2016　　2-7-2016

B2 $\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$, $\boxed{5}$ の5枚のカードが入った袋がある。この袋から1枚ずつカードを取り出し，1回取り出すごとに次のルールにしたがって，左から順にカードを机に置く。

【ルール】カードを3回取り出し

・1回目は取り出したカードを机に置く。

・2回目と3回目は取り出したカードに書かれた数が，最後に置いたカードに書かれた数と連続するならば机に置き，連続しないならば袋に戻す。

例えば，$\boxed{5}$, $\boxed{1}$, $\boxed{4}$ の順にカードを取り出したとき，左から順に $\boxed{5}$ $\boxed{4}$ とカードが机に置かれている。

(1) 机に置いたカードが左から順に $\boxed{3}$ $\boxed{2}$ $\boxed{1}$ である確率を求めよ。 $\frac{1}{60}$

(2) 机に置いたカードが $\boxed{1}$ だけである確率を求めよ。また，机に置いたカードが左から順に $\boxed{2}$ $\boxed{1}$ の2枚だけである確率を求めよ。 $\frac{9}{80}$, $\frac{3}{40}$

(3) 最後に机に置いたカードが $\boxed{1}$ である確率を求めよ。また，このとき，机に置いたカードが $\boxed{1}$ だけである条件付き確率を求めよ。 $\frac{49}{240}$, $\frac{27}{49}$ 　（配点　20）

B3 AB＝7，BC＝8 の鋭角三角形 ABC の外接円 O_1 の半径は $\frac{7\sqrt{3}}{3}$ である。また，2点 B，C を通る円 O_2 があり，円 O_2 の中心が円 O_1 の点 A を含まない弧 BC 上にある。

(1) $\sin\angle BAC$ の値を求めよ。 $\sin\angle BAC = \frac{4\sqrt{3}}{7}$

(2) 辺 AC の長さを求めよ。また，円 O_2 の半径を求めよ。 $AC = 5$, $2\sqrt{7}$

(3) 円 O_2 の周上に点 D を，$\angle BDC$ が鋭角で $BD : CD = \sqrt{3} : \sqrt{7}$ であるようにとる。線分 BD の長さを求めよ。さらに，直線 BC と直線 AD の交点を E とするとき，$\frac{DE}{AE}$ の値を求めよ。 $BD = 4\sqrt{3}$, $\frac{DE}{AE} = \frac{8}{5}$ 　（配点　20）

【選択問題】　数学B受験者は，次の B4 ～ B8 のうちから２題を選んで解答せよ。

B4 整式 $P(x) = (x-b)(x^2-ax+b+3)+(b-a)(b+3)$ がある。ただし，a，b は実数の定数である。

(1) $P(a)$ の値を求めよ。 (1) $P(a) = 0$

(2) $P(x)$ を因数分解せよ。 $P(x) = (x-a)(x^2-bx+b+3)$

(3) 3次方程式 $P(x)=0$ の3つの解の和が -3 であるとき，b を a を用いて表せ。また，このとき，3次方程式 $P(x)=0$ が異なる解をちょうど2個もつような a の値を求めよ。

$b = -a-3$, $a = -9, 0$. 　（配点　20）

2016年 2月

B5 座標平面上に2点 A$(0,\ 3)$，B$(\sqrt{3},\ 2)$ を通る円 K：$x^2+y^2+ax+by-3=0$ がある。ただし，a，b は定数とする。

(1) a，b の値を求めよ。 $a=0$，$b=-2$

(2) 円 K の中心の座標と半径を求めよ。また，点Bにおける円 K の接線 ℓ の方程式を求めよ。 $(0,1)$，2，ℓ：$\sqrt{3}x+y=5$

(3) 点 C$(\sqrt{2},\ 5-\sqrt{2})$ とし，(2)の接線 ℓ と y 軸の交点をDとする。円 K 上を点Pが動くとき，△CDPの面積の最小値とそのときの点Pの座標を求めよ。 (配点 20)

$2\sqrt{2}-2$，P$(\sqrt{2},\sqrt{2}+1)$

B6 θ についての方程式 $\cos 2\theta-\sin\theta=a$ ……① がある。ただし，a は定数である。

(1) $\cos 2\theta$ を $\sin\theta$ を用いて表せ。 $\cos 2\theta=1-2\sin^2\theta$

(2) $a=0$ のとき，$0\leqq\theta<2\pi$ の範囲で，①を満たす θ の値を求めよ。

(3) $0\leqq\theta<2\pi$ の範囲で，①を満たす θ がちょうど2個あるような a の値の範囲を求めよ。

(配点 20)

(2) $\theta=\frac{\pi}{6}$，$\frac{5}{6}\pi$，$\frac{3}{2}\pi$，(3) $-2\leqq a<0$

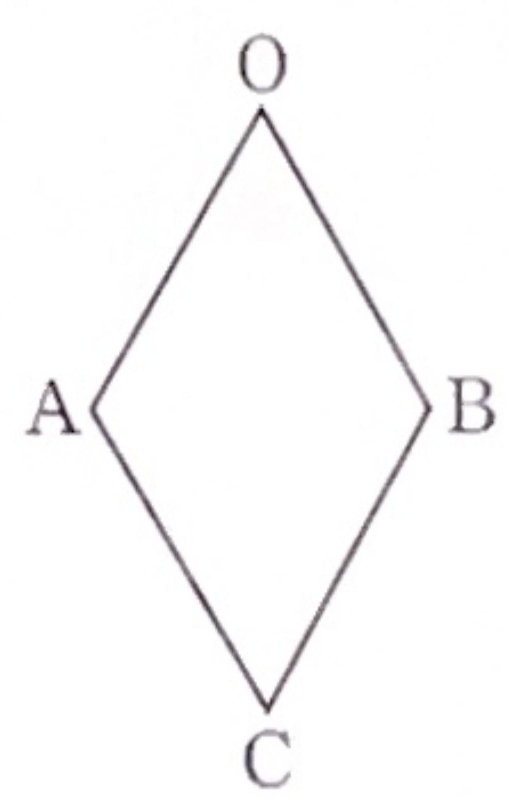
B7 等差数列 $\{a_n\}$ があり，$a_3=1$，$a_4+a_5=14$ である。また，自然数 n に対して，n を3で割った余りを b_n とする。

(1) 数列 $\{a_n\}$ の初項と公差を求めよ。 初項 -7，公差 4.

(2) $\sum_{k=1}^{n} a_k$ を n を用いて表せ。また，$\sum_{k=1}^{2016} b_k$ の値を求めよ。 $2n^2-9n$，2016.

(3) $S_n=\sum_{k=1}^{n}(a_{3k-2}b_{3k-2}+a_{3k-1}b_{3k-1}+a_{3k}b_{3k})$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ とする。S_1 を求めよ。また，S_n を n を用いて表せ。 $S_1=-13$，$S_n=18n^2-31n$. (配点 20)

B8 1辺の長さが1のひし形OACBがあり，$\angle\text{AOB}=60^\circ$ である。



辺AC，BCの中点をそれぞれM，Nとし，$\overrightarrow{\text{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\text{OB}}=\vec{b}$ とする。

(1) $\overrightarrow{\text{OM}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。また，内積 $\vec{a}\cdot\vec{b}$ の値を求めよ。

(2) 辺OBを2:1に内分する点をPとし，線分MPを $t:(1-t)$ に内分する点をQとする。このとき，$\overrightarrow{\text{OQ}}$ を t，$\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。また，点Qが直線ON上にあるとき，$\overrightarrow{\text{OQ}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。

(3) (2)において，点Qが直線ON上にあるとき，点Qから直線OBに垂線を引き，交点をHとする。このとき，$\overrightarrow{\text{QH}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。また，$|\overrightarrow{\text{QH}}|$ の値を求めよ。(配点 20)

(1) $\overrightarrow{\text{OM}}=\vec{a}+\frac{\vec{b}}{2}$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=\frac{1}{2}$

(2) $\overrightarrow{\text{OQ}}=(1-t)\vec{a}+\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{6}t\right)\vec{b}$

$\overrightarrow{\text{OQ}}=\frac{4}{13}\vec{a}+\frac{8}{13}\vec{b}$

(3) $\overrightarrow{\text{QH}}=-\frac{4}{13}\vec{a}+\frac{2}{13}\vec{b}$

$|\overrightarrow{\text{QH}}|=\frac{2\sqrt{3}}{13}$