

2017

24-2017

B2 白玉2個と赤玉1個が入っている袋に対して、次のような【操作】を行う。

【操作】袋から無作為に玉を1個取り出し

(i) 取り出した玉が白玉なら、取り出した白玉の代わりに赤玉1個を袋の中に入れる。

(ii) 取り出した玉が赤玉なら、取り出した赤玉の代わりに白玉1個を袋の中に入れる。

この袋に対して、袋の中に白玉も赤玉も両方ある場合は【操作】を繰り返し行い、袋の中がすべて白玉、またはすべて赤玉となった場合はそれ以上【操作】は行わず、終了する。

(1) 1回の【操作】で終了する確率を求めよ。また、ちょうど2回の【操作】で終了する確率を求めよ。

(2) ちょうど3回の【操作】で終了する確率を求めよ。

(3) 3回以内の【操作】で終了したとき、終了時に袋の中がすべて白玉である条件付き確率を求めよ。

(配点 20)

B3 四角形 ABCD があり、 $AB = BC = CD = 2$ 、 $\angle ABC = 60^\circ$ 、 $\cos \angle BCD = -\frac{1}{4}$ である。

辺 BC 上に点 E を $DE \parallel AB$ となるようにとる。また、辺 BC の中点を M とし、辺 AB 上に点 F を $FM \perp DM$ となるようにとる。

(1) 線分 DM の長さを求めよ。

(2) 線分 DE の長さを求めよ。また、 $\sin \angle BMF$ の値を求めよ。

(3) 線分 FM の長さを求めよ。また、 $\triangle EFM$ の面積を求めよ。

(配点 20)

【選択問題】 数学B受験者は、次の **B4** ~ **B8** のうちから2題を選んで解答せよ。

B4 a, b は実数の定数とする。整式 $P(x) = x^3 + (a+3)x^2 + bx - 3a$ があり、 $P(1) = 4$ を満たしている。

(1) b を a を用いて表せ。また、このとき $P(-3)$ の値を求めよ。

(2) $P(x)$ を因数分解せよ。

(3) 方程式 $P(x) = 0$ が虚数解をもち、かつ、その虚数解の実部が整数であるとき、 a の値と虚数解をそれぞれ求めよ。

(配点 20)

2017 (7A)

B5 O を原点とする座標平面上に円 C がある。円 C は、中心の座標が $(2, 1)$ で、 x 軸に接している。また、直線 $\ell: y = ax$ (a は 0 でない定数) は円 C に接している。

- (1) 円 C の方程式を求めよ。
- (2) a の値を求めよ。
- (3) 直線 ℓ 上に点 A , x 軸上に点 B をとり、直角三角形 OAB をつくる。円 C が 3 辺 OA , OB , AB と接するとき、直線 AB の方程式を求めよ。 (配点 20)

B6 関数 $y = 2\cos^2 2\theta + 4\cos^2 \theta + a$ (a は定数) があり、 $\theta = \frac{\pi}{6}$ のとき $y = \frac{3}{2}$ である。

- (1) a の値を求めよ。
- (2) $t = \cos^2 \theta$ とおく。 $\cos 2\theta$ を t を用いて表せ。また、 y を t を用いて表せ。
- (3) $0 \leq \theta \leq \pi$ における y の最大値、最小値とそのときの θ の値をそれぞれ求めよ。 (配点 20)

B7 公差が 2 の等差数列 $\{a_n\}$ があり、数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とする。

- (1) $a_1 = -12$ とする。数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を n を用いて表せ。
- (2) $a_1 = -12$ とする。 S_n を n を用いて表せ。また、 S_n を最小にする n の値とそのときの S_n の値を求めよ。
- (3) k を自然数とする。 $a_1 = -2k$ のとき、 S_n の最小値を k を用いて表せ。また、この最小値を b_k とするとき、 $\sum_{k=1}^{20} b_k$ の値を求めよ。 (配点 20)

B8 $\triangle OAB$ があり、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とする。辺 AB を $2:1$ に内分する点を C , 線分 OC を $3:2$ に内分する点を D とする。また、 $\triangle OAB$ の重心を G とする。

- (1) \overrightarrow{OG} を \vec{a} , \vec{b} を用いて表せ。
- (2) \overrightarrow{OD} を \vec{a} , \vec{b} を用いて表せ。また、 $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$ を満たす点 E をとるとき、 \overrightarrow{OE} を \vec{a} , \vec{b} を用いて表せ。
- (3) (2)において、2 直線 OE , GD の交点を P とする。 \overrightarrow{OP} を \vec{a} , \vec{b} を用いて表せ。また、 $OA = \sqrt{5}$, $OB = 1$, $OA \perp OB$ のとき、線分 OP の長さを求めよ。 (配点 20)