

数学問題

(100 分)

【必答問題】 次の **1**, **2**, **3** は全問解答せよ。

1 次の を正しくうめよ。ただし、解答欄には答えのみを記入せよ。

(1) 不等式 $\frac{6-5x}{2} > x-4$ の解は (ア) である。

(2) $\frac{1}{2-\sqrt{3}} + 2 - \sqrt{3}$ を計算すると (イ) となる。

(3) $(x^2+x+1)(x^2-x+1)$ を展開して整理すると (ウ) となる。

(4) 放物線 $y = x^2 - 4x + k + 1$ (k は定数) が x 軸に接するとき、 $k =$ (エ) である。

(5) 次の (オ) にあてはまるものを、下の①～③のうちから一つ選べ。

a, b は実数とする。 $ab < 0$ であることは、 $a < 0$ かつ $b > 0$ であるための (オ)。

- ① 必要十分条件である ④ 必要条件であるが、十分条件ではない
② 十分条件であるが、必要条件ではない ③ 必要条件でも十分条件でもない

(配点 20)

2 2つの不等式

$x^2 + 4x + 3 \geq 0$ ①

$|x| \leq 2$ ②

がある。

- (1) 不等式①を解け。
(2) 不等式②を解け。また、不等式①、②を同時に満たす x の値の範囲を求めよ。
(3) a は正の定数とする。方程式 $x^2 - 2ax - a^2 = 0$ を解け。また、この方程式の2つの解が不等式①、②を同時に満たすとき、 a の値の範囲を求めよ。

(配点 20)

3 2次関数 $f(x) = x^2 - 4ax + 5a^2 - 2a - 4$ があり、 $y = f(x)$ のグラフを K とする。ただし、 a は正の定数とする。

- (1) グラフ K の頂点の座標を a を用いて表せ。
- (2) $a \leq x \leq a+2$ における関数 $f(x)$ の最小値を a を用いて表せ。
- (3) $A(a, 0)$, $B(a+2, 0)$, $C(a+2, 2)$, $D(a, 2)$ とする。正方形 $ABCD$ とグラフ K が共有点をもたないような a の値の範囲を求めよ。(配点 20)

【選択問題】 次の **4**, **5**, **6**, **7** のうちから2題を選んで解答せよ。

4 $AD \parallel BC$, $AD < BC$ の台形 $ABCD$ があり、 $AB = 4$, $AD = 2$, $\angle BAD = 120^\circ$, $\sin \angle BCD = \frac{2\sqrt{7}}{7}$ である。

- (1) 線分 BD の長さを求めよ。また、 $\triangle ABD$ の面積を求めよ。
- (2) $\sin \angle ADB$ の値を求めよ。また、辺 CD の長さを求めよ。
- (3) 辺 BC の長さを求めよ。また、線分 AC と BD の交点を E とするとき、 $\triangle CDE$ の面積を求めよ。(配点 20)

5 袋の中に1と書かれたカードが4枚、2と書かれたカードが3枚、3と書かれたカードが2枚、4と書かれたカードが1枚の合計10枚のカードが入っている。この袋から同時に4枚のカードを取り出し、取り出されたカードに書かれている数の積を X とする。

- (1) $X = 1$ となる確率を求めよ。
- (2) $X = 72$, $X = 48$, $X = 24$ となる確率をそれぞれ求めよ。
- (3) X が3の倍数であるが8の倍数でない確率を求めよ。(配点 20)

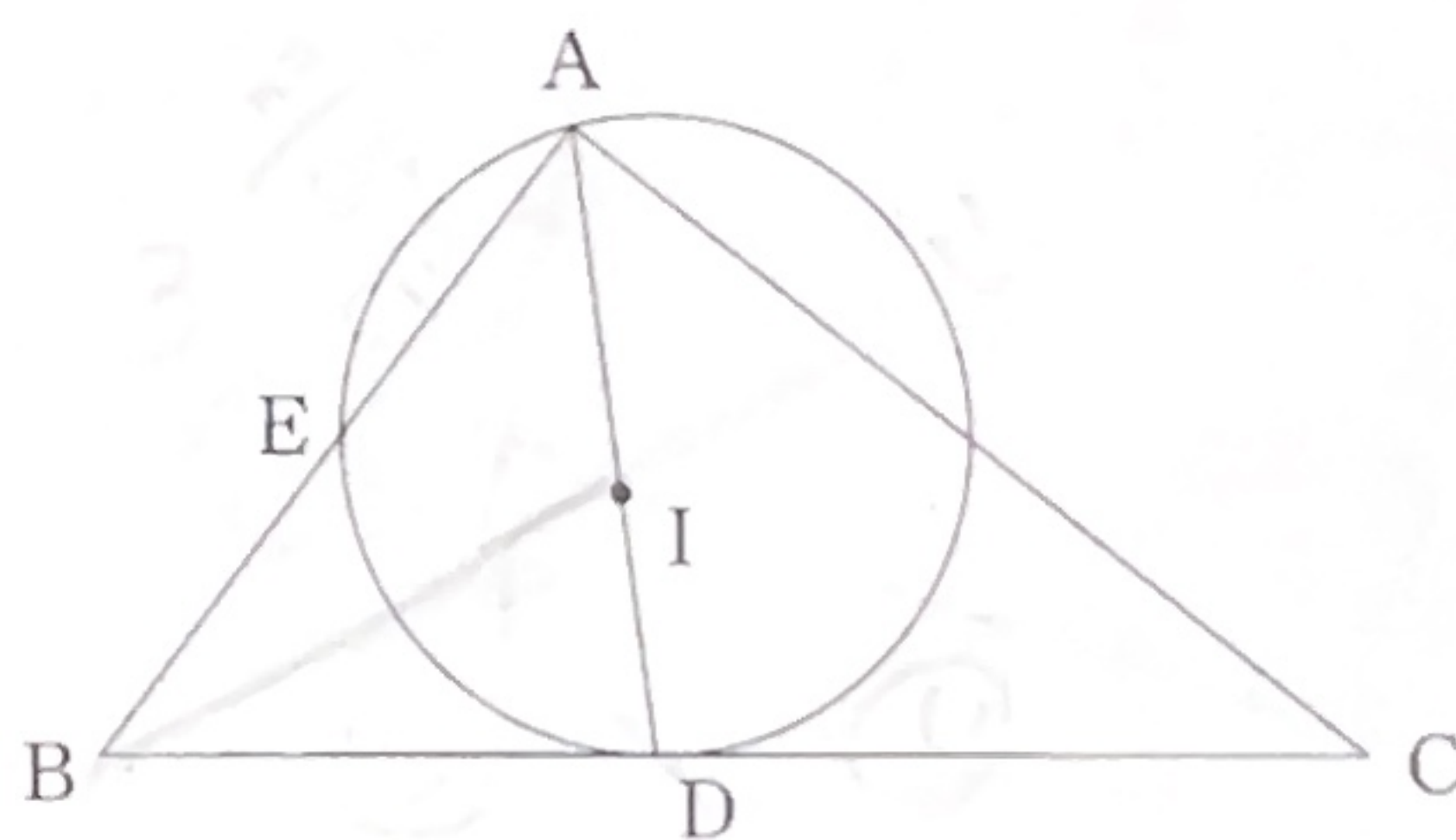
(選択問題は次ページに続く。)

6 4桁の自然数 N があり、 N の千の位の数 は 1、百の位の数 は a 、十の位の数 は 1、一の位の数 は b である。

- (1) N が 9 の倍数であるとき、 $a+b$ の値をすべて求めよ。
- (2) N が 45 の倍数であるとき、 N をすべて求めよ。
- (3) (2) で求めた N のうち、最小のものを M とする。 M 以下で、 M との最大公約数が 9 となるような自然数の個数を求めよ。

(配点 20)

7 $AB=3$, $BC=5$, $CA=4$ である $\triangle ABC$ がある。 $\angle BAC$ の二等分線と辺 BC の交点を D とし、 $\triangle ABC$ の内心を I とする。また、点 D で辺 BC に接して点 A を通る円と辺 AB の交点のうち、 A でない方の点を E とする。



- (1) 線分 BD の長さを求めよ。
- (2) $AI:ID$ を最も簡単な整数の比で表せ。また、線分 BE の長さを求めよ。
- (3) 線分 BI と線分 DE の交点を F とする。 $\frac{BF}{FI}$ の値を求めよ。また、 $\triangle AFI$ の面積を求めよ。

(配点 20)