

1. 15 の 50 乗を 7 でわったあまりを求めろ 1
2. $x + 4 \equiv 2 \pmod{6}$ 4
3. $3x \equiv 4 \pmod{5}$ 3
4. 47^{2011} の一の位 3