

# Teoria grafów - projekt

## Część analityczna

W załączniku, w pliku Jan\_Jawień.json znajduje się lista sąsiedztwa dla grafu do przeanalizowania. Zadania w części analitycznej (1-8) mają zostać wykonane w oparciu o ten właśnie graf.

W tym dokumencie zamieściłem moje odpowiedzi do poleceń z części analitycznej. Oryginalny plik .json znajduje się w repozytorium.

Jan Jawień – 406055  
Informatyka i Systemy Inteligentne  
WEAiIB AGH, 2021

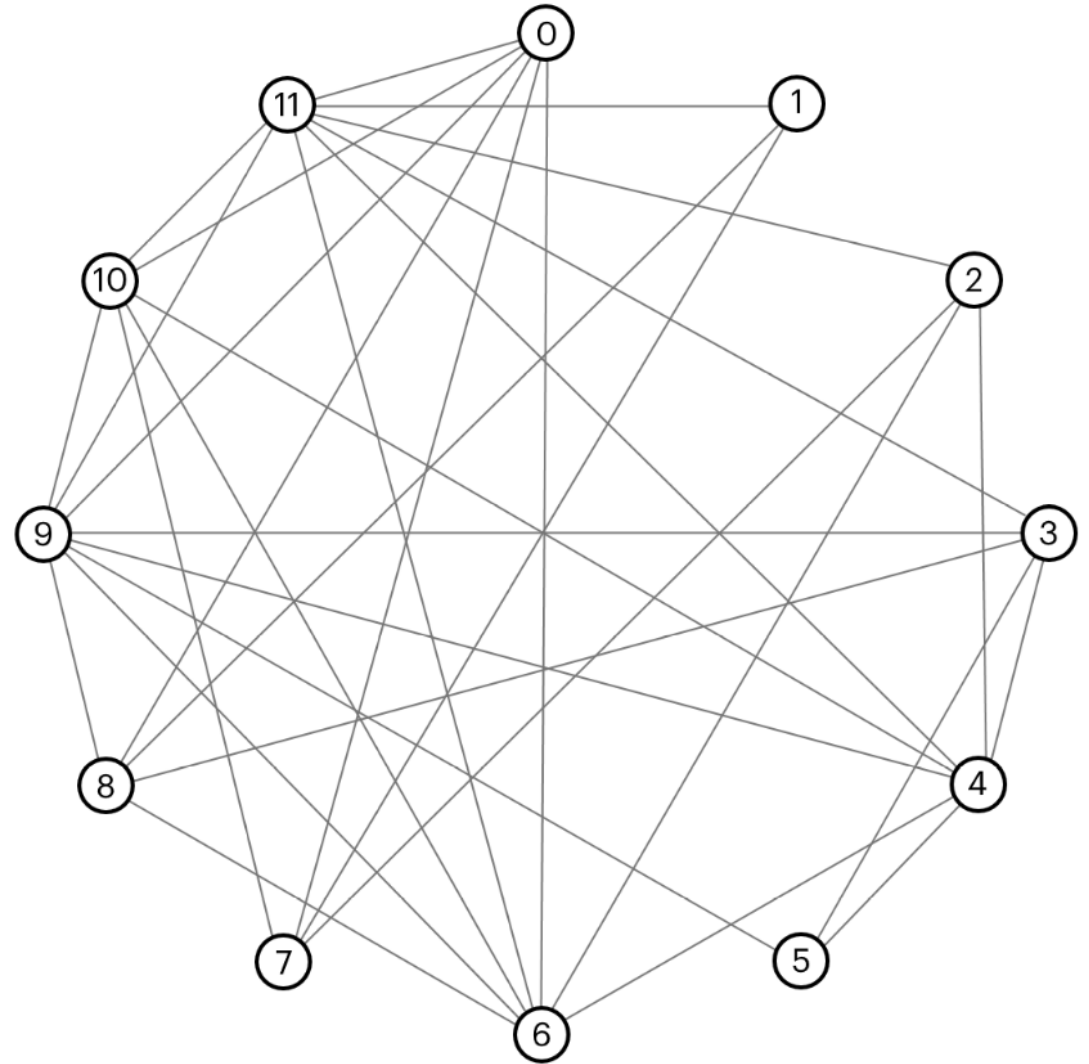
# Zadanie 1.

Wykonaj szkic grafu

Na podstawie podanej listy sąsiedztw  
narysowałem następujący graf nieskierowany:

Podana lista sąsiedztw:

```
[[8, 11, 7, 10, 9, 6],  
 [11, 8, 7],  
 [11, 4, 7, 6],  
 [4, 9, 5, 11, 8],  
 [3, 9, 6, 5, 11, 2, 10],  
 [4, 9, 3],  
 [4, 11, 8, 10, 0, 2, 9],  
 [10, 0, 2, 1],  
 [9, 0, 6, 1, 3],  
 [4, 8, 11, 3, 5, 10, 0, 6],  
 [7, 9, 11, 0, 6, 4],  
 [9, 2, 0, 6, 4, 10, 1, 3]  
]
```



# Zadanie 2.

Opisz graf w formie macierzy incydencji.

Macierz incydencji grafu w postaci tabeli:

	e0	e1	e2	e3	e4	e5	e6	e7	e8	e9	e10	e11	e12	e13	e14	e15	e16	e17	e18	e19	e20	e21	e22	e23	e24	e25	e26	e27	e28	e29	e30	e31	e32
0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0
7	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
8	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0
9	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1	0
10	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1
11	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1

Kolumna odpowiada jednej krawędzi, wiersz odpowiada jednemu węzłowi.  
Każda krawędź jest nieskierowana; jedynka oznacza incydentność z danym węzłem.  
W macierzy nie występują dwójki, więc graf nie zawiera pętli.

# Zadanie 3.

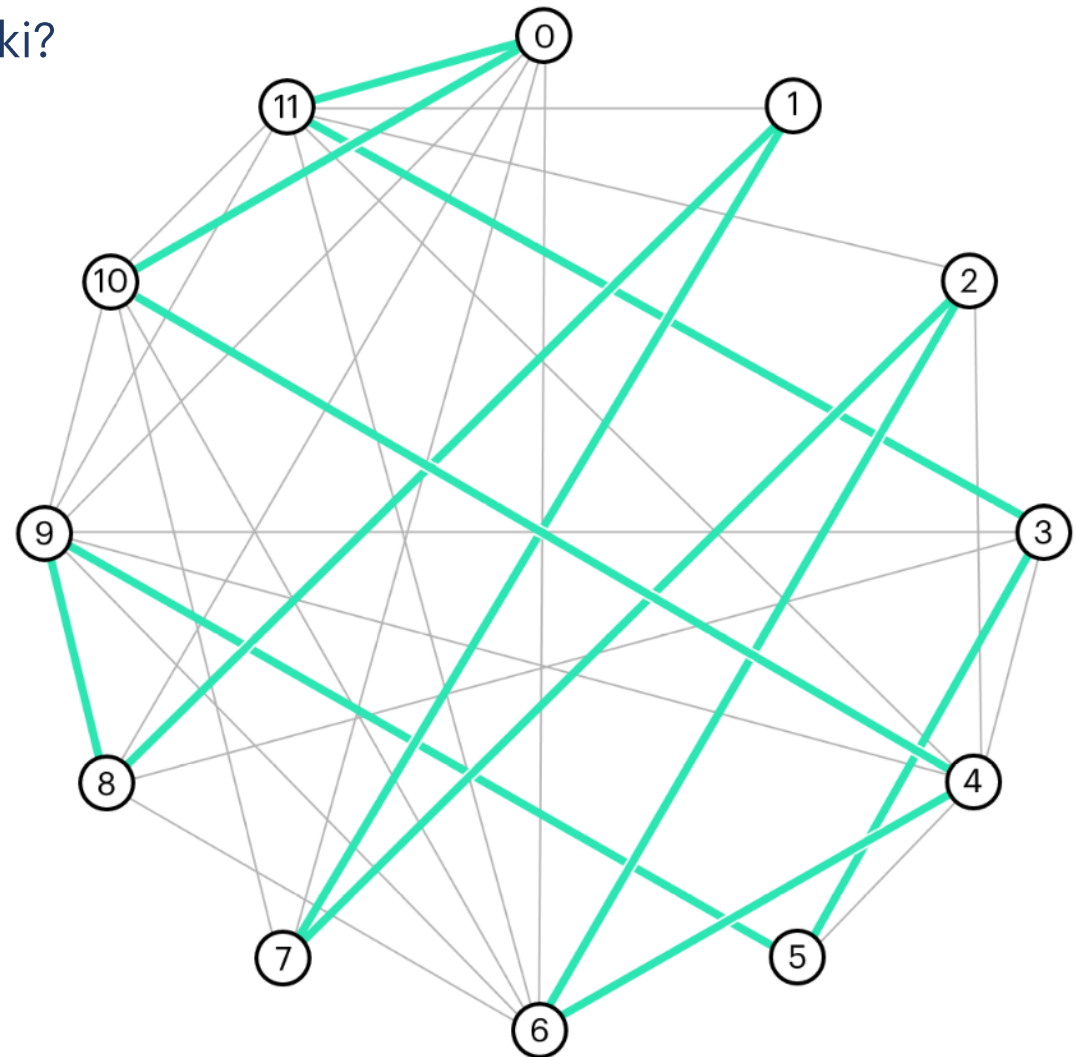
Czy ten graf jest hamiltonowski/pół-hamiltonowski?  
Jeśli tak to podaj ścieżkę/cykl Hamiltona.

Graf nie spełnia założeń twierdzenia Orego:  
Istnieje para węzłów {1, 5} między którymi nie ma krawędzi, a suma ich stopni jest mniejsza niż liczba węzłów w grafie ( $3+3 < 12$ ).

Nie spełnia również założeń twierdzenia Diraca:  
Istnieje węzeł {1}, którego stopień jest mniejszy niż połowa liczby węzłów w grafie ( $3 < 6$ ).

Istnieje jednak cykl Hamiltona, więc graf jest hamiltonowski:

[0, 11, 3, 5, 9, 8, 1, 7, 2, 6, 4, 10, 0]



## Zadanie 4.

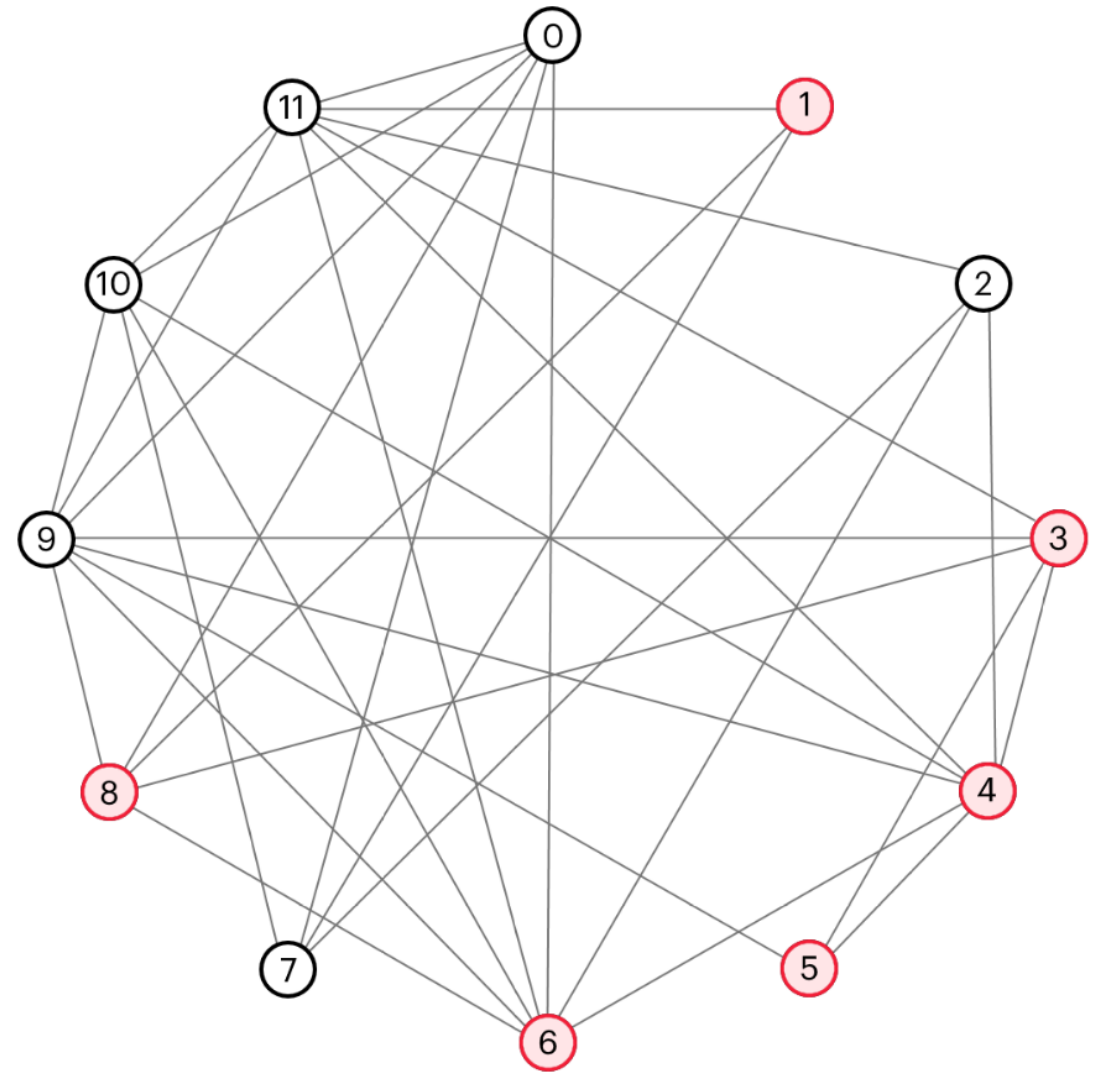
Czy ten graf jest eulerowski/pół-eulerowski?  
Jeśli tak to podaj ścieżkę/cykl Eulera.

Graf nie jest ani eulerowski,  
ani pół-eulerowski, ponieważ posiada  
więcej niż dwa węzły o stopniu nieparzystym:

$$d_G(v_1) = 3 \qquad d_G(v_5) = 3$$

$$d_G(v_3) = 5 \qquad d_G(v_6) = 7$$

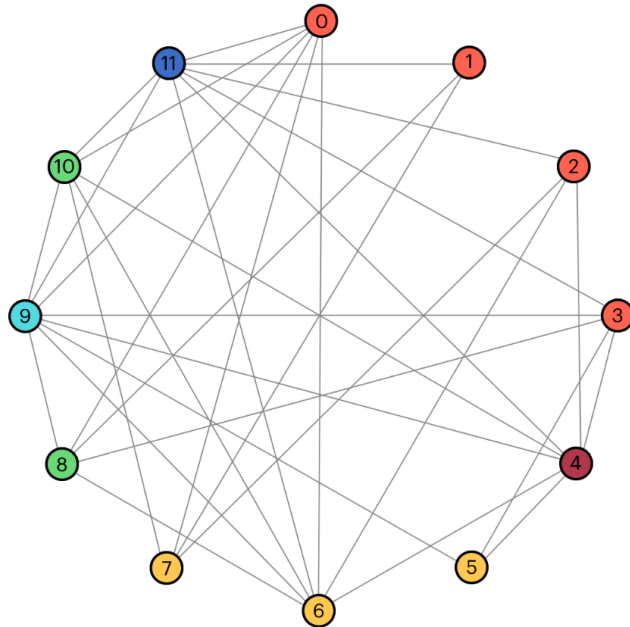
$$d_G(v_4) = 7 \qquad d_G(v_8) = 5$$



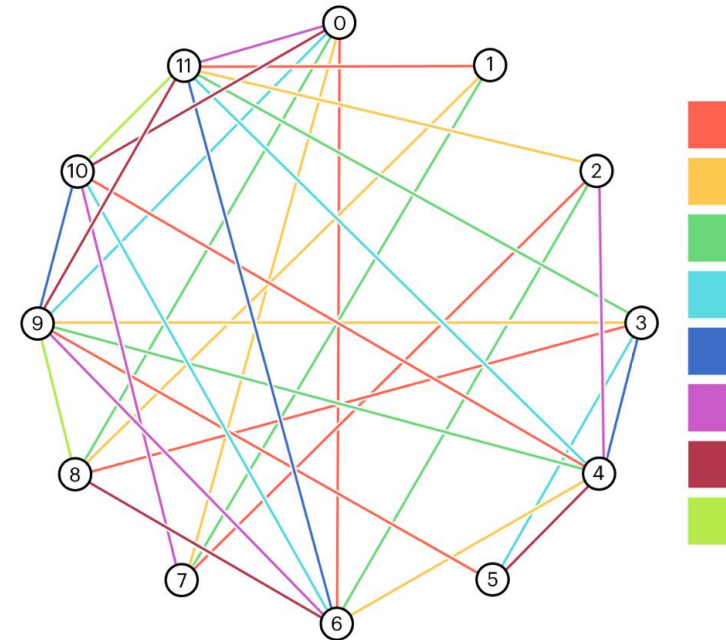
# Zadanie 5, 6.

Pokoloruj graf wierzchołkowo oraz krawędziowo.

Podaj liczbę chromatyczną oraz indeks chromatyczny dla grafu.



Graf posiada liczbę chromatyczną  $\chi(G) = 6$



Graf posiada indeks chromatyczny  $\chi'(G) = 8$ ,  
zgodnie z tw. Vizinga ( $\max d_G = 8$ )

## Zadanie 7.

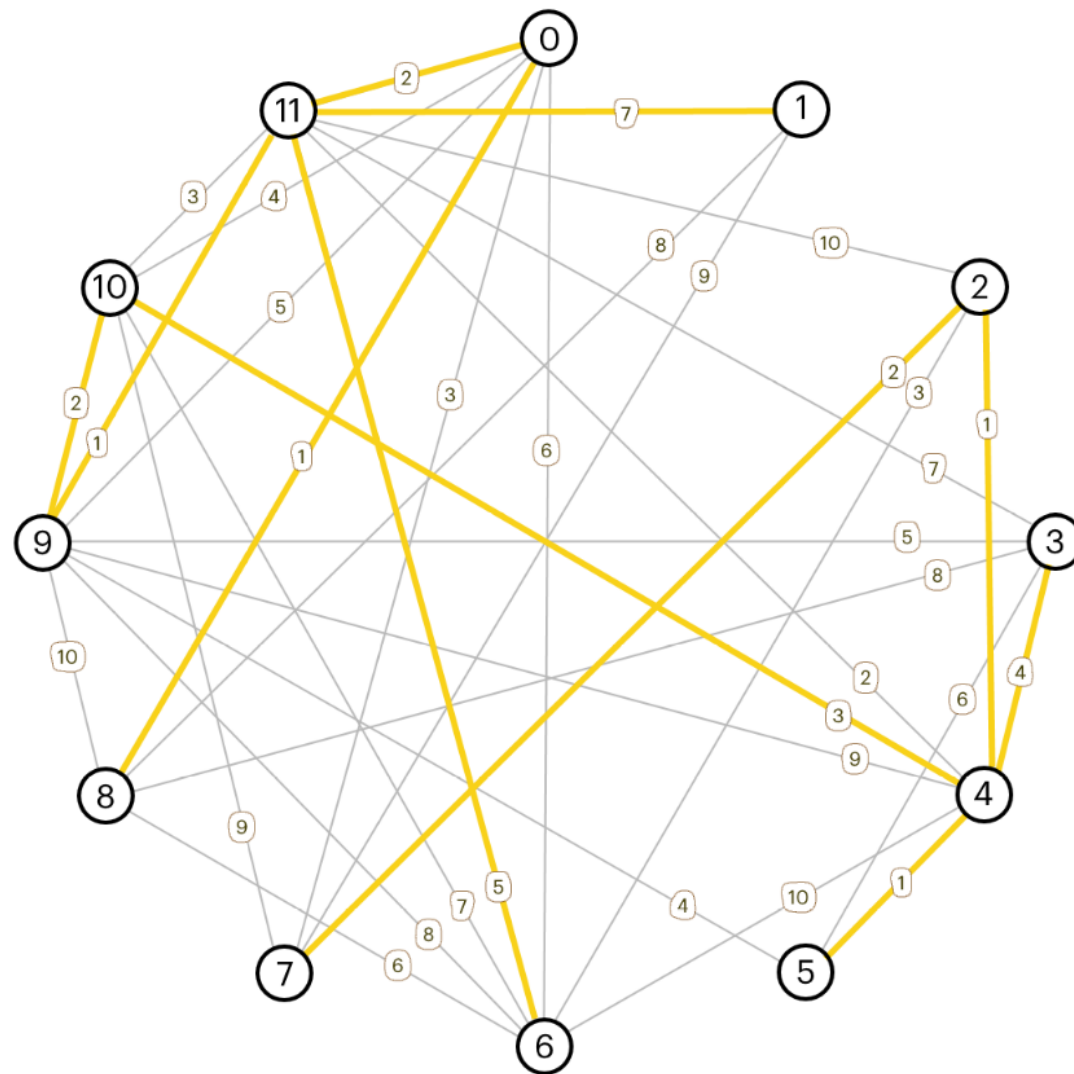
Wyznacz minimalne drzewo rozpinające dla analizowanego grafu.

Każdej krawędzi przypisałem wagę na podstawie jej kolejności wystąpienia w macierzy incydencji:

*Waga*  $v_i = (i \bmod 10) + 1$

Następnie skorzystałem z algorytmu Prima, obierając węzeł  $\{0\}$  jako startowy, i otrzymałem następujące minimalne drzewo rozpinające:

```
[ [8, 11],  
  [11],  
  [4, 7],  
  [4],  
  [3, 5, 2, 10],  
  [4],  
  [11],  
  [2],  
  [0],  
  [11, 10],  
  [9, 4],  
  [9, 0, 6, 1]  
]
```



# Zadanie 8.

Czy rysunek tego grafu jest planarny?  
Jeśli nie, to czy da się go przedstawić jako planarny?  
Jeśli tak, to ile ścian można w nim wyznaczyć?  
Proszę to wykazać na rysunku.

Ani graf ani jego rysunek nie są planarne na mocy tw. Kuratowskiego, ponieważ graf zawiera podgraf  $K_5$ :

Podana lista sąsiedztw:

```
[[8, 11, 7, 10, 9, 6],  
 [11, 8, 7],  
 [11, 4, 7, 6],  
 [4, 9, 5, 11, 8],  
 [3, 9, 6, 5, 11, 2, 10],  
 [4, 9, 3],  
 [4, 11, 8, 10, 0, 2, 9],  
 [10, 0, 2, 1],  
 [9, 0, 6, 1, 3],  
 [4, 8, 11, 3, 5, 10, 0, 6],  
 [7, 9, 11, 0, 6, 4],  
 [9, 2, 0, 6, 4, 10, 1, 3]  
]
```

