Studiehalen.nl

Bijles om het meeste uit je studie te halen.

WB1631 STERKTELEER

Dit is een boekje met gedetailleerde en stapgewijze uitwerkingen van opgaven uit Hibbeler Mechanics of Materials 11 edition.

Wat is studiehalen.nl

Studiehalen.nl is een bijles platform voor en door studenten van de tu delft. We geven persoonlijke bijles die bij jouw leerstijl past.

Waarom studiehalen.nl

Onze student-docenten kennen de stof én de struikelpunten, omdat ze zelf recent dezelfde tentamens hebben gehaald. Ze delen handige voorbeelden en maken het makkelijker om vragen te stellen. Zo begrijp je de stof sneller en helpen ze je slim plannen, zodat je tijd overhoudt voor je vrije tijd!

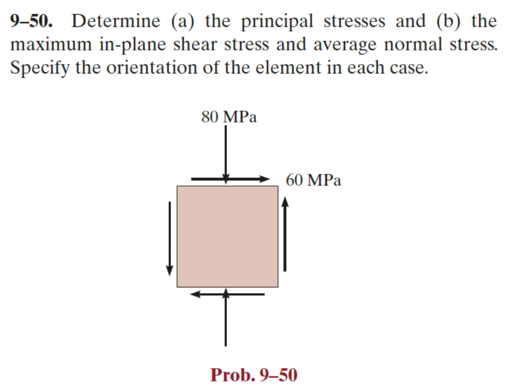
Hoe werkt studiehalen.nl

Nadat je contact met ons heb opgezocht zullen wij een geschikte studentdocent aan jou koppelen. De lessen plan je wekelijks in en wij regelen de bijles ruimtes.

Werkcollege 15

Contents

Probleem 9-50



9–50. Determine (a) the principal stresses and (b) the maximum in-plane shear stress and average normal stress. Specify the orientation of the element in each case.

Figure 1: Het probleem gekopieerd uit het boek.

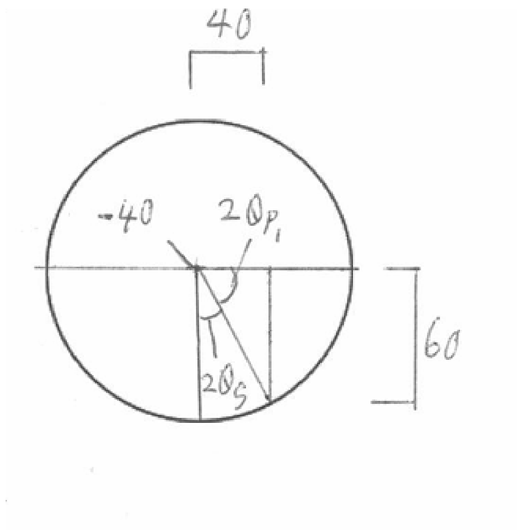


Figure 2: De free body diagram die bij dit probleem hoort.

1. Begrijp het Probleem

De opgave vraagt ons om:

1. De **hoofdspanningen** (σ_1 en σ_2) te berekenen.
2. De **maximale schuifspanning** en gemiddelde normale spanning te bepalen.
3. De oriëntatie van het element in beide gevallen te specificeren.

Gegeven gegevens:

- Normale spanningen: $\sigma_x = 0$, $\sigma_y = -80\,\text{MPa}$.
- Schuifspanning: $\tau_{xy} = 60\,\text{MPa}$.

2. Analyseer de Gegeven Informatie

We gebruiken de volgende formules:

$$\begin{aligned}
\sigma_{\text{avg}} &= \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}, \\
R &= \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}, \\
\sigma_1, \sigma_2 &= \sigma_{\text{avg}} \pm R, \\
\tau_{\text{max}} &= R.
\end{aligned}$$

Bereken eerst de gemiddelde spanning:

$$\sigma_{\text{avg}} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = \frac{0 - 80}{2} = -40\,\text{MPa}.$$

Bepaal de straal van de Mohrse cirkel:

$$\begin{aligned}
R &= \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = \sqrt{\left(\frac{0 - (-80)}{2}\right)^2 + 60^2}, \\
&= \sqrt{40^2 + 60^2} = \sqrt{1600 + 3600} = \sqrt{5200} = 72.11\,\text{MPa}.
\end{aligned}$$

3. Maak een Plan

- Bereken de hoofdspanningen σ_1 en σ_2 met σ_{avg} en R.
- Bereken de maximale schuifspanning τ_{max}.
- Specificeer de oriëntatiehoek θ_p voor hoofdspanningen en θ_s voor maximale schuifspanningen.

4. Los Stapsgewijs op

Hoofdspanningen

De hoofdspanningen worden berekend als:

$$\sigma_1 = \sigma_{\text{avg}} + R = -40 + 72.11 = 32.1\,\text{MPa},$$
$$\sigma_2 = \sigma_{\text{avg}} - R = -40 - 72.11 = -112.1\,\text{MPa}.$$

Maximale In-Plane Schuifspanning

De maximale in-plane schuifspanning is de straal van de Mohrse cirkel:

$$\tau_{\text{max in-plane}} = R = 72.11\,\text{MPa}.$$

De gemiddelde normale spanning is:

$$\sigma_{\text{avg}} = -40\,\text{MPa}.$$

Oriëntatie van Hoofdspanningsvlak

Vanuit de Mohrse cirkel wordt de oriëntatiehoek θ_{p1} bepaald als:

$$\tan(2\theta_{p1}) = \frac{\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_{\text{avg}}} = \frac{60}{40.0} = 1.5,$$
$$2\theta_{p1} = \tan^{-1}(1.5) = 56.31^\circ,$$
$$\theta_{p1} = \frac{56.31}{2} = 28.15^\circ.$$

De hoek θ_{p1} is 28.2° tegen de klok in. Dit geeft de oriëntatie van het vlak met de hoofdspanningen.

Oriëntatie van het Vlak voor Maximale Schuifspanning

De oriëntatiehoek θ_s wordt berekend als:

$$\tan(2\theta_s) = \frac{\sigma_{\text{avg}}}{\tau_{xy}} = \frac{40.0}{60.0} = 0.6667,$$
$$2\theta_s = \tan^{-1}(0.6667) = 33.69^\circ,$$
$$\theta_s = \frac{33.69}{2} = 16.845^\circ.$$

De hoek θ_s is -16.8° met de klok mee. Dit geeft de oriëntatie van het vlak met de maximale schuifspanningen.

5. Resultaat

- Gemiddelde normale spanning: $\sigma_{\text{avg}} = -40.0\,\text{MPa}$.
- Hoofdspanningen:

$$\sigma_1 = 32.1\,\text{MPa},$$
$$\sigma_2 = -112.0\,\text{MPa}.$$

- Oriëntatie van het hoofdspanningsvlak:

$$\theta_{p1} = 28.2^\circ \text{ (tegen de klok in)}.$$

- Maximale in-plane schuifspanning:

$$\tau_{\text{max in-plane}} = 72.1\,\text{MPa}.$$

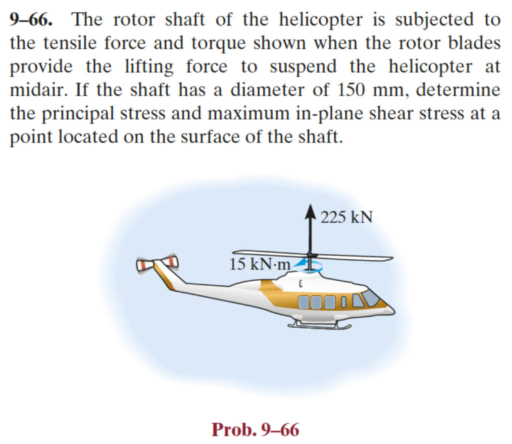
- Oriëntatie van het vlak voor maximale schuifspanning:

$$\theta_s = -16.8^\circ \text{ (met de klok mee)}.$$

6. Conclusie

De analyse toont hoe de Mohrse cirkel kan worden gebruikt om hoofdspanningen, maximale schuifspanningen en de bijbehorende oriëntaties van vlakken te bepalen. Dit is van cruciaal belang bij spanningsanalyse en het ontwerp van mechanische componenten.

Probleem 9-66



9–66. The rotor shaft of the helicopter is subjected to the tensile force and torque shown when the rotor blades provide the lifting force to suspend the helicopter at midair. If the shaft has a diameter of 150 mm, determine the principal stress and maximum in-plane shear stress at a point located on the surface of the shaft.

Prob. 9–66

Figure 3: Het probleem gekopieerd uit het boek.

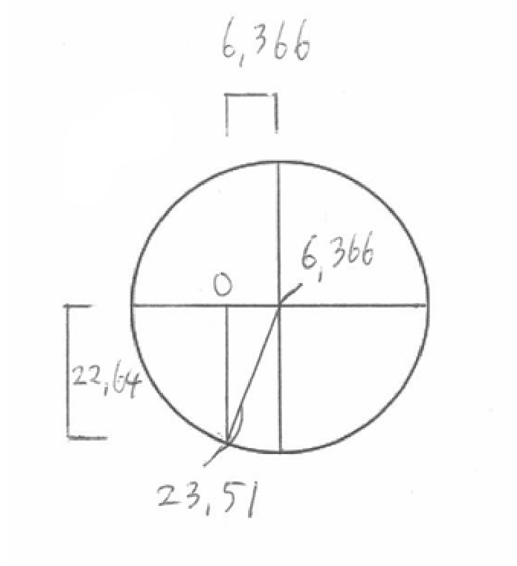


Figure 4: De free body diagram die bij dit probleem hoort.

1. Begrijp het Probleem

De opgave vraagt ons om:

1. De **hoofdspanningen** (σ_1 en σ_2) te berekenen.
2. De **maximale in-plane schuifspanning** te bepalen.

Deze spanningen moeten worden bepaald op een punt aan het oppervlak van een as met een diameter van 150 mm, die onderworpen is aan een trekkracht van 225 kN en een torsiekoppel van $15\,\text{kN}\cdot\text{m}$.

2. Analyseer de Gegeven Informatie

De gegeven krachten en eigenschappen zijn als volgt:

- Trekkracht: $N = 225\,\text{kN} = 225 \times 10^3\,\text{N}$.
- Torsiekoppel: $T = 15\,\text{kN}\cdot\text{m} = 15 \times 10^3\,\text{N}\cdot\text{m}$.
- Diameter van de as: $d = 150\,\text{mm} = 0.15\,\text{m}$.
- Straal van de as: $r = \frac{d}{2} = 0.075\,\text{m}$.

Sectie-eigenschappen:

$$A = \pi \cdot (0.075)^2 = 5.625(10^{-3})\pi\,\text{m}^2,$$
$$J = \frac{\pi}{2} \cdot (0.075)^4 = 49.701(10^{-6})\pi\,\text{m}^4.$$

3. Maak een Plan

- Bereken de normale spanning σ door de axiale kracht te verdelen over de doorsnede.
- Bereken de schuifspanning τ door het torsiekoppel te gebruiken.
- Construeer de Mohrse cirkel om de hoofdspanningen en maximale schuifspanning te bepalen.

4. Los Stapsgewijs op

Normale Spanning

De normale spanning wordt veroorzaakt door de axiale kracht:

$$\sigma = \frac{N}{A} = \frac{225(10^3)}{5.625(10^{-3})\pi} = 12.73\,\text{MPa}.$$

Schuifspanning

De schuifspanning wordt veroorzaakt door het torsiekoppel:

$$\tau = \frac{T \cdot r}{J} = \frac{15 \cdot 10^3 \cdot 0.075}{49.701(10^{-6})} = 22.64\,\text{MPa}.$$

Constructie van de Mohrse Cirkel

Gegeven: $\sigma_x = 0$, $\sigma_y = 12.73\,\text{MPa}$, en $\tau_{xy} = 22.64\,\text{MPa}$. De gemiddelde spanning wordt berekend als:

$$\sigma_{\text{avg}} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = \frac{0 + 12.73}{2} = 6.366\,\text{MPa}.$$

De straal van de Mohrse cirkel is:

$$\begin{aligned} R &= \sqrt{(\sigma_{\text{avg}} - \sigma_x)^2 + \tau_{xy}^2} = \sqrt{(6.366 - 0)^2 + 22.64^2}, \\ &= \sqrt{6.366^2 + 22.64^2} = 23.51\,\text{MPa}. \end{aligned}$$

De hoofdspanningen zijn:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \sigma_{\text{avg}} + R = 6.366 + 23.51 = 29.9\,\text{MPa}, \\ \sigma_2 &= \sigma_{\text{avg}} - R = 6.366 - 23.51 = -17.1\,\text{MPa}. \end{aligned}$$

De maximale in-plane schuifspanning is:

$$\tau_{\max} = R = 23.51\,\text{MPa}.$$

5. Resultaat

- Normale spanning: $\sigma = 12.73\,\text{MPa}$.
- Schuifspanning: $\tau = 22.64\,\text{MPa}$.
- Hoofdspanningen:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= 29.9\,\text{MPa}, \\ \sigma_2 &= -17.1\,\text{MPa}. \end{aligned}$$

- Maximale in-plane schuifspanning:

$$\tau_{\max} = 23.51\,\text{MPa}.$$

6. Conclusie

Deze analyse toont hoe gecombineerde normale en schuifspanningen in een roterende as kunnen worden geanalyseerd met behulp van de Mohrse cirkel. Dit is belangrijk voor het ontwerp van assen in toepassingen zoals helikopters.

Probleem 9-76*

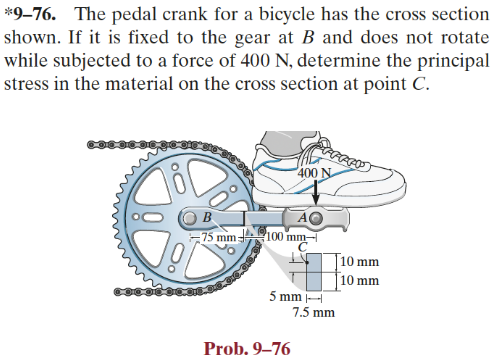

***9–76.** The pedal crank for a bicycle has the cross section shown. If it is fixed to the gear at B and does not rotate while subjected to a force of 400 N, determine the principal stress in the material on the cross section at point C.

Figure 5: Het probleem gekopieerd uit het boek.

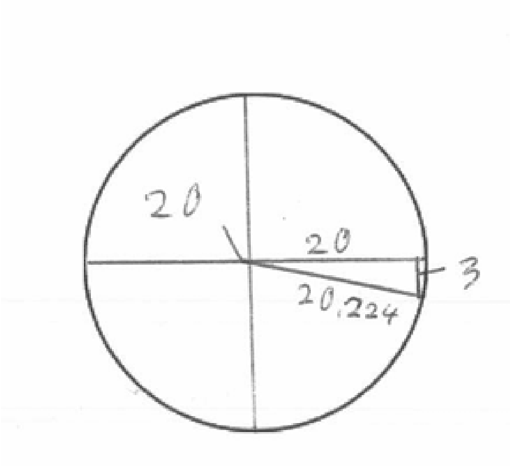


Figure 6: De free body diagram die bij dit probleem hoort.

1. Begrijp het Probleem

De opgave vraagt ons om:

1. De **hoofdspanningen** (σ_1 en σ_2) te bepalen.

De berekeningen moeten worden uitgevoerd op punt C van een pedaalarm, waarbij de gegeven kracht $F = 400\,\text{N}$ werkt op een moment van $M = 40\,\text{N}\cdot\text{m}$.

2. Analyseer de Gegeven Informatie

Sectie-eigenschappen van het pedaal:

- Kracht: $F = 400\,\text{N}$.
- Buigmoment: $M = 40\,\text{N}\cdot\text{m}$.
- Breedte: $b = 7.5\,\text{mm} = 0.0075\,\text{m}$.
- Hoogte: $h = 20\,\text{mm} = 0.020\,\text{m}$.
- Afstand y tot neutrale as: $y = 0.0075\,\text{m}$.

  De doorsnede-eigenschappen worden berekend als volgt:

$$I = \frac{1}{12}\cdot b\cdot h^3 = \frac{1}{12}\cdot(0.0075)\cdot(0.02)^3 = 5(10^{-9})\,\text{m}^4,$$
$$Q_C = \bar{y}'A' = (0.0075)(0.0075)(0.01) = 0.28125(10^{-6})\,\text{m}^3.$$

3. Maak een Plan

- Bereken de normale spanning σ_C veroorzaakt door het buigmoment M.
- Bereken de schuifspanning τ_C veroorzaakt door de dwarskracht V.
- Gebruik de Mohrse cirkel om de hoofdspanningen te berekenen.

4. Los Stapsgewijs op

Normale Spanning

De normale spanning σ_C veroorzaakt door het buigmoment wordt berekend met:

$$\sigma_C = \frac{M\cdot y}{I} = \frac{(-40)\cdot 0.005}{5(10^{-9})} = 40\,\text{MPa}.$$

Schuifspanning

De schuifspanning τ_C veroorzaakt door de dwarskracht V wordt berekend met:

$$\tau_C = \frac{V \cdot Q_C}{I \cdot t} = \frac{400 \cdot 0.28125(10^{-6})}{5(10^{-9}) \cdot 0.0075} = 3\,\text{MPa}.$$

Constructie van de Mohrse Cirkel

Gegeven: $\sigma_x = 40\,\text{MPa}$, $\sigma_y = 0$, $\tau_{xy} = 3\,\text{MPa}$. De gemiddelde spanning is:

$$\sigma_{\text{avg}} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = \frac{40 + 0}{2} = 20\,\text{MPa}.$$

De straal van de Mohrse cirkel is:

$$\begin{aligned} R &= \sqrt{(40 - 20)^2 + 3^2}, \\ &= \sqrt{20^2 + 3^2} = 20.224\,\text{MPa}. \end{aligned}$$

De hoofdspanningen zijn:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \sigma_{\text{avg}} + R = 20 + 20.224 = 40.2\,\text{MPa}, \\ \sigma_2 &= \sigma_{\text{avg}} - R = 20 - 20.224 = -0.224\,\text{MPa}. \end{aligned}$$

5. Resultaat

- Normale spanning: $\sigma_C = 40\,\text{MPa}$.
- Schuifspanning: $\tau_C = 3\,\text{MPa}$.
- Hoofdspanningen:

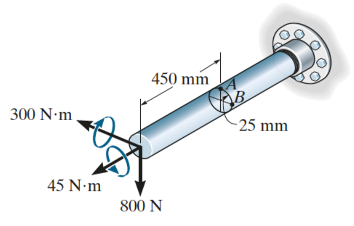
$$\begin{aligned} \sigma_1 &= 40.2\,\text{MPa}, \\ \sigma_2 &= -0.224\,\text{MPa}. \end{aligned}$$

6. Conclusie

De hoofdspanningen op punt C van de pedaalarm zijn berekend met behulp van de Mohrse cirkel. Deze berekeningen zijn essentieel voor de spanningsanalyse en het ontwerp van dit mechanische systeem.

Probleem 9-86

9–86. The solid shaft is subjected to a torque, bending moment, and shear force. Determine the principal stresses at points *A* and *B* and the absolute maximum shear stress.



Prob. 9–86

Figure 7: Het probleem gekopieerd uit het boek.

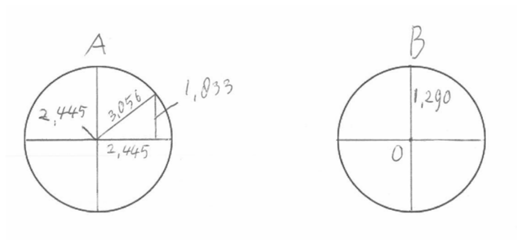


Figure 8: De free body diagram die bij dit probleem hoort.

1. Begrijp het Probleem

De opgave vraagt ons om:

1. De **hoofdspanningen** (σ_1 en σ_2) te berekenen op punten A en B.
2. De **absolute maximale schuifspanning** te bepalen.

De vaste as is onderhevig aan een torsiekoppel, een buigmoment en een dwarskracht zoals gegeven in de opgave.

2. Analyseer de Gegeven Informatie

De gegeven waarden en sectie-eigenschappen zijn:

- Diameter van de as: $d = 0.025\,\text{m}$.
- Moment van traagheid:

$$I_z = \frac{\pi}{4}(d)^4 = 0.306796 \cdot 10^{-6}\,\text{m}^4,$$
$$J = \frac{\pi}{2}(d)^4 = 0.613592 \cdot 10^{-6}\,\text{m}^4.$$

- Dwarskrachtcoëfficiënt Q bij punt B:

$$Q_{A,v} = 0$$
$$Q_{B,y} = \frac{4(0.025)}{3\pi}\left(\frac{1}{2}\pi(0.025)^2\right) = 10.417 \cdot 10^{-6}\,\text{m}^3.$$

- Belastingen:
  - $M_z = 800 \cdot 0.45 - 300 = 60\,\text{N} \cdot \text{m}$.
  - $T = 45\,\text{N} \cdot \text{m}$.
  - $V_y = 800\,\text{N}$.

3. Maak een Plan

1. Bereken de normale spanning σ bij A en B door het buigmoment.
2. Bereken de schuifspanningen τ door torsie en dwarskrachten.
3. Construeer de Mohrse cirkels om de hoofdspanningen en maximale schuifspanningen te bepalen.

4. Los Stapsgewijs op

Normale Spanning

De normale spanning bij A veroorzaakt door het buigmoment:

$$\sigma = -\frac{M_z \cdot y}{I_z}$$
$$\sigma_A = -\frac{-60 \cdot 0.025}{0.306796 \cdot 10^{-6}} = 4.889\,\text{MPa}$$
$$\sigma_B = -\frac{-60 \cdot 0}{0.306796 \cdot 10^{-6}} = 0.$$

Schuifspanningen

De schuifspanning bij A veroorzaakt door torsie:

$$\tau_A = \frac{T \cdot c}{J} = \frac{45 \cdot 0.025}{0.613592 \cdot 10^{-6}} = 1.833\,\text{MPa}.$$

De dwarskrachtcomponent bij B veroorzaakt door afschuifspanning en torsie:

$$\begin{aligned}\tau_B &= \frac{V \cdot Q}{I \cdot t} - \frac{T \cdot \rho}{J}, \\ &= \frac{800 \cdot 10.417 \cdot 10^{-6}}{0.306796 \cdot 10^{-6} \cdot 0.05} - \frac{45 \cdot 0.025}{0.613592 \cdot 10^{-6}}, \\ &= -1.290\,\text{MPa}.\end{aligned}$$

Constructie van de Mohrse Cirkels

Voor punt A: Gegeven: $\sigma_A = 4.889\,\text{MPa}$, $\tau_{A,xz} = -1.833\,\text{MPa}$. De gemiddelde spanning is:

$$\sigma_{\text{avg}} = \frac{\sigma_A + \sigma_B}{2} = \frac{4.889 + 0}{2} = 2.445\,\text{MPa}.$$

De straal van de Mohrse cirkel is:

$$\begin{aligned}R &= \sqrt{(4.889 - 2.445)^2 + (1.833)^2}, \\ &= 3.056\,\text{MPa}.\end{aligned}$$

De hoofdspanningen bij A:

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= \sigma_{\text{avg}} + R = 2.445 + 3.056 = 5.50\,\text{MPa}, \\ \sigma_2 &= \sigma_{\text{avg}} - R = 2.445 - 3.056 = -0.611\,\text{MPa}.\end{aligned}$$

Voor punt B: Gegeven: $\sigma_x = \sigma_y = 0\,\text{MPa}$, $\tau_{xz} = -1.290\,\text{MPa}$. De gemiddelde spanning is:

$$\sigma_{\text{avg}} = \frac{\sigma_B + 0}{2} = 0\,\text{MPa}.$$

De straal van de Mohrse cirkel is:

$$R = \sqrt{0^2 + (-1.290)^2} = 1.290\,\text{MPa}.$$

De hoofdspanningen bij B:

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= 0 + 1.290 = 1.29\,\text{MPa}, \\ \sigma_2 &= 0 - 1.290 = -1.29\,\text{MPa}.\end{aligned}$$

Maximale Absolute Schuifspanning

De maximale schuifspanningen zijn:

$$\begin{aligned}\tau_{\text{max}}^{\text{A}} &= \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = \frac{5.50 - (-0.611)}{2} = 3.06\,\text{MPa}, \\ \tau_{\text{max}}^{\text{B}} &= \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = \frac{1.29 - (-1.29)}{2} = 1.29\,\text{MPa}.\end{aligned}$$

5. Resultaat

- Hoofdspanningen:

$$\begin{aligned} \text{Punt A:} \quad & \sigma_1 = 5.50\,\text{MPa}, \quad \sigma_2 = -0.611\,\text{MPa}, \\ \text{Punt B:} \quad & \sigma_1 = 1.29\,\text{MPa}, \quad \sigma_2 = -1.29\,\text{MPa}. \end{aligned}$$

- Maximale absolute schuifspanning:

$$\begin{aligned} \tau_{\text{max}}^{\text{A}} &= 3.06\,\text{MPa}, \\ \tau_{\text{max}}^{\text{B}} &= 1.29\,\text{MPa}. \end{aligned}$$

6. Conclusie

De hoofdspanningen en maximale schuifspanningen zijn succesvol berekend voor punten A en B. Dit toont het belang van Mohrse cirkels bij complexe spanningsanalyses.

Wat onze studenten zeggen

Ids

Erg goede 1 op 1 bijles van een betrokken studentdocent die goed begrijpt wat belangrijk is aan het vak. Zeker een aanrader om je vak te halen!

Dennis

Voor iedereen aan te raden die wat extra hulp kan gebruiken of een zetje in de goede richting. Paar lessen gedaan voor een belangrijk tentamen wat me niet lag en na fijne en duidelijke uitleg afgerond met een 8.4!

Zelfstudie opgave's

Contents

Probleem 9-45

9–45. Solve Prob. 9–4 using Mohr's circle.

Figure 9: Het probleem gekopieerd uit het boek.

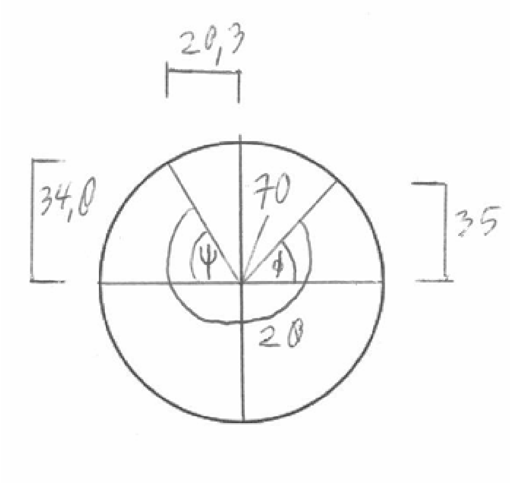


Figure 10: De free body diagram die bij dit probleem hoort.

1. Begrijp het Probleem

De opgave vraagt ons om het probleem 9-4 op te lossen door middel van de Mohrse cirkel. Dit omvat het berekenen van de normale en schuifspanningen (σ'_x, τ'_x) op een vlak dat is geroteerd over een specifieke hoek.

2. Analyseer de Gegeven Informatie

Gegeven waarden:

- $\sigma_x = 90\,\text{MPa}$,
- $\sigma_y = 50\,\text{MPa}$,
- $\tau_{xy} = -35\,\text{MPa}$,
- Rotatiehoek: $2\theta = 300°$.

3. Maak een Plan

1. Bereken het gemiddelde normaalspanningscomponent σ_{avg} en de straal van de Mohrse cirkel R.
2. Bereken de hoek ϕ voor de schuifspanning en de effectieve hoek ψ voor de berekening van de spanningen.
3. Gebruik de parametervorm van de Mohrse cirkel om σ'_x en τ'_x te bepalen.

4. Los Stapsgewijs op

Stap 1: Gemiddelde spanning en straal

De gemiddelde spanning is:

$$\sigma_{\text{avg}} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = \frac{90 + 50}{2} = 70\,\text{MPa}.$$

De straal van de Mohrse cirkel is:

$$\begin{aligned} R &= \sqrt{(\sigma_x - \sigma_{\text{avg}})^2 + \tau_{xy}^2}, \\ &= \sqrt{(90 - 70)^2 + (-35)^2} = 40.311\,\text{MPa}. \end{aligned}$$

Stap 2: Hoeken berekenen

De hoek ϕ wordt berekend als:

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{-35}{20}\right) = -60.255^\circ.$$

De hoek ψ wordt afgeleid van 2θ:

$$\psi = 300^\circ - 180^\circ - 60.255^\circ = 59.745^\circ.$$

Stap 3: Spanningen berekenen

De normale spanning σ'_x is:

$$\begin{aligned}\sigma_{x'} &= \sigma_{\text{avg}} - R\cos\psi,\\ &= 70 - 40.311 \cdot \cos(59.745^\circ) = 49.7\,\text{MPa}.\end{aligned}$$

De schuifspanning τ'_x is:

$$\begin{aligned}\tau_{x'} &= -R\sin\psi,\\ &= -40.311 \cdot \sin 59.745^\circ = -34.8\,\text{MPa}.\end{aligned}$$

5. Resultaat

- Normale spanning op het vlak: $\sigma'_x = 49.7\,\text{MPa}$.
- Schuifspanning op het vlak: $\tau'_x = -34.8\,\text{MPa}$.

6. Conclusie

De normale en schuifspanningen zijn berekend met behulp van de Mohrse cirkel. Dit laat zien hoe deze grafische methode effectief spanningen in een geroteerd coördinatensysteem kan berekenen.

Probleem 9-65

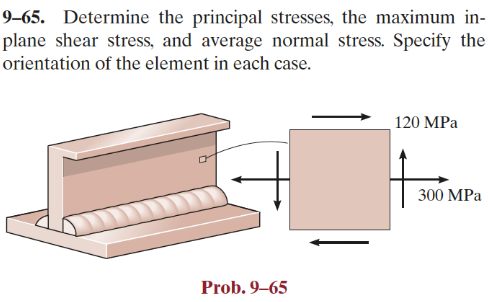


Figure 11: Het probleem gekopieerd uit het boek.

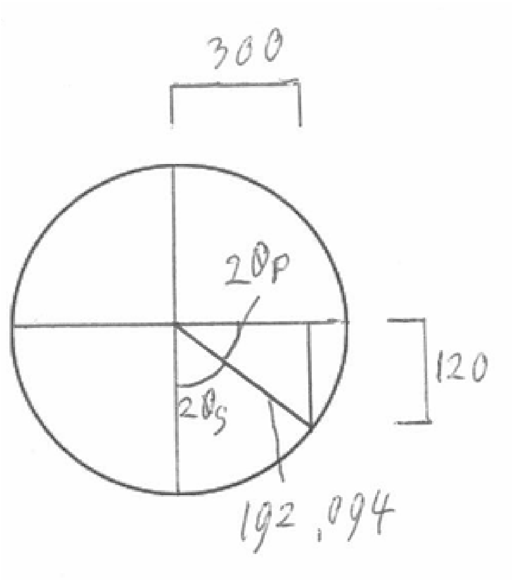


Figure 12: De free body diagram die bij dit probleem hoort.

1. Begrijp het Probleem

De opgave vraagt ons om:

1. De **hoofdspanningen** (σ_1 en σ_2) te bepalen.
2. De **maximale in-plane schuifspanning** en gemiddelde normale spanning te berekenen.
3. De oriëntatie van het element in elk geval te specificeren.

Gegeven spanningen:

- $\sigma_x = 300\,\text{MPa}$,
- $\sigma_y = 0\,\text{MPa}$,
- $\tau_{xy} = 120\,\text{MPa}$.

2. Analyseer de Gegeven Informatie

We gebruiken de volgende formules:

$$\sigma_{\text{avg}} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2},$$
$$R = \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + \tau_{xy}^2},$$
$$\sigma_1, \sigma_2 = \sigma_{\text{avg}} \pm R,$$
$$\tau_{\max} = R.$$

3. Maak een Plan

- Bereken de gemiddelde spanning σ_{avg}.
- Bepaal de straal van de Mohrse cirkel R.
- Bereken de hoofdspanningen σ_1 en σ_2.
- Bereken de maximale in-plane schuifspanning $\tau_{\max}$.
- Bepaal de oriëntatiehoeken θ_p en θ_s voor respectievelijk de hoofd- en maximale schuifspanningen.

4. Los Stapsgewijs op

Stap 1: Gemiddelde spanning en straal

De gemiddelde spanning is:

$$\sigma_{\text{avg}} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = \frac{300 + 0}{2} = 150\,\text{MPa}.$$

De straal van de Mohrse cirkel is:

$$\begin{aligned} R &= \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}, \\ &= \sqrt{\left(\frac{300 - 0}{2}\right)^2 + 120^2} = 192.094\,\text{MPa}. \end{aligned}$$

Stap 2: Hoofdspanningen

De hoofdspanningen zijn:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \sigma_{\text{avg}} + R = 150 + 192.094 = 342\,\text{MPa}, \\ \sigma_2 &= \sigma_{\text{avg}} - R = 150 - 192.094 = -42.1\,\text{MPa}. \end{aligned}$$

Stap 3: Maximale in-plane schuifspanning

De maximale in-plane schuifspanning is:

$$\tau_{\text{max}} = R = 192.094\,\text{MPa}.$$

Stap 4: Oriëntatiehoeken

De oriëntatiehoek voor de hoofdspanningen is:

$$\begin{aligned} \tan(2\theta_p) &= \frac{\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_{avg}} = \frac{120}{300 - 150} = 0.8, \\ \theta_p &= \frac{\tan^{-1}(0.8)}{2} = 19.3^\circ \text{ (tegen de klok in)}. \end{aligned}$$

De oriëntatiehoek voor de maximale schuifspanning is:

$$\begin{aligned} \tan(2\theta_s) &= \frac{\sigma_x - \sigma_y}{\tau_{xy}} = \frac{300 - 150}{120} = 1.25, \\ \theta_S &= \frac{\tan^{-1}(1.25)}{2} = 25.7^\circ \text{ (met de klok mee)}. \end{aligned}$$

5. Resultaat

- Hoofdspanningen:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= 342\,\text{MPa}, \\ \sigma_2 &= -42.1\,\text{MPa}. \end{aligned}$$

- Maximale in-plane schuifspanning:

$$\tau_{\text{max}} = 192.094\,\text{MPa}.$$

- Gemiddelde spanning:

$$\sigma_{\text{avg}} = 150\,\text{MPa}.$$

- Oriëntatiehoeken:

$$\begin{aligned} \theta_p &= 19.3^\circ \text{ (tegen de klok in)}, \\ \theta_s &= 25.7^\circ \text{ (met de klok mee)}. \end{aligned}$$

6. Conclusie

De hoofdspanningen, maximale in-plane schuifspanningen en oriëntaties zijn berekend met behulp van de Mohrse cirkel. Deze berekeningen zijn essentieel om spanningen in een element correct te begrijpen.

Probleem 9-68*

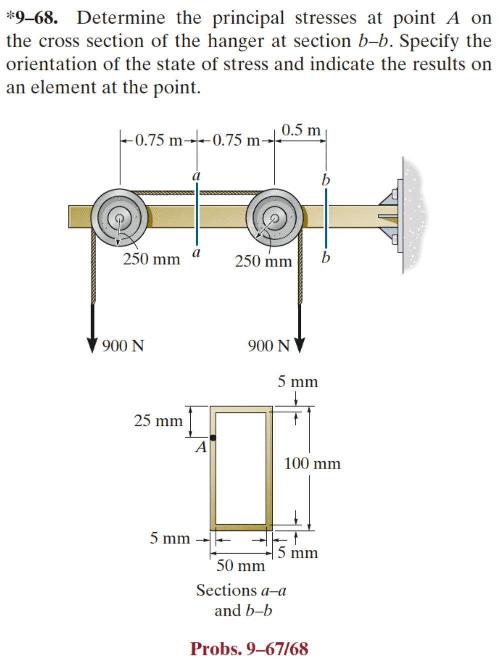


Figure 13: Het probleem gekopieerd uit het boek.

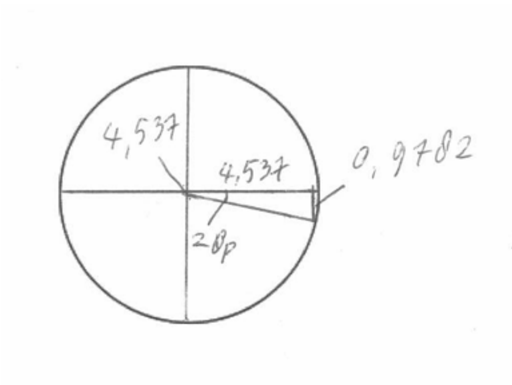


Figure 14: De free body diagram die bij dit probleem hoort.

1. Begrijp het Probleem

De opgave vraagt ons om:

1. De **hoofdspanningen** (σ_1 en σ_2) te berekenen bij punt A.
2. De oriëntatie van het vlak met de hoofdspanningen te bepalen.
3. Het resultaat van de spanningen weer te geven op een element.

Gegeven:

- Axiale kracht: $N = 900\,\text{N}$.
- Dwarskracht: $V = 900\,\text{N}$.
- Buigmoment: $M = 675\,\text{N}\cdot\text{m}$.
- Geometrische eigenschappen van de doorsnede:

$$\begin{aligned} A &= 0.05(0.1) - 0.04(0.09) = 1.4\cdot 10^{-3}\,\text{m}^2, \\ I &= \frac{1}{12}(0.05)(0.1^3) - \frac{1}{12}(0.04)(0.09^3) = 1.7367\cdot 10^{-6}\,\text{m}^4, \\ Q_A &= 2\bar{y}_1' A_1' + \bar{y}_2' A_2' \\ &= 2[0.0375(0.025)(0.005)] + 0.0475(0.005)(0.04) \\ &= 18.875\cdot 10^{-6}\,\text{m}^3 \end{aligned}$$

2. Analyseer de Gegeven Informatie

We gebruiken de volgende formules:

- Normale spanning: $\sigma_A = \frac{N}{A} + \frac{M\cdot y_A}{I}$.
- Schuifspanning: $\tau_A = \frac{V\cdot Q_A}{I\cdot t}$.

- Hoofdspanningen: $\sigma_{\text{avg}} \pm R$, waarbij:

$$\sigma_{\text{avg}} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2},$$
$$R = \sqrt{(\sigma_x - \sigma_{avg})^2 + \tau_{xy}^2}.$$

3. Maak een Plan

1. Bereken de normale spanning σ_A en de schuifspanning τ_A.
2. Construeer de Mohrse cirkel door σ_{avg} en R te bepalen.
3. Bereken de hoofdspanningen σ_1 en σ_2.
4. Bepaal de oriëntatiehoek θ_p voor het vlak met de hoofdspanningen.

4. Los Stapsgewijs op

Stap 1: Normale en Schuifspanningen

De normale spanning σ_A is:

$$\begin{aligned}\sigma_A &= \frac{N}{A} + \frac{M \cdot y}{I}, \\ &= -\frac{900}{1.4 \cdot 10^{-3}} + \frac{675 \cdot 0.025}{1.7367 \cdot 10^{-6}} = 9.074\,\text{MPa}.\end{aligned}$$

De schuifspanning τ_A is:

$$\begin{aligned}\tau_A &= \frac{V \cdot Q_A}{I \cdot t}, \\ &= \frac{900 \cdot 18.875 \cdot 10^{-6}}{1.7367 \cdot 10^{-6} \cdot 0.01} = 0.9782\,\text{MPa}.\end{aligned}$$

Stap 2: Constructie van de Mohrse Cirkel

De gemiddelde spanning is:

$$\sigma_{\text{avg}} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = \frac{9.074 + 0}{2} = 4.537\,\text{MPa}.$$

De straal van de Mohrse cirkel is:

$$\begin{aligned}R &= \sqrt{(\sigma_x - \sigma_{\text{avg}})^2 + \tau_{xy}^2}, \\ &= \sqrt{(9.074 - 4.537)^2 + (0.9782)^2}, \\ &= 4.641\,\text{MPa}.\end{aligned}$$

Stap 3: Hoofdspanningen

De hoofdspanningen zijn:

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= \sigma_{\text{avg}} + R = 4.537 + 4.641 = 9.18\,\text{MPa}, \\ \sigma_2 &= \sigma_{\text{avg}} - R = 4.537 - 4.641 = -0.104\,\text{MPa}.\end{aligned}$$

Stap 4: Oriëntatiehoek

De oriëntatiehoek θ_p is:

$$\begin{aligned}\tan(2\theta_p) &= \frac{\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_{\text{avg}}} = \frac{0.9782}{9.074 - 4.537} = 0.2156, \\ \theta_p &= \frac{\tan^{-1}(0.2156)}{2} = 6.08^\circ \text{ (tegen de klok in)}\end{aligned}$$

5. Resultaat

- Hoofdspanningen:

$$\sigma_1 = 9.18\,\text{MPa},$$
$$\sigma_2 = -0.104\,\text{MPa}.$$

- Oriëntatiehoek:

$$\theta_p = 6.08^\circ \text{ (tegen de klok in)}.$$

6. Conclusie

De berekeningen tonen de hoofdspanningen en hun bijbehorende oriëntatie aan punt A van de hanger. De resultaten zijn belangrijk voor spanningsanalyses in mechanische systemen.

Wat onze studenten zeggen

Youri

Erg goede bijlessen, hij loopt alles goed samen met je door. En heeft daarbij perfect balans tussen jezelf laten nadenken en uitvogelen, en ondersteunend de opdracht door gaan. Zeker aan te raden :)

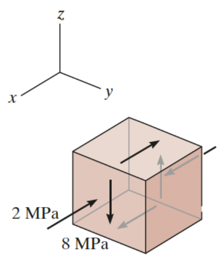
Jetske

Via Studiehalen.nl werd ik gekoppeld aan een student die mij echt supergoed geholpen heeft waardoor ik nu veel meer vertrouwen heb dat ik mijn tentamen ga halen!

Studiehalen.nl

Probleem 9-82

9–82. The stress at a point is shown on the element. Determine the principal stress and the absolute maximum shear stress.



Prob. 9–82

Figure 15: Het probleem gekopieerd uit het boek.

1. Begrijp het Probleem

De opgave vraagt ons om:

1. De **hoofdspanningen** (σ_1 en σ_2) te berekenen.
2. De **absolute maximale schuifspanning** te bepalen.

De spanningen worden gegeven voor een element in het x-z-vlak met de volgende waarden:

- $\sigma_x = -2\,\text{MPa}$,
- $\sigma_z = 0\,\text{MPa}$,
- $\tau_{xz} = 8\,\text{MPa}$.

2. Analyseer de Gegeven Informatie

De belangrijkste formules voor deze berekening zijn:

$$\begin{aligned}
\sigma_{\text{avg}} &= \frac{\sigma_x + \sigma_z}{2}, \\
R &= \sqrt{(\sigma_x - \sigma_{avg})^2 + \tau_{xz}^2}, \\
\sigma_1, \sigma_2 &= \sigma_{\text{avg}} \pm R, \\
\tau_{\text{abs max}} &= \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}.
\end{aligned}$$

3. Maak een Plan

1. Bereken de gemiddelde spanning σ_{avg} en de straal van de Mohrse cirkel R.
2. Gebruik de Mohrse cirkel om de hoofdspanningen σ_1 en σ_2 te bepalen.
3. Bereken de absolute maximale schuifspanning $\tau_{\text{abs max}}$.

4. Los Stapsgewijs op

Stap 1: Gemiddelde spanning en straal

De gemiddelde spanning is:

$$\sigma_{\text{avg}} = \frac{\sigma_x + \sigma_z}{2} = \frac{-2+0}{2} = -1\,\text{MPa}.$$

De straal van de Mohrse cirkel is:

$$R = \sqrt{\left((-2) - (-1)\right)^2 + 8^2} = \sqrt{65}\,\text{MPa}.$$

Stap 2: Hoofdspanningen

De hoofdspanningen zijn:

$$\sigma_1 = \sigma_{\text{avg}} + R = -1 + \sqrt{65} = 7.062\,\text{MPa},$$
$$\sigma_2 = \sigma_{\text{avg}} - R = -1 - \sqrt{65} = -9.062\,\text{MPa}.$$

Stap 3: Absolute maximale schuifspanning

De absolute maximale schuifspanning is:

$$\begin{aligned}\tau_{\text{abs max}} &= \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}, \\ &= \frac{7.062 - (-9.062)}{2} = \frac{7.062 + 9.062}{2} = 8.06\,\text{MPa}.\end{aligned}$$

5. Resultaat

- Hoofdspanningen:

$$\sigma_1 = 7.06\,\text{MPa},$$
$$\sigma_2 = -9.06\,\text{MPa}.$$

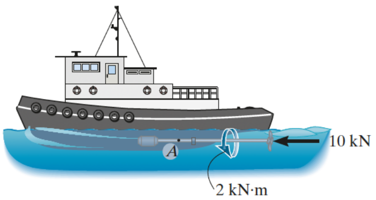
- Absolute maximale schuifspanning:

$$\tau_{\text{abs max}} = 8.06\,\text{MPa}.$$

6. Conclusie

De hoofdspanningen en de absolute maximale schuifspanning zijn berekend met behulp van de Mohrse cirkel. Deze waarden geven belangrijke inzichten in de spanningsverdeling in het element.

Probleem R9-7



R9–7. The propeller shaft of the tugboat is subjected to the compressive force and torque shown. If the shaft has an inner diameter of 100 mm and an outer diameter of 150 mm, determine the principal stresses at a point A located on the outer surface.

Prob. R9–7

Figure 16: Het probleem gekopieerd uit het boek.

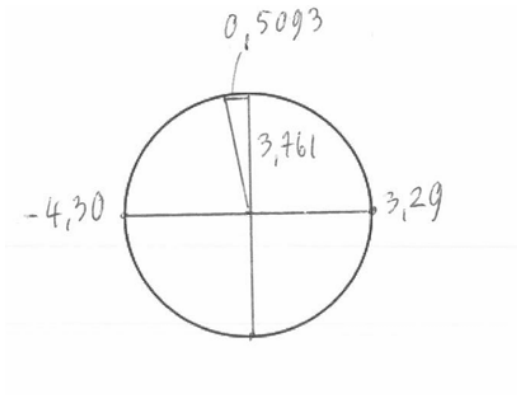


Figure 17: De free body diagram die bij dit probleem hoort.

1. Begrijp het Probleem

De opgave vraagt ons om:

1. De **hoofdspanningen** (σ_1 en σ_2) te berekenen bij punt A op de buitenste oppervlakte van de schroefas.
2. De toestand van spanning op een element te illustreren.

Gegeven:

- Axiale kracht: $N = 10\,\text{kN}$.
- Torsiemoment: $T = 2\,\text{kN} \cdot \text{m}$.
- Buitendiameter: $d_{\text{buiten}} = 150\,\text{mm} = 0.15\,\text{m}$.
- Binnendiameter: $d_{\text{binnen}} = 100\,\text{mm} = 0.10\,\text{m}$.

2. Analyseer de Gegeven Informatie

Sectie-eigenschappen:

$$A = \pi \cdot \left(0.075^2 - 0.05^2\right) = 3.125\pi \cdot 10^{-3}\,\text{m}^2,$$
$$J = \frac{\pi}{2} \cdot \left(0.075^4 - 0.05^4\right) = 12.695\pi \cdot 10^{-6}\,\text{m}^4.$$

De normale spanning wordt berekend met:

$$\sigma_x = \frac{N}{A}.$$

De schuifspanning wordt veroorzaakt door het torsiemoment:

$$\tau_{xy} = \frac{T \cdot r}{J}.$$

De hoofdspanningen worden berekend met de Mohrse cirkel:

$$\sigma_{\text{avg}} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2},$$
$$R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2},$$
$$\sigma_1, \sigma_2 = \sigma_{\text{avg}} \pm R.$$

3. Maak een Plan

1. Bereken de normale spanning σ_x en de schuifspanning τ_{xy}.
2. Construeer de Mohrse cirkel door σ_{avg} en R te bepalen.
3. Bereken de hoofdspanningen σ_1 en σ_2.

4. Los Stapsgewijs op

Interne Belastingen:

$$\Sigma F_x = 0; \quad 10 - N = 0 \quad \Longrightarrow \quad N = 10\,\text{kN}$$

$$\Sigma M_x = 0; \quad T - 2 = 0 \quad \Longrightarrow \quad T = 2\,\text{kN} \cdot \text{m}$$

Doorsnede-eigenschappen: De doorsnede-oppervlakte en het polaire traagheidsmoment van de doorsnede van de schroefas zijn

$$A = \pi \left(0.075^2 - 0.05^2\right) = 3.125\,\pi\,(10^{-3})\ \text{m}^2$$

$$J = \frac{\pi}{2}\left(0.075^4 - 0.05^4\right) = 12.6953125\,\pi\,(10^{-6})\ \text{m}^4$$

Normale en Schuifspanning: De normale spanning wordt alleen veroorzaakt door axiale spanning.

$$\sigma_A = \frac{N}{A} = \frac{10\,(10^3)}{3.125\,\pi\,(10^{-3})} = -1.019\ \text{MPa}$$

De schuifspanning wordt alleen veroorzaakt door torsieschuifspanning.

$$\tau_A = \frac{Tc}{J} = \frac{2\,(10^3)\,(0.075)}{12.6953125\,\pi\,(10^{-6})} = 3.761\ \text{MPa}$$

Constructie van de Cirkel: $\sigma_x = -1.019$ MPa, $\sigma_y = 0$, $\tau_{xy} = -3.761$ MPa.
Dus,

$$\sigma_{\text{gem}} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = \frac{-1.019 + 0}{2} = -0.5093\ \text{MPa}$$

De coördinaten van referentiepunt A en het middelpunt C van de cirkel zijn

$$A(-1.019,\ -3.761) \quad C(-0.5093,\ 0)$$

De straal van de cirkel is dus

$$R = CA = \sqrt{\left[-1.019 - (-0.5093)\right]^2 + (-3.761)^2} = 3.795\ \text{MPa}$$

Hoofdspanningen in het vlak: De coördinaten van referentiepunten B en D vertegenwoordigen respectievelijk σ_1 en σ_2.

$$\sigma_1 = -0.5093 + 3.795 = 3.29\ \text{MPa}$$

$$\sigma_2 = -0.5093 - 3.795 = -4.30\ \text{MPa}$$

5. Resultaat

- Hoofdspanningen:

$$\sigma_1 = 3.29\,\text{MPa},$$
$$\sigma_2 = -4.30\,\text{MPa}.$$

- Oriëntatie van het element:

$$\theta_p = \arctan\left(\frac{\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_{\text{avg}}}\right).$$

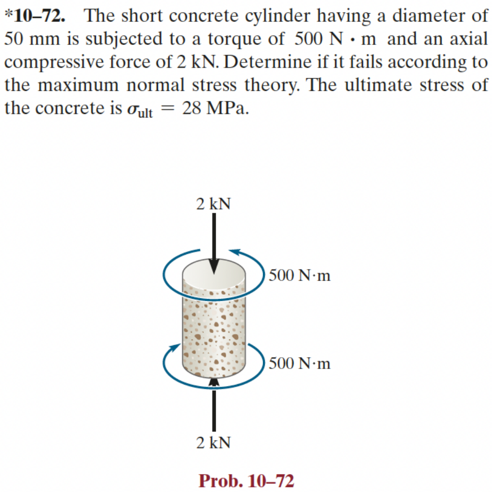
6. Conclusie

De hoofdspanningen en de oriëntatie zijn berekend met behulp van de Mohrse cirkel. Deze waarden zijn essentieel voor het spanningsontwerp van de schroefas.

Werkcollege 16

Contents

Probleem 10-72



*10–72. The short concrete cylinder having a diameter of 50 mm is subjected to a torque of 500 N · m and an axial compressive force of 2 kN. Determine if it fails according to the maximum normal stress theory. The ultimate stress of the concrete is $\sigma_{ult} = 28$ MPa.

Prob. 10–72

Figure 18: Het probleem gekopieerd uit het boek.

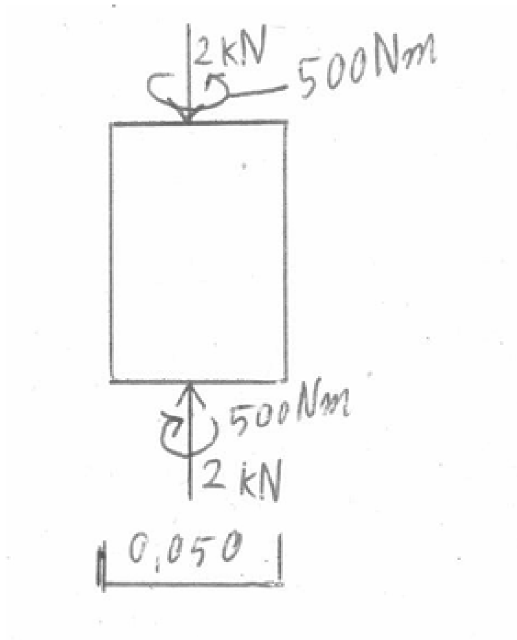


Figure 19: De free body diagram die bij dit probleem hoort.

1. Begrijp het Probleem

We moeten bepalen of een korte betonnen cilinder faalt onder de gegeven belastingen volgens de maximale normale spanningscriterium. De gegevens zijn:

- Diameter van de cilinder: $d = 50\,\text{mm}$
- Torsiemoment: $T = 500\,\text{N·m}$
- Axiale drukkracht: $P = 2\,\text{kN}$
- Maximale toegestane normale spanning: $\sigma_{\text{ult}} = 28\,\text{MPa}$

We moeten bepalen:

- De maximale en minimale hoofdspanningen σ_1 en σ_2.
- Controleren of $|\sigma_1|$ of $|\sigma_2|$ groter is dan σ_{ult}.

2. Analyseer de Gegeven Informatie

Bereken de geometrische eigenschappen van de cilinder:

$$A = \frac{\pi}{4}d^2 = \frac{\pi}{4}(0.05)^2\,\text{m}^2 = 1.9635 \times 10^{-3}\,\text{m}^2,$$
$$J = \frac{\pi}{2}r^4 = \frac{\pi}{2}(0.025)^4\,\text{m}^4 = 0.61359 \times 10^{-4}\,\text{m}^4.$$

Bereken de krachten en spanningen:

- Axiale spanning: $\sigma = \frac{P}{A}$,
- Schuifspanning door torsie: $\tau = \frac{Tc}{J}$, waarbij $c = \frac{d}{2}$.

3. Maak een Plan

1. Bereken σ en τ. 2. Gebruik de spanningen om de hoofdspanningen σ_1 en σ_2 te bepalen met:

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}.$$

3. Controleer de maximale hoofdspanning tegen σ_{ult}.

4. Los Stapsgewijs op

Stap 1: Axiale spanning

$$\begin{aligned}\sigma &= \frac{P}{A} = \frac{2000}{1.9635 \times 10^{-3}}\,\text{Pa} \\ &= 1.019\,\text{MPa}\,(\text{druk}).\end{aligned}$$

Stap 2: Schuifspanning door torsie

$$\begin{aligned}\tau &= \frac{Tc}{J} = \frac{500 \times 0.025}{0.61359 \times 10^{-4}}\,\text{Pa} \\ &= 20.372\,\text{MPa}.\end{aligned}$$

Stap 3: Hoofdspanningen

$$\begin{aligned}
\sigma_x &= 0, \quad \sigma_y = -1.019\,\text{MPa}, \quad \tau_{xy} = 20.372\,\text{MPa}, \\
\sigma_{1,2} &= \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}, \\
\sigma_{1,2} &= \frac{0 - 1.019}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{0 + 1.019}{2}\right)^2 + (20.372)^2}, \\
\sigma_{1,2} &= -0.5095 \pm \sqrt{(-0.5095)^2 + 20.372^2}, \\
\sigma_{1,2} &= -0.5095 \pm 20.378\,\text{MPa}, \\
\sigma_1 &= 19.87\,\text{MPa}, \quad \sigma_2 = -20.89\,\text{MPa}.
\end{aligned}$$

5. Resultaat

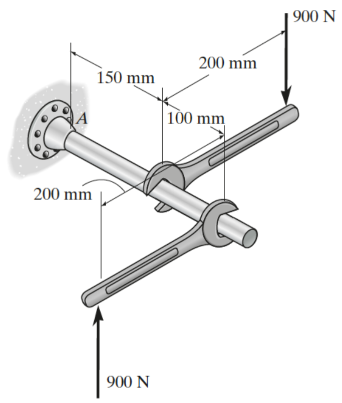
- $|\sigma_1| = 19.87\,\text{MPa} < 28\,\text{MPa}\,(\text{OK})$,
- $|\sigma_2| = 20.89\,\text{MPa} < 28\,\text{MPa}\,(\text{OK})$.

De cilinder faalt niet volgens het maximale normale spanningscriterium.

6. Conclusie

De cilinder doorstaat de gegeven belasting zonder te falen. Het belangrijkste inzicht is dat de gecombineerde werking van axiale spanning en schuifspanning correct moet worden geanalyseerd met de hoofdspanningenformules.

Probleem 10-87



10–87. If the A-36 steel pipe has outer and inner diameters of 30 mm and 20 mm, respectively, determine the factor of safety against yielding of the material at point A according to the maximum shear stress theory.

***10–88.** If the A-36 steel pipe has an outer and inner diameter of 30 mm and 20 mm, respectively, determine the factor of safety against yielding of the material at point A according to the maximum distortion energy theory.

Probs. 10–87/88

Figure 20: Het probleem gekopieerd uit het boek.

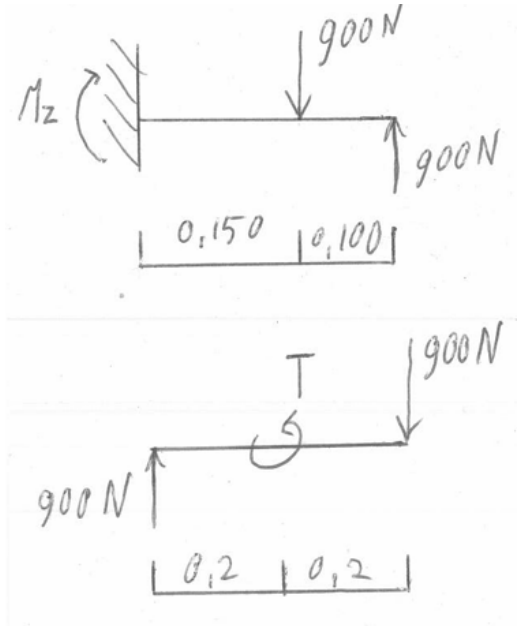


Figure 21: De free body diagram die bij dit probleem hoort.

1. Begrijp het Probleem

We moeten de factor van veiligheid ($F.S.$) bepalen voor een A-36 stalen buis bij punt A onder de gegeven belasting. De maximale schuifspanningscriterium wordt gebruikt om te bepalen of de buis faalt.

De gegevens zijn:

- Buitenste diameter: $D_o = 30\,\text{mm}$,
- Binnenste diameter: $D_i = 20\,\text{mm}$,
- Torsiemoment: $T = 360\,\text{N·m}$,
- Buigmoment: $M_z = 90\,\text{N·m}$,
- Maximale toegestane schuifspanning voor A-36 staal: $\tau_{\text{ult}} = \frac{\sigma_{\text{ult}}}{2} = \frac{250}{2} = 125\,\text{MPa}$,
- Maximale toegestane normale spanning: $\sigma_{\text{ult}} = 250\,\text{MPa}$.

2. Analyseer de Gegeven Informatie

Bereken de geometrische eigenschappen van de buis:

$$I_z = \frac{\pi}{4}\left(R_o^4 - R_i^4\right) = \frac{\pi}{4}\left(0.015^4 - 0.01^4\right)\ \text{m}^4,$$
$$J = \frac{\pi}{2}\left(R_o^4 - R_i^4\right) = \frac{\pi}{2}\left(0.015^4 - 0.01^4\right)\ \text{m}^4.$$

Bereken de normale en schuifspanningen:

- Normale spanning door buiging: $\sigma_y = -\frac{M_z y}{I_z}$,
- Schuifspanning door torsie: $\tau = \frac{Tc}{J}$, waarbij $c = R_o$.

3. Maak een Plan

1. Bereken I_z en J. 2. Bepaal σ_y en τ. 3. Gebruik de spanningen om de hoofdspanningen σ_1 en σ_2 te berekenen.
4. Bepaal de maximale schuifspanning $\tau_{\max}$ met:

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}.$$

5. Bereken de factor van veiligheid:

$$FS = \frac{\tau_{\text{ult}}}{\tau_{\max}}.$$

4. Los Stapsgewijs op

Stap 1: Bereken I_z en J

$$I_z = \frac{\pi}{4}\left(0.015^4 - 0.01^4\right) = 10.15625\pi \times 10^{-9}\,\text{m}^4,$$
$$J = \frac{\pi}{2}\left(0.015^4 - 0.01^4\right) = 20.3125\pi \times 10^{-9}\,\text{m}^4.$$

Stap 2: Normale spanning door buiging

$$\sigma_y = -\frac{M_z y}{I_z} = -\frac{90 \times 0.015}{10.15625\pi \times 10^{-9}}\,\text{Pa},$$
$$\sigma_y = -42.31\,\text{MPa}.$$

Stap 3: Schuifspanning door torsie

$$\tau = \frac{Tc}{J} = \frac{360 \times 0.015}{20.3125\pi \times 10^{-9}}\,\text{Pa},$$
$$\tau = 84.62\,\text{MPa}.$$

Stap 4: Hoofdspanningen

$$\sigma_x = 0, \quad \sigma_y = -42.31\,\text{MPa}, \quad \tau_{xy} = 84.62\,\text{MPa},$$
$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2},$$
$$\sigma_{1,2} = \frac{0 - 42.31}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{0 + 42.31}{2}\right)^2 + (84.62)^2},$$
$$\sigma_{1,2} = -21.16 \pm \sqrt{(-21.16)^2 + 84.62^2},$$
$$\sigma_1 = 66.07\,\text{MPa}, \quad \sigma_2 = -108.38\,\text{MPa}.$$

Stap 5: Factor van veiligheid

Volgens de maximale schuifspanningscriteria geldt:

$$|\sigma_1 - \sigma_2| = \sigma_{\text{allow}},$$

$$\sigma_{\text{allow}} = 66.07 - (-108.38) = 174.45\,\text{MPa}.$$

De factor van veiligheid is:

$$FS = \frac{\sigma_Y}{\sigma_{\text{allow}}} = \frac{250}{174.45} = 1.43.$$

5. Resultaat

- Schuifspanning: $\tau_{\max} = 84.62\,\text{MPa}$,
- Toelaatbare spanning: $\sigma_{\text{allow}} = 174.45\,\text{MPa}$,
- Factor van veiligheid: $FS = 1.43$.

6. Conclusie

De factor van veiligheid is $FS = 1.43$. Dit betekent dat de stalen buis veilig is tegen falen onder de gegeven belasting volgens het maximale schuifspanningscriterium.

Probleem 11-1

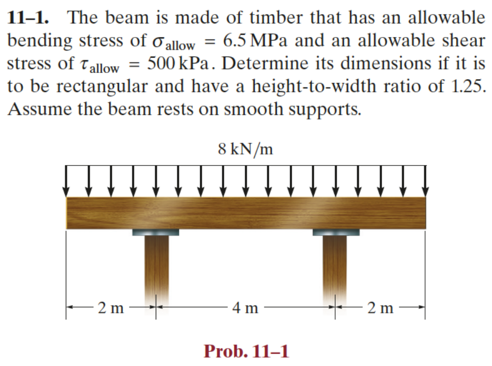

11–1. The beam is made of timber that has an allowable bending stress of $\sigma_{\text{allow}} = 6.5\,\text{MPa}$ and an allowable shear stress of $\tau_{\text{allow}} = 500\,\text{kPa}$. Determine its dimensions if it is to be rectangular and have a height-to-width ratio of 1.25. Assume the beam rests on smooth supports.

Figure 22: Het probleem gekopieerd uit het boek.

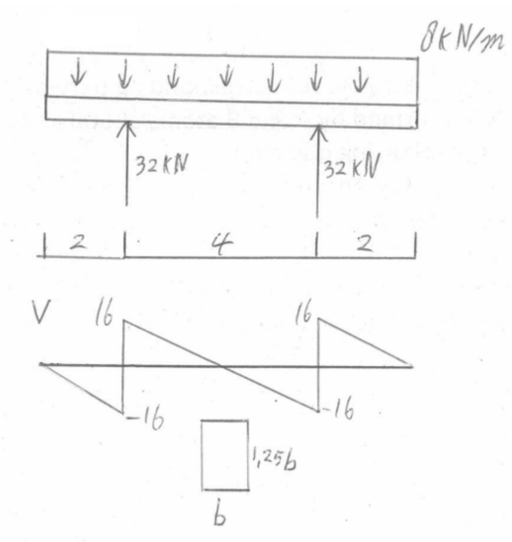


Figure 23: De free body diagram die bij dit probleem hoort.

1. Begrijp het Probleem

De balk is gemaakt van hout en heeft een toegestane buigspanning van $\sigma_{\text{allow}} = 6.5\,\text{MPa}$ en een toegestane schuifspanning van $\tau_{\text{allow}} = 500\,\text{kPa}$. Bepaal de afmetingen van de rechthoekige doorsnede (b en h) met een hoogte-breedte-verhouding van 1.25. Neem aan dat de balk rust op gladde steunen.

2. Analyseer de Gegeven Informatie

De balk is rechthoekig, en de sectie-eigenschappen worden gegeven door:

$$I_x = \frac{1}{12}b(1.25b)^3 = 0.16276b^4,$$
$$Q_{\text{max}} = \bar{y}A' = (0.3125b)\,(0.625b)\,(b) = 0.1953125b^3.$$

Neem aan dat het maximale buigmoment bepalend is voor het ontwerp:

$$M_{\text{max}} = 16\,\text{kN·m}.$$

De maximale dwarskracht is bij de oplegging:

$$V = wL = 8 \times 2 = 16\,\text{kN}.$$

3. Los Stapsgewijs op

Stap 1: Bepaal b en h vanuit Buigspanning

De buigspanning wordt gegeven door:

$$\sigma_{\text{allow}} = \frac{M_{\text{max}}c}{I_x}, \quad \text{waarbij } c = \frac{h}{2}.$$

Substitueer de waarden:

$$6.5 \times 10^6 = \frac{16 \times 10^3(0.625b)}{0.16276b^4},$$
$$b^3 = \frac{16 \times 10^3(0.625)}{6.5 \times 10^6(0.16276)},$$
$$b^3 = 0.00945\,\text{m}^3,$$
$$b = 0.21143 = 211\,\text{mm}.$$

De hoogte h is:

$$h = 1.25b = 1.25 \times 211 = 264\,\text{mm}.$$

Stap 2: Controle van Schuifspanning

Bereken $Q_{\max}$ en I_x opnieuw met de gevonden afmetingen:

$$Q_{\max} = 0.1953125b^3 = 0.1953125(0.211)^3 = 1.846159 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}^3,$$
$$I_x = 0.16276b^4 = 0.16276(0.211)^4 = 0.325248 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}^4.$$

De schuifspanning wordt berekend met:

$$\tau = \frac{VQ_{\max}}{I_x t},$$

waarbij $t = b$:

$$\tau = \frac{16 \times 10^3 \times 1.846159 \times 10^{-3}}{0.325248 \times 10^{-3} \times 0.211},$$
$$\tau = 429\,\mathrm{kPa}.$$

4. Resultaat

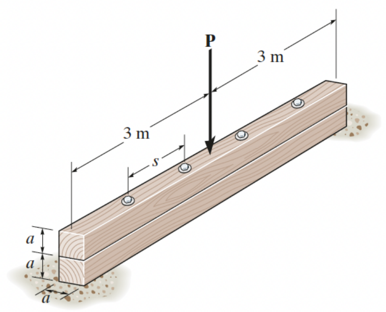
- Breedte: $b = 211\,\mathrm{mm}$,
- Hoogte: $h = 264\,\mathrm{mm}$,
- Schuifspanning: $\tau = 429\,\mathrm{kPa}$,
- $\tau < \tau_{\mathrm{allow}} = 500\,\mathrm{kPa}$ (OK).

5. Conclusie

De afmetingen van de balk zijn $b = 211\,\mathrm{mm}$ en $h = 264\,\mathrm{mm}$. De berekende schuifspanning ($\tau = 429\,\mathrm{kPa}$) blijft binnen de toegestane limiet. Dit betekent dat de balk veilig is onder de gegeven belasting.

Probleem 11-26

11–26. The simply supported beam supports a load of $P = 16$ kN. Determine the smallest dimension a of each timber if the allowable bending stress for the wood is $\sigma_{\text{allow}} = 30$ MPa and the allowable shear stress is $\tau_{\text{allow}} = 800$ kPa. Also, if each bolt can sustain a shear of 2.5 kN, determine the spacing s of the bolts at the calculated dimension a.



Prob. 11–26

Figure 24: Het probleem gekopieerd uit het boek.

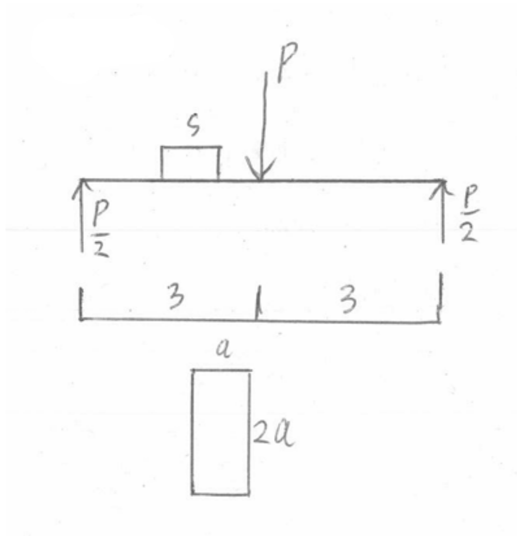


Figure 25: De free body diagram die bij dit probleem hoort.

1. Begrijp het Probleem

- **Probleemstelling:** Een balk, ondersteund aan beide uiteinden, draagt een belasting $P = 16\,\text{kN}$. Bepaal:
  - De minimale dimensie a van het hout, rekening houdend met een toelaatbare buigspanning $\sigma_{\text{allow}} = 30\,\text{MPa}$ en een toelaatbare schuifspanning $\tau_{\text{allow}} = 800\,\text{kPa}$.
  - De benodigde afstand tussen bouten s, als elke bout maximaal $2.5\,\text{kN}$ kan weerstaan.
- **Gegeven gegevens:**
  - $P = 16\,\text{kN} = 16 \times 10^3\,\text{N}$
  - $\sigma_{\text{allow}} = 30\,\text{MPa} = 30 \times 10^6\,\text{Pa}$
  - $\tau_{\text{allow}} = 800\,\text{kPa} = 800 \times 10^3\,\text{Pa}$
  - $Q_{\text{bolt}} = 2.5\,\text{kN} = 2.5 \times 10^3\,\text{N}$
- **Sectie-geometrie:** De doorsnede van de balk is $a \times 2a$.

2. Analyseer de Gegeven Informatie

- Sectie-eigenschappen:

$$I = \frac{1}{12}(a)(2a)^3 = 0.66667\,a^4$$

$$Q_{\text{max}} = \bar{y}A' = \frac{a}{2}(a)(a) = 0.5\,a^3$$

- Maximale moment en schuifkracht:

$$M_{\text{max}} = \frac{PL}{2} = \frac{16 \times 10^3 \times 3}{2} = 24 \times 10^3\,\text{N} \cdot \text{m}$$

$$V_{\text{max}} = \frac{P}{2} = \frac{16 \times 10^3}{2} = 8 \times 10^3\,\text{N}$$

3. Maak een Plan

1. Controleer of de buigspanning σ_{max} binnen de toelaatbare limieten blijft.
2. Controleer of de schuifspanning τ_{max} binnen de toelaatbare limieten blijft.
3. Bereken de afstand s tussen de bouten, rekening houdend met de maximale kracht per bout.

4. Los Stapsgewijs op

Stap 1: Controleer buigspanningen

De maximale buigspanning is:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max} c}{I}$$

Substitueer $M_{\max} = 24 \times 10^3\,\mathrm{N \cdot m}$, $c = a$, en $I = 0.66667a^4$:

$$\sigma_{\max} = \frac{24 \times 10^3 \cdot a}{0.66667a^4} = \frac{72 \times 10^3}{2a^3} = \frac{36 \times 10^6}{a^3}$$

Stel gelijk aan σ_{allow}:

$$30 \times 10^6 = \frac{36 \times 10^6}{a^3} \implies a^3 = 1.2 \implies a = 0.106266\,\mathrm{m} = 106\,\mathrm{mm}$$

Stap 2: Controleer schuifspanningen

De maximale schuifspanning is:

$$\tau_{\max} = \frac{VQ}{It}$$

Substitueer $V = 8 \times 10^3\,\mathrm{N}$, $Q = 0.5a^3$, $I = 0.66667a^4$, en $t = a$:

$$\tau_{\max} = \frac{8 \times 10^3 \cdot 0.5a^3}{0.66667a^4 \cdot a} = \frac{4 \times 10^3}{0.66667a^2}$$

Voor $a = 0.106266\,\mathrm{m}$:

$$\tau_{\max} = \frac{4 \times 10^3}{0.66667(0.106266)^2} = 531\,\mathrm{kPa}$$

Controleer: $\tau_{\max} = 531\,\mathrm{kPa} < \tau_{\text{allow}} = 800\,\mathrm{kPa}$ (OK).

Stap 3: Boutafstand

De kracht per eenheid lengte is:

$$q = \frac{VQ}{I} = \frac{8 \times 10^3 \cdot 0.5a^3}{0.66667a^4} = \frac{6 \times 10^3}{a}$$

Voor $a = 0.106266\,\mathrm{m}$:

$$q = \frac{6 \times 10^3}{0.106266} = 56462.16\,\mathrm{N/m}$$

De afstand tussen bouten is:

$$s = \frac{Q_{\text{bolt}}}{q} = \frac{2.5 \times 10^3}{56462.16} = 0.04427\,\mathrm{m} = 44.3\,\mathrm{mm}$$

5. Resultaat

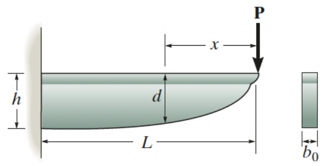
- De minimale dimensie $a = 0.106266\,\mathrm{m} = 106\,\mathrm{mm}$.
- De benodigde boutafstand $s = 44.3\,\mathrm{mm}$.

6. Conclusie

- De buig- en schuifspanningen blijven binnen de toelaatbare limieten.
- De boutafstand voldoet aan de maximale kracht per bout.

Probleem 11-36*

***11–36.** Determine the variation in the depth d of the cantilever beam that supports the concentrated force **P** so that it has the same maximum bending stress σ_{max} throughout its length. The beam has a constant width b_0.



Prob. 11–36

Figure 26: Het probleem gekopieerd uit het boek.

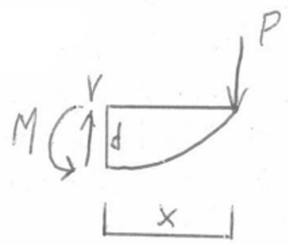


Figure 27: De free body diagram die bij dit probleem hoort.

1. Begrijp het Probleem

- Gegeven: Een consolebalk met een constante breedte b_0 en een puntbelasting P aan het einde.
- Gevraagd: Vind de variatie in de diepte $d(x)$ van de balk zodat de maximale buigspanning σ_{allow} constant blijft over de lengte van de balk.
- Beperkingen:
  - De breedte b_0 is constant.
  - De buigspanning σ_{allow} is constant.
- Diagram: Zie het probleem met een schets van de consolebalk en de belastingen.

2. Analyseer de Gegeven Informatie

- Het buigmoment op een willekeurige locatie x:

$$M = Px$$

- De doorsnede-eigenschappen:

$$I = \frac{1}{12} b_0 d^3, \quad S = \frac{I}{c} = \frac{\frac{1}{12} b_0 d^3}{\frac{d}{2}} = \frac{1}{6} b_0 d^2$$

- Maximale buigspanning formule:

$$\sigma_{\text{allow}} = \frac{M}{S}$$

- Bij $x = L$ is $d = h$.

3. Maak een Plan

1. Druk de maximale buigspanning uit als functie van x en d.
2. Stel de vergelijking op voor constante σ_{allow} en los deze op voor $d(x)$.
3. Gebruik de randvoorwaarde $d(L) = h$ om de oplossing compleet te maken.

4. Los Stapsgewijs op

Maximale Buigspanning

De buigspanning wordt gegeven door:

$$\sigma_{\text{allow}} = \frac{M}{S} = \frac{Px}{\frac{1}{6}b_0 d^2} = \frac{6Px}{b_0 d^2}$$

Omdat σ_{allow} constant is over de lengte:

$$\sigma_{\text{allow}} = \frac{6PL}{b_0 h^2}$$

Equateer dit aan de algemene vergelijking voor σ_{allow}:

$$\frac{6Px}{b_0 d^2} = \frac{6PL}{b_0 h^2}$$

Oplossen voor d

Los de bovenstaande vergelijking op voor d^2:

$$\frac{x}{d^2} = \frac{L}{h^2} \implies d^2 = h^2 \frac{x}{L}$$

Neem de wortel om d te vinden:

$$d = h\sqrt{\frac{x}{L}}$$

5. Resultaat

De variatie in de diepte d langs de lengte van de balk wordt gegeven door:

$$\boxed{d = h\sqrt{\frac{x}{L}}}$$

6. Conclusie

- De diepte d varieert met de vierkantswortel van de positie x langs de balk.
- Bij $x = L$ bereikt d zijn maximale waarde h, wat consistent is met de gegeven randvoorwaarde.
- Deze aanpak gebruikt het concept van een constant moment van weerstand (S) om de buigspanning uniform te houden.

Wat onze studenten zeggen

Ids

Erg goede 1 op 1 bijles van een betrokken studentdocent die goed begrijpt wat belangrijk is aan het vak. Zeker een aanrader om je vak te halen!

Dennis

Voor iedereen aan te raden die wat extra hulp kan gebruiken of een zetje in de goede richting. Paar lessen gedaan voor een belangrijk tentamen wat me niet lag en na fijne en duidelijke uitleg afgerond met een 8.4!

Studiehalen.nl

Zelfstudie opgave's

Contents

Probleem 10-68*

***10–68.** An aluminum alloy 6061-T6 is to be used for a solid drive shaft such that it transmits 33 kW at 2400 rev/min. Using a factor of safety of 2 with respect to yielding, determine the smallest-diameter shaft that can be selected based on the maximum-shear-stress theory.

Figure 28: Het probleem gekopieerd uit het boek.

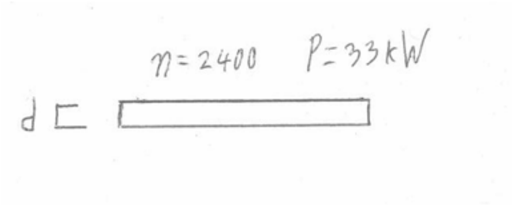


Figure 29: De free body diagram die bij dit probleem hoort.

1. Begrijp het Probleem

- Gegeven:
  - Aluminium 6061-T6, te gebruiken als massieve aandrijfas.
  - Vermogen: $P = 33\,\text{kW}$.
  - Rotatiesnelheid: $n = 2400\,\text{rev/min}$.
  - Veiligheidsfactor (F.S.): 2 met betrekking tot de vloeigrens $\sigma_y = 255\,\text{MPa}$.
- Gevraagd: Bepaal de kleinste diameter d van de as op basis van de maximale schuifspannings-theorie.
- Beperkingen: Gebruik de maximale schuifspannings-theorie (Tresca) en behoud de veiligheidsfactor.

2. Analyseer de Gegeven Informatie

- Rotatiesnelheid ω wordt omgezet naar radiale snelheid:

$$\omega = \left(2400\,\frac{\text{rev}}{\text{min}}\right) \cdot \left(2\pi\,\frac{\text{rad}}{\text{rev}}\right) \cdot \left(\frac{1\,\text{min}}{60\,\text{s}}\right) = 80\pi\,\text{rad/s}$$

- Het koppel T wordt berekend als:

$$T = \frac{P}{\omega} = \frac{33 \cdot 10^3}{80\pi} = \frac{3300}{8\pi}\,\text{N} \cdot \text{m}$$

- Schuifspanning wordt berekend met:

$$\tau = \frac{Tc}{J}, \quad J = \frac{\pi}{2}c^4$$

- Hoofdspanningen:

$$\sigma_1 = \tau, \quad \sigma_2 = -\tau$$

- Maximum schuifspanningstheorie:

$$|\sigma_1 - \sigma_2| = \frac{\sigma_y}{\text{F.S.}}$$

3. Maak een Plan

1. Bepaal de uitdrukking voor de schuifspanning τ.
2. Gebruik de maximale schuifspanningstheorie om c te bepalen.
3. Bereken de diameter d als $d = 2c$.

4. Los Stapsgewijs op

Berekening van de schuifspanning τ

De schuifspanning wordt gegeven door:

$$\tau = \frac{Tc}{J}, \quad J = \frac{\pi}{2}c^4$$

$$\tau = \frac{\frac{3300}{8\pi} \cdot c}{\frac{\pi}{2}c^4} = \frac{6600}{8\pi^2 c^3}$$

Toepassen van de maximale schuifspanningstheorie

De hoofdspanningen zijn:

$$\sigma_1 = \tau = \frac{6600}{8\pi^2 c^3}, \quad \sigma_2 = -\tau = -\frac{6600}{8\pi^2 c^3}$$

De maximale schuifspanning wordt:

$$|\sigma_1 - \sigma_2| = \frac{2 \cdot 6600}{8\pi^2 c^3}$$

Volgens de maximale schuifspanningstheorie:

$$\frac{2 \cdot 6600}{8\pi^2 c^3} = \frac{255 \cdot 10^6}{2}$$

Los op voor c:

$$c^3 = \frac{2 \cdot 6600}{8\pi^2 \cdot \frac{255 \cdot 10^6}{2}}$$

$$c = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 6600}{8\pi^2 \cdot \frac{255 \cdot 10^6}{2}}}$$

Reken dit uit:

$$c = 0.010945\,\mathrm{m} = 10.945\,\mathrm{mm}$$

Berekening van de diameter d

De diameter is:

$$d = 2c = 2 \cdot 10.945 = 21.89\,\mathrm{mm}$$

5. Resultaat

De minimale diameter van de as is:

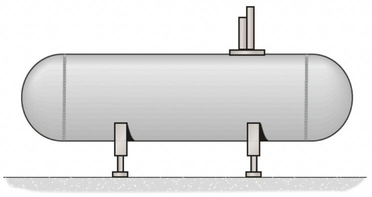
$$\boxed{d = 21.89\,\mathrm{mm}}$$

6. Conclusie

- De diameter d is bepaald op basis van de maximale schuifspannings-theorie (Tresca).
- De veiligheidsfactor is correct toegepast op de vloeigrens.
- Deze aanpak kan worden gebruikt voor vergelijkbare aandrijvingen waarbij torsiespanningen een rol spelen.

Probleem 10-91

10–91. The gas tank is made from A-36 steel and has an inner diameter of 1.50 m. If the tank is designed to withstand a pressure of 5 MPa, determine the minimum required wall thickness to the nearest millimeter using (a) the maximum shear stress theory and (b) the maximum distortion energy theory. Apply a factor of safety of 1.5 against yielding.



Prob. 10–91

Figure 30: Het probleem gekopieerd uit het boek.

1. Begrijp het Probleem

- Gegeven:
  - Materiaal: A-36 staal.
  - Inwendige diameter: $D = 1.50\,\text{m}$.
  - Inwendige druk: $p = 5\,\text{MPa}$.
  - Veiligheidsfactor: F.S. $= 1.5$.
  - Vloeigrens van A-36 staal: $\sigma_y = 250\,\text{MPa}$.
- Gevraagd: Bepaal de minimale wanddikte t tot op de dichtstbijzijnde millimeter met:
  - (a) de maximale schuifspanningstheorie.
  - (b) de maximale vervormingsenergietheorie.
- Voorwaarde: De analyse veronderstelt dat de dunwandige benadering geldig is, d.w.z. $\frac{r}{t} > 10$.

2. Analyseer de Gegeven Informatie

- Radius: $r = \frac{D}{2} = 0.75\,\text{m}$.
- Circumferentiële spanning (hoepelspanning):

$$\sigma_\theta = \frac{pr}{t}$$

- Axiale spanning (langsspanning):

$$\sigma_{\text{long}} = \frac{pr}{2t}$$

- Maximale toelaatbare schuifspanning gebaseerd op de vloeigrens:

$$\sigma_{\text{allow}} = \frac{\sigma_y}{\text{F.S.}} = \frac{250 \cdot 10^6}{1.5} = 166.67 \cdot 10^6\,\text{Pa}$$

3. Maak een Plan

1. (a) Gebruik de maximale schuifspanningstheorie om t te bepalen.
2. (b) Gebruik de maximale vervormingsenergietheorie om t te bepalen.
3. Controleer of $\frac{r}{t} > 10$ om te bevestigen dat de dunwandige benadering geldig is.

4. Los Stapsgewijs op

(a) Maximale Schuifspanningstheorie

De maximale schuifspanning is:

$$\sigma_\theta$$

Stel dit gelijk aan σ_{allow}:

$$\frac{pr}{t} = \sigma_{\text{allow}}$$

Los op voor t:

$$t = \frac{pr}{\sigma_{\text{allow}}} = \frac{5 \cdot 10^6 \cdot 0.75}{166.67 \cdot 10^6}$$
$$t = 0.0225\,\text{m} = 22.5\,\text{mm}$$

Controle van dunwandige benadering:

$$\frac{r}{t} = \frac{0.75}{0.0225} = 33.3 > 10$$

De dunwandige benadering is geldig.

(b) Maximale Vervormingsenergietheorie

De equivalente spanning volgens de maximale vervormingsenergietheorie is:

$$\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2 = \sigma_{\text{allow}}^2$$

Waar:

$$\sigma_1 = \sigma_\theta = \frac{pr}{t}, \quad \sigma_2 = \sigma_{\text{long}} = \frac{pr}{2t}$$

Substitueer:

$$\left(\frac{pr}{t}\right)^2 - \left(\frac{pr}{t}\right)\left(\frac{pr}{2t}\right) + \left(\frac{pr}{2t}\right)^2 = \sigma_{\text{allow}}^2$$

Bereken termen:

$$\frac{(pr)^2}{t^2} - \frac{(pr)^2}{2t^2} + \frac{(pr)^2}{4t^2} = \sigma_{\text{allow}}^2$$
$$\frac{4(pr)^2 - 2(pr)^2 + (pr)^2}{4t^2} = \sigma_{\text{allow}}^2$$
$$\frac{3(pr)^2}{4t^2} = \sigma_{\text{allow}}^2$$

Los op voor t:

$$t^2 = \frac{3(pr)^2}{4\sigma_{\text{allow}}^2}$$
$$t = \sqrt{\frac{3(pr)^2}{4\sigma_{\text{allow}}^2}} = \sqrt{\frac{3(5 \cdot 10^6 \cdot 0.75)^2}{4(166.67 \cdot 10^6)^2}}$$
$$t = 0.01949\,\text{m} = 19.5\,\text{mm}$$

Controle van dunwandige benadering:

$$\frac{r}{t} = \frac{0.75}{0.01949} = 38.5 > 10$$

De dunwandige benadering is geldig.

5. Resultaat

- (a) Volgens de maximale schuifspanningstheorie: $t = 22.5\,\text{mm}$.
- (b) Volgens de maximale vervormingsenergietheorie: $t = 19.5\,\text{mm}$.

6. Conclusie

- De maximale schuifspanningstheorie geeft een grotere wanddikte, wat een conservatievere benadering is.
- Beide berekeningen zijn consistent met de dunwandige benadering.
- Het gebruik van een veiligheidsfactor waarborgt een veilige ontwerpbenadering.

Probleem 11-3

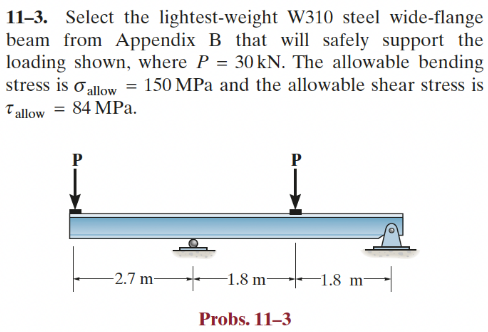

11–3. Select the lightest-weight W310 steel wide-flange beam from Appendix B that will safely support the loading shown, where $P = 30$ kN. The allowable bending stress is $\sigma_{allow} = 150$ MPa and the allowable shear stress is $\tau_{allow} = 84$ MPa.

Figure 31: Het probleem gekopieerd uit het boek.

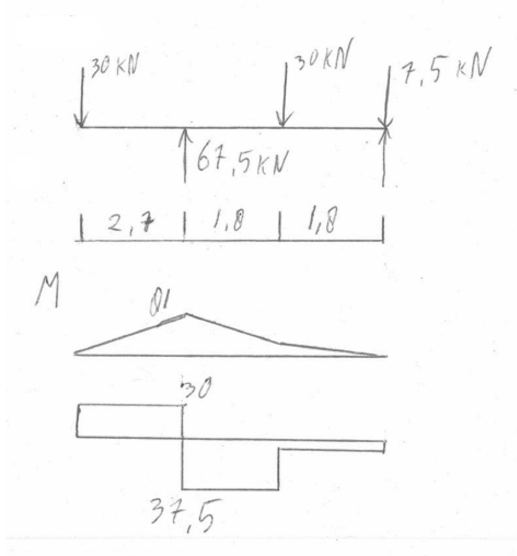


Figure 32: De free body diagram die bij dit probleem hoort.

1. Begrijp het Probleem

- Gegeven:
  - Een W310 staalbalk die de belasting moet ondersteunen zoals weergegeven in de figuur.
  - Puntbelasting: $P = 30\,\text{kN}$.
  - Toelaatbare buigspanning: $\sigma_{\text{allow}} = 150\,\text{MPa}$.
  - Toelaatbare schuifspanning: $\tau_{\text{allow}} = 84\,\text{MPa}$.
- Gevraagd:
  - Selecteer de lichtste W310-balk die veilig de belasting ondersteunt.
- Diagrammen: Momenten- en dwarskracht-diagrammen zijn weergegeven.

2. Analyseer de Gegeven Informatie

- Maximale momentenbelasting:
$$M_{\text{max}} = 81\,\text{kN}\cdot\text{m}$$
- Selecteer een W310-profiel met $S_x \geq 540\,\text{mm}^3$.
- Maximale dwarskracht:
$$V_{\text{max}} = 37.5\,\text{kN}$$
- Controleer de schuifspanning met de formule:
$$\tau_{\text{max}} = \frac{V_{\text{max}}}{t_w \cdot d}$$
waarbij t_w de dikte van het web is en d de diepte van de balk.

3. Maak een Plan

1. Bepaal het vereiste sectiemodulus $S_{\text{req'd}}$ op basis van M_{max} en σ_{allow}.
2. Kies een geschikt W310-profiel met een sectiemodulus $S_x \geq S_{\text{req'd}}$.
3. Controleer of de schuifspanning τ_{max} binnen de toegestane limiet ligt.
4. Beoordeel de geschiktheid van de geselecteerde balk.

4. Los Stapsgewijs op

Bepaling van het Vereiste Sectiemodulus

$$S_{\text{req'd}} = \frac{M_{\max}}{\sigma_{\text{allow}}} = \frac{81 \cdot 10^3}{150 \cdot 10^6} = 0.54(10^{-3})\,\text{m}^3 = 540(10^3)\,\text{mm}^3$$

Selectie van de W310 Balk

Selecteer W310 × 39, waarvoor:

$$S_x = 547(10^3)\,\text{mm}^3, \quad d = 310\,\text{mm}, \quad t_w = 5.84\,\text{mm}$$

Controle van de Schuifspanning

$$\tau_{\max} = \frac{V_{\max}}{t_w \cdot d} = \frac{37.5 \cdot 10^3}{0.00584 \cdot 0.310} = 20.7\,\text{MPa}$$

Vergelijk met de toelaatbare schuifspanning:

$$\tau_{\max} = 20.7\,\text{MPa} < \tau_{\text{allow}} = 84\,\text{MPa}$$

5. Resultaat

De geschikte balk is:

$$\boxed{\text{W310} \times 39}$$

6. Conclusie

- De geselecteerde W310 × 39 voldoet aan zowel de buigspanningseis als de schuifspanningseis.
- De maximale schuifspanning is significant lager dan de toegestane waarde, wat extra veiligheidsmarge biedt.
- De lichtste geschikte balk is gekozen om het ontwerp economisch te houden.

Probleem 11-20*

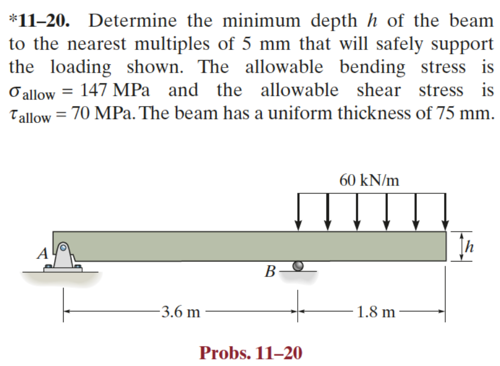

*11–20. Determine the minimum depth h of the beam to the nearest multiples of 5 mm that will safely support the loading shown. The allowable bending stress is $\sigma_{allow} = 147$ MPa and the allowable shear stress is $\tau_{allow} = 70$ MPa. The beam has a uniform thickness of 75 mm.

Figure 33: Het probleem gekopieerd uit het boek.

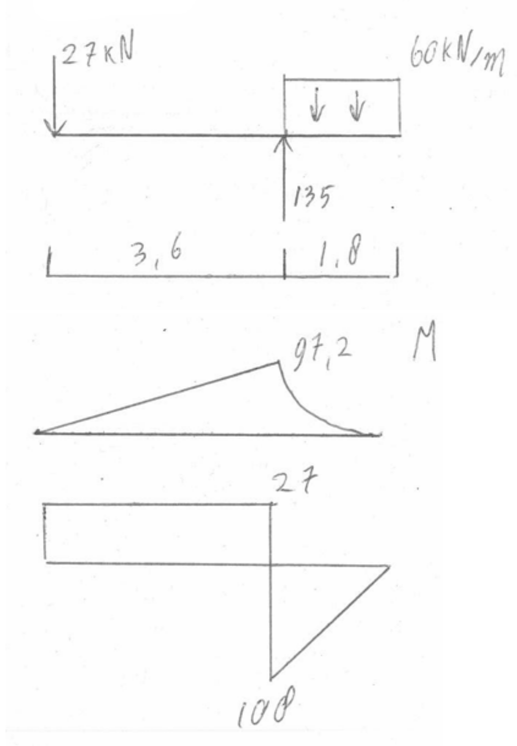


Figure 34: De free body diagram die bij dit probleem hoort.

1. Begrijp het Probleem

- Gegeven:
  - Een balk met een uniforme dikte van 75 mm.
  - Toelaatbare buigspanning: $\sigma_{\text{allow}} = 147\,\text{MPa}$.
  - Toelaatbare schuifspanning: $\tau_{\text{allow}} = 70\,\text{MPa}$.
  - Belasting: Uniform verdeelde belasting van $60\,\text{kN/m}$ over een overspanning van 3.6 m en een extra overspanning van 1.8 m.
- Gevraagd:
  - Bepaal de minimale balkhoogte h in stappen van 5 mm die veilig de belasting kan dragen.
- Diagrammen: Moment- en dwarskracht-diagrammen worden gegeven.

2. Analyseer de Gegeven Informatie

- Sectiemodulus van een rechthoekige doorsnede:

$$S = \frac{I}{c} = \frac{\frac{1}{12}(0.075)h^3}{h/2} = 0.0125h^2$$

- Maximale momentbelasting:

$$M_{\max} = 97.2\,\text{kN}\cdot\text{m}$$

- Vereiste sectiemodulus:

$$S_{\text{req'd}} = \frac{M_{\max}}{\sigma_{\text{allow}}}$$

- Maximale dwarskracht:

$$V_{\max} = 108\,\text{kN}$$

- Controleer schuifspanning met de formule:

$$\tau_{\max} = \frac{V_{\max} Q_{\max}}{It}$$

Waarbij:

$$Q_{\max} = \bar{y}A'$$

3. Maak een Plan

1. Bereken het vereiste sectiemodulus $S_{\text{req'd}}$ en los op voor h.
2. Rond h af naar de dichtstbijzijnde veelvoud van 5 mm.
3. Controleer de schuifspanning $\tau_{\max}$.

4. Los Stapsgewijs op

Berekening van de Minimale Hoogte h

Vereiste sectiemodulus:

$$S_{\text{req'd}} = \frac{M_{\max}}{\sigma_{\text{allow}}} = \frac{97.2 \cdot 10^3}{147 \cdot 10^6} = 0.000661\,\text{m}^3$$

Uit de sectiemodulus:

$$0.0125h^2 = 0.000661$$
$$h^2 = \frac{0.000661}{0.0125} = 0.0529\,\text{m}^2$$
$$h = \sqrt{0.0529} = 0.23\,\text{m} = 230\,\text{mm}$$

Controle van de Schuifspanning

Bereken $Q_{\max}$:

$$Q_{\max} = \bar{y}A' = \left(\frac{0.23}{2}\right) \cdot \left(0.075 \cdot \frac{0.23}{2}\right) = 0.4959375 \cdot 10^{-3}\,\text{m}^3$$

Bereken I:

$$I = \frac{1}{12}(0.075)(0.23^3) = 76.04375 \cdot 10^{-6}\,\text{m}^4$$

Maximale schuifspanning:

$$\tau_{\max} = \frac{V_{\max} Q_{\max}}{It} = \frac{108 \cdot 10^3 \cdot 0.4959375 \cdot 10^{-3}}{76.04375 \cdot 10^{-6} \cdot 0.075}$$
$$\tau_{\max} = 9.39 \cdot 10^6\,\text{N/m}^2 = 9.39\,\text{MPa}$$

Vergelijk met de toelaatbare waarde:

$$\tau_{\max} = 9.39\,\text{MPa} < \tau_{\text{allow}} = 70\,\text{MPa}$$

5. Resultaat

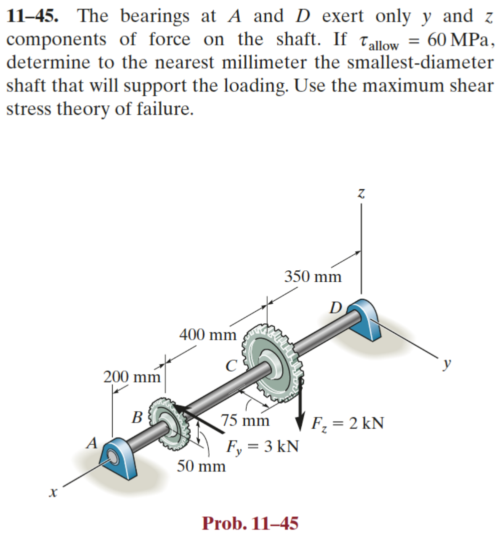
De minimale balkhoogte is:

$$\boxed{h = 230\,\text{mm}}$$

6. Conclusie

- De hoogte van de balk is gebaseerd op de vereiste buigspanning, en de schuifspanning ligt binnen de toegestane limieten.
- Het gebruik van een veelvoud van 5 mm maakt het ontwerp praktisch uitvoerbaar.
- Deze aanpak waarborgt zowel sterkte als veiligheid voor de gegeven belasting.

Probleem 11-45



11–45. The bearings at A and D exert only y and z components of force on the shaft. If $\tau_{allow} = 60$ MPa, determine to the nearest millimeter the smallest-diameter shaft that will support the loading. Use the maximum shear stress theory of failure.

Figure 35: Het probleem gekopieerd uit het boek.

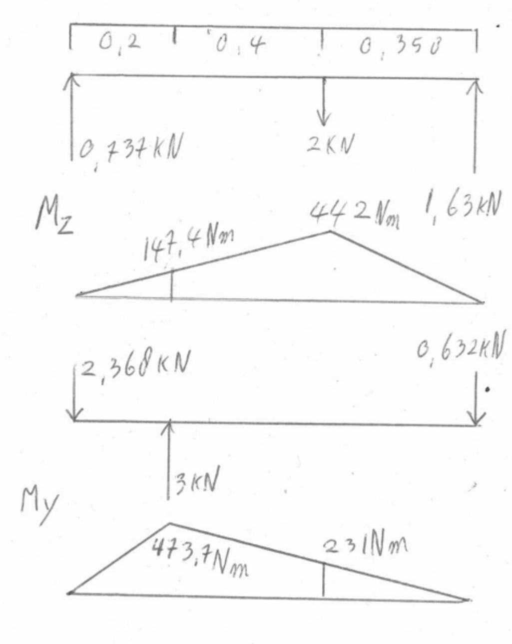


Figure 36: De free body diagram die bij dit probleem hoort.

1. Begrijp het Probleem

- Gegeven:
  - Lagerkrachten werken alleen in de y- en z-richtingen.
  - Maximale toelaatbare schuifspanning: $\tau_{\text{allow}} = 60\,\text{MPa}$.
- Gevraagd:
  - Bepaal de minimale diameter van de as (tot op de dichtstbijzijnde millimeter) die de belasting veilig kan dragen volgens de maximale schuifspannings-theorie.
- Diagrammen: Momentendiagrammen en torsieschema's zijn gegeven.

2. Analyseer de Gegeven Informatie

- Kritisch moment (bepaal bij punt B):

$$M = \sqrt{M_y^2 + M_z^2}$$

  waarbij:

$$M_y = 473.7\,\text{N}\cdot\text{m}, \quad M_z = 147.4\,\text{N}\cdot\text{m}$$

- Maximale torsie:

$$T = 150\,\text{N}\cdot\text{m}$$

- Maximaal equivalente spanning volgens de maximale schuifspanningstheorie:

$$\tau_{\max} = \frac{\sqrt{M^2 + T^2}}{c}$$

  waarbij c de straal van de as is.

- Schuifspanning voor een massieve as:

$$\tau_{\max} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\sqrt{M^2 + T^2}}{\tau_{\text{allow}}}$$

3. Maak een Plan

1. Bereken het kritische moment M.
2. Gebruik de maximale schuifspannings-theorie om de straal c van de as te bepalen.
3. Bereken de diameter $d = 2c$ en rond deze af naar de dichtstbijzijnde millimeter.

4. Los Stapsgewijs op

Bepaling van het Kritische Moment

$$M = \sqrt{M_y^2 + M_z^2} = \sqrt{(473.7)^2 + (147.4)^2}$$
$$M = 496.1\,\mathrm{N \cdot m}$$

Bepaling van de Straal c

Volgens de maximale schuifspannings-theorie:

$$c = \left(\frac{2}{\pi \tau_{\text{allow}}} \cdot \sqrt{M^2 + T^2} \right)^{\frac{1}{3}}$$

Substitueer de waarden:

$$c = \left(\frac{2}{\pi (60 \cdot 10^6)} \cdot \sqrt{(496.1)^2 + (150)^2} \right)^{\frac{1}{3}} = 0.01765\,\mathrm{m} = 17.65\,\mathrm{mm}$$

Bepaling van de Diameter d

De diameter van de as is:

$$d = 2c = 2 \cdot 17.65 = 35.3\,\mathrm{mm}$$

Afronding naar de dichtstbijzijnde millimeter:

$$d = 36\,\mathrm{mm}$$

5. Resultaat

De minimale asdiameter is:

$$\boxed{d = 36\,\mathrm{mm}}$$

6. Conclusie

- De diameter van de as is berekend op basis van de gecombineerde effecten van buigmoment en torsie volgens de maximale schuifspannings-theorie.
- De berekeningen waarborgen dat de spanning de toegestane waarde niet overschrijdt.
- Afronding naar de dichtstbijzijnde millimeter maakt het ontwerp praktisch uitvoerbaar.