2011年　2-7-2011

B3 △ABCにおいて $AB=3$, $AC=3\sqrt{3}$, $\cos A=-\frac{\sqrt{3}}{3}$ である。また，点Dは辺BC上にあり，$AD=\sqrt{3}BD$ を満たしている。

(1) 辺BCの長さを求めよ。

(2) 線分BDの長さを求めよ。

(3) △ABCの外接円の中心をOとする。点Oを通り平面ABCに垂直な直線上に点Pをとり，四面体PABDをつくる。四面体PABDの体積が $\frac{3\sqrt{6}}{4}$ になるとき，$\cos\angle PAO$ の値を求めよ。

(配点　20)

【選択問題】　数学B受験者は，次の **B4** ～ **B8** のうちから2題を選んで解答せよ。

B4 2つの整式 $P(x)=(x-3)(2x+a)$ と $Q(x)=x^3-3x^2+bx+c$ がある。$P(x)$ を $x-1$ で割った余りは -6 であり，$Q(x)$ は x^2+2 で割り切れる。ただし，a, b, c は定数とする。

(1) a の値を求めよ。

(2) $Q(x)$ を x^2+2 で割った商を求めよ。また，b, c の値をそれぞれ求めよ。

(3) k を定数とする。x の方程式 $kP(x)+Q(x)=0$ の異なる実数解の個数がちょうど2個であるとき，k の値を求めよ。

(配点　20)

B5 Oを原点とする座標平面上に円 $x^2+y^2-2ax-4y+a^2=0$ (aは定数)　……①と点A(2, 1)がある。

(1) 円①の中心の座標を a を用いて表せ。また，円①の半径を求めよ。

(2) 点Aを通り直線OAに垂直な直線を ℓ とする。直線 ℓ の方程式を求めよ。また，円①の中心が直線 ℓ 上にあるとき，a の値を求めよ。

(3) 方程式①で表される円のうち，(2)で求めた直線 ℓ と接する円は2つある。これら2つの円の中心を C_1, C_2 とする。このとき，$\triangle OC_1C_2$ の面積を求めよ。

(配点　20)

2011 ⑦B

B6 関数 $y=\sin 2\theta-\sqrt{2}(\sin\theta-\cos\theta)$ があり，$t=\sin\theta-\cos\theta$ とおく。

(1) $\theta=\frac{\pi}{4}$ のとき，y の値を求めよ。

(2) t を $r\sin(\theta+\alpha)$ $(r>0,\ -\pi<\alpha\leqq\pi)$ の形で表せ。また，$\sin 2\theta$ を t を用いて表せ。

(3) $0\leqq\theta\leqq\pi$ とする。関数 y の最大値と最小値を求めよ。また，最大値をとるときの θ の値を求めよ。

（配点　20）

B7 初項 a，公差 d の等差数列 $\{a_n\}$ があり，$a_3+a_7=12$ を満たしている。ただし，$d\neq 0$ とする。

(1) a を d を用いて表せ。

(2) 3 数 a_4，a_5，a_8 がこの順に等比数列になるとき，a，d の値をそれぞれ求めよ。

(3) (2)のとき，和 $S=na_1+(n-1)a_2+(n-2)a_3+\cdots\cdots+1\cdot a_n$ を n を用いて表せ。

（配点　20）

B8 $\triangle$OAB があり，OA $=3$，OB $=\sqrt{3}$ である。辺 AB の中点を C，線分 OC を $2:1$ に内分する点を D とし，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$ とする。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。また，$\overrightarrow{\mathrm{OD}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。

(2) 内積 $\vec{a}\cdot\vec{b}=2$ のとき，線分 OC の長さを求めよ。

(3) (2)のとき，点 D から辺 AB に垂線を引き，交点を H とする。AH : HB $=t:(1-t)$ とおくとき，実数 t の値を求めよ。また，線分 CH の長さを求めよ。

（配点　20）