

16.3 Inverzna funkcija

Naj bo $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$ bijektivna funkcija, ki vsakemu originalu $x \in \mathcal{X}$ priredi sliko $y = f(x) \in \mathcal{Y}$. **Inverzna funkcija f^{-1}** je funkcija, ki slika iz množice \mathcal{Y} v množico \mathcal{X} in sliki y priredi original x : $f^{-1}(y) = x$.

$$\begin{array}{ll} f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y} & f^{-1} : \mathcal{Y} \rightarrow \mathcal{X} \\ f : x \mapsto y & f^{-1} : y \mapsto x \end{array}$$

Definicijsko območje funkcije f^{-1} je množica \mathcal{Y} , njena zaloga vrednosti pa množica \mathcal{X} .

Graf inverzne funkcije f^{-1} je simetričen grafu funkcije f glede na simetralo lihih kvadrantov $y = x$. Če je točka $T(x_0, y_0) \in \Gamma_f$, potem je točka $T'(y_0, x_0) \in \Gamma_{f^{-1}}$.

Inverzna funkcija $f^{-1} : \mathcal{Y} \rightarrow \mathcal{X}$ funkcije $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$ obstaja natanko tedaj, ko je funkcija f bijektivna.

Če je funkcija $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$ injektivna, ni pa surjektivna, obstaja inverzna funkcija $f^{-1} : Z_f \rightarrow \mathcal{X}$ in je $Z_f \subset \mathcal{Y}$.

Naloga 16.10. Linearni funkciji zapišite predpis inverzne funkcije.

- $f(x) = -4x + 2$
- $g(x) = 2x - 1$
- $h(x) = 3x - \frac{7}{4}$
- $i(x) = \frac{3}{4}x - \frac{1}{2}$
- $j(x) = \frac{x+5}{3}$

Naloga 16.11. Bijektivni funkciji zapišite funkcijski predpis inverzne funkcije.

- $f(x) = x^3$
- $g(x) = x^5 - 2$
- $h(x) = (x-1)^3$
- $i(x) = 5x + 27$
- $j(x) = (x+5)^3$
- $k(x) = x^3 + 5$
- $l(x) = \frac{x+1}{x-7}$
- $m(x) = \frac{3x-2}{x+1}$
- $n(x) = \frac{5x-3}{4x-1}$

Naloga 16.12. Grafu bijektivne funkcije na sliki narišite graf inverzne funkcije.

