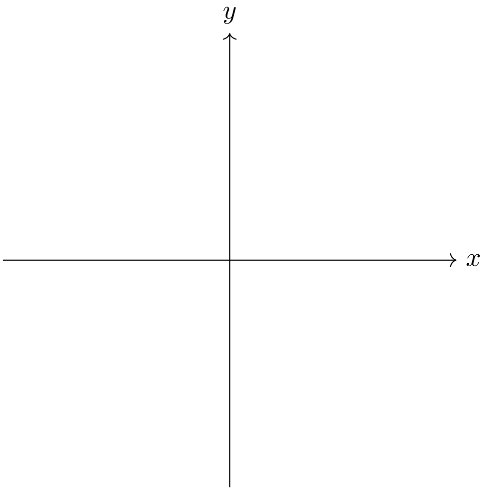
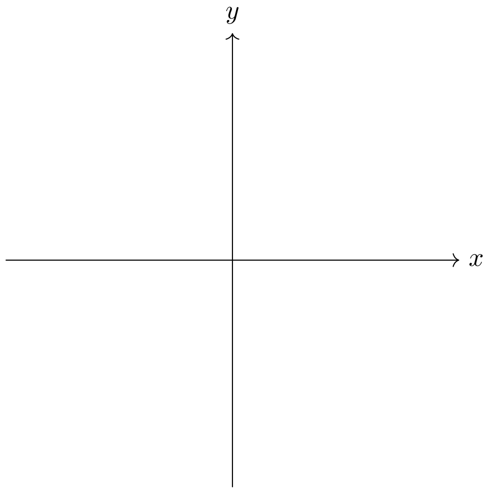
関数

分数関数

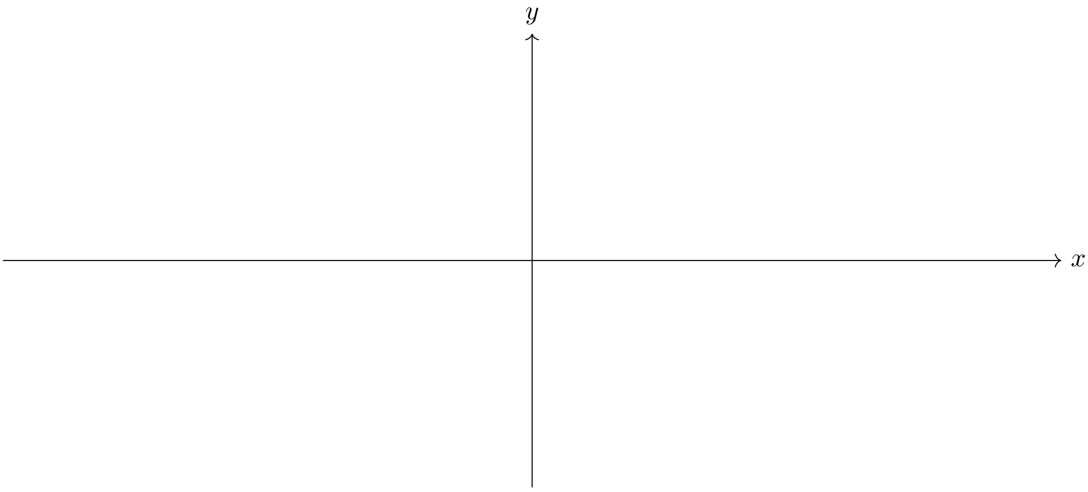
基本形、漸近線、定義域、値域





無理関数

式、定義域、値域



根号の中外、それぞれで正負、4 パターン

逆関数

求め方

- 値域を調べ、定義域とする
- $x =$ にする
- x, y を入れ替える

性質

極限

無限等比数列

$\lim_{n\to\infty} r^n$

-
-
-
-

*$\lim_{n\to\infty} ar^n$ の収束条件は?

無限等比級数

$\sum_{k=1}^{\infty} ar^k$

-
-
-

不定形となる時

- $\infty - \infty$
- $\dfrac{\infty}{\infty}$
- $\dfrac{0}{0}$

片側極限

ポイント

それぞれから少しずつ近づけて極限が何になるか考える。代入しない。限りなく近い数字を代入

指数関数

$\lim_{x\to\infty} a^x$, $\lim_{x\to-\infty} a^x$

-
-

対数関数

$\lim_{n\to\infty} \log_a x$, $\lim_{n\to+0} \log_a x$

-
-

三角関数

- $\lim_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}$
- $\lim_{x\to 0}\dfrac{x}{\sin x}$
- $\lim_{x\to 0}\dfrac{\tan x}{x}$
- $\lim_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x}{x^2}$

三角関数の極限解き方 2

- 上記公式を使う
- はさみうちの原理

関数の点連続性

関数 $f(x)$ が $x=a$ で連続であるための条件

微分係数の利用で指数関数や対数関数

-
-

自然対数の利用

-
-

定積分の定義の利用

二次曲線

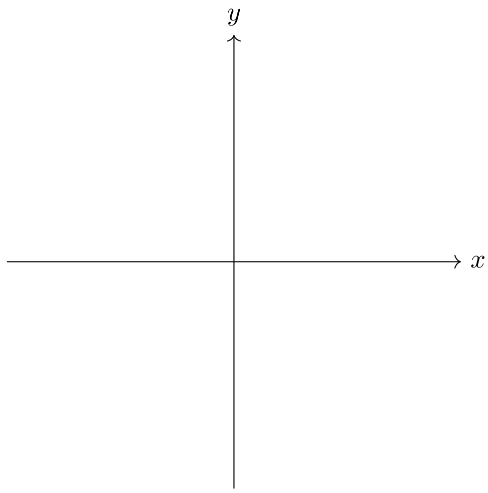
放物線

定義

定義、準線、焦点

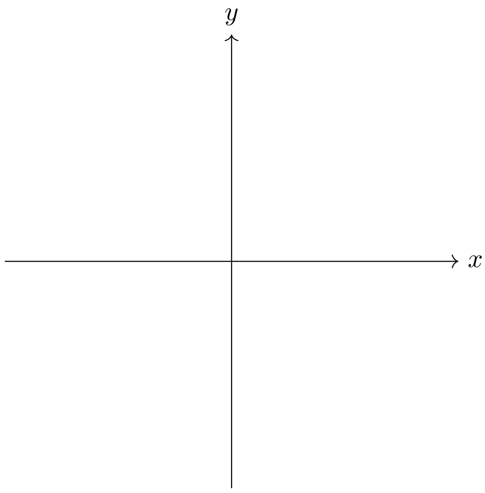
x 軸が軸

標準形 (焦点、準線)：



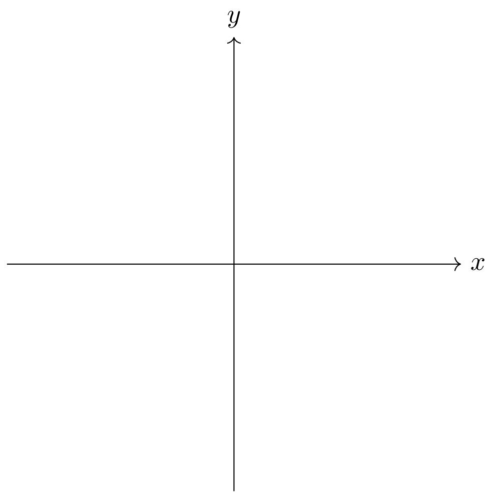
y 軸が軸

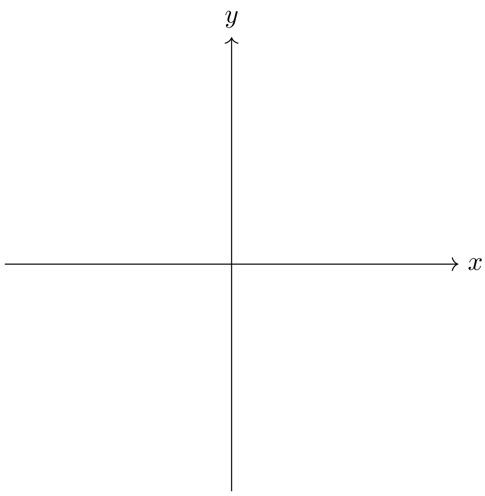
標準形 (焦点、準線)：



楕円

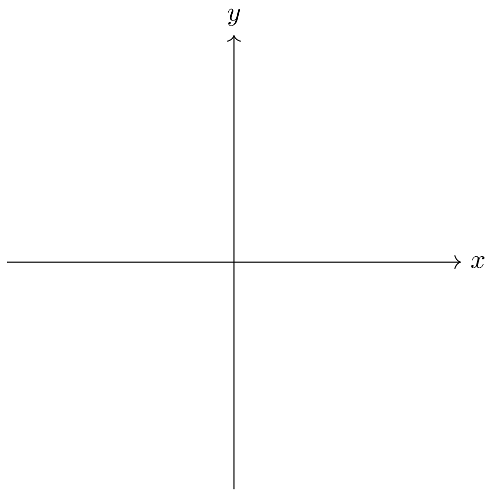
定義、標準形、焦点、長軸、短軸、円との関係

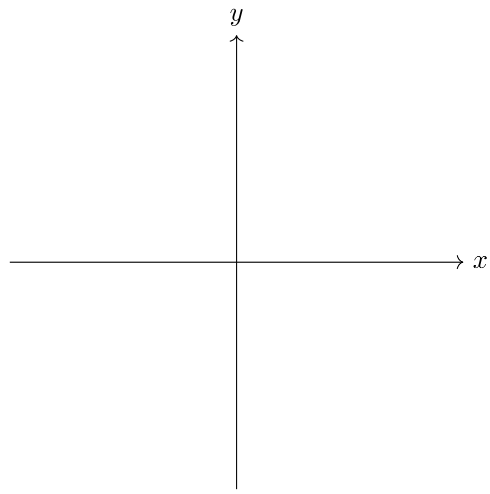




双曲線

定義、標準形、焦点、漸近線





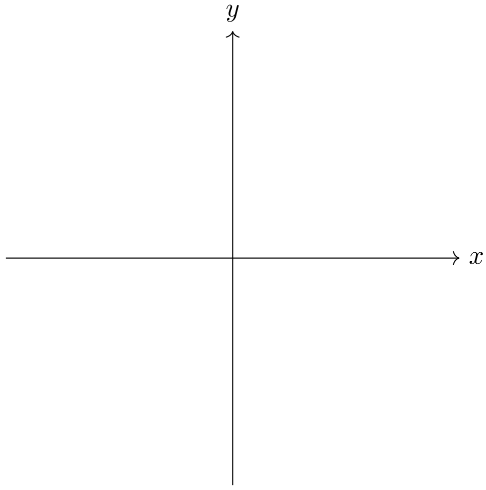
離心率

定義

極座標

直行座標と極座標の関係

(x,y) と (r,θ)



媒介変数表示

放物線 $y^2 = 4px$

楕円 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

円 $x^2 + y^2 = r^2$

双曲線 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

円 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$

サイクロイド

微分

- $y = x^n$
- $y = \dfrac{1}{x^n}$

三角関数の微分

- $y = \sin x$
- $y = \cos x$
- $y = \tan x$
- $y = \dfrac{1}{\tan x}$

対数関数の微分

- $y = \log_a x$
- $y = \log x$

指数関数の微分

- $y = a^x$
- $y = e^x$

公式

- $y = f(x)g(x)$
- $y = \dfrac{f(x)}{g(x)}$
- $y = \dfrac{1}{g(x)}$
- $y = f(g(x))$

例題

1. $y = \dfrac{1}{x\sqrt{x}}$ $-\dfrac{3}{2}x^{-\frac{5}{2}}$
2. $y = \sqrt{2x^2 - 3x}$ $\dfrac{1}{2}(4x-3)(2x^2-3x)^{-\frac{1}{2}}$
3. $y = \dfrac{1}{\sqrt[3]{x^2 - 1}}$ $-\dfrac{2}{3}x(x^2-1)^{-\frac{4}{3}}$

例題

$\dfrac{dy}{dx}$ を x, y で表せ

1. $xy = 3$ $-\frac{x}{y}$
2. $x^2 + y^2 = 9$ $-\frac{y}{x}$

例題

$\dfrac{dy}{dx}$ を t で表せ

1. $x = t + 2, y = 2t^2 - 3t$ $4t - 3$
2. $x = \sqrt{t-1}, y = (3t-1)^2$ $12(3t-1)\sqrt{t-1}$

例題

1. $y = x^x$ $y' = x^x(\log x + 1)$

積分

- $\int x^n dx$
- $\int \frac{1}{x^n} dx$

三角関数

- $\int \sin x dx$
- $\int \cos x dx$
- $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx$
- $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx$

指数関数

- $\int e^x dx$
- $\int a^x dx$

対数関数

- $\int \log_a x dx$

三角関数の相互関係

-
-
-

倍角

2 倍角の公式

- $\sin x \cos x$
- $\sin^2 x$
- $\cos^2 x$

3 倍角の公式

- $\sin^3 x$
- $\cos^3 x$

積和の公式

- $\sin \alpha \sin \beta$
- $\sin \alpha \cos \beta$
- $\cos \alpha \cos \beta$
- $\cos \alpha \sin \beta$

置換積分

ポイント

dx も変更する、積分範囲忘れない

部分積分

$$\int f(x)g(x)'dx =$$

例題

1. $\int \frac{x}{x^2+1}dx$ $\frac{1}{2}\log(x^2+1)+C$
2. $\int x(x-1)^5 dx$ $\frac{1}{42}(x-1)^6(6x+1)+C$
3. $\int xe^{2x}dx$ $\frac{1}{4}e^{2x}(2x-1)$
4. $\int x\sin x dx$ $-x\cos x+\sin x+C$
5. $\int x^2\log x dx$ $\frac{1}{3}x^3\log x-\frac{1}{9}x^3+C$
6. $\int \log(x+1)dx$ $(x+1)\log(x+1)-x+C$
7. $\int (\log x)^2 dx$ $x(\log x)^2-2x\log x+2x+C$
8. $\int e^{-x}\sin 2x dx$ $-\frac{1}{5}e^{-x}(\sin 2x+2\cos 2x)+C$
9. $\int \frac{x^3+x^2-1}{x^2-1}dx$ $\frac{1}{2}x^2+x+\frac{1}{2}\log|x^2-1|+C$
10. $\int \frac{x-3}{x^2-3x+2}dx$ $\log\frac{(x-1)^2}{|x-2|}+C$
11. $\int \frac{x}{\sqrt{2x+3}-\sqrt{3}}dx$ $\frac{1}{6}(2x+3)\sqrt{2x+3}+\frac{\sqrt{3}}{2}x+C$
12. $\int \sqrt{4-x^2}dx$ $\frac{16}{3}\pi+2\sqrt{3}$
13. $\int \frac{1}{x^2+4}dx$ $\frac{\pi}{24}$