

MATEMATIKA

1. letnik – splošna gimnazija

Jan Kastelic

Gimnazija Antona Aškerca,
Šolski center Ljubljana

7. oktober 2024

1 Naravna in cela števila

Section 1

Naravna in cela števila

- 1 Naravna in cela števila
 - Naravna števila

Naravna števila

Naravna števila

Množica naravnih števil

Naravna števila

Množica naravnih števil

Naravna števila so števila s katerimi štejemo.

Naravna števila

Množica naravnih števil

Naravna števila so števila s katerimi štejemo.

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

Naravna števila

Množica naravnih števil

Naravna števila so števila s katerimi štejemo.

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

Množico naravnih števil definirajo **Peanovi aksiomi**:

Naravna števila

Množica naravnih števil

Naravna števila so števila s katerimi štejemo.

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

Množico naravnih števil definirajo **Peanovi aksiomi**:

- 1 Vsako naravno število n ima svojega **naslednika** $n + 1$.

Naravna števila

Množica naravnih števil

Naravna števila so števila s katerimi štejemo.

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

Množico naravnih števil definirajo **Peanovi aksiomi**:

- 1 Vsako naravno število n ima svojega **naslednika** $n + 1$.
- 2 Število 1 je naravno število, ki ni naslednik nobenega naravnega števila.

Naravna števila

Množica naravnih števil

Naravna števila so števila s katerimi štejemo.

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

Množico naravnih števil definirajo **Peanovi aksiomi**:

- ❶ Vsako naravno število n ima svojega **naslednika** $n + 1$.
- ❷ Število 1 je naravno število, ki ni naslednik nobenega naravnega števila.
- ❸ Različni naravni števili imata različna naslednika: $n + 1 \neq m + 1$; $n \neq m$.

Naravna števila

Množica naravnih števil

Naravna števila so števila s katerimi štejemo.

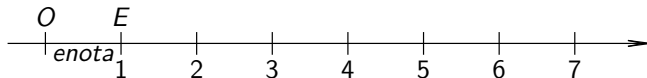
$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

Množico naravnih števil definirajo **Peanovi aksiomi**:

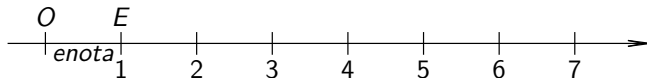
- 1 Vsako naravno število n ima svojega **naslednika** $n + 1$.
- 2 Število 1 je naravno število, ki ni naslednik nobenega naravnega števila.
- 3 Različni naravni števili imata različna naslednika: $n + 1 \neq m + 1$; $n \neq m$.
- 4 Če neka trditev velja z vsakim naravnim številom tudi za njegovega naslednika, velja za vsa naravna števila. (*aksiom/princip popolne indukcije*)

Naravna števila uredimo po velikosti in predstavimo s **točko** na **številski premici**.

Naravna števila uredimo po velikosti in predstavimo s **točko** na **številski premici**.

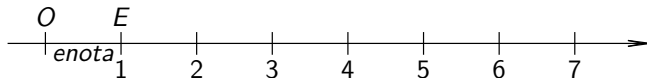


Naravna števila uredimo po velikosti in predstavimo s **točko** na **številski premici**.



Vsako število zapišemo s **številko**. Za zapis številke uporabljamo **števke**. Te so 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

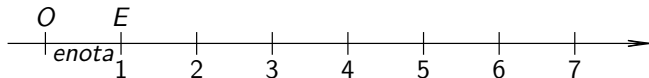
Naravna števila uredimo po velikosti in predstavimo s **točko** na **številski premici**.



Vsako število zapišemo s **številko**. Za zapis številke uporabljamo **števke**. Te so 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Posamezne števke večmestnega števila od desne proti levi predstavljajo: **enice**, **desetice**, **stotice**, **tisočice**, ...

Naravna števila uredimo po velikosti in predstavimo s **točko** na **številski premici**.

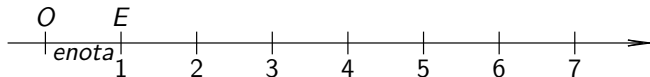


Vsako število zapišemo s **številko**. Za zapis številke uporabljamo **števke**. Te so 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Posamezne števke večmestnega števila od desne proti levi predstavljajo: **enice**, **desetice**, **stotice**, **tisočice**, ...

Število, ki je zapisano s črkovnimi oznakami števok označimo s črto nad zapsiom črkovne oznake.

Naravna števila uredimo po velikosti in predstavimo s **točko** na **številski premici**.



Vsako število zapišemo s **številko**. Za zapis številke uporabljamo **števke**. Te so 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Posamezne števke večmestnega števila od desne proti levi predstavljajo: **enice**, **desetice**, **stotice**, **tisočice**, ...

Število, ki je zapisano s črkovnimi oznakami števk označimo s črto nad zapisiom črkovne oznake.

$$\overline{xy} = 10x + y$$

$$\overline{xyz} = 100x + 10y + z$$

Operacije v množici \mathbb{N}

Operacije v množici \mathbb{N}

Seštevanje

Operacije v množici \mathbb{N}

Seštevanje

Poljubnima naravnima številoma x in y priredimo **vsoto** $x + y$.

Operacije v množici \mathbb{N}

Seštevanje

Poljubnima naravnima številoma x in y priredimo **vsoto** $x + y$.

Število x oziroma y imenujemo **seštevanec** ali **sumand** ali **člen**.

Operacije v množici \mathbb{N}

Seštevanje

Poljubnima naravnima številoma x in y priredimo **vsoto** $x + y$.

Število x oziroma y imenujemo **seštevanec** ali **sumand** ali **člen**.

Število $x + y$ pa imenujemo **vsota** ali **summa**.

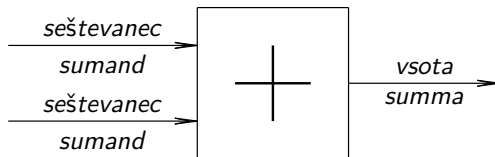
Operacije v množici \mathbb{N}

Seštevanje

Poljubnima naravnima številoma x in y priredimo **vsoto** $x + y$.

Število x oziroma y imenujemo **seštevanec** ali **sumand** ali **člen**.

Število $x + y$ pa imenujemo **vsota** ali **summa**.



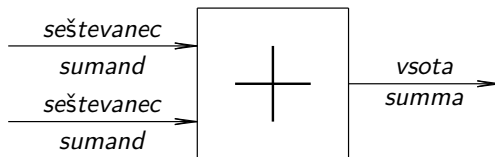
Operacije v množici \mathbb{N}

Seštevanje

Poljubnima naravnima številoma x in y priredimo **vsoto** $x + y$.

Število x oziroma y imenujemo **seštevanec** ali **sumand** ali **člen**.

Število $x + y$ pa imenujemo **vsota** ali **summa**.



Vsota naravnih števil je naravno število: $x, y \in \mathbb{N} \Rightarrow x + y \in \mathbb{N}$.

Množenje

Množenje

Poljubnima naravnima številoma x in y priredimo **produkt** $x \cdot y$.

Množenje

Poljubnima naravnima številoma x in y priredimo **produkt** $x \cdot y$.

Število x oziroma y imenujemo **množenec** ali **faktor**.

Množenje

Poljubnima naravnima številoma x in y priredimo **produkt** $x \cdot y$.

Število x oziroma y imenujemo **množenec** ali **faktor**.

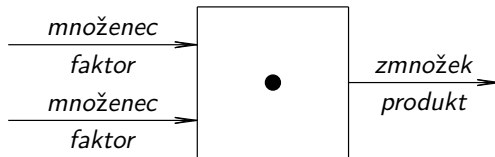
Število $x \cdot y$ pa imenujemo **zmnožek** ali **produkt**.

Množenje

Poljubnima naravnima številoma x in y priredimo **produkt** $x \cdot y$.

Število x oziroma y imenujemo **množenec** ali **faktor**.

Število $x \cdot y$ pa imenujemo **zmnožek** ali **produkt**.

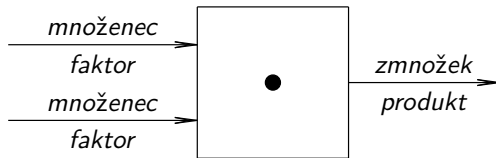


Množenje

Poljubnima naravnima številoma x in y priredimo **produkt** $x \cdot y$.

Število x oziroma y imenujemo **množenec** ali **faktor**.

Število $x \cdot y$ pa imenujemo **zmnožek** ali **produkt**.



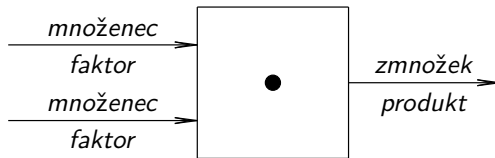
Produkt naravnih števil je naravno število: $x, y \in \mathbb{N} \Rightarrow x \cdot y \in \mathbb{N}$.

Množenje

Poljubnima naravnima številoma x in y priredimo **produkt** $x \cdot y$.

Število x oziroma y imenujemo **množenec** ali **faktor**.

Število $x \cdot y$ pa imenujemo **zmnožek** ali **produkt**.



Produkt naravnih števil je naravno število: $x, y \in \mathbb{N} \Rightarrow x \cdot y \in \mathbb{N}$.

Število **1** je **nevtralni element** za množenje: $1 \cdot x = x$.

Odštevanje

Odštevanje

Številoma x in y , pri čemer je x večje od y ($x > y$), priredimo **razliko** $x - y$.

Odštevanje

Številoma x in y , pri čemer je x večje od y ($x > y$), priredimo **razliko** $x - y$.

Število x imenujemo **zmanjševanec** ali **minuend**, število y pa imenujemo **odštevane** ali **subtrahend**.

Odštevanje

Številoma x in y , pri čemer je x večje od y ($x > y$), priredimo **razliko** $x - y$.

Število x imenujemo **zmanjševanec** ali **minuend**, število y pa imenujemo **odštevane** ali **subtrahend**.

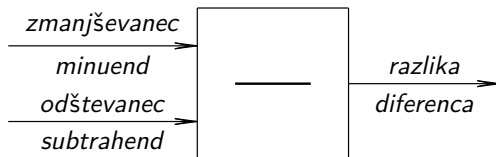
Številu $x - y$ rečemo **razlika** ali **diferenca**.

Odštevanje

Številoma x in y , pri čemer je x večje od y ($x > y$), priredimo **razliko** $x - y$.

Število x imenujemo **zmanjševanec** ali **minuend**, število y pa imenujemo **odštevane** ali **subtrahend**.

Številu $x - y$ rečemo **razlika** ali **diferenca**.

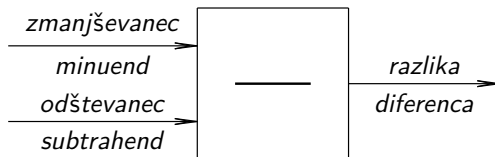


Odštevanje

Številoma x in y , pri čemer je x večje od y ($x > y$), priredimo **razliko** $x - y$.

Število x imenujemo **zmanjševanec** ali **minuend**, število y pa imenujemo **odštevane** ali **subtrahend**.

Številu $x - y$ rečemo **razlika** ali **diferenca**.



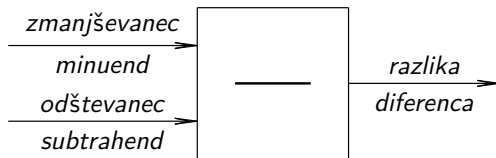
Razlika je število, ki ga moramo prišteti številu y , da dobimo število x .

Odštevanje

Številoma x in y , pri čemer je x večje od y ($x > y$), priredimo **razliko** $x - y$.

Število x imenujemo **zmanjševanec** ali **minuend**, število y pa imenujemo **odštevane** ali **subtrahend**.

Številu $x - y$ rečemo **razlika** ali **diferenca**.



Razlika je število, ki ga moramo prišteti številu y , da dobimo število x .

$$(x - y) + y = x$$

Seštevanje in množenje sta *dvočleni notranji operaciji* v množici naravnih števil \mathbb{N} .

Seštevanje in množenje sta *dvočleni notranji operaciji* v množici naravnih števil \mathbb{N} .
Odštevanje pa ni notranja operacija v množici naravnih števil \mathbb{N} .

Seštevanje in množenje sta *dvočleni notranji operaciji* v množici naravnih števil \mathbb{N} .
Odštevanje pa ni notranja operacija v množici naravnih števil \mathbb{N} .

Vrstni red operacij

Seštevanje in množenje sta *dvočleni notranji operaciji* v množici naravnih števil \mathbb{N} .
Odštevanje pa ni notranja operacija v množici naravnih števil \mathbb{N} .

Vrstni red operacij

Prednost pri računanju imajo **oklepaji** (najprej najbolj notranji),

Seštevanje in množenje sta *dvočleni notranji operaciji* v množici naravnih števil \mathbb{N} .
Odštevanje pa ni notranja operacija v množici naravnih števil \mathbb{N} .

Vrstni red operacij

Prednost pri računanju imajo **oklepaji** (najprej najbolj notranji), nato sledi **množenje**,

Seštevanje in množenje sta *dvočleni notranji operaciji* v množici naravnih števil \mathbb{N} .
Odštevanje pa ni notranja operacija v množici naravnih števil \mathbb{N} .

Vrstni red operacij

Prednost pri računanju imajo **oklepaji** (najprej najbolj notranji), nato sledi **množenje**, na koncu pa imamo še **seštevanje** in **odštevanje**.

Seštevanje in množenje sta *dvočleni notranji operaciji* v množici naravnih števil \mathbb{N} .
Odštevanje pa ni notranja operacija v množici naravnih števil \mathbb{N} .

Vrstni red operacij

Prednost pri računanju imajo **oklepaji** (najprej najbolj notranji), nato sledi **množenje**, na koncu pa imamo še **seštevanje** in **odštevanje**.

Kadar v izrazu nastopajo enakovredne računske operacije, računamo od leve proti desni.

Seštevanje in množenje sta *dvočleni notranji operaciji* v množici naravnih števil \mathbb{N} .
Odštevanje pa ni notranja operacija v množici naravnih števil \mathbb{N} .

Vrstni red operacij

Prednost pri računanju imajo **oklepaji** (najprej najbolj notranji), nato sledi **množenje**, na koncu pa imamo še **seštevanje** in **odštevanje**.

Kadar v izrazu nastopajo enakovredne računske operacije, računamo od leve proti desni.

Pri množenju količin, ki so označene s črkovnimi oznakami, piko, ki označuje operacijo množenja ponavadi opustimo.

Seštevanje in množenje sta *dvočleni notranji operaciji* v množici naravnih števil \mathbb{N} .
Odštevanje pa ni notranja operacija v množici naravnih števil \mathbb{N} .

Vrstni red operacij

Prednost pri računanju imajo **oklepaji** (najprej najbolj notranji), nato sledi **množenje**, na koncu pa imamo še **seštevanje** in **odštevanje**.

Kadar v izrazu nastopajo enakovredne računske operacije, računamo od leve proti desni.

Pri množenju količin, ki so označene s črkovnimi oznakami, piko, ki označuje operacijo množenja ponavadi opustimo.

$$x \cdot y = xy$$

Osnovni računski zakoni v \mathbb{N}

Osnovni računski zakoni v \mathbb{N}

Komutativnost seštevanja – zakon o zamenjavi členov

Osnovni računski zakoni v \mathbb{N}

Komutativnost seštevanja – zakon o zamenjavi členov

$$\mathbf{x + y = y + x}$$

Osnovni računski zakoni v \mathbb{N}

Komutativnost seštevanja – zakon o zamenjavi členov

$$\mathbf{x + y = y + x}$$

Vsota ni odvisna od vrstnega reda seštevanja.

Osnovni računski zakoni v \mathbb{N}

Komutativnost seštevanja – zakon o zamenjavi členov

$$\mathbf{x + y = y + x}$$

Vsota ni odvisna od vrstnega reda seštevanja.

Asociativnost seštevanja – zakon o poljubnem združevanju členov

Osnovni računski zakoni v \mathbb{N}

Komutativnost seštevanja – zakon o zamenjavi členov

$$\mathbf{x + y = y + x}$$

Vsota ni odvisna od vrstnega reda seštevanja.

Asociativnost seštevanja – zakon o poljubnem združevanju členov

$$(\mathbf{x + y}) + \mathbf{z = x + (y + z)}$$

Osnovni računski zakoni v \mathbb{N}

Komutativnost seštevanja – zakon o zamenjavi členov

$$\mathbf{x + y = y + x}$$

Vsota ni odvisna od vrstnega reda seštevanja.

Asociativnost seštevanja – zakon o poljubnem združevanju členov

$$(\mathbf{x + y}) + \mathbf{z = x + (y + z)}$$

Vsota več kot dveh sumandov ni odvisna od združevanja po dveh sumandov.

Komutativnost množenja – zakon o zamenjavi faktorjev

Komutativnost množenja – zakon o zamenjavi faktorjev

$$\mathbf{x \cdot y = y \cdot x}$$

Komutativnost množenja – zakon o zamenjavi faktorjev

$$\mathbf{x \cdot y = y \cdot x}$$

Produkt ni odvisen od vrstnega reda faktorjev.

Komutativnost množenja – zakon o zamenjavi faktorjev

$$\mathbf{x \cdot y = y \cdot x}$$

Produkt ni odvisen od vrstnega reda faktorjev.

Asociativnost množenja – zakon o poljubnem združevanju faktorjev

Komutativnost množenja – zakon o zamenjavi faktorjev

$$\mathbf{x \cdot y = y \cdot x}$$

Produkt ni odvisen od vrstnega reda faktorjev.

Asociativnost množenja – zakon o poljubnem združevanju faktorjev

$$\mathbf{(x \cdot y) \cdot z = x \cdot (y \cdot z)}$$

Komutativnost množenja – zakon o zamenjavi faktorjev

$$\mathbf{x \cdot y = y \cdot x}$$

Produkt ni odvisen od vrstnega reda faktorjev.

Asociativnost množenja – zakon o poljubnem združevanju faktorjev

$$(\mathbf{x \cdot y}) \cdot \mathbf{z = x \cdot (y \cdot z)}$$

Produkt več kot dveh sumandov ni odvisen od združevanja faktorjev.

Komutativnost množenja – zakon o zamenjavi faktorjev

$$\mathbf{x \cdot y = y \cdot x}$$

Produkt ni odvisen od vrstnega reda faktorjev.

Asociativnost množenja – zakon o poljubnem združevanju faktorjev

$$(\mathbf{x \cdot y}) \cdot \mathbf{z = x \cdot (y \cdot z)}$$

Produkt več kot dveh sumandov ni odvisen od združevanja faktorjev.

Distributivnost – zakon o razčlenjevanju

Komutativnost množenja – zakon o zamenjavi faktorjev

$$\mathbf{x \cdot y = y \cdot x}$$

Produkt ni odvisen od vrstnega reda faktorjev.

Asociativnost množenja – zakon o poljubnem združevanju faktorjev

$$(\mathbf{x \cdot y}) \cdot \mathbf{z = x \cdot (y \cdot z)}$$

Produkt več kot dveh sumandov ni odvisen od združevanja faktorjev.

Distributivnost – zakon o razčlenjevanju

$$\mathbf{x \cdot z + y \cdot z = (x + y) \cdot z}$$

Komutativnost množenja – zakon o zamenjavi faktorjev

$$\mathbf{x \cdot y = y \cdot x}$$

Produkt ni odvisen od vrstnega reda faktorjev.

Asociativnost množenja – zakon o poljubnem združevanju faktorjev

$$(\mathbf{x \cdot y}) \cdot \mathbf{z = x \cdot (y \cdot z)}$$

Produkt več kot dveh sumandov ni odvisen od združevanja faktorjev.

Distributivnost – zakon o razčlenjevanju

$$\mathbf{x \cdot z + y \cdot z = (x + y) \cdot z}$$

Če to beremo iz desne proti levi, rečemo tudi *pravilo izpostavljanja skupnega faktorja*.

Naloga

Izračunajte.

Naloga

Izračunajte.

- $(1 + 2 \cdot 7) + 3 \cdot (2 \cdot 2 + 7)$
- $3 \cdot (2 + 3 \cdot 5) \cdot (2 + 1)$
- $7 + (2 + 6 \cdot 3) + (8 + 4 \cdot 5)$
- $11 \cdot 4 + (12 - 6) \cdot 5$
- $8 + 2 \cdot (3 + 7) - 15$
- $37 - 5 \cdot (10 - 3)$

Naloga

Hitro izračunajte.

Naloga

Hitro izračunajte.

- $45 + 37 + 15$
- $108 + 46 - 28$
- $5 \cdot 13 \cdot 8$
- $4 \cdot 7 \cdot 25$
- $(7 + 3) \cdot 2 \cdot 5$
- $15 \cdot (4 + 6) \cdot 2$
- $3 \cdot 5 + 7 \cdot 5$
- $8 \cdot 12 + 6 \cdot 8$

Naloga

Zapišite račun glede na besedilo in izračunajte.

Naloga

Zapišite račun glede na besedilo in izračunajte.

- Produktu števil 12 in 27 odštejte razliko števil 19 in 11.
- Vsoti produkta 4 in 12 ter produkta 5 in 16 odštejte 8.
- Vsoto števil 42 in 23 pomnožite z razliko števil 58 in 29.
- Produkt števil 14 in 17 pomnožite z vsoto števil 5 in 16.

Naloga

Rešite besedilno nalogo.

Naloga

Rešite besedilno nalogo.

- V trgovini kupimo tri litre mleka in štiri čokoladne pudinge v prahu. Če stane liter mleka 95 centov, čokoladni puding v prahu pa 24 centov, koliko moramo plačati?
- Manca bo kuhala rižoto za štiri otroke in šest odraslih. Za otroško porcijo rižote zadošča 45 g riža, za odraslo pa 75 g. Koliko riža mora dati kuhati za rižoto?

Cela števila

Množica celih števil

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

Množica celih števil \mathbb{Z} je definirana kot unija treh množic:

- množica **pozitivnih celih števil** (\mathbb{Z}^+) – naravna števila \mathbb{N} ;
- **število 0**;
- množica **negativnih celih števil** (\mathbb{Z}^-) – nasprotna števila vseh naravnih števil.

$$\mathbb{Z} = \mathbb{Z}^- \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}^+$$

Nasprotna vrednost števila n je število $-n$.

Operacije v množici \mathbb{Z}

Seštevanje

$$\mathbf{x} + \mathbf{0} = \mathbf{x}; \forall x \in \mathbb{Z}$$

Število 0 je **nevtralni element** pri seštevanju.

$$\mathbf{x} + (-\mathbf{x}) = \mathbf{0}; \forall x \in \mathbb{Z}$$

Vsota celega števila in njemu nasprotnega števila je enaka 0.

$$-(-\mathbf{x}) = \mathbf{x}; \forall x \in \mathbb{Z}$$

Nasprotna vrednost nasprotne vrednosti je enaka prvotni vrednosti.

Vsota dveh pozitivnih števil je pozitivno število, vsota dveh negativnih števil pa je negativno število.

$$-x + (-y) = -(x + y)$$

Vsota nasprotnih vrednosti je enaka nasprotni vrednosti vsote.

Naj bosta x in y naravni števili. Vsota pozitivnega števila x in negativnega števila $-y$ je:

- pozitivno število, če je $x > y$ in
- negativno število, če je $x < y$.

Odštevanje

Razlika $x - y$ dveh pozitivnih števil x in y je:

- pozitivno število, če je $x > y$ in
- negativno število, če je $x < y$.

Razlika dveh negativnih števil $(-x) - (-y)$ je:

- pozitivno število, če je $x < y$ in
- negativno število, če je $x > y$.

Razlika pozitivnega števila x in negativnega števila $-y$ je pozitivno število.

Odštevanje v množici \mathbb{Z} je prištevanje nasprotne vrednosti.

$$\mathbf{x - y = x + (-y)}$$

Množenje

$$1 \cdot x = x; \forall x \in \mathbb{Z}$$

Število 1 je **nevtralni element** za množenje.

$$(-1) \cdot x = -x; \forall x \in \mathbb{Z}$$

Pri množenju celega števila x z -1 dobimo nasprotno število $-x$.

$$0 \cdot x = 0; \forall x \in \mathbb{Z}$$

Rezultat množenja števila s številom 0 je enak 0.

$$(-x)(-y) = xy$$

Produkt sodo mnogo negativnih števil je pozitivno število.

$$-x \cdot y = -(xy)$$

$$x(-y) = -(xy)$$

Produkt pozitivnega in negativnega števila je negativno število.

$$(-x)(-y) = xy$$

Produkt liho mnogo negativnih faktorjev je negativno število.

Seštevanje, odštevanje in množenje so v množici \mathbb{Z} dvočlene notranje operacije.

Osnovni računski zakoni v \mathbb{Z}