

2013 (7A)

数 学 B 問 題

(100 分)

【必答問題】 数学B受験者は **B1**, **B2**, **B3** を全問解答せよ。**B1** 次の を正しくうめよ。解答欄には答えのみを記入せよ。

(1) $a = 2 - \sqrt{2}$ のとき, $a + \frac{2}{a} =$ (ア) であり, $a^2 + \frac{4}{a^2} =$ (イ) である。

(2) 不等式 $3(x-2) < 2x-5$ ……① の解は (ウ) である。

また, x が不等式①を満たすことは, $x < 0$ であるための (エ)。 (エ) に当てはまるものを, 下の①~④のうちから 1 つ選べ。

- ① 必要十分条件である
- ② 必要条件であるが, 十分条件でない
- ③ 十分条件であるが, 必要条件でない
- ④ 必要条件でも十分条件でもない

(3) 頂点が点 $(1, 3)$ で, 点 $(-1, -5)$ を通る放物線を表す 2 次関数は, $y =$ (オ) である。

(4) 次のデータは, あるクラス 10 人の数学の小テストの得点である。

7, 5, 8, 6, 7, 1, 10, 4, 3, 9

このとき, 中央値は (カ) であり, 第 1 四分位数は (キ) である。

(5) 男子 2 人, 女子 5 人, 計 7 人の生徒がいる。この中から委員 3 人を選ぶ方法は, 全部で

 (ク) 通りあり, このうち少なくとも 1 人は男子である選び方は, 全部で (ケ) 通りある。
(配点 20)**B2** 白玉が 2 個入っている袋がある。コインを 1 枚投げて, 表が出れば赤玉を 1 個, 裏が出れば白玉を 1 個, この袋に入れる操作を 3 回行い, 袋の中の玉の個数を 5 個にする。さらに, この袋から 3 個の玉を同時に取り出し, 取り出された赤玉の個数を X とする。

- (1) コインを 3 回投げた結果, 袋の中の玉が白玉 5 個になっている確率を求めよ。
- (2) $X = 3$ である確率を求めよ。
- (3) $X = 2$ である確率を求めよ。また, $X = 2$ であるとき, 3 回ともコインが表である条件付き確率を求めよ。
(配点 20)

B3 $AB = 3$, $\angle A = 60^\circ$ の $\triangle ABC$ があり, $\triangle ABC$ の外接円の半径は $\frac{\sqrt{39}}{3}$ である。

- (1) 辺 BC の長さを求めよ。
- (2) 辺 AC の長さを求めよ。また, $\tan B$ の値を求めよ。
- (3) 直線 BC 上に $\angle BAD = 90^\circ$ となるように点 D をとる。線分 AD の長さを求めよ。また, 線分 AC を折り目として, $\triangle ACD$ を折り曲げ, 平面 ABC と平面 ACD が垂直になるようにする。折り曲げた後の点 D に対して, 線分 BD の長さを求めよ。 (配点 20)

【選択問題】 数学B受験者は, 次の **B4** ~ **B8** のうちから2題を選んで解答せよ。

B4 整式 $P(x) = x^3 - (k+4)x^2 + (2k+5)x + 3k+10$ (k は実数の定数) がある。

- (1) $P(-1)$ の値を求めよ。
- (2) 3次方程式 $P(x) = 0$ が虚数解をもつような k の値の範囲を求めよ。
- (3) (2)のとき, 3次方程式 $P(x) = 0$ の3つの解を α, β, γ とする。

$(\alpha+2\beta)^2 + (\beta+2\gamma)^2 + (\gamma+2\alpha)^2 = 11$ となるような k の値を求めよ。 (配点 20)

B5 座標平面上に3点 $A(3, 0)$, $B(-1, 8)$, $C(0, 1)$ がある。

- (1) 2点 A, B を通る直線の方程式を求めよ。
- (2) 3点 A, B, C を通る円 K の方程式を求めよ。
- (3) (2)で求めた円 K の点 C を含まない弧 AB 上に点 D をとり, $\triangle ABD$ をつくる。 $\triangle ABD$ の面積が30であるとき, 点 D の座標を求めよ。 (配点 20)

B6 θ の方程式 $2\cos 2\theta - 2\sqrt{3}\cos\theta + 2\sin^2\theta = a$ ($0 \leq \theta < 2\pi$) ……①がある。ただし、 a は定数とする。

(1) $t = \cos\theta$ とおくとき、 $\cos 2\theta$ を t を用いて表せ。また、①の左辺を t を用いて表せ。

(2) $a = \frac{9}{2}$ のとき、①を満たす θ の値を求めよ。

(3) ①の解がちょうど 3 個存在するとき、 a の値を求めよ。 (配点 20)

B7 数列 $\{a_n\}$ は等差数列であり、 $a_3 = -11$ 、 $a_9 - a_6 = 6$ を満たしている。

(1) 数列 $\{a_n\}$ の公差を求めよ。また、数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を n を用いて表せ。

(2) $S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) とする。 S_n を最小にする n の値を求めよ。また、 S_n の最小値を求めよ。

(3) $\sum_{k=1}^7 \frac{1}{a_k a_{k+1}}$ の値を求めよ。また、 $n \geq 9$ のとき、 $\sum_{k=1}^n \frac{1}{a_k a_{k+1}}$ を n を用いて表せ。

(配点 20)

B8 $\triangle OAB$ の辺 OA の中点を C 、辺 OB を $1:4$ に内分する点を D 、線分 CD を $1:2$ に内分する点を P とする。また、直線 OP と辺 AB の交点を Q とし、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とする。

(1) \overrightarrow{OD} を \vec{b} を用いて表せ。また、 \overrightarrow{OP} を \vec{a} 、 \vec{b} を用いて表せ。

(2) $\overrightarrow{OQ} = k\overrightarrow{OP}$ (k は実数) を満たす k の値を求めよ。

(3) $|\vec{a}| = 1$ 、 $|\vec{b}| = 3$ とする。 $|\overrightarrow{OQ}| = \frac{\sqrt{6}}{3}$ のとき、 $\triangle OAB$ の面積を求めよ。 (配点 20)