

Signale und Systeme 2

FS 24 Prof. Dr. Heinz Mathis

Autoren:

Simone Stitz, Laurin Heitzer

Version:

1.0.20240331

<https://github.com/P4ntomime/signale-und-systeme-2>



Inhaltsverzeichnis

1 LTI-Systeme (S. 171)	2		
1.1 Zusammenhänge zwischen den Größen (S. 174-176)	2		
1.2 Phasenlaufzeit $\tau_P(\omega)$ (S. 183)	2		
1.3 Gruppenlaufzeit $\tau_G(\omega)$ (S. 182)	2		
1.4 Phasenlaufzeit / Gruppenlaufzeit identisch (S. 186)	2		
1.5 Verzerrungen (S. 187-188)	2		
1.6 Klirrfaktor (S. 189)	2		
1.7 Verzerrungsfreie Übertragung von Signalen (S. 190)	2		
1.8 Übertragung stochastischer Signale (S. 193-194)	3		
2 Dämpfung, Verstärkung, Dezibel	3		
2.1 Dämpfungsfaktor D (S. 206)	3		
2.2 Dämpfungsmass a in Dezibel (S. 206)	3		
2.3 Rechenregeln mit Dezibel	3		
2.4 Spannungsverstärkungsfaktor (S. 209)	3		
2.5 Umrechnungs-Tabelle Dezibel – Faktor	3		
		2.6 Relativer und Absoluter Pegel (S. 210)	3
		3 Frequenzverhalten analoger LTI-Systeme	3
		3.1 Zusammenhang Frequenzgang – UTF (S. 211)	4
		3.2 Pol- und Nullstellendiagramme (S. 212)	4
		3.3 Stabilitätsbetrachtung im Pol- Nullstellendiagramm	4
		3.4 Pole in der komplexen Zahlenebene (S. 214)	4
		3.5 Bestimmung Frequenzgang aus UTF (S. 216)	4
		3.6 Bestimmung Frequenzgang aus Pol- / Nullstellendiagramm	4
		3.7 Vorgehen Frequenzgang aus Pol-NS-Diagramm ermitteln	5
		3.8 Allpassnetzwerk (S. 220)	5
		3.9 Minimalphasige- und nicht-minimalphasige Systeme (S. 221)	5
		4 Bodediagramm	5
		4.1 Approximationen im Bodediagramm	5
		4.2 Bodediagramme mit Matlab	5

1 LTI-Systeme (S. 171)

$x(t)$	Eingangssignal
$y(t)$	Ausgangssignal
$\delta(t)$	Dirac-Stoss
$h(t)$	Impulsantwort (Antwort auf Dirac-Stoss)
$H(j\omega)$	Frequenzgang
$ H(j\omega) $	Amplitudengang
$\theta(j\omega)$	Phasengang
$H(s)$	$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$ Übertragungsfunktion (UTF)

1.1 Zusammenhänge zwischen den Grössen (S. 174-176)

Die Impulsantwort $h(t)$ und der Frequenzgang $H(j\omega)$ sind ein **Fourier-Transformationspaar**:



Die Impulsantwort $h(t)$ und die Übertragungsfunktion $H(s)$ sind ein **Laplace-Transformationspaar**:

$$h(t) \longleftrightarrow H(s)$$

Das Ausgangssignal berechnet sich als:

$$y(t) = h(t) * x(t) \longleftrightarrow Y(s) = H(s) \cdot X(s)$$

1.1.1 Zusammenhang Impulsantwort - Einheitssprungantwort

$h(t)$	Impulsantwort
$g(t)$	Einheitssprungantwort

$$h(t) = \frac{dg(t)}{dt} \Leftrightarrow g(t) = \int_{-\infty}^t h(\tau) d\tau$$

$$H(s) = s \cdot G(s) \Leftrightarrow G(s) = \frac{1}{s} H(s)$$

1.1.2 Zusammenhang Impulsantwort & Kausalität LTI-System

Damit ein LTI-System kausal ist, muss dessen Impulsantwort $h(t)$ für alle $t < 0$ gleich Null sein.

1.2 Phasenlaufzeit $\tau_P(\omega)$ (S. 183)

Die Phasenlaufzeit ist nur für **reine Sinus-Schwingungen** exakt bestimmbar!
Das System ist beschrieben durch:

$$x(t) = A \cdot \sin(\omega_0 t + \gamma)$$

$$H(j\omega) = \alpha \cdot e^{-j\omega t_0} \longleftrightarrow h(t) = \alpha \cdot \delta(t - t_0)$$

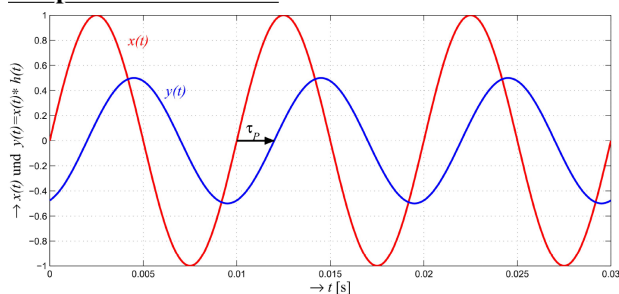
Das Ausgangssignal $y(t) = x(t) * h(t)$ ist gegenüber dem Eingangssignal $x(t)$ mit Faktor α gewichtet und um die Zeit t_0 verzögert.

⇒ Diese Verzögerung wird **Phasenlaufzeit** genannt

$$\tau_P(\omega) = \frac{-\theta(\omega)}{\omega}$$

$\theta(\omega)$ entspricht dem Phasengang des Systems

Beispiel: Phasenlaufzeit



1.2.1 Negative Phasenlaufzeit

Eine negative Phasenlaufzeit bedeutet **nicht**, dass ein System **akausal** ist!

1.3 Gruppenlaufzeit $\tau_G(\omega)$ (S. 182)

Definiert für Signale mit **mehreren Frequenzanteilen**

Bei amplitudenmodulierten Signalen bestimmt die Gruppenlaufzeit $\tau_G(\omega)$ die **Verzögerung der Hüllkurve** der AM.

$$\tau_G(\omega) = \frac{-d\theta(\omega)}{d\omega}$$

$\theta(\omega)$ entspricht dem Phasengang des Systems

Die Gruppenlaufzeit kann nur dann als **Laufzeit des Signals** interpretiert werden, wenn im Frequenzbereich des Signales die Gruppenlaufzeit und auch die Dämpfung ungefähr konstant sind.

1.3.1 Negative Gruppenlaufzeit

Bei **Vierpolen** mit **konzentrierten Elementen** ist in bestimmten Frequenzbereichen eine **negative Gruppenlaufzeit** möglich, insbesondere in Frequenzbereichen wo die Dämpfung stark ändert. (z.B. Nullstellen der UTF)

Bei negativer Gruppenlaufzeit erscheint die Wirkung **nicht** vor der Ursache!

⇒ Das System ist **nicht** akausal!

Das Maximum der Hüllkurve am Ausgang kann aber **früher** als am Eingang auftreten.

1.4 Phasenlaufzeit / Gruppenlaufzeit identisch (S. 186)

Die **Signalverzögerung**, **Phasenlaufzeit** $\tau_P(\omega)$ und **Gruppenlaufzeit** $\tau_G(\omega)$ sind identisch, wenn

$$\theta(\omega) = -\omega \cdot t_0$$

und der **Amplitudengang ebenfalls konstant** ist, d.h. $H(j\omega) = \alpha \cdot e^{-j\omega t_0}$
Die Signalverzögerung beträgt für **alle Frequenzen** $t_0 (= \tau_P = \tau_G)$

1.5 Verzerrungen (S. 187-188)

Stimmt der zeitliche Verlauf einer Schwingung auf der Empfängerseite nicht mehr mit der Senderseite überein, arbeitet das Übertragungssystem **nicht verzerrungsfrei**.

1.5.1 Lineare Verzerrung

Eine **Dämpfung** eines Signals (z.B. durch einen Tiefpassfilter) entspricht einer **linearen Verzerrung**

1.5.2 Nichtlineare Verzerrung

Nichtlineare Verzerrungen werden durch **Übersteuerung** des Systems (**Kanal**) oder dessen **nichtlineare Kennlinie** hervorgerufen werden.

Durch nichtlineare Verzerrungen treten **neue**, im Ursprungssignal nicht enthaltene **Schwingungen** auf.

Ein **Mass** für nichtlineare Verzerrungen ist der **Klirrfaktor**

1.6 Klirrfaktor (S. 189)

Verhältnis des **Effektivwerts** der **neu** am Ausgang eines Systems entstandenen **Harmonischen** zum Effektivwert des gesamten Signals

$$k = \sqrt{\frac{U_2^2 + U_3^2 + \dots + U_n^2}{U_1^2 + U_2^2 + \dots + U_n^2}}$$

U_1 entspricht der Grundharmonischen
⇒ Es gilt: $1 > k \geq 0$

1.6.1 Klirrdämpfungsmass

$$a_k = 20 \cdot \log_{10} \left(\frac{1}{k} \right)$$

1.6.2 Total Harmonic Distortion (THD)

Wird vor allem im englisch-sprachigen Raum verwendet

$$\text{THD} = \sqrt{\frac{U_2^2 + U_3^2 + \dots + U_n^2}{U_1^2}}$$

U_1 entspricht der Grundharmonischen
⇒ Es gilt: $\infty > \text{THD} \geq 0$

geringe Verzerrungen: $\text{THD} \approx k$ allgemein: $\text{THD} > k$

1.7 Verzerrungsfreie Übertragung von Signalen (S. 190)

Frequenzgang $H(j\omega)$ und Impulsantwort $h(t)$ eines verzerrungsfreien Signals:

$$H(j\omega) = \alpha \cdot e^{-j\omega t_0} = |H(j\omega)| \cdot e^{j\theta(\omega)} \longleftrightarrow h(t) = \alpha \cdot \delta(t - t_0)$$

Damit ein Signal verzerrungsfrei übertragen wird, müssen folgende Bedingungen erfüllt sein:

- Amplitude** konstant (unabhängig von der Frequenz) $\Leftrightarrow |H(j\omega)| = \text{konstant} = \alpha \neq 0$
⇒ Keine Amplitudenverzerrung vorhanden
- Phase** proportional zur Frequenz $\Leftrightarrow \theta(\omega) = -\omega t_0$
(äquivalenz zu Abschnitt 1.4) ⇒ Keine Phasenverzerrung vorhanden

1.8 Übertragung stochastischer Signale (s. 193-194)

Wird ein stochastisches Signal $x(t)$ (schwach stationär) durch ein LTI-System mit Impulsantwort $h(t)$ übertragen, so berechnet sich das Ausgangssignal $y(t)$ gemäss Abschnitt 1.1 aus:

$$y(t) = h(t) * x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) h(t - \tau) \, d\tau \longleftrightarrow Y(s) = H(s) \cdot X(s)$$

1.8.1 Linearer Mittelwert

Der lineare Mittelwert Y_0 des Ausgangssignals $y(t)$ bei der Frequenz $\omega = 0$ entspricht

$$Y(j0) = X(j0) \cdot H(j0) \Rightarrow Y_0 = X_0 \cdot H(j0)$$

$H(j\omega)$ = Frequenzgang und X_0 = linearer Mittelwert von $x(t)$

1.8.2 Autokorrelationsfunktion (AKF) des Ausgangssignals

Da $\varphi_{yy}(\tau)$ und Y_0 nicht von t abhängen, ist auch $y(t)$ schwach stationär.

$$\varphi_{yy}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(\alpha) h(\beta) \varphi_{xx}(\tau + \alpha - \beta) \, d\alpha \, d\beta = h(-\tau) * h(\tau) * \varphi_{xx}(\tau)$$

Es gelten folgende Zusammenhänge für die Fourier-Transformationspaare:

$$\begin{array}{lcl} h(-\tau) & \longleftrightarrow & H^*(j\omega) \\ h(\tau) & \longleftrightarrow & H(j\omega) \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{lcl} \varphi_{xx}(\tau) & \longleftrightarrow & \Phi_{xx}(j\omega) \\ h(\tau) * h(-\tau) & \longleftrightarrow & |H(j\omega)|^2 \end{array} \right.$$

1.8.3 Leistungsdichtespektrum (PSD)

Die AKF und das PSD sind ein Fourier-Transformationspaar

$$\underbrace{\varphi_{yy}(\tau)}_{\text{AKF}} \longleftrightarrow \underbrace{\Phi_{yy}(j\omega)}_{\text{PSD}}$$

Daraus folgt der Zusammenhang der Leistungsdichtespektren $\Phi(j\omega)$

$$\Phi_{yy}(j\omega) = |H(j\omega)|^2 \Phi_{xx}(j\omega)$$

Für die AKF des Ausgangssignals $y(t)$ gilt

$$\varphi_{yy}(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |H(j\omega)|^2 \Phi_{xx}(j\omega) e^{j\omega\tau} \, d\omega$$

Die Leistung Y^2 des Ausgangssignals $y(t)$ berechnet sich beim Zeitpunkt $\tau = 0$ als

$$Y^2 = \varphi_{yy}(0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |H(j\omega)|^2 \Phi_{xx}(j\omega) \, d\omega$$

1.8.4 Kreuzkorrelationen

Die Kreuzkorrelationsfunktionen $\varphi_{xy}(\tau)$ und $\varphi_{yx}(\tau)$ des stochastischen, reellen Eingangssignals $x(t)$ (Klasse 2b) und des stochastischen Ausgangssignals $y(t)$ eines LTI-Systems hängen folgendermassen zusammen:

$$\varphi_{xy}(\tau) = h(\tau) * \varphi_{xx}(\tau) \longleftrightarrow \Phi_{xy}(j\omega) = H(j\omega) \cdot \Phi_{xx}(j\omega)$$

$$\varphi_{yx}(\tau) = h(-\tau) * \varphi_{xx}(\tau) \longleftrightarrow \Phi_{yx}(j\omega) = H^*(j\omega) \cdot \Phi_{xx}(j\omega)$$

Somit gilt:

$$\varphi_{yx}(\tau) = \varphi_{xy}(-\tau) \longleftrightarrow \Phi_{yx}(j\omega) = \Phi_{xy}(-j\omega) = \Phi_{xy}^*(j\omega)$$

2 Dämpfung, Verstärkung, Dezibel

Hinweis: Neben Dezibel gibt es ein weiteres Dämpfungs-/ bzw. Verstärkungsmass: Neper Np Auf dieses Mass wird allerdings nicht genauer eingegangen. Skript: S.207

2.1 Dämpfungsfaktor D (s. 206)

Das Verhältnis zwischen Eingangs- und Ausgangssignal wird als Dämpfungsfaktor D bezeichnet

$$D_P = \frac{P_1}{P_2}$$

$$D_U = \frac{U_1}{U_2}$$

$$D_I = \frac{I_1}{I_2}$$

Die Indizes U, P, I stehen für die **Effektivwerte** von Spannung, Leistung und Strom.

2.2 Dämpfungsmass a in Dezibel (s. 206)

Durch **logarithmieren** des Dämpfungsfaktors D erhält man das Dämpfungsmass a

$$a_P = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{P_1}{P_2} \right)$$

$$a_U = 20 \cdot \log_{10} \left(\frac{U_1}{U_2} \right)$$

$$a_I = 20 \cdot \log_{10} \left(\frac{I_1}{I_2} \right)$$

2.2.1 Umrechnung Verstärkungsfaktor – Dezibel

$$\text{dB} = 10 \cdot \log_{10}(v) \Leftrightarrow v = 10^{\frac{\text{dB}}{10}}$$

2.3 Rechenregeln mit Dezibel

- Faktoren multiplizieren \Rightarrow Dezibel-Werte addieren
- Faktoren dividieren \Rightarrow Dezibel-Werte subtrahieren

2.4 Spannungsverstärkungsfaktor (s. 209)

Hält man sich strikt an die Definition des Verstärkungsfaktors bzw. die Definition der Dezibel, so würde man für Dämpfungen positive Dezibel-Werte erhalten und für Verstärkungen entsprechend negative Dezibel-Werte. Dies ist gegen die Intuition des Ingenieurs. Somit wurde der **Spannungsverstärkungsfaktor** T_U definiert. Analog zum Dämpfungsmass a wird ein **Verstärkungsmass** g_U definiert.

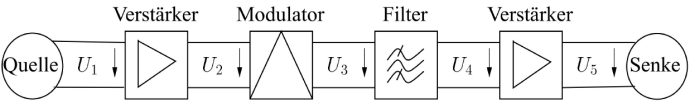
$$T_U = \frac{U_2}{U_1}$$

$$g_U = 20 \cdot \log_{10} \left(\frac{U_2}{U_1} \right)$$

Aus dieser Definition folgt für die Dezibel-Werte:

- **Verstärkung:** ($U_2 > U_1$) \Rightarrow positive Dezibel-Zahl
- **Dämpfung:** ($U_2 < U_1$) \Rightarrow negative Dezibel-Zahl

Beispiel: Kaskadiertes System (s. 209)



$$T_{U_{tot}} = \frac{U_2}{U_1} \cdot \frac{U_3}{U_2} \cdot \frac{U_4}{U_3} \cdot \frac{U_5}{U_4} = \frac{U_5}{U_1}$$
$$= \frac{10}{1} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{10}{1} = 50$$
$$a_{U_{tot}} = -20\text{dB} + 3\text{dB} + 3\text{dB} + -20\text{dB} = -34\text{dB}$$

Formuliert mit dem Verstärkungsmass g ergeben sich umgekehrte Vorzeichen:

$$g_{U_{tot}} = -20\text{ dB} + 3\text{ dB} + 3\text{ dB} - 20\text{ dB} = -34\text{ dB}$$

2.5 Umrechnungs-Tabelle Dezibel – Faktor

Vorgehen: Gesuchten dB-Wert als Summe / Differenz von bekannten Werten darstellen \Rightarrow Summanden in Faktoren 'transferieren' und multiplizieren / dividieren

Vorgehen: Gesuchten Faktor als Produkt / Quotient von bekannten Werten darstellen \Rightarrow Faktoren in Summanden 'transferieren' und addieren / subtrahieren

Dezibel	Faktor
20 = 10 + 10	100 = 10 · 10
12	16 = 2 · 2 · 2 · 2
10	10
9 = 3 + 3 + 3	8 = 2 · 2 · 2
8 = 5 – 3	6.4 = 3.2 · 2
7 = 10 – 3	5 = $\frac{10}{2}$
6 = 3 + 3	4 = 2 · 2
5 = 15 – 10	3.2 = $\frac{32}{10} \approx \sqrt{10}$
4 = 10 – 6 = 10 – 3 – 3	2.5 = $\frac{10}{2 \cdot 2}$
3	2
2 = 12 – 10 = 5 – 3	1.6 = $\frac{16}{10}$
1 = 10 – 3 – 3 – 3	1.25 = $\frac{10}{2 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{5}{4}$
0	1
–1	0.8 = $\frac{4}{5}$

2.6 Relativer und Absoluter Pegel (s. 210)

Bei den bisher ausgeführten Pegeln handelt es sich um **relative Pegel**. Im Gegensatz dazu beziehen sich **absolute Pegelangaben** immer auf eine Referenzgrösser (erzeugt von einem Normengenerator, siehe Skript).

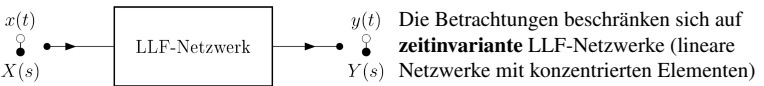
$$(L_U)_{\text{rel}} = 20 \cdot \log_{10} \left(\frac{U_2}{U_1} \right)$$
$$(L_I)_{\text{rel}} = 20 \cdot \log_{10} \left(\frac{I_2}{I_1} \right)$$
$$(L_P)_{\text{rel}} = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{P_2}{P_1} \right)$$

$$(L_U)_{\text{abs}} = 20 \cdot \log_{10} \left(\frac{U_2}{774.6\text{ mV}} \right)$$
$$(L_I)_{\text{abs}} = 20 \cdot \log_{10} \left(\frac{I_2}{1.291\text{ mA}} \right)$$
$$(L_P)_{\text{abs}} = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{P_2}{1\text{ mW}} \right)$$

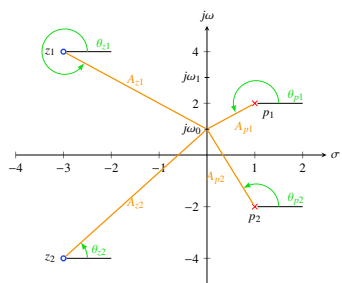
2.6.1 Kennzeichnung absoluter Pegel

Notation	Bezugsgrösse	Notation	Bezugsgrösse
dBW	1 W	dBm	1 mW
dBV	1 V	dBμV	1 μW

3 Frequenzverhalten analoger LTI-Systeme



3.6.1 Zusammenhang mit Pol- / Nullstellendiagramm



Die Auswertungsfrequenz $j\omega$ ist variabel und 'wandert' auf der **imaginären Achse**. Für eine bestimmte Auswertungsfrequenz $j\omega_0$ können die Faktoren von $H(j\omega_0)$ als **Abstand** und **Phase** zu den Pol- bzw Nullstellen interpretiert werden. Somit kann grafisch aus dem Pol- Nullstellendiagramm ein Rückschluss auf den Amplitudengang gezogen werden.

$$H(j\omega_0) = K \cdot \frac{A_{z1} \cdot A_{z2} \cdot e^{j(\theta_{z1} + \theta_{z2})}}{A_{p1} \cdot A_{p2} \cdot e^{j(\theta_{p1} + \theta_{p2})}}$$

3.6.2 Rückschlüsse auf Amplitudengang

- Es werden vor allem die **Abstände** betrachtet
- Pol- und Nullstellen können sich aufheben
- Bei $\omega = 0$ gilt:
 - Wenn Nullstelle $\Rightarrow |H(j\omega_0)| = \infty \Rightarrow \theta(j\omega_0) = \frac{\pi}{2}$
 - Wenn Pol $\Rightarrow |H(j\omega_0)| = 0 \Rightarrow \theta(j\omega_0) = -\frac{\pi}{2}$
 - Wenn weder Pol noch NS $\Rightarrow |H(j\omega_0)|$ hat endlichen Wert $\Rightarrow \theta(j\omega_0) = 0$
- Bei $\omega = \infty$ gilt:
 - Wenn Zählergrad > Nennergrad $\Rightarrow |H(j\omega_0)| = \infty$
 - Wenn Zählergrad = Nennergrad $\Rightarrow |H(j\omega_0)|$ hat endlichen Wert
 - Wenn Zählergrad < Nennergrad $\Rightarrow |H(j\omega_0)| = 0$

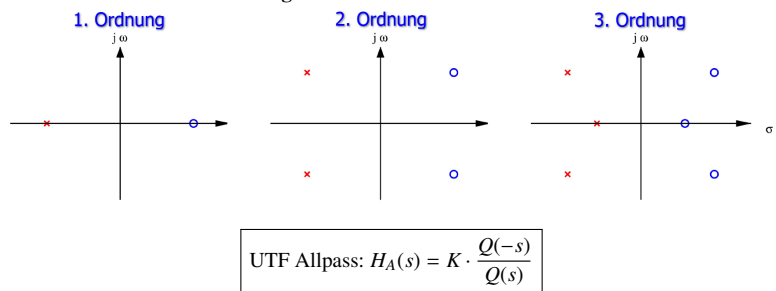
3.7 Vorgehen Frequenzgang aus Pol-NS-Diagramm ermitteln

3.8 Allpassnetzwerk (S. 220)

Ein Allpass ist ein Netzwerk, bei dem der **Amplitudengang für alle Kreisfrequenzen ω konstant** ist

$$|H(j\omega)| = \text{const} \neq 0$$

\Rightarrow Im Pol-Nullstellen-Diagramm ist ein Allpass dargestellt durch eine **zur $j\omega$ -Achse symmetrische Pol-Nullstellenkonfiguration**



Für einen Allpass gilt:

- Ein stabiler Allpass besitzt einen **streng monoton abfallenden** Phasengang
- Jede beliebige (realisierbare) UTF $H(S)$ kann **immer** in ein allpassfreies Netzwerk $H_M(s)$ und einen Allpass $H_A(s)$ **zerlegt** werden (\Rightarrow siehe Beispiel Abschnitt 3.9)

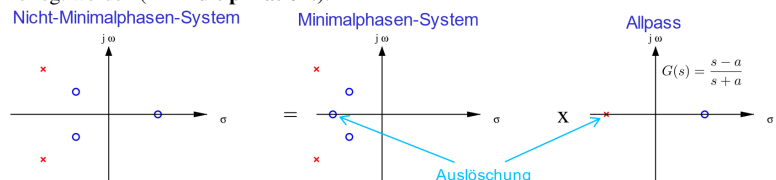
$$H(s) = H_M(s) \cdot H_A(s)$$

3.9 Minimalphasige- und nicht-minimalphasige Systeme (S. 221)

- Minimalphasennetzwerke:
 - besitzen **keine Nullstellen in der rechten Halbebene (RHE)**
 - entweder** ein frei wählbarer Amplituden- **oder** Phasengang
- Nicht-Minimalphasennetzwerke
 - Amplituden- und Phasengang unabhängig voneinander wählbar

Beispiel: Zerlegung nicht-minimalphasiges System

Ein nicht-minimalphasiges System kann in ein minimalphasiges System und einen Allpass zerlegt werden (\Rightarrow **Multiplikation!**).



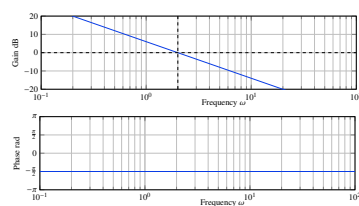
4 Bodediagramm

Beispiele verschiedener Bodediagramm und zugehöriger Pol-Nullstellen-Diagramme siehe Skript, Kapitel 5.4.3 (S. 222)

4.1 Approximationen im Bodediagramm

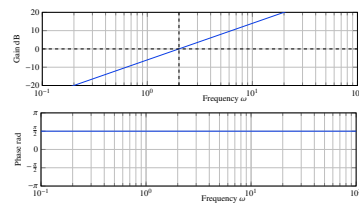
4.1.1 Pol im Ursprung

- $H(s) = \frac{\alpha}{s} = \frac{2}{s}$
 - Betrag = Gerade mit Steigung -20 dB/Dek , Schnittpunkt mit 0 dB-Linie bei $\omega = \alpha$
 - Phase $-\frac{\pi}{2} = \text{const}$



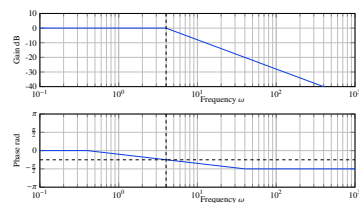
4.1.2 Nullstelle im Ursprung

- $H(s) = \alpha \cdot s = 3 \cdot s$
 - Betrag = Gerade mit Steigung $+20 \text{ dB/Dek}$, Schnittpunkt mit 0 dB-Linie bei $\omega = \frac{1}{\alpha}$
 - Phase $+\frac{\pi}{2} = \text{const}$



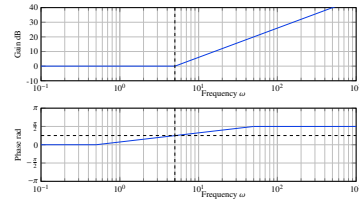
4.1.3 Reeller Pol

- $H(s) = \frac{\alpha}{s+\alpha} = \frac{1}{\frac{s}{\alpha}+1} = \frac{4}{s+4}$
 - Betrag = Konstante mit Wert 0 dB von $\omega = 0$ bis $\omega = \alpha$; für $\omega > \alpha$ Gerade mit Steigung -20 dB/Dek durch Punkt mit Amplitude 0 dB und $\omega = \alpha$
 - Phase = Konstante mit Wert 0 bis $\omega < \frac{\alpha}{10}$; für $\omega > 10\alpha$ Konstante mit Wert $-\frac{\pi}{2}$; dazwischen eine Gerade (bei $\omega = \alpha$ beträgt Phase $-\frac{\pi}{4}$)

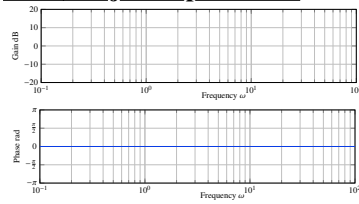


4.1.4 Reelle Nullstelle

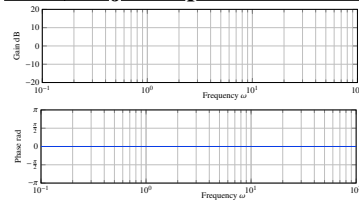
- $H(s) = \frac{s+\alpha}{\alpha} = \frac{s}{\alpha} + 1 = \frac{s+5}{5}$
 - Betrag = Konstante mit Wert 0 dB von $\omega = 0$ bis $\omega = \alpha$; für $\omega > \alpha$ Gerade mit Steigung $+20 \text{ dB/Dek}$ durch Punkt mit Amplitude 0 dB und $\omega = \alpha$
 - Phase = Konstante mit Wert 0 bis $\omega < \frac{\alpha}{10}$; für $\omega > 10\alpha$ Konstante mit Wert $+\frac{\pi}{2}$; dazwischen eine Gerade (bei $\omega = \alpha$ beträgt Phase $+\frac{\pi}{4}$)



4.1.5 Konj.-komplexe Pole

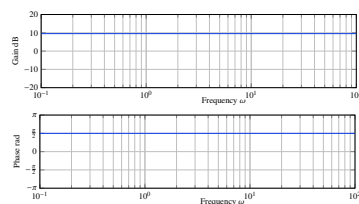


4.1.6 Konj.-komplexe Nullstellen



4.1.7 Konstanter Faktor

- $H(s) = \alpha \cdot e^{j\beta} = 3 \cdot e^{j\frac{\pi}{2}}$
 - Betrag = $20 \cdot \log_{10}(\alpha) = \text{const}$
 - Phase = $\beta = \text{const}$



4.1.8 Weitere Bemerkungen

4.2 Bodediagramme mit Matlab

```
1 s = tf('s');  
2 G = 1 + 0.1 * s; % UTF des Systems  
3 bode(G) % Bode-Plot des Systems  
4 bodemag(G) % Amplitudengang des Systems
```