

B2 $\angle BAC$ が鋭角である $\triangle ABC$ において, $BC = \sqrt{7}$, 外接円の半径が 2 である。

- (1) $\sin \angle BAC$ の値を求めよ。
- (2) $\cos \angle BAC$ の値を求めよ。また, $AB:AC = 1:2$ であるとき, 辺 AB の長さを求めよ。
- (3) (2)のとき, $\triangle ABC$ の外接円の周上に点 D をとり, 線分 BD が直径となるようにする。
 $\triangle ACD$ を, 線分 AC を折り目として $\triangle ABC$ と垂直になるように折り曲げるとき, 四面体 $DABC$ の体積を求めよ。 (配点 20)

B3 x の整式 $P(x) = x^3 - (k+4)x^2 + (2k+3)x - k$ がある。ただし, k は実数である。

- (1) $P(x)$ を因数分解せよ。
- (2) 方程式 $P(x) = 0$ は異なる 3 つの実数解をもつことを示せ。
- (3) 方程式 $P(x) = 0$ の実数解を小さい順に α, β, γ とする。 $\alpha^2 + \gamma^2$ の値が最小になるときの k の値を求めよ。また, そのときの α, β, γ の値をそれぞれ求めよ。 (配点 20)

【選択問題】 数学B受験者は、次の **B4** ~ **B8** のうちから2題を選んで解答せよ。

B4 座標平面上に2点 $A(4, -1)$, $B(-4, 5)$ がある。線分 AB の中点 M を中心とし、点 A を通る円を K とする。

- (1) 点 M の座標を求めよ。また、円 K の方程式を求めよ。
- (2) 点 $C(8, 1)$ を通り、直線 AB に平行な直線 ℓ の方程式を求めよ。また、直線 ℓ と円 K の2つの共有点を D, E とする。点 D, E の座標をそれぞれ求めよ。

ただし、(点 D の x 座標) $<$ (点 E の x 座標) とする。

- (3) 点 D, E は(2)で求めた点とする。円 K の点 A を含まない弧 DE (端点を含む) 上を点 $P(x, y)$ が動くとき、 $x+y$ の最大値と最小値をそれぞれ求めよ。 (配点 20)

B5 関数 $y = 2\sin 2\theta - 3(\sin \theta + \cos \theta) - 2$ がある。

- (1) $\theta = \frac{\pi}{4}$ のとき、 y の値を求めよ。
- (2) $t = \sin \theta + \cos \theta$ とおく。 $\sin 2\theta$ を t を用いて表せ。
- (3) $\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{3}{2}\pi$ のとき、 y のとり得る値の範囲を求めよ。 (配点 20)

B6 関数 $f(x) = 2x^3 + 3kx^2 - 12k^2x + 16k^2 - 4k$ がある。ただし、 k は定数とする。

- (1) $f'(x) = 0$ を満たす x を k を用いて表せ。
 - (2) $k > 0$ のとき、 $f(x)$ の極値を求めよ。
 - (3) $k \neq 0$ とする。 $x > 0$ の範囲において、 $f(x)$ の最小値が 0 となるような定数 k の値を求めよ。
- (配点 20)

B7 等差数列 $\{a_n\}$ は $a_5 = 16$, $a_1 + a_2 + a_3 = 21$ を満たしている。また、数列 $\{b_n\}$ は

$$b_1 = a_3, b_2 = a_9, b_3 = a_{27}, \dots, b_n = a_{3^n}, \dots \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定まる数列とする。

- (1) 数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を n を用いて表せ。
 - (2) b_5 を求めよ。また、 $b_n \geq 2018$ を満たす最小の n の値を求めよ。
 - (3) 数列 $\{a_n\}$ の項のうち、数列 $\{b_n\}$ の項を除いて、小さいものから順に並べた数列を $\{c_n\}$ とする。数列 $\{c_n\}$ の初項から第 100 項までの和を求めよ。
- (配点 20)

B8 $\triangle OAB$ があり、辺 OA を $2:1$ に内分する点を C 、辺 AB を $2:1$ に内分する点を D とする。また、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とする。

(1) \overrightarrow{OC} を \vec{a} を用いて表せ。また、 \overrightarrow{OD} を \vec{a} 、 \vec{b} を用いて表せ。

(2) s は実数とし、直線 CD 上に $\overrightarrow{CE} = s\overrightarrow{CD}$ となるような点 E をとる。 \overrightarrow{OE} を s 、 \vec{a} 、 \vec{b} を用いて表せ。また、 E が直線 OB 上にあるとき、 s の値を求めよ。

(3) (2)の点 E が直線 OB 上にあり、 $OA = 2$ 、 $OB = 3$ 、 $\angle AOB = 90^\circ$ であるとする。また、 t は実数とし、直線 AB 上に $\overrightarrow{AF} = t\overrightarrow{AB}$ ($t \neq 0$) となるような点 F をとる。 $EA = EF$ であるとき、 t の値を求めよ。(配点 20)