

Zestaw 1: Proste programy z pętlami cz. 1

Zadanie 1. Proszę napisać program wypisujący elementy ciągu Fibonacciego mniejsze od miliona.

Zadanie 2. Proszę znaleźć wyrazy początkowe zamiast 1,1 o najmniejszej sumie, aby w ciągu analogicznym do ciągu Fibonacciego wystąpił wyraz równy numerowi bieżącego roku.

Zadanie 3. Proszę napisać program sprawdzający czy istnieje spójny podciąg ciągu Fibonacciego o zadanej sumie.

Zadanie 4. Proszę napisać program obliczający pierwiastek całkowitoliczbowy z liczby naturalnej korzystając z zależności $1 + 3 + 5 + \dots = n^2$.

Zadanie 5. Proszę napisać program wyznaczający pierwiastek kwadratowy ze wzoru Newtona.

Zadanie 6. Proszę napisać program rozwiązujący równanie $x^x = 2020$ metodą bisekcji.

Zadanie 7. Proszę napisać program wczytujący liczbę naturalną z klawiatury i odpowiadający na pytanie, czy liczba ta jest iloczynem dowolnych dwóch kolejnych wyrazów ciągu Fibonacciego.

Zadanie 8. Proszę napisać program sprawdzający czy zadana liczba jest pierwszą.

Zadanie 9. Proszę napisać program wypisujący dzielniki liczby.

Zadanie 10. Proszę napisać program wyszukujący liczby doskonałe mniejsze od miliona.

Zadanie 11. Proszę napisać program wyszukujący liczby zaprzyjaźnione mniejsze od miliona.

Zadanie 12. Proszę napisać program wyznaczający największy wspólny dzielnik 3 zadanych liczb.

Zadanie 13. Proszę napisać program wyznaczający najmniejszą wspólną wielokrotność 3 zadanych liczb.

Zadanie 14. Proszę napisać program obliczający wartości $\cos(x)$ z rozwinięcia w szereg Maclaurina.

Zadanie 15. Nieskończony iloczyn $\sqrt{0.5} * \sqrt{0.5 + 0.5 * \sqrt{0.5}} * \sqrt{0.5 + 0.5 * \sqrt{0.5 + 0.5 * \sqrt{0.5}}} * \dots$ ma wartość $2/\pi$. Proszę napisać program korzystający z tej zależności i wyznaczający wartość π .

Zadanie 16. Dany jest ciąg określony wzorem: $A_{n+1} = (A_n \bmod 2) * (3 * A_n + 1) + (1 - A_n \bmod 2) * A_n / 2$. Startując z dowolnej liczby naturalnej > 1 ciąg ten osiąga wartość 1. Proszę napisać program, który znajdzie wyraz początkowy z przedziału 2-10000 dla którego wartość 1 jest osiągalna po największej liczbie kroków.

Zadanie 17. Proszę napisać program wyznaczający wartość do której zmierza iloraz dwóch kolejnych wyrazów ciągu Fibonacciego. Wyznaczyć ten iloraz dla różnych wartości początkowych wyrazów ciągu.

Zadanie 18. Proszę zmodyfikować wzór Newtona aby program z zadania 5 obliczał pierwiastek stopnia 3.

Zadanie 19. Proszę napisać program wyznaczający wartość liczby e korzystając z zależności: $e = 1/0! + 1/1! + 1/2! + 1/3! + \dots$

Zadanie 20. Dane są ciągi: $A_{n+1} = \sqrt{A_n * B_n}$ oraz $B_{n+1} = (A_n + B_n)/2.0$. Ciągi te są zbieżne do wspólnej granicy nazywanej średnią arytmetyczno-geometryczną. Proszę napisać program wyznaczający średnią arytmetyczno-geometryczną dwóch liczb.

Zestaw 2: Proste programy z pętlami cz. 2

Zadanie 1. Napisz program wczytujący liczbę naturalną z klawiatury i odpowiadający na pytanie, czy liczba ta jest iloczynem dowolnych dwóch wyrazów ciągu Fibonacciego.

Zadanie 2. Napisać program wczytujący trzy liczby naturalne a, b, n i wypisujący rozwinięcie dziesiętne ułamka a/b z dokładnością do n miejsc po kropce dziesiętnej. (n jest rzędu 100)

Zadanie 3. Napisz program wczytujący liczbę naturalną z klawiatury i odpowiadający na pytanie, czy liczba naturalna jest palindromem, a następnie czy jest palindromem w systemie dwójkowym.

Zadanie 4. Liczba dwu-trzy-piątkowa w rozkładzie na czynniki pierwsze nie posiada innych czynników niż 2,3,5. Jedynka też jest taką liczbą. Napisz program, który wylicza ile takich liczb znajduje się w przedziale od 1 do N włącznie.

Zadanie 5. Dana jest liczba naturalna o niepowtarzających się cyfrach pośród których nie ma zera. Ile różnych liczb podzielnych np. przez 7 można otrzymać poprzez wykreślenie dowolnych cyfr w tej liczbie. Np. dla 2315 będą to 21, 35, 231, 315.

Zadanie 6. Napisać program wczytujący liczbę naturalną z klawiatury i rozkładający ją na iloczyn 2 liczb o najmniejszej różnicy. Np. $30 = 5 * 6$, $120 = 10 * 12$.

Zadanie 7. Napisz program wczytujący liczbę naturalną z klawiatury i odpowiadający na pytanie, czy liczba ta jest wielokrotnością dowolnego wyrazu ciągu danego wzorem $A_n = n * n + n + 1$.

Zadanie 8. Pewnych liczb nie można przedstawić jako sumy elementów spójnych fragmentów ciągu Fibonacciego, np. 9,14,15,17,22. Proszę napisać program, który wczytuje liczbę naturalną n , wylicza i wypisuje następną taką liczbę większą od n . Można założyć, że $0 < n < 1000$.

Zadanie 9. Napisać program, który oblicza pole figury pod wykresem funkcji $y = 1/x$ w przedziale od 1 do k , metodą prostokątów.

Zadanie 10. Napisz program wczytujący liczbę naturalną z klawiatury i odpowiadający na pytanie, czy liczba ta jest wielokrotnością dowolnego wyrazu ciągu danego wzorem $A_n = 3 * A_{n-1} + 1$, a pierwszy wyraz jest równy 2.

Zadanie 11. Napisz program wczytujący liczbę naturalną z klawiatury i odpowiadający na pytanie, czy jej cyfry stanowią ciąg rosnący.

Zadanie 12. Napisz program wczytujący liczbę naturalną z klawiatury i odpowiadający na pytanie, czy liczba ta zawiera cyfrę równą liczbie swoich cyfr.

Zadanie 13. Napisz program wczytujący liczbę naturalną z klawiatury i odpowiadający na pytanie, czy liczba zakończona jest unikalną cyfrą.

Zadanie 14. Dane są dwie liczby naturalne z których budujemy trzecią liczbę. W budowanej liczbie muszą wystąpić wszystkie cyfry występujące w liczbach wejściowych. Wzajemna kolejność cyfr każdej z liczb wejściowych musi być zachowana. Na przykład mając liczby 123 i 75 możemy zbudować liczby 12375, 17523, 75123, 17253, itd. Proszę napisać funkcję która wyznaczy ile liczb pierwszych można zbudować z dwóch zadanych liczb.

Zadanie 15. Napisać program znajdujący wszystkie liczby N -cyfrowe dla których suma N -tych potęg cyfr liczby jest równa tej liczbie, np. $153 = 1^3 + 5^3 + 3^3$.

Zadanie 16. Liczba Smitha to taka, której suma cyfr jest równa sumie cyfr wszystkich liczb występujących w jej rozkładzie na czynniki pierwsze. Na przykład: $85 = 5 * 17$, $8 + 5 = 5 + 1 + 7$. Napisać program wypisujący liczby Smitha mniejsze od 1000000.

Zadanie 17. Napisać program wyliczający pierwiastek równania $x^x = 2020$ metodą stycznych.

Zadanie 18. Mamy dane dwa ciągi A,B o następujących zależnościach:

A: $a_0 = 0, a_1 = 1, a_n = a_{n-1} - b_{n-1} * a_{n-2}$

B: $b_0 = 2, b_n = b_{n-1} + 2 * a_{n-1}$

Proszę napisać program, który czyta liczby typu int ze standardowego wejścia i tak długo jak liczby te są kolejnymi wyrazami ciągu A_n (tj. a_0, a_1, a_2, \dots) wypisuje na standardowe wyjście wyrazy drugiego ciągu B_n (tj. b_0, b_1, b_2, \dots).

Zadanie 19. Napisać program wczytujący dwie liczby naturalne a,b i wypisujący rozwinięcie dziesiętne ułamka a/b w postaci ułamka okresowego. Na przykład $1/3 = 0.(3)$, $1/6 = 0.1(6)$, $1/7 = 0.(142857)$

Zadanie 20. Dwie liczby naturalne są różno-cyfrowe jeżeli nie posiadają żadnej wspólnej cyfry. Proszę napisać program, który wczytuje dwie liczby naturalne i poszukuje najmniejszej podstawy systemu (w zakresie 2-16) w którym liczby są różno-cyfrowe. Program powinien wypisać znalezioną podstawę, jeżeli podstawa taka nie istnieje należy wypisać komunikat o jej braku. Na przykład: dla liczb 123 i 522 odpowiedzią jest podstawa 11 bo $123_{(10)} = 102_{(11)}$ i $522_{(10)} = 435_{(11)}$.

Ćwiczenia 3: Tablice jednowymiarowe

Zadanie 1. Napisać funkcję zamieniającą i wypisującą liczbę naturalną na system o podstawie 2-16.

Zadanie 2. Napisać funkcję sprawdzającą czy dwie liczby naturalne są one zbudowane z takich samych cyfr, np. 123 i 321, 1255 i 5125, 11000 i 10001.

Zadanie 3. Napisać program generujący i wypisujący liczby pierwsze mniejsze od N metodą Sita Eratostenesa.

Zadanie 4. Napisać program obliczający i wypisujący stałą e z rozwinięcia w szereg $e = 1/0! + 1/1! + 1/2! + 1/3! + \dots$ z dokładnością N cyfr dziesiętnych (N jest rzędu 1000).

Zadanie 5. Napisać program, który wczytuje wprowadzany z klawiatury ciąg liczb naturalnych zakończonych zerem stanowiącym wyłącznie znacznik końca danych. Program powinien wypisać 10 co do wielkości wartość, jaka wystąpiła w ciągu. Można założyć, że w ciągu znajduje się wystarczająca liczba elementów.

Zadanie 6. Napisać program wypełniający N-elementową tablicę t liczbami naturalnymi 1-1000 i sprawdzający czy każdy element tablicy zawiera co najmniej jedną cyfrę nieparzystą.

Zadanie 7. Napisać program wypełniający N-elementową tablicę t liczbami pseudolosowymi z zakresu 1-1000 i sprawdzający czy istnieje element tablicy zawierający wyłącznie cyfry nieparzyste.

Zadanie 8. Dana jest N-elementowa tablica t zawierająca liczby naturalne. W tablicy możemy przeskoczyć z pola o indeksie k o n pól w prawo jeżeli wartość n jest czynnikiem pierwszym liczby t[k]. Napisać funkcję sprawdzającą czy jest możliwe przejście z pierwszego pola tablicy na ostatnie pole.

Zadanie 9. Napisać funkcję, która dla N-elementowej tablicy t wypełnionej liczbami naturalnym wyznacza długość najdłuższego, spójnego podciągu rosnącego.

Zadanie 10. Napisać funkcję, która dla N-elementowej tablicy t wypełnionej liczbami naturalnym wyznacza długość najdłuższego, spójnego podciągu arytmetycznego.

Zadanie 11. Napisać funkcję, która dla N-elementowej tablicy t wypełnionej liczbami naturalnym wyznacza długość najdłuższego, spójnego podciągu geometrycznego.

Zadanie 12. Proszę napisać program, który wypełnia N-elementową tablicę t pseudolosowymi liczbami nieparzystymi z zakresu [1..99], a następnie wyznacza i wypisuje różnicę pomiędzy długością najdłuższego znajdującego się w niej ciągu arytmetycznego o dodatniej różnicy, a długością najdłuższego ciągu arytmetycznego o ujemnej różnicy, przy założeniu, że kolejnymi wyrazami ciągu są elementy tablicy o kolejnych indeksach.

Zadanie 13. Proszę napisać program, który wypełnia N-elementową tablicę t trzycyfrowymi liczbami pseudolosowymi, a następnie wyznacza i wypisuje długość najdłuższego podciągu spójnego znajdującego się w tablicy dla którego w tablicy występuje również rewers tego ciągu. Na przykład dla tablicy: $t = [2, 9, 3, 1, 7, 11, 9, 6, 7, 7, 1, 3, 9, 12, 15]$ odpowiedzią jest liczba 4.

Zadanie 14. Napisać program wyznaczający na drodze eksperymentu prawdopodobieństwo tego, że w grupie N przypadkowo spotkanych osób, co najmniej dwie urodziły się tego samego dnia roku. Wyznaczyć wartości prawdopodobieństwa dla N z zakresu 20-40.

Zadanie 15. Dana jest duża tablica t . Proszę napisać funkcję, która zwraca informację czy w tablicy zachodzi następujący warunek: „wszystkie elementy, których indeks jest elementem ciągu Fibonacciego są liczbami złożonymi, a wśród pozostałych przynajmniej jedna jest liczbą pierwszą”

Zadanie 16. Mamy zdefiniowaną n -elementową tablicę liczb całkowitych. Proszę napisać funkcję zwracającą wartość typu `bool` oznaczającą, czy w tablicy istnieje dokładnie jeden element najmniejszy i dokładnie jeden element największy (liczba elementów najmniejszych oznacza liczbę takich elementów o tej samej wartości).

Zadanie 17. Dane są dwie N -elementowe tablice $t1$ i $t2$ zawierające liczby naturalne. Z wartości w obu tablicach możemy tworzyć sumy. „Poprawna” suma to taka, która zawiera co najmniej jeden element (z tablicy $t1$ lub $t2$) o każdym indeksie. Na przykład dla tablic: $t1 = [1,3,2,4]$ i $t2 = [9,7,4,8]$ poprawnymi sumami są na przykład $1+3+2+4$, $9+7+4+8$, $1+7+3+8$, $1+9+7+2+4+8$. Proszę napisać funkcję generującą i wypisującą wszystkie poprawne sumy, które są liczbami pierwszymi. Do funkcji należy przekazać dwie tablice, funkcja powinna zwrócić liczbę znalezionych i wypisanych sum.

Zadanie 18. Dana jest N -elementowa tablica t jest wypełniona liczbami naturalnymi. Proszę napisać funkcję, która zwraca długość najdłuższego spójnego podciągu będącego palindromem złożonym wyłącznie z liczb nieparzystych. Do funkcji należy przekazać tablicę, funkcja powinna zwrócić długość znalezionego podciągu lub wartość 0 jeżeli taki podciąg nie istnieje.

Zadanie 19. Dana jest N -elementowa tablica t wypełniona liczbami naturalnymi. Proszę napisać funkcję, która zwraca długość najdłuższego, spójnego podciągu rosnącego dla którego suma jego elementów jest równa sumie indeksów tych elementów. Do funkcji należy przekazać tablicę, funkcja powinna zwrócić długość znalezionego podciągu lub wartość 0 jeżeli taki podciąg nie istnieje.

Zadanie 20. Dana jest N -elementowa tablica t zawierająca liczby naturalne mniejsze od 1000. Proszę napisać funkcję, która zwraca długość najdłuższego, spójnego fragmentu tablicy, dla którego w iloczynie jego elementów każdy czynnik pierwszy występuje co najwyżej raz. Na przykład dla tablicy $t=[2,23,33,35,7,4,6,7,5,11,13,22]$ wynikiem jest wartość 5.

Zadanie 21. Dana jest tablica $T[N]$ wypełniona niepowtarzającymi się liczbami naturalnymi. Proszę zaimplementować funkcję `trojki(T)` która zlicza wszystkie trójki liczb, które spełniają następujące warunki:
(1) największym wspólnym dzielnikiem trzech liczb jest liczba 1,
(2) pomiędzy dwoma kolejnymi elementami trójki może być co najwyżej jedna przerwa.
Funkcja powinna zwrócić liczbę znalezionych trójek.

Zestaw 4: Tablice dwuwymiarowe

Zadanie 1. Dana jest tablica $T[N][N]$. Proszę napisać funkcję wypełniającą tablicę kolejnymi liczbami naturalnymi po spirali.

Zadanie 2. Dana jest tablica $T[N][N]$ wypełniona liczbami naturalnymi. Proszę napisać funkcję, która odpowiada na pytanie, czy w każdym wierszu tablicy występuje co najmniej jedna liczba złożona wyłącznie z nieparzystych cyfr.

Zadanie 3. Dana jest tablica $T[N][N]$ wypełniona liczbami naturalnymi. Proszę napisać funkcję, która odpowiada na pytanie, czy istnieje wiersz w tablicy w którym każda z liczb zawiera przynajmniej jedną cyfrę parzystą.

Zadanie 4. Dana jest tablica $T[N][N]$ wypełniona liczbami naturalnymi. Proszę napisać funkcję, która zwraca wiersz i kolumnę dowolnego elementu, dla którego iloraz sumy elementów w kolumnie w którym leży element do sumy elementów wiersza w którym leży element jest największa.

Zadanie 5. Poprzednie zadanie z tablicą wypełnioną liczbami całkowitymi.

Zadanie 6. Dane są dwie tablice mogące pomieścić taką samą liczbę elementów: $T1[N][N]$ i $T2[M]$, gdzie $M=N*N$. W każdym wierszu tablicy $T1$ znajdują się uporządkowane rosnąco (w obrębie wiersza) liczby naturalne. Proszę napisać funkcję przepisującą wszystkie singletony (liczby występujące dokładnie raz) z tablicy $T1$ do $T2$, tak aby liczby w tablicy $T2$ były uporządkowane rosnąco. Pozostałe elementy tablicy $T2$ powinny zawierać zera.

Zadanie 7. Dane są dwie tablice mogące pomieścić taką samą liczbę elementów: $T1[N][N]$ i $T2[M]$, gdzie $M=N*N$. W każdym wierszu tablicy $T1$ znajdują się uporządkowane niemalejąco (w obrębie wiersza) liczby naturalne. Proszę napisać funkcję przepisującą wszystkie liczby z tablicy $T1$ do $T2$, tak aby liczby w tablicy $T2$ były uporządkowane niemalejąco.

Zadanie 8. Dana jest tablica $T[N][N]$ wypełniona liczbami naturalnymi. Proszę napisać funkcję, która w poszukiwuje w tablicy najdłuższego ciągu geometrycznego leżącego ukośnie w kierunku prawo-dół, liczącego co najmniej 3 elementy. Do funkcji należy przekazać tablicę. Funkcja powinna zwrócić informacje czy udało się znaleźć taki ciąg oraz długość tego ciągu.

Zadanie 9. Dana jest tablica $T[N][N]$ wypełniona liczbami naturalnymi. Proszę napisać funkcję, która w poszukiwuje w tablicy kwadratu o liczbie pól będącej liczbą nieparzystą większą od 1, którego iloczyn 4 pól narożnych wynosi k . Do funkcji należy przekazać tablicę i wartość k . Funkcja powinna zwrócić informacje czy udało się znaleźć kwadrat oraz współrzędne (wiersz, kolumna) środka kwadratu.

Zadanie 10. Napisać funkcję która dla tablicy $T[N][N]$, wypełnionej liczbami całkowitymi, zwraca wartość True w przypadku, gdy w każdym wierszu i każdej kolumnie występuje co najmniej jedno 0 oraz wartość False w przeciwnym przypadku.

Zadanie 11. Dwie liczby naturalne są „przyjaciółkami” jeżeli zbiory cyfr z których zbudowane są liczby są identyczne. Na przykład: 123 i 321, 211 i 122, 35 3553. Dana jest tablica $T[N][N]$ wypełniona liczbami naturalnymi. Proszę napisać funkcję, która dla tablicy T zwraca ile elementów tablicy sąsiaduje wyłącznie z przyjaciółkami

Zadanie 12. Dana jest tablica $T[N][N][N]$. Proszę napisać funkcję, do której przekazujemy tablicę wypełnioną liczbami większymi od zera. Funkcja powinna zwracać wartość True, jeżeli na wszystkich poziomach

tablicy liczba elementów sąsiadujących (w obrębia poziomu) z co najmniej 6 liczbami złożonymi jest jednokowa albo wartość False w przeciwnym przypadku.

Zadanie 13. Liczby naturalne a, b są komplementarne jeżeli ich suma jest liczbą pierwszą. Dana jest tablica $T[N][N]$ wypełniona liczbami naturalnymi. Proszę napisać funkcję, która zeruje elementy nie posiadające liczby komplementarnej.

Zadanie 14. Dwie liczby naturalne są zgodne jeżeli w zapisie dwójkowym zawierają tę samą liczbę jedynek, np. $22 = 101102$ i $14 = 11102$. Dane są tablice $T1[N1][N1]$ $T2[N2][N2]$, gdzie $N2 \leq N1$. Proszę napisać funkcję, która sprawdza czy istnieje takie położenie tablicy $T1$ wewnątrz tablicy $T2$, przy którym liczba zgodnych elementów jest większa od 33%. Do funkcji należy przekazać tablicę $T1$ i $T2$. Obie oryginalne tablice powinny pozostać nie zmieniane.

Zadanie 15. Dana jest tablica $T[N][N]$, wypełniona liczbami naturalnymi. Proszę napisać funkcję, która odpowiada na pytanie, czy w tablicy istnieje wiersz, w którym każda liczba zawiera co najmniej jedną cyfrę będącą liczbą pierwszą?

Zadanie 16. Dana jest tablica $T[N][N]$, wypełniona liczbami naturalnymi. Proszę napisać funkcję która odpowiada na pytanie, czy w tablicy każdy wiersz zawiera co najmniej jedną liczbą złożoną wyłącznie z cyfr będących liczbami pierwszymi?

Zadanie 17. Dana jest tablica $T[N][N]$ wypełniona liczbami naturalnymi. Proszę napisać funkcję która zwraca wiersz i kolumnę dowolnego elementu, dla którego suma otaczających go elementów jest największa.

Zadanie 18. Dana jest tablica $T[N][N]$ wypełniona liczbami całkowitymi. Proszę napisać funkcję, która wyszuka spójny podciąg elementów leżący poziomo lub pionowo o największej sumie. Maksymalna długość podciągu może wynosić 10 elementów. Do funkcji należy przekazać tablicę T , funkcja powinna zwrócić sumę maksymalnego podciągu.

Zadanie 19. Dana jest tablica $T[N][N]$ wypełniona liczbami naturalnymi. Proszę napisać funkcję, która zwraca liczbę par elementów, o określonym iloczynie, takich że elementy są odległe o jeden ruch skoczka szachowego.

Zadanie 20. Dana jest tablica $T[N][N]$ (reprezentująca szachownicę) wypełniona liczbami naturalnymi. Proszę napisać funkcję która ustawia na szachownicy dwie wieże, tak aby suma liczb na „szachowanych” przez wieże polach była największa. Do funkcji należy przekazać tablicę, funkcja powinna zwrócić położenie wież. Uwaga- zakładamy, że wieża szachuje cały wiersz i kolumnę z wyłączeniem pola na którym stoi

Zestaw 5: Struktury danych

Zadanie 1. Liczby wymierne są reprezentowane przez krotkę (l, m) . Gdzie: l - liczba całkowita oznaczająca licznik, m - liczba naturalna oznaczająca mianownik. Proszę napisać podstawowe operacje na ułamkach, m.in. dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie, skracanie, wypisywanie i wczytywanie.

Zadanie 2. Używając funkcji z poprzedniego zadania proszę napisać funkcję rozwiązującą układ 2 równań o 2 niewiadomych.

Zadanie 3. Na szachownicy o wymiarach 100 na 100 umieszczamy N hetmanów ($N < 100$). Położenie hetmanów jest opisywane przez tablicę $dane = [(w_1, k_1), (w_2, k_2), (w_3, k_3), \dots, (w_N, k_N)]$ Proszę napisać funkcję, która odpowiada na pytanie: czy żadne z dwa hetmany się nie szachują? Do funkcji należy przekazać położenie hetmanów.

Zadanie 4. Dana jest tablica zawierająca liczby wymierne. Proszę napisać funkcję, która policzy występujące w tablicy ciągi arytmetyczne (LA) i geometryczne (LG) o długości większej niż 2. Funkcja powinna zwrócić wartość 1 gdy $LA > LG$, wartość -1 gdy $LA < LG$ oraz 0 gdy $LA = LG$.

Zadanie 5. Dany jest zbiór punktów leżących na płaszczyźnie opisany przy pomocy struktury $dane = [(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), \dots, (x_N, y_N)]$ Proszę napisać funkcję, która zwraca wartość True jeżeli zbiorze istnieją 4 punkty wyznaczające kwadrat o bokach równoległych do osi układu współrzędnych, a wewnątrz tego kwadratu nie ma żadnych innych punktów. Do funkcji należy przekazać strukturę opisującą położenie punktów.

Zadanie 6. Liczby zespolone są reprezentowane przez krotkę (re, im) . Gdzie: re - część rzeczywista liczby, im - część urojona liczby. Proszę napisać podstawowe operacje na liczbach zespolonych, m.in. dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie, wypisywanie i wczytywanie.

Zadanie 7. Używając funkcji z poprzedniego zadania proszę napisać funkcję rozwiązującą równanie kwadratowe o współczynnikach zespolonych.

Zadanie 8. Napis nazywamy wielokrotnym, jeżeli powstał przez n -krotne ($n > 1$) powtórzenie innego napisu o długości co najmniej 1. Przykłady napisów wielokrotnych: $ABCABCABC$, $AAAA$, $ABAABA$. Dana jest tablica $T[N]$ zawierająca napisy. Proszę napisać funkcję `multi(T)`, która zwraca długość najdłuższego napisu wielokrotnego występującego w tablicy T lub wartość 0, jeżeli takiego napisu nie ma w tablicy.

Zadanie 9. Dana jest tablica $T[N][N]$ wypełniona wartościami 0, 1. Każdy wiersz tablicy traktujemy jako liczbę zapisaną w systemie dwójkowym o długości N bitów. Stała N jest rzędu 1000. Proszę zaimplementować funkcję `distance(T)`, która dla takiej tablicy wyznaczy dwa wiersze, dla których różnica zawartych w wierszach liczb jest największa. Do funkcji należy przekazać tablicę, funkcja powinna zwrócić odległość pomiędzy znalezionymi wierszami. Można założyć, że żadne dwa wiersze nie zawierają identycznego ciągu cyfr.

Zadanie 10. Proszę napisać funkcję która zamienia liczby wymierne reprezentowane jako rozwinięcia dziesiętne w postaci napisów na liczbę w postaci pary licznik mianownik. Na przykład: "0.25" na (1,4), "0.1(6)" na (2,3), "0.(142857)" na (1,7)

Zestaw 6: Rekurencja

Zadanie 1. Proszę napisać funkcję, która jako argument przyjmuje liczbę całkowitą i wypisuje wszystkie co najmniej dwucyfrowe liczby pierwsze, powstałe poprzez wykreślenie z liczby pierwotnej co najmniej jednej cyfry.

Zadanie 2. "Waga" liczby jest określona jako ilość różnych czynników pierwszych liczby. Na przykład $waga(1)=0$, $waga(2)=1$, $waga(6)=2$, $waga(30)=3$, $waga(64)=1$. Dana jest tablica $T[N]$ zawierająca liczby naturalne. Proszę napisać funkcję, która sprawdza czy można elementy tablicy podzielić na 3 podzbiory o równych wagach. Do funkcji należy przekazać wyłącznie tablicę, funkcja powinna zwrócić wartość typu Bool.

Zadanie 3. Szachownica jest reprezentowana przez tablicę $T[8][8]$ wypełnioną liczbami naturalnymi zawierającymi koszt przebywania na danym polu szachownicy. Król szachowy znajduje się w wierszu 0 i kolumnie k. Król musi w dokładnie 7 ruchach dotrzeć do wiersza 7. Proszę napisać funkcję, która wyznaczy minimalny koszt przejścia króla. Do funkcji należy przekazać tablicę t oraz startową kolumnę k . Koszt przebywania na polu startowym i ostatnim także wliczamy do kosztu przejścia.

Zadanie 4. Problem skoczka szachowego. Proszę napisać funkcję, która wypełnia pola szachownicy o wymiarach $N \times N$ ruchem skoczka szachowego.

Zadanie 5. Dany jest ciąg zer i jedynek zapisany w tablicy $T[N]$. Proszę napisać funkcję, która odpowiada na pytanie czy jest możliwe pocięcie ciągu na kawałki z których każdy reprezentuje liczbę pierwszą. Długość każdego z kawałków nie może przekraczać 30. Na przykład dla ciągu 111011 jest to możliwe, a dla ciągu 110100 nie jest możliwe.

Zadanie 6. Dana jest tablica $T[N]$. Proszę napisać funkcję, która znajdzie niepusty, najmniejszy (w sensie liczebności) podzbiór elementów tablicy, dla którego suma elementów jest równa sumie indeksów tych elementów. Do funkcji należy przekazać tablicę, funkcja powinna zwrócić sumę elementów znalezionej podzbioru. Na przykład dla tablicy: $[1, 7, 3, 5, 11, 2]$ rozwiązaniem jest liczba 10.

Zadanie 7. Dany jest zestaw odważników $T[N]$. Napisać funkcję, która sprawdza czy jest możliwe odważenie określonej masy. Odważniki można umieszczać tylko na jednej szalce.

Zadanie 8. Poprzednie zadanie, ale odważniki można umieszczać na obu szalkach.

Zadanie 9. Poprzednie zadanie. Program powinien wypisywać wybrane odważniki.

Zadanie 10. Rekurencyjne obliczanie wyznacznika z macierzy (treść oczywista)

Zadanie 11. Dana jest tablica $T[N]$. Proszę napisać program zliczający liczbę "enek" o określonym iloczynie.

Zadanie 12. Proszę zmodyfikować poprzedni program aby wypisywał znalezione n-ki.

Zadanie 13. Napisać program wypisujący wszystkie możliwe podziały liczby naturalnej na sumę składników. Na przykład dla liczby 4 są to: $1+3$, $1+1+2$, $1+1+1+1$, $2+2$.

Zadanie 14. Problem wież w Hanoi (treść oczywista)

Zadanie 15. Problem 8 Hetmanów (treść oczywista)

Zadanie 16. Wyrazy budowane są z liter a..z. Dwa wyrazy "ważą" tyle samo jeżeli: mają tę samą liczbę samogłosek oraz sumy kodów ascii liter z których są zbudowane są identyczne, na przykład "ula" \rightarrow 117, 108, 97

oraz $"exe" \rightarrow 101, 120, 101$. Proszę napisać funkcję $wyraz(s1, s2)$, która sprawdza czy jest możliwe zbudowanie wyrazu z podzbioru liter zawartych w $s2$ ważącego tyle co wyraz $s1$. Dodatkowo funkcja powinna wypisać znaleziony wyraz.

Zadanie 17. Dane są dwie liczby naturalne z których budujemy trzecią liczbę. W budowanej liczbie muszą wystąpić wszystkie cyfry występujące w liczbach wejściowych. Wzajemna kolejność cyfr każdej z liczb wejściowych musi być zachowana. Na przykład mając liczby 123 i 75 możemy zbudować liczby 12375, 17523, 75123, 17253, itd. Proszę napisać funkcję która wyznaczy ile liczb pierwszych można zbudować z dwóch zadanych liczb.

Zadanie 18. W szachownicy o wymiarach 8×8 każdemu z pól przypisano liczbę naturalną. Na ruchy króla nałożono dwa ograniczenia: król może przesunąć się na jedno z 8 sąsiednich pól jeżeli ostatnia cyfra liczby na polu na którym stoi jest mniejsza od pierwszej cyfry liczby pola docelowego, oraz w drodze do obranego celu (np. narożnika) król nie może wykonać ruchu, który powoduje oddalenie go od celu. Dana jest globalna tablica $T[8][8]$ wypełniona liczbami naturalnymi reprezentująca szachownicę. Lewy górny narożnik ma współrzędne $w=0$ i $k=0$. Proszę napisać funkcję sprawdzającą czy król może dostać się z pola w, k do prawego dolnego narożnika.

Zadanie 19. Zadanie jak powyżej. Funkcja sprawdzająca czy król może dostać się z pola w, k do któregośkolwiek z narożników.

Zadanie 20. Zadanie jak powyżej. Funkcja powinna dostarczyć drogę króla w postaci tablicy zawierającej kierunki (liczby od 0 do 7) poszczególnych ruchów króla do wybranego celu.

Zadanie 21. Tablica $T[8][8]$ zawiera liczby naturalne. Proszę napisać funkcję, która sprawdza czy można wybrać z tablicy niepusty podzbiór o zadanej sumie. Warunkiem dodatkowym jest aby żadne dwa wybrane elementy nie leżały w tej samej kolumnie ani wierszu. Do funkcji należy przekazać wyłącznie tablicę oraz wartość sumy, funkcja powinna zwrócić wartość typu bool.

Zadanie 22. Dana jest tablica $T[N]$ zawierająca liczby naturalne. Po tablicy możemy przemieszczać się według następującej zasady: z pola o indeksie i możemy przeskoczyć na pole o indeksie $i+k$ jeżeli k jest czynnikiem pierwszym liczby $t[i]$ mniejszym od $t[i]$. Proszę napisać funkcję, która zwraca informację czy jest możliwe przejście z pola o indeksie 0 na pole o indeksie $N-1$. Funkcja powinna zwrócić liczbę wykonanych skoków lub wartość -1 jeżeli powyższe przejście nie jest możliwe.

Zadanie 23. Dana jest tablica $T[N]$ zawierająca oporności N rezystorów wyrażonych całkowitą liczbą $k\Omega$. Proszę napisać funkcję, która sprawdza czy jest możliwe uzyskanie wypadkowej rezystancji R (równej całkowitej liczbie $k\Omega$) łącząc dowolnie 3 wybrane rezystory.

Zadanie 24. Tablica $T = [(x1, y1), (x1, y1), \dots]$ zawiera położenia N punktów o współrzędnych opisanych wartościami typu float. Proszę napisać funkcję, która zwróci najmniejszą odległość między środkami ciężkości 2 niepustych podzbiorów tego zbioru.

Zadanie 25. Tablica $t[N]$ jest wypełniona liczbami naturalnymi. Skok z pola i -tego można wykonać na pola o indeksach $i+k$, gdzie k jest czynnikiem pierwszym liczby $t[i]$ (mniejszym od niej samej). Napisz funkcję, która sprawdza, czy da się przejść z pola 0 do $N-1$ – jeśli się da, zwraca ilość skoków, jeśli się nie da, zwraca -1.

Zadanie 26. Do budowy liczby naturalnej reprezentowanej w systemie dwójkowym możemy użyć A cyfr 1 oraz B cyfr 0, gdzie $A, B > 0$. Proszę napisać funkcję, która dla zadanych parametrów A i B zwraca ilość wszystkich możliwych do zbudowania liczb, takich że pierwsza cyfra w systemie dwójkowym (najstarszy

bit) jest równa 1, a zbudowana liczba jest złożona. Na przykład dla $A=2$, $B=3$ ilość liczb wynosi 3, są to $10010_{(2)}$, $10100_{(2)}$, $11000_{(2)}$

Zadanie 27. Kwadrat jest opisywany czwórką liczb całkowitych (x_1, x_2, y_1, y_2) , gdzie x_1, x_2, y_1, y_2 oznaczają proste ograniczające kwadrat $x_1 < x_2, y_1 < y_2$. Dana jest tablica T zawierająca opisy N kwadratów. Proszę napisać funkcję, która zwraca wartość logiczną `True`, jeśli danej tablicy można znaleźć 13 nienachodzących na siebie kwadratów, których suma pól jest równa 2012 i `False` w przeciwnym przypadku.

Zadanie 28. Dany jest zbiór N liczb naturalnych umieszczony w tablicy $T[N]$. Proszę napisać funkcję, która zwraca informację, czy jest możliwy podział zbioru N liczb na trzy podzbiory, tak aby w każdym podzbiorze, łączna liczba jedynek użyta do zapisu elementów tego podzbioru w systemie dwójkowym była jednakowa. Na przykład: $[2, 3, 5, 7, 15] \rightarrow \text{true}$, bo podzbiory $\{2, 7\}$ $\{3, 5\}$ $\{15\}$ wymagają użycia 4 jedynek, $[5, 7, 15] \rightarrow \text{false}$, podział nie istnieje.

Zadanie 29. Punkt leżący w przestrzeni jest opisywany trójką liczb typu `float` (x, y, z) . Tablica $T[N]$ zawiera współrzędne N punktów leżących w przestrzeni. Punkty posiadają jednostkową masę. Proszę napisać funkcję, która sprawdza czy istnieje podzbiór punktów liczący co najmniej 3 punkty, którego środek ciężkości leży w odległości nie większej niż r od początku układu współrzędnych. Do funkcji należy przekazać tablicę T oraz promień r , funkcja powinna zwrócić wartość typu `bool`.

Zadanie 30. Punkt leżący na płaszczyźnie jest opisywany parą liczb typu `float` (x, y) . Tablica $T[N]$ zawiera współrzędne N punktów leżących na płaszczyźnie. Punkty posiadają jednostkową masę. Proszę napisać funkcję, która sprawdza czy istnieje niepusty podzbiór n punktów, gdzie $n \geq 3$ oraz n jest wielokrotnością liczby 3, którego środek ciężkości leży w odległości mniejszej niż r od początku układu współrzędnych. Do funkcji należy przekazać dokładnie 3 parametry: tablicę t , promień r , oraz ograniczenie k , funkcja powinna zwrócić wartość typu `bool`.

Zadanie 31. Proszę napisać funkcję, która jako parametr otrzymuje liczbę naturalną i zwraca sumę iloczynów elementów wszystkich niepustych podzbiorów zbioru dzielników pierwszych tej liczby. Można założyć, że liczba dzielników pierwszych nie przekracza 20, zatem w pierwszym etapie funkcja powinna wpisać dzielniki do tablicy pomocniczej. Przykład: $60 \rightarrow [2, 3, 5] \rightarrow 2 + 3 + 5 + 2 * 3 + 2 * 5 + 3 * 5 + 2 * 3 * 5 = 71$

Zadanie 32. Dana jest tablica $T[N]$ zawierająca liczby naturalne. Proszę napisać funkcję, która odpowiada na pytanie, czy spośród (niekoniecznie wszystkich) elementów tablicy można utworzyć dwa podzbiory o jednakowej sumie elementów, tak aby suma mocy obu podzbiorów wynosiła k . Do funkcji należy przekazać wyłącznie tablicę T oraz liczbę naturalną k , funkcja powinna zwrócić wartość typu `bool`.

Zestaw 7: Struktury odsyłaczowe

1. Zaimplementuj zbiór mnogościowy liczb naturalnych korzystając ze struktury listy odsyłaczowej.
 - czy element należy do zbioru
 - wstawienie elementu do zbioru
 - usunięcie elementu ze zbioru
2. Zastosowanie listy odsyłaczowej do implementacji tablicy rzadkiej. Proszę napisać trzy funkcje:
 - inicjalizującą tablicę,
 - zwracającą wartość elementu o indeksie n ,
 - podstawiającą wartość `value` pod indeks n .
3. Proszę napisać funkcję scalającą dwie posortowane listy w jedną posortowaną listę. Do funkcji należy przekazać wskazania na pierwsze elementy obu list, funkcja powinna zwrócić wskazanie do scalonej listy.
 - funkcja iteracyjna,
 - funkcja rekurencyjna.
4. Proszę napisać funkcję, która dla podanej listy odsyłaczowej odwraca kolejność jej elementów.
5. Proszę napisać funkcję, która rozdziela elementy listy odsyłaczowej do 10 list, według ostatniej cyfry pola `val`. W drugim kroku powstałe listy należy połączyć w jedną listę odsyłaczową, która jest posortowana niemalejąco według ostatniej cyfry pola `val`.
6. Proszę napisać funkcję wstawiającą na koniec listy nowy element. Do funkcji należy przekazać wskazanie na pierwszy element listy oraz wstawianą wartość.
7. Proszę napisać funkcję usuwającą ostatni element listy. Do funkcji należy przekazać wskazanie na pierwszy element listy.
8. Dana jest niepusta lista, proszę napisać funkcję usuwającą co drugi element listy. Do funkcji należy przekazać wskazanie na pierwszy element listy.
9. Dana jest niepusta lista reprezentująca liczbę naturalną. Kolejne elementy listy przechowują kolejne cyfry. Proszę napisać funkcję zwiększającą taką liczbę o 1.
10. Liczby naturalne reprezentowane jak poprzednim zadaniem. Proszę napisać funkcję dodającą dwie takie liczby. W wyniku dodawania dwóch liczb powinna powstać nowa lista.
11. Lista zawiera niepowtarzające się elementy. Proszę napisać funkcję do której przekazujemy wskaźnik na początek oraz wartość klucza. Jeżeli element o takim kluczu występuje w liście należy go usunąć z listy. Jeżeli elementu o zadanym kluczu brak w liście należy element o takim kluczu wstawić do listy.
12. Zbiór mnogościowy zawierający napisy jest reprezentowany w postaci jednokierunkowej listy. Napisy w łańcuchu są uporządkowane leksykograficznie. Proszę napisać stosowne definicje typów oraz funkcję dodającą napis do zbioru. Do funkcji należy przekazać wskaźnik do listy oraz wstawiany napis, funkcja powinna zwrócić wartość logiczną wskazującą, czy w wyniku operacji moc zbioru uległa zmianie.

13. Proszę napisać funkcję, otrzymującą jako parametr wskaźnik na pierwszy element listy o wartościach typu int, usuwającą wszystkie elementy, których wartość jest mniejsza od wartości bezpośrednio poprzedzających je elementów.

14. Proszę napisać funkcję, otrzymującą jako parametr wskaźnik na pierwszy element listy o wartościach typu int, usuwającą wszystkie elementy, których wartość dzieli bez reszty wartość bezpośrednio następujących po nich elementów.

15. Proszę napisać funkcję, która otrzymując jako parametr wskazujący na początek listy jednokierunkowej, usuwa z niej wszystkie elementy, w których wartość klucza w zapisie trójkowym ma większą ilość jedynek niż dwójek.

16. Proszę napisać funkcję, która otrzymując jako parametr wskazujący na początek listy jednokierunkowej, przenosi na początek listy te z nich, które mają parzystą ilość piątek w zapisie ósemkowym.

17. Proszę napisać funkcję, która otrzymując jako parametr wskazujący na początek listy dwukierunkowej, usuwa z niej wszystkie elementy, w których wartość klucza w zapisie binarnym ma nieparzystą ilość jedynek.

18. Proszę napisać funkcję, która pozostawia w liście wyłącznie elementy unikalne. Do funkcji należy przekazać wskazanie na pierwszy element listy.

19. Elementy w liście są uporządkowane według wartości klucza. Proszę napisać funkcję usuwającą z listy elementy o nieunikalnym kluczu. Do funkcji przekazujemy wskazanie na pierwszy element listy, funkcja powinna zwrócić liczbę usuniętych elementów.

20. Dana jest lista zawierająca ciąg obustronnie domkniętych przedziałów. Krańce przedziałów określa uporządkowana para liczb całkowitych. Proszę napisać stosowne deklaracje oraz funkcję redukującą liczbę elementów listy. Na przykład lista: [15,19] [2,5] [7,11] [8,12] [5,6] [13,17] powinien zostać zredukowany do listy: [13,19] [2,6] [7,12]

21. Kolejne elementy listy o zwiększającej się wartości pola val nazywamy podlistą rosnącą. Proszę napisać funkcję, która usuwa z listy wejściowej najdłuższą podlistę rosnącą. Warunkiem usunięcia jest istnienie w liście dokładnie jednej najdłuższej podlisty rosnącej.

22. Dana jest lista, który być może zakończona jest cyklem. Napisać funkcję, która sprawdza ten fakt.

23. Dana jest lista, który zakończona jest cyklem. Napisać funkcję, która zwraca liczbę elementów w cyklu.

24. Dana jest lista, który zakończona jest cyklem. Napisać funkcję, która zwraca liczbę elementów przed cyklem.

25. Dana jest lista, który zakończona jest cyklem. Napisać funkcję, która zwraca wskaźnik do ostatniego elementu przed cyklem.

26. Proszę napisać funkcję, która sprawdza czy jedna lista zawiera się w drugiej. Do funkcji należy przekazać wskazania na pierwsze elementy obu list, funkcja powinna zwrócić wartość logiczną.

27. Proszę napisać funkcję scalającą dwie posortowane listy w jedną posortowaną listę. Do funkcji należy przekazać wskazania na pierwsze elementy obu list, funkcja powinna zwrócić wskazanie do scalonej listy.

- funkcja iteracyjna,
- funkcja rekurencyjna.

28. Dwie listy zawierają niepowtarzające się (w obrębie listy) liczby naturalne. W pierwszej liście liczby są posortowane rosnąco, a w drugiej nie. Proszę napisać funkcję usuwającą z obu list liczby występujące w obu listach. Do funkcji należy przekazać wskazania na obie listy, funkcja powinna zwrócić łączną liczbę usuniętych elementów.

29. Dwie listy zawierają niepowtarzające się (w obrębie listy) liczby naturalne. W obu listach liczby są posortowane rosnąco. Proszę napisać funkcję usuwającą z każdej listy liczby nie występujące w drugiej. Do funkcji należy przekazać wskazania na obie listy, funkcja powinna zwrócić łączną liczbę usuniętych elementów.

30. Dane są dwie niepuste listy, z których każda zawiera niepowtarzające się elementy. Elementy w pierwszej liście są uporządkowane rosnąco, w drugiej elementy występują w przypadkowej kolejności. Proszę napisać funkcję, która z dwóch takich list stworzy jedną, w której uporządkowane elementy będą stanowić sumę mnogościową elementów z list wejściowych. Do funkcji należy przekazać wskazania na obie listy, funkcja powinna zwrócić wskazanie na listę wynikową. Na przykład dla list:

2 -> 3 -> 5 -> 7 -> 11

8 -> 2 -> 7 -> 4

powinna pozostać lista:

2 -> 3 -> 4 -> 5 -> 7 -> 8 -> 11

31. Proszę napisać funkcję, która rozdziela listę na dwie listy. Pierwsza powinna zawierać klucze parzyste dodatnie, drugi klucze nieparzyste ujemne, pozostałe elementy należy usunąć z pamięci. Do funkcji należy przekazać wskaźniki na listę z danymi oraz wskaźniki na listy wynikowe. Funkcja powinna zwrócić liczbę usuniętych elementów.

32. Lista reprezentuje wielomian o współczynnikach całkowitych. Elementy w liście ułożone są według rosnących potęg. Proszę napisać funkcję obliczającą różnicę dwóch dowolnych wielomianów. Wielomiany reprezentowane są przez wyżej opisane listy. Procedura powinna zwracać wskaźnik do nowo utworzonej listy reprezentującej wielomian wynikowy. Listy wejściowe powinny pozostać niezmienione.

33. Napis s1 poprzedza napis s2 jeżeli ostatnia litera s1 jest „mniejsza” od pierwszej litery s2. Według tej zasady rozmieszczono napisy w liście cyklicznej, na przykład:

bartek—leszek—marek—ola—zosia—

Proszę napisać stosowne definicje typów oraz funkcję wstawiającą do listy napis z zachowaniem zasady poprzedzania. Do funkcji należy przekazać wskaźnik do listy oraz wstawiany napis, funkcja powinna zwrócić wartość logiczną wskazującą, czy udało się wstawić napis do listy. Po wstawieniu elementu wskaźnik do listy powinien wskazywać na nowo wstawiony element.

34. Proszę napisać funkcję, która usuwa z listy cyklicznej elementy, których klucz występuje dokładnie k razy. Do funkcji należy przekazać

wskazanie na jeden z elementów listy, oraz liczbę k , funkcja powinna zwrócić informację czy usunięto jakieś elementy z listy.

35. A teraz proszę rozwiązać wszystkie powyższe zadania przy założeniu że listy zawierają wartownika.

Zestaw 8: Struktury drzewiaste

Dana jest struktura drzewiasta zbudowana z węzłów:

```
class Node:
    def __init__(self):
        self.val = None
        self.left = None
        self.right = None
```

Proszę napisać następujące funkcje:

1. Funkcja wypisującą zawartość drzewa.
2. Funkcja, która sprawdza czy dana liczba należy do drzewa.
3. Funkcja, która zwróci rozmiar drzewa (liczbę węzłów).
4. Funkcja, która zwróci wysokość drzewa (ilość poziomów).
5. Funkcja, która zwróci liczbę liści drzewie.
6. Funkcja, która zwróci liczbę węzłów na n-tym poziomie.
7. Funkcja, która zwróci liczbę węzłów mających jednego potomka.
8. Funkcja, która usunie wszystkie węzły drzewa.
9. Funkcja, która usunie węzły powyżej n-tego poziomu.
10. Funkcja, która sprawdza czy dana liczba należy do drzewa BST.
11. Funkcja, która wstawi liczbę do drzewa BST.
12. Funkcja, która sprawdza czy dane drzewo jest poprawnym drzewem BST.

Każde z powyższych zadań można rozwiązać iteracyjnie albo rekurencyjnie.

13. Funkcja, która sprawdza czy dane drzewo BST jest poprawnym drzewem AVL.
14. Dana jest funkcja:

```
def f(a,b):
    if a==0: return b+1
    if b==0: return f(a-1,1)
    return f(a-1,f(a,b-1))
```

Proszę napisać funkcję w wersji iteracyjnej.

15. Dana jest funkcja rozwiązująca problem wież Hanoi:

```
def hanoi(n,a,b,c):
    if n>0:
        hanoi(n-1,a,c,b)
        print(a,'->',c)
        hanoi(n-1,b,a,c)
```

- Usunąć rekurencję zastępując ją stosem,
- Zaimplementować algorytm bez użycia stosu ani rekurencji (wikipedia).