2017　　2-4-2017

B2 白玉2個と赤玉1個が入っている袋に対して，次のような【操作】を行う。

【操作】袋から無作為に玉を1個取り出し

(i) 取り出した玉が白玉なら，取り出した白玉の代わりに赤玉1個を袋の中に入れる。

(ii) 取り出した玉が赤玉なら，取り出した赤玉の代わりに白玉1個を袋の中に入れる。

この袋に対して，袋の中に白玉も赤玉も両方ある場合は【操作】を繰り返し行い，袋の中がすべて白玉，またはすべて赤玉となった場合はそれ以上【操作】は行わず，終了する。

(1) 1回の【操作】で終了する確率を求めよ。また，ちょうど2回の【操作】で終了する確率を求めよ。 $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{9}$

(2) ちょうど3回の【操作】で終了する確率を求めよ。 $\frac{4}{27}$

(3) 3回以内の【操作】で終了したとき，終了時に袋の中がすべて白玉である条件付き確率を求めよ。 $\frac{13}{19}$ （配点　20）

B3 四角形ABCDがあり，AB＝BC＝CD＝2，$\angle$ABC＝60°，$\cos\angle$BCD＝$-\frac{1}{4}$ である。辺BC上に点EをDE // ABとなるようにとる。また，辺BCの中点をMとし，辺AB上に点FをFM⊥DMとなるようにとる。

(1) 線分DMの長さを求めよ。 $DM=\sqrt{6}$

(2) 線分DEの長さを求めよ。また，$\sin\angle$BMFの値を求めよ。 $DE=\sqrt{5}$, $\sin\angle BMF=\frac{\sqrt{6}}{4}$

(3) 線分FMの長さを求めよ。また，△EFMの面積を求めよ。 （配点　20）

$FM=\frac{\sqrt{10}-\sqrt{2}}{2}$, $\triangle EFM=\frac{\sqrt{15}-2\sqrt{3}}{4}$

【選択問題】　数学B受験者は，次の B4 〜 B8 のうちから2題を選んで解答せよ。

B4 a，bは実数の定数とする。整式 $P(x)=x^3+(a+3)x^2+bx-3a$ があり，$P(1)=4$ を満たしている。

(1) bをaを用いて表せ。また，このとき$P(-3)$の値を求めよ。 $b=2a$, $P(-3)=0$

(2) $P(x)$を因数分解せよ。 $P(x)=(x+3)(x^2+ax-a)$

(3) 方程式 $P(x)=0$ が虚数解をもち，かつ，その虚数解の実部が整数であるとき，aの値と虚数解をそれぞれ求めよ。 $-4<a<0$, $x=1\pm i$ （配点　20）

2017 7月

B5 Oを原点とする座標平面上に円 C がある。円 C は，中心の座標が $(2,\ 1)$ で，x 軸に接している。また，直線 ℓ : $y=ax$（a は0でない定数）は円 C に接している。

(1) 円 C の方程式を求めよ。 $(x-2)^2+(y-1)^2=1$

(2) a の値を求めよ。 $a=\frac{4}{3}$

(3) 直線 ℓ 上に点A，x 軸上に点Bをとり，直角三角形OABをつくる。円 C が3辺OA，OB，ABと接するとき，直線ABの方程式を求めよ。 （配点 20）

$x=3$ $3x+4y-15=0$

B6 関数 $y=2\cos^2 2\theta+4\cos^2\theta+a$（$a$ は定数）があり，$\theta=\frac{\pi}{6}$ のとき $y=\frac{3}{2}$ である。

(1) a の値を求めよ。 $a=-2$

(2) $t=\cos^2\theta$ とおく。$\cos 2\theta$ を t を用いて表せ。また，y を t を用いて表せ。

(3) $0\leqq\theta\leqq\pi$ における y の最大値，最小値とそのときの θ の値をそれぞれ求めよ。

(2) $\cos 2\theta=2t-1$, $y=8t^2-4t$ （配点 20）

(3) Max $4\ (\theta=0,\pi)$, Min $-\frac{1}{2}\ (\theta=\frac{\pi}{3},\frac{2}{3}\pi)$

B7 公差が2の等差数列 $\{a_n\}$ があり，数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とする。

(1) $a_1=-12$ とする。数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を n を用いて表せ。 $a_n=2n-14$

(2) $a_1=-12$ とする。S_n を n を用いて表せ。また，S_n を最小にする n の値とそのときの S_n の値を求めよ。 $n=6,7$ で $S_n=42$

(3) k を自然数とする。$a_1=-2k$ のとき，S_n の最小値を k を用いて表せ。また，この最小値を b_k とするとき，$\sum_{k=1}^{20} b_k$ の値を求めよ。 $S_n=-k^2-k$, -3080 （配点 20）

B8 △OABがあり，$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$ とする。辺ABを2:1に内分する点をC，線分OCを3:2に内分する点をDとする。また，△OABの重心をGとする。

(1) $\overrightarrow{OG}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。 $\overrightarrow{OG}=\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{1}{3}\vec{b}$

(2) $\overrightarrow{OD}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。また，$\overrightarrow{BE}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$ を満たす点Eをとるとき，$\overrightarrow{OE}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。 $\overrightarrow{OD}=\frac{1}{5}\vec{a}+\frac{2}{5}\vec{b}$, $\overrightarrow{OE}=-\frac{1}{4}\vec{a}+\frac{5}{4}\vec{b}$

(3) (2)において，2直線OE，GDの交点をPとする。$\overrightarrow{OP}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。また，$OA=\sqrt{5}$，$OB=1$，$OA\perp OB$ のとき，線分OPの長さを求めよ。 （配点 20）

$\overrightarrow{OP}=-\frac{1}{9}\vec{a}+\frac{5}{9}\vec{b}$ $OP=\frac{\sqrt{30}}{9}$