

## অনুক্রম ও ধারা

১. নিচের অনুক্রমগুলো সমান্তর, গুণোত্তর, ফিবোনাচ্চি নাকি কোনোটিই নয়? কেন? সাধারণ পদ নির্ণয়সহ ব্যাখ্যা করো।

(i) 2, 5, 10, 17,.....

**সমাধানঃ** এটি সমান্তর নয় কারণ এর সাধারণ অন্তর ভিন্ন ভিন্ন।

যেমনঃ

$$২য় পদ - ১ম পদ = 5 - 2 = 3$$

$$৩য় পদ - ২য় পদ = 10 - 5 = 5$$

আবার,

এটি গুণোত্তর নয় কারণ এর সাধারণ অনুপাত ভিন্ন ভিন্ন।

যেমনঃ

$$২য় পদ \div ১ম পদ = 5 \div 2 = 2.5$$

$$৩য় পদ \div ২য় পদ = 10 \div 5 = 2$$

এটি ফিবোনাচ্চি নয় কারণ এর পরবর্তী যে কোনো পদ পূর্ববর্তী দুটি পদের সমষ্টির সমান নয়। যেমনঃ

$$১ম পদ + ২য় পদ = 2 + 5 \neq 10 \text{ (৩য় পদ);}$$

$$২য় পদ + ৩য় পদ = 5 + 10 \neq 17 \text{ (৪র্থ পদ)}$$

**সাধারণ পদ নির্ণয়ঃ**

লক্ষ করি,

$$\text{প্রদত্ত অনুক্রমঃ } 2, \quad 5, \quad 10, \quad 17, \dots$$

$$১ম পার্থক্যঃ \quad 3 \quad 5 \quad 7$$

$$২য় পার্থক্যঃ \quad 2 \quad 2$$

এখান থেকে লিখতে পারি,

$$(৩য় পদ - ২য় পদ) + 2 + ৩য় পদ = ৪র্থ পদ$$

$$\text{বা, } ২ \times ৩য় পদ - ২য় পদ + 2 = ৪র্থ পদ$$

$$\text{বা, } 2.a_3 - a_2 + 2 = a_4$$

$$\text{বা, } a_n = 2a_{n-1} - a_{n-2} + 2 \text{ [নির্নেয় সাধারন পদ]}$$

(ii) 2, 7, 12, 17,.....

**সমাধানঃ** এটি সমান্তর কারণ এর সাধারণ অন্তর অভিন্ন।

$$২য় পদ - ১ম পদ = 7 - 2 = 5$$

$$৩য় পদ - ২য় পদ = 12 - 7 = 5$$

**সাধারণ পদ নির্ণয়ঃ**

এখানে,

১ম পদ a, সাধারণ অন্তর d হলে সমান্তর অনুক্রমের বীজগণিতীয় রূপঃ

$$a, a+d, a+2d, a+3d \dots$$

এই অনুসারে, nতম পদ,  $a_n = a + (n-1)d = 2 + (n-1)5$  [নির্নেয় সাধারন পদ]

(iii) -12, 24, -48, 96,.....

**সমাধানঃ** এটি গুণোত্তর কারণ এর সাধারণ অনুপাত অভিন্ন।

যেমনঃ

$$২য় পদ \div ১ম পদ = 24 \div (-12) = -2$$

$$৩য় পদ \div ২য় পদ = (-48) \div 24 = -2$$

**সাধারণ পদ নির্ণয়ঃ**

এখানে,

১ম পদ a, সাধারণ অনুপাত r হলে গুণোত্তর অনুক্রমের বীজগণিতীয় রূপঃ  $a, ar, ar^2, ar^3, \dots$

এই অনুসারে, nতম পদ,  $a_n = ar^{n-1} = -12.(-2)^{n-1}$  [নির্নেয় সাধারন পদ]

(iv) 13, 21, 34, 55,.....

**সমাধানঃ** এটি ফিবোনাচ্চি কারণ এর পরবর্তী যে কোনো পদ পূর্ববর্তী দুটি পদের সমষ্টির সমান। যেমনঃ

$$৩য় পদ = ১ম পদ + ২য় পদ = 13 + 21 = 34$$

$$৪র্থ পদ = ২য় পদ + ৩য় পদ = 21 + 34 = 55$$

**সাধারণ পদ নির্ণয়ঃ**

পদ কে F দ্বারা চিহ্নিত করলে,

সুত্রমতে n তম পদ,  $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$  [নির্নেয় সাধারন পদ]

(v) 5, -3,  $\frac{9}{5}$ ,  $-\frac{27}{25}$ ,.....

**সমাধানঃ** এটি গুণোত্তর কারণ এর সাধারণ অনুপাত অভিন্ন।

যেমনঃ

$$২য় পদ \div ১ম পদ = (-3) \div 5 = -\frac{3}{5}$$

$$৩য় পদ \div ২য় পদ = \frac{9}{5} \div (-3) = -\frac{3}{5}$$

**সাধারণ পদ নির্ণয়ঃ**

এখানে, ১ম পদ a, সাধারণ অনুপাত r হলে গুণোত্তর অনুক্রমের বীজগণিতীয়

রূপঃ  $a, ar, ar^2, ar^3, \dots$

এই অনুসারে, nতম পদ,  $a_n = ar^{n-1} = 5.(-\frac{3}{5})^{n-1}$  [নির্নেয় সাধারন পদ]

(vi)  $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{4}{3}, \frac{8}{3}, \dots$

**সমাধানঃ** এটি গুণোত্তর কারণ এর সাধারণ অনুপাত অভিন্ন।

$$\text{যেমনঃ } ২য় পদ \div ১ম পদ = \frac{2}{3} \div \frac{1}{3} = 2$$

$$৩য় পদ \div ২য় পদ = \frac{4}{3} \div \frac{2}{3} = 2$$

**সাধারণ পদ নির্ণয়ঃ**

এখানে, ১ম পদ a, সাধারণ অনুপাত r হলে গুণোত্তর অনুক্রমের বীজগণিতীয়

রূপঃ  $a, ar, ar^2, ar^3, \dots$

এই অনুসারে, nতম পদ,  $a_n = ar^{n-1} = \frac{1}{3}.2^{n-1}$  [নির্নেয় সাধারন পদ]

২. নিচের অনুক্রমগুলোর শূন্যস্থান পূরণ করো।

$$(i) 2, 9, 16, \_, \_, 37, \_.$$

$$(ii) -35, \_, \_, -5, 5, \_.$$

$$(iii) \_, \_, \_, 5, -4, \_.$$

$$(iv) \_, 10x^2, 50x^3, \_, \_.$$

**সমাধানঃ** (i) 2, 9, 16, 23, 30, 37, 44.

$$[\text{Hint: } a_n = a + (n-1)d \text{ সূত্রমতে}]$$

$$(ii) -35, -25, -15, -5, 5, 15.$$

$$[\text{Hint: } a_n = a + (n-1)d \text{ সূত্রমতে}]$$

$$(iii) 32, 23, 14, 5, -4, -13.$$

$$[\text{Hint: } a_n = a + (n-1)d \text{ সূত্রমতে}]$$

$$(iv) 2x, 10x^2, 50x^3, 250x^4, 1250x^5.$$

$$[\text{Hint: } a_n = ar^{n-1} \text{ সূত্রমতে}]$$

৩. ছকের খালি ঘরগুলো পূরণ করো।

[বি.দ্রঃ আমরা এই ছকেই সমাধানের ফল দ্বারা খালি ঘরগুলো পূরণ করে দিয়েছি, আর নিম্নে সমাধানের পদ্ধতি বিস্তারিত দেয়া হয়েছে।]

ক্রমিক নং	১ম পদ a	সাধারণ অন্তর d	পদসংখ্যা n	n তম পদ a <sub>n</sub>	S <sub>n</sub>
i.	2	5	10	47	245
ii.	-37	4	10	-1	-190
iii.	29	-4	14	-23	42
iv.	34	-2	13	10	286
v.	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$	15	$3\frac{1}{4}$	255
vi.	9	-2	18	-25	-144
vii.	7	$\frac{7}{3}$	13	35	$182\frac{2}{3}$
viii.	-4	7	25	164	2000
ix.	8	$-\frac{3}{4}$	15	$-\frac{5}{2}$	$165\frac{1}{4}$
x.	2	2	50	100	2550

**সমাধানঃ** i) n তম পদ  $a_n = a + (n - 1)d$

$$= 2 + (10-1)5$$

$$= 2 + 9 \times 5$$

$$= 2 + 45 = 47$$

সমষ্টি  $S_n = \frac{1}{2}.n\{2a + (n - 1)d\}$

$$= \frac{1}{2} \times 10 \{2 \times 2 + (10-1)5\}$$

$$= 5 (4 + 9 \times 5)$$

$$= 5 \times 49 = 245$$

ii. [বি.দ্রঃ পাঠ্যবইয়ে  $S_n$  এর মান -180 দেওয়া আছে, আমরা যাচাই বাছাই করে পেয়েছি এটা -190 হলে গ্রহণযোগ্য হয় এবং সেই অনুসারে সমাধান দেয়া হলো। তোমাদের মতামত থাকলে আমাদের জানিও।]

আমরা জানি,  $S_n = \frac{1}{2}.n\{2a + (n - 1)d\}$

$$\text{বা, } 2S_n = n\{2a + (n - 1)d\}$$

$$\text{বা, } 2 \times -190 = n\{2 \times -37 + (n - 1)4\} \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$\text{বা, } -380 = n(-74 + 4n - 4)$$

$$\text{বা, } -380 = -74n + 4n^2 - 4n$$

$$\text{বা, } -190 = -37n + 2n^2 - 2n$$

$$\text{বা, } -190 = -39n + 2n^2$$

$$\text{বা, } -39n + 2n^2 + 190 = 0$$

$$\text{বা, } 2n^2 - 39n + 190 = 0$$

$$\text{বা, } 2n^2 - 20n - 19n + 190 = 0$$

$$\text{বা, } 2n(n-10) - 19(n-10) = 0$$

$$\text{বা, } (2n-19)(n-10) = 0$$

$$\therefore 2n = 19$$

$$\text{বা, } n = 9.5$$

[n এর মান ভগ্নাংশ হতে পারে না।]

আবার,

সূত্রমতে,  $a_n = a + (n - 1)d$

$$\text{বা, } a_n = -37 + (10-1)4 \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$\text{অথবা, } n = 10$$

$$\therefore n = 10$$

$$\text{বা, } a_n = -37 + 9 \times 4$$

$$\text{বা, } a_n = -37 + 36$$

$$\therefore a_n = -1$$

iii. আমরা জানি,

$$a_n = a + (n - 1)d$$

$$\text{বা, } -23 = 29 + (n - 1) \times (-4) \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$\text{বা, } -23 = 29 - 4n + 4$$

$$\text{বা, } 4n = -23 - 29 - 4$$

$$\text{বা, } 4n = -56$$

$$\therefore n = \frac{-56}{4} = 14$$

আবার, আমরা জানি,

$$S_n = \frac{1}{2}.n\{2a + (n - 1)d\}$$

$$\text{বা, } S_n = \frac{1}{2}.14\{2 \times 29 + (14 - 1)(-4)\} \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$\text{বা, } S_n = 7\{58 + 13(-4)\}$$

$$\text{বা, } S_n = 7(58 - 52)$$

$$\text{বা, } S_n = 7 \times 6$$

$$\therefore S_n = 42$$

iv) আমরা জানি,

$$a_n = a + (n - 1)d$$

$$\text{বা, } 10 = a + (13-1)(-2) \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$\text{বা, } 10 = a + 12 \times (-2)$$

$$\text{বা, } 10 = a - 24$$

$$\text{বা, } a = 10 + 24$$

$$\therefore a = 34$$

আবার,

আমরা জানি,  $S_n = \frac{1}{2}.n\{2a + (n - 1)d\}$

$$\text{বা, } S_n = \frac{1}{2}.13\{2 \times 34 + (13 - 1)(-2)\} \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$\text{বা, } S_n = \frac{1}{2}.13\{68 + 12(-2)\}$$

$$\text{বা, } S_n = \frac{1}{2}.13\{68 - 24\}$$

$$\text{বা, } S_n = \frac{1}{2}.13 \times 44$$

$$\therefore S_n = 286$$

v) আমরা জানি,  $a_n = a + (n - 1)d$

$$\text{বা, } 3\frac{1}{4} = \frac{3}{4} + (n-1)\frac{1}{2} \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$\text{বা, } 31 = 3 + (n-1).2 \text{ [উভয়পক্ষকে 4 দ্বারা গুণ করে]}$$

$$\text{বা, } 31 = 3 + 2n - 2$$

$$\text{বা, } 31 = 2n + 1$$

$$\text{বা, } 2n = 31 - 1$$

$$\text{বা, } 2n = 30$$

$$\therefore n = 15$$

আবার,  $S_n = \frac{1}{2}.n\{2a + (n - 1)d\}$

$$\text{বা, } S_n = \frac{1}{2}.15\{2 \times \frac{3}{4} + (15 - 1)\frac{1}{2}\}$$

$$\text{বা, } S_n = \frac{1}{2}.15\{3\frac{1}{2} + (14)\frac{1}{2}\}$$

$$\text{বা, } S_n = \frac{1}{2} \cdot 15 \{ \frac{3}{2} + \frac{14}{2} \}$$

$$\text{বা, } S_n = \frac{1}{2} \cdot 15 \{ \frac{17}{2} \}$$

$$\text{বা, } S_n = 255$$

vi) আমরা জানি,  $S_n = \frac{1}{2} \cdot n \{ 2a + (n - 1)d \}$

$$\text{বা, } 2S_n = n \{ 2a + (n - 1)d \}$$

$$\text{বা, } 2 \times -144 = n \{ 2 \times 9 + (n - 1)(-2) \} \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$\text{বা, } -288 = n(18 - 2n + 2)$$

$$\text{বা, } -288 = 18n - 2n^2 + 2n$$

$$\text{বা, } -288 = 20n - 2n^2$$

$$\text{বা, } 20n - 2n^2 + 288 = 0$$

$$\text{বা, } -2n^2 + 20n + 288 = 0$$

$$\text{বা, } 2n^2 - 20n - 288 = 0$$

$$\text{বা, } n^2 - 10n - 144 = 0$$

$$\text{বা, } n^2 - 10n - 144 = 0$$

$$\text{বা, } n^2 - 18n + 8n - 144 = 0$$

$$\text{বা, } n(n - 18) + 8(n - 18) = 0$$

$$\text{বা, } (n - 18)(n + 8) = 0$$

$$\therefore n = 18$$

$$\text{অথবা, } n = 8$$

[গ্রহণযোগ্য নয়]

আবার,  $a_n = a + (n - 1)d$

$$\text{বা, } a_n = 9 + (18 - 1)(-2) \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$\text{বা, } a_n = 9 + 17(-2)$$

$$\text{বা, } a_n = 9 - 34$$

$$\therefore a_n = -25$$

vii) আমরা জানি,

$$a_n = a + (n - 1)d$$

$$\text{বা, } 35 = 7 + (13 - 1)d \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$\text{বা, } 35 = 7 + 12d$$

$$\text{বা, } 12d = 35 - 7$$

$$\text{বা, } 12d = 28$$

$$\therefore d = \frac{28}{12} = \frac{7}{3}$$

আবার,  $S_n = \frac{1}{2} \cdot n \{ 2a + (n - 1)d \}$

$$\text{বা, } S_n = \frac{1}{2} \cdot 13 \{ 2 \times 7 + (35 - 1) \frac{7}{3} \} \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$\text{বা, } S_n = \frac{1}{2} \cdot 13 \{ 14 + (34) \times \frac{7}{3} \}$$

$$\text{বা, } S_n = \frac{1}{2} \cdot 13 \{ 14 + \frac{238}{3} \}$$

$$\text{বা, } S_n = \frac{1}{2} \cdot 13 \{ \frac{42}{3} + \frac{238}{3} \}$$

$$\text{বা, } S_n = \frac{1}{2} \cdot 13 \{ \frac{280}{3} \}$$

$$\text{বা, } S_n = \frac{3640}{6}$$

$$\therefore S_n = \frac{1820}{3}$$

viii) আমরা জানি,

$$S_n = \frac{1}{2} \cdot n \{ 2a + (n - 1)d \}$$

$$\text{বা, } 2000 = \frac{1}{2} \cdot 25 \{ 2a + (25 - 1)7 \} \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$\text{বা, } 2000 = \frac{1}{2} \cdot 25 \{ 2a + 24 \times 7 \}$$

$$\text{বা, } 2000 = \frac{1}{2} \cdot 25 \{ 2a + 168 \}$$

$$\text{বা, } (2a + 168) = \frac{2000 \times 2}{25}$$

$$\text{বা, } 2a + 168 = 160$$

$$\text{বা, } 2a = 160 - 168$$

$$\text{বা, } 2a = -8$$

$$\therefore a = -4$$

আবার,

$$a_n = a + (n - 1)d$$

$$a_n = -4 + (25 - 1)7 \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$a_n = -4 + 24 \times 7$$

$$a_n = -4 + 168$$

$$a_n = 164$$

ix) আমরা জানি,

$$S_n = \frac{1}{2} \cdot n \{ 2a + (n - 1)d \}$$

$$\text{বা, } \frac{165}{4} = \frac{1}{2} \cdot 15 \{ 2a + (15 - 1)(-\frac{3}{4}) \} \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$\text{বা, } \frac{165}{4} = \frac{1}{2} \cdot 15 \{ 2a + 14 \times (-\frac{3}{4}) \}$$

$$\text{বা, } \frac{165}{4} = \frac{1}{2} \cdot 15 \{ 2a - \frac{21}{2} \}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} \cdot 15 \{ 2a - \frac{21}{2} \} = \frac{165}{4}$$

$$\text{বা, } (2a - \frac{21}{2}) = \frac{11}{2}$$

$$\text{বা, } 2a = \frac{11}{2} + \frac{21}{2}$$

$$\text{বা, } 2a = \frac{32}{2}$$

$$\text{বা, } a = \frac{32}{4}$$

$$\text{বা, } a = 8$$

আবার,

$$a_n = a + (n - 1)d$$

$$a_n = 8 + (15 - 1)(-\frac{3}{4}) \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$a_n = 8 + 14 \times (-\frac{3}{4})$$

$$a_n = 8 - \frac{21}{2}$$

$$a_n = \frac{16}{2} - \frac{21}{2}$$

$$a_n = -\frac{5}{2}$$

x) আমরা জানি,

$$S_n = \frac{1}{2} \cdot n \{ 2a + (n - 1)d \}$$

$$\text{বা, } 2S_n = n \{ 2a + (n - 1)d \}$$

$$\text{বা, } 2 \times 2550 = n \{ 2 \cdot 2 + (n - 1)2 \} \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$\text{বা, } 5100 = n(4 + 2n - 2)$$

$$\text{বা, } 5100 = 4n + 2n^2 - 2n$$

$$\text{বা, } 5100 = 2n + 2n^2$$

$$\text{বা, } 2550 = n + n^2$$

$$\text{বা, } n + n^2 + 2550 = 0$$

$$\text{বা, } n^2 + n + 2550 = 0$$

$$\text{বা, } n^2 + 51n - 50n + 2550 = 0$$

$$\text{বা, } n(n + 51) - 50(n + 51) = 0$$

$$\text{বা, } (n + 51)(n - 50) = 0$$

$$\therefore n=50$$

$$\therefore n=50$$

$$\text{আবার, } a_n = a + (n - 1)d$$

$$\text{বা, } a_n = 2 + (50-1)2 \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$\text{বা, } a_n = 2 + 49 \times 2$$

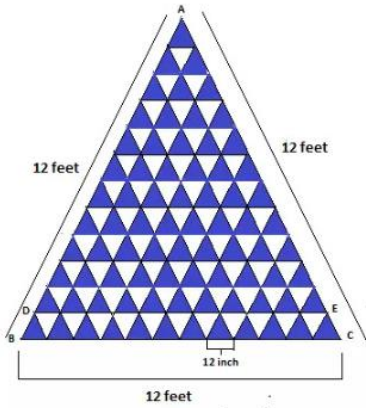
$$\text{বা, } a_n = 2 + 98$$

$$\therefore a_n = 100$$

8. তোমার পড়ার ঘরের মেঝেতে তুমি সমবাহু ত্রিভুজাকৃতির একটি মোজাইক করতে চাও, যার বাহুর দৈর্ঘ্য 12 ফুট। মোজাইকে সাদা ও নীল রঙের টাইলস থাকবে। প্রতিটি টাইলস 12 ইঞ্চি দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট সুষম ত্রিভুজাকৃতি। টাইলসগুলো বিপরীত রঙে বসিয়ে মোজাইকটি সম্পূর্ণ করতে হবে।

ক) ত্রিভুজাকৃতির মোজাইকটির একটি মডেল তৈরি করো।

**সমাধানঃ** আমি আমার ঘরে সমবাহু ত্রিভুজ আকৃতির একটি মোজাইক করতে চাই যার প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য ১২ ফুট। এবং এই মোজাইক করার জন্য আমি কতগুলো নীল ও কতগুলো সাদা টাইলস বেছে নিয়েছি যেখানে প্রতিটি টাইলস সমবাহু এবং বাহুর দৈর্ঘ্য ১২ ইঞ্চি। এখন টাইলসগুলো বিপরীত রঙে বসানোর জন্য আমি একটি মডেল তৈরি করেছি, মডেলটি নিম্নরূপঃ



খ) প্রত্যেক রঙের কয়টি করে টাইলস লাগবে?

**সমাধানঃ** সমবাহু ত্রিভুজাকৃতি মোজাইক এর বাহু  $AB = BC = CA = 12$  ফুট।

সুখম ত্রিভুজাকৃতি টাইলস এর বাহুর দৈর্ঘ্য = 12 ইঞ্চি = 1 ফুট।

তাহলে, মডেল অনুসারে, ত্রিভুজাকৃতি মোজাইক এর বাহু BC বরাবর স্থাপিত নীল টাইলস এর সংখ্যা =  $(12 \div 1)$  টি = 12 টি।

অর্থাৎ ১ম ধাপে নীল টাইলস এর সংখ্যা  $a = 12$

আবার,

$$\text{সমবাহু ত্রিভুজাকৃতি মোজাইক ABC এর উচ্চতা} = \left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right) \cdot 12 \text{ ফুট।}$$

$$\text{সুখম ত্রিভুজাকৃতি টাইলস এর উচ্চতা} = \left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right) \cdot 1 \text{ ফুট।}$$

তাহলে,

$$\text{মডেলটিতে, মোট ধাপ সংখ্যা } n = \left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right) \cdot 12 \div \left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right) \cdot 1 = 12$$

$$\text{এবং, ADE এর উচ্চতা} = \left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right) \cdot 12 - \left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right) \cdot 1 = \left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right) \cdot 11 \text{ ফুট।}$$

$$\text{এখন আমরা জানি সমবাহু ত্রিভুজের উচ্চতা} = \left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right) \cdot a, \text{ এই সূত্র}$$

$$\text{অনুসারে } \left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right) \cdot 11 \text{ উচ্চতা বিশিষ্ট ত্রিভুজটি সমবাহু হবে এবং যার প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য 11 ফুট।}$$

$$\text{অর্থাৎ, DE} = 11 \text{ ফুট।}$$

তাহলে, DE বরাবর নীল টাইলস রাখা যাবে  $(11 \div 1)$  টি = 11 টি।

অর্থাৎ ২য় ধাপে নীল টাইলস এর সংখ্যা = 11

তাহলে, সমান্তর ধারা অনুসারে, সাধারন অন্তর  $d = (11 - 12) = -1$

সুতরাং,

মডেলটিতে মোট নীল টাইলস এর সংখ্যা  $S_n$

$$= \frac{1}{2} \cdot n \{2a + (n - 1)d\}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 12 \{2 \cdot 12 + (12 - 1)(-1)\}$$

$$= 6 \{24 + 11(-1)\}$$

$$= 6(24 - 11)$$

$$= 6 \times 13 = 78 \text{ টি}$$

এখন আবার,

মডেল অনুসারে, DE বরাবর সাদা টাইলস আছে 11টি কারণ DE = 11 ফুট।

নীল টাইলসের ক্ষেত্রে প্রয়োগকৃত সকল সূত্র ও নিয়ম সাদা টাইলস এর ক্ষেত্রে ব্যবহার করলে সেক্ষেত্রে আমরা পাই,

$$a = 11, n = 11, d = -1$$

তাহলে, মোট সাদা টাইলস এর সংখ্যা  $S_n$

$$= \frac{1}{2} \cdot n \{2a + (n - 1)d\}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 11 \{2 \cdot 11 + (11 - 1)(-1)\}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 11 \{22 + 10(-1)\}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 11 (22 - 10)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 11 \times 12$$

$$= 66 \text{ টি}$$

গ) মোট কতগুলো টাইলস প্রয়োজন হবে?

**সমাধানঃ** সমবাহু ত্রিভুজাকৃতি মোজাইক এর বাহুর দৈর্ঘ্য = 12 ফুট।

$$\therefore \text{সমবাহু ত্রিভুজাকৃতি মোজাইক এর ক্ষেত্রফল} = \sqrt{\frac{3}{4}} \cdot (12)^2 \text{ বর্গ ফুট।}$$

আবার,

সুখম ত্রিভুজাকৃতি টাইলস এর বাহুর দৈর্ঘ্য = 12 ইঞ্চি = 1 ফুট।

$$\therefore \text{সুখম ত্রিভুজাকৃতি টাইলস এর ক্ষেত্রফল} = \sqrt{\frac{3}{4}} \cdot (1)^2 \text{ বর্গ ফুট।}$$

অর্থাৎ,

সমবাহু ত্রিভুজাকৃতি মোজাইক সম্পূর্ণ করতে সুখম ত্রিভুজাকৃতি টাইলস

$$\text{লাগবে } \frac{\sqrt{\frac{3}{4}} \cdot (12)^2}{\sqrt{\frac{3}{4}} \cdot (1)^2}$$

$$= (12)^2 \text{ টি}$$

$$= 144 \text{ টি।}$$

### ৫. ছকের খালি ঘরগুলো পূরণ করো।

[বি.দ্রঃ অনুক্রম ও ধারা অধ্যায়ের এই ৫ নং সমস্যার ছক পূরণ করেই প্রকাশ করা হলো।  
কিভাবে ছক এ উত্তর বসানো হয়েছে তা ছকের নিচে সূত্র সহকারে বিস্তারিত দেয়া  
হয়েছে।]

ক্রমিক নং	১ম পদ a	সাধারণ অনুপাত r	পদসংখ্যা n	nতম পদ a <sub>n</sub>	সমষ্টি S <sub>n</sub>
i.	128	1/2	9	1/2	511/2
ii.	1	-3	8	-2187	-1640
iii.	1/√2	-√2	9	8√2	(31/√2 - 7)
iv.	2	-2	7	128	86
v.	2	2	7	128	254
vi.	12	2	7	768	1524
vii.	27	1/3	5	1/3	121/3
viii.	3	4	6	3072	4095

#### সমাধানঃ

#### i) a<sub>n</sub> = ar<sup>n-1</sup>

$$\text{বা, } 1/2 = 128(1/2)^{n-1} \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$\text{বা, } (1/2)^{n-1} = 1/256$$

$$\text{বা, } (1/2)^{n-1} = (1/2)^8$$

$$\text{বা, } n-1 = 8$$

$$\therefore n = 9$$

আবার,

$$S_n = a(1-r^n) \div (1-r)$$

$$\text{বা, } S_n = 128(1 - 1/2^9) \div (1 - 1/2) \text{ [মান বসিয়ে..]}$$

$$\text{বা, } S_n = 128(1 - 1/512) \div 1/2$$

$$\text{বা, } S_n = 128(511/512) \times 2$$

$$\therefore S_n = 511/2$$

#### ii) a<sub>n</sub> = ar<sup>n-1</sup>

$$\text{বা, } -2187 = a(-3)^{8-1} \text{ [মান বসিয়ে..]}$$

$$\text{বা, } -2187 = a(-3)^7$$

$$\text{বা, } -2187 = -2187a$$

$$\therefore a = 1$$

$$\text{এবং } S_n = a(1-r^n) \div (1-r)$$

$$S_n = 1 \{1 - (-3)^8\} \div \{1 - (-3)\} \text{ [মান বসিয়ে..]}$$

$$S_n = (1 - 6561) \div 4$$

$$S_n = -6560 \div 4$$

$$S_n = -1640$$

#### iii) a<sub>n</sub> = ar<sup>n-1</sup>

$$\text{বা, } 8\sqrt{2} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)(-\sqrt{2})^{n-1} \text{ [মান বসিয়ে..]}$$

$$\text{বা, } 8\sqrt{2} \times \sqrt{2} = (-\sqrt{2})^{n-1}$$

$$\text{বা, } 16 = (-\sqrt{2})^{n-1}$$

$$\text{বা, } (-\sqrt{2})^{n-1} = (-\sqrt{2})^8$$

$$\text{বা, } n-1 = 8 \quad \therefore n = 9$$

$$\text{আবার, } S_n = a(1-r^n) \div (1-r)$$

$$\text{বা, } S_n = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\{1 - (-\sqrt{2})^9\} \div \{1 - (-\sqrt{2})\} \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$\text{বা, } S_n = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\{1^9 - (-\sqrt{2})^9\} \div \{1 - (-\sqrt{2})\}$$

$$\text{বা, } S_n = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)[(1^3)^3 - \{(-\sqrt{2})^3\}^3] \div \{1 - (-\sqrt{2})\}$$

$$\text{বা, } S_n = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)[\{(1^3 - (-\sqrt{2})^3)\} \{(1^3)^2 + 1^3 \cdot (-\sqrt{2})^3 + \{(-\sqrt{2})^3\}^2\}] \div \{1 - (-\sqrt{2})\}$$

$$\text{বা, } S_n = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)[\{1 - (-\sqrt{2})\} \{1^2 + 1 \cdot (-\sqrt{2}) + (-\sqrt{2})^2\} \{1 - 2\sqrt{2} + 8\}] \div \{1 - (-\sqrt{2})\}$$

$$\text{বা, } S_n = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)[\{1 - (-\sqrt{2})\} (1 - \sqrt{2} + 2) \{1 - 2\sqrt{2} + 8\}] \div \{1 - (-\sqrt{2})\}$$

$$\text{বা, } S_n = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)(1 - \sqrt{2} + 2) (1 - 2\sqrt{2} + 8)$$

$$\text{বা, } S_n = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)(1 - \sqrt{2} + 2 - 2\sqrt{2} + 4 + 4\sqrt{2} + 8 - 8\sqrt{2} + 16)$$

$$\text{বা, } S_n = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)(-7\sqrt{2} + 31)$$

$$\text{বা, } S_n = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)(31 - 7\sqrt{2})$$

$$\therefore S_n = \left(\frac{31}{\sqrt{2}} - 7\right)$$

#### iv) a<sub>n</sub> = ar<sup>n-1</sup>

$$\text{বা, } 128 = a(-2)^{7-1}$$

$$\text{বা, } 128 = a(-2)^6$$

$$\text{বা, } 128 = 64a$$

$$\therefore a = 2$$

$$\text{এবং, } S_n = a(1-r^n) \div (1-r)$$

$$\text{বা, } S_n = 2\{1 - (-2)^7\} \div \{1 - (-2)\}$$

$$\text{বা, } S_n = 2\{1 - (-128)\} \div (1+2)$$

$$\text{বা, } S_n = 2(1+128) \div (1+2)$$

$$\text{বা, } S_n = 2 \times 129 \div 3$$

$$\therefore S_n = 86$$

#### v) S<sub>n</sub> = a(1-r<sup>n</sup>) ÷ (1-r)

$$\text{বা, } 254 = 2(1-2^n) \div (1-2)$$

$$\text{বা, } 254 = 2(1-2^n) \div (-1)$$

$$\text{বা, } 254 = -2(1-2^n)$$

$$\text{বা, } 1-2^n = -127$$

$$\text{বা, } -2^n = -128$$

$$\text{বা, } 2^n = 128$$

$$\text{বা, } 2^n = 2^7 \quad \therefore n = 7$$

আবার,  $a_n = ar^{n-1}$

বা,  $a_n = 2 \cdot 2^{7-1}$

$\therefore a_n = 128$

vi)  $a_n = ar^{n-1}$

বা,  $768 = 12r^{n-1}$

বা,  $r^{n-1} = 768/12$

বা,  $r^{n-1} = 64$

বা,  $r^n/r = 64$

$\therefore r^n = 64r \dots\dots(i)$

আবার,  $S_n = a(1-r^n) \div (1-r)$

বা,  $1524 = 12(1-r^n) \div (1-r)$

বা,  $(1-r^n) \div (1-r) = 1524/12$

বা,  $(1-r^n) \div (1-r) = 127$

বা,  $(1-r^n) = 127(1-r)$

বা,  $1-r^n = 127-127r$

বা,  $-r^n = 127-127r-1$

বা,  $-r^n = 126-127r$

বা,  $r^n = 127r - 126 \dots\dots(ii)$

(i) ও (ii) থেকে পাই,

$64r = 127r - 126$

বা,  $64r - 127r = 126$

বা,  $63r = 126$

বা,  $r = 126/63$

$\therefore r = 2$

এখন,  $r$  এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$2^n = 64 \times 2$

বা,  $2^n = 128$

বা,  $2^n = 2^7 \therefore n = 7$

vii)  $a_n = ar^{n-1}$

বা,  $1/3 = 27(1/3)^{n-1}$

বা,  $27(1/3)^{n-1} = 1/3$

বা,  $(1/3)^{n-1} = 1/3 \times 27$

বা,  $(1/3)^{n-1} = 1/81$

বা,  $(1/3)^{n-1} = (1/3)^4$

বা,  $n-1 = 4 \therefore n = 5$

এবং,  $S_n = a(1-r^n) \div (1-r)$

বা,  $S_n = 27\{1-(1/3)^5\} \div (1-1/3)$

বা,  $S_n = 27\{1-1/243\} \div (1-1/3)$

বা,  $S_n = (27-27/243) \div (1-1/3)$

বা,  $S_n = (27-1/9) \div (1-1/3)$

বা,  $S_n = (243/9-1/9) \div (3/3-1/3)$

বা,  $S_n = 242/9 \div 2/3$

বা,  $S_n = 242/9 \times 3/2$

বা,  $S_n = 121/3$

viii)  $S_n = a(1-r^n) \div (1-r)$

বা,  $4095 = a(1-4^6) \div (1-4)$

বা,  $4095 = a(1-4096) \div (-3)$

বা,  $4095 = a(-4095) \div (-3)$

বা,  $4095 = 1365a$

বা,  $a = 4095/1365$

$\therefore a = 3$

আবার,  $a_n = ar^{n-1}$

বা,  $a_n = 3 \cdot 4^{6-1}$

বা,  $a_n = 3 \cdot 4^5$

$\therefore a_n = 3072$

৬.

চিত্র নং	চিত্র	কয়েন সংখ্যা
1		1
2		3
3		6
4		10

n	সারির সংখ্যাগুলো	সারির সংখ্যাগুলোর সমষ্টি
1	1 1	1 + 1 = 2
2	1 2 1	1 + 2 + 1 = 4
3	1 3 3 1	1 + 3 + 3 + 1 = 8
4	1 4 6 4 1	1 + 4 + 6 + 4 + 1 = 16

ক) ছ

ছক - ১

বি

ছক - ২

চিত্রটি গঠন করে কয়েন সংখ্যা নির্ণয় করো।

**সমাধানঃ** ছক - ১ এর অনুক্রমের চিত্রটি পর্যবেক্ষন করি। প্রতিটি চিত্রে, চিত্র সংখ্যার সমান সংখ্যক কয়েন এর সারি আছে, এক সারি থেকে অপর সারিতে কয়েনের বৃদ্ধির হার 1 এবং 1ম সারিতে 1টি মাত্র কয়েন আছে।

তাহলে, ১০ম চিত্রে,

কয়েন এর সারি সংখ্যা  $n = 10$

সারি থেকে সারিতে কয়েনের বৃদ্ধির হার বা সাধারণ অন্তর  $d = 1$

১ম সারিতে কয়েনের সংখ্যা  $a = 1$

অতএব, ১০ম চিত্রে মোট কয়েন এর সংখ্যা  $S_n$

$= \frac{1}{2} \cdot n \{2a + (n - 1)d\}$

$= \frac{1}{2} \cdot 10 \{2 \cdot 1 + (10-1)1\}$

$= 5(2+9 \cdot 1)$

$= 5(2+9)$

$= 5 \times 11$

$= 55$

ফলে, দশম পদ 55 এর জন্য চিত্রটি নিম্নরূপঃ



.....  
.....

খ) প্রদত্ত তথ্যের আলোকে  $n$ তম চিত্রের কয়েন সংখ্যা নির্ণয় করো।

**সমাধানঃ** ছক - ১ এর অনুক্রমের চিত্রটি পর্যবেক্ষণ করি। প্রতিটি চিত্রে, চিত্র সংখ্যার সমান সংখ্যক কয়েন এর সারি আছে, এক সারি থেকে অপর সারিতে কয়েনের বৃদ্ধির হার 1 এবং ১ম সারিতে 1টি মাত্র কয়েন আছে।

তাহলে,  $n$  তম চিত্রে, কয়েন এর সারি সংখ্যা =  $n$

সারি থেকে সারিতে কয়েনের বৃদ্ধির হার বা সাধারণ অন্তর  $d = 1$

১ম সারিতে কয়েনের সংখ্যা  $a = 1$

অতএব,  $N$  তম চিত্রে মোট কয়েন এর সংখ্যা  $S_n$

$$= \frac{1}{2} \cdot n \{2a + (n - 1)d\}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot n \{2 \cdot 1 + (n - 1)1\}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot n \{2 + (n - 1)\}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot n (2 + n - 1)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot n (n + 1) \text{ [Ans.]}$$

গ)  $n = 5$  হলে, ছক-২ এর ২য় কলামের সংখ্যাগুলো নির্ণয় করো এবং দেখাও যে,  $n$ তম সারির সংখ্যাগুলোর সমষ্টি  $2^n$  সূত্রকে সমর্থন করে।

**সমাধানঃ** ছক - ২ পর্যবেক্ষণ করে পাই,

প্রতিটি সারিতে ১ম ও শেষ সংখ্যা হলো 1 এবং মাঝের সংখ্যাগুলো হলো পূর্বের সারির পাশাপাশি দুইটি সংখ্যার যোগফলের সমান।

সেই অনুসারে,  $n = 5$  এর ক্ষেত্রে আমরা পাই,

n	সারির সংখ্যাগুলো
4	1 4 6 4 1
5	1 5 10 10 5 1

অতএব,  $n = 5$  হলে,

ছক-২ এর ২য় কলামের সংখ্যাগুলোঃ 1, 5, 10, 10, 5, 1

$n$ তম সারির সংখ্যাগুলোর সমষ্টিঃ

$$১ম সারির সংখ্যাগুলোর সমষ্টি = 2 = 2^1$$

$$২য় সারির সংখ্যাগুলোর সমষ্টি = 4 = 2^2$$

$$৩য় সারির সংখ্যাগুলোর সমষ্টি = 8 = 2^3$$

$$৪র্থ সারির সংখ্যাগুলোর সমষ্টি = 16 = 2^4$$

∴  $n$  তম সারির সংখ্যাগুলোর সমষ্টি =  $2^n$  [দেখানো হলো]

ঘ) প্রতিটি সারির সমষ্টিগুলো নিয়ে একটি ধারা তৈরি করো এবং ধারাটির

১ম  $n$  সংখ্যক পদের সমষ্টি 2046 হলে,  $n$  এর মান নির্ণয় করো।

**সমাধানঃ** প্রতিটি সারির সমষ্টিগুলো নিয়ে একটি ধারা তৈরি করা হলো যা নিম্নরূপঃ

$$2 + 4 + 8 + 16 + \dots$$

এখন, ধারাটিতে, ১ম পদ  $a = 2$

$$\text{সাধারণ অনুপাত } r = 4 \div 2 = 2$$

$$\text{পদসংখ্যা} = n$$

$$\text{সমষ্টি } S_n = 2046$$

$$\text{আমরা জানি, } S_n = a(1-r^n) \div (1-r)$$

$$\text{বা, } 2046 = 2(1-2^n) \div (1-2)$$

$$\text{বা, } 2046 = 2(1-2^n) \div (-1)$$

$$\text{বা, } 2046 = -2(1-2^n)$$

$$\text{বা, } -2(1-2^n) = 2046$$

$$\text{বা, } 1-2^n = -1023$$

$$\text{বা, } -2^n = -1023 - 1$$

$$\text{বা, } -2^n = -1024$$

$$\text{বা, } 2^n = 1024$$

$$\text{বা, } 2^n = 2^{10}$$

$$\therefore n = 10$$

৭.  $n$  এর মান নির্ণয় করো, যেখানে  $n \in \mathbb{N}$ .

[বিদ্রঃ  $\sum$  এর উপর  $n$  এবং নিচে  $k=1$  সাইটে লেখা না যাওয়ায় শুধুমাত্র  $\sum$  দ্বারা প্রকাশ করেছি; তোমরা পাঠ্যপুস্তক অনুসারে লিখবে।]

$$\text{i) } \sum (20 - 4k) = -20$$

**সমাধানঃ** এখানে,  $k = 1, 2, 3, \dots, n$

$$\therefore (20 - 4 \cdot 1) + (20 - 4 \cdot 2) + (20 - 4 \cdot 3) + \dots + (20 - 4n) = -20$$

$$\text{বা, } 20n - 4(1+2+3+\dots+n) = -20$$

$$\text{বা, } 20n - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot n \{2 \cdot 1 + (n - 1)1\} = -20$$

$$[S_n = \frac{1}{2} \cdot n \{2a + (n - 1)d\} \text{ এর সূত্র প্রয়োগ করে}]$$

$$\text{বা, } 20n - 2 \cdot n(2 + n - 1) = -20$$

$$\text{বা, } 20n - 2n(n + 1) = -20$$

$$\text{বা, } 20n - 2n^2 - 2n = -20$$

$$\text{বা, } -2n^2 + 18n = -20$$

$$\text{বা, } -2n^2 + 18n + 20 = 0$$

$$\text{বা, } 2n^2 - 18n - 20 = 0$$

$$\text{বা, } n^2 - 9n - 10 = 0$$

$$\text{বা, } n^2 - 10n + n - 10 = 0$$

$$\text{বা, } n(n-10) + 1(n-10) = 0$$

$$\text{বা, } (n+1)(n-10) = 0$$

$$\therefore n+1 = 0$$

$$\text{বা, } n = -1$$

[ $n$  এর মান ঋণাত্মক হতে পারে না]

$$\text{অথবা, } n-10 = 0$$

$$\therefore n=10$$

$$\text{ii) } \sum (3k + 2) = 1105$$

**সমাধানঃ** এখানে,  $k = 1, 2, 3, \dots, n$

$$\therefore (3 \cdot 1 + 2) + (3 \cdot 2 + 2) + (3 \cdot 3 + 2) + \dots + (3 \cdot n + 2) = 1105$$

$$\text{বা, } 3(1+2+3+\dots+n) + 2n = 1105$$

$$\text{বা, } 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot n \{2 \cdot 1 + (n - 1)1\} + 2n = 1105$$

$$[S_n = \frac{1}{2} \cdot n \{2a + (n - 1)d\} \text{ এর সূত্র প্রয়োগ করে}]$$

$$\text{বা, } 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot n \{2 + n - 1\} + 2n = 1105$$

$$\text{বা, } 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot n(n + 1) + 2n = 1105$$

$$\text{বা, } 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot (n^2 + n) + 2n = 1105$$

$$\text{বা, } 3 \cdot (n^2 + n) + 4n = 2210$$

[উপয়পক্ষকে 2 দ্বারা গুণ করে]

$$\text{বা, } 3n^2 + 3n + 4n = 2210$$

$$\text{বা, } 3n^2 + 7n - 2210 = 0$$



$$\text{বা, } 3n^2 - 78n + 85n - 2210 = 0$$

$$\text{বা, } 3n(n-26) + 85(n-26) = 0$$

$$\text{বা, } (n-26)(3n+85) = 0$$

$$\therefore n-26 = 0$$

$$\therefore n = 26$$

$$\text{অথবা, } 3n+85 = 0$$

$$\therefore 3n = -85$$

[ঋণাত্মক মান গ্রহণযোগ্য নয়]

$$\text{iii) } \sum (-8) \cdot (0.5)^{k-1} = -\frac{255}{16}$$

**সমাধানঃ** এখানে,  $k = 1, 2, 3, \dots, n$

$$\therefore (-8) \cdot (0.5)^{1-1} + (-8) \cdot (0.5)^{2-1} + (-8) \cdot (0.5)^{3-1} + \dots + (-8) \cdot (0.5)^{n-1} = -\frac{255}{16}$$

$$\text{বা, } (-8) \cdot \{(0.5)^0 + (0.5)^1 + (0.5)^2 + \dots + (0.5)^{n-1}\} = -\frac{255}{16}$$

$$\text{বা, } (-8) \cdot \{(0.5)^0 + (0.5)^1 + (0.5)^2 + \dots + (0.5)^{n-1}\} = -\frac{255}{16}$$

$$\text{বা, } (0.5)^0 + (0.5)^1 + (0.5)^2 + \dots + (0.5)^{n-1} = \frac{255}{128}$$

$$\text{বা, } \{(0.5)^0\} (1-0.5^n) \div (1-0.5) = \frac{255}{128}$$

$$[S_n = a(1-r^n) \div (1-r) \text{ সূত্রমতে}]$$

$$\text{বা, } 1 \cdot (1-0.5^n) \div 0.5 = \frac{255}{128}$$

$$\text{বা, } (1-0.5^n) \div 0.5 = \frac{255}{128}$$

$$\text{বা, } (1-\frac{1}{2}^n) \div \frac{1}{2} = \frac{255}{128}$$

$$\text{বা, } (1-\frac{1}{2}^n) = \frac{255}{256}$$

$$\text{বা, } -\frac{1}{2}^n = \frac{255}{256} - 1$$

$$\text{বা, } -\frac{1}{2}^n = \frac{255}{256} - 1$$

$$\text{বা, } -\frac{1}{2}^n = -\frac{1}{256}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2}^n = \frac{1}{256}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2}^n = \frac{1}{2}^8$$

$$\therefore n = 8$$

$$\text{iv) } \sum (3)^{k-1} = 3280$$

**সমাধানঃ** এখানে,  $k = 1, 2, 3, \dots, n$

$$\therefore (3)^{1-1} + (3)^{2-1} + (3)^{3-1} + \dots + (3)^{n-1} = 3280$$

$$\text{বা, } (3)^0 + (3)^1 + (3)^2 + \dots + (3)^{n-1} = 3280$$

$$\text{বা, } (3)^0 \cdot (1-3^n) \div (1-3) = 3280$$

$$\text{বা, } 1 \cdot (1-3^n) \div (-2) = 3280$$

$$\text{বা, } (1-3^n) = 3280 \times (-2)$$

$$\text{বা, } 1-3^n = -6560$$

$$\text{বা, } -3^n = -6560-1$$

$$\text{বা, } -3^n = -6561$$

$$\text{বা, } 3^n = 6561$$

$$\text{বা, } 3^n = 3^8$$

$$\therefore n = 8$$

৮. একটি সমান্তর ধারার প্রথম, দ্বিতীয় ও ১০তম পদ যথাক্রমে একটি  
গুণোত্তর ধারার প্রথম, চতুর্থ ও ১৭তম পদের সমান।

ক) সমান্তর ধারার ১ম পদ  $a$ , সাধারণ অন্তর  $d$  এবং গুণোত্তর সাধারণ  
অনুপাত  $r$  হলে, ধারা দুইটি সমন্বয়ে দুইটি সমীকরণ গঠন করো।

**সমাধানঃ** সূত্র অনুসারে,

সমান্তর ধারার ক্ষেত্রে  $n$ তম পদ  $a_n = a + (n-1)d$

গুণোত্তর ধারার ক্ষেত্রে  $n$ তম পদ  $b_n = a \cdot r^{(n-1)}$

প্রদত্ত সমান্তর ধারায়,

$$১ম পদ = a$$

$$২য় পদ = a+d$$

$$১০ম পদ = a+(10-1)d = a+9d$$

প্রদত্ত গুণোত্তর ধারায়,

$$১ম পদ = a$$

$$৪র্থ পদ = ar^{4-1} = ar^3$$

$$১৭তম পদ = ar^{17-1} = ar^{16}$$

শর্ত অনুসারে,

$$a+d = ar^3 \text{ [সমান্তরের ২য় পদ = গুণোত্তরের ৪র্থ পদ]}$$

$$a+9d = ar^{16} \text{ [সমান্তরের ১০ম পদ = গুণোত্তরের ১৭তম পদ]}$$

$\therefore$  নির্ণেয় দুইটি সমীকরণ  $a+d = ar^3$  ও  $a+9d = ar^{16}$

খ) সাধারণ অনুপাত  $r$  এর মান নির্ণয় করো।

**সমাধানঃ** ক হতে পাই,  $a+d = ar^3$

$$\text{বা, } 1+d/a = r^3 \text{ [a দ্বারা ভাগ করে]}$$

$$\text{বা, } r = \sqrt[3]{(1+d/a)} \dots (i)$$

গ) গুণোত্তর ধারাটির ১০তম পদ 5120 হলে,  $a$  ও  $d$  এর মান নির্ণয় করো।

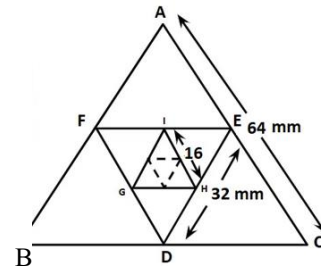
**সমাধানঃ** পরে দেয়া হবে...

ঘ) সমান্তর ধারাটির ১ম 20টি পদের সমষ্টি নির্ণয় করো।

**সমাধানঃ** পরে দেয়া হবে...

৯. একটি সমবাহু ত্রিভুজ আঁকো। এর বাহুগুলোর মধ্যবিন্দু সংযোগ করে  
আরেকটি সমবাহু ত্রিভুজ আঁকো। ওই ত্রিভুজের বাহুগুলোর মধ্যবিন্দু  
সংযোগ করে আরেকটি সমবাহু ত্রিভুজ আঁকো। এইভাবে  
পর্যায়ক্রমে ১০টি ত্রিভুজ অঙ্কন করলে এবং সর্ববহিষ্ঠ ত্রিভুজটির প্রতি  
বাহুর দৈর্ঘ্য 64 মিমি হলে, সবগুলো ত্রিভুজের পরিসীমার সমষ্টি কত  
হবে নির্ণয় করো।

**সমাধানঃ**



একটি সমবাহু ত্রিভুজ ABC আঁকি যার প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য 64 মিমি অর্থাৎ ABC  
ত্রিভুজের পরিসীমা =  $3 \times 64 \text{ mm} = 192 \text{ mm}$ . এখন ABC এর বাহুগুলোর  
মধ্যবিন্দু সংযোগ করে আরেকটি সমবাহু ত্রিভুজ DEF আঁকি। এখন আমরা  
জানি, ত্রিভুজের যেকোনো দুইটি বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোজক সরলরেখা উহার  
তৃতীয় বাহুর অর্ধেক। তাহলে,  $DF = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \times 64 \text{ mm} =$



32mm. এখন, যেহেতু অঙ্কিত DEF সমবাহু ত্রিভুজ সেহেতু DE=EF=DF=32mm অর্থাৎ DEF এর পরিসীমা =  $3 \times 32\text{mm} = 96\text{mm}$ .  
আবার, DEF এর বাহুগুলোর মধ্যবিন্দু সংযোগ করে আরেকটি সমবাহু ত্রিভুজ GHI আঁকি। তাহলে,  $GH=HI=IG = \frac{1}{2} \times 32\text{mm} = 16\text{mm}$  অর্থাৎ GHI এর পরিসীমা =  $3 \times 16\text{mm} = 48\text{mm}$ . একইভাবে পর্যায়ক্রমে ১০টি ত্রিভুজ আঁকি।  
এখন, এইভাবে পর্যায়ক্রমে যদি অসীম ত্রিভুজ আঁকা হয় তাহলে আমরা ত্রিভুজগুলোর পরিসীমাগুলোকে একটি ধারা আকারে লিখতে পারি যা নিম্নরূপঃ  
 $192 + 96 + 48 + \dots$

ধারাটিতে, ১ম পদ  $a = 192$

সাধারণ অনুপাত  $r = 96 \div 192 = \frac{1}{2}$

তাহলে, এই ধারার  $n$ তম পদের সমষ্টি  $S_n$

$$= a(1-r^n) \div (1-r)$$

$$= 192(1-\frac{1}{2}^n) \div (1-\frac{1}{2})$$

শর্তানুসারে, অঙ্কিত ত্রিভুজ সংখ্যা 10 অর্থাৎ  $n=10$  এর ক্ষেত্রে, ধারাটির সমষ্টি

$$= 192(1-\frac{1}{2}^{10}) \div (1-\frac{1}{2})$$

$$= 192(1-\frac{1}{2}^{10}) \div \frac{1}{2}$$

$$= 384(1-\frac{1}{2}^{10})$$

$$= 384(1-\frac{1}{1024})$$

$$= 384 - \frac{384}{1024}$$

$$= 384 - \frac{3}{8}$$

$$= \frac{384 \times 4 - 3}{8}$$

$$= \frac{3069}{8} \text{ মি.মি. (Ans.)}$$

১০. শাহানা তার শিক্ষা প্রতিষ্ঠানে একটি চারা গাছ রোপণ করল। এক বছর পর চারা গাছটির উচ্চতা 1.5 ফুট হলো। পরবর্তী বছর এর উচ্চতা 0.75 ফুট বৃদ্ধি পেল। প্রতি বছর গাছটির উচ্চতা পূর্বের বছরের বৃদ্ধিপ্রাপ্ত উচ্চতার 50% বাড়ে। এভাবে বাড়তে থাকলে 20 বছর পরে গাছটির উচ্চতা কত ফুট হবে?

**সমাধানঃ** ১ বছর পর চারা গাছটির উচ্চতা = 1.5 ফুট

২ বছর পর চারা গাছটির উচ্চতা বৃদ্ধি পেল = 0.75 ফুট

৩ বছর পর চারা গাছটির উচ্চতা বৃদ্ধি পেল = 0.75 এর 50%

$$= 0.375 \text{ ফুট}$$

৪ বছর পর চারা গাছটির উচ্চতা বৃদ্ধি পেল = 0.375 এর 50%

$$= 0.1875 \text{ ফুট}$$

তাহলে, উচ্চতা বৃদ্ধির ধারাঃ  $0.75 + 0.375 + 0.1875 + \dots$

এখানে,  $a = 0.75$ ;  $r = 0.375 \div 0.75 = 0.1875 \div 0.375 = \frac{1}{2}$ ;

এবং,  $n = 19$  কারণ গাছের বৃদ্ধি ২য় বছর থেকে শুরু হয়।

তাহলে,  $n$ তম বছরে গাছের মোট বৃদ্ধির পরিমাণ  $S_n$

$$= a(1-r^n) \div (1-r)$$

$$= 0.75(1-\frac{1}{2}^{19}) \div (1-\frac{1}{2})$$

$$= 0.75(1-\frac{1}{2}^{19}) \div \frac{1}{2}$$

$$= 1.5(1-\frac{1}{2}^{19})$$

$$= 1.5(1-\frac{1}{524288})$$

$$= 1.5(\frac{524287}{524288})$$

$$= 1.49999714 \text{ ফুট}$$

তাহলে, ২০ বছরে গাছটির উচ্চতা হবে

$$= 1\text{ম বছরের গাছের উচ্চতা} + 19\text{ বছরের গাছের বৃদ্ধি}$$

$$= 1.5 + 1.49999714 \text{ ফুট}$$

$$= 2.99999714 \text{ ফুট}$$

১১. তুমি তোমার পরিবারের গত ছয় মাসের খরচের হিসাব জেনে নাও। প্রতি মাসের খরচকে একেকটি পদ বিবেচনা করে সম্ভব হলে একটি ধারায় রূপান্তর করো। তারপর নিচের সমস্যাগুলো সমাধানের চেষ্টা করো।

ক) ধারা তৈরি করা সম্ভব হয়েছে কী? হলে, কোন ধরনের ধারা পেয়েছ ব্যাখ্যা করো।

**সমাধানঃ** হ্যাঁ ধারা তৈরি করা হয়েছে। আমি একটি সামান্তর ধারা পেয়েছি।

গত ছয় মাসে আমার পরিবারের খরচ নিম্নরূপঃ

মাস	খরচ (টাকা)
১ম	6000
২য়	6200
৩য়	6400
৪র্থ	6600
৫ম	6800
৬ষ্ঠ	7000

এখানে,  $a = 6000$ ;  $d = 6200 - 6000 = 200$ ;  $n = 6$ ; অর্থাৎ এটি একটি সামান্তর ধারা।

খ) ধারার সমষ্টিকে একটি সমীকরণের মাধ্যমে প্রকাশ করো।

**সমাধানঃ** উপরোক্ত তথ্য হতে আমরা যে ধারাটি পাই তা নিম্নরূপঃ  $6000 + 6200 + 6400 + \dots$

$$= 6000 + (6000+200) + (6000 + 200 + 200) + \dots$$

$$= a + (a+d) + (a+d+d) + \dots$$

$$[1\text{ম পদ, } 6000 = a, \text{ সাধারণ অন্তর } 200 = d \text{ ধরে}]$$

$$= a + (a+d) + (a+2d) + \dots (a+nd) \text{ [পদসংখ্যা } n \text{ হলে]}$$

$$= an + d\{1+2+3+\dots (n-1)\}$$

$$= an + d \cdot \frac{n}{2}(n-1) \text{ [} 1+2+3+\dots (n-1) = \frac{n}{2}(n-1) \text{ সূত্রমতে]}$$

$$= 2an/2 + d \cdot \frac{n}{2}(n-1)$$

$$= \frac{1}{2}n\{2a+(n-1)d\}$$

$$= \text{ধারার সমষ্টি } S_n$$

অতএব, প্রাপ্ত সমীকরণ,  $S_n = \frac{1}{2} \cdot n\{2a + (n-1)d\}$

গ) পরবর্তী ছয় মাসে সম্ভাব্য মোট কত খরচ হতে পারে তা নির্ণয় করো।

**সমাধানঃ** উপরোক্ত তথ্য হতে,

$$\text{পরবর্তী ১ম মাসের খরচ} = 7000 + 200 = 7200$$

∴ পরবর্তী ছয় মাসের মোট খরচ

$$= \frac{1}{2} \cdot n\{2a + (n-1)d\}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 6\{2 \cdot 7000 + (6-1)200\}$$

$$= 3(14000 + 5 \times 200)$$

$$= 3(14000 + 1000)$$

$$= 3 \times 15000$$

$$= 45000 \text{ টাকা।}$$

ঘ) পরিবারের মাসিক/বার্ষিক খরচ সম্পর্কে তোমার উপলব্ধিবোধ  
লিপিবদ্ধ করো।

**সমাধানঃ** পারিবারিক খরচ সম্পর্কে আমার উপলব্ধি হলো বর্তমান বাজার  
ব্যবস্থায় আমাদের খরচ দিন দিন বৃদ্ধি পাচ্ছে।