2014 7A

数学B問題

(100分)

【必答問題】 数学B受験者は $\boxed{\text{B1}}$, $\boxed{\text{B2}}$, $\boxed{\text{B3}}$ を全問解答せよ。

$\boxed{\text{B1}}$ 次の $\boxed{}$ を正しくうめよ。解答欄には答えのみを記入せよ。

(1) $2b^2+b-1$ を因数分解すると $\boxed{(ア)}$ であり，$a^2+3ab+2b^2+b-1$ を因数分解すると $\boxed{(イ)}$ である。

(2) 方程式 $|x-1|=2$ の解は，$x=$ $\boxed{(ウ)}$ である。また，x を実数とするとき，$|x-1|=2$ は $x=3$ であるための $\boxed{(エ)}$。

$\boxed{(エ)}$ に当てはまるものを，下の①～④のうちから1つ選べ。

① 必要十分条件である　② 必要条件であるが，十分条件ではない

③ 十分条件であるが，必要条件ではない　④ 必要条件でも十分条件でもない

(3) 2次関数 $f(x)=(x+a)(x+1)$ があり，$y=f(x)$ のグラフは点 $(2,\ -3)$ を通る。このとき，定数 a の値は $\boxed{(オ)}$ であり，$f(x)$ の $0 \leqq x \leqq 3$ における最小値は $\boxed{(カ)}$ である。

(4) 先生2人と生徒3人がいる。この5人が円卓に着席する方法は全部で $\boxed{(キ)}$ 通りあり，このうち，先生2人が隣り合う方法は全部で $\boxed{(ク)}$ 通りある。

(5) 次のデータは，ある月の連続した12日間における各日の最低気温(℃)を並べたものである。

7, 5, 9, 7, 5, 6, 8, 7, 6, 4, 1, 3

このデータの範囲は $\boxed{(ケ)}$ (℃)であり，四分位範囲は $\boxed{(コ)}$ (℃)である。(配点　20)

$\boxed{\text{B2}}$ 袋の中に赤玉が3個，白玉が3個，青玉が3個の合計9個の玉があり，赤玉と白玉にはそれぞれ1から3までの数字が1つずつ，青玉には4から6までの数字が1つずつ書かれている。この袋から同時に4個の玉を取り出す。

(1) 赤玉2個と白玉2個を取り出す確率を求めよ。 $\frac{1}{14}$

(2) 取り出した4個の玉の中に，青玉が3個含まれる確率を求めよ。また，取り出した4個の玉の中に，青玉が2個だけ含まれる確率を求めよ。 $\frac{1}{21}$, $\frac{5}{14}$

(3) 取り出した4個の玉に書かれている数字がすべて異なる確率を求めよ。 (配点　20)

$\frac{11}{21}$

$\boxed{\mathbf{B3}}$ $\triangle$ABC において，AB $=5$，BC $=3\sqrt{5}$，$\tan A=-\dfrac{3}{4}$ である。

(1) $\cos A$ の値を求めよ。 $\cos A = -\frac{4}{5}$

(2) 辺 AC の長さを求めよ。 $AC = 2$

(3) $\angle$BCD $=90°$ かつ CD $=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$ である点 D を，直線 BC に関して点 A と同じ側にとり，直線 AC と直線 BD との交点を E とする。線分 DE の長さを求めよ。 （配点　20）

$DE = \frac{\sqrt{185}}{8}$

【選択問題】　数学 B 受験者は，次の $\boxed{\mathbf{B4}}$ ～ $\boxed{\mathbf{B8}}$ のうちから２題を選んで解答せよ。

$\boxed{\mathbf{B4}}$ x の 3 次式 $P(x)=x^3-4x^2+ax+b$ があり，$P(2)=0$ である。ただし，a，b は実数の定数である。

(1) b を a を用いて表せ。 $b=-2a+8$

(2) $P(x)$ を因数分解せよ。また，方程式 $P(x)=0$ が 2 つの虚数解をもつような a の値の範囲を求めよ。 $P(x) = (x-2)(x^2-2x+a-4)$　　$a>5$

(3) 方程式 $P(x)=0$ が 2 つの虚数解をもち，この 2 つの虚数解が方程式 $x^3+px^2+px+21=0$（p は実数の定数）の解であるとき，a，p の値を求めよ。 $a=11$，$p=1$ （配点　20）

$\boxed{\mathbf{B5}}$ O を原点とする座標平面上に，点 A $(1,\ 3)$ と円 K_1：$x^2+y^2+4x+2y=0$ がある。また，円 K_1 と半径が等しく，点 O を中心とする円を K_2 とする。

(1) 円 K_2 の方程式を求めよ。

(2) 点 A から円 K_2 に引いた 2 本の接線と円 K_2 の接点をそれぞれ B，C とする。接点 B，C の座標を求めよ。ただし，点 B の y 座標は点 C の y 座標より大きいものとする。

(3) (2)のとき，直線 BC の方程式を求めよ。また，円 K_1 と中心が同じ円で，直線 BC から切り取る線分の長さが $2\sqrt{2}$ になる円を K_3 とする。点 P が円 K_3 の周上を動くとき，線分 AP の長さの最大値を求めよ。 （配点　20）

(1) $x^2+y^2=5$

(2) B $(-1, 2)$，C $(2, 1)$

(3) $y=-\frac{1}{3}x+\frac{5}{3}$　　$AP = 5+2\sqrt{3}$

B6 関数 $y = a\cos^2\theta + 4\sqrt{3}\sin\theta\cos\theta + 3$ ……① （a は定数）がある。また，$\theta = \frac{\pi}{6}$ のとき，$y = 3$ である。

(1) a の値を求めよ。 $a=-4$

(2) ①を $y = A\sin 2\theta + B\cos 2\theta + C$ （A，B，C は定数）の形に表せ。

(3) $\frac{\pi}{4} \leqq \theta \leqq \frac{3}{4}\pi$ における関数①の最大値と最小値，およびそのときの θ の値をそれぞれ求めよ。 （配点　20）

(2) $y=2\sqrt{3}\sin 2\theta-2\cos 2\theta+1$

(3) Max 5 $(\theta=\frac{\pi}{3})$, Min $1-2\sqrt{3}$ $(\theta=\frac{4}{3}\pi)$

B7 等差数列 $\{a_n\}$ があり，$a_4 = 6$，$a_{10} = 12$ を満たしている。また，数列 $\{b_n\}$ があり，$b_n = 2^{a_n}$ （$n = 1$，2，3，……）である。

(1) 数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を求めよ。 $a_n=n+2$

(2) $S_n = b_1 + b_2 + b_3 + \cdots\cdots + b_n$ とするとき，S_n を n を用いて表せ。 $S_n=8\cdot(2^n-1)$

(3) 自然数 n を 4 で割った余りを c_n とし，$T_n = \sum_{k=1}^{4n} b_k c_k$ （$n = 1$，2，3，……）とする。T_1 の値を求めよ。また，T_n を n を用いて表せ。 （配点　20）

$T_1=136$, $T_n=\frac{136}{15}(16^n-1)$

B8 $OA = 4$ である △OAB があり，$\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OB}$ は内積の関係式 $\overrightarrow{OA}\cdot(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}) = 20$ を満たしている。

(1) 内積 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}$ の値を求めよ。 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=4$

(2) $\overrightarrow{OP} = k\overrightarrow{OA}$ （k は実数）である点 P が $\overrightarrow{OA} \perp \overrightarrow{BP}$ を満たすとき，k の値を求めよ。

(3) (2)のとき，辺 AB を 2:1 に内分する点を C，直線 OC と直線 BP の交点を D とする。このとき，$\overrightarrow{OD}$ を $\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OB}$ を用いて表せ。さらに，$|\overrightarrow{OD}| = 2$ のとき，$|\overrightarrow{OB}|$ を求めよ。 （配点　20）

(2) $k=\frac{1}{4}$

(3) $\overrightarrow{OD}=\frac{1}{6}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{OB}$, $|\overrightarrow{OB}|=2\sqrt{7}$ ..