MATEMATIKA

2. letnik – splošna gimnazija

Jan Kastelic

Fakulteta za matematiko in fiziko, Univerza v Ljubljani

23. oktober 2023

Vsebina

- Geometrija na ravnini in v prostoru
- Vektorji
- Soreni, lastnosti funkcij, potenčna funkcija
- Kvadratna funkcija, kompleksna števila
- Eksponentna in logaritemska funkcija

2/64

Section 1

Geometrija na ravnini in v prostoru



3/64

- 📵 Geometrija na ravnini in v prostoru
 - Osnovni geometrijski pojmi
 - Kot
 - Konstrukcije matematičnih objektov
 - Preslikave na ravnini
 - Trikotnik
 - Krog
 - Štirikotnik
 - Večkotnik
 - Podobnost
 - Podobnost v pravokotnem trikotniku
 - Kotne funkcije kotov, velikih od 0° do 90°
 - Kotne funkcije kotov, velikih od 0° do 160°
- 2 Vektorj



Osnovni geometrijski pojmi

5 / 64

Kot



Konstrukcije matematičnih objektov

◆□▶ ◆□▶ ◆■▶ ◆■▶ ■ 900

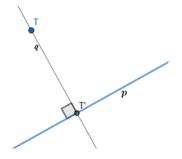
7 / 64

Preslikave na ravnini

Pravokotna projekcija

Dani sta točka T in premica p. Naj bo q tista pravokotnica na premico p, ki poteka skozi točko T. Presečišče T' premice q s premico p imenujemo **pravokotna projekcija** točke T na premico p. Točka T' je točki T najbližja točka premice p.

Razdalja točke T od premice p je: d(T, p) = |TT'|.



Toge preslikave

Preslikave v ravnini, ki ohranjajo razdaljo so toge preslikave.

$$d(A,B)=d(A',B')$$

Med toge preslikave spadajo:

- vzporedni premiki;
- zrcaljenje preko premice;
- zrcaljenje preko točke;
- rotacija okoli točke.

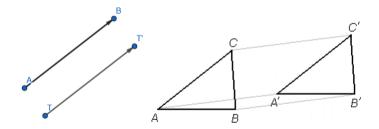
Če kombiniramo več togih premikov, je dobljena preslikava spet togi premik.



9 / 64

Vzporedni premik/translacija

Vzporedni premik ali **translacija** za usmerjeno daljico (vektor) \overrightarrow{AB} preslika točko T v tako točko T', da sta daljici TT' in AB enako dolgi, vzporedni in enako usmerjeni (vektorja $\overrightarrow{TT'}$ in \overrightarrow{AB} sta enaka).

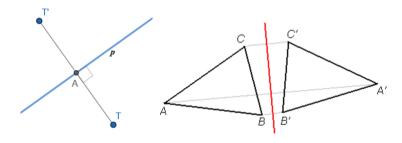


Vzporedni premik ohranja orientacijo likov, daljice preslika v enako dolge vzporedne daljice, ohranja velikost kotov, like preslika v skladne like, nima negibnih točk za $\overrightarrow{MN} \neq \overrightarrow{0}$.

Jan Kastelic (FMF) MATEMATIKA 23. oktober 2023 10 / 64

Zrcaljenje preko premice

Zrcaljenje čez premico p preslika točko T v tako točko T', da premica p pod pravim kotom razpolavlja daljico TT'.

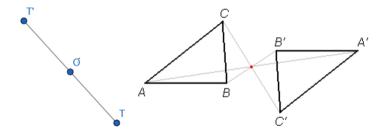


Zrcaljenje čez premico daljice preslika v enako dolge daljice, ohranja velikost kotov, ne ohranja orientacije likov, like preslika v skladne like, premic ne preslika v vzporedne premice.

◆ロト ◆個ト ◆差ト ◆差ト 差 りへぐ

Zrcaljenje preko točke

Zrcaljenje čez točko O preslika točko T v tako točko T', da je O razpolovišče daljice TT'. Ta preslikava je enaka vrtenju okrog točke za 180° .

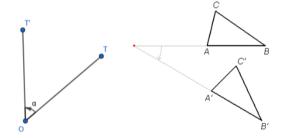


Zrcaljenje čez točko daljice preslika v enako dolge daljice, ohranja velikosti kotov in orientacijo likov, like preslika v skladne like, premice preslika v vzporedne premice.

→□▶→□▶→□▶→□▶□ ● 900

Rotacija/vrtenje okoli točke

Vrtenje ali **zasuk** oziroma **rotacija** za kot α okrog točke O preslika točko T v točko T', da velja: |OT| = |OT'| in $\angle TOT' = \alpha$.





Jan Kastelic (FMF) MATEMATIKA 23. oktober 2023 13 / 64

Če smo kot odmerili v smeri, ki je nasprotna smeri vrtenja urinega kazalca, smo točko T zavrteli v **pozitivni smeri** za kot α , sicer pa v **negativni smeri**. Namesto smeri vrtenja lahko usmerimo kot: vrtenju v pozitivni smeri ustreza **pozitivni kot**, vrtenju v negativni smeri pa **negativni kot**.

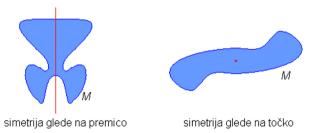
Vrtenje okoli točke preslika daljice v enako dolge daljice, ohranja velikosti kotov in orientacijo likov, like preslika v skladne like, premice pa ne preslika v vzporedne premice.

Jan Kastelic (FMF) MATEMATIKA 23. oktober 2023 14 / 64

Simetrija

Množica točk \mathcal{M} je **simetrična/somerna glede na premico** p, če se pri zrcaljenju čez premico p preslika sama vase. Premico p imenujemo **simetrala** (somernica, simetrijska os) množice \mathcal{M} .

Množica točk \mathcal{M} je (središčno) simetrična/somerna glede na točko \mathcal{T} , če se pri zrcaljenju čez točko \mathcal{T} preslika sama vase. Točko \mathcal{T} imenujemo center simetrije množice \mathcal{M} .



Jan Kastelic (FMF) MATEMATIKA 23. oktober 2023 15 / 64

Trikotnik



Jan Kastelic (FMF)

Krog



17 / 64

Štirikotnik

Večkotnik

Podobnost



Podobnost v pravokotnem trikotniku

◆ロト ◆問 ト ◆ 意 ト ◆ 意 ・ 夕 Q ©

Kotne funkcije kotov, velikih od 0° do 90°

4日 → 4団 → 4 三 → 4 三 → 9 Q ©

22 / 64

Kotne funkcije kotov, velikih od 0° do 360°



23 / 64

Section 2

Vektorji



Jan Kastelic (FMF)

- Geometrija na ravnini in v prostoru
- Vektorji
 - Vektorske količine
 - Računanje z vektorji
 - Linearna kombinacija vektorjev, baza
 - Skalarni produkt vektorjev
 - Vektorji v koordinatnem sistemu
 - Skalarni produkt v koordinatnem sistemu
 - (i) Vektorski produkt
 - (i) Premice v prostoru
 - (i) Ravnine v prostoru
- Soreni, lastnosti funkcij, potenčna funkcija





23. oktober 2023

Vektorske količine



Računanje z vektorji

27 / 64

Linearna kombinacija vektorjev, baza

◆□▶ ◆□▶ ◆■▶ ◆■▶ ■ 900

Skalarni produkt vektorjev

◆□▶ ◆□▶ ◆重▶ ◆重▶ ■ のQ@

Vektorji v koordinatnem sistemu



30 / 64

Skalarni produkt v koordinatnem sistemu

◆□▶ ◆□▶ ◆■▶ ◆■▶ ■ 900

31 / 64

(i) Vektorski produkt



32 / 64

(i) Premice v prostoru



33 / 64

(i) Ravnine v prostoru



34 / 64

Section 3

Koreni, lastnosti funkcij, potenčna funkcija

35 / 64

- Geometrija na ravnini in v prostoru
- 2 Vektorji
- 🗿 Koreni, lastnosti funkcij, potenčna funkcija
 - Koreni poljubnih stopenj
 - Potence z racionalnimi eksponenti
 - Lastnosti funkcij
 - Transformacije na ravnini
 - Inverzna funkcija
 - Potenčna funkcija z naravnim eksponentom
 - Potenčna funkcija z negativnim celim eksponentom
 - Korenska funkcija
 - Modeliranje s korensko in potenčno funkcijo



Kvadratna funkcija kompleksna števila

Jan Kastelic (FMF)

M.

MATEMATIKA

Koreni poljubnih stopenj

◆□ ▶ ◆□ ▶ ◆ ■ ▶ ◆ ■ り へ ○

23. oktober 2023

Potence z racionalnimi eksponenti

◆ロト ◆問 ト ◆ 恵 ト ◆ 恵 ・ 夕 Q ②

38 / 64

Lastnosti funkcij

39 / 64

Transformacije na ravnini

40 / 64

Inverzna funkcija

Jan Kastelic (FMF) MATEMATIKA

Potenčna funkcija z naravnim eksponentom

42 / 64

Potenčna funkcija z negativnim celim eksponentom

(ロト 4回 ト 4 重 ト 4 重 ト) 重 り 9 0 0

43 / 64

Korenska funkcija

4 D > 4 P > 4 E > 4 E > E 990

Modeliranje s korensko in potenčno funkcijo

<ロ > < 個 > < 国 > < 重 > < 重 > へ で の へ で

45 / 64

Section 4

Kvadratna funkcija, kompleksna števila



46 / 64

- Geometrija na ravnini in v prostoru
- Vektorji
- Soreni, lastnosti funkcij, potenčna funkcija
- Wradratna funkcija, kompleksna števila
 - Kvadratna enačba
 - Kvadratna funkcija in parabola
 - Presečišča parabol
 - Kvadratna neenačba
 - Modeliranje s kvadratno funkcijo in ekstremalni problemi
 - Množica kompleksnih števil
 - Računanje s kompleksnimi števili



23. oktober 2023

Jan Kastelic (FMF)

Kvadratna enačba



Jan Kastelic (FMF)

Kvadratna funkcija in parabola

◆□▶◆□▶◆■▶◆■▶ ■ 釣魚@

49 / 64

Presečišča parabol

50 / 64

Kvadratna neenačba



51 / 64

Modeliranje s kvadratno funkcijo in ekstremalni problemi

◆ロト ◆問 ト ◆ 恵 ト ◆ 恵 ・ り へ ②

52 / 64

Množica kompleksnih števil

53 / 64

Računanje s kompleksnimi števili

4□ > 4□ > 4 □ > 4 □ > 1 □ 9 Q P

54 / 64

Section 5

Eksponentna in logaritemska funkcija



55 / 64

- Geometrija na ravnini in v prostoru
- Vektorji
- Soreni, lastnosti funkcij, potenčna funkcija
- 4 Kvadratna funkcija, kompleksna števila
- 5) Eksponentna in logaritemska funkcija
 - Eksponentna enačba
 - Logaritem
 - Pravila za računanje z logaritmi
 - Logaritemska enačba
 - Eksponentna in logaritemska funkcija
 - Modeliranje z eksponentno in logaritemsko funkcijo

23. oktober 2023

Eksponentna enačba

◆□ ▶ ◆□ ▶ ◆ ■ ▶ ◆ ■ り へ ○

57 / 64

Logaritem

Pravila za računanje z logaritmi

59 / 64

Logaritemska enačba

◆□ ▶ ◆□ ▶ ◆ ■ ▶ ◆ ■ り へ ○

60 / 64

Eksponentna in logaritemska funkcija

◄□▶
◄□▶
◄□▶
◄□▶
₹
₽
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•
•

61 / 64

Modeliranje z eksponentno in logaritemsko funkcijo

<ロト <回 ト < 亘 ト < 亘 ト く 亘 ・ り へ 〇

62 / 64

Sprememba osnove logaritma



63 / 64

Eksponentna in logaritemska neenačba

64 / 64