



SLOVENSKÁ TECHNICKÁ  
UNIVERZITA V BRATISLAVE  
FAKULTA ELEKTROTECHNIKY  
A INFORMATIKY

# Tímový projekt

Riadenie nelineárnych  
systémov

Bc. Denis Vasko, Bc. Eva Štalmachová, Bc. Marek Trebuľa, Bc. Ján Urdianyk  
**Vedúci práce Prof. Ing. Ján Murgaš, PhD.**

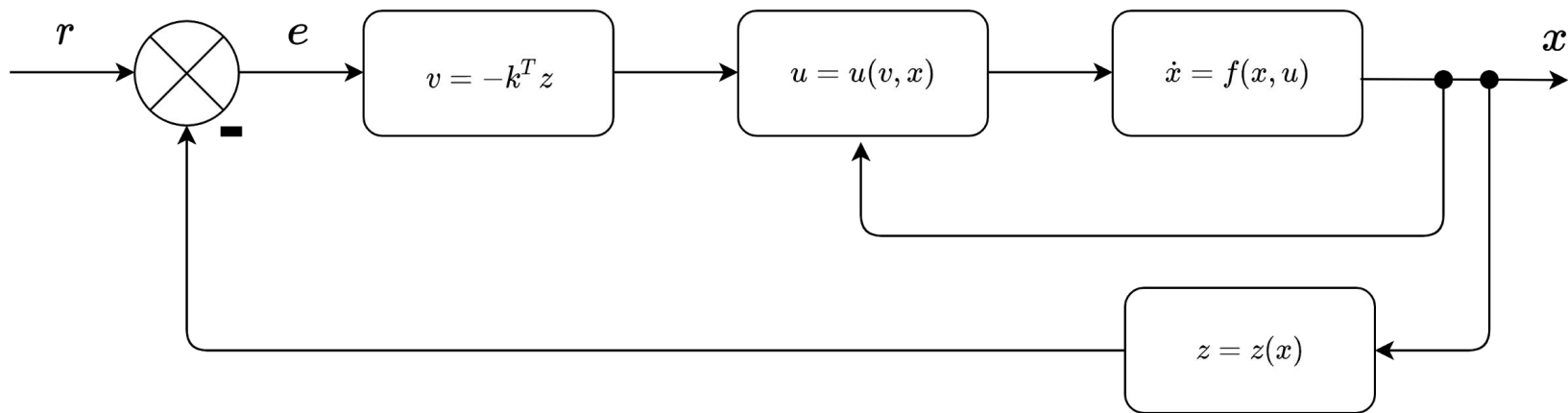
# Cieľ tímového projektu

- Vytvoriť učebnú pomôcku pre študentov
- Priblížiť študentom problematiku nelineárneho riadenia na vypracovaných príkladoch
- Vytvoriť pre študentov grafické prostredie pre lepšiu vizualizáciu nelineárnych systémov



# Vstupno-stavová spätnoväzobná metóda

- Kompenzuje nelinearity medzi stavmi a vstupmi
- Cieľom metódy je
  - nájsť transformačné vzťahy  $z(x)$
  - získať nové stavové rovnice
  - zvoliť nelineárne riadenie tak aby bol systém lineárny



# Príklad 1

System

$$\dot{x}_1 = x_1^2 + x_2 - x_1$$

$$\dot{x}_2 = u - x_1 - x_2$$

$$y = x_1$$

Transformačné vzťahy

$$z_1 = x_1$$

$$z_2 = x_1^2 + x_2$$

Rovnovážny bod [0,0]

# Príklad 1 - Postup

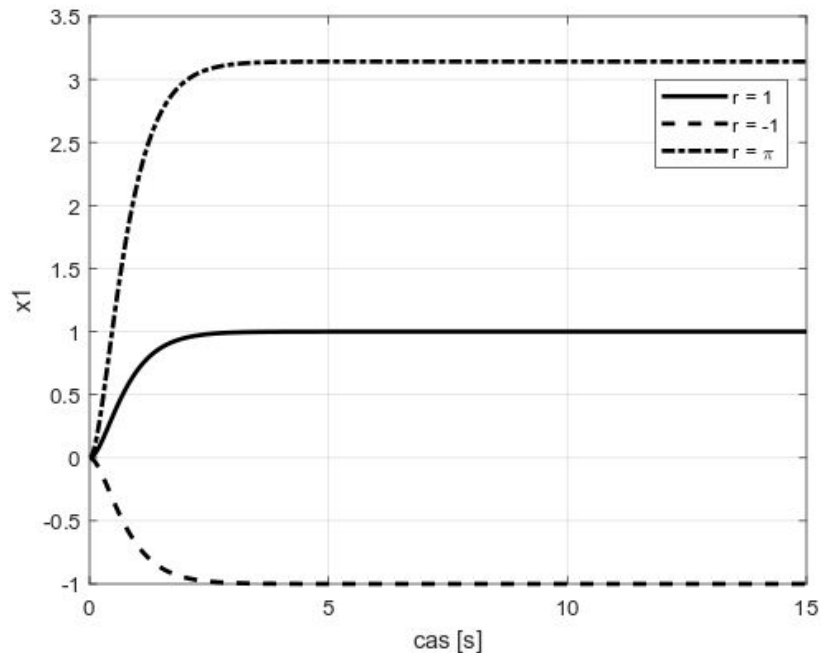
Nájdeme nové stavové rovnice  $\longrightarrow$   $\dot{z}_1 = z_2 - z_1$   
 $\dot{z}_2 = u - z_1^2 + 2z_1 z_2 - z_1 - z_2$

Volíme zákon linearizácie  $\longrightarrow u = v + z_1^2 - 2z_1 z_2 + z_1 + z_2$

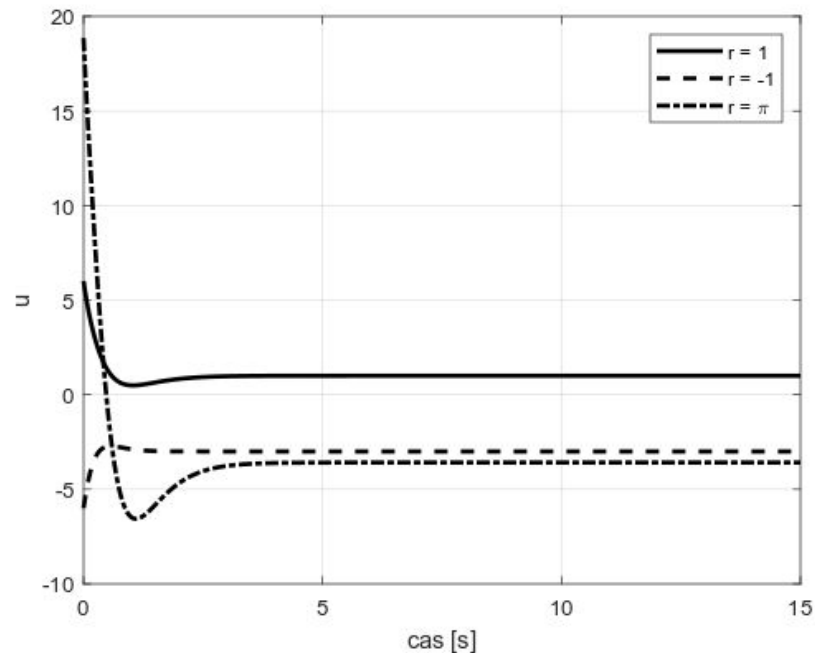
Zákon riadenia  $\longrightarrow v = k_1 z_1 + k_2 z_2$

# Príklad 1 - Výsledky simulácie

Priebeh výstupnej veličiny

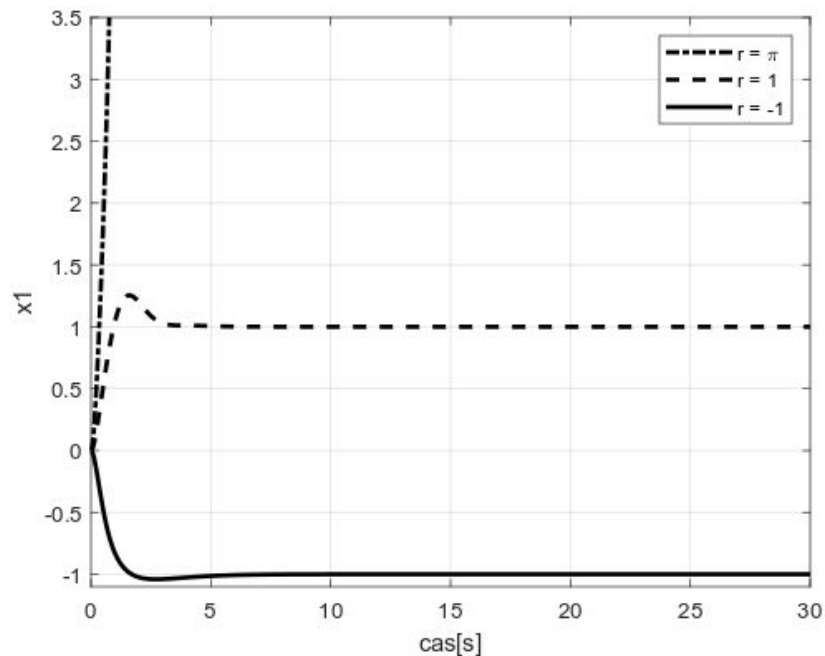


Priebeh akčnej veličiny

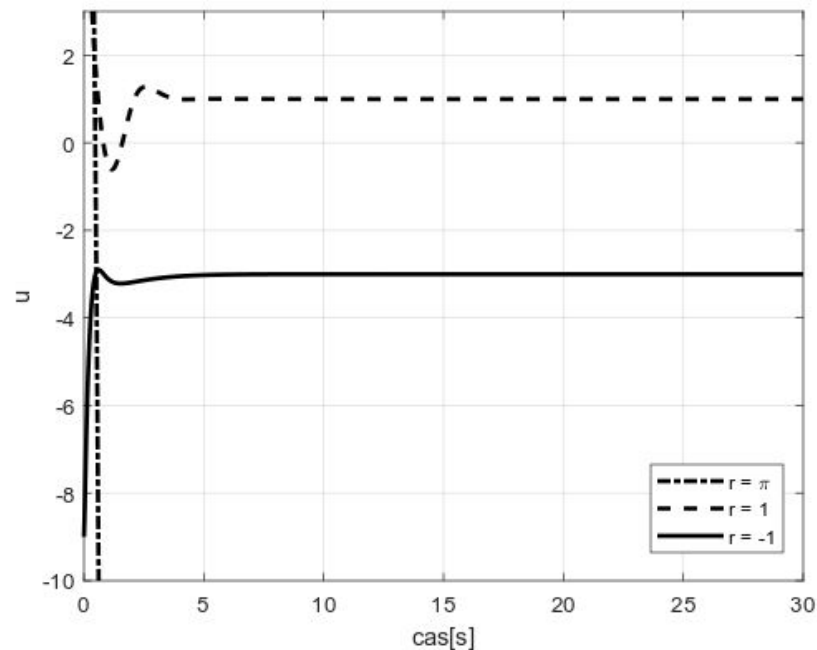


# Príklad 1 - Výsledky simulácie PID

Priebeh výstupnej veličiny



Priebeh akčnej veličiny



## Príklad 2

System

$$\dot{x}_1 = x_1 + x_2 - x_3 + \sin(x_2)$$

$$\dot{x}_2 = -x_1 - x_2$$

$$\dot{x}_3 = \cos(x_2)(\sin(x_2) - x_3)$$

$$y = x_1$$

Transformačné vzťahy

$$z_1 = -x_2$$

$$z_2 = x_1 + x_2$$

$$z_3 = \sin(x_2) - x_3$$

Rovnovážny bod  $[0,0,0]$



## Príklad 2 - Postup

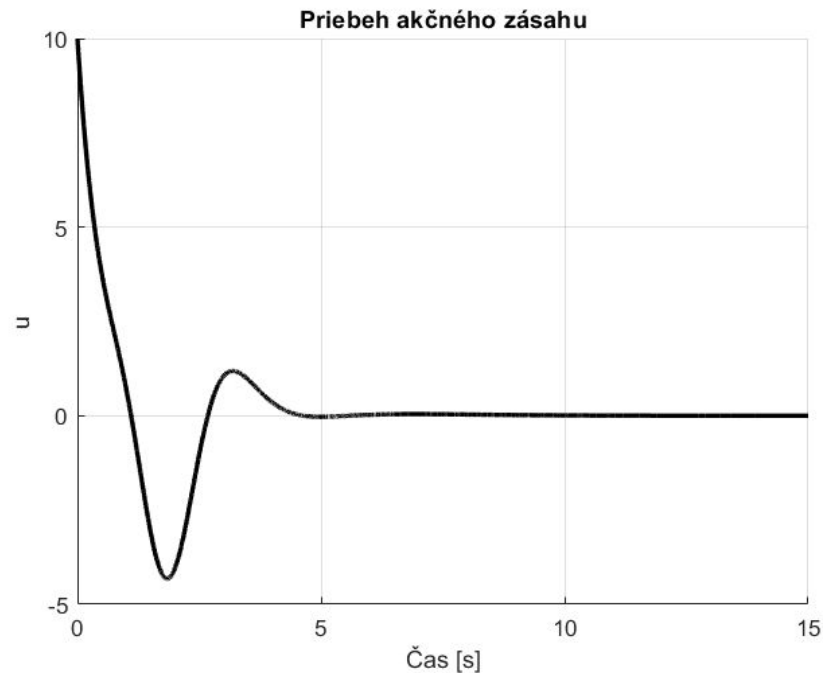
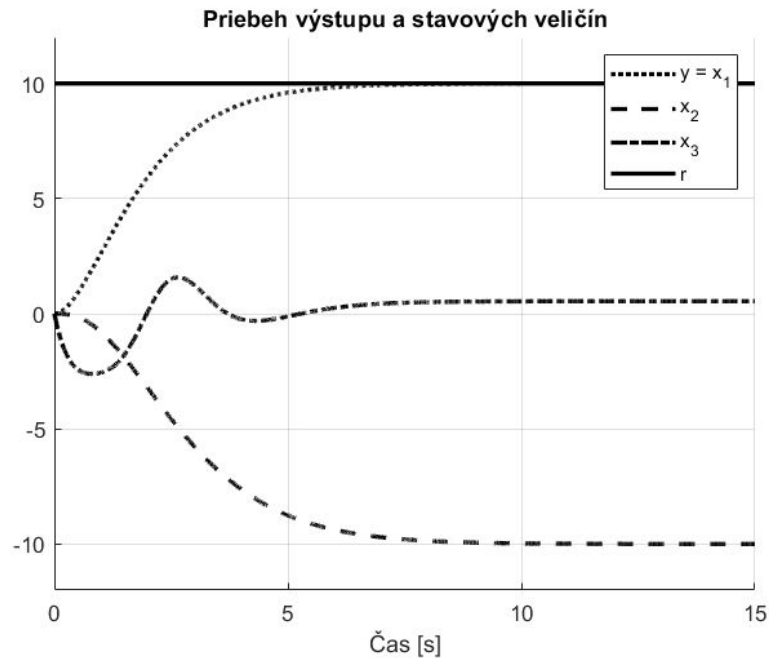
Nájdeme nové stavové rovnice  $\longrightarrow$

$$\begin{aligned}\dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= z_3 \\ \dot{z}_3 &= u - \cos(z_1)(z_2 + z_3)\end{aligned}$$

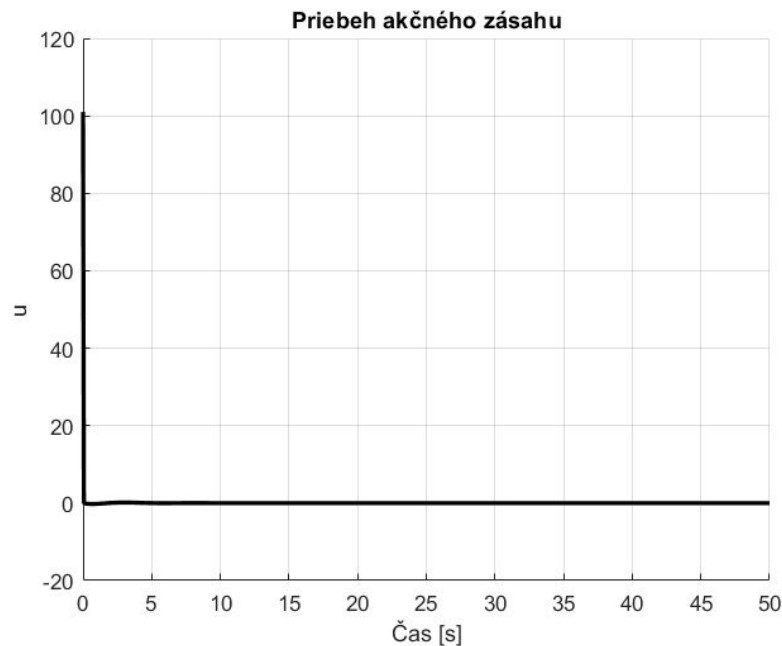
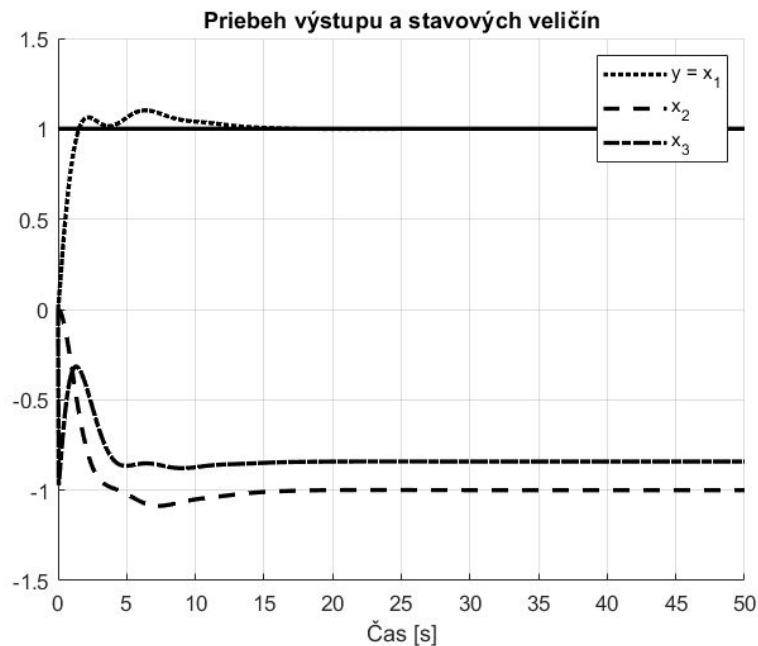
Volíme zákon linearizácie  $\longrightarrow$   $u = \cos(z_1)(z_2 + z_3) + v + r/K$

Zákon riadenia  $\longrightarrow$   $v = -k_1 z_1 - k_2 z_2 - k_3 z_3$

## Príklad 2 - Výsledky simulácie

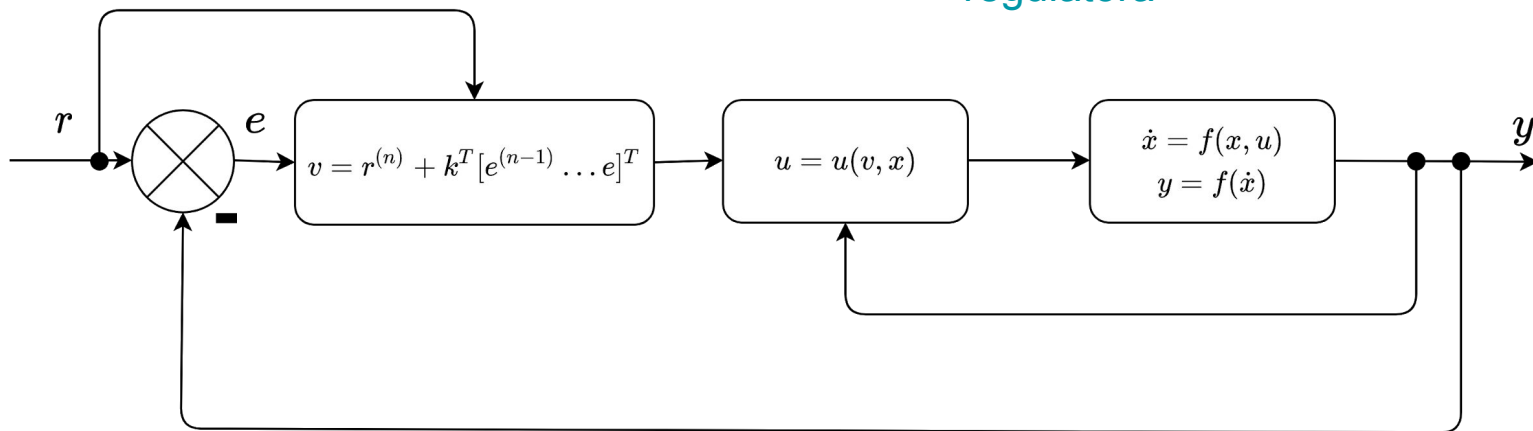


## Príklad 2 - Výsledky simulácie PID



# Vstupno-výstupná spätnoväzobná metóda

- Kompenzuje nelinearity medzi vstupmi a výstupmi
- Cieľom metódy je
  - vyjadriť vzťah výstup-vstup
  - navrhnuť nelineárne pravidlo linearizácie
  - navrhnuť parametre lineárneho regulátora



# Príklad 1

System

$$\dot{x}_1 = u + \sin(x_1)x_2$$

$$\dot{x}_2 = 2x_1 + \sin(x_1)$$

$$y = x_2$$

Rovnovážny bod  $[0,0]$

# Príklad 1 - Postup

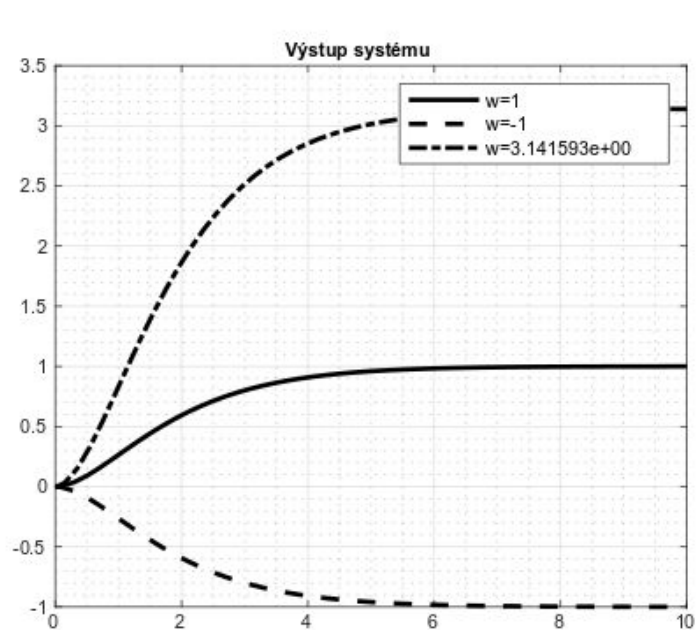
Derivujeme y kým sa neobjaví u  $\longrightarrow \ddot{y} = 2 + \cos(x_1)(u + \sin(x_1)x_2)$

Zavedieme novú premennú  $\longrightarrow \ddot{y} = v$

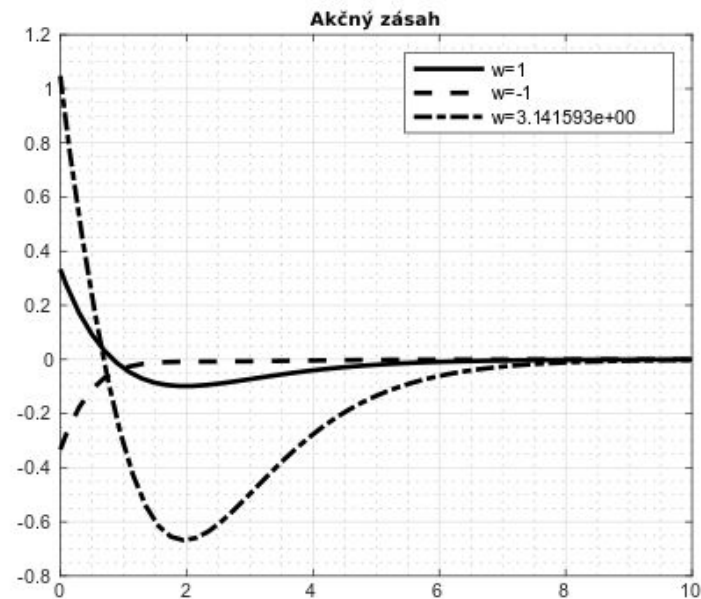
Volíme zákon linearizácie  $\longrightarrow u = -\sin(x_1)x_2 + \frac{v}{2+\cos(x_1)}$

Zákon riadenia  $\longrightarrow v = \ddot{y} + k_1 \dot{e} + k_2 e; k > 0$

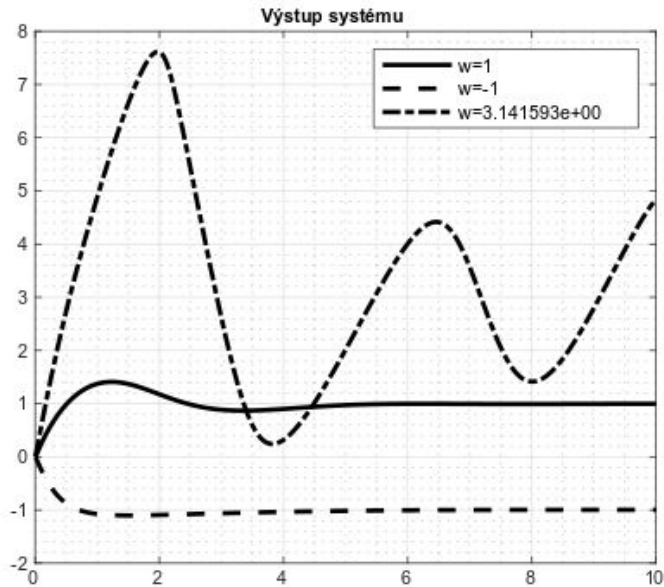
# Príklad 1 - Výsledky simulácie



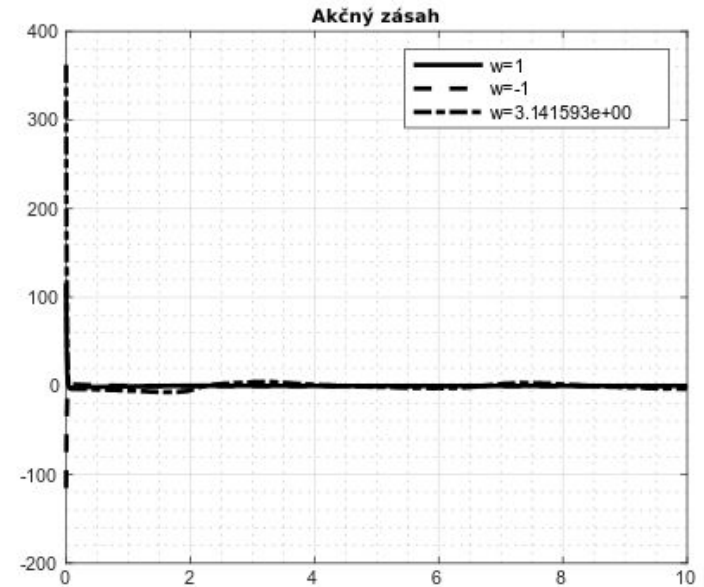
SVLVV



# Príklad 1 - Výsledky simulácie PID



PID





## Príklad 2

System

$$\dot{x}_1 = x_2 - x_1^3$$

$$\dot{x}_2 = 2x_3^2 + (x_1^2 + 1)u$$

$$\dot{x}_3 = x_x + x_2^3 - 3x_3^3$$

$$y = x_1$$

Rovnovážny bod  $[0,0,0]$

## Príklad 2 - Postup

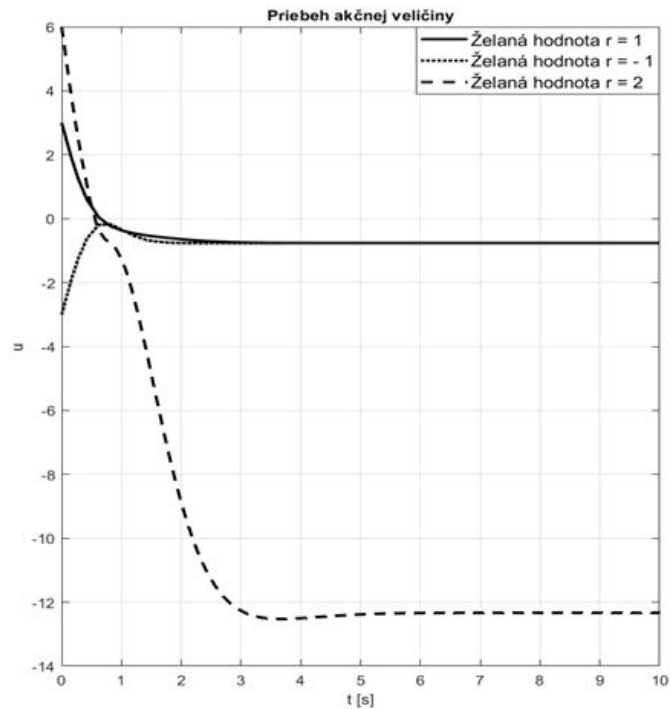
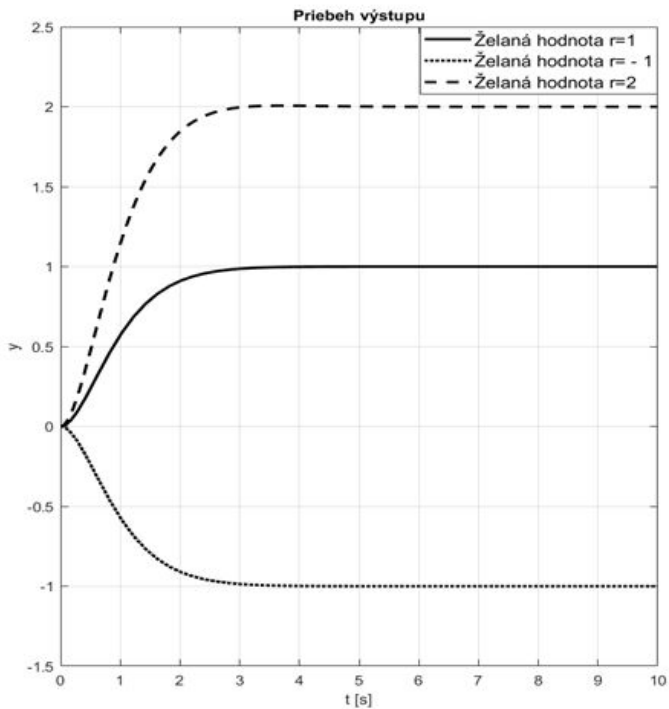
Derivujeme y kým sa neobjaví  $u \longrightarrow \ddot{y} = 2x_3^2 - 3x_1^2x_2 + 3x_1^5 + (x_1^2 + 1)u$

Pre zjednodušenie zavedieme  $\longrightarrow f(x_1, x_2, x_3) = 2x_3^2 - 3x_1^2x_2 + 3x_1^5$

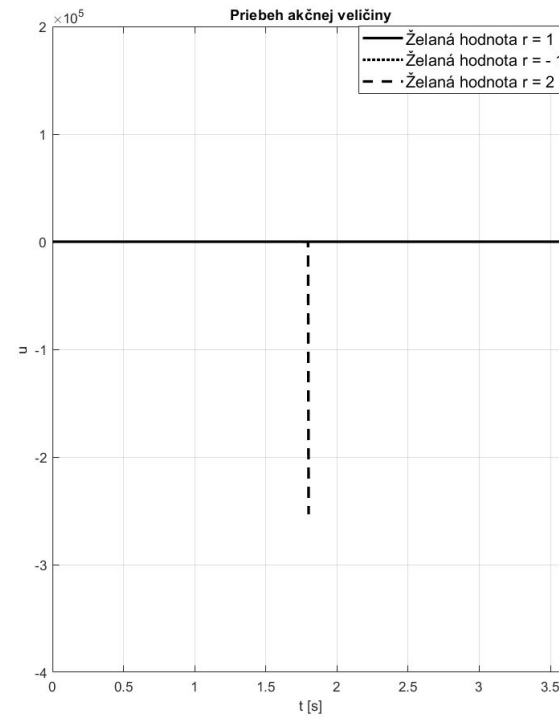
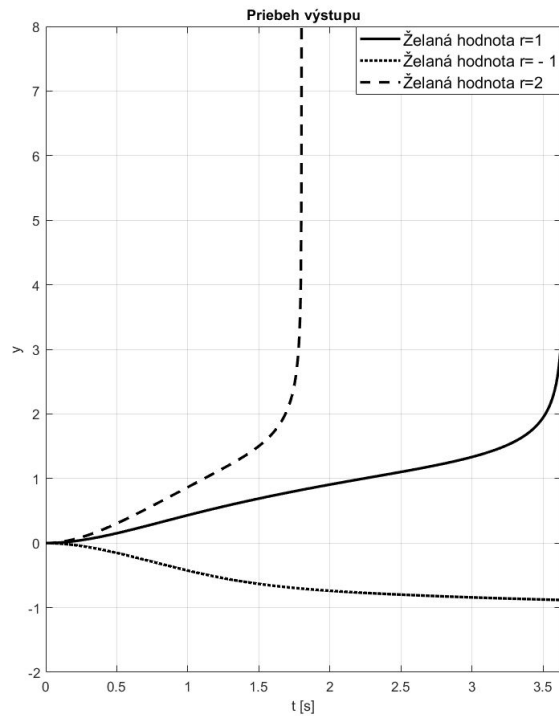
Volíme zákon linearizácie  $\longrightarrow u = \frac{v - f(x_1, x_2, x_3)}{x_1^2 + 1}$

Zákon riadenia  $\longrightarrow v = \ddot{y} + k_1 \dot{e} + k_2 e; k > 0$

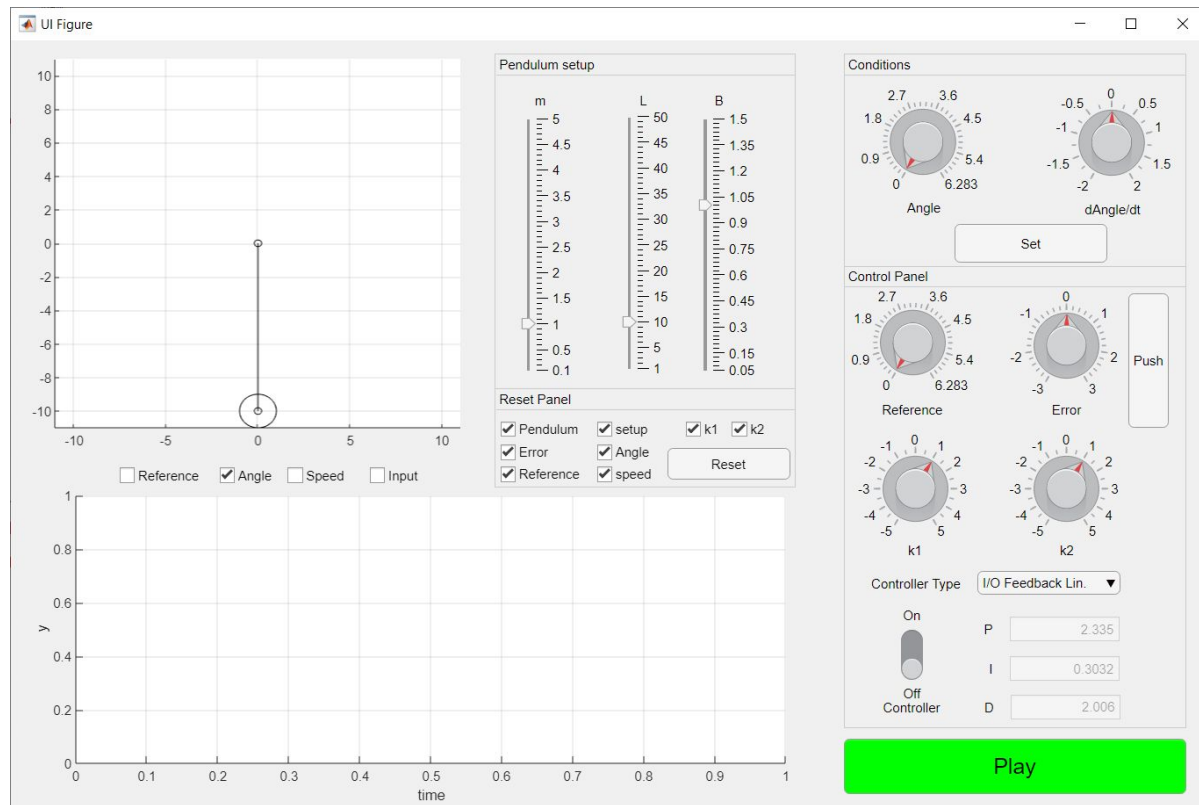
## Príklad 2 - Výsledky simulácie



## Príklad 2 - Výsledky simulácie PID



# Používateľské rozhranie na simuláciu kyvadla



Otázky na záver





SLOVENSKÁ TECHNICKÁ  
UNIVERZITA V BRATISLAVE  
FAKULTA ELEKTROTECHNIKY  
A INFORMATIKY

# Ďakujeme za pozornosť