

2016

2-7-2016

B2 ①, ②, ③, ④, ⑤の5枚のカードが入った袋がある。この袋から1枚ずつカードを取り出し、1回取り出すごとに次のルールにしたがって、左から順にカードを机に置く。

【ルール】カードを3回取り出し

- ・1回目は取り出したカードを机に置く。
- ・2回目と3回目は取り出したカードに書かれた数が、最後に置いたカードに書かれた数と連続するならば机に置き、連続しないならば袋に戻す。

例えば、⑤, ①, ④の順にカードを取り出したとき、左から順に⑤ ④とカードが机に置かれている。

- (1) 机に置いたカードが左から順に③ ② ①である確率を求めよ。 $\frac{1}{60}$
- (2) 机に置いたカードが①だけである確率を求めよ。また、机に置いたカードが左から順に② ①の2枚だけである確率を求めよ。 $\frac{9}{60}, \frac{3}{40}$
- (3) 最後に机に置いたカードが①である確率を求めよ。また、このとき、机に置いたカードが①だけである条件付き確率を求めよ。 $\frac{49}{240}, \frac{27}{49}$ (配点 20)

B3 $AB=7$, $BC=8$ の鋭角三角形 ABC の外接円 O_1 の半径は $\frac{7\sqrt{3}}{3}$ である。また、2点 B , C を通る円 O_2 があり、円 O_2 の中心が円 O_1 の点 A を含まない弧 BC 上にある。

- (1) $\sin \angle BAC$ の値を求めよ。 $\sin \angle BAC = \frac{4\sqrt{3}}{7}$
- (2) 辺 AC の長さを求めよ。また、円 O_2 の半径を求めよ。 $AC=5, 2\sqrt{7}$
- (3) 円 O_2 の周上に点 D を、 $\angle BDC$ が鋭角で $BD:CD=\sqrt{3}:\sqrt{7}$ であるようにとる。線分 BD の長さを求めよ。さらに、直線 BC と直線 AD の交点を E とするとき、 $\frac{DE}{AE}$ の値を求めよ。 $BD=4\sqrt{3}, \frac{DE}{AE}=\frac{8}{5}$ (配点 20)

【選択問題】 数学B受験者は、次の **B4** ~ **B8** のうちから2題を選んで解答せよ。

B4 整式 $P(x) = (x-b)(x^2-ax+b+3) + (b-a)(b+3)$ がある。ただし、 a, b は実数の定数である。

- (1) $P(a)$ の値を求めよ。 $(1) P(a)=0$
- (2) $P(x)$ を因数分解せよ。 $P(x) = (x-a)(x^2-bx+b+3)$
- (3) 3次方程式 $P(x)=0$ の3つの解の和が -3 であるとき、 b を a を用いて表せ。また、このとき、3次方程式 $P(x)=0$ が異なる解をちょうど2個もつような a の値を求めよ。

$$b = -a - 3, \quad a = -9.0. \quad (\text{配点 } 20)$$

2016年 (2A)

B5 座標平面上に2点 $A(0, 3)$, $B(\sqrt{3}, 2)$ を通る円 $K: x^2 + y^2 + ax + by - 3 = 0$ がある。

ただし, a, b は定数とする。

(1) a, b の値を求めよ。 $a=0, b=-2$

(2) 円 K の中心の座標と半径を求めよ。また, 点 B における円 K の接線 ℓ の方程式を求めよ。 $(0, 1), 2, \ell: \sqrt{3}x + y = 5$

(3) 点 $C(\sqrt{2}, 5 - \sqrt{2})$ とし, (2)の接線 ℓ と y 軸の交点を D とする。円 K 上を点 P が動くとき, $\triangle CDP$ の面積の最小値とそのときの点 P の座標を求めよ。 (配点 20)

$$2\sqrt{2} - 2, P(\sqrt{2}, \sqrt{2} + 1)$$

B6 θ についての方程式 $\cos 2\theta - \sin \theta = a$ ……① がある。ただし, a は定数である。

(1) $\cos 2\theta$ を $\sin \theta$ を用いて表せ。 $\cos 2\theta = 1 - 2\sin^2 \theta$

(2) $a = 0$ のとき, $0 \leq \theta < 2\pi$ の範囲で, ①を満たす θ の値を求めよ。

(3) $0 \leq \theta < 2\pi$ の範囲で, ①を満たす θ がちょうど2個あるような a の値の範囲を求めよ。

(2) $\theta = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{3\pi}{2}$, (3) $-2 < a < 0$ (配点 20)

B7 等差数列 $\{a_n\}$ があり, $a_3 = 1$, $a_4 + a_5 = 14$ である。また, 自然数 n に対して, n を3で割った余りを b_n とする。

(1) 数列 $\{a_n\}$ の初項と公差を求めよ。初項 -7 , 公差 4 。

(2) $\sum_{k=1}^n a_k$ を n を用いて表せ。また, $\sum_{k=1}^{2016} b_k$ の値を求めよ。 $2n^2 - 9n, 2016$

(3) $S_n = \sum_{k=1}^n (a_{3k-2} b_{3k-2} + a_{3k-1} b_{3k-1} + a_{3k} b_{3k})$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) とする。 S_1 を求めよ。また, S_n を n を用いて表せ。 $S_1 = -13, S_n = (8n^2 - 3)/n$ (配点 20)

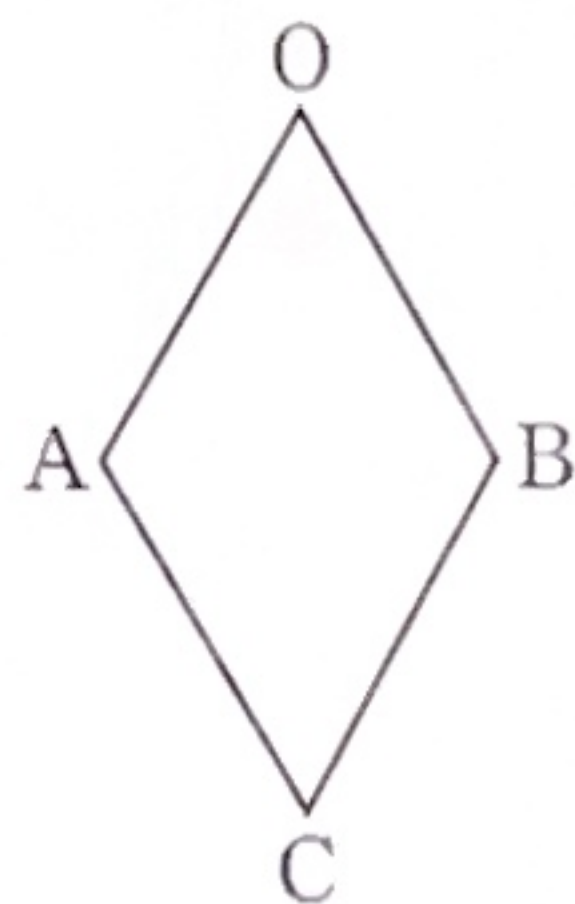
B8 1辺の長さが1のひし形 $OACB$ があり, $\angle AOB = 60^\circ$ である。

辺 AC , BC の中点をそれぞれ M , N とし, $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とする。

(1) \overrightarrow{OM} を \vec{a}, \vec{b} を用いて表せ。また, 内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ の値を求めよ。

(2) 辺 OB を $2:1$ に内分する点を P とし, 線分 MP を $t:(1-t)$ に内分する点を Q とする。このとき, \overrightarrow{OQ} を t, \vec{a}, \vec{b} を用いて表せ。また, 点 Q が直線 ON 上にあるとき, \overrightarrow{OQ} を \vec{a}, \vec{b} を用いて表せ。

(3) (2)において, 点 Q が直線 ON 上にあるとき, 点 Q から直線 OB に垂線を引き, 交点を H とする。このとき, \overrightarrow{QH} を \vec{a}, \vec{b} を用いて表せ。また, $|\overrightarrow{QH}|$ の値を求めよ。 (配点 20)



$$(1) \overrightarrow{OM} = \vec{a} + \frac{\vec{b}}{2}, \vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{2}$$

$$(2) \overrightarrow{OQ} = (1-t)\vec{a} + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{6}t\right)\vec{b}$$

$$\overrightarrow{OQ} = \frac{4}{13}\vec{a} + \frac{8}{13}\vec{b}$$

$$(3) \overrightarrow{QH} = -\frac{4}{13}\vec{a} + \frac{2}{13}\vec{b}$$

$$|\overrightarrow{QH}| = \frac{2\sqrt{3}}{13}$$