Studiehalen.nl

Bijles om het meeste uit je studie te halen.

WB1631 STERKTELEER

Dit is een boekje met gedetailleerde en stapgewijze uitwerkingen van opgaven uit Hibbeler Mechanics of Materials 11 edition.

Wat is studiehalen.nl

Studiehalen.nl is een bijles platform voor en door studenten van de tu delft. We geven persoonlijke bijles die bij jouw leerstijl past.

Waarom studiehalen.nl

Onze student-docenten kennen de stof én de struikelpunten, omdat ze zelf recent dezelfde tentamens hebben gehaald. Ze delen handige voorbeelden en maken het makkelijker om vragen te stellen. Zo begrijp je de stof sneller en helpen ze je slim plannen, zodat je tijd overhoudt voor je vrije tijd!

Hoe werkt studiehalen.nl

Nadat je contact met ons heb opgezocht zullen wij een geschikte studentdocent aan jou koppelen. De lessen plan je wekelijks in en wij regelen de bijles ruimtes.

Werkcollege 10

Contents

Probleem 5-79

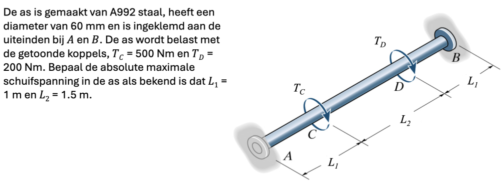


Figure 1: Het probleem gekopieerd uit het boek.

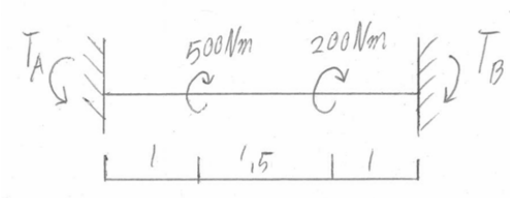


Figure 2: De free body diagram die bij dit probleem hoort.

1. Begrijp het Probleem

- **Gevraagd:** De absolute maximale schuifspanning ($\tau_{\text{abs max}}$) in de as.
- **Gegeven:**
  - Diameter van de as (d) $= 60\,\text{mm}$.
  - Lengte segmenten: $L_1 = 1\,\text{m}$, $L_2 = 1.5\,\text{m}$.
  - Belastingen: $T_C = 500\,\text{N m}$, $T_D = 200\,\text{N m}$.
  - Materiaal: A992 staal.
- **Beperkingen:** As is ingeklemd aan beide uiteinden A en B.

2. Analyseer de Gegeven Informatie

- Verander diameter naar straal: $r = \frac{d}{2} = \frac{60}{2} = 30\,\text{mm} = 0.03\,\text{m}$.
- Polair traagheidsmoment van de as:

$$J = \frac{\pi}{2} r^4 = \frac{\pi}{2}(0.03)^4\,\text{m}^4.$$

3. Maak een Plan

1. Bereken de reactiekoppels (T_A en T_B) door statische analyse:
   - Gebruik momentenevenwicht ($\Sigma M = 0$) en superpositie van vervormingen.
2. Bereken de interne torsie in elk segment.
3. Zoek naar het segment met maximale interne torsie om de maximale schuifspanning te bepalen met:

$$\tau = \frac{Tr}{J}.$$

4. Los Stapsgewijs op

(a) Statische Analyse:

Gebruik evenwicht:

$$\Sigma M = 0: \quad T_A + T_B - 500 - 200 = 0.$$

Los dit op voor $T_A + T_B = 700\,\text{N m}$.
Superpositie (vervorminganalyse) geeft:

$$\phi_A = \phi_{A,T_A} - \phi_{A,T}.$$

Met:

$$0 = \frac{T_A(3.5)}{JG} - \left[\frac{500(1.5)}{JG} + \frac{700(1)}{JG}\right].$$

Hieruit volgt:

$$T_A = 414.29\,\text{N m}.$$

Substitueer in $\Sigma M = 0$:

$$T_B = 700 - T_A = 285.71\,\mathrm{N\,m}.$$

(b) Interne torsie:
Segment AC (tussen A en C) heeft maximale interne torsie:

$$T_{\max} = T_A = 414.29\,\mathrm{N\,m}.$$

(c) Maximale schuifspanning:
Bereken $\tau_{\max}$ met:

$$\tau_{\max} = \frac{T_{\max} r}{J}.$$

Substitueer J en $T_{\max}$:

$$J = \frac{\pi}{2}(0.03)^4 = 1.273 \times 10^{-7}\,\mathrm{m}^4.$$

$$\tau_{\max} = \frac{414.29 \times 0.03}{1.273 \times 10^{-7}} = 9.77\,\mathrm{MPa}.$$

5. Geef de Uitkomst

De absolute maximale schuifspanning in de as is:

$$\boxed{\tau_{\text{abs max}} = 9.77\,\mathrm{MPa}}.$$

6. Documenteer en Verwijs naar het Boek

- Belangrijk om superpositie en statische evenwichtsvergelijkingen correct te gebruiken.
- Maximale schuifspanning treedt op waar interne torsie maximaal is.
- Verwijs naar de oplossingsmethoden in *Hibbeler Mechanics of Materials* sectie 5-2.

Key takeaway: Zorg dat torsieanalyses consistent blijven door uniforme eenheden en duidelijke schetsen te gebruiken.

Probleem 5-86

5–86. A rod is made from two segments: *AB* is steel and *BC* is brass. It is fixed at its ends and subjected to a torque of $T = 680\ \text{N}\cdot\text{m}$. If the steel portion has a diameter of 30 mm, determine the required diameter of the brass portion so the reactions at the walls will be the same. Take $G_{st} = 75$ GPa, $G_{br} = 39$ GPa.

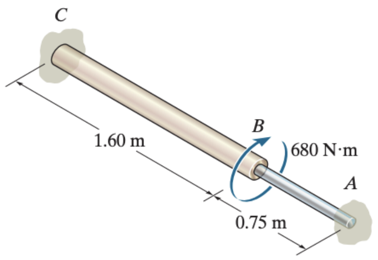


Figure 3: Het probleem gekopieerd uit het boek.

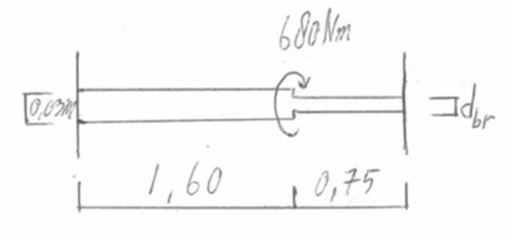


Figure 4: De free body diagram die bij dit probleem hoort.

1. Begrijp het Probleem

De staaf bestaat uit twee segmenten:

- **Segment** AB: staal met gegeven diameter $d_{\text{st}} = 30\,\text{mm}$ en schuifmodulus $G_{\text{st}} = 75\,\text{GPa}$.
- **Segment** BC: messing met onbekende diameter d_{br} en schuifmodulus $G_{\text{br}} = 39\,\text{GPa}$.

De staaf is belast met een torsie $T = 680\,\text{N·m}$, en de verdraaiing (ϕ) van beide segmenten moet gelijk zijn zodat de reacties aan de uiteinden hetzelfde blijven.

Gegeven:

- $L_{AB} = 0.75\,\text{m}$
- $L_{BC} = 1.60\,\text{m}$
- Compatibiliteitsvoorwaarde: $\phi_{AB} = \phi_{BC}$.

Te bepalen: d_{br} (diameter messingdeel BC).

2. Analyseer de Gegeven Informatie

De verdraaiing in een staaf onder torsie wordt gegeven door:

$$\phi = \frac{TL}{JG}$$

waarbij het polair oppervlaktemoment J voor een massieve cirkelvormige doorsnede:

$$J = \frac{\pi d^4}{32}$$

Omdat de verdraaiing in beide secties gelijk moet zijn:

$$\phi_{BC} = \phi_{AB}$$

Vervang ϕ door de bovenstaande vergelijking:

$$\frac{TL_{BC}}{J_{\text{br}}G_{\text{br}}} = \frac{TL_{AB}}{J_{\text{st}}G_{\text{st}}}$$

De torsie T valt weg aan beide kanten:

$$\frac{L_{BC}}{J_{\text{br}}G_{\text{br}}} = \frac{L_{AB}}{J_{\text{st}}G_{\text{st}}}$$

3. Maak een Plan

1. Gebruik $J = \frac{\pi d^4}{32}$ voor zowel staal als messing.
2. Substitueer de gegevens en los de vergelijking op voor d_{br}.

4. Los Stapsgewijs Op

Vervang J voor beide segmenten:

$$\frac{L_{BC}}{\frac{\pi d_{\mathrm{br}}^4}{32} G_{\mathrm{br}}} = \frac{L_{AB}}{\frac{\pi d_{\mathrm{st}}^4}{32} G_{\mathrm{st}}}$$

De $\pi/32$ valt weg:

$$\frac{L_{BC}}{d_{\mathrm{br}}^4 G_{\mathrm{br}}} = \frac{L_{AB}}{d_{\mathrm{st}}^4 G_{\mathrm{st}}}$$

Vul de gegeven waarden in:

$$\frac{1.60}{d_{\mathrm{br}}^4 \cdot (39 \times 10^9)} = \frac{0.75}{(0.03)^4 \cdot (75 \times 10^9)}$$

Bereken eerst de rechterkant:

$$(0.03)^4 = 8.1 \times 10^{-7}$$

$$\frac{0.75}{8.1 \times 10^{-7} \cdot 75 \times 10^9} = \frac{0.75}{6.075 \times 10^3} = 1.235 \times 10^{-5}$$

De vergelijking wordt nu:

$$\frac{1.60}{d_{\mathrm{br}}^4 \cdot (39 \times 10^9)} = 1.235 \times 10^{-5}$$

Los op voor d_{br}^4:

$$d_{\mathrm{br}}^4 = \frac{1.60}{1.235 \times 10^{-5} \cdot 39 \times 10^9}$$

Bereken de noemer:

$$1.235 \times 10^{-5} \cdot 39 \times 10^9 = 4.8165 \times 10^5$$

$$d_{\mathrm{br}}^4 = \frac{1.60}{4.8165 \times 10^5} = 3.323 \times 10^{-6}$$

Neem de vierde machtswortel:

$$d_{\mathrm{br}} = \sqrt[4]{3.323 \times 10^{-6}} = 0.04269\,\mathrm{m}$$

Converteer naar millimeters:

$$d_{\mathrm{br}} = 0.04269 \times 1000 = 42.7\,\mathrm{mm}$$

5. Geef de Uitkomst

De vereiste diameter van het messinggedeelte is:

$$\boxed{42.7\,\mathrm{mm}}$$

6. Documenteer en Verwijs naar het Boek

In deze vraag passen we **compatibiliteit van verdraaiingen** toe. De sleutel is het gebruik van het polar moment J en het correct invullen van gegevens voor beide materialen.

Key Takeaways:

- De verdraaiing is afhankelijk van T, L, G en J.
- Compatibiliteit zorgt ervoor dat de reacties gelijk blijven.

Referentie: Mechanics of Materials, Hibbeler, 8e editie, Hoofdstuk 5.

Probleem 5-87

5–87. Determine the absolute maximum shear stress in the shaft of Prob. 5–86.

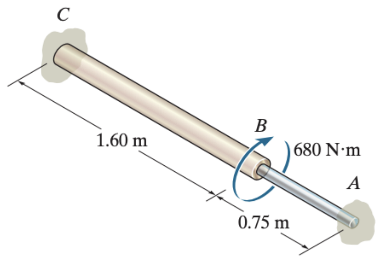


Figure 5: Het probleem gekopieerd uit het boek.

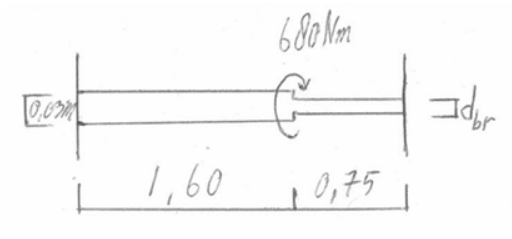


Figure 6: De free body diagram die bij dit probleem hoort.

Stap 1: Begrijp het probleem

We moeten de absolute maximale schuifspanning ($\tau_{\max}^{\text{abs}}$) in de as bepalen. De gegeven informatie is:

- Het torsiemoment $T = 680\,\text{N m}$, verdeeld in $T = 340\,\text{N m}$ per sectie.
- De straal van de as $c = 0.015\,\text{m}$.
- De doorsnede van de as is cirkelvormig.

De formule om de maximale schuifspanning te berekenen is:

$$\tau_{\max} = \frac{T \cdot c}{J}$$

waarbij J, het polaire traagheidsmoment, wordt gegeven door:

$$J = \frac{\pi}{2} c^4$$

Stap 2: Analyseer de gegeven informatie

Bekende waarden:

- $T = 340\,\text{N m}$
- $c = 0.015\,\text{m}$
- Doorsnede is een massieve cirkel.

Een consistent eenhedensysteem (SI) wordt gebruikt.

Stap 3: Maak een plan

1. Bereken het polaire traagheidsmoment J.
2. Substitueer de waarden van T, c, en J in de formule voor $\tau_{\max}$.
3. Controleer de eenheden en de resultaten.

Stap 4: Los stapsgewijs op

1. Bereken J:

$$J = \frac{\pi}{2} c^4$$
$$J = \frac{\pi}{2} (0.015)^4$$
$$J = \frac{\pi}{2} \cdot 5.0625 \times 10^{-8}\,\text{m}^4$$
$$J \approx 7.9577 \times 10^{-8}\,\text{m}^4$$

2. Bereken $\tau_{\mathbf{max}}$:

$$\tau_{\max} = \frac{T \cdot c}{J}$$

$$\tau_{\max} = \frac{340 \cdot 0.015}{7.9577 \times 10^{-8}}$$

$$\tau_{\max} \approx 64.1\,\mathrm{MPa}$$

Stap 5: Geef de uitkomst

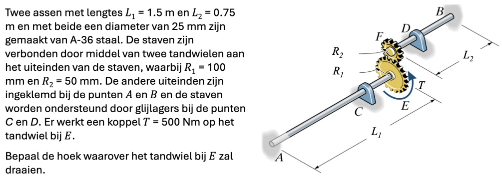
De absolute maximale schuifspanning in de as is:

$$\tau_{\max}^{\text{abs}} = 64.1\,\mathrm{MPa}$$

Key Takeaways

- De schuifspanning is maximaal aan de buitenste rand van de as ($c = 0.015\,\mathrm{m}$).
- Het gebruik van de formule voor torsie en polair traagheidsmoment is essentieel.
- Controle van eenheden en resultaten is belangrijk voor consistentie.

Probleem 5-89


Twee assen met lengtes L_1 = 1.5 m en L_2 = 0.75 m en met beide een diameter van 25 mm zijn gemaakt van A-36 staal. De staven zijn verbonden door middel van twee tandwielen aan het uiteinden van de staven, waarbij R_1 = 100 mm en R_2 = 50 mm. De andere uiteinden zijn ingeklemd bij de punten A en B en de staven worden ondersteund door glijlagers bij de punten C en D. Er werkt een koppel T = 500 Nm op het tandwiel bij E.

Bepaal de hoek waarover het tandwiel bij E zal draaien.

Figure 7: Het probleem gekopieerd uit het boek.

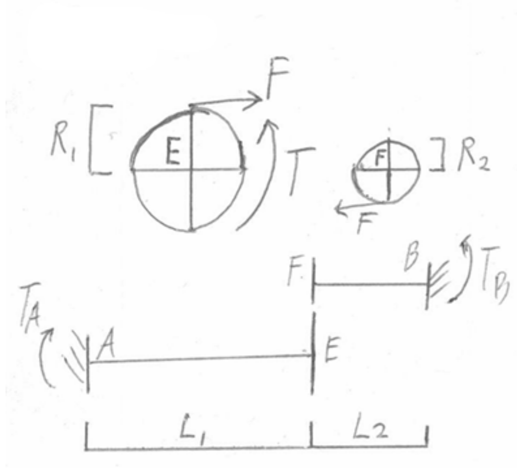


Figure 8: De free body diagram die bij dit probleem hoort.

1. Begrijp het Probleem

Gevraagd: De draaihoek van het tandwiel bij E, gegeven dat er een koppel $T = 500\,\mathrm{N\,m}$ wordt toegepast.
Gegeven:

- Lengtes van de assen: $L_1 = 1.5\,\mathrm{m}$, $L_2 = 0.75\,\mathrm{m}$
- Diameter van de assen: $d = 25\,\mathrm{mm}$
- Materialeigenschappen: A-36 staal
- Straal van de tandwielen: $R_1 = 100\,\mathrm{mm}$, $R_2 = 50\,\mathrm{mm}$

De assen zijn verbonden door tandwielen, wat zorgt voor een koppeloverdracht. De draaihoek van het tandwiel E wordt beïnvloed door de torsiestijfheid van de assen en de krachtverdeling via de tandwielen.

2. Analyseer de Gegeven Informatie

Eenheden converteren:

$$R_1 = 0.1\,\mathrm{m}, \quad R_2 = 0.05\,\mathrm{m}, \quad d = 0.025\,\mathrm{m}$$

Moment van traagheid van de as:

$$J = \frac{\pi d^4}{32} = \frac{\pi (0.025)^4}{32} = 3.067 \times 10^{-8}\,\mathrm{m}^4$$

Het materiaal heeft een elasticiteitsmodulus $G = 75\,\mathrm{GPa}$.

3. Maak een Plan

1. Bereken de koppels T_A en T_B in beide assen via het evenwichtsprincipe.
2. Stel de draaihoekrelaties op, rekening houdend met compatibiliteit.
3. Los de vergelijkingen op om de draaihoek ϕ_E te bepalen.

4. Los Stapsgewijs op

Stap 1: Evenwicht
Het totale koppel op de as moet voldoen aan:

$$T_A + FR_1 - 500 = 0 \quad (1)$$

$$T_B - FR_2 = 0 \quad (2)$$

Los bovenstaande vergelijkingen op voor T_A en T_B:

$$T_A + 2T_B - 500 = 0 \quad (3)$$

Stap 2: Compatibiliteit
De draaihoeken zijn gerelateerd door de verhouding van de straal:

$$\phi_E = 0.5\phi_F$$

Met:

$$\phi_F = \frac{T_B L_2}{JG}, \quad \phi_E = \frac{T_A L_1}{JG}$$

Substitueer ϕ_E in termen van ϕ_F:

$$\frac{T_A L_1}{JG} = 0.5\frac{T_B L_2}{JG}$$

$$T_A = 0.25T_B \quad (4)$$

Stap 3: Oplossen van Vergelijkingen
Substitueer $T_A = 0.25T_B$ in vergelijking (3):

$$0.25T_B + 2T_B = 500$$

$$T_B = 222.22\,\mathrm{N\,m}, \quad T_A = 55.56\,\mathrm{N\,m}$$

Stap 4: Berekening van ϕ_E
De draaihoek bij E:

$$\phi_E = \frac{T_A L_1}{JG} = \frac{55.56 \times 1.5}{(3.067 \times 10^{-8}) \cdot (75 \times 10^9)}$$

$$\phi_E = 0.02897\,\mathrm{rad} \approx 1.66^\circ$$

5. Geef de Uitkomst

De draaihoek van het tandwiel bij E is:

$$\phi_E = 0.02897\,\mathrm{rad} \quad \text{of} \quad 1.66^\circ$$

6. Documenteer en Verwijs

Belangrijke punten:

- Gebruik van evenwicht (T_A en T_B) om de verdeling van de krachten te vinden.
- Compatibiliteitsvoorwaarden die de draaihoeken verbinden via tandwielen.

Bron: Mechanics of Materials, Hibbeler (8e editie), Sectie over torsie.

Dit probleem laat zien hoe torsiestijfheid en koppelmomenten samenhangen in gekoppelde systemen zoals assen en tandwielen.

Vraag een bijles aan!

Extra hulp nodig? Kijk of het bij je past.

Alle vakken van de TU Delft

- Op jouw leerstijl aangepast
- Kennen de pijnpuntjes
- Voelt als een mede-student

EFLES | GRATIS PROEFLES | GRATIS PROEFLES | GRATIS PROEFLES | GR

Neem contact met ons op

+31 6 35312865 www.studiehalen.nl info@studiehalen.nl

Probleem 5-110

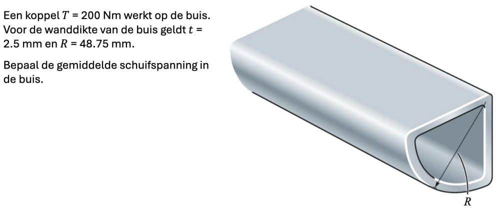


Figure 9: Het probleem gekopieerd uit het boek.

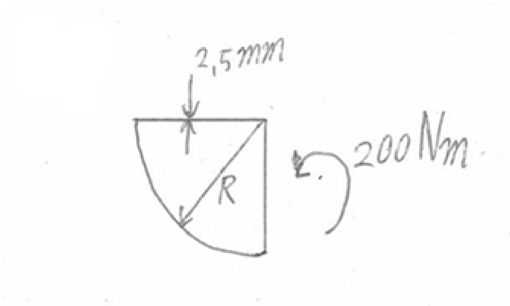


Figure 10: De free body diagram die bij dit probleem hoort.

1. Begrijp het Probleem

We moeten de gemiddelde schuifspanning (τ_{avg}) in een dunwandige buis berekenen. Gegeven zijn:

- Koppel $T = 200\,\text{Nm}$
- Wanddikte $t = 2.5\,\text{mm} = 0.0025\,\text{m}$
- Buisstraal $R = 48.75\,\text{mm} = 0.04875\,\text{m}$

De gemiddelde schuifspanning in een dunwandige buis wordt berekend met de formule:

$$\tau_{\text{avg}} = \frac{T}{2tA_m}$$

waarbij A_m de gemiddelde oppervlakte van de doorsnede is.

2. Analyseer de Gegeven Informatie

De gemiddelde oppervlakte A_m kan worden berekend als:

$$A_m = \frac{\pi R^2}{4}$$

3. Maak een Plan

1. Bereken eerst A_m.
2. Gebruik A_m en de andere gegevens om τ_{avg} te berekenen.
3. Controleer alle eenheden en consistentie.

4. Los Stapsgewijs op

Stap 1: Bereken de gemiddelde oppervlakte van de doorsnede

$$A_m = \frac{\pi R^2}{4} = \frac{\pi(0.04875)^2}{4}$$

$$A_m = 1.8665 \times 10^{-3}\,\text{m}^2$$

Stap 2: Bereken de gemiddelde schuifspanning

$$\tau_{\text{avg}} = \frac{T}{2tA_m}$$

Substitueer de waarden:

$$\tau_{\text{avg}} = \frac{200}{2(0.0025)(1.8665 \times 10^{-3})}$$

$$\tau_{\text{avg}} = \frac{200}{9.3325 \times 10^{-6}} = 21.43 \times 10^6\,\text{N/m}^2$$

$$\tau_{\text{avg}} = 21.4\,\text{MPa}$$

5. Geef de Uitkomst

De gemiddelde schuifspanning in de buis is:

$$\tau_{\text{avg}} = 21.4\,\text{MPa}$$

6. Documenteer en Verwijs naar het Boek

Dit probleem illustreert hoe een eenvoudige formule kan worden toegepast om schuifspanning in een dunwandige buis te berekenen. De gebruikte formule $\tau_{\text{avg}} = \frac{T}{2tA_m}$ is een standaardbenadering voor dunwandige constructies en kan in soortgelijke situaties worden toegepast. Zie hoofdstuk over torsie in *Mechanics of Materials* van Hibbeler voor meer details.

Probleem 5-115

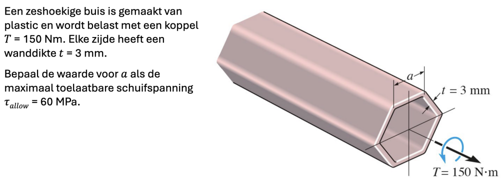


Figure 11: Het probleem gekopieerd uit het boek.

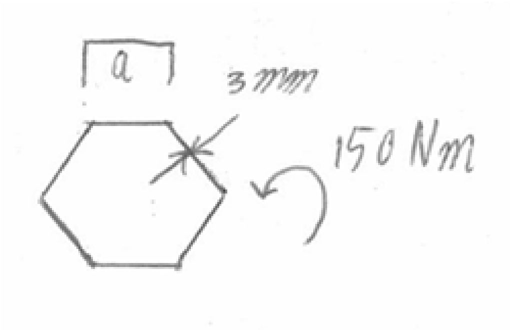


Figure 12: De free body diagram die bij dit probleem hoort.

Stap 1: Begrijp het probleem
De vraag betreft een zeskantige buis gemaakt van plastic die wordt belast met een koppel $T = 150\,\text{Nm}$. De schuifspanning in het materiaal mag niet hoger zijn dan $\tau_{\text{allow}} = 60\,\text{MPa}$. De wanddikte t is $3\,\text{mm}$.

Gevraagd: Bereken de waarde van a, de afstand van het midden naar een hoekpunt van het zeshoekige profiel, zodat de schuifspanning niet overschreden wordt.

Stap 2: Analyseer de gegeven informatie
Bekende gegevens:

$$T = 150\,\text{Nm},$$
$$\tau_{\text{allow}} = 60\,\text{MPa} = 60 \times 10^6\,\text{Pa},$$
$$t = 3\,\text{mm} = 0.003\,\text{m}.$$

De effectieve doorsnede voor torsie, A_m, wordt bepaald door het zeshoekige buisprofiel. Volgens de opgave moet de maximale schuifspanning gelijk worden gesteld aan de gemiddelde schuifspanning:

$$\tau_{\text{avg}} = \frac{T}{2tA_m}.$$

Stap 3: Maak een plan

1. Bereken de effectieve doorsnede A_m van de zeskantige buis.
2. Substitueer A_m in de formule voor τ_{avg} en los op naar a.

Stap 4: Los stapsgewijs op
Berekening van A_m
De effectieve doorsnede voor torsie A_m wordt bepaald door de formule:

$$A_m = 4\left[\frac{1}{2}(a\cos 30^\circ)(a\sin 30^\circ)\right] + (a)(2a\cos 30^\circ).$$

Met $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ en $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$, geeft dit:

$$A_m = 4\left[\frac{1}{2}a^2\cos 30^\circ \sin 30^\circ\right] + 4a^2\cos 30^\circ.$$

$$A_m = 4\left[\frac{1}{2}a^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2}\right] + 4a^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$A_m = 4\left[\frac{\sqrt{3}a^2}{8}\right] + 2\sqrt{3}a^2.$$

$$A_m = \sqrt{3}a^2\left(\frac{1}{2} + 2\right).$$

$$A_m = 2.5981a^2.$$

Substitueer A_m in de formule voor $\tau_{\textbf{avg}}$
De gemiddelde schuifspanning is:

$$\tau_{\text{avg}} = \frac{T}{2tA_m}.$$

Substitueer de waarden van τ_{allow}, T, t, en A_m:

$$60 \times 10^6 = \frac{150}{2(0.003)(2.5981a^2)}.$$

Los op naar a^2:

$$a^2 = \frac{150}{2 \cdot 0.003 \cdot 2.5981 \cdot 60 \times 10^6}.$$

$$a^2 = \frac{150}{0.0156 \cdot 60 \times 10^6}.$$

$$a^2 = 1.604 \times 10^{-4}.$$

Neem de wortel:

$$a = \sqrt{1.604 \times 10^{-4}}.$$

$$a = 0.01266\,\text{m} \approx 12.7\,\text{mm}.$$

Stap 5: Geef de uitkomst
De waarde van a is:

$$\boxed{a = 12.7\,\text{mm}}$$

Stap 6: Documenteer en verwijs naar het boek
De gebruikte methode volgt de standaardformules voor torsie en de effectieve doorsnede van zeshoekige profielen (zie *Mechanics of Materials* van Hibbeler, sectie over dunwandige profielen). Belangrijk is dat A_m nauwkeurig wordt berekend, omdat dit cruciaal is voor de correcte bepaling van de schuifspanning.

Key takeaway: Het gebruik van exacte trigonometrische benaderingen bij complexe geometrieën is essentieel om rekenfouten te voorkomen.

Probleem R5-6

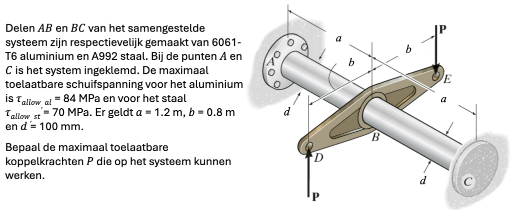


Figure 13: Het probleem gekopieerd uit het boek.

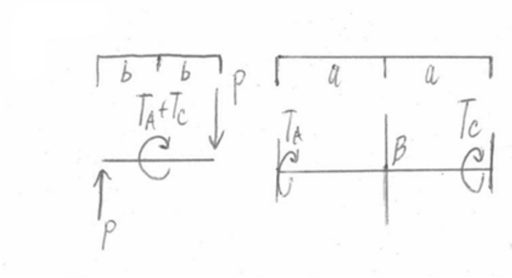


Figure 14: De free body diagram die bij dit probleem hoort.

Begrijp het Probleem

- **Gegeven**:
  - Schuifspanningen voor aluminium: $\tau_{allow,al} = 84\,\text{MPa}$.
  - Schuifspanningen voor staal: $\tau_{allow,st} = 70\,\text{MPa}$.
  - Lengtes: $a = 1.2\,\text{m}$, $b = 0.8\,\text{m}$, $d = 100\,\text{mm}$.
  - Materiaaleigenschappen: elasticiteitsmodulus van aluminium $G_{al} = 26 \cdot 10^9\,\text{Pa}$ en staal $G_{st} = 75 \cdot 10^9\,\text{Pa}$.
- **Gevraagd**:
  - Bereken de maximale koppelbelasting P.

Analyseer de Gegeven Informatie

- De opgegeven lengtes en schuifspanningen worden omgezet in consistent eenhedensysteem (Pa, m).
- De polar moment of inertia voor de buis is gegeven door $J = \frac{\pi}{32} \cdot d^4$, waarbij $d = 0.1\,\text{m}$.

$$J = \frac{\pi}{32} \cdot (0.1)^4 = 9.82 \cdot 10^{-6}\,\text{m}^4$$

Maak een Plan

1. Stel het evenwicht op van de momenten ($\sum M_x = 0$) voor de krachten in het systeem.
2. Gebruik de compatibiliteitsvoorwaarde: draaiing (ϕ) van beide secties (AB en BC) moet gelijk zijn.
3. Los de vergelijkingen op voor T_A en T_C als functie van P.
4. Gebruik de schuifspanningslimieten om de maximale P te berekenen.

Los Stapsgewijs op

Evenwichtsvergelijking

$$\sum M_x = 0 \implies T_A + T_C = 2 \cdot P \cdot b = P \cdot 1.6$$

Compatibiliteit Draaiingen:

$$\phi_{AB} = \phi_{BC} \implies \frac{T_A \cdot L}{G_{al} \cdot J} = \frac{T_C \cdot L}{G_{st} \cdot J}$$

Substitueer waarden:

$$\frac{T_A \cdot a}{26 \cdot 10^9 \cdot 9.82 \cdot 10^{-6}} = \frac{T_C \cdot a}{75 \cdot 10^9 \cdot 9.82 \cdot 10^{-6}}$$
$$T_A = 0.3467 \cdot T_C$$

Los T_A en T_C op Vanuit evenwicht:

$$T_A + T_C = 1.6 \cdot P$$

Substitueer $T_A = 0.3467 \cdot T_C$:

$$0.3467 \cdot T_C + T_C = 1.6 \cdot P$$

$$T_C(1 + 0.3467) = 1.6 \cdot P$$

$$T_C = 1.1881 \cdot P$$

$$T_A = 0.4119 \cdot P$$

Toelaatbare Schuifspanning Voor aluminium:

$$\tau_{allow,al} = \frac{T_A \cdot c}{J}$$

$$84 \cdot 10^6 = \frac{(0.4119 \cdot P) \cdot 0.05}{9.82 \cdot 10^{-6}}$$

$$P = \frac{84 \cdot 10^6 \cdot 9.82 \cdot 10^{-6}}{0.4119 \cdot 0.05} = 40.0\,\text{kN}$$

Voor staal:

$$\tau_{allow,st} = \frac{T_C \cdot c}{J}$$

$$70 \cdot 10^6 = \frac{(1.1881 \cdot P) \cdot 0.05}{9.82 \cdot 10^{-6}}$$

$$P = \frac{70 \cdot 10^6 \cdot 9.82 \cdot 10^{-6}}{1.1881 \cdot 0.05} = 11.6\,\text{kN}$$

Geef de Uitkomst

De maximaal toelaatbare kracht P is beperkt door de staalspanning:

$$\boxed{P = 11.6\,\text{kN}}$$

Documenteer en Verwijs naar het Boek

- Het probleem toont de toepassing van evenwicht en compatibiliteitsvoorwaarden.
- Referentieformules zijn in Sectie 5.3 van het boek te vinden.
- Belangrijke les: bij gecombineerde materialen bepaalt het zwakste materiaal de limiet.

Wat onze studenten zeggen

Ids

Erg goede 1 op 1 bijles van een betrokken studentdocent die goed begrijpt wat belangrijk is aan het vak. Zeker een aanrader om je vak te halen!

Dennis

Voor iedereen aan te raden die wat extra hulp kan gebruiken of een zetje in de goede richting. Paar lessen gedaan voor een belangrijk tentamen wat me niet lag en na fijne en duidelijke uitleg afgerond met een 8.4!

Studiehalen.nl

Zelfstudie opgave's

Contents

Probleem 5-78

5–78. The steel shaft has a diameter of 40 mm and is fixed at its ends A and B. If it is subjected to the couple, determine the maximum shear stress in regions AC and CB of the shaft. G_{st} = 75 GPa.

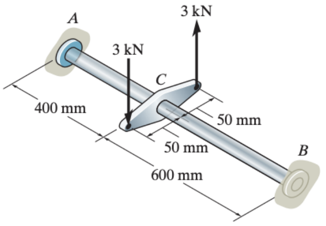


Figure 15: Het probleem gekopieerd uit het boek.

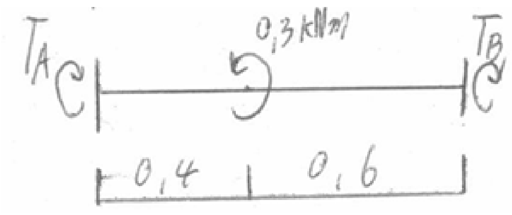


Figure 16: De free body diagram die bij dit probleem hoort.

1. Begrijp het Probleem

- **Gevraagd:** Bereken de maximale schuifspanning in de regio's AC en CB van een stalen as.
- **Gegeven:**
  - Diameter van de as: 40 mm
  - Lengtes van de segmenten: $L_{AC} = 400\,\text{mm}$, $L_{CB} = 600\,\text{mm}$
  - Externe moment: $0.3\,\text{kN}\cdot\text{m}$ toegepast bij C
  - Schuifmodulus (G_{st}): 75 GPa
- **Benodigde formules:**

$$\tau = \frac{Tr}{J}, \quad \phi = \frac{TL}{GJ}$$

2. Analyseer de Gegeven Informatie

- Diameter van de as: $d = 40\,\text{mm} = 0.04\,\text{m}$
- Polair traagheidsmoment:

$$J = \frac{\pi d^4}{32} = \frac{\pi(0.04)^4}{32} = 2.513 \times 10^{-7}\,\text{m}^4$$

- Straal van de as: $r = \frac{d}{2} = 0.02\,\text{m}$
- Externe moment bij C: $M_C = 0.3\,\text{kN}\cdot\text{m} = 300\,\text{N}\cdot\text{m}$

3. Maak een Plan

1. Gebruik de evenwichtsvoorwaarde om de momenten T_A en T_B te berekenen.
2. Gebruik de compatibiliteitsconditie (gelijkheid van de torsiehoek) om de relatie tussen T_A en T_B op te stellen.
3. Bereken de maximale schuifspanning in de segmenten AC en CB met de formule:

$$\tau = \frac{Tr}{J}$$

4. Los Stapsgewijs op

Stap 1: Evenwichtsvergelijking

$$T_A + T_B - 3000 \times 0.1 = 0$$

$$T_A + T_B = 300\,\text{N}\cdot\text{m} \quad (1)$$

Stap 2: Compatibiliteitsvoorwaarde

De torsiehoeken in beide segmenten moeten gelijk zijn:

$$\phi_{C/A} = \phi_{C/B}$$

$$\frac{T_A L_{AC}}{GJ} = \frac{T_B L_{CB}}{GJ}$$

Omdat G en J gelijk zijn:

$$T_A L_{AC} = T_B L_{CB}$$

$$T_A(0.4) = T_B(0.6)$$

$$T_A = 1.5 T_B \quad (2)$$

Stap 3: Los T_A en T_B op

Substitueer (2) in (1):

$$1.5T_B + T_B = 300$$

$$2.5T_B = 300$$

$$T_B = 120\,\mathrm{N\cdot m}, \quad T_A = 1.5 \times 120 = 180\,\mathrm{N\cdot m}$$

Stap 4: Bereken de schuifspanning

Voor segment AC:

$$\tau_{AC} = \frac{T_A r}{J} = \frac{180 \times 0.02}{2.513 \times 10^{-7}} = 14.3\,\mathrm{MPa}$$

Voor segment CB:

$$\tau_{CB} = \frac{T_B r}{J} = \frac{120 \times 0.02}{2.513 \times 10^{-7}} = 9.55\,\mathrm{MPa}$$

5. Geef de Uitkomst

- Maximale schuifspanning in AC: $\tau_{AC} = 14.3\,\mathrm{MPa}$
- Maximale schuifspanning in CB: $\tau_{CB} = 9.55\,\mathrm{MPa}$

6. Key Takeaways

- Evenwichts- en compatibiliteitsvoorwaarden zijn essentieel bij dergelijke problemen.
- Schuifspanningen verschillen in de segmenten door de variërende lengtes en momenten.

Deze aanpak kan eenvoudig worden toegepast op soortgelijke torsieproblemen.

Probleem 5-90

5–90. The Am1004-T61 magnesium tube is bonded to the A-36 steel rod. If the allowable shear stresses for the magnesium and steel are $(\tau_{\text{allow}})_{\text{mg}} = 45$ MPa and $(\tau_{\text{allow}})_{\text{st}} = 75$ MPa, respectively, determine the maximum allowable torque that can be applied at A. Also, find the corresponding angle of twist of end A.

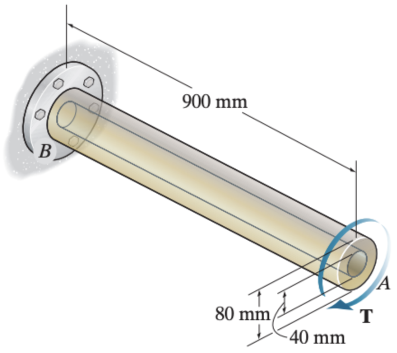


Figure 17: Het probleem gekopieerd uit het boek.

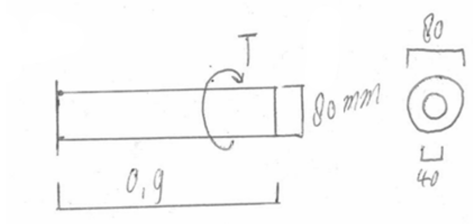


Figure 18: De free body diagram die bij dit probleem hoort.

1. Begrijp het Probleem

De Am1004-T61 magnesiumbuis is verbonden met een A-36 stalen staaf. Gegeven de toegestane schuifspanningen:

$$\tau_{\text{allow,mg}} = 45\,\text{MPa}, \quad \tau_{\text{allow,st}} = 75\,\text{MPa},$$

bepaal:

1. Het maximaal toelaatbare koppel T dat kan worden toegepast bij A,
2. De draaihoek van het uiteinde bij A.

2. Analyseer de Gegeven Informatie

Bekende waarden:

- **Magnesiumbuis:**
  - Binnenradius: $r_{\text{mg,in}} = 20\,\text{mm} = 0.02\,\text{m}$,
  - Buitenradius: $r_{\text{mg,out}} = 40\,\text{mm} = 0.04\,\text{m}$,
  - Schuifmodulus: $G_{\text{mg}} = 18 \times 10^9\,\text{Pa}$.
- **Stalen staaf:**
  - Radius: $r_{\text{st}} = 20\,\text{mm} = 0.02\,\text{m}$,
  - Schuifmodulus: $G_{\text{st}} = 75 \times 10^9\,\text{Pa}$.
- Lengte: $L = 0.9\,\text{m}$.

Polair traagheidsmoment:

$$J_{\text{st}} = \frac{\pi r_{\text{st}}^4}{2} = 2.51327 \times 10^{-7}\,\text{m}^4,$$

$$J_{\text{mg}} = \frac{\pi \left(r_{\text{mg,out}}^4 - r_{\text{mg,in}}^4\right)}{2} = 3.7699 \times 10^{-6}\,\text{m}^4.$$

3. Maak een Plan

1. Schrijf de evenwichtsvergelijking voor het systeem: $T = T_{\text{mg}} + T_{\text{st}}$.
2. Gebruik de compatibiliteitsvoorwaarde dat de draaihoek voor beide materialen gelijk is: $\phi_{\text{mg}} = \phi_{\text{st}}$.
3. Bereken het maximaal toelaatbare T op basis van de toegestane schuifspanningen.
4. Bereken de draaihoek ϕ_A bij A.

4. Los Stapsgewijs op

Stap 1: Evenwichtsvergelijking

$$T = T_{\text{mg}} + T_{\text{st}}$$

Stap 2: Compatibiliteitsvoorwaarde De draaihoek voor beide materialen is gelijk:

$$\frac{T_{\text{st}}L}{J_{\text{st}}G_{\text{st}}} = \frac{T_{\text{mg}}L}{J_{\text{mg}}G_{\text{mg}}}.$$

Invullen van de waarden:

$$\frac{T_{\text{st}}}{T_{\text{mg}}} = \frac{J_{\text{st}}G_{\text{st}}}{J_{\text{mg}}G_{\text{mg}}}.$$

Invullen:

$$\frac{T_{\text{st}}}{T_{\text{mg}}} = \frac{(2.51327 \times 10^{-7})(75 \times 10^9)}{(3.7699 \times 10^{-6})(18 \times 10^9)} = 0.2778.$$

Dus:

$$T_{\text{mg}} = 0.7826T, \quad T_{\text{st}} = 0.2174T.$$

Stap 3: Maximale Schuifspanning Voor magnesium:

$$\tau_{\text{allow,mg}} = \frac{T_{\text{mg}}c}{J_{\text{mg}}},$$

$$45 \times 10^6 = \frac{0.7826T(0.04)}{3.7699 \times 10^{-6}}.$$

Oplossen voor T:

$$T = 5419.25\,\text{N} \cdot \text{m}.$$

Voor staal:

$$\tau_{\text{allow,st}} = \frac{T_{\text{st}}c}{J_{\text{st}}},$$

$$75 \times 10^6 = \frac{0.2174T(0.02)}{2.51327 \times 10^{-7}}.$$

Oplossen voor T:

$$T = 4335.40\,\text{N} \cdot \text{m}.$$

De laagste waarde bepaalt T_{max}:

$$T_{\text{max}} = 4335.40\,\text{N} \cdot \text{m}.$$

Stap 4: Draaihoek Berekenen Gebruik $T_{\text{max}} = 4335.40\,\text{N} \cdot \text{m}$ en bereken de draaihoek:

$$\phi_A = \frac{T_{\text{st}}L}{J_{\text{st}}G_{\text{st}}},$$

$$\phi_A = \frac{942.48(0.9)}{(2.51327 \times 10^{-7})(75 \times 10^9)}.$$

Uitwerken:

$$\phi_A = 0.045\,\text{rad} = 2.58°.$$

5. Geef de Uitkomst

- Het maximaal toelaatbare koppel is:
$$T_{\max} = 4.34\,\mathrm{kN}\cdot\mathrm{m}.$$

- De draaihoek van het uiteinde bij A is:
$$\phi_A = 2.58^\circ.$$

6. Documenteer en Verwijs naar het Boek

Deze oplossing volgt direct uit hoofdstuk 5 van het boek *Mechanics of Materials* van Hibbeler (8e editie). De gebruikte principes zijn:

- Evenwicht van koppels,
- Compatibiliteit van vervormingen,
- Schuifspanningen en torsieformules.

Probleem 5-117

5–117. The symmetric tube is made from a high-strength steel, having the mean dimensions shown and a thickness of 5 mm. If it is subjected to a torque of $T = 40$ N · m, determine the average shear stress developed at points A and B. Indicate the shear stress on volume elements located at these points.

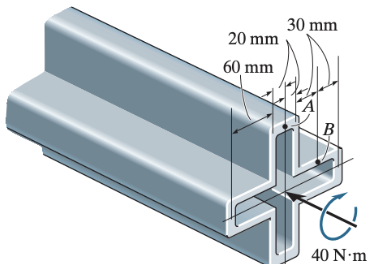


Figure 19: Het probleem gekopieerd uit het boek.

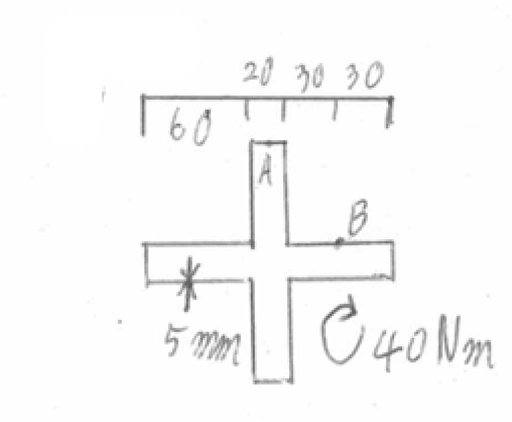


Figure 20: De free body diagram die bij dit probleem hoort.

1. Begrijp het Probleem

De opgave vraagt om de gemiddelde schuifspanning τ_{avg} te berekenen bij punten A en B, en daarbij moeten we de doorsnede van de symmetrische buis correct beschouwen.

2. Analyseer de Gegeven Informatie

- Gegeven waarden:
$$T = 40\,\text{N}\cdot\text{m},\ t = 5\,\text{mm} = 0.005\,\text{m}.$$
- De doorsnede wordt opgedeeld in:
  1. Vier rechthoeken van $40\,\text{mm} \times 60\,\text{mm}$,
  2. Eén vierkant van $40\,\text{mm} \times 40\,\text{mm}$.
- Formule voor A_m:
$$A_m = 4(b_{\text{rechthoek}} \cdot h_{\text{rechthoek}}) + (b_{\text{vierkant}} \cdot h_{\text{vierkant}}).$$

3. Maak een Plan

1. Bereken de afzonderlijke oppervlakken voor elk van de 4 rechthoeken en het middenstuk (vierkant).
2. Sommeer alle bijdragen om A_m te bepalen.
3. Gebruik $\tau_{\text{avg}} = \frac{T}{2tA_m}$ om de gemiddelde schuifspanning te berekenen.

4. Los Stapsgewijs op

Stap 1: Bereken A_m

De afmetingen zijn:

$$b_{\text{rechthoek}} = 0.04\,\text{m},\ h_{\text{rechthoek}} = 0.06\,\text{m},$$
$$b_{\text{vierkant}} = h_{\text{vierkant}} = 0.04\,\text{m}.$$

De afzonderlijke bijdragen:

$$A_{\text{rechthoeken}} = 4(0.04 \cdot 0.06) = 4 \cdot 0.0024 = 0.0096\,\text{m}^2,$$
$$A_{\text{vierkant}} = 0.04 \cdot 0.04 = 0.0016\,\text{m}^2.$$

Totale waarde van A_m:

$$A_m = A_{\text{rechthoeken}} + A_{\text{vierkant}} = 0.0096 + 0.0016 = 0.0112\,\text{m}^2.$$

Stap 2: Bereken $\tau_{\mathbf{avg}}$

Gebruik de formule:

$$\tau_{\text{avg}} = \frac{T}{2tA_m}.$$

Substitueer de waarden:

$$\tau_{\text{avg}} = \frac{40}{2(0.005)(0.0112)}.$$

Reken dit uit:

$$\tau_{\text{avg}} = 357\,\text{kPa}.$$

5. Geef de Uitkomst

De gemiddelde schuifspanning is:

$$\boxed{\tau_{\text{avg}} = 357\,\text{kPa}.}$$

6. Documenteer en Verwijs naar het Boek

De methode laat zien hoe je een complexe doorsnede kunt opdelen in eenvoudige stukken om A_m correct te bepalen. Het boek *Hibbeler Mechanics of Materials* gebruikt dezelfde aanpak, waarbij het A_m opgedeeld wordt in vier rechthoeken en een vierkant.

Key takeaway: Het correct opdelen van complexe doorsneden in eenvoudige geometrische vormen is cruciaal voor het berekenen van de gemiddelde schuifspanning bij dunwandige structuren.

Probleem R5-7

R5–7. The 60-mm-diameter shaft rotates at 300 rev/min. This motion is caused by the unequal belt tensions on the pulley of 800 N and 450 N. Determine the power transmitted and the maximum shear stress developed in the shaft.

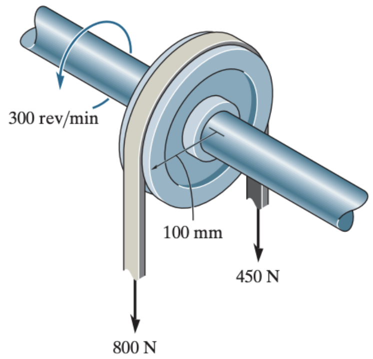


Figure 21: Het probleem gekopieerd uit het boek.

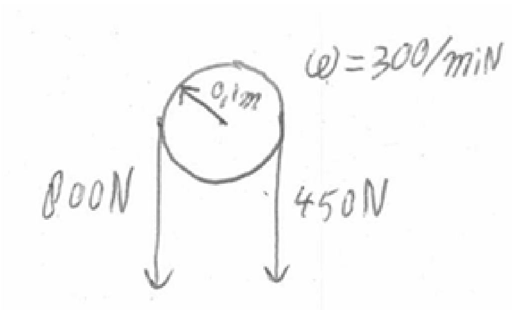


Figure 22: De free body diagram die bij dit probleem hoort.

1. Begrijp het Probleem

Opgave: Een as met een diameter van 60 mm draait met 300 rpm (omwentelingen per minuut). Door een ongelijkmatige spanning van 800 N en 450 N in de riemen ontstaat een koppel op de as.

Vraag:

- Bereken het vermogen dat wordt overgedragen door de as.
- Bereken de maximale schuifspanning die in de as optreedt.

2. Analyseer de Gegeven Informatie

- **Asdiameter:** $d = 60\,\text{mm} = 0.06\,\text{m}$
- **Omtrekssnelheid:** $n = 300\,\text{rpm}$
- **Spanningen in de riemen:** $F_1 = 800\,\text{N}, F_2 = 450\,\text{N}$
- **Afstand van de kracht tot het midden van de as:** $r = 100\,\text{mm} = 0.1\,\text{m}$

We gaan een consistent eenhedensysteem gebruiken: SI-eenheden.

3. Maak een Plan

1. Bereken de hoeksnelheid (ω) van de as.
2. Bereken het resulterende koppel (T) met behulp van de krachten en arm.
3. Gebruik $P = T\omega$ om het vermogen (P) te berekenen.
4. Bepaal de maximaal optredende schuifspanning ($\tau_{\max}$) in de as met behulp van $\tau_{\max} = \frac{Tc}{J}$, waarbij J het polaire traagheidsmoment is.

4. Los Stapsgewijs op

Stap 1: Bereken de hoeksnelheid

$$\omega = n \cdot \frac{2\pi\,\text{rad}}{\text{omwenteling}} \cdot \frac{1\,\text{min}}{60\,\text{s}}$$

$$\omega = 300 \cdot \frac{2\pi}{60} = 10\pi\,\text{rad/s}$$

Stap 2: Bereken het resulterende koppel De resulterende kracht is $F_1 - F_2$, met een arm van $r = 0.1\,\text{m}$:

$$T = (F_1 - F_2) \cdot r$$

$$T = (800 - 450) \cdot 0.1 = 35.0\,\text{Nm}$$

Stap 3: Bereken het vermogen

$$P = T \cdot \omega$$

$$P = 35.0 \cdot 10\pi = 1100\,\text{W} = 1.10\,\text{kW}$$

Stap 4: Bereken de maximale schuifspanning De maximale schuifspanning treedt op aan de buitenkant van de as ($c = \frac{d}{2}$):

$$\tau_{\text{max}} = \frac{T \cdot c}{J}$$

Het polaire traagheidsmoment (J) voor een cirkelvormige doorsnede is:

$$J = \frac{\pi}{2} \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^4 = \frac{\pi}{2} \cdot (0.03)^4$$

$$J = \frac{\pi}{2} \cdot 8.1 \cdot 10^{-7} = 1.27 \cdot 10^{-6}\,\text{m}^4$$

Daarmee:

$$\tau_{\text{max}} = \frac{35.0 \cdot 0.03}{1.27 \cdot 10^{-6}}$$

$$\tau_{\text{max}} = 825\,\text{kPa}$$

5. Geef de Uitkomst

- **Vermogen overgedragen door de as:**

$$P = 1.10\,\text{kW}$$

- **Maximale schuifspanning in de as:**

$$\tau_{\text{max}} = 825\,\text{kPa}$$

6. Documenteer en Verwijs naar het Boek

- De formules gebruikt in deze opgave zijn afkomstig uit **Hoofdstuk 5: Asbelasting en Torsie**, specifiek voor koppelberekeningen en schuifspanningen.
- Belangrijk om te onthouden: de schuifspanning is maximaal aan de buitenkant van de as en wordt berekend met het polaire traagheidsmoment.
- Leerpunten: Controleer altijd eenheden en gebruik consistente waarden om fouten te voorkomen.

Wat onze studenten zeggen

Youri

Erg goede bijlessen, hij loopt alles goed samen met je door. En heeft daarbij perfect balans tussen jezelf laten nadenken en uitvogelen, en ondersteunend de opdracht door gaan. Zeker aan te raden :)

Jetske

Via Studiehalen.nl werd ik gekoppeld aan een student die mij echt supergoed geholpen heeft waardoor ik nu veel meer vertrouwen heb dat ik mijn tentamen ga halen!

Studiehalen.nl