2018　2-4-2018

B2 袋の中に9個の玉①②③④⑤⑥⑦⑧⑨が入っている。また，右のように9つの枠の中に1から9の番号が1つずつ書かれたボードがある。袋から無作為に玉を1個取り出して，書かれた番号を確認し，ボードに書かれた同じ番号に○印をつける。この操作を繰り返し，○印が縦，横，ななめのいずれかに3つ並んだ時点で操作を「終了」する。ただし，各操作において取り出した玉は袋に戻さない。

1	2	3
4	5	6
7	8	9

(1)　1回目に①，2回目に④，3回目に⑦を取り出して「終了」する確率を求めよ。

(2)　3回の操作で①，④，⑦を取り出して「終了」する確率を求めよ。また，3回の操作で3回目に②を取り出して「終了」する確率を求めよ。

(3)　3回の操作で3回目に⑤を取り出して「終了」する確率を求めよ。また，このとき，1回目に①を取り出していた条件付き確率を求めよ。

（配点　20）

B3 $\cos\angle ABC=\frac{5}{6}$，$AB=8$ である $\triangle ABC$ があり，その外接円の半径は $\frac{15\sqrt{11}}{11}$ である。ただし，$BC>AB$ とする。

(1)　辺ACの長さを求めよ。

(2)　辺BCの長さを求めよ。

(3)　辺BC上に $BD=3$ となるような点Dをとる。さらに，点Eを直線BCに対して点Aと反対側に $BE:CE=2:1$，$DE=6$ となるようにとる。このとき，線分CEの長さと $\cos\angle BDE$ の値をそれぞれ求めよ。

（配点　20）

【選択問題】　数学B受験者は，次の **B4** ～ **B8** のうちから2題を選んで解答せよ。

B4 整式 $P(x)=x^3+2(a+1)x^2+3ax-2a$ がある。ただし，a は実数の定数とする。

(1)　$P(-2)$ の値を求めよ。

(2)　$P(x)$ を因数分解せよ。

(3)　方程式 $P(x)=0$ の解がすべて実数となるような a の値の範囲を求めよ。また，方程式 $P(x)=0$ が異なる実数解をちょうど2個もつような a の値と，そのときの実数解をそれぞれ求めよ。

（配点　20）

B5 座標平面上に円 K_1：$x^2+y^2-8x-6y+9=0$ と，直線 ℓ：$4x-3y+a=0$（a は正の定数）がある。円 K_1 の中心をAとし，点Aを通り直線 ℓ に垂直な直線を m とする。

(1) 円 K_1 の中心Aの座標と半径を求めよ。

(2) 直線 m の方程式を求めよ。また，点Aと直線 ℓ の距離を d とする。d を a を用いて表せ。さらに，直線 ℓ が円 K_1 と接するとき，a の値を求めよ。

(3) (2)のとき，直線 ℓ と直線 m の交点をB，直線 ℓ 上の x 座標が -1 の点をC，直線 m と x 軸の交点をDとする。3点B，C，Dを通る円 K_2 の中心をEとするとき，Eの座標を求めよ。また，△ADEの面積を求めよ。　（配点　20）

B6 関数 $y=\sin 2\theta+a\cos\theta$ がある。ただし，a は定数とし，$0\leqq\theta<2\pi$ とする。

(1) $\theta=\dfrac{\pi}{3}$ のとき，y の値を a を用いて表せ。また，$\sin 2\theta$ を $\sin\theta$，$\cos\theta$ を用いて表せ。

(2) $a=3$ のとき，$y=0$ を満たす θ の値を求めよ。

(3) $y=0$ を満たす θ の値が4個となるような a の値の範囲を求めよ。　（配点　20）

B7 等差数列 $\{a_n\}$ があり，$a_2=8$，$a_5=26$ を満たしている。また，初項が3，公比が r（$r>0$）である等比数列 $\{b_n\}$ があり，$b_2+b_3=60$ を満たしている。

(1) 数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を n を用いて表せ。

(2) r の値を求めよ。また，数列 $\{b_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n に対し，$T_n=S_n-S_1$ とおく。T_n を n を用いて表せ。

(3) (2)の T_n に対して，T_1，T_2，T_3，…，T_n，… の一の位の数をそれぞれ c_1，c_2，c_3，…，c_n，… とする。このとき，c_{10} を求めよ。また，数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を U_n とするとき，$\displaystyle\sum_{k=1}^{2n} c_k U_k$（$n=1$，2，3，…）を n を用いて表せ。（配点　20）

B8 $\mathrm{OA}=3$，$\mathrm{OB}=2$，$\angle\mathrm{AOB}=60^\circ$ の △OAB があり，辺ABを3:4に内分する点をPとする。また，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$ とする。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。また，内積 $\vec{a}\cdot\vec{b}$ の値を求めよ。

(2) 辺OB上に $\overrightarrow{\mathrm{OH}}=k\overrightarrow{\mathrm{OB}}$（$k$ は $0\leqq k\leqq 1$ を満たす実数）となる点Hをとる。$\overrightarrow{\mathrm{PH}}$ を k，$\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。また，直線PHが直線OBと垂直になるとき，k の値を求めよ。

(3) 辺ABを6:1に内分する点をQとする。(2)で求めた k の値における点Hに対し，線分PH上に $\mathrm{PR}:\mathrm{RH}=s:(1-s)$（$s$ は $0<s<1$ を満たす実数）となる点Rをとるとき，$\overrightarrow{\mathrm{OR}}$ を s，$\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。さらに，点Rが線分OQ上にあるとき，s の値を求めよ。

（配点　20）