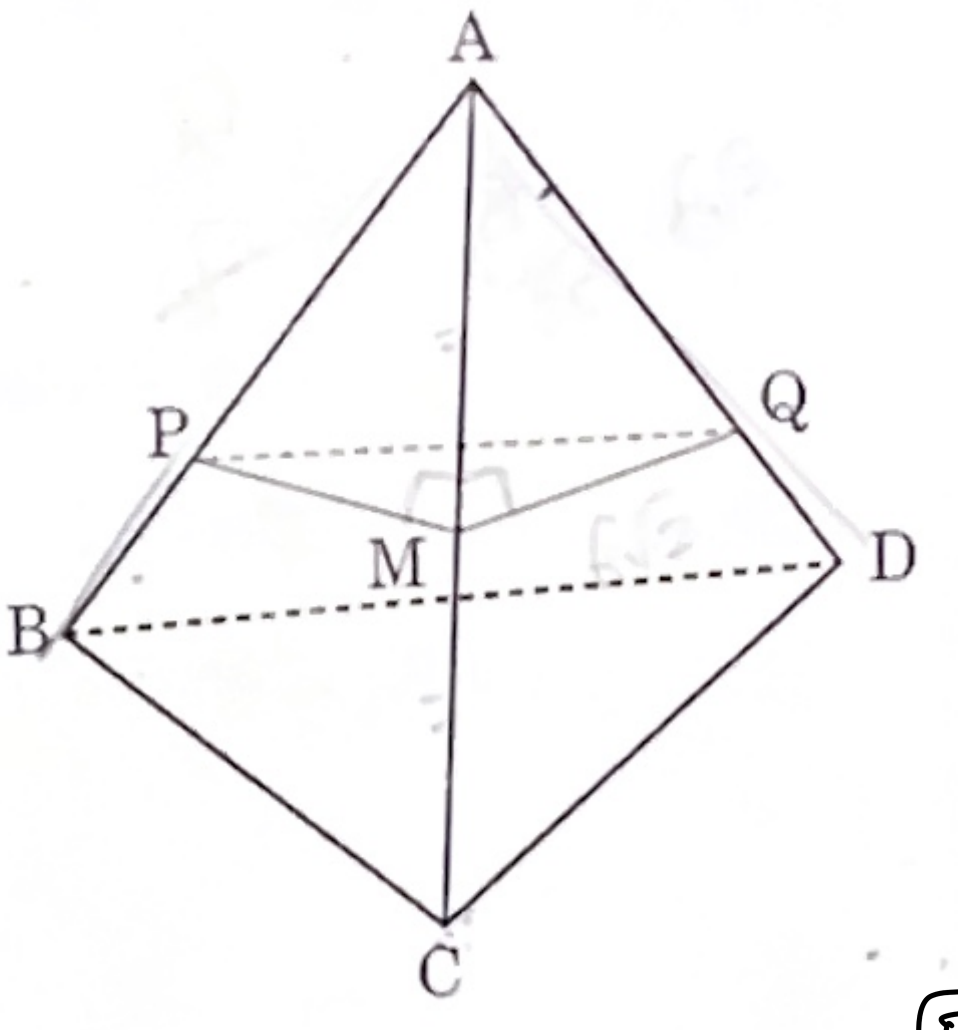
2009 (7A)

2-7-2009

B3 右の図のような四面体ABCDがあり，$AB = AC = 8$，$AD = BD = 6\sqrt{2}$，$\cos\angle BAC = \frac{4}{5}$，$\angle CAD = 45^\circ$である。

辺ACの中点をMとし，辺AB上に$AC \perp PM$となるように点Pを，辺AD上に$AC \perp QM$となるように点Qをとる。



(1) $\tan\angle BAC$の値を求めよ。また，線分PMの長さを求めよ。 3、$\frac{3}{4}$

(2) 線分PQの長さを求めよ。 $\frac{\sqrt{273}}{3}$

(3) 点Pから平面ACDに垂線を引き，その交点をHとする。線分PHの長さを求めよ。 $\frac{\sqrt{177}}{3}$

(配点 20)

【選択問題】数学B受験者は，次の **B4** ～ **B8** のうちから2題を選んで解答せよ。

B4 2つの3次方程式 $(x-1)\{x^2+(a+3)x+3\}=0$ ……①，$x^3+(a+4)x^2+4x+b=0$ ……②がある。ただし，a，bは実数の定数とする。

$a \leqq -3-2\sqrt{3}$，$-3+2\sqrt{3} \leqq a$

(1) xの2次方程式 $x^2+(a+3)x+3=0$ が実数解をもつようなaの値の範囲を求めよ。

(2) $x=2i$ が②の解であるとき，bをaを用いて表せ。ただし，iは虚数単位である。

(3) (2)のとき，①の解がすべて実数であり，①と②がただ1つの共通な解をもつとする。このとき，aの値，および①と②に共通な解を求めよ。 (配点 20)

(2) $b=4a+16$

(3) $a=-7$，$x=-11$

B5 Oを原点とする座標平面上に，点$(-1,\ 0)$を通り傾きaの直線lと，点$(1,\ a)$を中心とする半径aの円Cがある。ただし，aは正の定数とする。

(1) 直線lの方程式をaを用いて表せ。また，円Cの方程式をaを用いて表せ。

(2) 円Cがy軸に接するとき，aの値を求めよ。また，このとき，円Cと直線lの交点の座標を求めよ。

(3) 円Cの中心をP，円Cと直線lの2つの交点をQ，Rとする。$OP = 3QR$であるとき，aの値を求めよ。 (配点 20)

(1) $y = ax+a$　$(x+1)^2+(y-a)^2=a^2$

(2) $a=1$，$(0,1)$，$(1,2)$

(3) $a=\frac{\sqrt{5}}{6}$

B6 2つの関数 $f(\theta)=2\cos\theta$，$g(\theta)=2\cos\left(\theta+\dfrac{\pi}{3}\right)$ がある。

(1) $f\left(\dfrac{\pi}{6}\right)$ の値を求めよ。また，$y=g(\theta)$ のグラフが $y=f(\theta)$ のグラフを θ 軸方向に α $(-\pi \leqq \alpha < \pi)$ だけ平行移動したものであるとき，α の値を求めよ。

$\sqrt{3}$　$\alpha=-\dfrac{\pi}{3}$

(2) $0 \leqq \theta < 2\pi$ において，$g(\theta)=-\sqrt{3}$ を満たす θ の値を求めよ。 $\dfrac{\pi}{2}$，$\dfrac{5}{6}\pi$

(3) $0 \leqq \theta < 2\pi$ において，$f(\theta) \geqq g(\theta)$ を満たす θ の値の範囲を求めよ。 （配点　20）

$0 \leqq \theta \leqq \dfrac{5}{6}\pi$，$\dfrac{11}{6}\pi \leqq \theta \leqq 2\pi$

B7 数列 $\{a_n\}$ は公差4の等差数列であり，$a_3+a_4=30$ を満たしている。

(1) 数列 $\{a_n\}$ の初項を求めよ。また，a_n を n を用いて表せ。

(2) 数列 $\{a_n\}$ の項のうち，$a_n<100$ を満たすすべての項の和を求めよ。

(3) 数列 $\{b_n\}$ があり，$b_n=\sum_{k=1}^{n}(a_{2k}-5)$ である。b_n を n を用いて表せ。また，数列 $\{b_n\}$ の項のうち，3桁（けた）の整数であるすべての項の和を求めよ。 （配点　20）

(1) 5，$a_n=4n+1$

(2) 1224

(3) $b_n=4n^2$，4840

B8 $\triangle$OAB があり，OA$=4$，OB$=3$，$\cos\angle AOB=\dfrac{1}{4}$ である。辺 AB を $2:1$ に内分する点をCとし，$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$ とする。

(1) $\overrightarrow{OC}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。

(2) 内積 $\vec{a}\cdot\vec{b}$ の値を求めよ。また，$\overrightarrow{OD}=t\overrightarrow{OB}$（$t$ は定数）となる点Dが $\overrightarrow{CD}\perp\overrightarrow{OB}$ を満たすとき，t の値を求めよ。

(3) (2)のとき，直線 AD と OC の交点をEとする。$\overrightarrow{OE}=k\overrightarrow{OC}$（$k$ は定数）とするとき，k の値を求めよ。また，線分 OE の長さを求めよ。 （配点　20）

(1) $\overrightarrow{OC}=\dfrac{1}{3}\vec{a}+\dfrac{2}{3}\vec{b}$

(2) 3，$t=\dfrac{7}{9}$

(3) $k=\dfrac{21}{25}$，$OE=\dfrac{56}{25}$