

2009 (7A) 2-7-2009

**B3** 右の図のような四面体 ABCD があり,  $AB = AC = 8$ ,

$AD = BD = 6\sqrt{2}$ ,  $\cos \angle BAC = \frac{4}{5}$ ,  $\angle CAD = 45^\circ$  である。

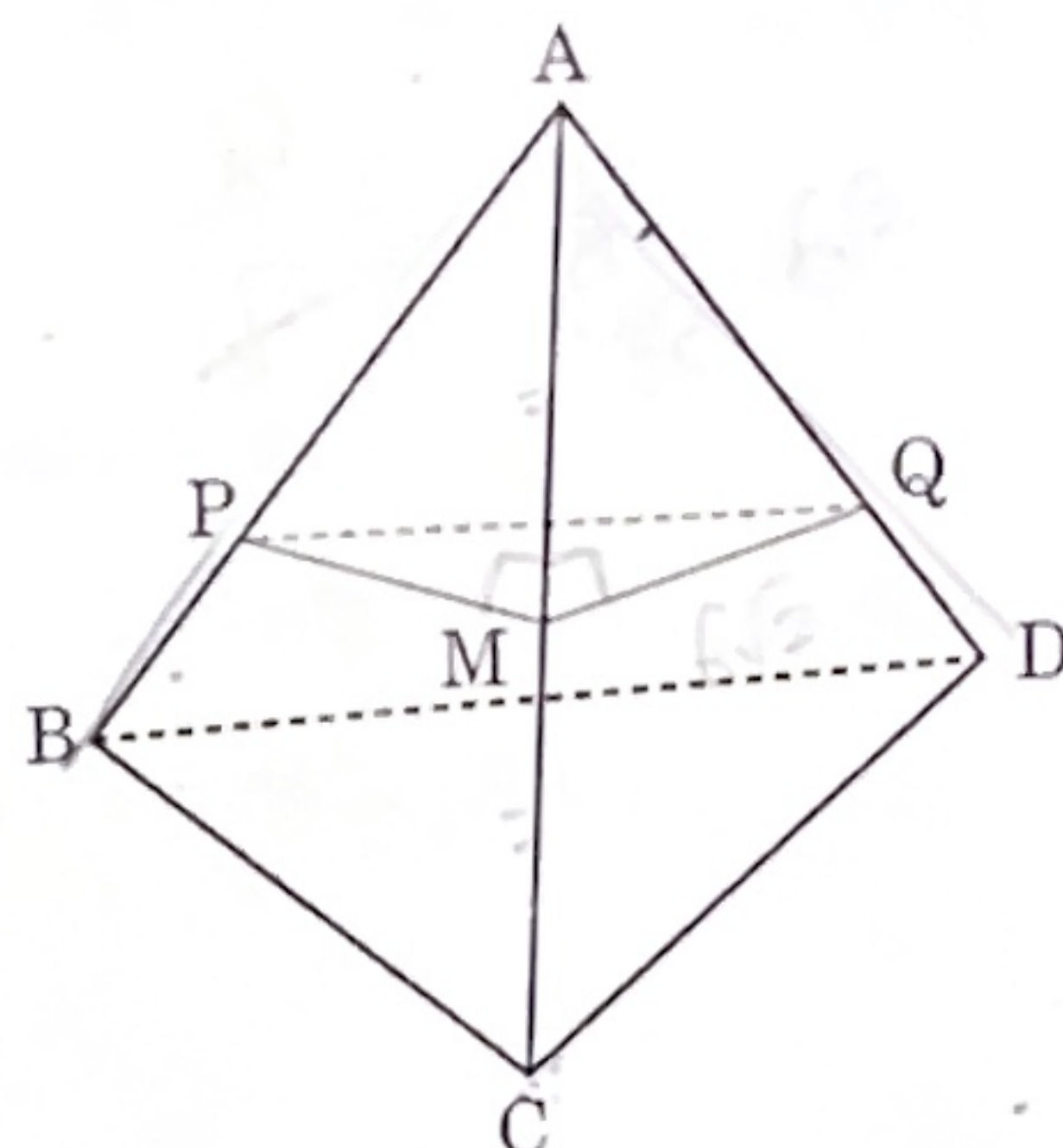
辺 AC の中点を M とし, 辺 AB 上に  $AC \perp PM$  となるように点 P を, 辺 AD 上に  $AC \perp QM$  となるように点 Q をとる。

(1)  $\tan \angle BAC$  の値を求めよ。また, 線分 PM の長さを求めよ。

(2) 線分 PQ の長さを求めよ。

(3) 点 P から平面 ACD に垂線を引き, その交点を H とする。線分 PH の長さを求めよ。

(配点 20)



【選択問題】 数学B受験者は, 次の **B4** ~ **B8** のうちから 2 題を選んで解答せよ。

**B4** 2 つの 3 次方程式  $(x-1)\{x^2+(a+3)x+3\} = 0 \cdots \cdots \textcircled{1}$ ,  $x^3+(a+4)x^2+4x+b = 0 \cdots \cdots \textcircled{2}$  が

ある。ただし,  $a$ ,  $b$  は実数の定数とする。

(1)  $x$  の 2 次方程式  $x^2+(a+3)x+3 = 0$  が実数解をもつような  $a$  の値の範囲を求めよ。

(2)  $x = 2i$  が  $\textcircled{2}$  の解であるとき,  $b$  を  $a$  を用いて表せ。ただし,  $i$  は虚数単位である。

(3) (2) のとき,  $\textcircled{1}$  の解がすべて実数であり,  $\textcircled{1}$  と  $\textcircled{2}$  がただ 1 つの共通な解をもつとする。こ

のとき,  $a$  の値, および  $\textcircled{1}$  と  $\textcircled{2}$  に共通な解を求めよ。(配点 20)

**B5** O を原点とする座標平面上に, 点  $(-1, 0)$  を通り傾き  $a$  の直線  $l$  と, 点  $(1, a)$  を中心とする半径  $a$  の円 C がある。ただし,  $a$  は正の定数とする。

(1) 直線  $l$  の方程式を  $a$  を用いて表せ。また, 円 C の方程式を  $a$  を用いて表せ。

(2) 円 C が  $y$  軸に接するとき,  $a$  の値を求めよ。また, このとき, 円 C と直線  $l$  の交点の座標を求めよ。

(3) 円 C の中心を P, 円 C と直線  $l$  の 2 つの交点を Q, R とする。  $OP = 3QR$  であるとき,

$a$  の値を求めよ。(配点 20)



**B6** 2つの関数  $f(\theta) = 2\cos\theta$ ,  $g(\theta) = 2\cos\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right)$  がある。

- (1)  $f\left(\frac{\pi}{6}\right)$  の値を求めよ。また、 $y = g(\theta)$  のグラフが  $y = f(\theta)$  のグラフを  $\theta$  軸方向に  $\alpha$  ( $-\pi \leq \alpha < \pi$ ) だけ平行移動したものであるとき、 $\alpha$  の値を求めよ。
- (2)  $0 \leq \theta < 2\pi$  において、 $g(\theta) = -\sqrt{3}$  を満たす  $\theta$  の値を求めよ。
- (3)  $0 \leq \theta < 2\pi$  において、 $f(\theta) \geq g(\theta)$  を満たす  $\theta$  の値の範囲を求めよ。 (配点 20)

**B7** 数列  $\{a_n\}$  は公差 4 の等差数列であり、 $a_3 + a_4 = 30$  を満たしている。

- (1) 数列  $\{a_n\}$  の初項を求めよ。また、 $a_n$  を  $n$  を用いて表せ。
- (2) 数列  $\{a_n\}$  の項のうち、 $a_n < 100$  を満たすすべての項の和を求めよ。
- (3) 数列  $\{b_n\}$  があり、 $b_n = \sum_{k=1}^n (a_{2k} - 5)$  である。 $b_n$  を  $n$  を用いて表せ。また、数列  $\{b_n\}$  の項のうち、3 桁<sup>けた</sup>の整数であるすべての項の和を求めよ。 (配点 20)

**B8**  $\triangle OAB$  があり、 $OA = 4$ ,  $OB = 3$ ,  $\cos\angle AOB = \frac{1}{4}$  である。辺  $AB$  を 2:1 に内分する点を  $C$  とし、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$  とする。

- (1)  $\overrightarrow{OC}$  を  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  を用いて表せ。
- (2) 内積  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  の値を求めよ。また、 $\overrightarrow{OD} = t\overrightarrow{OB}$  ( $t$  は定数) となる点  $D$  が  $\overrightarrow{CD} \perp \overrightarrow{OB}$  を満たすとき、 $t$  の値を求めよ。
- (3) (2) のとき、直線  $AD$  と  $OC$  の交点を  $E$  とする。 $\overrightarrow{OE} = k\overrightarrow{OC}$  ( $k$  は定数) とするとき、 $k$  の値を求めよ。また、線分  $OE$  の長さを求めよ。 (配点 20)