2013 (7月)

数学B問題

(100分)

【必答問題】 数学B受験者は $\boxed{\text{B1}}$, $\boxed{\text{B2}}$, $\boxed{\text{B3}}$ を全問解答せよ。

$\boxed{\text{B1}}$ 次の $\boxed{}$ を正しくうめよ。解答欄には答えのみを記入せよ。

(1) $a=2-\sqrt{2}$ のとき，$a+\dfrac{2}{a}=\boxed{(ア)}$ であり，$a^2+\dfrac{4}{a^2}=\boxed{(イ)}$ である。

(2) 不等式 $3(x-2)<2x-5$ ……① の解は $\boxed{(ウ)}$ である。

また，x が不等式①を満たすことは，$x<0$ であるための $\boxed{(エ)}$。

$\boxed{(エ)}$ に当てはまるものを，下の①～④のうちから1つ選べ。

① 必要十分条件である

② 必要条件であるが，十分条件でない

③ 十分条件であるが，必要条件でない

④ 必要条件でも十分条件でもない

(3) 頂点が点 $(1,\ 3)$ で，点 $(-1,\ -5)$ を通る放物線を表す2次関数は，$y=\boxed{(オ)}$ である。

(4) 次のデータは，あるクラス10人の数学の小テストの得点である。

7, 5, 8, 6, 7, 1, 10, 4, 3, 9

このとき，中央値は $\boxed{(カ)}$ であり，第1四分位数は $\boxed{(キ)}$ である。

(5) 男子2人，女子5人，計7人の生徒がいる。この中から委員3人を選ぶ方法は，全部で $\boxed{(ク)}$ 通りあり，このうち少なくとも1人は男子である選び方は，全部で $\boxed{(ケ)}$ 通りある。

(配点 20)

$\boxed{\text{B2}}$ 白玉が2個入っている袋がある。コインを1枚投げて，表が出れば赤玉を1個，裏が出れば白玉を1個，この袋に入れる操作を3回行い，袋の中の玉の個数を5個にする。さらに，この袋から3個の玉を同時に取り出し，取り出された赤玉の個数を X とする。

(1) コインを3回投げた結果，袋の中の玉が白玉5個になっている確率を求めよ。 $\frac{1}{8}$

(2) $X=3$ である確率を求めよ。 $\frac{1}{80}$

(3) $X=2$ である確率を求めよ。また，$X=2$ であるとき，3回ともコインが表である条件付き確率を求めよ。

$\frac{3}{16}$, $\frac{2}{5}$

(配点 20)

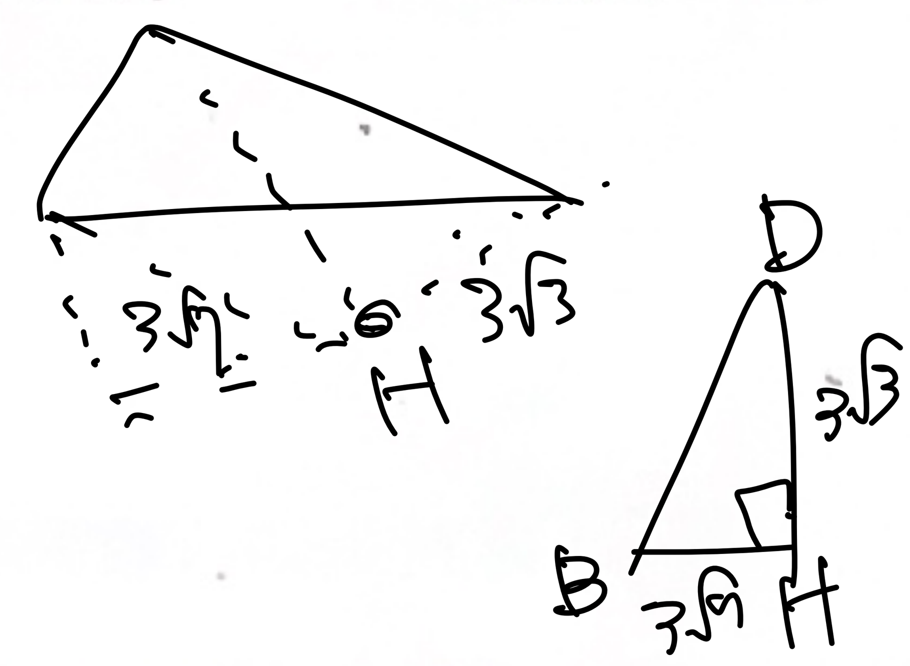
B3 AB＝3，∠A＝60° の △ABC があり，△ABC の外接円の半径は $\frac{\sqrt{39}}{3}$ である。

(1) 辺 BC の長さを求めよ。 $BC=\sqrt{13}$

(2) 辺 AC の長さを求めよ。また，$\tan B$ の値を求めよ。 $AC=4$，$\tan B=2\sqrt{3}$

(3) 直線 BC 上に ∠BAD＝90° となるように点 D をとる。線分 AD の長さを求めよ。また，線分 AC を折り目として，△ACD を折り曲げ，平面 ABC と平面 ACD が垂直になるようにする。折り曲げた後の点 D に対して，線分 BD の長さを求めよ。 （配点　20）

$AD=6\sqrt{3}$ 　　$BD=3\sqrt{10}$



【選択問題】　数学B受験者は，次の **B4** ～ **B8** のうちから２題を選んで解答せよ。

B4 整式 $P(x)=x^3-(k+4)x^2+(2k+5)x+3k+10$（$k$ は実数の定数）がある。

(1) $P(-1)$ の値を求めよ。 $P(-1)=0$

(2) 3 次方程式 $P(x)=0$ が虚数解をもつような k の値の範囲を求めよ。

(3) (2)のとき，3 次方程式 $P(x)=0$ の 3 つの解を α，β，γ とする。
$(\alpha+2\beta)^2+(\beta+2\gamma)^2+(\gamma+2\alpha)^2=11$ となるような k の値を求めよ。 （配点　20）

(2) $-3<k<5$

(3) $k=-\frac{13}{5}$

B5 座標平面上に 3 点 A(3, 0)，B(−1, 8)，C(0, 1) がある。

(1) 2 点 A，B を通る直線の方程式を求めよ。 $y=-2x+6$

(2) 3 点 A，B，C を通る円 K の方程式を求めよ。 $K: x^2+y^2-6x-10y+9=0$

(3) (2)で求めた円 K の点 C を含まない弧 AB 上に点 D をとり，△ABD をつくる。△ABD の面積が 30 であるとき，点 D の座標を求めよ。 （配点　20）

(3) D(6, 9)，(8, 5)

B6 θ の方程式 $2\cos 2\theta - 2\sqrt{3}\cos\theta + 2\sin^2\theta = a$ $(0 \leqq \theta < 2\pi)$ ……①がある。ただし，a は定数とする。

(1) $t=\cos\theta$ とおくとき，$\cos 2\theta$ を t を用いて表せ。また，①の左辺を t を用いて表せ。

(2) $a=\frac{9}{2}$ のとき，①を満たす θ の値を求めよ。

(3) ①の解がちょうど3個存在するとき，a の値を求めよ。 （配点 20）

(1) $\cos 2\theta = 2t^2-1$, $2t^2-2\sqrt{3}t$

(2) $\theta = \frac{5}{6}\pi$, $\frac{7}{6}\pi$

(3) $a = 2-2\sqrt{3}$

B7 数列 $\{a_n\}$ は等差数列であり，$a_3=-11$，$a_9-a_6=6$ を満たしている。

(1) 数列 $\{a_n\}$ の公差を求めよ。また，数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を n を用いて表せ。

(2) $S_n=a_1+a_2+a_3+\cdots\cdots+a_n$ $(n=1, 2, 3, \cdots)$ とする。S_n を最小にする n の値を求めよ。また，S_n の最小値を求めよ。

(3) $\displaystyle\sum_{k=1}^{7}\frac{1}{a_k a_{k+1}}$ の値を求めよ。また，$n \geqq 9$ のとき，$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{|a_k a_{k+1}|}$ を n を用いて表せ。

（配点 20）

(1) $d=2$, $a_n = 2n-17$

(2) $n=8$, $S_n = -64$

(3) $\frac{17}{15}$, $\frac{59}{30} - \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2n-15}$

B8 $\triangle$OAB の辺 OA の中点を C，辺 OB を 1:4 に内分する点を D，線分 CD を 1:2 に内分する点を P とする。また，直線 OP と辺 AB の交点を Q とし，$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$ とする。

(1) $\overrightarrow{OD}$ を $\vec{b}$ を用いて表せ。また，$\overrightarrow{OP}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。

(2) $\overrightarrow{OQ}=k\overrightarrow{OP}$ （k は実数）を満たす k の値を求めよ。

(3) $|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=3$ とする。$|\overrightarrow{OQ}|=\frac{\sqrt{6}}{3}$ のとき，$\triangle$OAB の面積を求めよ。 （配点 20）

(1) $\overrightarrow{OD} = \frac{1}{5}\vec{b}$, $\overrightarrow{OP} = \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{15}\vec{b}$

(2) $k = \frac{5}{2}$

(3) $\triangle OAB = \sqrt{2}$