B2 $\angle BAC$ が鋭角である $\triangle ABC$ において，$BC=\sqrt{7}$，外接円の半径が 2 である。

(1) $\sin\angle BAC$ の値を求めよ。

(2) $\cos\angle BAC$ の値を求めよ。また，$AB:AC=1:2$ であるとき，辺 AB の長さを求めよ。

(3) (2)のとき，$\triangle ABC$ の外接円の周上に点 D をとり，線分 BD が直径となるようにする。$\triangle ACD$ を，線分 AC を折り目として $\triangle ABC$ と垂直になるように折り曲げるとき，四面体 DABC の体積を求めよ。（配点　20）

(1) $\sin\angle BAC=\frac{\sqrt{7}}{4}$

(2) $\cos\angle BAC=\frac{3}{4}$, $AB=\frac{\sqrt{14}}{2}$

(3) $\frac{3\sqrt{14}}{64}$

B3 x の整式 $P(x)=x^3-(k+4)x^2+(2k+3)x-k$ がある。ただし，k は実数である。

(1) $P(x)$ を因数分解せよ。

(2) 方程式 $P(x)=0$ は異なる 3 つの実数解をもつことを示せ。

(3) 方程式 $P(x)=0$ の実数解を小さい順に α，β，γ とする。$\alpha^2+\gamma^2$ の値が最小になるときの k の値を求めよ。また，そのときの α，β，γ の値をそれぞれ求めよ。（配点　20）

(1) $P(x)=(x-1)\{x^2-(k+3)x+k\}$.

(2) $P(1)=0$ より $x=1$ を解としてもつ。

$f(x)=x^2-(k+3)x+k$ の判別式D

$D=(k+3)^2-4k=k^2+2k+9=(k+1)^2+8>0$

$\therefore f(x)$ は常に2つの解をもつ.

このとき $f(1)=-2$ より $x=1$ を解にもつことはない

したがって $P(x)=0$ は常に異なる3つの解をもつ

(3) $k=-2$, $\alpha=-1$, $\beta=1$, $\gamma=2$.

【選択問題】　数学B受験者は，次の $\boxed{\text{B4}}$ ～ $\boxed{\text{B8}}$ のうちから２題を選んで解答せよ。

$\boxed{\text{B4}}$ 座標平面上に2点 A$(4,\ -1)$，B$(-4,\ 5)$ がある。線分ABの中点Mを中心とし，点Aを通る円を K とする。

(1)　点Mの座標を求めよ。また，円 K の方程式を求めよ。

(2)　点C$(8,\ 1)$ を通り，直線ABに平行な直線 ℓ の方程式を求めよ。また，直線 ℓ と円 K の2つの共有点をD，Eとする。点D，Eの座標をそれぞれ求めよ。
ただし，(点Dの x 座標) < (点Eの x 座標) とする。

(3)　点D，Eは(2)で求めた点とする。円 K の点Aを含まない弧DE（端点を含む）上を点P$(x,\ y)$ が動くとき，$x+y$ の最大値と最小値をそれぞれ求めよ。　　（配点　20）

(1) M$(0, 2)$　K: $x^2+(y-2)^2=25$

(2) ℓ: $y=-\frac{3}{4}x+7$　D$(0, 7)$, E$\left(\frac{24}{5}, \frac{17}{5}\right)$

(3) Max $2+5\sqrt{2}$, Min $\frac{41}{5}$

$\boxed{\text{B5}}$ 関数 $y=2\sin 2\theta-3(\sin\theta+\cos\theta)-2$ がある。

(1)　$\theta=\frac{\pi}{4}$ のとき，y の値を求めよ。　$y=-3\sqrt{2}$

(2)　$t=\sin\theta+\cos\theta$ とおく。$\sin 2\theta$ を t を用いて表せ。　$\sin 2\theta=t^2-1$

(3)　$\frac{\pi}{2}<\theta<\frac{3}{2}\pi$ のとき，y のとり得る値の範囲を求めよ。　　（配点　20）

$-\frac{41}{8}\leqq y<1$

$2k^3+3k^3-12k^3+16k^2-4k$

B6 関数 $f(x)=2x^3+3kx^2-12k^2x+16k^2-4k$ がある。ただし，k は定数とする。

(1) $f'(x)=0$ を満たす x を k を用いて表せ。

(2) $k>0$ のとき，$f(x)$ の極値を求めよ。

(3) $k\neq 0$ とする。$x>0$ の範囲において，$f(x)$ の最小値が 0 となるような定数 k の値を求めよ。

（配点　20）

(1) $x=-2k, k$

(2) 極大値 $20k^3+16k^2-4k$ $(x=-2k)$, 極小値 $-7k^3+16k^2-4k$ $(x=k)$

(3) $k=\frac{2}{7}, 2, -1$

B7 等差数列 $\{a_n\}$ は $a_5=16$, $a_1+a_2+a_3=21$ を満たしている。また，数列 $\{b_n\}$ は

$$b_1=a_3,\ b_2=a_9,\ b_3=a_{27},\ \cdots\cdots,\ b_n=a_{3^n},\ \cdots\cdots\ (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

で定まる数列とする。

(1) 数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を n を用いて表せ。　$a_n=3n+1$

(2) b_5 を求めよ。また，$b_n\geqq 2018$ を満たす最小の n の値を求めよ。

(3) 数列 $\{a_n\}$ の項のうち，数列 $\{b_n\}$ の項を除いて，小さいものから順に並べた数列を $\{c_n\}$ とする。数列 $\{c_n\}$ の初項から第 100 項までの和を求めよ。

（配点　20）

(2) $b_5=1458$, $n=6$

(3) 22600

B8 △OAB があり，辺 OA を 2:1 に内分する点を C，辺 AB を 2:1 に内分する点を D とする。また，$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$ とする。

(1) $\overrightarrow{OC}$ を $\vec{a}$ を用いて表せ。また，$\overrightarrow{OD}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。

(2) s は実数とし，直線 CD 上に $\overrightarrow{CE}=s\overrightarrow{CD}$ となるような点 E をとる。$\overrightarrow{OE}$ を s，$\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。また，E が直線 OB 上にあるとき，s の値を求めよ。

(3) (2)の点 E が直線 OB 上にあり，OA = 2，OB = 3，∠AOB = 90° であるとする。また，t は実数とし，直線 AB 上に $\overrightarrow{AF}=t\overrightarrow{AB}$ ($t \neq 0$) となるような点 F をとる。EA = EF であるとき，t の値を求めよ。

(配点 20)

(1) $\overrightarrow{OC}=\frac{2}{3}\vec{a}$, $\overrightarrow{OD}=\frac{\vec{a}+2\vec{b}}{3}$

(2) $\overrightarrow{OE}-\overrightarrow{OC}=s(\overrightarrow{OD}-\overrightarrow{OC})$

$\overrightarrow{OE}=(1-s)\overrightarrow{OC}+s\overrightarrow{OD}$

$=\frac{2}{3}(1-s)\vec{a}+\frac{s}{3}(\vec{a}+\vec{b})=\frac{1}{3}(2-s)\vec{a}+\frac{s}{3}\vec{b}$

$s=2$

$\overrightarrow{OF}-\vec{a}+t(\vec{b}-\vec{a})$

(3) $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$

$\overrightarrow{EA}=\vec{a}-\frac{2}{3}\vec{b}$

$\overrightarrow{OF}=\vec{a}+t(\vec{b}-\vec{a})=(1-t)\vec{a}+t\vec{b}$

$\overrightarrow{EF}=(1-t)\vec{a}+(t-\frac{2}{3})\vec{b}$

$|\overrightarrow{EA}|^2=|\vec{a}|^2+\frac{4}{9}|\vec{b}|^2=8$

$|\overrightarrow{EF}|^2=(1-t)^2|\vec{a}|^2+(t-\frac{2}{3})^2|\vec{b}|^2$

$=4(1-t)^2+9(t-\frac{2}{3})$

$t=\frac{20}{13}$ //