

SLOVENSKÁ TECHNICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE
FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A INFORMATIKY

RIADENIE NELINEÁRNYCH SPOJITÝCH SYSTÉMOV
TÍMOVÝ PROJEKT

| | |
|----------------------|------------------------------|
| Študijný program: | Robotika a kybernetika |
| Študijný odbor: | Kybernetika |
| Školiace pracovisko: | Ústav robotiky a kybernetiky |
| Vedúci projektu: | Prof. Ing. Ján Murgaš, PhD. |

Bratislava 2020

Bc. Eva Štalmachová
Bc. Marek Trebul'a
Bc. Denis Vasko
Bc. Ján Urdianyk

TÍMOVÝ PROJEKT ZADANIE

| | |
|-------------------------------|------------------------------|
| Študijný program: | Robotika a kybernetika |
| Študijný odbor: | Kybernetika |
| Vedúci projektu: | Prof. Ing. Ján Murgaš, PhD. |
| Miesto vypracovania projektu: | Ústav robotiky a kybernetiky |
| Riešitelia: | |

Názov projektu: *Riadenie nelineárnych spojitých systémov*

Špecifikácia zadania:

Cieľom projektu je navrhnuť a overiť metódy nelineárneho riadenia vybraných nelineárnych systémov za účelom pedagogického využitia.

Úlohy:

1. Pre zadané metódy nelineárneho riadenia spojitých systémov vypracujte príklady využitia v rozsahu:

- Návrh riadenia
- Simulačné overenie
- Pedagogické spracovanie

2. Vypracujte a predneste prezentáciu.

3. Vypracujte posudok na projekt druhého tímu

4. Pri riešení postupujte podľa zásad tímového projektu.

Termín odovzdania projektu: 15.5.2020

Obsah

| | |
|---|-----------|
| Zoznam použitých skratiek | 5 |
| 1 Úvod | 6 |
| 2 Matematické základy | 7 |
| 3 Metóda spätnoväzobnej linearizácie | 8 |
| 4 Vstupno-stavová metóda spätnoväzobnej linearizácie | 9 |
| Návrh riadenia - Príklad 1. | 9 |
| Simulačná schéma - Príklad 1. | 9 |
| Overenie navrhnutého riadenia - Príklad 1. | 9 |
| Návrh riadenia - Príklad 2. | 9 |
| Simulačná schéma - Príklad 2. | 9 |
| Overenie navrhnutého riadenia - Príklad 2. | 9 |
| Porovnanie navrhnutého riadenia s lineárnym regulátorom | 9 |
| 5 Vstupno-výstupná metóda spätnoväzobnej linearizácie | 10 |
| Úvodný príklad | 10 |
| Príklad s internou dynamikou | 14 |
| Simulačná schéma - Príklad 1. | 14 |
| Overenie navrhnutého riadenia - Príklad 1. | 14 |
| Návrh riadenia - Príklad 2. | 14 |
| Simulačná schéma - Príklad 2. | 14 |
| Overenie navrhnutého riadenia - Príklad 2. | 14 |
| Porovnanie navrhnutého riadenia s lineárnym regulátorom | 14 |
| 6 Prehľad takých základných latex vecí - Tato sekcia tu nebude | 15 |
| Enumeration | 16 |
| Itemization | 17 |
| 7 Záver | 18 |

Zoznam použitých skratiek

1 Úvod

2 Matematické základy

Tu začíname doplnat text. Keď chcete skompilovať ctrl+s a skomplilujete main.tex nekompilujte tento subor. Také základné pravidlá aby sme sa vedeli orientovať obrázky dávajte do priečinka figures. Ak budete chcieť robiť referenciu na obrázok, rovnicu alebo sekcie : 2. Preto prosím každý obrázok, sekciu a rovnicu label-ujte, uľahčí to robotu. Ja mám vo zvyku sekcie nazývať sec:nazov, obrázky fig:nazov, rovnice eq:nazov. [1]

3 Metóda spätnoväzobnej linearizácie

tu by mohla byt nejaka teoria o spätnoväzobnej linearizácií

4 Vstupno-stavová metóda spätnoväzobnej linearizácie

tu by mohla byť nejaká teória o spätnoväzobnej linearizácii VS

Návrh riadenia - Príklad 1.

tu bude príklad 1 + výpočet

Simulačné schéma - Príklad 1.

tu schéma

Overenie navrhnutého riadenia - Príklad 1.

tu výsledky čo sme dosiahli plus nejaký pokus k tomu

Návrh riadenia - Príklad 2.

Simulačné schéma - Príklad 2.

Overenie navrhnutého riadenia - Príklad 2.

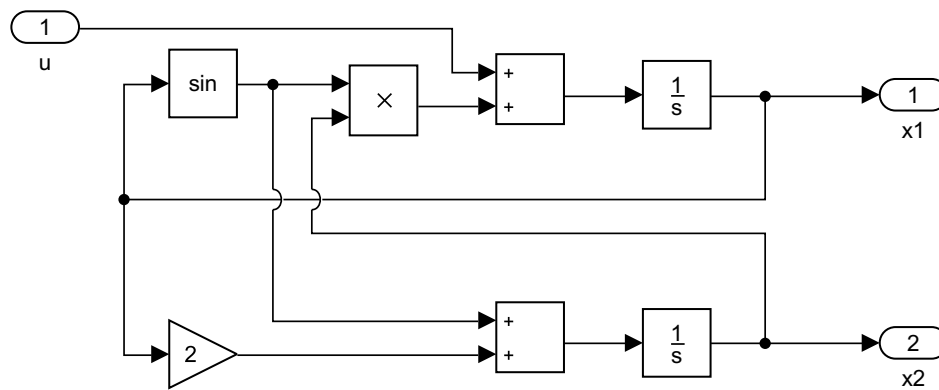
Porovnanie navrhnutého riadenia s lineárnym regulátorom

5 Vstupno-výstupná metóda spätnoväzobnej linearizácie

Úvodný príklad

Majme systém, ktorý je určený stavovým opisom rovn. (1). Bloková schéma systému je na obr. 1.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= u + \sin(x_1)x_2 \\ \dot{x}_2 &= 2x_1 + \sin(x_1) \\ y &= x_2 \end{aligned} \quad (1)$$



Obr. 1: Bloková schéma systému z rovn. (1)

Overme teraz, že bod $x_1 = x_2 = 0$, je rovnovážný bodom systému.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1|_{x_1=x_2=0} &= \sin(0)0 = 0 \\ \dot{x}_2|_{x_1=x_2=0} &= 0 + \sin(0) = 0 \end{aligned}$$

Všimnime si, že v tomto bode sú derivácie stavových premenných v čase nulové, čo je charakteristické pre rovnovážné body.

Predpokladajme, že chceme tento systém riadiť tak, aby výstup dosiahol žiadanú hodnotu r .

Aplikujme nelineárne riadenie, konkrétne metódu vstupno výstupnej spätnoväzobnej linearizácie. Túto metódu vysvetlíme rovno počas návrhu.

Najprv derivujeme vzťah pre výstup systému y , tak ako v rovn. (2). Toto je

prvým krokom metódy.

$$\begin{aligned}
 y &= x_2 \\
 \implies \dot{y} &= \dot{x}_2 = 2x_1 + \sin(x_1) \\
 \implies \ddot{y} &= \ddot{x}_2 \\
 &= 2 + \cos(x_1)\dot{x}_1 \\
 &= 2 + \cos(x_1)(u + \sin(x_1)x_2)
 \end{aligned} \tag{2}$$

Teraz si všimnime, že ak zvolíme vstup do systému, tak ako je rovn. (3), po dosadení dostaneme rovn. (4). Voľba takéhoto zákona, nazveme ho zákonom linearizácie, pre vstup u do systému, je druhým krokom metódy.

$$u = -\sin(x_1)x_2 + \frac{v}{2 + \cos x_1} \tag{3}$$

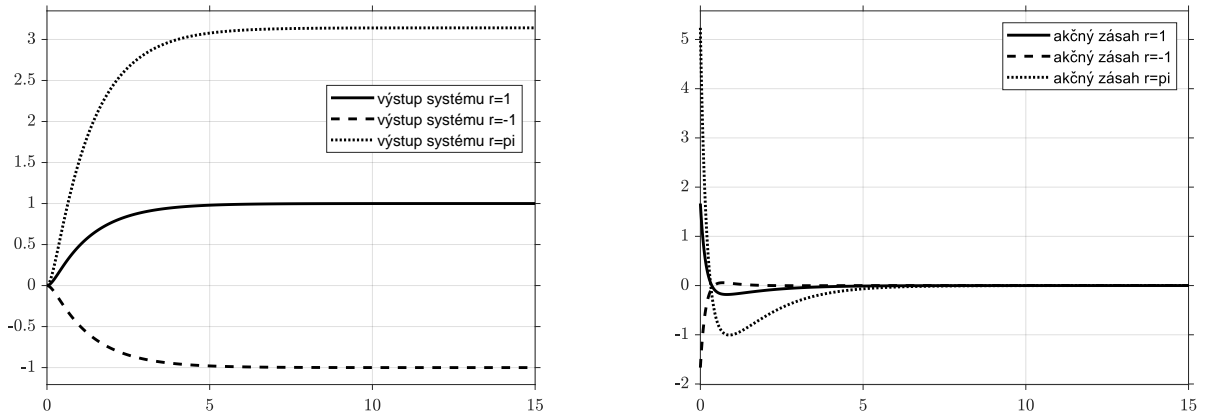
$$\begin{aligned}
 \ddot{y} &= 2 + \cos(x_1)(u + \sin(x_1)x_2) \\
 &= 2 + \cos(x_1)\left(-\sin(x_1)x_2 + \frac{v}{2 + \cos x_1} + \sin(x_1)x_2\right) \\
 &= 2 + \cos(x_1)\left(\frac{v}{2 + \cos x_1}\right) \\
 &= v
 \end{aligned} \tag{4}$$

Nakoniec ak zvolíme v podľa rovn. (5), tak dostávame rovnicu pre dynamiku odchýlky rovn. (6). Ak zvolíme koeficienty k všetky kladné, dynamika odchýlky bude vždy stabilná a bude konvergovať k 0. Voľba tohto zákona, pre v , povedzme zákona riadenia linearizovaného systému, je posledným krokom tejto metódy.

$$\begin{aligned}
 v &= \ddot{r} + k_1\dot{e} + k_2e \\
 &= -k_1\dot{y} + k_2e \text{ keďže } r \text{ je konšt., tak jeho derivácie sú } 0
 \end{aligned} \tag{5}$$

$$\begin{aligned}
 v &= \ddot{r} + k_1\dot{e} + k_2e \\
 \implies \ddot{y} &= \ddot{r} + k_1\dot{e} + k_2e \\
 \implies 0 &= \ddot{e} + k_1\dot{e} + k_2e
 \end{aligned} \tag{6}$$

Máme tak navrhnutý regulátor a výsledok zo simulácie, pre niekoľko žiadaných úrovní výstupu je na obr. 2. Pre porovnanie skúsme navrhnuť ešte PID regulátor



Obr. 2: Regulácia výstupu na konštantnú hodnotu nelin. regulátorom navrhnutým pomocou metódy spätoväzbovej linearizácie vstupno-výstupnej rovn. (1)

pre systém linearizovaný v rovnovážnom bode $x_1 = x_2 = 0$. Po linearizovaní bude mať systém tvar rovn. (7).

$$\begin{aligned}\Delta \dot{x}_1 &= \Delta u \\ \Delta \dot{x}_2 &= 3\Delta x_1 \\ \Delta y &= \Delta x_2\end{aligned}\tag{7}$$

Vyjadriť si prenosovú funkciu systému, pre jednoduchší návrh parametrov regulátora. Vyjadrenie prebieha v rovn. (8). V tomto momente ešte potrebujeme zapojiť pred systém regulátor a vyjadriť prenos uzavretého regulačného obvodu.

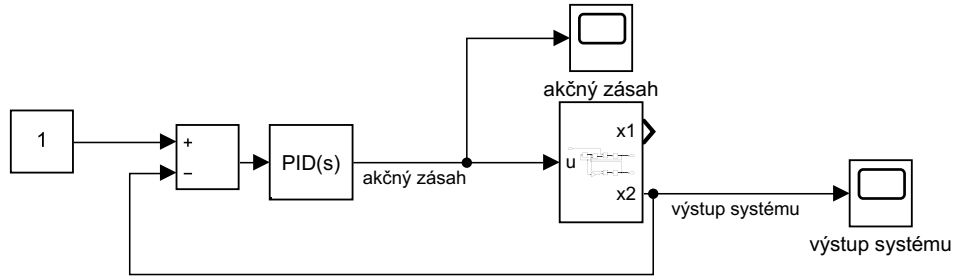
$$\begin{aligned}\Delta y &= \Delta x_2 = \frac{1}{s} 3\Delta x_1 = \frac{1}{s^2} 3\Delta u \\ \Rightarrow \frac{\Delta y}{\Delta u} &= \frac{3}{s^2}\end{aligned}\tag{8}$$

Zapojme na vstup systému PID regulátor, ako je na obr. 3. Ktorý má prenos rovn. (9), kde P, D, I sú parametre regulátora. Pre zjednodušenie ešte prenosy systému a regulátora roznásobíme, dostaneme tak prenos otvoreného obvodu G_{ORO} daný rovn. (10).

$$\frac{U(s)}{E(s)} = P + Ds + \frac{I}{s}\tag{9}$$

$$G_{ORO} = 3 \frac{Ps + Ds^2 + I}{s^3}\tag{10}$$

Následne vyjadriť prenos uzavretého regulačného obvodu G_{URO} podľa zná-



Obr. 3: Zapojenie PID regulátora

meho pravidla zápornej spätnej väzby rovn. (11). Dostaneme tak prenos rovn. (12).

$$G_{URO} = \frac{G_{ORO}}{1 + G_{ORO}} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} G_{URO} &= \frac{3 \frac{Ps + Ds^2 + I}{s^3}}{1 + 3 \frac{Ps + Ds^2 + I}{s^3}} \\ &= \frac{3(Ps + Ds^2 + I)}{s^3 + 3Ps + 3Ds^2 + 3I} \end{aligned} \quad (12)$$

Využime teraz metódu Pole-Placement na návrh parametrov regulátora, umiestnime póly na nasledovných pozíciách komplexnej roviny $p_1 = -1, p_2 = -0.5, p_3 = -0.5$. Teda nech sú póly reálne a záporné, čo zabezpečí stabilitu lineárneho systému, keďže na kvalitu riadenia zatiaľ nekladíme dôraz.

Polynóm, ktorý bude mať zvolené korene, získame roznásobením polynómov prvého stupňa, ktorých korene sú zvolené póly, teda roznásobením rovn. (13).

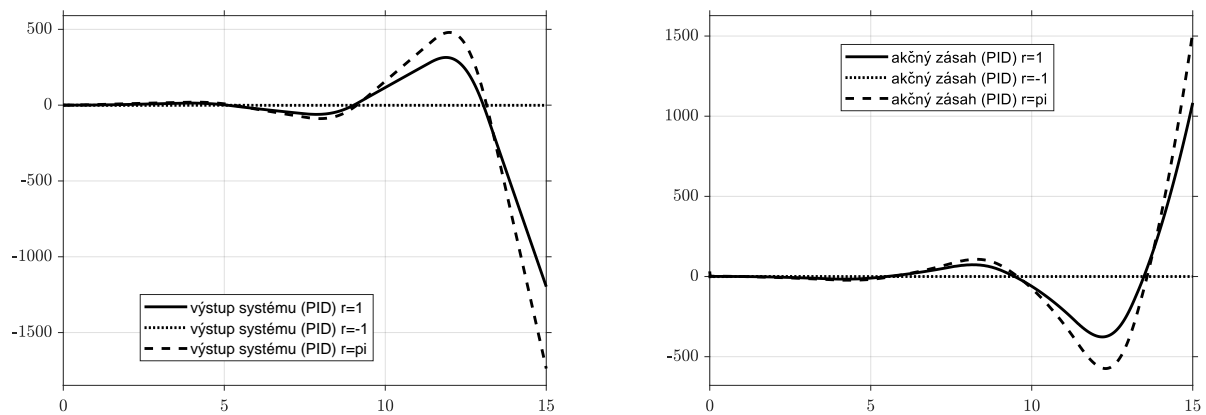
$$\begin{aligned} P(s) &= (s - p_1)(s - p_2)(s - p_3) \\ &= (s + 1)(s + 0.5)(s + 0.5) \\ &= s^3 + 2s^2 + 1.25s + 0.25 \end{aligned} \quad (13)$$

Tento želaný polynóm porovnáme s CHPOLY URO, teda rovn. (14), dostaneme tak rovnice rovn. (15) z ktorých vypočítame parametre regulátora.

$$s^3 + 2s^2 + 1.25s + 0.25 = s^3 + 3Ps + 3Ds^2 + 3I \quad (14)$$

$$\begin{aligned}
 3P &= 2.00 & P &= \frac{2.00}{3} \\
 3D &= 1.25 \implies D &= \frac{1.25}{3} \\
 3I &= 0.25 & I &= \frac{0.25}{3}
 \end{aligned}
 \tag{15}$$

Aplikujeme tento regulátor aplikovať na nelineárny systém, ktorý chceme riadiť. Výsledok zo simulácie je na obr. 4. Z výsledku môžeme usúdiť, že nelineárne



Obr. 4: Regulácia výstupu na konštantnú hodnotu PID regulátorom navrhnutým pomocou metódy pole-placement

riadenie je v tomto prípade, nevyhnutné.

Príklad s internou dynamikou

Simulačná schéma - Príklad 1.

Overenie navrhnutého riadenia - Príklad 1.

Návrh riadenia - Príklad 2.

Simulačná schéma - Príklad 2.

Overenie navrhnutého riadenia - Príklad 2.

Porovnanie navrhnutého riadenia s lineárnym regulátorom

6 Prehľad takých základných latex vecí - Tato sekcia tu nebude

$$H = \begin{bmatrix} 18.9000 & 47.6000 & 63.0000 \\ 28.7000 & 44.1000 & 45.5000 \\ 15.4000 & 16.8000 & 12.6000 \\ 1.4000 & -2.8000 & -7.0000 \end{bmatrix} y = \begin{bmatrix} -64.4000 \\ -41.3000 \\ -8.4000 \\ 8.4000 \end{bmatrix}$$

$$F(s) = \frac{K}{1 + Ts} e^{-Ds} \quad (16)$$

Neznáme parametre: K, T, D

Postup:

1.

$$K = y(\infty); K = 3.8059$$

2.

$$T = \frac{t_2 - t_1}{\ln\left(\frac{K-y_1}{K-y_2}\right)}; T = 0.4452$$

3.

$$x = \frac{\ln\left(\frac{K-y_1}{K}\right)}{\ln\frac{K-y_2}{K}}, D = \frac{t_2 x - t_1}{x - 1}; x = 0.2093, D = 0.0857$$

Postup:

•

$$K = y(\infty); K = 3.8059$$

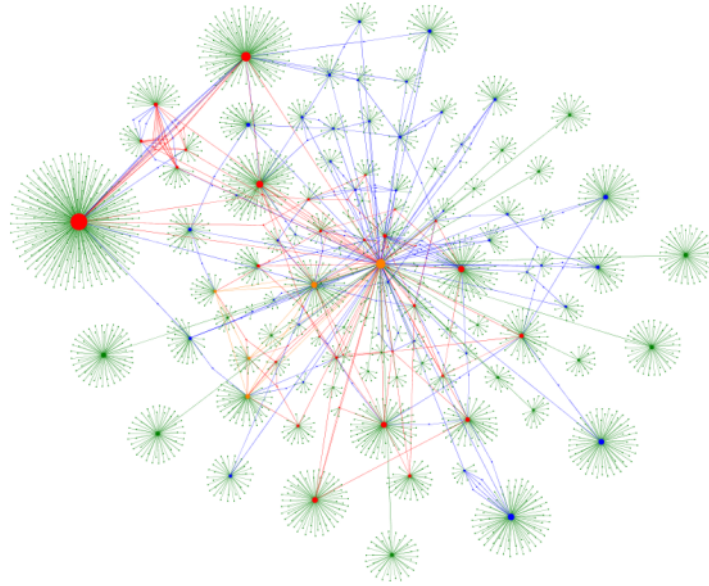
•

$$T = \frac{t_2 - t_1}{\ln\left(\frac{K-y_1}{K-y_2}\right)}; T = 0.4452$$

•

$$x = \frac{\ln\left(\frac{K-y_1}{K}\right)}{\ln\frac{K-y_2}{K}}, D = \frac{t_2 x - t_1}{x - 1}; x = 0.2093, D = 0.0857$$

| k | θ_k^* | P_k | e_k | Q_k |
|-----|---|---|----------|---------------------|
| 0 | $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ | $10^{10} * \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ | 0 | 0 |
| 1 | $\begin{bmatrix} -0.1846 \\ -0.4650 \\ -0.6155 \end{bmatrix}$ | $10^9 * \begin{bmatrix} 9.4581 & -1.3648 & -1.8063 \\ -1.3648 & 6.5628 & -4.5492 \\ -1.8063 & -4.5492 & 3.9790 \end{bmatrix}$ | -64.4000 | $6.2915 * 10^{-11}$ |
| 2 | $\begin{bmatrix} 0.4987 \\ -0.2360 \\ -0.9935 \end{bmatrix}$ | $10^9 * \begin{bmatrix} 2.4082 & -3.7279 & 2.0942 \\ -3.7279 & 5.7707 & -3.2418 \\ 2.0942 & -3.2418 & 1.8211 \end{bmatrix}$ | 12.5111 | $1.2915 * 10^{-10}$ |
| 3 | $\begin{bmatrix} 1.6486 \\ -2.0160 \\ 0.0064 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 13.6362 & -21.4003 & 12.0936 \\ -21.4002 & 33.5946 & -18.9875 \\ 12.0935 & -18.9874 & 10.7325 \end{bmatrix}$ | 0.4031 | $6.7820 * 10^{-10}$ |
| 4 | $\begin{bmatrix} 0.8406 \\ -0.7436 \\ -0.7140 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 4.3694 & -6.8073 & 3.8314 \\ -6.8066 & 10.6133 & -5.9761 \\ 3.8311 & -5.9762 & 3.3659 \end{bmatrix}$ | 0.4920 | 0.0704 |



Obr. 5: Name figure

Enumeration

1. goal 1
 - (a) goal 1.a
 - (b) goal 1.b
2. goal 2

3. goal 3

Itemization

- item 1
 - item 1.1
 - item 1.2
- item 2
- item 3

7 Záver

Literatúra

- [1] SLOTINE, Jean-Jacques E., et al. Applied nonlinear control. Englewood Cliffs, NJ: Prentice hall, 1991.