SLOVENSKÁ TECHNICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE
FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A INFORMATIKY

RIADENIE NELINEÁRNYCH SPOJITÝCH SYSTÉMOV

TÍMOVÝ PROJEKT

Študijný program:	Robotika a kybernetika
Študijný odbor:	Kybernetika
Školiace pracovisko:	Ústav robotiky a kybernetiky
Vedúci projektu:	Prof. Ing. Ján Murgaš, PhD.

Bratislava 2020

Bc. Eva Štalmachová
Bc. Marek Trebuľa
Bc. Denis Vasko
Bc. Ján Urdianyk

STU FEI
SLOVENSKÁ TECHNICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE
FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A INFORMATIKY
ÚSTAV ROBOTIKY A KYBERNETIKY

TÍMOVÝ PROJEKT

ZADANIE

Študijný program:	**Robotika a kybernetika**
Študijný odbor:	**Kybernetika**
Vedúci projektu:	***Prof.Ing. Ján Murgaš, PhD.***
Miesto vypracovania projektu:	**Ústav robotiky a kybernetiky**
Riešitelia:	

Názov projektu: ***Riadenie nelineárnych spojitých systémov***

Špecifikácia zadania:
Cieľom projektu je navrhnúť a overiť metódy nelineárneho riadenia vybraných nelineárnych systémov za účelom pedagogického využitia.

Úlohy:

1.Pre zadané metódy nelineárneho riadenia spojitých systémov vypracujte príklady využitia v rozsahu:

- Návrh riadenia
- Simulačné overenie
- Pedagogické spracovanie

2. Vypracujte a predneste prezentáciu.
3. Vypracujte posudok na projekt druhého tímu
4. Pri riešení postupujte podľa zásad tímového projektu.

Termín odovzdania projektu: ***15.5.2020***

Obsah

Zoznam použitých skratiek

1 Úvod

2 Matematické základy

Tu začíname doplnat text. Ked chcete skompilovat ctrl+s a skomplilujete main.tex nekompilujte tento subor. Také zakladné pravidlá aby sme sa vedeli orientovať obrázky davajte do priečinka figures. Ak budete chciet robit referenciu na obrazok, rovnicu alebo sekcie : 2. Preto prosím každý obrázok, sekciu a rovnicu label-ujte, ulahci to robotu. Ja mam vo zvyku sekcie nazyvat sec:nazov, obrazky fig:nazov, rovnice eq:nazov. [1]

3 Metóda spätnoväzobnej linearizácie

tu by mohla byt nejaka teoria o spätnoväzobnej linearizácií

4 Vstupno-stavová metóda spätnoväzobnej linearizácie

tu by mohla byt nejaka teoria o spätnoväzobnej linearizácií VS

Návrh riadenia - Príklad 1.

tu bude priklad 1 + vypocet

Simulačná schéma - Príklad 1.

tu schema

Overenie navrhnutého riadenia - Príklad 1.

tu vysledky co sme dosiahli plus nejaky pokec k tomu

Návrh riadenia - Príklad 2.

Simulačná schéma - Príklad 2.

Overenie navrhnutého riadenia - Príklad 2.

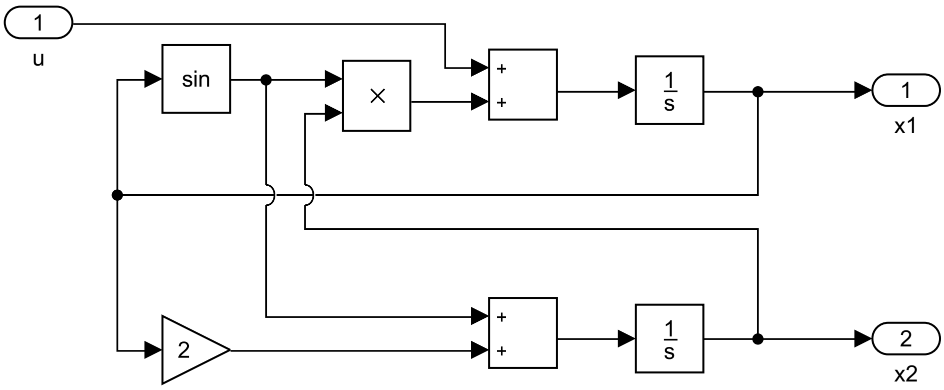
Porovnanie navrhnutého riadenia s lineárnym regulátorom

5 Vstupno-výstupná metóda spätnoväzobnej linearizácie

Úvodný príklad

Majme systém, ktorý je určený stavovým opisom rovn. (1). Bloková schéma systému je na obr. 1.

$$\begin{aligned} \dot{x_1} &= u + \sin(x_1)x_2 \\ \dot{x_2} &= 2x_1 + sin(x_1) \\ y &= x_2 \end{aligned} \tag{1}$$



Obr. 1: *Bloková schéma systému z rovn.* (1)

Overme teraz, že bod $x_1 = x_2 = 0$, je rovnovažný bodom systému.

$$\dot{x_1}|_{x_1=x_2=0} = \sin(0)0 = 0$$
$$\dot{x_2}|_{x_1=x_2=0} = 0 + sin(0) = 0$$

Všimnime si, že v tomto bode sú derivácie stavových premenných v čase nulové, čo je charakteristické pre rovnovažné body.

Predpokladajme, že chceme tento systém riadiť tak, aby výstup dosiahol žiadanú hodnotu r.

Aplikujme nelineárne riadenie, konkrétne metódu vstupno výstupnej spätnoväzobnej linearizácie. Túto metódu vysvetlíme rovno počas návrhu.

Najprv derivujeme vzťah pre výstup systému y, tak ako v rovn. (2). Toto je prvým krokom metódy.

$$
\begin{aligned}
& y = x_2 \\
\implies & \dot{y} = \dot{x_2} = 2x_1 + sin(x_1) \\
\implies & \ddot{y} = \ddot{x_2} \\
& = 2 + cos(x_1)\dot{x_1} \\
& = 2 + \cos(x_1)(u + \sin(x_1)x_2)
\end{aligned}
\tag{2}
$$

Teraz si všimnime, že ak zvolíme vstup do systému, tak ako je rovn. (3), po dosadení dostaneme rovn. (4). Voľba takéhoto zákona, nazvyme ho zákonom linearizácie, pre vstup u do systému, je druhým krokom metódy.

$$
u = -\sin(x_1)x_2 + \frac{v}{2 + \cos x_1} \tag{3}
$$

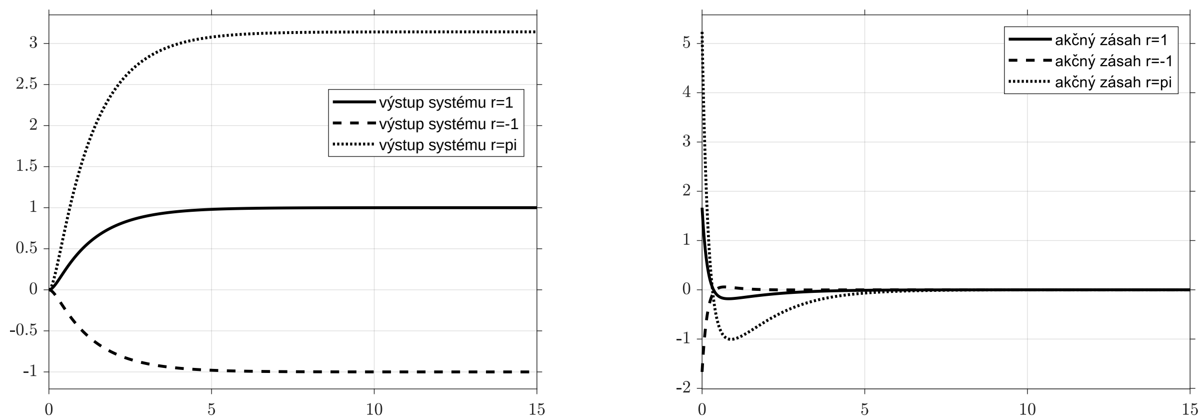
$$
\begin{aligned}
\ddot{y} &= 2 + \cos(x_1)(u + \sin(x_1)x_2) \\
&= 2 + \cos(x_1)(-\sin(x_1)x_2 + \frac{v}{2 + \cos x_1} + \sin(x_1)x_2) \\
&= 2 + \cos(x_1)(\frac{v}{2 + \cos x_1}) \\
&= v
\end{aligned}
\tag{4}
$$

Nakoniec ak zvolíme v podľa rovn. (5), tak pre dostávame rovnicu pre dynamiku odchýlky rovn. (6). Ak zvolíme koeficienty k všetky kladné, dynamika odchýlky bude vždy stabilná a bude konvergovať k 0. Voľba tohto zákona, pre v, povedzme zákona riadenia linearizovaného systému, je posledným krokom tejto metódy.

$$
\begin{aligned}
v &= \ddot{r} + k_1\dot{e} + k_2 e \\
&= -k_1\dot{y} + k_2 e \text{ keďže } r \text{ je konšt., tak jeho derivácie sú 0}
\end{aligned}
\tag{5}
$$

$$
\begin{aligned}
& v = \ddot{r} + k_1\dot{e} + k_2 e \\
\implies & \ddot{y} = \ddot{r} + k_1\dot{e} + k_2 e \\
\implies & 0 = \ddot{e} + k_1\dot{e} + k_2 e
\end{aligned}
\tag{6}
$$

Máme tak navrhnutý regulátor a výsledok zo simulácie, pre niekoľko žiadaných úrovní výstupu je na obr. 2. Pre porovnanie skúsme navrhnúť ešte regulátor



Obr. 2: *Regulácia výstupu na konštantnú hodnotu nelin. regulátorom navrhnutým pomocou metódy spätnoväzbovej linearizácie vstupno-výstupnej rovn.* (1)

pre tento systém, ktorý linearizujeme v rovnovažnom bode $x_1 = x_2 = 0$. Po linearizovaní bude mať systém tvar rovn. (7).

$$\begin{aligned} \Delta\dot{x_1} &= \Delta u \\ \Delta\dot{x_2} &= 3\Delta x_1 \\ \Delta y &= \Delta x_2 \end{aligned} \tag{7}$$

Vyjadrime si prenosovú funkciu systému, pre jednoduchší návrh parametrov regulátora. Vyjadrenie prebieha v rovn. (8). V tomto momente ešte potrebujeme zapojiť pred systém regulátor a vyjadriť prenos uzavretého regulačného obvodu.

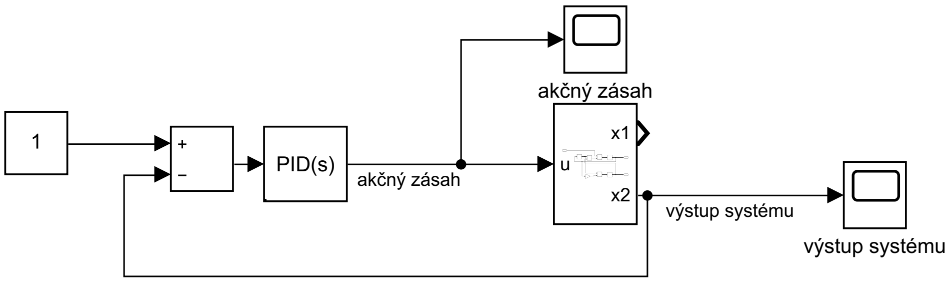
$$\begin{aligned} \Delta y = \Delta x_2 = \frac{1}{s}3\Delta x_1 &= \frac{1}{s^2}3\Delta u \\ \implies \frac{\Delta y}{\Delta u} &= \frac{3}{s^2} \end{aligned} \tag{8}$$

Zapojme na vstup systému PID regulátor, ako je na obr. 3. Ktorý mý prenos rovn. (9), kde P, D, I sú parametre regulátora. Pre zjednodušenie ešte prenosy systému roznásobme, dostaneme tak prenos otvoreného obvodu G_{ORO} daný rovn. (10).

$$\frac{U(s)}{E(s)} = P + Ds + \frac{I}{s} \tag{9}$$

$$G_{ORO} = 3\frac{Ps + Ds^2 + I}{s^3} \tag{10}$$

Následne vyjadrime prenos uzavretého regulačného obvodu G_{URO} podľa zná-



Obr. 3: *Zapojenie PID regulátora*

meho pravidla zápornej spätnej väzby rovn. (11). Dostaneme tak prenos rovn. (12).

$$G_{URO} = \frac{G_{ORO}}{1 + G_{ORO}} \tag{11}$$

$$\begin{aligned} G_{URO} &= \frac{3\frac{Ps+Ds^2+I}{s^3}}{1 + 3\frac{Ps+Ds^2+I}{s^3}} \\ &= \frac{3(Ps + Ds^2 + I)}{s^3 + 3Ps + 3Ds^2 + 3I} \end{aligned} \tag{12}$$

Využime teraz metódu Pole-Placement na návrh parametrov regulátora, umiestnime póly na nasledovných pozíciách komplexnej roviny $p_1 = -5, p_2 = -4, p_3 = -3$. Teda nech sú póly reálne a záporné, čo zabezpečí stabilitu systému, keďže na kvalitu riadenia zatiaľ nekladieme dôraz.

Polynóm ktorý bude mať zvolené korene, získame roznásobením polynmov prvého stupňa, ktorých korene sú zvolené póly, teda roznásobením rovn. (13).

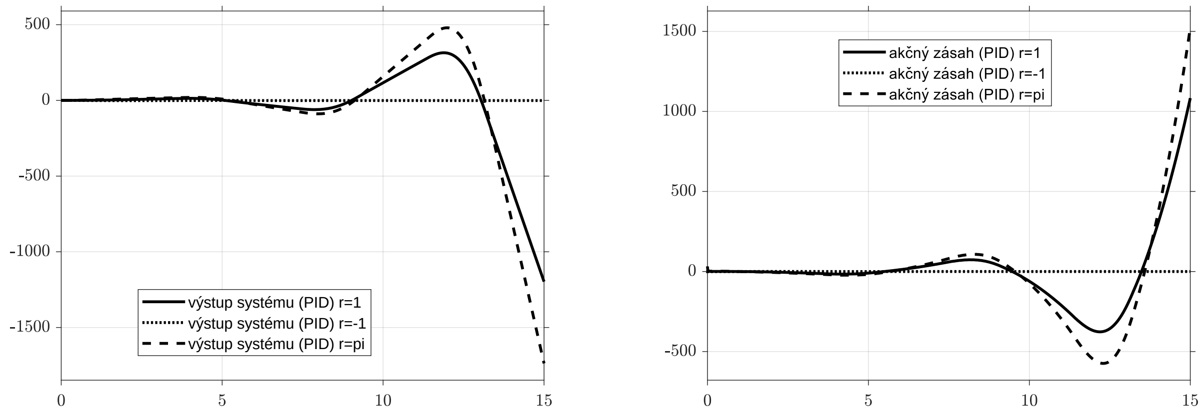
$$\begin{aligned} P(s) &= (s - p_1)(s - p_2)(s - p_3) \\ &= (s + 1)(s + 0.5)(s + 0.5) \\ &= s^3 + 2s^2 + 1.25s + 0.25 \end{aligned} \tag{13}$$

Tento želaný polynóm porovnáme s CHPOLY URO, teda rovn. (14), dostaneme tak rovnice rovn. (15) z ktorých vypočítame parametre regulátora.

$$s^3 + 2s^2 + 1.25s + 0.25 = s^3 + 3Ps + 3Ds^2 + 3I \tag{14}$$

$$
\begin{aligned}
3P &= 2.00 & & P &= \tfrac{2.00}{3} \\
3D &= 1.25 & \Longrightarrow\ & D &= \tfrac{1.25}{3} \\
3I &= 0.25 & & I &= \tfrac{0.25}{3}
\end{aligned}
\tag{15}
$$

Skúsme tento regulátor aplikovať na nelineárny systém, ktorý chceme riadiť. Výsledok zo simulácie je na obr. 4. Z tohto môžeme usúdiť, že nelineárne



Obr. 4: *Regulácia výstupu na konštantnú hodnotu PID regulátorom navrhnutým pomocou metódy pole-placement*

riadenie je v tomto prípade, nevyhnutné.

Príklad s internou dynamikou

Simulačná schéma - Príklad 1.

Overenie navrhnutého riadenia - Príklad 1.

Návrh riadenia - Príklad 2.

Simulačná schéma - Príklad 2.

Overenie navrhnutého riadenia - Príklad 2.

Porovnanie navrhnutého riadenia s lineárnym regulátorom

6 Prehlad takych zakladnych latex veci - Tato sekcia tu nebude

$$H = \begin{bmatrix} 18.9000 & 47.6000 & 63.0000 \\ 28.7000 & 44.1000 & 45.5000 \\ 15.4000 & 16.8000 & 12.6000 \\ 1.4000 & -2.8000 & -7.0000 \end{bmatrix} y = \begin{bmatrix} -64.4000 \\ -41.3000 \\ -8.4000 \\ 8.4000 \end{bmatrix}$$

$$F(s) = \frac{K}{1+Ts}e^{-Ds} \tag{16}$$

Neznáme parametre: K, T, D

Postup:

1. $$K = y(\infty); K = 3.8059$$

2. $$T = \frac{t_2 - t_1}{ln(\frac{K-y_1}{K-y_2})}; T = 0.4452$$

3. $$x = \frac{ln(\frac{K-y_1}{K})}{ln\frac{K-y_2}{K}}, D = \frac{t_2 x - t_1}{x-1}; x = 0.2093, D = 0.0857$$

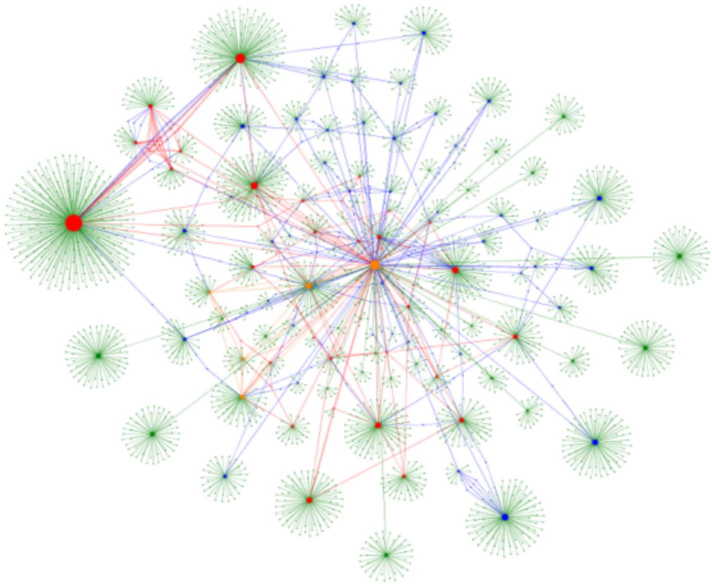
Postup:

- $$K = y(\infty); K = 3.8059$$

- $$T = \frac{t_2 - t_1}{ln(\frac{K-y_1}{K-y_2})}; T = 0.4452$$

- $$x = \frac{ln(\frac{K-y_1}{K})}{ln\frac{K-y_2}{K}}, D = \frac{t_2 x - t_1}{x-1}; x = 0.2093, D = 0.0857$$

k	θ_k^*	P_k	e_k	Q_k
0	$\begin{bmatrix}0\\0\\0\end{bmatrix}$	$10^{10} * \begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\0 & 1 & 0\\0 & 0 & 1\end{bmatrix}$	0	0
1	$\begin{bmatrix}-0.1846\\-0.4650\\-0.6155\end{bmatrix}$	$10^9 * \begin{bmatrix}9.4581 & -1.3648 & -1.8063\\-1.3648 & 6.5628 & -4.5492\\-1.8063 & -4.5492 & 3.9790\end{bmatrix}$	-64.4000	$6.2915 * 10^{-11}$
2	$\begin{bmatrix}0.4987\\-0.2360\\-0.9935\end{bmatrix}$	$10^9 * \begin{bmatrix}2.4082 & -3.7279 & 2.0942\\-3.7279 & 5.7707 & -3.2418\\2.0942 & -3.2418 & 1.8211\end{bmatrix}$	12.5111	$1.2915 * 10^{-10}$
3	$\begin{bmatrix}1.6486\\-2.0160\\0.0064\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}13.6362 & -21.4003 & 12.0936\\-21.4002 & 33.5946 & -18.9875\\12.0935 & -18.9874 & 10.7325\end{bmatrix}$	0.4031	$6.7820 * 10^{-10}$
4	$\begin{bmatrix}0.8406\\-0.7436\\-0.7140\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}4.3694 & -6.8073 & 3.8314\\-6.8066 & 10.6133 & -5.9761\\3.8311 & -5.9762 & 3.3659\end{bmatrix}$	0.4920	0.0704



Obr. 5: *Name figure*

Enumeration

1. goal 1
   (a) goal 1.a
   (b) goal 1.b
2. goal 2

3. goal 3

Itemization

- item 1
  - item 1.1
  - item 1.2
- item 2
- item 3

7 Záver

Literatúra

[1] SLOTINE, Jean-Jacques E., et al. Applied nonlinear control. Englewood Cliffs, NJ: Prentice hall, 1991.