Studiehalen.nl

Bijles om het meeste uit je studie te halen.

WB1631 STERKTELEER

Dit is een boekje met gedetailleerde en stapgewijze uitwerkingen van opgaven uit Hibbeler Mechanics of Materials 11 edition.

Wat is studiehalen.nl

Studiehalen.nl is een bijles platform voor en door studenten van de tu delft. We geven persoonlijke bijles die bij jouw leerstijl past.

Waarom studiehalen.nl

Onze student-docenten kennen de stof én de struikelpunten, omdat ze zelf recent dezelfde tentamens hebben gehaald. Ze delen handige voorbeelden en maken het makkelijker om vragen te stellen. Zo begrijp je de stof sneller en helpen ze je slim plannen, zodat je tijd overhoudt voor je vrije tijd!

Hoe werkt studiehalen.nl

Nadat je contact met ons heb opgezocht zullen wij een geschikte studentdocent aan jou koppelen. De lessen plan je wekelijks in en wij regelen de bijles ruimtes.

Werkcollege 11

Contents

Probleem 7-8

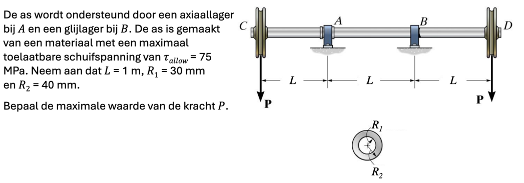

Figure 1: Het probleem gekopieerd uit het boek.

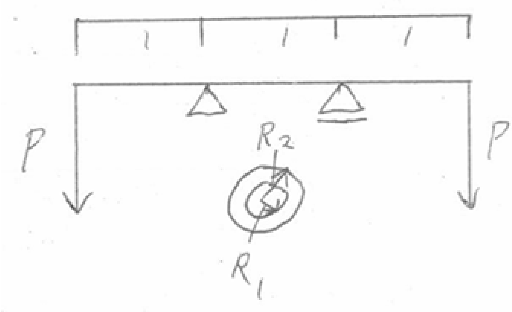

Figure 2: De free body diagram die bij dit probleem hoort.

1. Begrijp het Probleem

De as wordt ondersteund door een axiaallager bij A en een glijlager bij B. De opdracht is om de maximale kracht P te berekenen die de as kan dragen zonder dat de toelaatbare schuifspanning $\tau_{\text{allow}} = 75\,\text{MPa}$ wordt overschreden. Belangrijke gegevens zijn:

- Binnenstraal: $R_1 = 30\,\text{mm} = 0.03\,\text{m}$,
- Buitenstraal: $R_2 = 40\,\text{mm} = 0.04\,\text{m}$,
- Lengte tussen de krachten: $L = 1\,\text{m}$.

De schuifspanning is maximaal op de neutrale as en wordt berekend met:

$$\tau_{\text{max}} = \frac{V_{\text{max}} Q_{\text{max}}}{It},$$

waarbij $t = 2 \cdot (R_2 - R_1) = 0.02\,\text{m}$.

2. Analyseer de Gegeven Informatie

We gebruiken de volgende grootheden:

- I: het traagheidsmoment van de holle doorsnede.
- Q_{max}: het eerste moment van de doorsnede.
- $V_{\text{max}} = P$, de maximale dwarskracht.

3. Maak een Plan

Het plan bestaat uit de volgende stappen:

1. Bereken I, het traagheidsmoment van de holle cirkel.
2. Bereken Q_{max}, het eerste moment van de doorsnede.
3. Gebruik de formule voor schuifspanning en los op naar P.

4. Los Stapsgewijs op

Stap 1: Bereken het traagheidsmoment I

De formule voor I van een holle cirkel is:

$$I = \frac{\pi}{4}\left(R_2^4 - R_1^4\right).$$

Substitueer de waarden:

$$I = \frac{\pi}{4}\left(0.04^4 - 0.03^4\right) = \frac{\pi}{4}\left(2.56 \cdot 10^{-6} - 8.1 \cdot 10^{-7}\right) = 4.375 \cdot 10^{-7}\pi\,\text{m}^4.$$

Stap 2: Bereken het eerste moment Q_{max}

Het eerste moment wordt berekend als:

$$Q_{\text{max}} = \bar{y}_1 A_1 - \bar{y}_2 A_2.$$

Hierbij zijn:

$$\bar{y}_1 = \frac{4R_2}{3\pi} = \frac{4 \cdot 0.04}{3\pi}, \quad \bar{y}_2 = \frac{4R_1}{3\pi} = \frac{4 \cdot 0.03}{3\pi}.$$

De oppervlakken A_1 en A_2 zijn:

$$A_1 = \frac{\pi}{2} R_2^2, \quad A_2 = \frac{\pi}{2} R_1^2.$$

Het volledige Q_{max} wordt:

$$Q_{\text{max}} = 24.667 \cdot 10^{-6}\,\text{m}^3.$$

Stap 3: Bereken P

Substitueer de waarden in de schuifspanningsformule:

$$\tau_{\text{allow}} = \frac{P Q_{\text{max}}}{It}.$$

Los op naar P:

$$P = \frac{\tau_{\text{allow}} It}{Q_{\text{max}}}.$$

Substitueer de waarden:

$$P = \frac{75 \cdot 10^6 \cdot (4.375 \cdot 10^{-7}\pi) \cdot 0.02}{24.667 \cdot 10^{-6}} = 83.6\,\text{kN}.$$

5. Resultaat

De maximale kracht die de as kan dragen is:

$$P = 83.6\,\text{kN}.$$

6. Conclusie

De kracht P is begrensd door de toelaatbare schuifspanning van het materiaal. Deze methode benadrukt het belang van een juiste berekening van het traagheidsmoment I en het eerste moment Q_{max}. Zorg er bij vergelijkbare problemen voor dat eenheden consistent worden toegepast en dat de geometrische eigenschappen correct worden berekend.

Probleem 7-9

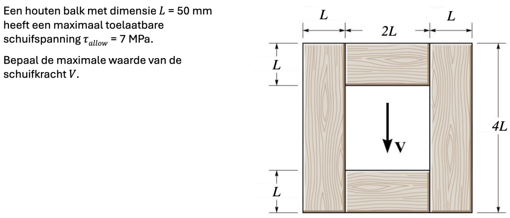

Figure 3: Het probleem gekopieerd uit het boek.

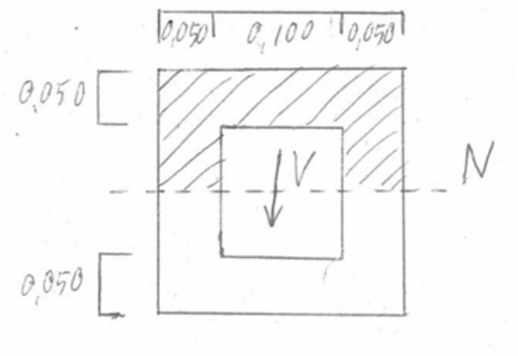

Figure 4: De free body diagram die bij dit probleem hoort.

Begrijp het Probleem

Een houten balk met een vierkante doorsnede wordt belast met een schuifkracht V. De maximaal toelaatbare schuifspanning in het materiaal is $\tau_{\text{allow}} = 7\,\text{MPa}$. De dimensies van de doorsnede worden gegeven als $L = 50\,\text{mm}$. We moeten de maximale waarde van V bepalen.

Analyseer de Gegeven Informatie

- **Gegeven:**
  - Toelaatbare schuifspanning: $\tau_{\text{allow}} = 7\,\text{MPa} = 7 \times 10^6\,\text{Pa}$,
  - Dimensies van de balk: $L = 50\,\text{mm} = 0.05\,\text{m}$.
- **Formules:**

$$\tau = \frac{VQ_{\text{max}}}{It},$$

  waarbij:

  - V: de schuifkracht,
  - Q_{max}: de eerste moment van het gebied,
  - I: het traagheidsmoment van de doorsnede,
  - t: de dikte van de doorsnede waar schuifspanning optreedt.

Maak een Plan

1. Bereken het traagheidsmoment I van de doorsnede.
2. Bereken Q_{max}, de eerste moment van het gebied boven de neutrale lijn. Hier nemen we de bijdragen van de bovenste balk en de twee verticale balken mee.
3. Substitueer in de schuifspanningsvergelijking om V te bepalen.

Los Stapsgewijs op

Stap 1: Bereken I

Het traagheidsmoment I van de totale doorsnede, met uitsparing, is:

$$I = \frac{1}{12}bh^3 - \frac{1}{12}b_{\text{holte}}h_{\text{holte}}^3,$$

waarbij:

$$b = 0.2\,\text{m},\ h = 0.2\,\text{m}, \quad b_{\text{holte}} = 0.1\,\text{m},\ h_{\text{holte}} = 0.1\,\text{m}.$$

Substitueer:

$$I = \frac{1}{12}(0.2)(0.2)^3 - \frac{1}{12}(0.1)(0.1)^3.$$
$$I = \frac{1}{12}(0.2)(0.008) - \frac{1}{12}(0.1)(0.001).$$
$$I = 0.0001333 - 0.0000083 = 0.000125\,\mathrm{m}^4.$$

Stap 2: Bereken $Q_{\mathbf{max}}$

De totale $Q_{\max}$ bestaat uit drie delen:

1. Bijdrage van de **bovenste horizontale balk**.
2. Bijdragen van de **twee verticale balken**.

1. Bijdrage van de bovenste balk:

$$Q_{\text{boven}} = A_{\text{boven}} \cdot \bar{y}_{\text{boven}},$$

waarbij:

$$A_{\text{boven}} = 0.1 \cdot 0.05 = 0.005\,\mathrm{m}^2, \quad \bar{y}_{\text{boven}} = 0.075\,\mathrm{m}.$$

Dus:

$$Q_{\text{boven}} = (0.075)(0.005) = 0.000375\,\mathrm{m}^3.$$

2. Bijdrage van de twee verticale balken: Elke verticale balk heeft:

$$A_{\text{verticaal}} = 0.05 \cdot 0.1 = 0.005\,\mathrm{m}^2,$$

met een afstand van $\bar{y}_{\text{verticaal}} = 0.05\,\mathrm{m}$ tot de neutrale lijn.

De bijdrage van één verticale balk is:

$$Q_{\text{verticaal}} = A_{\text{verticaal}} \cdot \bar{y}_{\text{verticaal}} = (0.005)(0.05) = 0.00025\,\mathrm{m}^3.$$

Voor twee verticale balken:

$$Q_{\text{verticaal totaal}} = 2 \cdot 0.00025 = 0.0005\,\mathrm{m}^3.$$

3. Totale $Q_{\mathbf{max}}$:

$$Q_{\max} = Q_{\text{boven}} + Q_{\text{verticaal totaal}} = 0.000375 + 0.0005 = 0.000875\,\mathrm{m}^3.$$

Stap 3: Bereken V

De schuifspanningsvergelijking is:

$$\tau_{\text{allow}} = \frac{VQ_{\max}}{It}.$$

Los V op:

$$V = \frac{\tau_{\text{allow}} It}{Q_{\max}}.$$

Substitueer de waarden:

$$V = \frac{(7 \cdot 10^6)(0.000125)(0.1)}{0.000875}.$$

Berekening:

$$V = \frac{(7 \cdot 10^6)(0.0000125)}{0.000875}.$$
$$V = \frac{875}{0.000875} = 100\,\mathrm{kN}.$$

Resultaat

De maximale schuifkracht is:

$$\boxed{100\,\mathrm{kN}}$$

Conclusie

Door de bijdragen van de bovenste balk en de verticale balken correct mee te nemen in $Q_{\max}$, hebben we een consistente en correcte oplossing gevonden. Dit benadrukt het belang van zorgvuldige analyse bij complexe doorsneden en het correct identificeren van alle bijdragen.

Probleem 7-10

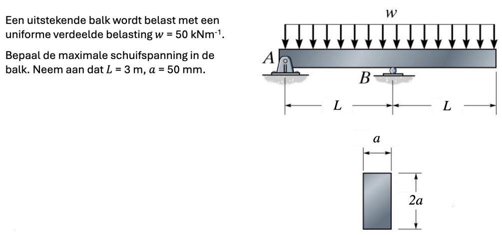

Figure 5: Het probleem gekopieerd uit het boek.

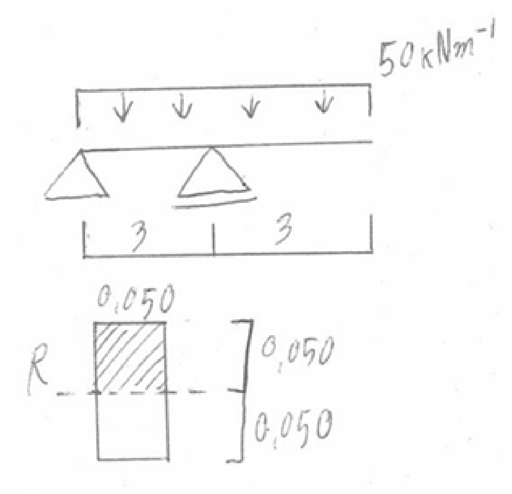

Figure 6: De free body diagram die bij dit probleem hoort.

1. Begrijp het Probleem

- **Gegeven:**
  - Een balk wordt belast met een uniforme verdeelde belasting $w = 50\,\text{kN/m}$.
  - Lengte van het belast deel is $L = 3\,\text{m}$.
  - Doorsnede heeft breedte $a = 50\,\text{mm} = 0.05\,\text{m}$ en hoogte $2a = 100\,\text{mm} = 0.1\,\text{m}$.
- **Gevraagd:** De maximale schuifspanning τ_{max} in de balk.
- **Aannames:** De doorsnede van de balk is rechthoekig en homogeen belast.

2. Analyse van Gegeven Informatie

1. **Totale belasting op de balk:**

$$V = w \cdot L = 50 \cdot 3 = 150\,\text{kN} = 150 \times 10^3\,\text{N}.$$

2. **Moment van traagheid I:** Voor een rechthoekige doorsnede over de neutrale as geldt:

$$I = \frac{1}{12} b h^3,$$

   waarbij $b = a = 0.05\,\text{m}$ en $h = 2a = 0.1\,\text{m}$.

3. **Eerste moment van oppervlak Q:** Voor een rechthoek geldt:

$$Q = A \cdot \bar{y},$$

   waarbij:

   - $A = b \cdot \frac{h}{2}$ (oppervlak van de bovenste helft),
   - $\bar{y} = \frac{h}{4}$ (afstand van het zwaartepunt van de bovenste helft tot de neutrale as).

4. **Schuifspanningformule:** De maximale schuifspanning wordt berekend met:

$$\tau_{\text{max}} = \frac{VQ}{It},$$

   waarbij $t = b = 0.05\,\text{m}$ de breedte van de doorsnede is.

3. Berekeningen

Berekening van I:

$$I = \frac{1}{12} \cdot 0.05 \cdot (0.1)^3 = \frac{1}{12} \cdot 0.05 \cdot 0.001 = 4.167 \times 10^{-6}\,\mathrm{m}^4.$$

Berekening van Q:

Het oppervlak van de bovenste helft is:

$$A = b \cdot \frac{h}{2} = 0.05 \cdot 0.05 = 2.5 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}^2.$$

De afstand van het zwaartepunt tot de neutrale as is:

$$\bar{y} = \frac{h}{4} = \frac{0.1}{4} = 0.025\,\mathrm{m}.$$

Bereken Q:

$$Q = A \cdot \bar{y} = (2.5 \times 10^{-3}) \cdot 0.025 = 6.25 \times 10^{-5}\,\mathrm{m}^3.$$

Berekening van $\tau_{\max}$:

Substitueer de waarden in de schuifspanningsformule:

$$\tau_{\max} = \frac{VQ}{It}.$$

Met:

$$V = 150 \times 10^3\,\mathrm{N}, \quad Q = 6.25 \times 10^{-4}\,\mathrm{m}^3, \quad I = 4.167 \times 10^{-6}\,\mathrm{m}^4, \quad t = 0.05\,\mathrm{m}.$$

Bereken de teller en noemer:

- Teller: $(150 \times 10^3) \cdot (6.25 \times 10^{-4}) = 93.75\,\mathrm{N{\cdot}m}$,
- Noemer: $(4.167 \times 10^{-6}) \cdot 0.05 = 2.0835 \times 10^{-7}\,\mathrm{m}^3$.

Bereken $\tau_{\max}$:

$$\tau_{\max} = \frac{93.75}{2.0835 \times 10^{-7}} = 45 \times 10^6\,\mathrm{Pa} = 45\,\mathrm{MPa}.$$

4. Resultaat

De maximale schuifspanning in de balk is:

$$\tau_{\max} = 45.0\,\mathrm{MPa}.$$

5. Conclusie

- De uitkomst bevestigt dat de maximale schuifspanning optreedt bij de neutrale as van de rechthoekige doorsnede.
- Het resultaat blijft consistent met het verwachte gedrag van een rechthoekige doorsnede onder uniforme belasting.

Probleem 7-14

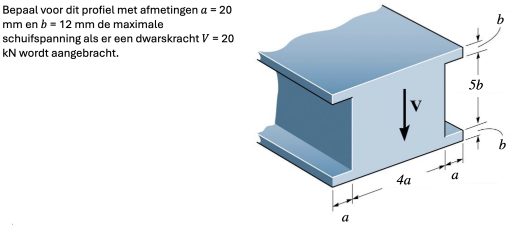

Figure 7: Het probleem gekopieerd uit het boek.

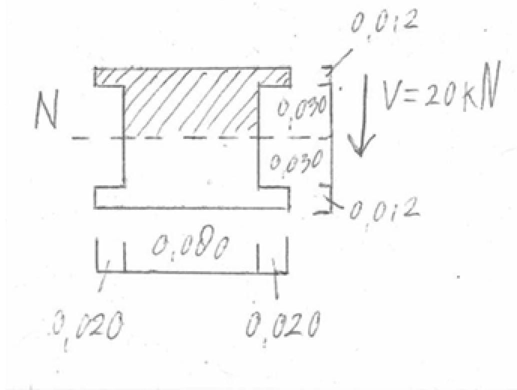

Figure 8: De free body diagram die bij dit probleem hoort.

1. Begrijp het Probleem

De vraag is om de maximale schuifspanning te berekenen in een profiel met:

- $a = 20\,\text{mm}$
- $b = 12\,\text{mm}$

De dwarskracht is $V = 20\,\text{kN}$. Het doel is de maximale schuifspanning τ_{max} te bepalen.

2. Analyseer de Gegeven Informatie

De bekende waarden zijn:

- Dwarskracht $V = 20\,\text{kN} = 20 \times 10^3\,\text{N}$
- Afmetingen:

$$\begin{aligned} a &= 20\,\text{mm} = 0.02\,\text{m}, \\ b &= 12\,\text{mm} = 0.012\,\text{m}, \\ h &= 7b = 7 \times 0.012 = 0.084\,\text{m}. \end{aligned}$$

De schuifspanningsformule luidt:

$$\tau = \frac{VQ_{\text{max}}}{It},$$

waarbij:

- Q_{max}: eerste moment van oppervlak,
- I: tweede moment van oppervlak,
- t: breedte van het web van het profiel.

3. Maak een Plan

De berekeningen bestaan uit:

1. Het berekenen van het tweede moment van oppervlak I, rekening houdend met de openingen.
2. Het berekenen van het eerste moment Q_{max}, inclusief alle bijdragen.
3. Het toepassen van de schuifspanningsformule om τ_{max} te bepalen.

4. Los Stapsgewijs op

Stap 1: Bereken I (tweede moment van oppervlak)

Het tweede moment van oppervlak I wordt berekend als:

$$I = \frac{1}{12} b_{\text{tot}} h^3 - 2 \cdot \frac{1}{12} b_{\text{binnen}} h_{\text{binnen}}^3,$$

waarbij:

$$\begin{aligned} b_{\text{tot}} &= 0.12\,\text{m}, \\ h &= 0.084\,\text{m}, \\ b_{\text{binnen}} &= 0.02\,\text{m}, \\ h_{\text{binnen}} &= 0.06\,\text{m}. \end{aligned}$$

Substitueer de waarden:

$$I = \frac{1}{12}(0.12)(0.084)^3 - 2 \cdot \frac{1}{12}(0.02)(0.06)^3.$$

Berekening:

$$\begin{aligned} &I = \frac{1}{12}(0.12)(0.000592704) - 2 \cdot \frac{1}{12}(0.02)(0.000216), \\ &I = 5.20704 \times 10^{-6} \end{aligned}$$

Stap 2: Bereken Q_{max}

Het eerste moment Q_{max} wordt berekend met:

$$Q_{\text{max}} = \Sigma(\bar{y} A'),$$

waarbij de bijdragen van de flenzen en het web apart worden berekend:

- Voor de bovenflens:
$$Q_{\text{bovenflens}} = (0.015)(0.08)(0.03) = 0.000036\,\text{m}^3.$$
- Voor het web:
$$Q_{\text{web}} = (0.036)(0.012)(0.12) = 0.00005184\,\text{m}^3.$$

Het totaal wordt:

$$Q_{\text{max}} = 0.000036 + 0.00005184 = 87.84 \times 10^{-6}\,\text{m}^3.$$

Stap 3: Bereken τ_{max}

Gebruik de schuifspanningsformule:

$$\tau_{\text{max}} = \frac{V Q_{\text{max}}}{I t}.$$

Substitueer de bekende waarden:

$$\begin{aligned} V &= 20 \times 10^3\,\text{N}, \\ Q_{\text{max}} &= 87.84 \times 10^{-6}\,\text{m}^3, \\ I &= 5.20704 \times 10^{-6}\,\text{m}^4, \\ t &= 0.08\,\text{m}. \end{aligned}$$

Substitueer in de formule:

$$\tau_{\text{max}} = \frac{(20 \times 10^3)(87.84 \times 10^{-6})}{(5.20704 \times 10^{-6})(0.08)}.$$

Berekening:

$$\tau_{\text{max}} = 4.22\,\text{MPa}.$$

5. Resultaat

De maximale schuifspanning in het profiel is:

$$\tau_{\text{max}} = 4.22\,\text{MPa}.$$

6. Conclusie

- Controleer zorgvuldig alle bijdragen in I en Q_{max}.
- Werk systematisch met eenheden en tussenstappen.

Probleem 7-21

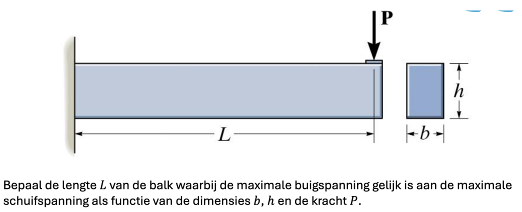

Figure 9: Het probleem gekopieerd uit het boek.

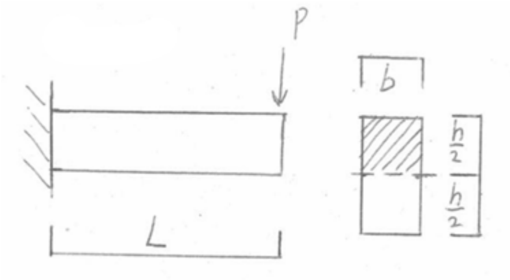

Figure 10: De free body diagram die bij dit probleem hoort.

1. Begrijp het Probleem

De opgave vraagt om de lengte L van de balk te bepalen waarbij de maximale buigspanning ($\sigma_{\max}$) gelijk is aan de maximale schuifspanning ($\tau_{\max}$). De balk wordt belast door een kracht P op het vrije uiteinde. De rechthoekige doorsnede van de balk heeft breedte b en hoogte h.

2. Analyseer de Gegeven Informatie

- **Gegeven:**
  - Kracht P
  - Breedte b
  - Hoogte h
- **Assumpties:**
  - De balk vertoont lineair-elastisch gedrag.
  - De doorsnede van de balk is homogeen en rechthoekig.

3. Maak een Plan

1. Bereken de maximale buigspanning ($\sigma_{\max}$).
2. Bereken de maximale schuifspanning ($\tau_{\max}$).
3. Stel $\sigma_{\max} = \tau_{\max}$ en los algebraïsch op voor L.

4. Los Stapsgewijs op

1. **Maximale buigspanning ($\sigma_{\max}$):**

$$\begin{aligned}\sigma_{\max} &= \frac{Mc}{I} \\ &= \frac{PL \cdot \frac{h}{2}}{I} \\ &= \frac{PLh}{2I}\end{aligned}$$

2. **Maximale schuifspanning ($\tau_{\max}$):**

$$\begin{aligned}\tau_{\max} &= \frac{VQ}{It} \\ &= \frac{P \cdot \frac{bh^2}{8}}{Ib} \\ &= \frac{Ph^2}{8I}\end{aligned}$$

3. **Voorwaarde en oplossing:**

$$\sigma_{\text{max}} = \tau_{\text{max}}$$

$$\frac{PLh}{2I} = \frac{Ph^2}{8I}$$

Vereenvoudigen:

$$Lh = \frac{h^2}{4}$$

$$L = \frac{h}{4}$$

5. Resultaat

De lengte van de balk L waarbij de maximale buigspanning gelijk is aan de maximale schuifspanning is:

$$L = \frac{h}{4}$$

6. Conclusie

- Het probleem is opgelost met behulp van spanningsformules zonder numerieke invullingen.
- Het moment van weerstand (I) hoefde niet expliciet ingevuld te worden, omdat het aan beide zijden van de vergelijking wegviel.

Wat onze studenten zeggen

Ids

Erg goede 1 op 1 bijles van een betrokken studentdocent die goed begrijpt wat belangrijk is aan het vak. Zeker een aanrader om je vak te halen!

Dennis

Voor iedereen aan te raden die wat extra hulp kan gebruiken of een zetje in de goede richting. Paar lessen gedaan voor een belangrijk tentamen wat me niet lag en na fijne en duidelijke uitleg afgerond met een 8.4!

Studiehalen.nl

Zelfstudie opgave's

Contents

Probleem 7-3

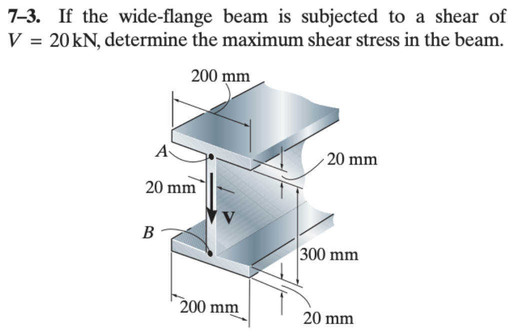

Figure 11: Het probleem gekopieerd uit het boek.

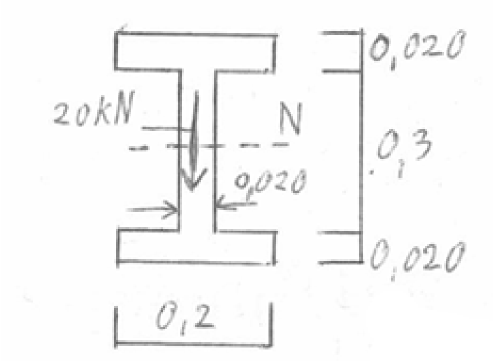

Figure 12: De free body diagram die bij dit probleem hoort.

Begrijp het Probleem

- **Opgave**: Bepaal de maximale schuifspanning ($\tau_{\max}$) in een wide-flange beam die wordt belast met een afschuiving $V = 20\,\text{kN}$.
- **Gegeven informatie**:
  - Shear force (V) = $20\,\text{kN}$.
  - Afmetingen van de beam: flensbreedte = $200\,\text{mm}$, webhoogte = $300\,\text{mm}$, diktes = $20\,\text{mm}$.
- **Gevraagd**: Bereken de maximale schuifspanning.

Analyseer de Gegeven Informatie

- Bekende waarden:

$$V = 20\,\text{kN} = 20 \times 10^3\,\text{N}, \quad b_{\text{flens}} = 200\,\text{mm} = 0.2\,\text{m}, \quad t_{\text{web}} = 20\,\text{mm} = 0.02\,\text{m}.$$

$$h_{\text{web}} = 300\,\text{mm} = 0.3\,\text{m}, \quad t_{\text{flens}} = 20\,\text{mm} = 0.02\,\text{m}.$$

- Moment van inertie (I):
  - Bereken I met behulp van het volledige rechthoekige blok minus de twee holle zijkanten.
- Formule voor schuifspanning:

$$\tau_{\max} = \frac{VQ_{\max}}{It},$$

  waar:
  - $Q_{\max}$: statisch moment over het neutrale vlak.
  - I: moment van inertie.
  - t: dikte van het web.

Maak een Plan

1. Bereken het moment van inertie (I) van de doorsnede door het totale blok minus de holle zijkanten.
2. Bepaal $Q_{\max}$ aan de hand van het geometrisch centrum.
3. Bereken de maximale schuifspanning ($\tau_{\max}$) met de schuifspanningsformule.

Los Stapsgewijs op

Stap 1: Moment van Inertie (I)

1. **Volledige doorsnede (rechthoekige omhullende balk)**:

$$b_{\text{totaal}} = 200\,\text{mm} = 0.2\,\text{m}, \quad h_{\text{totaal}} = 340\,\text{mm} = 0.34\,\text{m}.$$

$$I_{\text{totaal}} = \frac{1}{12} b_{\text{totaal}} h_{\text{totaal}}^3 = \frac{1}{12}(0.2)(0.34)^3.$$

$$I_{\text{totaal}} = 0.000657\,\text{m}^4.$$

2. **Uitsparing van de twee holle zijkanten**:

$$b_{\text{zij}} = \frac{200-20}{2} = 90\,\text{mm} = 0.09\,\text{m}, \quad h_{\text{zij}} = 300\,\text{mm} = 0.3\,\text{m}.$$

$$I_{\text{zij}} = \frac{1}{12} b_{\text{zij}} h_{\text{zij}}^3 = \frac{1}{12}(0.09)(0.3)^3.$$

$$I_{\text{zij}} = 0.0002025\,\text{m}^4.$$

3. **Netto moment van inertie (I)**:

$$I = I_{\text{totaal}} - 2I_{\text{zij}}.$$

$$I = 0.000657 - 2(0.0002025) = 0.000250\,\text{m}^4.$$

Stap 2: Berekening van Q_{max}

$$Q_{\text{max}} = \sum \bar{y} A,$$

waar:

- Voor de bovenste flens:

$$\bar{y} = 0.16\,\text{m}, \quad A = 0.02 \times 0.2 = 0.004\,\text{m}^2.$$

- Voor het webgedeelte onder het neutrale vlak:

$$\bar{y} = 0.075\,\text{m}, \quad A = 0.02 \times 0.15 = 0.003\,\text{m}^2.$$

Daarom:

$$Q_{\text{max}} = (0.004)(0.16) + (0.003)(0.075) = 0.000865\,\text{m}^3.$$

Stap 3: Maximale Schuifspanning (τ_{max})

Gebruik de formule:

$$\tau_{\text{max}} = \frac{VQ_{\text{max}}}{It}.$$

Substitueer de waarden:

$$\tau_{\text{max}} = \frac{(20 \times 10^3)(0.000865)}{(0.000252)(0.02)}.$$

$$\tau_{\text{max}} = 3.46\,\text{MPa}.$$

Resultaat

- **Maximale schuifspanning**:

$$\tau_{\text{max}} = 3.46\,\text{MPa}.$$

Conclusie

1. **Key Takeaways**:
   - Het web van de balk draagt de maximale schuifspanning omdat het de kleinste dikte heeft.
   - Door gebruik te maken van het totale blok minus de holle zijkanten wordt de berekening van I aanzienlijk eenvoudiger.

Probleem 7-16

***7–16.** The strut is subjected to a vertical shear of $V = 130$ kN. Plot the intensity of the shear stress distribution acting over the cross-sectional area, and determine the resultant shear force developed in the vertical segment AB.

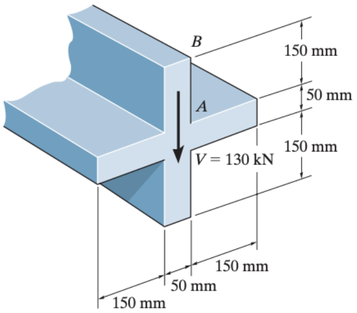

Figure 13: Het probleem gekopieerd uit het boek.

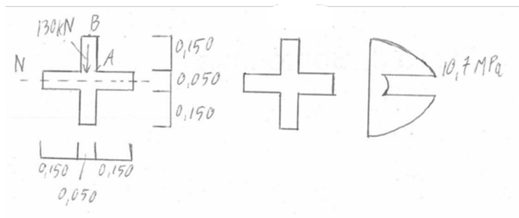

Figure 14: De free body diagram die bij dit probleem hoort.

Begrijp het Probleem

De strut is onderhevig aan een verticale schuifkracht $V = 130\,\text{kN}$. Het doel is om de resulterende schuifkracht V_{AB} te bepalen die zich ontwikkelt in het verticale segment AB.

Analyseer de Gegeven Informatie

- De schuifkracht $V = 130\,\text{kN}$.
- De geometrie van de doorsnede is als volgt:
  - Het horizontale segment heeft een breedte van $0.05\,\text{m}$ en een hoogte van $0.35\,\text{m}$.
  - Het verticale segment heeft een breedte van $0.05\,\text{m}$ en een hoogte van $0.35\,\text{m}$.
- Te bepalen:

$$V_{AB} = \int_A^B \tau\, dA$$

Maak een Plan

1. Bereken het tweede traagheidsmoment I van de doorsnede.
2. Bepaal de waarde van Q op verschillende punten van de doorsnede.
3. Gebruik de schuifspanningsformule:

$$\tau = \frac{VQ}{It}$$

   om de schuifspanning te berekenen.
4. Integreer $\tau\, dA$ over de doorsnede om V_{AB} te vinden.

Los Stapsgewijs op

Stap 1: Berekening van het tweede traagheidsmoment I

$$\begin{aligned}I &= \frac{1}{12}bh^3 + \frac{1}{12}hb^3\\ &= \frac{1}{12}(0.05)(0.35)^3 + \frac{1}{12}(0.3)(0.05)^3\\ &= 0.18177083 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}^4.\end{aligned}$$

Stap 2: Berekening van Q op punt C en D, berekening van Q als functie van y.

$$\begin{aligned}Q_D &= \sum \bar{y}A'\\ &= (0.1)(0.05)(0.15) + (0.0125)(0.35)(0.025)\\ &= 0.859375 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}^3.\\ Q_C &= \bar{y}A'\\ &= (0.1)(0.05)(0.15)\\ &= 0.75 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}^3.\\ Q &= \bar{y}A'\\ &= 0.5(0.175 + y) \cdot 0.05(0.175 - y)\\ &= 0.025(0.030625 - y^2)\,\mathrm{m}^3.\end{aligned}$$

Stap 3: Berekening van de schuifspanning

De schuifspanning wordt berekend met:

$$\tau = \frac{VQ}{It}.$$

Voor $t = 0.05\,\mathrm{m}$:

$$\begin{aligned}\tau_C &= \frac{130 \times 10^3 \times 0.75 \times 10^{-3}}{0.18177083 \times 10^{-3} \times 0.05}\\ &= 10.7\,\mathrm{MPa}.\end{aligned}$$

Voor $t = 0.35\,\mathrm{m}$:

$$\begin{aligned}\tau_C &= \frac{130 \times 10^3 \times 0.75 \times 10^{-3}}{0.18177083 \times 10^{-3} \times 0.35}\\ &= 1.53\,\mathrm{MPa}.\\ \tau_D &= \frac{130 \times 10^3 \times 0.859375 \times 10^{-3}}{0.18177083 \times 10^{-3} \times 0.35}\\ &= 1.76\,\mathrm{MPa}.\end{aligned}$$

Stap 4: Bereken V_{AB} door $\tau\, dA$ te integreren

De kracht V_{AB} wordt gegeven door:

$$V_{AB} = \int_A^B \tau\, dA.$$

Substitueer $dA = 0.05\,dy$ en $\tau = \frac{130\times10^3\times0.025(0.030625-y^2)}{0.18177083\times10^{-3}\times0.05}$:

$$\begin{aligned}V_{AB} &= \int_{0.025}^{0.175} \left(10951.3 \times 10^3 - 357593.1 \times 10^3 y^2\right)(0.05)dy\\ &= \int_{0.025}^{0.175} \left(547.565 \times 10^3 - 17879.66 \times 10^3 y^2\right) dy.\end{aligned}$$

Voer de integratie uit:

$$\begin{aligned}V_{AB} &= \left[547.565 \times 10^3 y - 17879.66 \times 10^3 \frac{y^3}{3}\right]_{0.025}^{0.175}\\ &= 50286\,\mathrm{N}.\end{aligned}$$

Resultaat

De resulterende schuifkracht V_{AB} in het verticale segment is:

$$\boxed{50.3\,\text{kN}}$$

Conclusie

- Het probleem maakt gebruik van de schuifspanningsformule $\tau = \frac{VQ}{It}$.
- De integratie over de doorsnede is cruciaal voor het verkrijgen van de totale schuifkracht.
- Zorg ervoor dat eenheden consistent zijn om fouten te voorkomen.

Probleem 7-22

7–22. Determine the shear stress at point B on the web of the cantilever strut at section a–a.

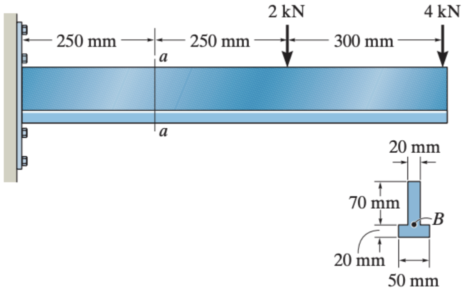

Figure 15: Het probleem gekopieerd uit het boek.

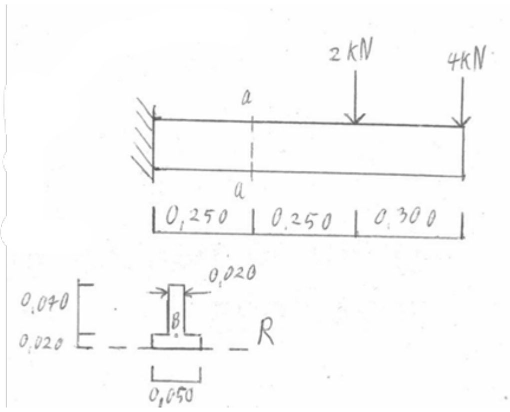

Figure 16: De free body diagram die bij dit probleem hoort.

1. Begrijp het Probleem

De vraag betreft het berekenen van de schuifspanning bij punt B in de web van een consolebalk bij sectie $a - a$.
Gegeven:

- Twee krachten van 2 kN en 4 kN.
- Dimensies van de doorsnede: horizontaal 50 mm, verticaal 70 mm, met een dikte van 20 mm.
- Geometrische weergave van de sectie is gegeven in de figuur.

Gevraagd: Bereken de schuifspanning τ in B in MPa.

2. Analyseer de Gegeven Informatie

- **Te berekenen:** Zwaartepunt ($\bar{y}$), oppervlaktetraagheidsmoment (I), en $Q_{\max}$ van de web.
- **Krachten:** $V = 6\,\text{kN}$ (som van de externe krachten rechts van de sectie $a - a$).
- **Eenheden:** Alle afmetingen omgezet naar meters en krachten naar Newton.

3. Maak een Plan

1. Bereken $\bar{y}$ via de methode van deelvlakken.
2. Bereken I door de doorsnede in segmenten op te delen.
3. Bereken $Q_{\max}$, het statisch moment van de bovenliggende vlakken bij B.
4. Bereken de schuifspanning met $\tau = \frac{VQ_{\max}}{It}$.

4. Los Stapsgewijs op

a) Berekening van $\bar{y}$

De doorsnede wordt verdeeld in twee rechthoeken:

- **Rechthoek 1 (horizontaal):**

$$A_1 = 0.05 \times 0.02 = 0.001\,\text{m}^2, \quad y_1 = \frac{0.02}{2} = 0.01\,\text{m}.$$

- **Rechthoek 2 (verticaal):**

$$A_2 = 0.02 \times 0.07 = 0.0014\,\text{m}^2, \quad y_2 = 0.02 + \frac{0.07}{2} = 0.055\,\text{m}.$$

Toepassen van de zwaartepuntsformule:

$$\bar{y} = \frac{\sum(A_i y_i)}{\sum A_i} = \frac{(0.001)(0.01) + (0.0014)(0.055)}{0.001 + 0.0014} = 0.03625\,\text{m}.$$

b) Berekening van I (oppervlaktetraagheidsmoment)

Toepassen van de traagheidsformule per segment:

$$I = \frac{1}{12}(0.05)(0.02^3) + (0.05)(0.02)(0.03625 - 0.01)^2 + \frac{1}{12}(0.02)(0.07^3) + (0.02)(0.07)(0.055 - 0.03625)^2.$$

Uitwerking:

$$I = 1.78625 \times 10^{-6}\,\text{m}^4.$$

c) Berekening van $Q_{\mathbf{max}}$

Neem het bovenliggende oppervlak van de web:

$$A' = 0.05 \times 0.02 = 0.001\,\text{m}^2, \quad y' = 0.03625 - 0.01 = 0.02625\,\text{m}.$$

Berekening van Q_{max}:

$$Q_{\text{max}} = y'A' = (0.02625)(0.001) = 2.625 \times 10^{-5}\,\text{m}^3.$$

d) Berekening van τ

Formule:

$$\tau = \frac{VQ_{\text{max}}}{It}.$$

Invullen:

$$\tau = \frac{6 \times 10^3 \times 2.625 \times 10^{-5}}{1.78625 \times 10^{-6} \times 0.02} = 4.41\,\text{MPa}.$$

5. Resultaat

De schuifspanning bij punt B is:

$$\tau = 4.41\,\text{MPa}.$$

6. Conclusie

- Het zwaartepunt $\bar{y}$ beïnvloedt zowel I als Q_{max}, en deze zijn essentieel voor de berekening.
- Deze aanpak is robuust en toepasbaar op samengestelde doorsneden.
- Bij vergelijkbare problemen kan een systematische verdeling in segmenten veel rekenwerk vereenvoudigen.

Probleem 7-27

7–27. The beam is to be cut longitudinally along both sides as shown. If it is made from a material having an allowable shear stress of $\tau_{\text{allow}} = 75\,\text{MPa}$, determine the maximum allowable shear force V that can be applied before and after the cut is made.

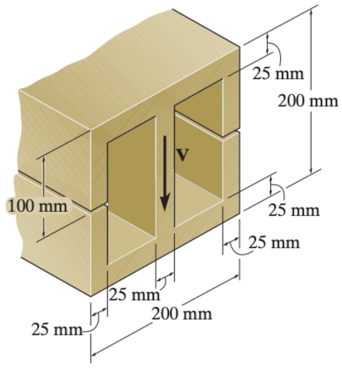

Figure 17: Het probleem gekopieerd uit het boek.

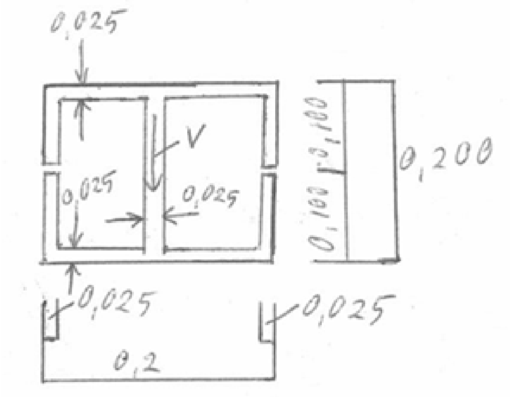

Figure 18: De free body diagram die bij dit probleem hoort.

1. Begrijp het Probleem

- **Gegeven:**
  - Materiaal met toelaatbare schuifspanning: $\tau_{allow} = 75\,\text{MPa}$.
  - Afmetingen van de balk:
    * Totale hoogte: $200\,\text{mm}$,
    * Breedte van het web: $25\,\text{mm}$,
    * Flensdikte: $25\,\text{mm}$,
    * Breedte van het gesneden deel: $25\,\text{mm}$.
- **Gevraagd:**
  - Maximale schuifkracht V:
    * Voor het maken van de inkepingen,
    * Na het maken van de inkepingen.
- **Beperkingen:** De maximale schuifspanning mag niet hoger zijn dan $\tau_{allow} = 75\,\text{MPa}$.

2. Analyseer de Gegeven Informatie

De formule voor schuifspanning is:

$$\tau = \frac{VQ}{It}$$

Waarbij:

- V: Schuifkracht,
- Q: Eerste moment van het oppervlak,
- I: Moment van inertie van de doorsnede,
- t: Dikte van het web.

3. Maak een Plan

1. Bereken het moment van inertie (I) van de doorsnede.
2. Bepaal het eerste moment van het oppervlak (Q_{max}).
3. Gebruik de schuifspanningsformule om V te berekenen:

$$V = \frac{\tau_{allow} I t}{Q_{max}}$$

4. Herhaal de berekeningen voor de situatie na het maken van de inkepingen.

4. Los Stapsgewijs op

Stap 1: Moment van inertie (I) van de doorsnede

Het moment van inertie (I) van de doorsnede wordt als volgt berekend:

$$I = \frac{1}{12} b h^3 - \frac{1}{12} b_{\text{holte}} h_{\text{holte}}^3$$

Substitueer met de correcte waarde $h_{\text{holte}} = 0.15\,\text{m}$:

$$I = \frac{1}{12}(0.2)(0.2^3) - \frac{1}{12}(0.125)(0.15^3)$$

Berekeningen:

$$I = \frac{1}{12}(0.2)(0.008) - \frac{1}{12}(0.125)(0.003375)$$

$$I = 0.0001333 - 0.0000352 = 0.0000981\,\text{m}^4 = 98.1 \times 10^{-6}\,\text{m}^4.$$

Stap 2: Eerste moment van het oppervlak (Q_{max})

De berekening van Q_{max} blijft:

$$Q_{max} = 3y_1' A_1 + \bar{y}_2' A_2$$

Substitueer de waarden:

$$Q_{max} = 3(0.0375)(0.075)(0.025) + 0.0875(0.025)(0.2)$$

$$Q_{max} = 0.6484375 \times 10^{-3}\,\text{m}^3.$$

Stap 3: Maximale schuifkracht vóór de inkepingen ($t = 0.075\,\text{m}$)

De maximale kracht wordt berekend met:

$$V = \frac{\tau_{allow} I t}{Q_{max}}$$

Substitueer:

$$V = \frac{75 \times 10^6 (98.1 \times 10^{-6})(0.075)}{0.6484375 \times 10^{-3}}$$

Berekening:

$$V = \frac{75 \times 98.1 \times 0.075}{0.6484375 \times 10^{-3}} = 850,987.95\,\text{N} \approx 851\,\text{kN}.$$

Stap 4: Maximale schuifkracht na de inkepingen ($t = 0.025\,\text{m}$)

Substitueer in dezelfde formule:

$$V = \frac{\tau_{allow} I t}{Q_{max}}$$

$$V = \frac{75 \times 10^6 (98.1 \times 10^{-6})(0.025)}{0.6484375 \times 10^{-3}}$$

Berekening:

$$V = \frac{75 \times 98.1 \times 0.025}{0.6484375 \times 10^{-3}} = 283,662.65\,\text{N} \approx 284\,\text{kN}.$$

5. Resultaat

- **Maximale schuifkracht vóór de inkepingen:** $V = 851\,\mathrm{kN}$.
- **Maximale schuifkracht na de inkepingen:** $V = 284\,\mathrm{kN}$.

6. Conclusie

- De inkepingen verlagen de maximale toegestane schuifkracht aanzienlijk door de afname in webdikte (t).
- Het moment van inertie (I) is licht aangepast naar $98.1 \times 10^{-6}\,\mathrm{m}^4$, wat zorgt voor een nauwkeurigere berekening van de krachten.
- Dit laat zien hoe belangrijk het is om kleine geometrische wijzigingen correct door te voeren in berekeningen.

Wat onze studenten zeggen

Youri

Erg goede bijlessen, hij loopt alles goed samen met je door. En heeft daarbij perfect balans tussen jezelf laten nadenken en uitvogelen, en ondersteunend de opdracht door gaan. Zeker aan te raden :)

Jetske

Via Studiehalen.nl werd ik gekoppeld aan een student die mij echt supergoed geholpen heeft waardoor ik nu veel meer vertrouwen heb dat ik mijn tentamen ga halen!

Studiehalen.nl

Werkcollege 12

Contents

Probleem 7-37

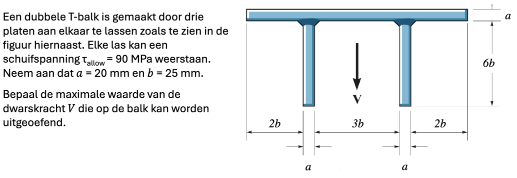

Figure 19: Het probleem gekopieerd uit het boek.

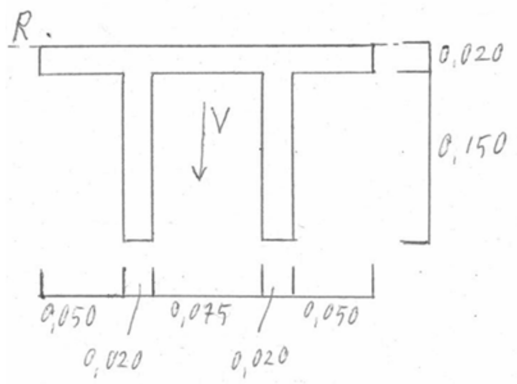

Figure 20: De free body diagram die bij dit probleem hoort.

1. Begrijp het Probleem

De dubbele T-balk bestaat uit:

- Een horizontale balk met breedte $7b + 2a$ en dikte a,
- Twee verticale balken (webs) met hoogte $6b$ en dikte a.

De lassen verbinden de verticale en horizontale balken. We zoeken de maximale dwarskracht V die op de balk kan worden uitgeoefend voordat de schuifspanning in de lassen de toegestane waarde van 90 MPa overschrijdt.

2. Analyseer de Gegeven Informatie

Gegeven:

- Toegestane schuifspanning: $\tau_{\text{allow}} = 90\,\text{MPa} = 90 \times 10^6\,\text{Pa}$,
- Afmetingen:
  - $a = 20\,\text{mm} = 0.02\,\text{m}$,
  - $b = 25\,\text{mm} = 0.025\,\text{m}$,
- Geometrie:
  - Breedte horizontale balk (flens): $7b + 2a = 7(0.025) + 2(0.02) = 0.215\,\text{m}$,
  - Hoogte verticale balken (webs): $6b = 6(0.025) = 0.15\,\text{m}$,
  - Dikte van alle balken: $a = 0.02\,\text{m}$.

De lassen bevinden zich op de verbindingen tussen de horizontale en verticale balken.

3. Maak een Plan

Om V te bepalen volgen we deze stappen:

1. Bereken het **centroid** (y) van de doorsnede.
2. Bereken het **traagheidsmoment** (I).
3. Bereken het **oppervlakte-moment** (Q).
4. Gebruik de schuifspanningsformule:
$$\tau = \frac{VQ}{It}.$$
5. Los op voor V bij $\tau = \tau_{\text{allow}}$.

4. Los Stapsgewijs Op

Stap 1: Berekening van y (Centroid)

Het centroid wordt berekend met:

$$y = \frac{\Sigma \bar{y} A}{\Sigma A}.$$

Gegevens:

- Oppervlak van de flens:

  $$A_{\text{flens}} = b_{\text{flens}} \cdot t_{\text{flens}} = 0.215 \cdot 0.02 = 0.0043\,\text{m}^2.$$

  Afstand tot de referentie-as:

  $$\bar{y}_{\text{flens}} = \frac{t_{\text{flens}}}{2} = \frac{0.02}{2} = 0.01\,\text{m}.$$

- Oppervlak van elk web:

  $$A_{\text{web}} = h_{\text{web}} \cdot t_{\text{web}} = 0.15 \cdot 0.02 = 0.003\,\text{m}^2.$$

  Afstand tot de referentie-as (vanuit de onderkant van de balk):

  $$\bar{y}_{\text{web}} = \frac{h_{\text{web}}}{2} + t_{\text{flens}} = \frac{0.15}{2} + 0.02 = 0.095\,\text{m}.$$

Centroid-berekening:

$$y = \frac{(0.01)(0.0043) + 2(0.095)(0.003)}{0.0043 + 2(0.003)} = 0.059515\,\text{m}.$$

Stap 2: Berekening van I (Traagheidsmoment)

Het traagheidsmoment wordt berekend door de bijdragen van de flens en de webs:

$$I = I_{\text{flens}} + 2 \cdot I_{\text{web}}.$$

- Voor de flens:

  $$I_{\text{flens}} = \frac{1}{12} b_{\text{flens}} t_{\text{flens}}^3 + A_{\text{flens}} \cdot d_{\text{flens}}^2,$$

  waar $d_{\text{flens}} = y - \bar{y}_{\text{flens}} = 0.059515 - 0.01 = 0.049515\,\text{m}$.
  Substitutie:

  $$I_{\text{flens}} = \frac{1}{12}(0.215)(0.02^3) + (0.0043)(0.049515^2).$$

- Voor elk web:

  $$I_{\text{web}} = \frac{1}{12} t_{\text{web}} h_{\text{web}}^3 + A_{\text{web}} \cdot d_{\text{web}}^2,$$

  waar $d_{\text{web}} = y - \bar{y}_{\text{web}} = 0.059515 - 0.095 = -0.035485\,\text{m}$.
  Substitutie:

  $$I_{\text{web}} = \frac{1}{12}(0.02)(0.15^3) + (0.003)(-0.035485^2).$$

Sommeer alle bijdragen om I te bepalen.

$$I = 2.9491 \cdot 10^{-6}.$$

Stap 3: Berekening van Q (Oppervlakte-moment)

Het oppervlakte-moment wordt berekend voor het gebied boven de neutrale lijn:

$$Q = \bar{y'} \cdot A',$$

waar A' de oppervlakte van het gebied boven de neutrale lijn is:

$$A' = b_{\text{flens}} \cdot t_{\text{flens}}.$$

$$\bar{y'} = 0.059515 - 0.01 = 0.049515.$$

Substitutie:

$$Q = 0.049515 \cdot (0.215 \cdot 0.02) = 0.2129 \cdot 10^{-3}.$$

Stap 4: Berekening van V (Dwarskracht)

Gebruik de schuifspanningsformule:

$$\tau = \frac{VQ}{It}.$$

Substitueer $\tau = 90 \times 10^6\,\text{Pa}$, Q, I, en $t = 0.02\,\text{m}$:

$$90 \times 10^6 = \frac{V \cdot Q}{I \cdot t}.$$

Los op voor V.

5. Resultaat

Na substitutie van alle waarden:

$$V = 499\,\text{kN}.$$

6. Conclusie

Met de aangepaste geometrie is de maximale dwarskracht die de balk kan weerstaan:

$$\boxed{V = 499\,\text{kN}}.$$

Dit resultaat benadrukt het belang van nauwkeurige analyse van de balkgeometrie. De methode blijft systematisch en kan worden aangepast voor andere geometrieën of materialen.

Probleem 7-38

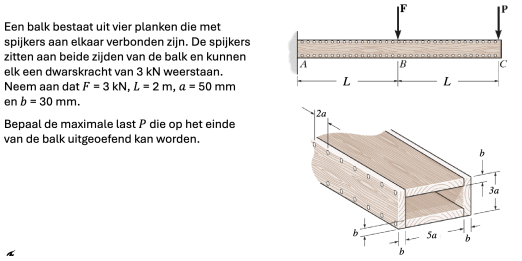

Figure 21: Het probleem gekopieerd uit het boek.

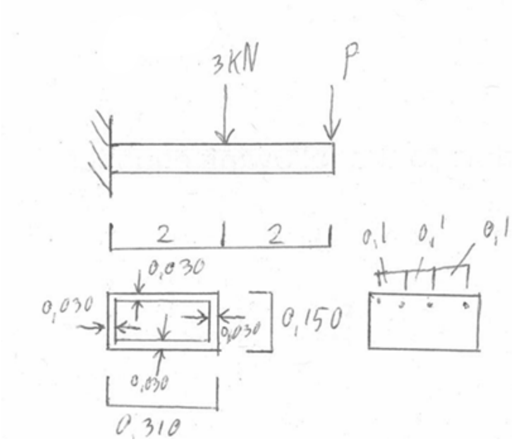

Figure 22: De free body diagram die bij dit probleem hoort.

1. Begrijp het Probleem

- **Gegeven:** De balk is opgebouwd uit vier planken die met spijkers aan beide zijden zijn verbonden. Elke spijker kan een schuifkracht van maximaal 3 kN weerstaan. De spijkers zijn in twee rijen geplaatst.
- **Gevraagd:** Bereken de maximale kracht P die aan het uiteinde van de balk kan worden toegepast zonder dat de spijkers falen.
- **Beperkingen:** De schuifkracht van de spijkers mag niet groter zijn dan 3 kN per spijker, wat resulteert in een maximaal toelaatbare schuifstroom van 60 kN/m.

2. Analyseer de Gegeven Informatie

- **Afmetingen van de balk:**
  - Totale hoogte: $150\,\text{mm} = 0.15\,\text{m}$,
  - Totale breedte: $310\,\text{mm} = 0.31\,\text{m}$,
  - Afmetingen van de binnenste "lege ruimte": hoogte $90\,\text{mm} = 0.09\,\text{m}$, breedte $250\,\text{mm} = 0.25\,\text{m}$.
- **Schuifweerstand van de spijkers:** Elke spijker kan 3 kN weerstaan. Aangezien de spijkers in twee rijen zitten, is de maximale toegestane schuifstroom:

$$q = \frac{3 \cdot 2}{0.1} = 60\,\text{kN/m}.$$

3. Maak een Plan

1. Bepaal de interne schuifkracht V_{AB} in de balk.
2. Bereken het tweede traagheidsmoment (I_{NA}) van de doorsnede (buitenste rechthoek minus binnenste rechthoek).
3. Bepaal de statische waarde Q van de doorsnede.
4. Gebruik de schuifstroomformule $q = \frac{VQ}{I}$ om P te bepalen.

4. Los Stapsgewijs op

Stap 1: Interne Schuifkracht V_{AB}

De interne schuifkracht in de balk is:

$$V_{AB} = P + 3\,\text{kN}.$$

Stap 2: Tweede Traagheidsmoment (I_{NA})

Het tweede traagheidsmoment wordt berekend door het traagheidsmoment van de buitenste rechthoek af te trekken van dat van de binnenste rechthoek:

$$I_{NA} = \frac{1}{12}(b_{\text{buiten}})(h^3_{\text{buiten}}) - \frac{1}{12}(b_{\text{binnen}})(h^3_{\text{binnen}}).$$

Substitueer de waarden:

$$I_{NA} = \frac{1}{12}(0.31)(0.15^3) - \frac{1}{12}(0.25)(0.09^3).$$

Reken uit:

$$I_{NA} = \frac{1}{12}(0.31)(0.003375) - \frac{1}{12}(0.25)(0.000729),$$
$$I_{NA} = 0.0000871875 - 0.0000151875,$$
$$I_{NA} = 72.0 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m}^4.$$

Stap 3: Statische Waarde (Q)

De statische waarde Q wordt bepaald door de afstand tot het zwaartepunt en de doorsnede van de bovenste flens:

$$Q = \bar{y}'A' = (0.06)(0.25)(0.03).$$

Reken uit:

$$Q = 0.000450\,\mathrm{m}^3.$$

Stap 4: Schuifstroomvergelijking

De maximale toegestane schuifstroom is $q = 60\,\mathrm{kN/m}$. De schuifstroomvergelijking is:

$$q = \frac{VQ}{I}.$$

Substitueer de bekende waarden:

$$60.0 \cdot 10^3 = \frac{(P+3) \cdot 10^3 \cdot 0.000450}{72.0 \cdot 10^{-6}}.$$

Los op naar P:

$$P + 3 = \frac{60.0 \cdot 10^3 \cdot 72.0 \cdot 10^{-6}}{0.000450 \cdot 10^3},$$
$$P + 3 = 9.60\,\mathrm{kN}.$$

Daarom is:

$$P = 9.60 - 3 = 6.60\,\mathrm{kN}.$$

5. Resultaat

De maximale kracht P die aan het einde van de balk kan worden toegepast is:

$$P = 6.60\,\mathrm{kN}.$$

6. Conclusie

- Het tweede traagheidsmoment wordt correct berekend door het verschil te nemen tussen de buitenste en binnenste rechthoeken.
- De statische waarde Q en de schuifstroomformule laten zien hoe de interne krachten worden verdeeld over de doorsnede.
- De maximale belasting P is beperkt door de sterkte van de spijkers.

Probleem 7-52

Een dwarskracht van V = 300 kN wordt uitgeoefend op het buisprofiel hiernaast.

Bepaal de schuifstroom in de punten A en B.

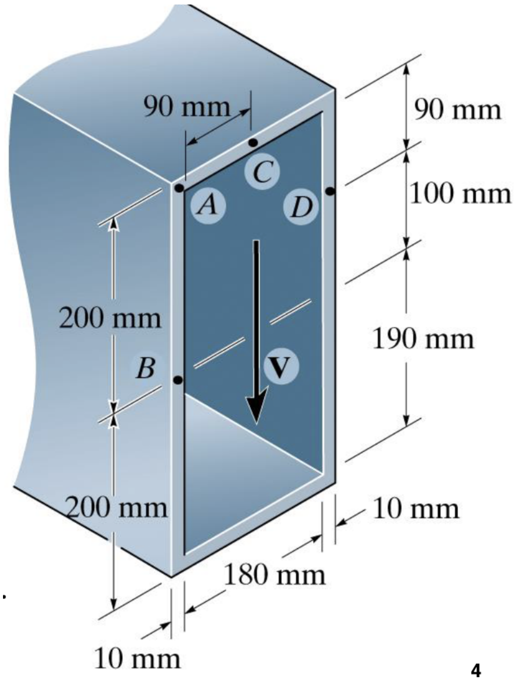

Figure 23: Het probleem gekopieerd uit het boek.

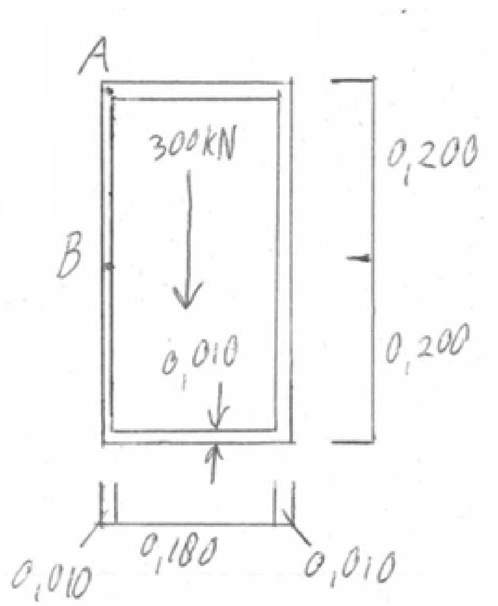

Figure 24: De free body diagram die bij dit probleem hoort.

1. Begrijp het Probleem

De vraag vraagt om de schuifvloeiing q bij de punten A en B. Dit wordt berekend met de formule:

$$q = \frac{VQ}{I}.$$

- **Gevraagd:** Schuifvloeiing q bij A en B.
- **Gegeven informatie:**
  - Afschuifkracht $V = 300\,\text{kN} = 300 \cdot 10^3\,\text{N}$.
  - Totale hoogte van de doorsnede: $400\,\text{mm} = 0.4\,\text{m}$.
  - Totale breedte van de doorsnede: $200\,\text{mm} = 0.2\,\text{m}$.
  - Binnenste rechthoekige uitsparing:
    * Hoogte: $380\,\text{mm} = 0.38\,\text{m}$,
    * Breedte: $180\,\text{mm} = 0.18\,\text{m}$.
  - Dikte van de platen: $t = 10\,\text{mm} = 0.01\,\text{m}$.

2. Analyseer de Gegeven Informatie

- Het traagheidsmoment I wordt berekend voor de totale doorsnede (grote rechthoek) minus de binnenste rechthoek.
- De statische momenten Q_A en Q_B worden bepaald voor het materiaal boven of onder de neutrale as.
- Alle berekeningen gebruiken een consistent eenhedensysteem (meters en Newtons).

3. Maak een Plan

1. Bereken het traagheidsmoment I van de doorsnede.
2. Bereken de statische momenten Q_A en Q_B.
3. Gebruik de formule voor schuifvloeiing $q = \frac{VQ}{I}$ om q_A en q_B te berekenen.

4. Los Stapsgewijs op

Stap 1: Bereken het traagheidsmoment I

Het traagheidsmoment I wordt berekend als:

$$I = \frac{1}{12}bh^3 - \frac{1}{12}b_{\text{kern}}h_{\text{kern}}^3,$$

waarbij:

$$b = 0.2\,\text{m},\; h = 0.4\,\text{m} \quad \text{(grote rechthoek)},$$
$$b_{\text{kern}} = 0.18\,\text{m},\; h_{\text{kern}} = 0.38\,\text{m} \quad \text{(kleine rechthoek)}.$$

Berekening:

$$I = \frac{1}{12}(0.2)(0.4)^3 - \frac{1}{12}(0.18)(0.38)^3,$$
$$I = \frac{1}{12}(0.2)(0.064) - \frac{1}{12}(0.18)(0.054872),$$
$$I = 0.001067 - 0.000823,$$
$$I = 0.000244\,\text{m}^4 = 0.244 \cdot 10^{-3}\,\text{m}^4.$$

Stap 2: Bereken de statische momenten Q_A en Q_B

Voor Q_A:

$$Q_A = \bar{y}_1 A_1,$$

waarbij:

$$\bar{y}_1 = 0.195\,\text{m}, \quad A_1 = t \cdot h_1 = (0.01)(0.19) = 0.0019\,\text{m}^2.$$

Berekening:

$$Q_A = (0.195)(0.0019) = 0.000371\,\text{m}^3.$$

Voor Q_B:

$$Q_B = 2(\bar{y}_2 A_2) + (\bar{y}_3 A_3),$$

waarbij:

$$\bar{y}_2 = 0.1\,\text{m}, \quad A_2 = (0.01)(0.2) = 0.002\,\text{m}^2,$$
$$\bar{y}_3 = 0.195\,\text{m}, \quad A_3 = (0.01)(0.18) = 0.0018\,\text{m}^2.$$

Berekening:

$$Q_B = 2(0.1)(0.002) + (0.195)(0.0018),$$
$$Q_B = 0.0004 + 0.000351 = 0.000751\,\text{m}^3.$$

Stap 3: Bereken de schuifvloeiingen q_A en q_B

De schuifvloeiing wordt gegeven door:

$$q = \frac{VQ}{I}.$$

Voor q_A vanwege symetrie de helft van de schuifvloeiing:

$$q_A = \frac{1}{2}\frac{(300 \cdot 10^3)(0.000371)}{(0.244 \cdot 10^{-3})},$$

$$q_A = \frac{111.3}{0.00244} = 228.2\,\text{kN/m}.$$

Voor q_B vanwege symetrie de helft van de schuifvloeiing:

$$q_B = \frac{1}{2}\frac{(300 \cdot 10^3)(0.000751)}{(0.244 \cdot 10^{-3})},$$

$$q_B = \frac{225.3}{0.00244} = 462.3\,\text{kN/m}.$$

5. Resultaat

De schuifvloeiingen zijn:

$$q_A = 228\,\text{kN/m}, \quad q_B = 462\,\text{kN/m}.$$

6. Conclusie

- Het traagheidsmoment wordt berekend door de grote rechthoek minus de binnenste rechthoek.
- De waarden van q_A en q_B zijn consistent met de geometrie van de doorsnede: q_B is groter omdat er meer materiaal en een grotere afstand tot de neutrale as is bij B.
- Deze methode is algemeen toepasbaar voor vergelijkbare doorsnedes.

Probleem 7-58

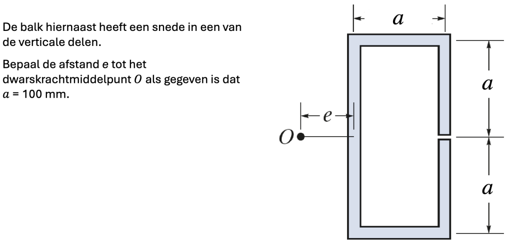

Figure 25: Het probleem gekopieerd uit het boek.

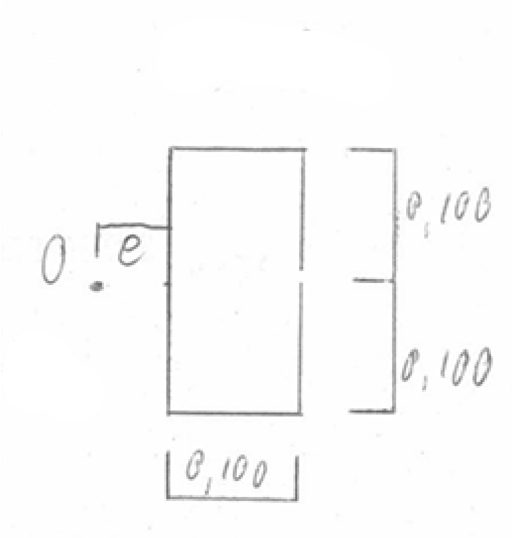

Figure 26: De free body diagram die bij dit probleem hoort.

Begrijp het Probleem

- **Vraag:** Bepaal de locatie e van het schuifcentrum (shear center), punt O, voor het dunwandige profiel met een gleuf.
- **Gegeven:**
  - Buitenafmetingen van het profiel: 100 mm breed, 200 mm hoog.
  - Wanddikte: t (constant).
  - Het profiel heeft een gleuf over zijn hoogte.
- **Te vinden:** e, de afstand van het schuifcentrum tot punt O.

Analyseer de Gegeven Informatie

- **Sectie Eigenschappen:**
  - I: tweede moment van oppervlak over de neutrale as.
  - Q: eerste moment van oppervlak afhankelijk van y-positie.
- **Eenheden:** Lengte wordt omgezet naar meters (mm $\rightarrow$ m) voor consistentie.
- **Relevante formules:**

$$Q = \bar{y} \cdot A'$$
$$q = \frac{VQ}{I}$$
$$M = \sum M = 0$$

Maak een Plan

1. Bepaal het moment van inertie (I).
2. Bereken het eerste moment van oppervlak (Q) voor de bovenste en onderste secties.
3. Bereken de schuifkrachtverdelingen (q_1, q_2).
4. Integreer de verdelingen om de resulterende krachten (V_1, F) te vinden.
5. Vind e door momentenevenwicht om A toe te passen.

Los Stapsgewijs op

Stap 1: Moment van Inertie

$$I = 2\left[\frac{1}{12}t(0.2)^3\right] + 2\left[(0.1)(t)(0.1)^2\right]$$
$$I = 3.3333 \times 10^{-3} \cdot t \text{ m}^4$$

Stap 2: Eerste Moment van Oppervlak (Q_1 en Q_2)

Voor de bovenste sectie (Q_1):

$$Q_1 = \bar{y} \cdot A = \frac{y}{2} \cdot t = 0.5y^2 t$$

Voor de onderste sectie (Q_2):

$$Q_2 = \Sigma\bar{y} \cdot A = 0.05(0.1)(t) + 0.1(x)(t)$$
$$Q_2 = 0.005t + 0.1xt$$

Stap 3: Schuifkrachtverdelingen (q_1, q_2)

$$q_1 = \frac{VQ_1}{I} = \frac{P(0.5y^2)t}{3.3333 \times 10^{-3}t} = 150Py^2$$
$$q_2 = \frac{VQ_2}{I} = \frac{P(0.005t + 0.1xt)}{3.3333 \times 10^{-3}t} = 300P(0.005 + 0.1x)$$

Stap 4: Integreer voor Krachten (V_1, F)

Voor V_1:

$$V_1 = \int_0^{0.1} q_1 dy = 150P \int_0^{0.1} y^2 dy$$
$$V_1 = 150P\left[\frac{y^3}{3}\right]_0^{0.1}$$
$$V_1 = 0.05P$$

Voor F:

$$F = \int_0^{0.1} q_2 dx = 300P \int_0^{0.1} (0.005 + 0.1x)dx$$
$$F = 300P\left[0.005x + \frac{0.1x^2}{2}\right]_0^{0.1}$$
$$F = 0.3P$$

Stap 5: Momentenevenwicht

$$Pe = 2V_1(100 \text{ mm}) + F(200 \text{ mm})$$
$$Pe = 2(0.05P)(0.1) + 0.3P(0.2)$$
$$e = 0.07 \text{ m} = 70 \text{ mm}$$

Resultaat

De locatie van het schuifcentrum is:

$$\boxed{e = 70 \text{ mm}}$$

Conclusie

- Het gebruik van Q en q voor het berekenen van schuifkrachtverdelingen was cruciaal.
- Dit probleem illustreert hoe gleuven in een profiel de positie van het schuifcentrum significant beïnvloeden.
- Controleer altijd op consistentie in eenheden en fysieke interpretatie.

Probleem 7-61

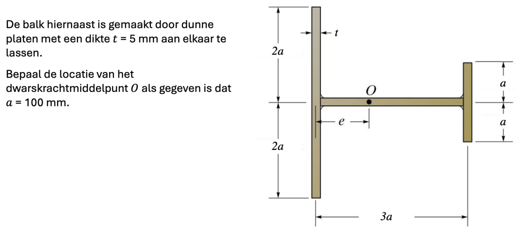

Figure 27: Het probleem gekopieerd uit het boek.

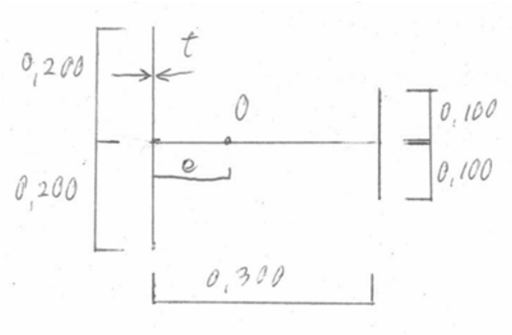

Figure 28: De free body diagram die bij dit probleem hoort.

Begrijp het probleem

- **Gegeven**:
  - Dikte van de platen: $t = 5\,\text{mm}$.
  - Hoogte linker verticale plaat: $400\,\text{mm}$.
  - Hoogte rechter verticale plaat: $200\,\text{mm}$.
  - Lengte van de horizontale plaat: $300\,\text{mm}$.
- **Gevraagd**: De excentriciteit e van het schuifmiddelpunt O ten opzichte van de symmetrielijn van de balk.

Analyse van de gegeven informatie

- De balk bestaat uit:
  - Een linker verticale plaat ($400\,\text{mm}$ hoog).
  - Een rechter verticale plaat ($200\,\text{mm}$ hoog).
  - Een horizontale plaat ($300\,\text{mm}$ lang).
- De horizontale plaat ligt op de symmetrie-as, dus draagt niet bij aan I.

Plan

1. Bereken het traagheidsmoment I van de doorsnede ten opzichte van de symmetrie-as.
2. Bereken het eerste moment Q van de verschillende platen ten opzichte van de symmetrie-as.
3. Gebruik de formule voor schuifvloeiing om de schuifkrachten in de platen te berekenen.
4. Bereken de resulterende kracht en los het evenwicht op om e te bepalen.

Stap-voor-stap oplossing

Berekening van het traagheidsmoment I

De horizontale plaat ligt op de symmetrie-as en draagt dus niet bij aan I. Het traagheidsmoment wordt alleen bepaald door de twee verticale platen:

$$I = \frac{1}{12}th_1^3 + \frac{1}{12}th_2^3$$

waarbij:

- $t = 0.005\,\text{m}$ (dikte van de platen),
- $h_1 = 0.4\,\text{m}$ (hoogte van de linker verticale plaat),

- $h_2 = 0.2\,\text{m}$ (hoogte van de rechter verticale plaat).

Substitueer de waarden:

$$I = \frac{1}{12}(0.005)(0.4)^3 + \frac{1}{12}(0.005)(0.2)^3$$

Berekening:

$$I = \frac{1}{12}(0.005)(0.064) + \frac{1}{12}(0.005)(0.008)$$

$$I = 0.00002667 + 0.00000333 = 0.00003\,\text{m}^4$$

Het traagheidsmoment is:

$$I = 30 \times 10^{-6}\,\text{m}^4$$

Berekening van het eerste moment Q

Het eerste moment wordt berekend als:

$$Q = y'A$$

waarbij:

- $y' = (0.1 - 0.5s)$ (positie ten opzichte van de symmetrie-as),
- $A = 0.005s$ (oppervlakte van een segment van de plaat).

Voor s van 0 tot $0.1\,\text{m}$:

$$Q = (0.1 - 0.5s)(0.005s)$$

Uitwerken:

$$Q = (0.1)(0.005s) - (0.5s)(0.005s)$$

$$Q = 0.0005s - 0.0025s^2 \quad (\text{in m}^3).$$

Berekening van schuifvloeiing q

De schuifvloeiing wordt gegeven door:

$$q = \frac{VQ}{I}$$

Substitueer Q en I:

$$q = \frac{P(0.0005s - 0.0025s^2)}{30 \times 10^{-6}}$$

Uitwerken:

$$q = P(16.6667s - 83.3333s^2) \quad (\text{in N/m}).$$

Resulterende schuifkracht

De resulterende schuifkracht in een verticale plaat wordt berekend door q te integreren:

$$(F_w)_1 = 2\int_0^{0.1} q\,ds$$

Substitueer q:

$$(F_w)_1 = 2\int_0^{0.1} P(16.6667s - 83.3333s^2)\,ds$$

Berekening:

$$(F_w)_1 = 2P\left[\frac{16.6667s^2}{2} - \frac{83.3333s^3}{3}\right]_0^{0.1}$$

$$(F_w)_1 = 2P\left[(8.3335)(0.1)^2 - \frac{83.3333}{3}(0.1)^3\right]$$

$$(F_w)_1 = 2P\,[0.083335 - 0.0278] = 2(0.16389) = 0.1111P$$

Locatie van het schuifmiddelpunt O

Gebruik de balansvergelijking om e te berekenen:

$$e = \frac{0.3(F_w)_1}{P}$$

Substitueer $(F_w)_1$:

$$e = \frac{0.3(0.1111P)}{P} = 0.03333\,\mathrm{m} = 33.3\,\mathrm{mm}$$

Resultaat

De locatie van het schuifmiddelpunt is:

$$e = 33.3\,\mathrm{mm}.$$

Conclusie

- Het schuifmiddelpunt is gevonden door gebruik te maken van de correcte berekening van Q met $A = 0.005s$, en dit resulteerde in $(F_w)_1 = 0.1111P$.
- De locatie e van O is $33.3\,\mathrm{mm}$.
- De aanpak is toepasbaar op vergelijkbare samengestelde doorsneden en benadrukt het belang van het juiste gebruik van integraalberekeningen.


Studiehalen.nl

Wat onze studenten zeggen

Ids

Erg goede 1 op 1 bijles van een betrokken studentdocent die goed begrijpt wat belangrijk is aan het vak. Zeker een aanrader om je vak te halen!

Dennis

Voor iedereen aan te raden die wat extra hulp kan gebruiken of een zetje in de goede richting. Paar lessen gedaan voor een belangrijk tentamen wat me niet lag en na fijne en duidelijke uitleg afgerond met een 8.4!

Studiehalen.nl

Zelfstudie opgave's

Contents

Probleem 7-40

***7–40.** The simply supported beam is built up from three boards by nailing them together as shown. If $P = 12$ kN, determine the maximum allowable spacing s of the nails to support that load, if each nail can resist a shear force of 1.5 kN.

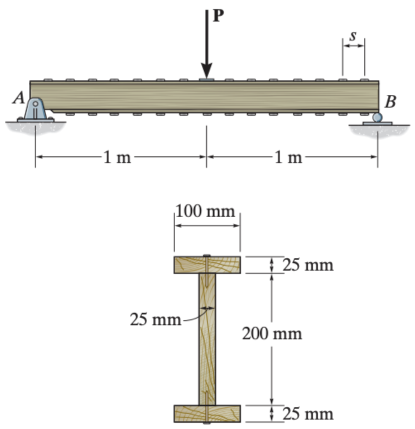

Figure 29: Het probleem gekopieerd uit het boek.

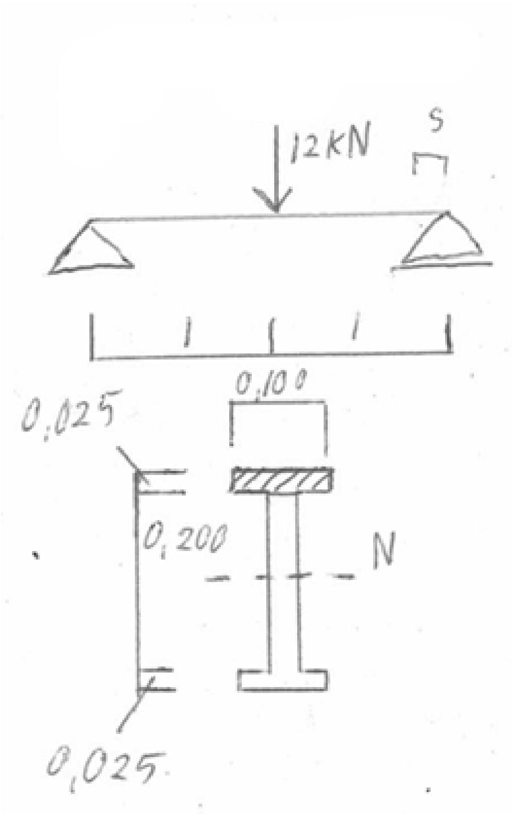

Figure 30: De free body diagram die bij dit probleem hoort.

1. Begrijp het Probleem

De opgave gaat over een balk die is opgebouwd uit drie houten planken, verbonden met spijkers. De kracht $P = 12$ kN wordt gelijkmatig verdeeld. Gevraagd wordt om de maximale afstand s tussen de spijkers te bepalen, waarbij elke spijker een maximale afschuifkracht van 1.5 kN kan weerstaan.

Gegeven:

- Kracht $P = 12$ kN
- Maximale afschuifkracht per spijker $F = 1.5$ kN
- Totale hoogte: 250 mm
- Totale breedte: 100 mm
- Afmetingen verticale balk: 200 mm hoog en 75 mm breed.

2. Analyseer de Gegeven Informatie

Alle dimensies worden omgerekend naar meters:

$$\text{Totale hoogte: } 250 \text{ mm} = 0.25 \text{ m}, \quad \text{Totale breedte: } 100 \text{ mm} = 0.1 \text{ m},$$

$$\text{Verticale balk: } 200 \text{ mm} = 0.2 \text{ m}, \quad \text{breedte: } 75 \text{ mm} = 0.075 \text{ m}.$$

3. Maak een Plan

1. Bereken de maximale dwarskracht $V_{\max}$.
2. Bereken het traagheidsmoment I van de doorsnede door een groot rechthoekig gebied te nemen en daar de verticale balk van af te trekken.

3. Bereken de afschuifkracht q per eenheid lengte van de spijkers.
4. Gebruik $q_{\text{allow}} = \frac{F}{s}$ om s te bepalen.

4. Los Stapsgewijs op

Stap 1: Maximale dwarskracht V_{max}

De maximale dwarskracht in het midden van de balk is:

$$V_{\text{max}} = \frac{P}{2} = \frac{12 \text{ kN}}{2} = 6 \text{ kN}.$$

Stap 2: Bereken het traagheidsmoment I

Het traagheidsmoment I wordt berekend door de parallelleassenstelling toe te passen:

$$I = \frac{1}{12} b_{\text{groot}} h_{\text{groot}}^3 - \frac{1}{12} b_{\text{verticaal}} h_{\text{verticaal}}^3,$$

waarbij:

$$b_{\text{groot}} = 0.1 \text{ m}, \quad h_{\text{groot}} = 0.25 \text{ m}, \quad b_{\text{verticaal}} = 0.075 \text{ m}, \quad h_{\text{verticaal}} = 0.2 \text{ m}.$$

Invullen geeft:

$$I = \frac{1}{12}(0.1)(0.25^3) - \frac{1}{12}(0.075)(0.2^3).$$

Uitwerken:

$$I = \frac{1}{12}(0.1)(0.015625) - \frac{1}{12}(0.075)(0.008).$$

$$I = 0.0001302083 - 0.00005 = 0.0000802083 \text{ m}^4.$$

Stap 3: Bereken afschuifkracht q

De afschuifkracht per eenheid lengte wordt berekend met:

$$q = \frac{V_{\text{max}} Q_B}{I}.$$

Het statisch moment Q_B van de bovenste plank (gezien vanaf de neutrale lijn) is:

$$Q_B = \bar{y}' A_B,$$

waarbij:

$$\bar{y}' = 0.1125 \text{ m}, \quad A_B = 0.025 \cdot 0.1 = 0.0025 \text{ m}^2.$$

Invullen geeft:

$$Q_B = 0.1125 \cdot 0.0025 = 0.00028125 \text{ m}^3.$$

Nu invullen in de formule voor q:

$$q = \frac{6 \times 10^3 \cdot 0.00028125}{0.0000802083}.$$

Uitwerken:

$$q = \frac{1.6875}{0.0000802083} = 21.04 \text{ kN/m}.$$

Stap 4: Bereken s

De maximale spijkerafstand wordt berekend met:

$$q_{\text{allow}} = \frac{F}{s} \implies s = \frac{F}{q}.$$

Invullen geeft:

$$s = \frac{1.5 \times 10^3}{21.04 \times 10^3} = 0.0713 \text{ m} = 71.3 \text{ mm}.$$

5. Resultaat

De maximale afstand tussen de spijkers is:

$$s = 71.3 \text{ mm.}$$

6. Conclusie

De berekening toont dat de spijkerafstand voornamelijk afhangt van de maximale dwarskracht $V_{\max}$ en de geometrie van de doorsnede. Door een correcte berekening van I en Q_B is de juiste afstand s bepaald.

Probleem 7-48

***7–48.** The beam is made from four boards nailed together as shown. If the nails can each support a shear force of 500 N, determine their required spacing s' and s to the nearest mm if the beam is subjected to a shear of $V = 3.5$ kN.

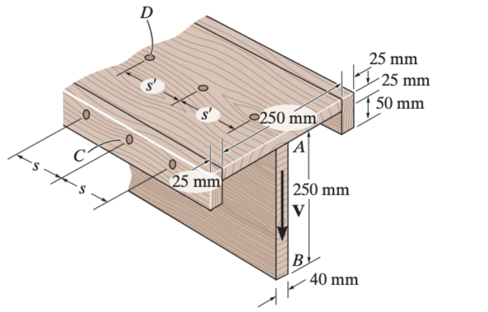

Figure 31: Het probleem gekopieerd uit het boek.

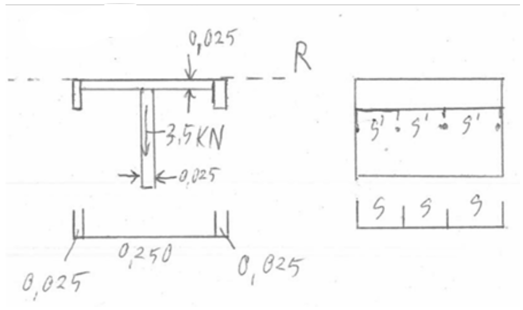

Figure 32: De free body diagram die bij dit probleem hoort.

1. Begrijp het Probleem

- **Gevraagd:** Bereken de vereiste spijkerafstanden s en s' om de schuifkracht veilig te verdelen over de genagelde balk.
- **Gegeven:**
  - De balk is samengesteld uit vier platen, zoals in de figuur weergegeven.
  - De balk wordt belast met een totale schuifkracht $V = 3.5$ kN.
  - Elke spijker kan een maximale schuifkracht van 500 N weerstaan.
- **Beperkingen:** De afstanden s en s' moeten zodanig worden gekozen dat de maximale schuifkracht niet wordt overschreden.

2. Analyseer de Gegeven Informatie

- **Berekening van de centroidale afstand ($\bar{y}$):**

$$\bar{y} = \frac{\sum(\bar{y}_i A_i)}{\sum A_i}$$

  Invullen geeft:

$$\bar{y} = 0.0859375 \text{ m}.$$

- **Moment van traagheid (I_N):** Het moment van traagheid wordt berekend voor elk deel van de balk:

$$I_N = \frac{1}{12}bh^3 + A(\Delta y)^2.$$

  Het totale moment van traagheid is:

$$I_N = 0.137712 \times 10^{-3} \text{ m}^4.$$

- **Eerste momenten van oppervlakte (Q_C en Q_D):**

$$Q_C = \bar{y}_1' A' = (0.0859375 - 0.0375) \cdot 0.25 \cdot 0.075 = 90.8203 \times 10^{-6} \text{ m}^3,$$

$$Q_D = \bar{y}_2' A' = (0.0859375 - 0.0125) \cdot 0.25 \cdot 0.025 = 0.640625 \times 10^{-3} \text{ m}^3.$$

3. Maak een Plan

- Bereken de schuifspanning q_C en q_D met de formule:

$$q = \frac{VQ}{I}.$$

- Gebruik $q = \frac{500}{s}$ om de vereiste afstanden s en s' te berekenen.

4. Los Stapsgewijs Op

1. **Berekening van q_C:**

$$q_C = \frac{VQ_C}{I} = \frac{(3.5 \times 10^3)(90.8203 \times 10^{-6})}{0.137712 \times 10^{-3}}.$$

   Dit resulteert in:

$$q_C = 2308.23 \text{ N/m}.$$

2. **Berekening van s:** Gebruik $q = \frac{500}{s}$, dus:

$$s = \frac{500}{2308.23}.$$

   Dit geeft:

$$s = 0.216 \text{ m} = 216 \text{ mm}.$$

3. **Berekening van q_D:**

$$q_D = \frac{VQ_D}{I} = \frac{(3.5 \times 10^3)(0.640625 \times 10^{-3})}{0.137712 \times 10^{-3}}.$$

   Dit resulteert in:

$$q_D = 16281.72 \text{ N/m}.$$

4. **Berekening van s':** Gebruik $q = \frac{500}{s'}$, dus:

$$s' = \frac{500}{16281.72}.$$

   Dit geeft:

$$s' = 0.03 \text{ m} = 30 \text{ mm}.$$

5. Resultaat

- De vereiste spijkerafstand s tussen de spijkers bij sectie C is:

$$s = 216 \text{ mm}.$$

- De vereiste spijkerafstand s' tussen de spijkers bij sectie D is:

$$s' = 30 \text{ mm}.$$

6. Conclusie

- De genagelde constructie moet worden ontworpen met spijkerafstanden van 216 mm in sectie C en 30 mm in sectie D.
- Deze waarden zorgen ervoor dat de spijkers de opgelegde schuifkracht van 500 N niet overschrijden.
- **Belangrijke les:** De geometrie en verdeling van de schuifkracht spelen een cruciale rol bij het dimensioneren van genagelde verbindingen.

Probleem 7-50

7–50. A shear force of $V = 18$ kN is applied to the box beam. Determine the shear flow at points A and B.

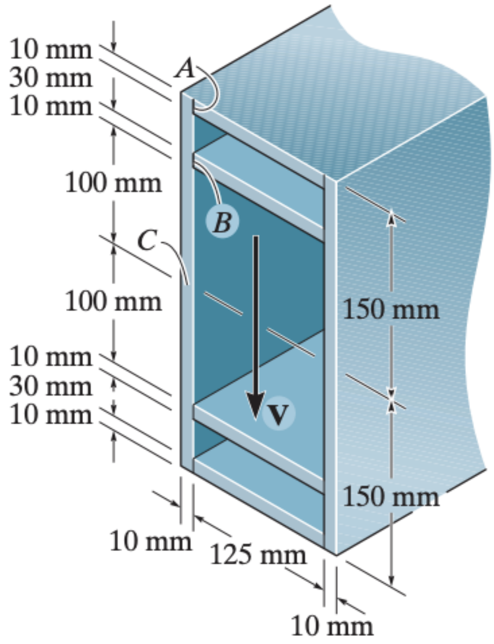

Figure 33: Het probleem gekopieerd uit het boek.

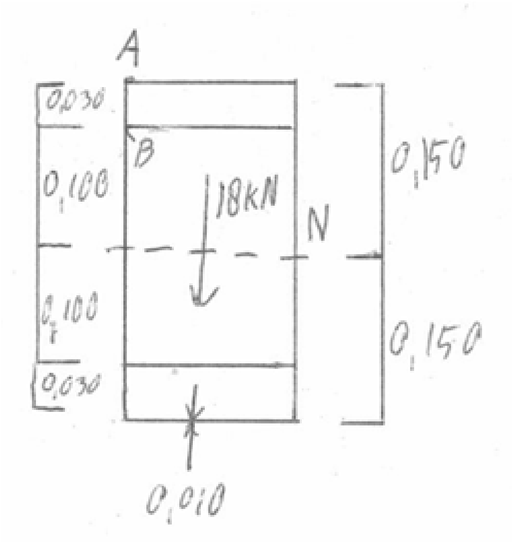

Figure 34: De free body diagram die bij dit probleem hoort.

Stap 1: Begrijp het Probleem

We moeten de schuifstromen q_A en q_B bepalen bij de aangegeven punten. Gegeven is:

- **Schuifkracht**: $V = 18\,\text{kN} = 18 \times 10^3\,\text{N}$.
- De afmetingen van de doorsnede zijn zoals getoond in de figuur.
- Gebruik de formule voor schuifstroom:

$$q = \frac{VQ}{I}$$

  waarbij:
  - Q = statisch moment van een gedeelte van de doorsnede boven de locatie,
  - I = traagheidsmoment van de doorsnede.

Stap 2: Analyseer de Gegeven Informatie

- **Moment van traagheid** I: Bereken het traagheidsmoment voor de hele doorsnede.
- **Statische momenten Q_A en Q_B**: Bereken afzonderlijk de momenten voor punt A en punt B.
- **Afmetingen in meters**: Zet alle waarden consistent om naar meters.

Stap 3: Berekeningen

Moment van traagheid I

Het traagheidsmoment I van de samengestelde doorsnede wordt berekend als:

$$I = \frac{1}{12}(0.145)(0.3^3) - \frac{1}{12}(0.125)(0.28^3) + 2\left[\frac{1}{12}(0.125)(0.01^3) + 0.125(0.01)(0.105^2)\right]$$

Reken dit uit:

$$I = 125.17 \times 10^{-6}\,\text{m}^4.$$

Statische momenten Q_A en Q_B

Voor Q_A (bij punt A):

$$Q_A = \overline{y} \cdot A' = (0.145)(0.125)(0.01) = 0.18125 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}^3.$$

Voor Q_B (bij punt B):

$$Q_B = \overline{y} \cdot A' = (0.105)(0.125)(0.01) = 0.13125 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}^3.$$

Schuifstromen q_A en q_B

Bij punt A $\frac{1}{2}$ vanwege symetrie:

$$q_A = \frac{1}{2}\frac{VQ_A}{I} = \frac{1}{2}\frac{(18 \times 10^3)(0.18125 \times 10^{-3})}{125.17 \times 10^{-6}}$$

Reken dit uit:

$$q_A = 13.033\,\mathrm{kN/m} \approx 13.0\,\mathrm{kN/m}.$$

Bij punt B $\frac{1}{2}$ vanwege symetrie:

$$q_B = \frac{1}{2}\frac{VQ_B}{I} = \frac{1}{2}\frac{(18 \times 10^3)(0.13125 \times 10^{-3})}{125.17 \times 10^{-6}}$$

Reken dit uit:

$$q_B = 9.437\,\mathrm{kN/m} \approx 9.44\,\mathrm{kN/m}.$$

Stap 4: Resultaat

De schuifstromen bij de punten zijn:

- $q_A = 13.0\,\mathrm{kN/m}$,
- $q_B = 9.44\,\mathrm{kN/m}$.

Stap 5: Conclusie

- De schuifstromen q_A en q_B zijn afhankelijk van de statische momenten Q_A en Q_B, de dikte t, en het traagheidsmoment I.
- Een correcte berekening van Q en I is essentieel voor een goed resultaat.
- Deze vraag leert ons hoe de doorsnede-afmetingen en de locatie van de schuifkracht invloed hebben op de schuifstromen.

Probleem 7-64

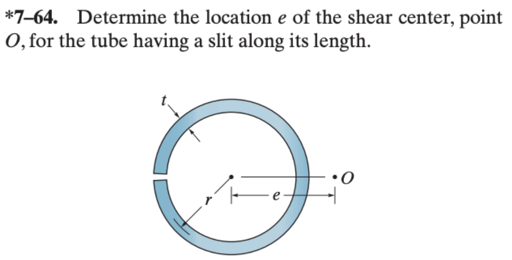

Figure 35: Het probleem gekopieerd uit het boek.

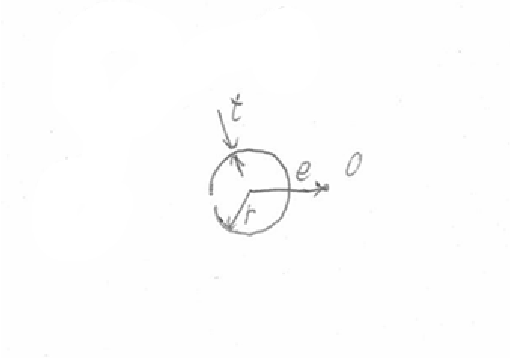

Figure 36: De free body diagram die bij dit probleem hoort.

1. Begrijp het Probleem

- **Gegeven**: Een dunwandige buis met een spleet langs de lengte, met een straal r en wanddikte t.
- **Gevraagd**: De locatie e van het shear center, punt O, ten opzichte van het middelpunt A.
- **Beperking**: De buis heeft een symmetrische spleet, wat asymmetrische shear flow veroorzaakt.

2. Analyseer de Gegeven Informatie

- **Elementaire oppervlakte**:

$$dA = t\,ds = t\,r\,d\theta$$

- **Positiecoördinaten**: $y = r\sin\theta$
- **Tweede oppervlakte-moment** (I):

$$I = \int_0^{2\pi} y^2\,dA = r^3 t \int_0^{2\pi} \sin^2\theta\,d\theta$$

Berekening van I:

$$I = r^3 t\left[\frac{1}{2}(1-\cos 2\theta)\right]_0^{2\pi} = \pi r^3 t$$

- **Shear force** Q:

$$Q = r^2 t \int_0^{\theta} \sin\theta\,d\theta = r^2 t\,(1-\cos\theta)$$

3. Maak een Plan

1. Bepaal de shear flow $q = \frac{VQ}{I}$.
2. Bereken de resulterende kracht F op het segment.
3. Bepaal het moment over A en leid e af.

4. Los Stapsgewijs op

Shear Flow

De shear flow q is:

$$q = \frac{VQ}{I} = \frac{Pr^2 t(1-\cos\theta)}{\pi r^3 t} = \frac{P}{\pi r}(1-\cos\theta)$$

Resulterende Kracht

De totale kracht F wordt verkregen door te integreren:

$$F = \int_0^{2\pi} q\, ds = \int_0^{2\pi} \frac{P}{\pi r}(1 - \cos\theta) r\, d\theta$$

$$F = \frac{P}{\pi} \int_0^{2\pi} (1 - \cos\theta)\, d\theta$$

De integraal:

$$\int_0^{2\pi} (1 - \cos\theta)\, d\theta = 2\pi$$

Dus:

$$F = 2P$$

Shear Center

Het moment over punt A is:

$$Pe = Fr$$

Substitueer $F = 2P$:

$$Pe = 2Pr \implies e = 2r$$

5. Resultaat

De locatie van het shear center is:

$$e = 2r$$

6. Conclusie

- Het shear center ligt op een afstand van $2r$ van het middelpunt A, in de richting van de spleet.
- De methode illustreert het belang van symmetrie in het bepalen van de shear flow en de resulterende krachten.
- **Leerpunten**:
  - Controleer altijd de symmetrie van het object.
  - Complexe problemen kunnen worden opgelost door ze in logische stappen op te splitsen.