

20/3 (1A)

## 数 学 B 問 題

(120 分)

【必答問題】 数学B受験者は **B1**, **B2**, **B3**, **B4** を全問解答せよ。

**B1** 2 次関数  $f(x) = -x^2 - ax + a - 3$  ( $a$  は正の定数) がある。

- (1)  $y = f(x)$  のグラフが  $x$  軸と接するとき,  $a$  の値を求めよ。
  - (2)  $x \geq 0$  における関数  $f(x)$  の最大値を  $M$  とする。  $M \leq 0$  のとき,  $a$  のとり得る値の範囲を求めよ。
- (配点 20)

**B2** 関数  $y = \sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta$  ( $0 \leq \theta \leq \pi$ ) がある。

- (1)  $\theta = 0$  のとき,  $y$  の値を求めよ。また,  $y = 0$  のとき,  $\theta$  の値を求めよ。
  - (2)  $y$  の最大値とそのときの  $\theta$  の値を求めよ。
- (配点 20)

**B3** 黒玉 2 個と白玉 2 個の合計 4 個の玉が入っている袋と, 何も入っていない箱がある。袋から玉を 1 個取り出し色を調べ, 次の《規則》にしたがって玉を移動する試行を 3 回行った結果, 箱の中にある玉の個数を  $X$  とする。

《規則》

- ・ 黒玉が取り出された場合, その黒玉を箱に入れる。
- ・ 白玉が取り出された場合, その白玉を箱に入れ, 箱の中に黒玉があるときのみ箱の中の黒玉すべてを袋の中に戻す。

- (1) 袋から取り出す玉の色が, 白 黒 白 の順になる確率を求めよ。また, このときの  $X$  の値を求めよ。
  - (2) 袋から取り出す玉の色が, 黒 白 白 の順になる確率を求めよ。また,  $X = 2$  となる確率を求めよ。
  - (3)  $X = 2$  のとき, 箱の中にある 2 個の玉がともに白玉である条件付き確率を求めよ。また, 試行を 3 回行った結果, 箱の中にある白玉の個数が 2 個のとき,  $X = 2$  である条件付き確率を求めよ。
- (配点 40)



**B4** 連立不等式  $\begin{cases} x^2 + y^2 - 4x - 2y \leq 0 \\ 3x - 3y + ty - 3t \geq 0 \end{cases}$  の表す領域を  $D$  とする。ただし、 $t$  は 0 以下の実数

である。

- (1) 円  $K: x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$  の中心の座標を求めよ。また、直線  $\ell: 3x - 3y + ty - 3t = 0$  が  $t$  の値に関係なく通る点の座標を求めよ。
- (2)  $t = -6$  とする。点  $(x, y)$  が領域  $D$  内を動くとき、 $y - 2x$  の最小値を求めよ。また、そのときの  $x, y$  の値を求めよ。
- (3) 点  $(x, y)$  が領域  $D$  内を動くとき、 $y - 2x$  の最大値と最小値の和が  $-7$  となる  $t$  の値を求めよ。(配点 40)

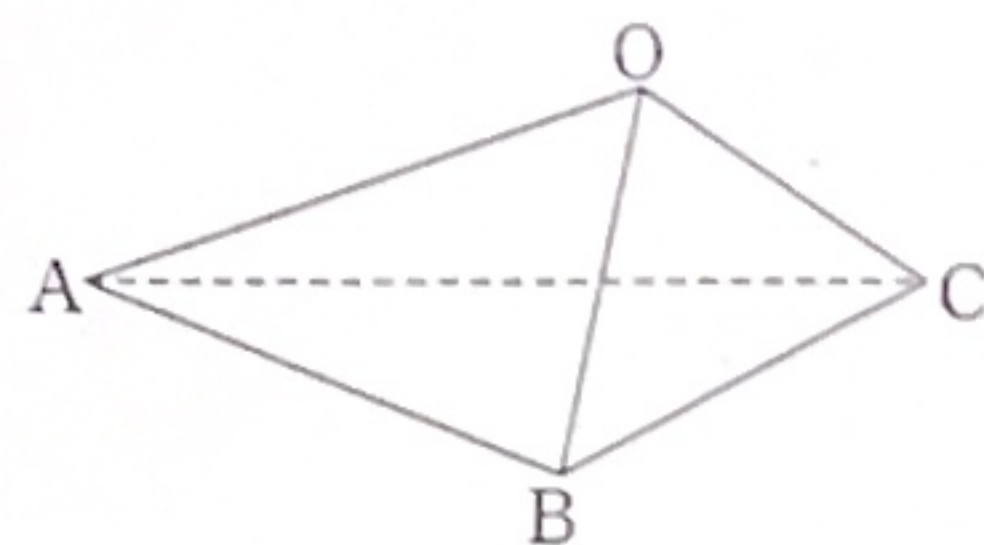
【選択問題】 数学B受験者は、次の **B5** ~ **B8** のうちから 2 題を選んで解答せよ。

**B5** 等差数列  $\{a_n\}$  があり、 $a_2 + a_4 = 7$ 、 $a_6 = 11$  である。また、数列  $\{b_n\}$  があり、その初項から第  $n$  項までの和  $S_n$  は  $S_n = 2n^2 - 3n + 1$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) を満たしている。

- (1) 数列  $\{a_n\}$  の初項と公差を求めよ。また、一般項  $a_n$  を  $n$  を用いて表せ。
- (2)  $b_1$  を求めよ。また、 $n \geq 2$  のとき、 $b_n$  を  $n$  を用いて表せ。
- (3)  $a_{2n}$  の一の位の数を  $c_n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) とする。 $c_1, c_2$  を求めよ。また、 $\sum_{k=1}^{2n} b_k c_k$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) を  $n$  を用いて表せ。(配点 40)



**B6**  $OA=2$ ,  $OB=1$ ,  $OC=1$ ,  $\angle AOB=60^\circ$  の四面体  $OABC$  がある。辺  $BC$  を  $2:1$  に内分する点を  $D$  とし、 $\overrightarrow{OA}=\vec{a}$ ,  $\overrightarrow{OB}=\vec{b}$ ,  $\overrightarrow{OC}=\vec{c}$  とする。



- (1)  $\overrightarrow{OD}$  を  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  を用いて表せ。また、内積  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  を求めよ。
- (2) 線分  $OD$  の中点を  $E$ , 線分  $AE$  の中点を  $F$  とするとき、 $\overrightarrow{OF}$  を  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  を用いて表せ。  
さらに、直線  $OF$  と平面  $ABC$  の交点を  $P$  とするとき、 $\overrightarrow{OP}$  を  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  を用いて表せ。
- (3)  $\angle BOC = \angle COA = 90^\circ$  とする。(2)の点  $P$  から平面  $OAC$  に垂線を引き、交点を  $H$  とする。 $\overrightarrow{OH} = s\vec{a} + t\vec{c}$  ( $s, t$  は実数) とおくとき、 $s, t$  の値を求めよ。 (配点 40)

**B7** 3 次関数  $f(x) = x^3 + ax^2 + 9x + 1$  ( $a$  は定数) があり、 $f'(2) = -3$  を満たしている。また、 $y = f(x)$  のグラフを  $C$  とし、 $y$  軸上に点  $P(0, k)$  をとる。ただし、 $k$  は実数である。

- (1)  $a$  の値を求めよ。
- (2)  $C$  上の点  $(t, f(t))$  における  $C$  の接線が点  $P$  を通るとき、 $k$  を  $t$  を用いて表せ。
- (3) 点  $P$  を通る  $C$  の接線が 3 本あるとき、 $k$  のとり得る値の範囲を求めよ。また、この 3 本の接線のうち、傾きが負であるものが 1 本だけあるとき、 $k$  のとり得る値の範囲を求めよ。 (配点 40)

**B8** 関数  $f(x) = \log_2(7-x) + \log_2(2x-2)$  がある。

- (1) 関数  $f(x)$  の定義域を求めよ。また、 $f(5)$  の値を求めよ。
- (2) 不等式  $f(x) \leq 3$  を解け。
- (3)  $4 \leq x \leq k$  ( $k > 4$ ) において、関数  $f(x)$  の最大値と最小値の差が 1 のとき、定数  $k$  の値を求めよ。 (配点 40)