2011年 2-7-2011

B3 △ABCにおいて $AB=3$，$AC=3\sqrt{3}$，$\cos A=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ である。また，点Dは辺BC上にあり，$AD=\sqrt{3}BD$ を満たしている。

(1) 辺BCの長さを求めよ。 $BC=3\sqrt{6}$

(2) 線分BDの長さを求めよ。 $BD=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$

(3) △ABCの外接円の中心をOとする。点Oを通り平面ABCに垂直な直線上に点Pをとり，四面体PABDをつくる。四面体PABDの体積が $\dfrac{3\sqrt{6}}{4}$ になるとき，$\cos\angle PAO$ の値を求めよ。 $\cos\angle PAO=\dfrac{\sqrt{21}}{7}$

（配点　20）

【選択問題】　数学B受験者は，次の **B4** ～ **B8** のうちから2題を選んで解答せよ。

B4 2つの整式 $P(x)=(x-3)(2x+a)$ と $Q(x)=x^3-3x^2+bx+c$ がある。$P(x)$ を $x-1$ で割った余りは -6 であり，$Q(x)$ は x^2+2 で割り切れる。ただし，a，b，c は定数とする。

(1) a の値を求めよ。 $a=1$

(2) $Q(x)$ を x^2+2 で割った商を求めよ。また，b，c の値をそれぞれ求めよ。

(3) k を定数とする。x の方程式 $kP(x)+Q(x)=0$ の異なる実数解の個数がちょうど2個であるとき，k の値を求めよ。

（配点　20）

(2) $x-3$，$b=2$，$c=-6$

(3) $k=2, -1, -\dfrac{11}{7}$

B5 Oを原点とする座標平面上に円 $x^2+y^2-2ax-4y+a^2=0$（a は定数）……①と点A(2, 1)がある。

(1) 円①の中心の座標を a を用いて表せ。また，円①の半径を求めよ。

(2) 点Aを通り直線OAに垂直な直線を ℓ とする。直線 ℓ の方程式を求めよ。また，円①の中心が直線 ℓ 上にあるとき，a の値を求めよ。

(3) 方程式①で表される円のうち，(2)で求めた直線 ℓ と接する円は2つある。これら2つの円の中心を C_1，C_2 とする。このとき，$\triangle OC_1C_2$ の面積を求めよ。

（配点　20）

(1) $(a, 2)$，2

(2) $y=-2x+5$　$a=2$

(3) $\triangle OC_1C_2=2\sqrt{5}$

2011 7日

B6 関数 $y=\sin 2\theta-\sqrt{2}(\sin\theta-\cos\theta)$ があり，$t=\sin\theta-\cos\theta$ とおく。

(1) $\theta=\frac{\pi}{4}$ のとき，yの値を求めよ。 $y=1$

(2) tを$r\sin(\theta+\alpha)$ $(r>0,\ -\pi<\alpha\leqq\pi)$ の形で表せ。また，$\sin 2\theta$をtを用いて表せ。

(3) $0\leqq\theta\leqq\pi$ とする。関数yの最大値と最小値を求めよ。また，最大値をとるときのθの値を求めよ。

(配点 20)

(2) $t=\sqrt{2}\sin\left(\theta-\frac{\pi}{4}\right)$ $\sin 2\theta=1-t^2$

(3) Max $\frac{3}{2}$ $\left(\theta=\frac{\pi}{12}\right)$, Min -3

B7 初項a，公差dの等差数列$\{a_n\}$があり，$a_3+a_7=12$ を満たしている。ただし，$d\neq 0$ とする。

(1) aをdを用いて表せ。 $a=6-4d$

(2) 3数a_4，a_5，a_8がこの順に等比数列になるとき，a，dの値をそれぞれ求めよ。

(3) (2)のとき，和 $S=na_1+(n-1)a_2+(n-2)a_3+\cdots\cdots+1\cdot a_n$ をnを用いて表せ。

(配点 20)

(2) $a=-10$, $d=4$

(3) $\frac{1}{3}n(n+1)(2n-17)$

B8 $\triangle$OABがあり，OA$=3$，OB$=\sqrt{3}$ である。辺ABの中点をC，線分OCを$2:1$に内分する点をDとし，$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$ とする。

(1) $\overrightarrow{OC}$を$\vec{a}$，$\vec{b}$を用いて表せ。また，$\overrightarrow{OD}$を$\vec{a}$，$\vec{b}$を用いて表せ。

(2) 内積 $\vec{a}\cdot\vec{b}=2$ のとき，線分OCの長さを求めよ。

(3) (2)のとき，点Dから辺ABに垂線を引き，交点をHとする。AH:HB$=t:(1-t)$ とおくとき，実数tの値を求めよ。また，線分CHの長さを求めよ。

(配点 20)

(1) $\overrightarrow{OC}=\frac{\vec{a}}{2}+\frac{\vec{b}}{2}$, $\overrightarrow{OD}=\frac{\vec{a}}{3}+\frac{\vec{b}}{3}$

(2) $OC=2$

(3) $t=\frac{5}{8}$, $CH=\frac{\sqrt{2}}{4}$