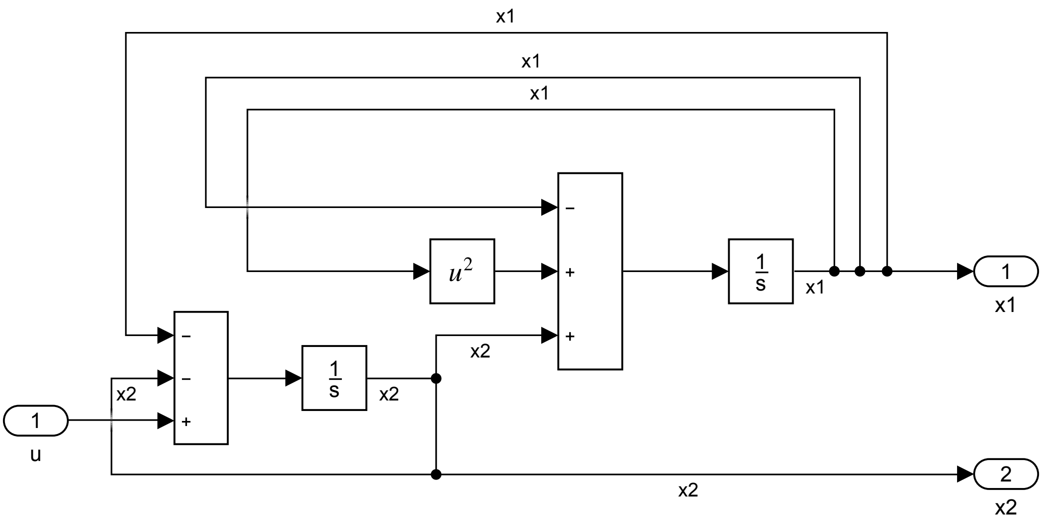
0.1 Úvodný príklad

Uvažujme nelineárny systém, opísaný stavovými rovnicami 1, ktorého bloková schéma je zobrazená na obrázku 1.

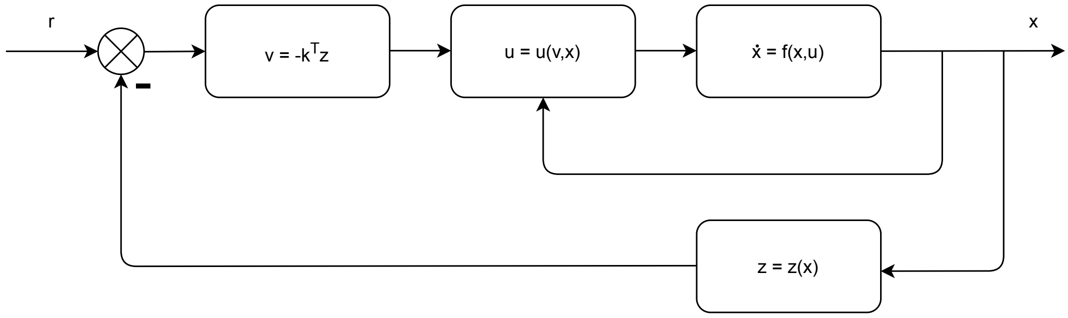
$$\begin{aligned} \dot{x_1} &= x_1^2 + x_2 - x_1 \\ \dot{x_2} &= u - x_1 - x_2 \end{aligned} \tag{1}$$



Obr. 1: *Bloková schéma systému 1*

0.2 Metóda vstupno-stavovej spätnoväzobnej linearizácie

Na riadenie nelineárneho systému (rovnica 1), použijeme metódu vstupno-stavovej spätnoväzobnej linearizácie (obrázok 2), tak aby sme dosiahli požadovanú hodnotu r.



Obr. 2: *Metóda vstupno-stavovej spätnoväzobnej linearizácie*

Postup pri metóde vstupno-stavovej spätnoväzobnej linearizácie je nasledovný.

Najskôr si určíme transformačné vzťahy, tzn. určíme vektor r.

$$\begin{aligned} z_1 &= x_1 \\ z_2 &= x_1^2 + x_2 \end{aligned} \tag{2}$$

Následne transformujeme zadaný nelineárný systém (rovnica 1), pomocou nájdených transformačných vzťahov (rovnica 2).

$$\begin{aligned} \dot{z_1} &= \dot{x_1} = z_2 - z_1 \\ \dot{z_2} &= 2x_1\dot{x_1} + \dot{x_2} \\ &= 2x_1(x_1^2 + x_2 - x_1) + u - x_1 - x_2 \\ &= 2z_1(z_2 - z_1) + u - z_1 - z_2 + z_1^2 \\ &= u - z_1^2 + 2z_1z_2 - z_1 - z_2 \end{aligned} \tag{3}$$

Aby sme dosiali lineárny transformovaný systéme zavedieme novú premennú v.

$$v = u - z_1^2 + 2z_1z_2 - z_1 - z_2 \tag{4}$$

Z trasformovanej sústavy získame vzťah pre nelineárne riadenie, akčný zásah u.

$$u = v + z_1^2 - 2z_1z_2 + z_1 + z_2 \tag{5}$$

Zavedením novej premennej sme získali nový transformovaný lineárny systém.

$$\begin{aligned} \dot{z_1} &= z_2 - z_1 \\ \dot{z_2} &= v \end{aligned} \tag{6}$$

Po získaní lineárneho systému môžeme zaviesť lineárny stavový regulátor (rovnica 7).

$$v = k_1z_1 + k_2z_2 \tag{7}$$

Lineárny systém s regulátorom bude vyzerať nasledovne: rovnica 8.

$$\begin{aligned} \dot{z_1} &= z_2 - z_1 \\ \dot{z_2} &= k_1z_1 + k_2z_2 \end{aligned} \tag{8}$$

Na vypočítanie parametrov regulátora a nastavenie dynamiky systému potrebujeme odvodiť charakteristickú rovnicu systému. Na získanie charakteristickej rovnice potrebujeme získať maticu A.

$$
\begin{aligned}
A &= \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{z}_1}{\partial z_1} & \frac{\partial \dot{z}_1}{\partial z_2} \\ \frac{\partial \dot{z}_2}{\partial z_1} & \frac{\partial \dot{z}_2}{\partial z_2} \end{bmatrix}_{|z_1=z_2=0} \\
&= \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ k_1 & k_2 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{9}
$$

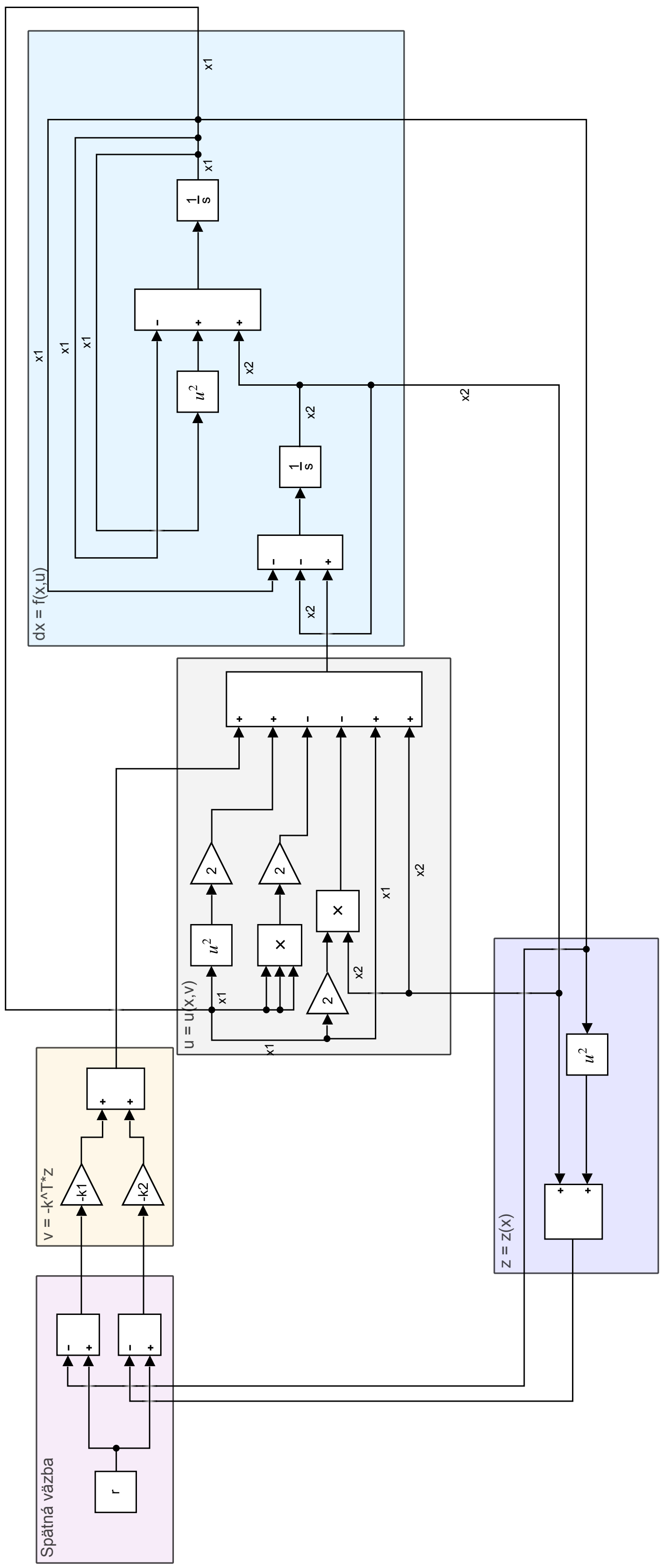
Charakteristickú rovnicu získame z rovnice 10.

$$
\begin{aligned}
|\lambda I - A| &= 0 \\
|\lambda I - A| &= \begin{bmatrix} \lambda + 1 & -1 \\ -k_1 & \lambda - k_2 \end{bmatrix} \\
|\lambda I - A| &= (\lambda + 1)(\lambda - k_2) - k_1 \\
\lambda^2 - \lambda(k_2 + 1) - k_1 = 0
\end{aligned} \tag{10}
$$

Vieme, že korene charakteristickej rovnice musia ležať v zápornej polrovine. Preto si zvolíme korene $\lambda_1 = -1$,$\lambda_2 = -2$, pomocou ktorých získame parametre k_1, k_2 (rovnica 11).

$$
\begin{aligned}
\lambda^2 - \lambda(k_2 + 1) - k_1 &= (\lambda + 1)(\lambda + 2) \\
\lambda^2 - \lambda(k_2 + 1) - k_1 &= \lambda^2 + 3\lambda + 2 \\
k_1 &= -2 \\
k_2 &= -4
\end{aligned} \tag{11}
$$

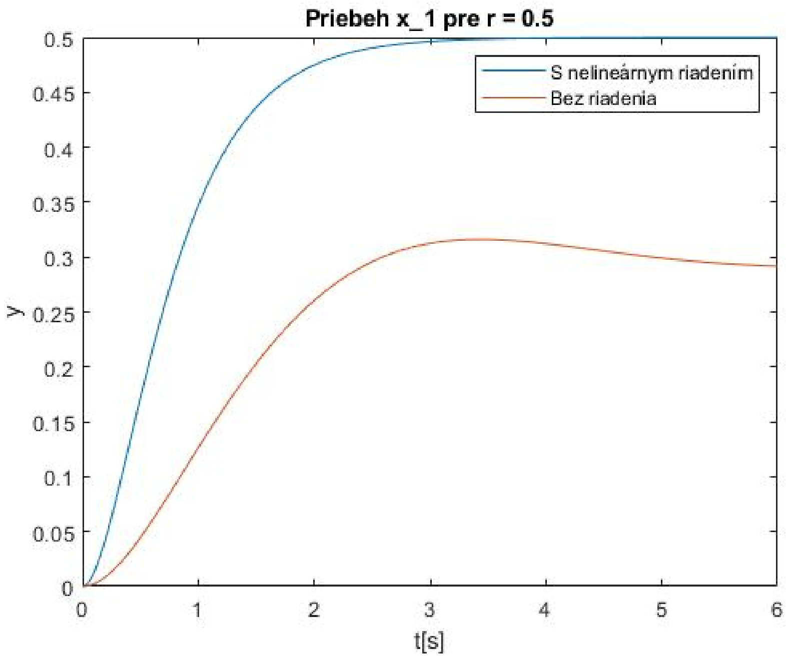
Výsledky overíme simulačne pomocou schémy na obrázku 3.



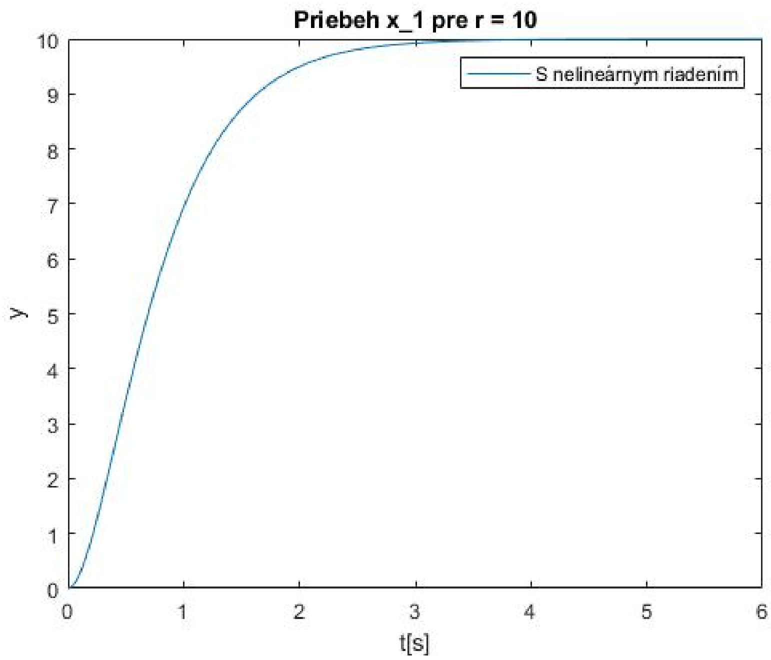
Obr. 3: *Bloková schéma systému*

0.3 Záver

Z výsledkov simulácie, ktoré su zobrazené na obrázkoch 4, 5, môžeme vidieť, že s pomocou navrhnutého riadenia pre nelinárny systém sme dokázali dosiahnúť požadovanú hodnotu r.



Obr. 4: *Bloková schéma systému*



Obr. 5: *Bloková schéma systému*