

Signale und Systeme 2

FS 24 Prof. Dr. Heinz Mathis

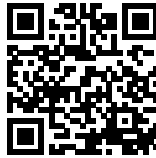
Autoren:

Simone Stitz, Laurin Heitzer

Version:

1.0.20240604

<https://github.com/P4ntomime/signale-und-systeme-2>



Inhaltsverzeichnis

1 Filter	2		
1.1 Grundtypen (S. 291)	2	1.11 Approximation nach Bessel (S. 328)	4
1.2 Frequenzgang $H(j\omega)$ – Übertragungsfunktion $H(s)$	2	1.12 Gegenüberstellung der Filter-Approximationen	4
1.3 Approximation im Frequenzbereich	2	1.13 Standard-Filtertypen – Überblick	4
1.4 Ideales Tiefpassfilter (S. 297)	2	1.14 Vorgehen Filter dimensionieren / auslegen	4
1.5 Amplitudengang mit char. Funktion $K(\Omega^2)$	2	1.15 Nomogramme (S. 393)	4
1.6 Approximation mittels kritisch-gedämpfter Filter (S. 299)	2		
1.7 Approximation nach Butterworth (S. 303)	2	2 Filter-Umwandlungen mittels Frequenztransformation	5
1.8 Approximation nach Tschebyscheff-I (S. 310)	3	2.1 Transformation: Tiefpass – Hochpass (S. 344)	5
1.9 Approximation nach Tschebyscheff-II (S. 319)	3	2.2 Transformation: Tiefpass – Bandpass (S. 348)	5
1.10 Approximation nach Cauer (S. 322)	4	2.3 Transformation: Tiefpass – Bandsperre (S. 357)	5
		2.4 LC-Filter: Entnormierung der Komponenten	5

1 Filter

1.1 Grundtypen (S. 291)

Filter sind mehrheitlich **frequenzselektive, lineare Netzwerke**, welche gewisse Frequenzbereiche übertragen und andere dämpfen. Die fünf **frequenzselektiven Grundtypen** sind:

- Tiefpass (TP)
- Bandpass (BP)
- Allpass
- Hochpass (HP)
- Bandsperre, Notch (BS)

1.2 Frequenzgang $H(j\omega)$ – Übertragungsfunktion $H(s)$ (S. 294)

Für den Frequenzgang $H(j\omega)$ und die Übertragungsfunktion $H(s)$ gelten die folgenden Zusammenhänge

$$|H(j\omega)|^2 = H(j\omega) \cdot H^*(j\omega) = H(j\omega) \cdot H(-j\omega) = H(s) \cdot H(-s) \Big|_{s=j\omega}$$

$$H(s) \cdot H(-s) = |H(j\omega)|^2 \Big|_{\omega^2 = -s^2}$$

Hinweis: $|H(j\omega)|^2$ ist immer eine Funktion in ω^2 , da der Amplitudengang eine gerade Funktion ist!

Da in der Praxis **jeweils nur $H(s)$ interessant** ist, muss $H(s)$ aus $|H(j\omega)|^2$ 'isoliert' werden. Dies ist durch den folgenden Zusammenhang möglich.

$$\underbrace{\frac{N(s)}{D(s)}}_{H(s)} \cdot \underbrace{\frac{N(-s)}{D(-s)}}_{H(-s)} = |H(j\omega)|^2 \Big|_{\omega^2 = -s^2}$$

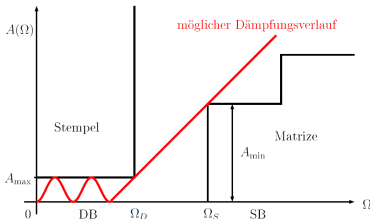
Hinweis: $D(s)$ muss aus Stabilitätsgründen ein Hurwitz-Polynom sein!

1.3 Approximation im Frequenzbereich

Die wichtigste Aufgabe der Filtertheorie ist die **Bestimmung der Übertragungsfunktion, die einen vorgegebenen Frequenzgang gewährleistet**. Zuerst soll der **Amplitudengang** $|H(j\omega)|$ im Frequenzbereich approximiert werden. Der vorgeschriebene Phasengang wird dann allenfalls mit zusätzlichen Allpass-Filtern erreicht.

1.3.1 Toleranzschema (Stempel und Matritze) – Filterspezifikation

Dämpfung



Die Anforderungen an ein Filter werden häufig im **Toleranzschema beschrieben**. Dieses steht jeweils 'auf dem Kopf'.

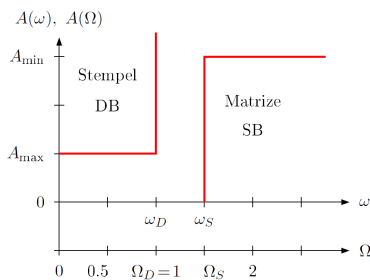
- Im **Durchlassbereich (DB)** bestimmt der Stempel die maximal zulässige **Dämpfung A_{\max}**
- Im **Sperrbereich (SB)** bestimmt die Matritze die minimal nötige **Dämpfung A_{\min}**

$$A_{\text{dB}}(\omega) = 10 \cdot \log\left(\frac{1}{|H(\omega)|^2}\right) = -20 \cdot \log(|H(\omega)|) \Rightarrow \text{Dämpfung!}$$

1.3.2 Frequenznormierung

Um möglichst kompakte **Tabellen** zu haben, wird auf Frequenzen normiert. Grundsätzlich kann auf eine beliebige Frequenz normiert werden. Allerdings gilt grundsätzlich:

- **HP / TP:** Normierung bezüglich **Grenzfrequenz** des Durchlassbereichs $\omega_r = \omega_D$
- **BP / BS:** Normierung bezüglich der Mittenfrequenz $\omega_r = \omega_m$



Normierte Größen

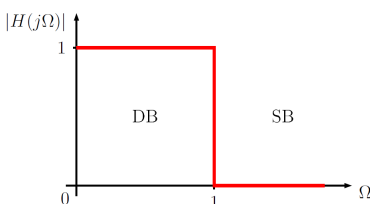
$$S = \frac{s}{\omega_r}$$

$$\Omega = \frac{\omega}{\omega_r}$$

$$s' = \frac{\sigma}{\omega_r}$$

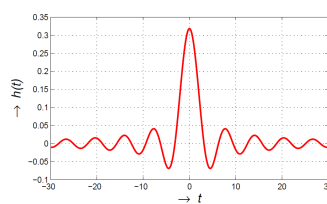
Hinweis: Zur Entnormierung wird jeweils S in der normierten Funktion durch $\frac{s}{\omega_r}$ ersetzt.

1.4 Ideales Tiefpassfilter (S. 297)



- DB: keine Dämpfung
- SB: kein Ausgangssignal

\Rightarrow Ideales Tiefpass ist physikalisch nicht realisierbar. \Rightarrow **Approximationen**



- Akausale Impulsantwort $h(t)$

1.5 Amplitudengang mit char. Funktion $K(\Omega^2)$

Um Wurzelausdrücke zu vermeiden, wird der folgenden Ansatz verwendet

$$|H(j\Omega)|^2 = \frac{1}{1 + K(\Omega^2)}$$

Im Fall des (idealen) Tiefpasses gilt für die charakteristische Funktion $K(\Omega^2)$

- Durchlassbereich (DB) $0 \leq K(\Omega^2) \ll 1$ für $0 \leq \Omega < 1 \Rightarrow |H(j\Omega)|^2 \approx 1$
- Sperrbereich (SB) $K(\Omega^2) \gg 1$ für $\Omega > 1 \Rightarrow |H(j\Omega)|^2 \approx 0$

1.6 Approximation mittels kritisch-gedämpfter Filter (S. 299)

Tiefpassfilter n . Ordnung mit kritischer Dämpfung haben jeweils einen **n -fachen Pol** auf der **negativen σ -Achse**.

- Impuls- und Sprungantwort können nicht oszillieren
- Geringe Flankensteilheit im Übergangsbereich

Die Übertragungsfunktion $H(s)$ ergibt sich als:

$$H(s) = \frac{1}{\left(1 + \frac{s}{\omega_c}\right)^n}$$

n Ordnung des Filters
 ω_c 3 dB-Punkt jedes der n Teilfilter

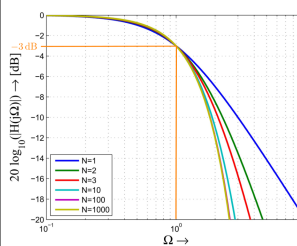
Will man bei der Kreisfrequenz ω_D eine Dämpfung von α dB haben, so muss ω_c (der n identischen Teilfilter) gewählt werden als

$$\omega_c = \frac{\omega_D}{\sqrt{10^{\frac{\alpha}{10 \cdot n}} - 1}}$$

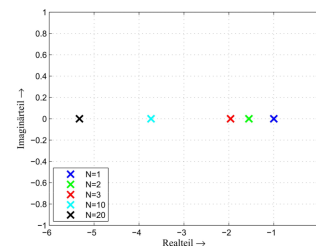
1.6.1 Eigenschaften kritisch-gedämpfte Filter

- Alle Pole am **gleichen Ort** auf negativer σ -Achse \Rightarrow Allpolfilter
- Für $\Omega = 0$ ist für sämtliche n : $|H(0)| = H_{\max} = 1$
- Für $\Omega = 1$ ist für sämtliche n : $|H(j)| = \frac{H_{\max}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow 3$ dB Dämpfung
- Für $\Omega \gg 1$ wird $|H(j\Omega)| \approx \frac{1}{\Omega^n} \Rightarrow -n \cdot 20$ dB/ Dekade
- Amplitudengang bei $\Omega = 0$ maximal flach, da alle Ableitungen = 0 sind
- Amplitudengang ist streng-monoton fallend \Rightarrow keine Welligkeit
- Pole verschieben sich bei höherer Ordnung in Richtung imaginäre Achse
- Gruppenlaufzeit konstant bis ω_D

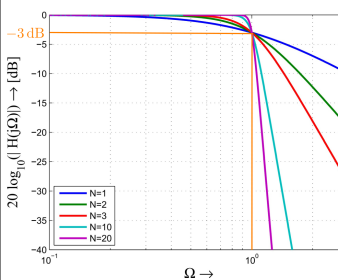
Amplitudengänge



Pol-Lagen



1.7 Approximation nach Butterworth (S. 303)



Die charakteristische Funktion wird bei der Butterworth-Approximation als $K(\Omega^2) = (\Omega^2)^n = \Omega^{2n}$ gewählt. Der Amplitudengang $|H(j\Omega)|$ folgt somit der Gleichung

$$|H(j\Omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \Omega^{2n}}}$$

1.7.1 Eigenschaften der Butterworth-Approximation (S. 303)

- **Durchlassbereich**
 - Für $\Omega = 0$ ist für sämtliche n : $|H(0)| = H_{\max} = 1$
 - Für $\Omega = 1$ ist für sämtliche n : $|H(j)| = \frac{H_{\max}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow 3$ dB Dämpfung
 - Amplitudengang bei $\Omega = 0$ maximal flach, da alle Ableitungen = 0 sind
- **Sperrbereich**
 - Für $\Omega \gg 1$ wird $|H(j\Omega)| \approx \frac{1}{\Omega^n} \Rightarrow -n \cdot 20$ dB/ Dekade
- **Allgemein**
 - Amplitudengang ist streng-monoton fallend \Rightarrow keine Welligkeit

1.7.2 Bestimmung von $H(s)$ aus $|H(j\Omega)|$ (S. 304)

Aus dem Ansatz

$$|H(j\Omega)|^2 = \frac{1}{1 + K(\Omega^2)} \Big|_{\Omega^2 = -s^2} = \frac{1}{1 + (-s^2)^n} = H(s) \cdot H(-s) = \frac{1}{D(s)} \cdot \frac{1}{D(-s)}$$

kann der folgende Teil isoliert betrachtet werden ($D(s)$ ist ein Hurwitz-Polynom):

$$D(s) \cdot D(-s) = 1 + (-s^2)^n$$

Mit dem Ansatz

$$D(s) = \prod_{j=1}^n (s^2 + a_j \cdot s + b_j) \prod_{j=2n+1}^n (s - c_j)$$

wird das Produkt $D(s) \cdot D(-s)$ bestimmt. Anschliessend wird ein Koeffizientenvergleich durchgeführt.

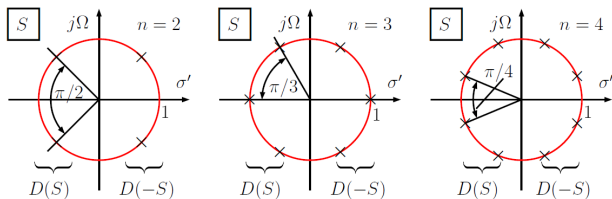
1.7.3 Bestimmung der Pol-Lage (S. 307)

Der Zusammenhang aus Abschnitt 1.7.2 kann für die Bestimmung der Pole auf Null gesetzt werden:

$$D(S) \cdot D(-S) = 1 + (-S^2)^n \stackrel{!}{=} 0$$

Durch Auflösen der Gleichung nach S kommen die Pole auf dem **Einheitskreis** zu liegen.

- Abstand zwischen den Polen: $\frac{\pi}{n}$
- Ordnung n gerade: keine reellen Pole
- Ordnung n ungerade: zwei reelle Pole bei ± 1
- Für Nennerpolynom $D(S) = \frac{1}{H(S)}$ müssen nur Pole in der linken Halbebene berücksichtigt werden!

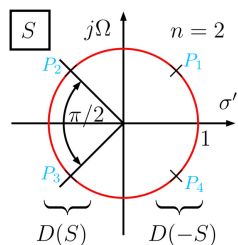


Beispiel: Butterworth 2. Ordnung – $H(s)$ und Pol-Lage bestimmen

$$\text{Ansatz: } H(S) \cdot H(-S) = \frac{1}{D(S)} \cdot \frac{1}{H(s)} = \frac{1}{1 + (-S^2)^n}$$

Für die Ordnung $n = 2$ ergibt sich das Nennerpolynom zu:

$$D(S) \cdot D(-S) = 1 + S^4 \Leftrightarrow S^4 = -1 \Leftrightarrow e^{j(\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2})}$$



Aufgelöst nach S liegen die Nullstellen auf dem Einheitskreis mit Abstand $\frac{\pi}{4}$ verteilt.

Rechte Halbebene **Linke Halbebene**

$$P_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} + j\frac{1}{\sqrt{2}} \quad P_2 = -\frac{1}{\sqrt{2}} + j\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$P_4 = \frac{1}{\sqrt{2}} - j\frac{1}{\sqrt{2}} \quad P_3 = -\frac{1}{\sqrt{2}} - j\frac{1}{\sqrt{2}}$$

⇒ Für die Übertragungsfunktion $H(s)$ sind nur die Nullstellen in der **linken Halbebene** relevant!

Die Übertragungsfunktion $H(s)$ ergibt sich aus

$$H(s) = \frac{1}{D(s)} = \frac{1}{(s - P_2) \cdot (s - P_3)} = \frac{1}{s^2 + \sqrt{2}s + 1}$$

Alternativ kann die Übertragungsfunktion $H(S)$ auch mittels folgendem Ansatz für $D(S)$ und anschliessendem Koeffizientenvergleich von $D(S) \cdot D(-S)$ bestimmt werden.

$$\text{Ansatz: } D(S) = S^2 + a_1 S + b_1$$

$$\text{Koeffizientenvergleich: } D(S) \cdot D(-S) = S^4 + (2b_1 - a_1^2)S + b_1^2 \stackrel{!}{=} S^4 + 1$$

$$\Rightarrow a_1 = \sqrt{2} \text{ und } b_1 = 1 \Rightarrow S^2 + \sqrt{2}S + 1 \Rightarrow H(s) = \frac{1}{D(s)} = \frac{1}{s^2 + \sqrt{2}s + 1}$$

1.7.4 Bestimmung der Filterordnung (S. 308)

Aus dem Toleranzschema lassen sich für die 'Ecken' die folgenden beiden Bedingungen aufstellen:

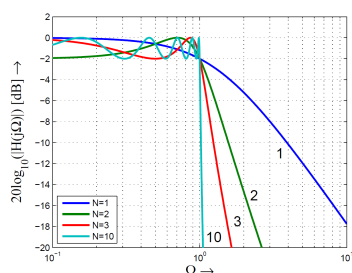
$$A(\Omega_D) = 10 \cdot \log_{10}(1 + \Omega_D^{2n}) = A_{\max}$$

$$A(\Omega_S) = 10 \cdot \log_{10}(1 + \Omega_S^{2n}) = A_{\min}$$

Mittels Umformungen und aufgelöst nach n ergibt sich die Filter-Ordnung als
[.] bedeutet 'aufrunden auf ganze Zahl'

⇒ Alternativ kann die Ordnung n auch mit dem Nomogramm bestimmt werden.

1.8 Approximation nach Tschebyscheff-I (S. 310)



Die charakteristische Funktion wird bei der Tschebyscheff-I als $K(\Omega^2) = e^2 \cdot C_n^2(\Omega)$ gewählt. Der Amplitudengang $|H(j\Omega)|$ folgt somit der Gleichung

$$|H(j\Omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + e^2 \cdot C_n^2(\Omega)}}$$

e **Rippelfaktor** (Konstante)
 $C_n(\Omega)$ Tschebyscheff-Polynom erster Art der Ordnung n

Das Tschebyscheff-Polynom $C_n(\Omega)$ ist im Durchlassbereich und im Sperrbereich **unterschiedlich definiert!**

$$\text{Durchlassbereich } (|\Omega| \leq 1)$$

$$C_n(\Omega) = \cos(n \cdot \arccos(\Omega))$$

$$\text{Sperrbereich } (|\Omega| \geq 1)$$

$$C_n(\Omega) = \cosh(n \cdot \operatorname{arccosh}(\Omega))$$

Für die Ordnung $n \geq 2$ lässt sich das Tschebyscheff-Polynom $C_n(\Omega)$ mittels Rekursionsformel berechnen

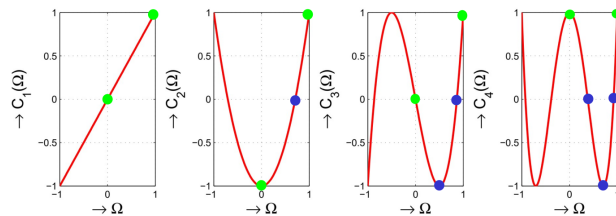
$$C_n(\Omega) = 2\Omega C_{n-1}(\Omega) - C_{n-2}(\Omega) \quad C_0(\Omega) = 1 \quad C_1(\Omega) = \Omega$$

Zwischen dem Rippelfaktor e und der maximalen Dämpfung A_{\max} gilt der Zusammenhang:

$$A_{\max} = 10 \cdot \log_{10}(1 + e^2) \Leftrightarrow e = \sqrt{10^{\frac{A_{\max}}{10}} - 1}$$

1.8.1 Eigenschaften der Tschebyscheff-I-Approximation (S. 311)

Im **Durchlassbereich** schwankt das Tschebyscheff-Polynom in den Grenzen ± 1 . Im **Sperrbereich** nimmt C_n monoton mit Ω zu.



• Durchlassbereich

- Für $\Omega = 0$ ist für ungerade n : $|H(0)| = H_{\max} = 1$
- Für $\Omega = 0$ ist für gerade n : $|H(0)| = \frac{1}{\sqrt{1+e^2}}$
- Für $\Omega = 1$ ist für sämtliche n : $|H(j)| = \frac{1}{\sqrt{1+e^2}} \Rightarrow$ **nicht 3 dB Dämpfung**
- Aus der Anzahl **Extremalstellen** und **Endpunkte** des Amplitudengangs im **Durchlassbereich** ($0 \leq \Omega \leq 1$) lässt sich die **Ordnung n** bestimmen.
- Ordnung = Summe aller Extremalstellen plus beide Endpunkte minus 1**

• Sperrbereich

- Für $\Omega \gg 1$ wird $|H(j\Omega)| \approx \frac{1}{e \cdot C_n(\Omega)} \Rightarrow$ **$-n \cdot 20$ dB / Dekade** bzw. **$-n \cdot 6.02$ dB / Oktave**
- Fixe Ordnung n : Je grösser der Rippelfaktor e , desto steiler der Abfall in den Sperrbereich
- Fixer Rippelfaktor e : Je grösser die Ordnung n , desto steiler der Abfall in den Sperrbereich

1.8.2 Pol-Lagen (S. 313)

- Die Pole liegen auf einer Ellipse
- Allpolfilter
- Je näher die Pole an der $j\omega$ -Achse liegen, desto mehr Rippel gibt es im Phasengang

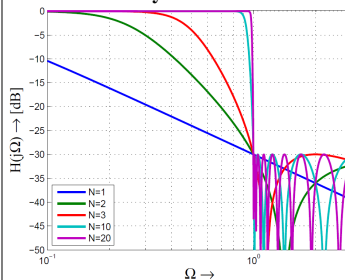
1.8.3 Filterordnung (S. 316)

$$n = \left\lceil \frac{\arccos\left(\sqrt{\frac{10^{A_{\min}/10} - 1}{10^{A_{\max}/10} - 1}}\right)}{\arccos\left(\frac{\Omega_S}{\Omega_D}\right)} \right\rceil$$

⇒ Nomgramme!

1.9 Approximation nach Tschebyscheff-II (S. 319)

Inverses Tschebyscheff-Filter

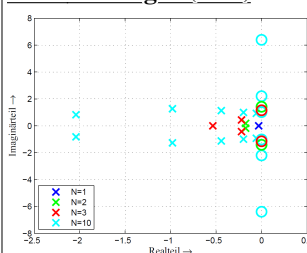


Die charakteristische Funktion wird bei der Tschebyscheff-II-Approximation als $K(\Omega^2) = e^2 \cdot C_n^2(\Omega)$ gewählt. Der Amplitudengang $|H(j\Omega)|$ folgt somit der Gleichung

$$|H(j\Omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{e^2}{C_n^2(\Omega)}}}$$

e **Rippelfaktor** (Konstante)
 $C_n(\Omega)$ Tschebyscheff-Polynom erster Art der Ordnung n

1.9.1 Pol-Lagen (S. 321)



• Kein Allpolfilter

- Gerade Ordnung n : n Pole und n Nullstellen
- Ungerade Ordnung n : n Pole und $n - 1$ Nullstellen

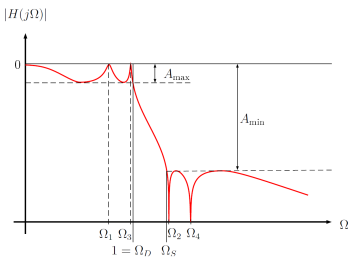
1.9.2 Filterordnung (S. 319)

$$n = \left\lceil \frac{\arccos\left(\sqrt{\frac{10^{A_{\min}/10} - 1}{10^{A_{\max}/10} - 1}}\right)}{\arccos\left(\frac{\Omega_S}{\Omega_D}\right)} \right\rceil$$

Die Filterordnung berechnet sich identisch wie bei der Tschebyscheff-I-Approximation!

⇒ Gleiches Nomogramm wie für Tschebyscheff-I

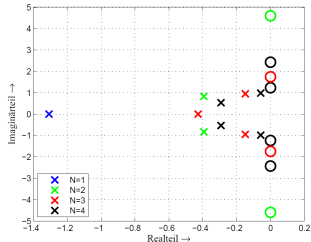
1.10 Approximation nach Cauer (s. 322)



Kombination von Tschebyscheff-I und Tschebyscheff-II

Daher spricht man auch von Complete-Chebyshev- oder Chebyshev-Cauer-Filtern (CC-Filter).

1.10.1 Pol-Lagen (s. 325)



- **Kein Allpolfilter**
 - Gerade Ordnung n : n Pole und n Nullstellen
 - Ungerade Ordnung n : n Pole und $n - 1$ Nullstellen

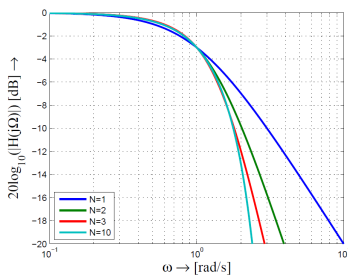
- Pole auf $j\omega$ -Achse **ausserhalb vom Einheitskreis**

1.10.2 Filterordnung (s. 326)

$$n = \frac{\left| K \left(\frac{\Omega_D}{\Omega_S} \right)^2 K \left(1 - \frac{A_{\max}/10^{-1}}{A_{\min}/10^{-1}} \right) \right|}{\left| K \left(1 - \left(\frac{\Omega_D}{\Omega_S} \right)^2 \right) K \left(\frac{A_{\max}/10^{-1}}{A_{\min}/10^{-1}} \right) \right|} \quad \text{mit } K(k) = \int_0^{\pi/2} \frac{1}{\sqrt{1 - k \sin^2(\theta)}} d\theta$$

⇒ Nomogramm!

1.11 Approximation nach Bessel (s. 328)



Bessel-Filter liefern eine möglichst **lineare Phase**, d.h. eine **konstante Gruppenlaufzeit**.

Die Übertragungsfunktion $H(S)$ lautet

$$H(S) = K \cdot e^{-ST_0}$$

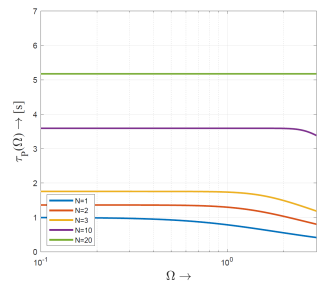
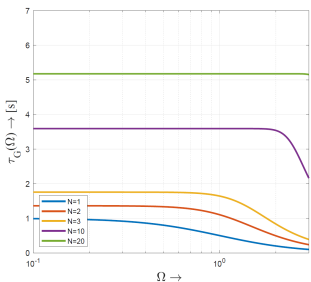
Für die Gruppenlaufzeit folgt somit

$$\tau_g(\Omega) = \frac{-d\theta(\Omega)}{d\Omega} = T_0 = \text{const}$$

Ohne Einschränkung kann in der UTF $T_0 = 1$ und $K = 1$ gesetzt werden:

$$H(S) = e^{-S} = \frac{1}{e^S} \approx \frac{1}{D(S)}$$

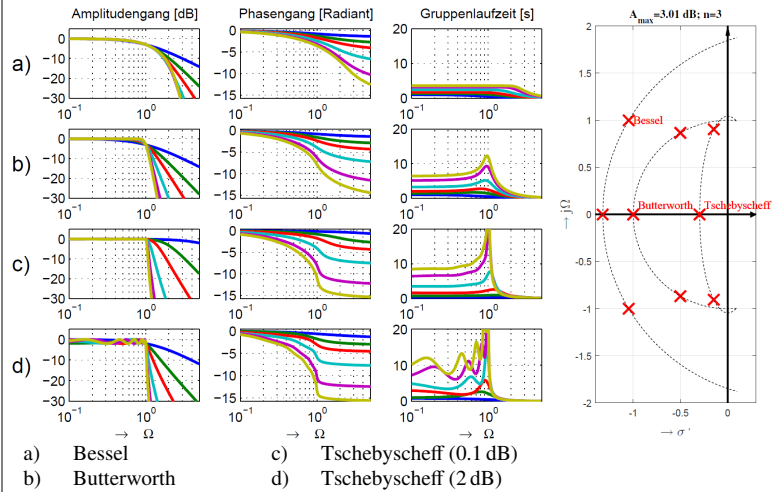
1.11.1 Gruppenlaufzeit $\tau_g(\Omega)$ und Phasenlaufzeit $\tau_p(\Omega)$ (s. 331)



1.12 Gegenüberstellung der Filter-Approximationen

	Krit. Gedämpft	Butterworth	Tschebyscheff I	Tschebyscheff 2	Cauer	Bessel
Allpolfilter	ja	ja	ja	nein	nein	ja
Pol-Lage	reelle Achse <0	Halbkreis LHE	Ellipse LHE	LHE	Ellipse LHE	exzent. Kreis
NS-Lage	-	-	-	$j\omega$ -Achse	$j\omega$ -Achse	-
DB	monoton	monoton maximalflach	wellig konst. Rippel	monoton	wellig konst. Rippel	monoton
SB	streng	monoton	monoton	wellig konst. Rippel	wellig konst. Rippel	monoton
Phasengang	sehr gut	mittel	schlecht	schlecht	wild	bestmöglich

1.12.1 Frequenzgänge / Lage der Pol- und Nullstellen (s. 334)



- a) Bessel
- b) Butterworth
- c) Tschebyscheff (0.1 dB)
- d) Tschebyscheff (2 dB)

1.13 Standard-Filtertypen – Überblick

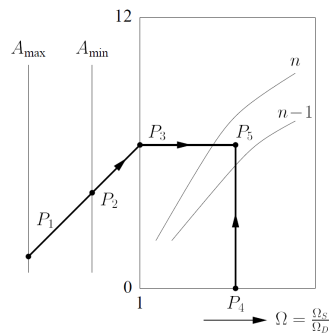
- **kritisch-Gedämpfte Filter**
 - + **Kein Rippel** im Durchlass- und Sperrbereich
 - + Kein Überspringen bei Impuls- und Sprungantwort
 - Braucht **hohe Ordnung** für steilen Übergang von Durchlass- zu Sperrbereich
 - Kaskadierung von n wirkungsfreien, identischen Filtern 1. Ordnung
 - Bei $\Omega = 1 \Rightarrow$ Dämpfung von 3 dB
 - Steilheit: $-n \cdot 20$ dB / Dekade
 - Allpolfilter: n Pole am gleichen Ort in der LHE
- **Butterworth**
 - + **Kein Rippel** im Durchlass- und Sperrbereich
 - + Im Durchlassbereich ist der Amplitudengang **maximal flach**
 - Überhöhung in der Gruppenlaufzeit der Grenzfrequenz
 - Braucht **hohe Ordnung** für steilen Übergang von Durchlass- zu Sperrbereich
 - Bei $\Omega = 1 \Rightarrow$ Dämpfung von 3 dB
 - Steilheit: $-n \cdot 20$ dB / Dekade
 - Allpolfilter: Pole auf Einheitskreis mit Abstand $\frac{\pi}{n}$
- **Tschebyscheff-I**
 - + Schon für kleine Ordnungen **relativ steil** im Übergang von Durchlass- und Sperrbereich
 - **Rippel** im **Durchlassbereich** (abhängig von Ordnung n)
 - Keine konstante Gruppenlaufzeit (wellig)
 - Bei $\Omega = 1 \Rightarrow$ Dämpfung abhängig von Rippelfaktor e
 - Steilheit: $-n \cdot 20$ dB / Dekade
 - Allpolfilter: Pole auf einer Ellipse
- **Tschebyscheff-II**
 - + Schon für kleine Ordnungen **relativ steil** im Übergang von Durchlass- und Sperrbereich
 - **Rippel** im **Sperrbereich** (abhängig von Ordnung n)
 - Relativ konstante Gruppenlaufzeit
 - Bei $\Omega = 1 \Rightarrow$ Dämpfung abhängig von Rippelfaktor e
 - Steilheit: $-n \cdot 20$ dB / Dekade
 - Kein Allpolfilter
- **Cauer**
 - + **Steilster Übergang** von Durchlass- zu Sperrbereich
 - **Rippel** in **Durchlassbereich** und **Sperrbereich** (abhängig von Ordnung n)
 - **Kombination aus Tschebyscheff-I und Tschebyscheff-II**
 - Kein Allpolfilter
- **Bessel**
 - + **Flachster Übergang** von Durchlass- und Sperrbereich von allen Filtern
 - + Konstante Gruppenlaufzeit
 - Für steile Filter im Durchlass- und Sperrbereich nicht geeignet
 - Allpolfilter: Pole auf exzentrischen Kreisen in LHE

1.14 Vorgehen Filter dimensionieren / auslegen

1. Gemäss Anforderungen geeigneten Filtertyp wählen (⇒ 1.13)
2. Toleranzschema gemäss Anforderungen erstellen **inkl. Normierung** (⇒ 1.3.1)
3. Ordnung des Filters bestimmen (Formel oder **Nomogramm** ⇒ 1.15)
4. Übertragungsfunktion bestimmen (⇒ Tabelle: Skript S. 397, Anhang 7B)
5. Implementierung mit LC-Filtern: Topologie wählen (⇒ Skript S. 409, Anhang 7C)
6. **Normierte** Bauteilwerte aus entsprechender Tiefpass-Tabelle herauslesen (Anhang 7C)
7. **Falls nicht auf $\omega_r = \omega_{3\text{dB}}$ normiert wurde:** Normierte Werte auf $\Omega_{3\text{dB}}$ korrigieren:
 - ⇒ Division durch **Korrekturfaktor** aus Skript S. 401 Tabelle 7.8
8. Komponenten mittels **Entnormierung** bestimmen (⇒ 2.4)
9. **Entnormierung** der Frequenz (⇒ 1.3.2)
 - $\omega_{3\text{dB}} = \text{Korrekturfaktor} \cdot \omega_D = \text{Korrekturfaktor} \cdot 2\pi f_D$
10. Frequenztransformation (bzw. Komponenten-Transformation) zu HP, BP oder BS durchführen (⇒ 2)

1.15 Nomogramme (s. 393)

Nomogramme können verwendet werden, um die **Ordnung eines Filters** zu bestimmen.



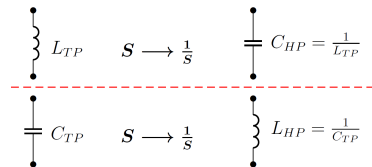
Benutzung von Nomogrammen

1. P_1 : Verbindung von A_{\max} zu A_{\min}
2. P_2 : Verlängerung von P_1 bis zum 'Diagramm-Rand'
3. P_3 : Horizontale Linie vom Rand in Diagramm hinein
4. P_4 : Bei $\Omega = \frac{\Omega_s}{\Omega_D} = \frac{\omega_s}{\omega_D} = \frac{f_s}{f_D}$ vertikale Linie ziehen
5. P_5 : Schnittpunkt: 'hochfahren' zur nächsten Kurve \Rightarrow Ordnung n der Kurve ablesen

2 Filter-Umwandlungen mittels Frequenztransformation

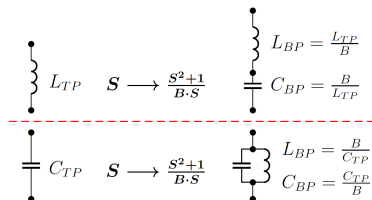
2.1 Transformation: Tiefpass – Hochpass (S. 344)

2.1.1 Bauteiltransformationen: Tiefpass – Hochpass



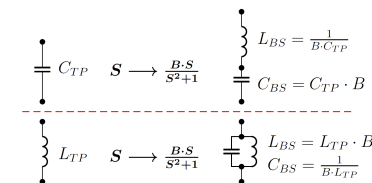
2.2 Transformation: Tiefpass – Bandpass (S. 348)

2.2.1 Bauteiltransformationen: Tiefpass – Bandpass



2.3 Transformation: Tiefpass – Bandsperre (S. 357)

2.3.1 Bauteiltransformationen: Tiefpass – Bandsperre



2.4 LC-Filter: Entnormierung der Komponenten

$$L = \frac{L_{\text{norm}}}{\omega_r} \cdot R_r$$

$$C = \frac{C_{\text{norm}}}{\omega_r \cdot R_r}$$

$$R = R_{\text{norm}} \cdot R_r$$

L_{norm}	normierter Wert gemäss Anhang 7C
C_{norm}	normierter Wert gemäss Anhang 7C
R_{norm}	normierter Wert gemäss Anhang 7C
ω_r	Frequenz, auf welche normiert wurde (ω_D oder ω_m gemäss 1.3.2)
R_r	Tatsächlicher Wert von R_2 gemäss Topologie Skript S. 409