

Aufgabe 2. Gegeben sei das LGS

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 &= -x_3 + 10 \\2x_1 - x_2 &= x_3 + 5 \\x_1 + x_3 &= 0\end{aligned}$$

- (a) Gib die Koeffizientenmatrix und den Vektor der rechten Seite an.
- (b) Berechne die Lösung des LGS mit dem Gauß-Algorithmus.
- (c) Berechne die Lösung des LGS mit dem Gauß-Jordan-Algorithmus.
- (d) Berechne die Lösung des LGS über die Einheitsform.

Lösung: (a)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
$$\vec{b} = \begin{bmatrix} 10 \\ 5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

(b)

Phase 1:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 10 \\ 2 & -1 & -1 & 5 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right] \begin{array}{l} -2 \cdot I \\ -I \end{array}$$
$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & -3 & -3 & -15 \\ 0 & -1 & 0 & -10 \end{array} \right] -\frac{1}{3}II$$
$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & -3 & -3 & -15 \\ 0 & 0 & 1 & -5 \end{array} \right]$$

Phase 2:

$$x_3 = -5$$

$$\begin{aligned} -3x_2 - 3x_3 &= -15 \\ -3x_2 - 3(-5) &= -15 \\ -3x_2 + 15 &= -15 \\ -3x_2 &= -30 \\ x_2 &= 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 &= 10 \\ x_1 + 10 - 5 &= 10 \\ x_1 + 5 &= 10 \\ x_1 &= 5 \end{aligned}$$

(c)

$$\begin{aligned} &\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & -3 & -3 & -15 \\ 0 & 0 & 1 & -5 \end{array} \right] \begin{array}{l} -III \\ +3 \cdot III \end{array} \\ &\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 15 \\ 0 & -3 & 0 & -30 \\ 0 & 0 & 1 & -5 \end{array} \right] \cdot (-\tfrac{1}{3}) \\ &\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 15 \\ 0 & 1 & 0 & 10 \\ 0 & 0 & 1 & -5 \end{array} \right] -II \\ &\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & 10 \\ 0 & 0 & 1 & -5 \end{array} \right] \end{aligned}$$

(d)

Haben wir ausversehen schon in Aufgabe (c) gelöst.