MATEMATIKA

2. letnik – splošna gimnazija

Jan Kastelic

Gimnazija Antona Aškerca,
Šolski center Ljubljana

23. oktober 2025

Vsebina

Section 1

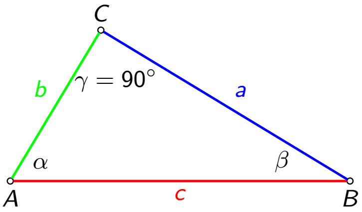
Kotne funkcije

1. Kotne funkcije
   - Definicija kotnih funkcij v pravokotnem trikotniku
   - Računanje vrednosti kotnih funkcij
   - Zveze med kotnimi funkcijami
   - Razširitev pojma kotne funkcije do polnega kota

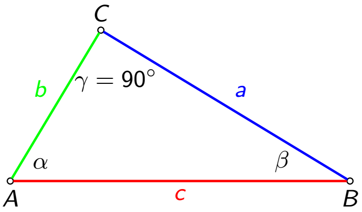
2. Vektorji

Kotne funkcije v pravokotnem trikotniku

Kotne funkcije v pravokotnem trikotniku



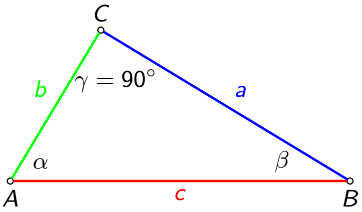
Kotne funkcije v pravokotnem trikotniku



Sinus kota α je razmerje med dolžinama kotu α nasprotne katete in hipotenuze:

$$\sin\alpha = \frac{\text{nasprotna kateta}}{\text{hipotenuza}} = \frac{a}{c}.$$

Kotne funkcije v pravokotnem trikotniku



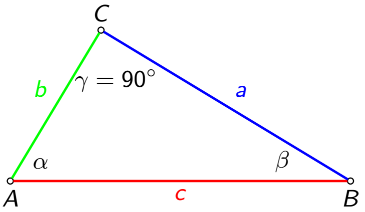
Sinus kota α je razmerje med dolžinama kotu α nasprotne katete in hipotenuze:

$$\sin\alpha = \frac{\text{nasprotna kateta}}{\text{hipotenuza}} = \frac{a}{c}.$$

Kosinus kota α je razmerje med dolžinama kotu α priležne katete in hipotenuze:

$$\cos\alpha = \frac{\text{priležna kateta}}{\text{hipotenuza}} = \frac{b}{c}.$$

Kotne funkcije v pravokotnem trikotniku



Sinus kota α je razmerje med dolžinama kotu α nasprotne katete in hipotenuze:

$$\sin\alpha = \frac{\text{nasprotna kateta}}{\text{hipotenuza}} = \frac{a}{c}.$$

Kosinus kota α je razmerje med dolžinama kotu α priležne katete in hipotenuze:

$$\cos\alpha = \frac{\text{priležna kateta}}{\text{hipotenuza}} = \frac{b}{c}.$$

Tangens kota α je razmerje med dolžinama kotu α nasprotne katete in priležne katete:

$$\tan\alpha = \frac{\text{nasprotna kateta}}{\text{priležna kateta}} = \frac{a}{b}.$$

Naloga

V pravokotnem trikotniku sta dolžini katet $a = 12\ cm$ in $b = 5\ cm$. Natančno izračunajte vrednosti kotnih funkcij kota β.

Naloga

V pravokotnem trikotniku sta dolžini katet $a = 12\ cm$ in $b = 5\ cm$. Natančno izračunajte vrednosti kotnih funkcij kota β.

Naloga

V pravokotnem trikotniku sta dolžini katet $a = 6\ cm$ in $b = 5\ cm$. Natančno izračunajte vrednosti kotnih funkcij kota β.

Naloga

V pravokotnem trikotniku sta dolžini katet $a = 12\ cm$ in $b = 5\ cm$. Natančno izračunajte vrednosti kotnih funkcij kota β.

Naloga

V pravokotnem trikotniku sta dolžini katet $a = 6\ cm$ in $b = 5\ cm$. Natančno izračunajte vrednosti kotnih funkcij kota β.

Naloga

V pravokotnem trikotniku je dolžina hipotenuze $c = 10$ in dolžina katete $a = 6$. Natančno izračunajte vrednosti kotnih funkcij za kot α.

Naloga

Načrtajte pravokotni trikotnik $\triangle ABC$, v katerem velja:

- $\sin\alpha = \frac{2}{5}$
- $\cos\alpha = \frac{5}{6}$
- $\tan\alpha = \frac{3}{7}$
- $\cos\beta = \frac{4}{7}$
- $\tan\beta = \frac{0.3}{0.2}$

Vrednosti kotnih funkcij nekaterih kotov

Vrednosti kotnih funkcij nekaterih kotov

φ [rad]	φ [°]	$\sin\varphi$	$\cos\varphi$	$\tan\varphi$	$\cot\varphi$
0	0°	0	1	0	/
$\frac{\pi}{6}$	30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{4}$	45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	1
$\frac{\pi}{3}$	60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
$\frac{\pi}{2}$	90°	1	0	/	0

Kotne funkcije komplementarnih kotov

Kotne funkcije komplementarnih kotov

Sinus kota je enak kosinusu komplementarnega kota in obratno.

$$\sin(90^\circ - \varphi) = \cos\varphi$$

$$\cos(90^\circ - \varphi) = \sin\varphi$$

Kotne funkcije komplementarnih kotov

Sinus kota je enak kosinusu komplementarnega kota in obratno.

$$\sin(90^\circ - \varphi) = \cos\varphi$$

$$\cos(90^\circ - \varphi) = \sin\varphi$$

Tangens kota je enak kotangensu komplementarnega kota in obratno.

$$\tan(90^\circ - \varphi) = \cot\varphi$$

$$\cot(90^\circ - \varphi) = \tan\varphi$$

Naloga

Na štiri decimalna mesta natančno izračunajte vrednosti kotnih funkcij za kot x.

- $x = 55^\circ$
- $x = 39^\circ$
- $x = 12^\circ$

Naloga

Na štiri decimalna mesta natančno izračunajte vrednosti kotnih funkcij za kot x.

- $x = 55^\circ$
- $x = 39^\circ$
- $x = 12^\circ$

Naloga

Na minuto natančno izračunaj velikost kota, če je:

- $\sin x = 0.25$
- $\cos x = 0.6$
- $\tan x = 3$
- $\sin x = 2$
- $\cos x = \frac{2}{5}$

Naloga

Natančno izračunajte vrednost izraza.

- $\sin 90^\circ + \cos 0^\circ + \tan 45^\circ$
- $\dfrac{\tan 30^\circ}{\sin 60^\circ} - \dfrac{\tan 60^\circ}{\cos 60^\circ}$
- $\tan 30^\circ \cdot \dfrac{\sin 45^\circ}{\cos 30^\circ}$
- $\sin 60^\circ + \cos 30^\circ - \tan 45^\circ$
- $\dfrac{\sin 30^\circ}{\cos 30^\circ}$
- $\dfrac{1 - \sin 45^\circ}{\cos 45^\circ}$
- $\dfrac{\sin 90^\circ}{1 - \tan 30^\circ}$
- $\cos 45^\circ + \sin 45^\circ - 3\tan 30^\circ$

Naloga

V pravokotniku meri stranica $a = 10\ cm$, diagonala pa $14\ cm$. Izračunajte natančno dolžino druge stranice in velikost kota med stranico a in diagonalo na dve decimalki stopinje natančno.

Naloga

V pravokotniku meri stranica $a = 10\ cm$, diagonala pa $14\ cm$. Izračunajte natančno dolžino druge stranice in velikost kota med stranico a in diagonalo na dve decimalki stopinje natančno.

Naloga

V enakokrakem trikotniku meri višina na osnovnico $24\ cm$, osnovnica pa $14\ cm$. Izračunajte dolžino kraka in velikost kota med krakom in osnovnico na dve decimalki stopinje natančno.

Naloga

V pravokotniku meri stranica $a = 10\ cm$, diagonala pa $14\ cm$. Izračunajte natančno dolžino druge stranice in velikost kota med stranico a in diagonalo na dve decimalki stopinje natančno.

Naloga

V enakokrakem trikotniku meri višina na osnovnico $24\ cm$, osnovnica pa $14\ cm$. Izračunajte dolžino kraka in velikost kota med krakom in osnovnico na dve decimalki stopinje natančno.

Naloga

Enakokraki trapez ima osnovnici dolgi $45\ cm$ in $23\ cm$, višina pa je $60\ cm$. Izračunajte dolžino kraka in velikost kota med krakom in osnovnico na minuto natančno.

Naloga

V pravokotniku meri stranica $a = 10\ cm$, diagonala pa $14\ cm$. Izračunajte natančno dolžino druge stranice in velikost kota med stranico a in diagonalo na dve decimalki stopinje natančno.

Naloga

V enakokrakem trikotniku meri višina na osnovnico $24\ cm$, osnovnica pa $14\ cm$. Izračunajte dolžino kraka in velikost kota med krakom in osnovnico na dve decimalki stopinje natančno.

Naloga

Enakokraki trapez ima osnovnici dolgi $45\ cm$ in $23\ cm$, višina pa je $60\ cm$. Izračunajte dolžino kraka in velikost kota med krakom in osnovnico na minuto natančno.

Naloga

Vrh stolpa vidimo pod kotom 19.17°, če pa se mu približamo za $50\ m$, ga vidimo pod kotom 34.23°. Izračunajte višino stolpa, če je točka gledišča na višini $1.7\ m$.

Naloga

Koliko meri središčni kot nad lokom AB v krogu s polmerom 8 cm, če je $|AB| = 6$ cm? Kot izrazite v stopinjah na štiri decimalke natančno.

Naloga

Koliko meri središčni kot nad lokom AB v krogu s polmerom 8 cm, če je $|AB| = 6$ cm? Kot izrazite v stopinjah na štiri decimalke natančno.

Naloga

V enakokrakem trapezu z osnovnicama 12 cm in 6 cm kot ob osnovnici meri $\alpha = 73^\circ$. Izračunajte dolžino kraka.

Naloga

Koliko meri središčni kot nad lokom AB v krogu s polmerom 8 cm, če je $|AB| = 6$ cm? Kot izrazite v stopinjah na štiri decimalke natančno.

Naloga

V enakokrakem trapezu z osnovnicama 12 cm in 6 cm kot ob osnovnici meri $\alpha = 73°$. Izračunajte dolžino kraka.

Naloga

Pravokotnik ima stranici dolgi 5 cm in 6 cm. Na minuto natančno izračunajte kot, ki ga oklepata diagonali v pravokotniku.

Naloga

Koliko meri središčni kot nad lokom AB v krogu s polmerom 8 cm, če je $|AB| = 6$ cm? Kot izrazite v stopinjah na štiri decimalke natančno.

Naloga

V enakokrakem trapezu z osnovnicama 12 cm in 6 cm kot ob osnovnici meri $\alpha = 73°$. Izračunajte dolžino kraka.

Naloga

Pravokotnik ima stranici dolgi 5 cm in 6 cm. Na minuto natančno izračunajte kot, ki ga oklepata diagonali v pravokotniku.

Naloga

V rombu je dolžina diagonale e dvakrat tolikšna kot dolžina diagonale f. Na minuto natančno izračunajte velikost kota α.

Zveze med kotnimi funkcijami

Zveze med kotnimi funkcijami

$$\tan\varphi = \frac{a}{b} = \frac{\frac{a}{c}}{\frac{b}{c}} = \frac{\sin\varphi}{\cos\varphi}$$

Zveze med kotnimi funkcijami

$$\tan\varphi = \frac{a}{b} = \frac{\frac{a}{c}}{\frac{b}{c}} = \frac{\sin\varphi}{\cos\varphi}$$

$$\cot\varphi = \frac{b}{a} = \frac{\frac{b}{c}}{\frac{a}{c}} = \frac{\cos\varphi}{\sin\varphi}$$

Zveze med kotnimi funkcijami

$$\tan\varphi = \frac{a}{b} = \frac{\frac{a}{c}}{\frac{b}{c}} = \frac{\sin\varphi}{\cos\varphi}$$

$$\cot\varphi = \frac{b}{a} = \frac{\frac{b}{c}}{\frac{a}{c}} = \frac{\cos\varphi}{\sin\varphi}$$

$$\tan\varphi\cdot\cot\varphi = \frac{a}{b}\cdot\frac{b}{a} = 1$$

Zveze med kotnimi funkcijami

$$\tan\varphi = \frac{a}{b} = \frac{\frac{a}{c}}{\frac{b}{c}} = \frac{\sin\varphi}{\cos\varphi}$$

$$\cot\varphi = \frac{b}{a} = \frac{\frac{b}{c}}{\frac{a}{c}} = \frac{\cos\varphi}{\sin\varphi}$$

$$\tan\varphi \cdot \cot\varphi = \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1$$

$$\sin^2\varphi + \cos^2\varphi = 1$$

Naloga

Natančno izračunajte vrednosti preostalih kotnih funnkcj v pravokotnem trikotniku, če je kot α oster in velja:

- $\cos\alpha = 0.1$
- $\sin\alpha = \frac{8}{17}$
- $\tan\alpha = 2$

Naloga

Poenostavite izraze s pomočjo zvez med kotnimi funkcijami.

- $1-\sqrt{\left(1-\sin^2 x\right)\cos^2 x}$
- $\tan^2 x-\dfrac{1}{1-\sin^2 x}$
- $\dfrac{\cos x}{1+\sin x}+\dfrac{\cos x}{\sin x-1}$
- $\dfrac{\sin x}{\tan x}\cdot\cos x-1$
- $\cos x\left(1+\tan^2 x\right)$
- $\dfrac{(\sin x+\cos x)^2-1}{\tan x}$
- $\dfrac{1}{\tan x}+\dfrac{1-2\cos^2 x}{\sin x\cos x}$
- $\sin x+\cos^2 x\cdot\sin^{-1} x$
- $\dfrac{1}{\left(\dfrac{\tan^{-1} x\cdot\sin x}{\sqrt{1-\cos^2 x}}\right)}$
- $\left((\tan x\cos x)^{-2}+\cos^{-2} x\right)\sin^2 x$
- $\left(\dfrac{1}{\cot x}\sin^{-1} x\right)^{-2}+\sin x\tan x\cos x$

Naloga

Natančno izračunajte brez uporabe računala.

- $\dfrac{\cos 15^\circ}{\sin 75^\circ} - 2 \cdot \dfrac{\sin 15^\circ}{\cos 75^\circ}$

- $\sin^2 55^\circ + \cos^2 45^\circ - \dfrac{\frac{\tan 33^\circ}{\sin 33^\circ}}{\sin 57^\circ}$

- $\sin^2 86^\circ \cdot \left(\sin^2 5^\circ + \sin^2 85^\circ + \tan^2 4^\circ\right)$

- $\dfrac{1 - \sin^2 15^\circ}{\sin^2 75^\circ}$

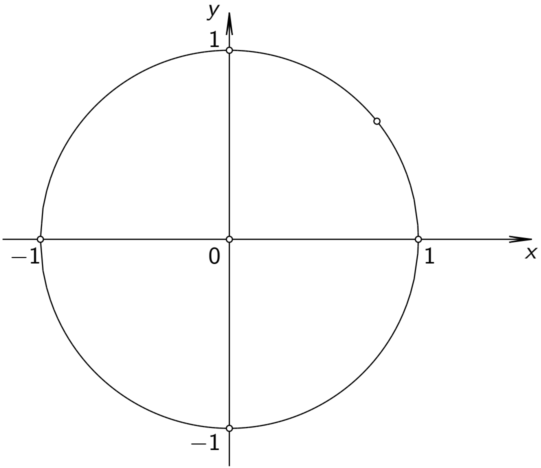
Kotne funkcije v enotskem krogu

Kotne funkcije v enotskem krogu

Enotska krožnica je krožnica s polmerom ene enote in s središčem v koordinatnem izhodišču.

Kotne funkcije v enotskem krogu

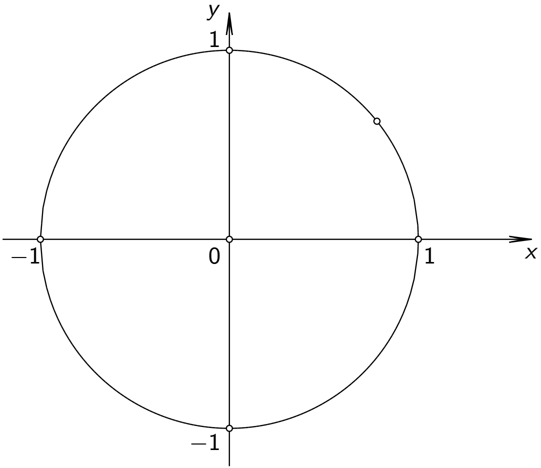
Enotska krožnica je krožnica s polmerom ene enote in s središčem v koordinatnem izhodišču.



Kotne funkcije v enotskem krogu

Enotska krožnica je krožnica s polmerom ene enote in s središčem v koordinatnem izhodišču.

Kot φ z vrhom v koordinatnem izhodišču določata:

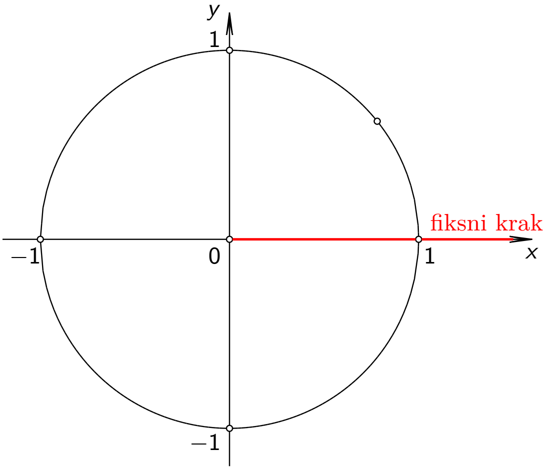


Kotne funkcije v enotskem krogu

Enotska krožnica je krožnica s polmerom ene enote in s središčem v koordinatnem izhodišču.

Kot φ z vrhom v koordinatnem izhodišču določata:

- **fiksni/nepremični krak** kota leži na pozitivnem delu abscisne osi in

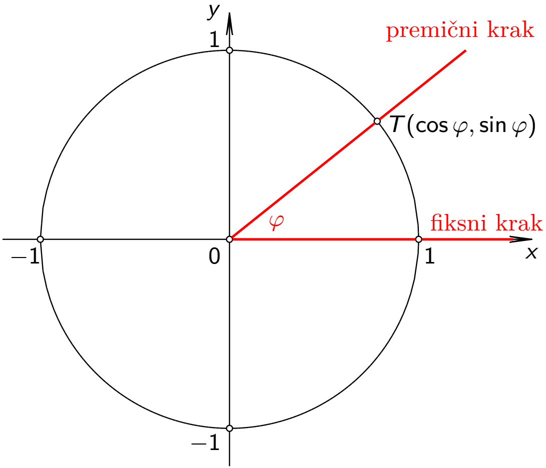


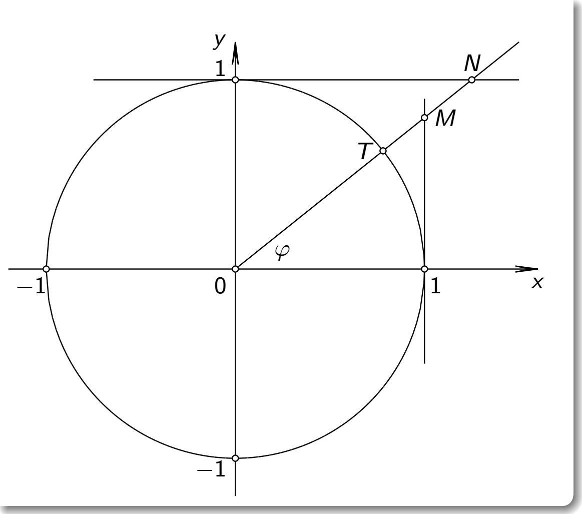
Kotne funkcije v enotskem krogu

Enotska krožnica je krožnica s polmerom ene enote in s središčem v koordinatnem izhodišču.

Kot φ z vrhom v koordinatnem izhodišču določata:

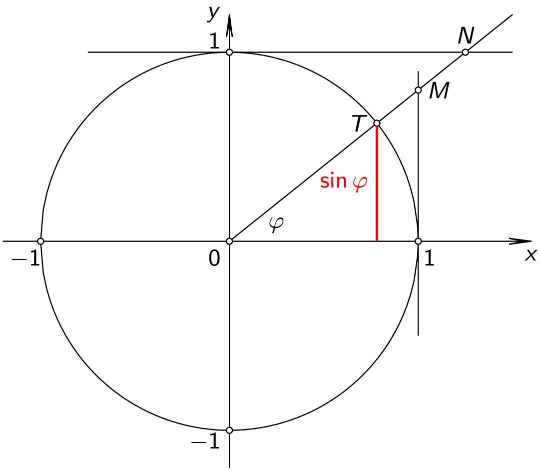
- **fiksni/nepremični krak** kota leži na pozitivnem delu abscisne osi in
- **premični krak** določa velikost kota in leži v enem izmed štirih kvadrantov ter seka enotsko krožnico v točki $(\cos x, \sin x)$.





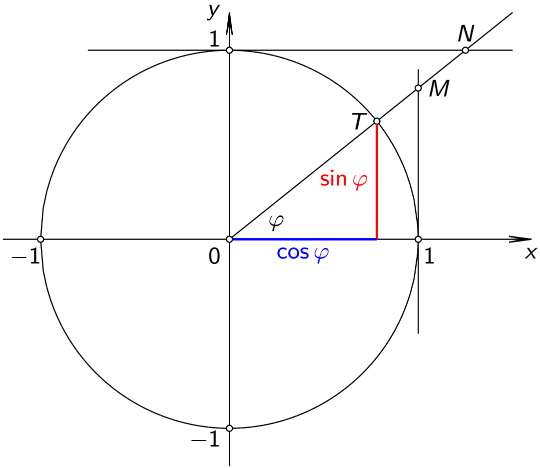
y
1
N
M
T
φ
−1
0
1
x
−1

Sinus kota φ je enak oridnati presečišča premičnega kraka z enotsko krožnico.



Sinus kota φ je enak oridnati presečišča premičnega kraka z enotsko krožnico.

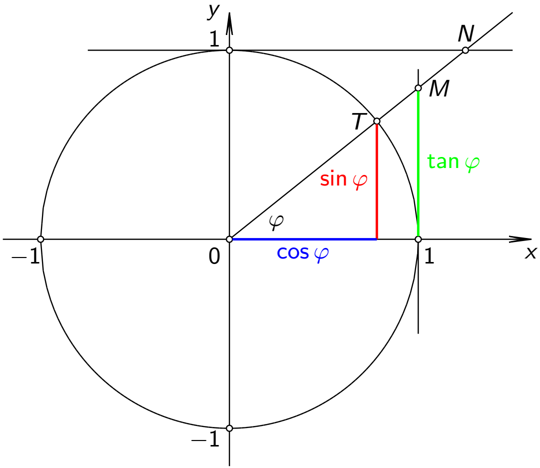
Kosinus kota φ je enak abscisi presečišča premičnega kraka z enotsko krožnico.



Sinus kota φ je enak oridnati presečišča premičnega kraka z enotsko krožnico.

Kosinus kota φ je enak abscisi presečišča premičnega kraka z enotsko krožnico.

Tangens kota φ je enak ordinati presečišča nosilke premičnega kraka z navpično tangento enotskega kroga v točki $(1, 0)$.

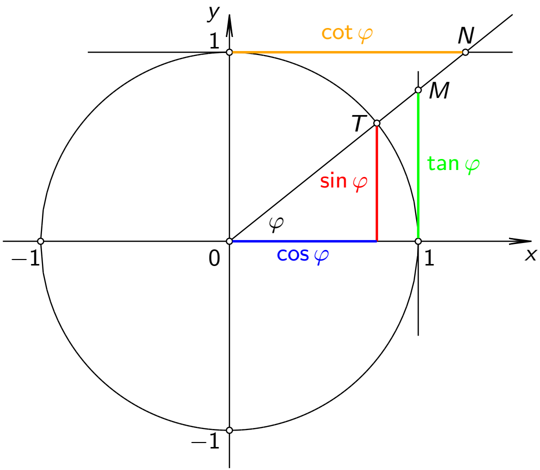


Sinus kota φ je enak oridnati presečišča premičnega kraka z enotsko krožnico.

Kosinus kota φ je enak abscisi presečišča premičnega kraka z enotsko krožnico.

Tangens kota φ je enak ordinati presečišča nosilke premičnega kraka z navpično tangento enotskega kroga v točki $(1, 0)$.

Kotangens kota φ je enak abscisi presečišča nosilke premičnega kraka z vodoravno tangento enotskega kroga v točki $(0, 1)$.



Stopinje in radiani

Stopinje in radiani

Radian

Loku na krožnici, ki je enako dolg kot polmer krožnice, pripada središčni kot, velik $1\ \mathrm{radian}$.

Stopinje in radiani

Radian

Loku na krožnici, ki je enako dolg kot polmer krožnice, pripada središčni kot, velik 1 radian.

$$1\ \mathrm{rad} = \frac{180^\circ}{\pi} \doteq 57,3^\circ$$

Stopinje in radiani

Radian

Loku na krožnici, ki je enako dolg kot polmer krožnice, pripada središčni kot, velik $1\ \mathrm{radian}$.

$$1\ \mathrm{rad} = \frac{180^\circ}{\pi} \doteq 57,3^\circ$$

Pretvorba med stopinjami in radiani

Naj bo kot φ podan v radianih, ϕ pa njemu pripadajoči kot podan v stopinjah. Potem velja:

Stopinje in radiani

Radian

Loku na krožnici, ki je enako dolg kot polmer krožnice, pripada središčni kot, velik 1 radian.

$$1\ \mathrm{rad} = \frac{180^\circ}{\pi} \doteq 57,3^\circ$$

Pretvorba med stopinjami in radiani

Naj bo kot φ podan v radianih, ϕ pa njemu pripadajoči kot podan v stopinjah. Potem velja:

$$\varphi = \frac{\pi}{180^\circ}\phi$$

Stopinje in radiani

Radian

Loku na krožnici, ki je enako dolg kot polmer krožnice, pripada središčni kot, velik 1 radian.

$$1\ \mathrm{rad} = \frac{180^\circ}{\pi} \doteq 57,3^\circ$$

Pretvorba med stopinjami in radiani

Naj bo kot φ podan v radianih, ϕ pa njemu pripadajoči kot podan v stopinjah. Potem velja:

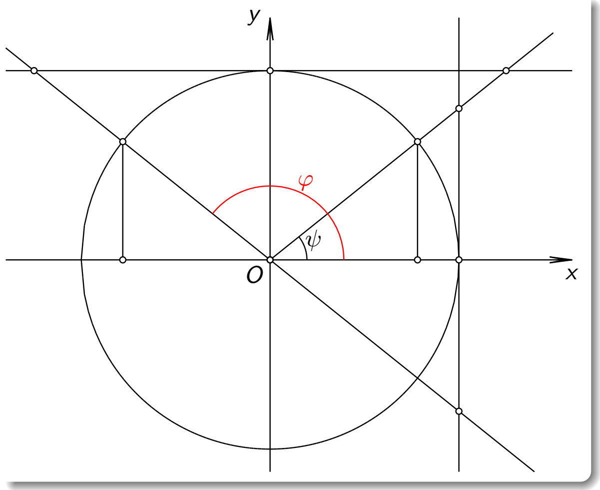
$$\varphi = \frac{\pi}{180^\circ}\phi$$

in

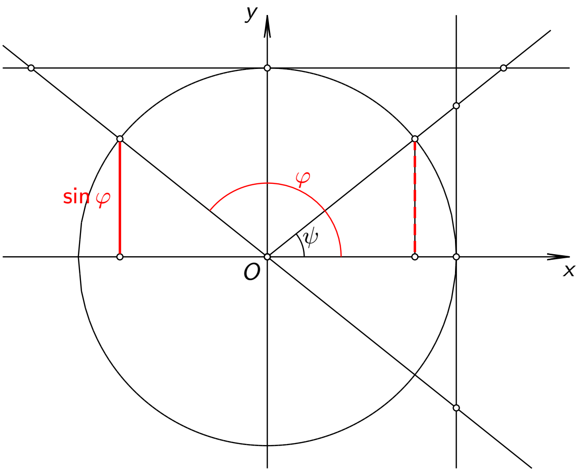
$$\phi = \frac{180^\circ}{\pi}\varphi.$$

Kot φ med 90° in 180°

Kot φ med 90° in 180°



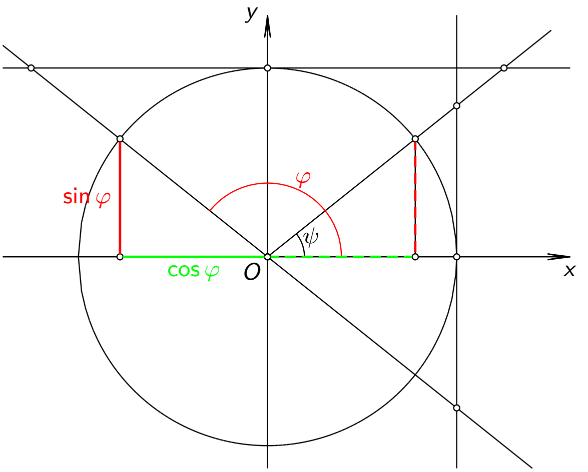
Kot φ med 90° in 180°



Sinusa suplementarnih kotov sta enaka;

$$\sin(180^\circ - \psi) = \sin\psi$$

Kot φ med 90° in 180°

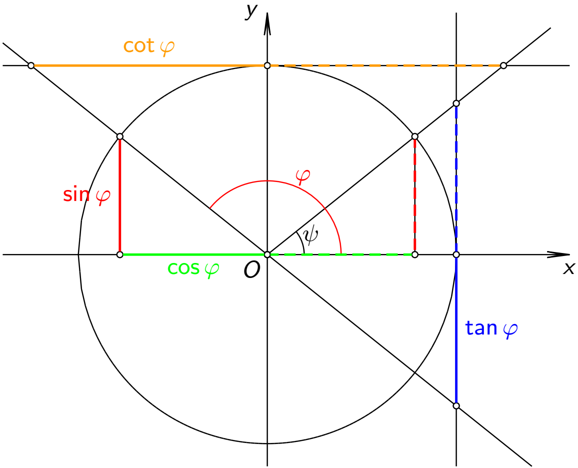


Sinusa suplementarnih kotov sta enaka; kosinusa suplementarnih kotov sta nasprotno enaka.

$$\sin\left(180^\circ - \psi\right) = \sin\psi$$

$$\cos\left(180^\circ - \psi\right) = -\cos\psi$$

Kot φ med 90° in 180°



Sinusa suplementarnih kotov sta enaka; kosinusa suplementarnih kotov sta nasprotno enaka.

$$\sin(180^\circ - \psi) = \sin\psi$$

$$\cos(180^\circ - \psi) = -\cos\psi$$

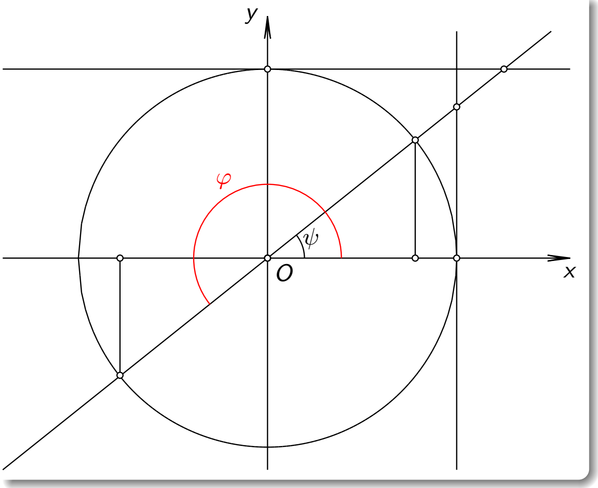
Tangensa in kotangensa suplementarnih kotov sta nasprotno enaka.

$$\tan(180^\circ - \psi) = -\tan\psi$$

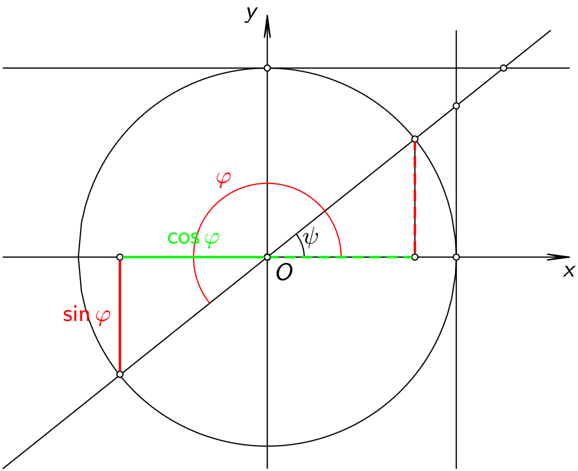
$$\cot(180^\circ - \psi) = -\cot\psi$$

Kot φ med 180° in 270°

Kot φ med 180° in 270°



Kot φ med 180° in 270°

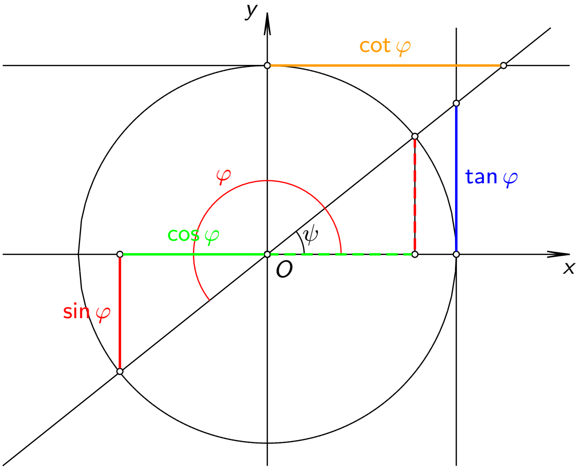


Sinusa in kosinusa kotov, ki se razlikujeta za π, sta nasprotno enaka.

$$\sin(180^\circ + \psi) = -\sin\psi$$

$$\cos(180^\circ + \psi) = -\cos\psi$$

Kot φ med 180° in 270°



Sinusa in kosinusa kotov, ki se razlikujeta za π, sta nasprotno enaka.

$$\sin(180^\circ + \psi) = -\sin\psi$$

$$\cos(180^\circ + \psi) = -\cos\psi$$

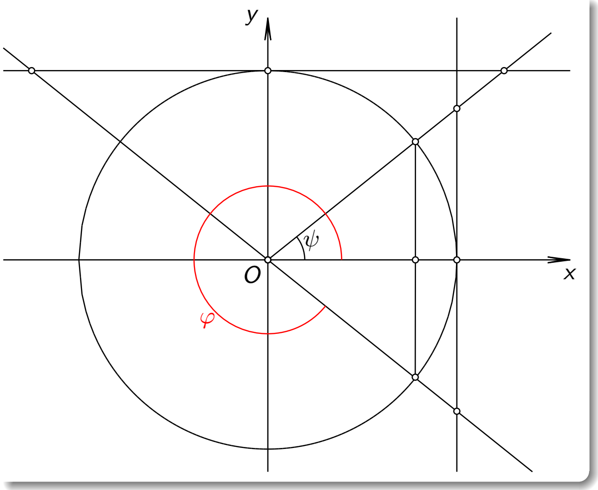
Tangensa in kotangensa kotov, ki se razlikujeta za π, sta enaka.

$$\tan(180^\circ + \psi) = \tan\psi$$

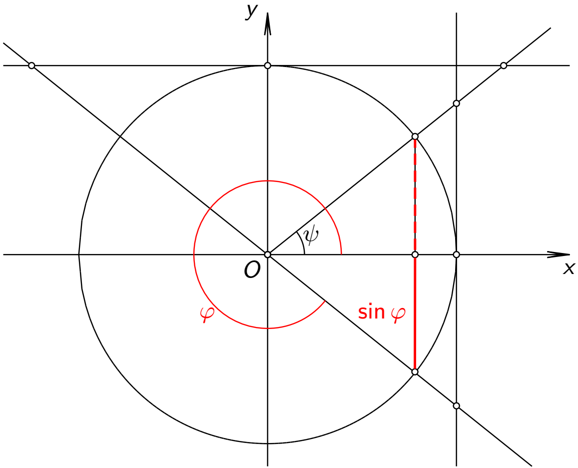
$$\cot(180^\circ + \psi) = \cot\psi$$

Kot φ med 270° in 360°

Kot φ med 270° in 360°



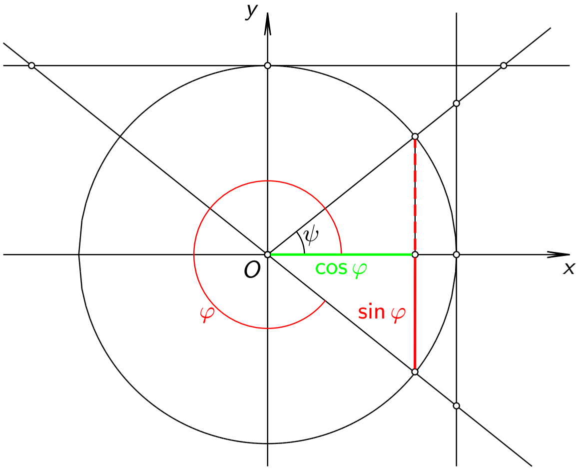
Kot φ med 270° in 360°



$$\sin(360^\circ - \psi) = -\sin\psi$$

$$\sin(-\psi) = -\sin\psi$$

Kot φ med 270° in 360°



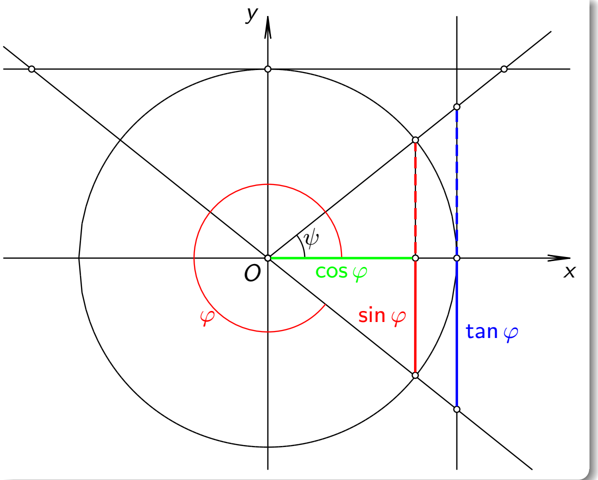
$$\sin(360^\circ - \psi) = -\sin\psi$$

$$\cos(360^\circ - \psi) = \cos\psi$$

$$\sin(-\psi) = -\sin\psi$$

$$\cos(-\psi) = \cos\psi$$

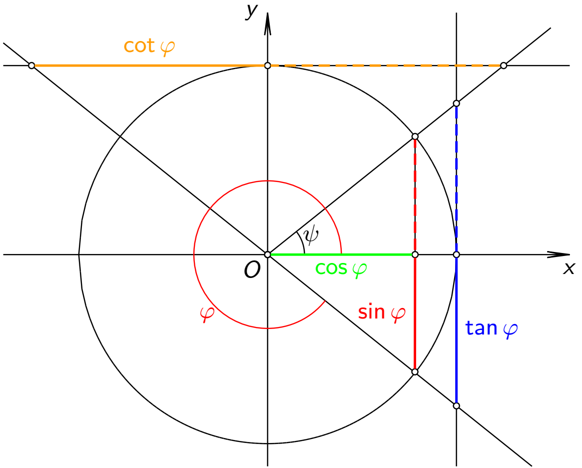
Kot φ med 270° in 360°



$$\sin(360^\circ - \psi) = -\sin\psi$$
$$\cos(360^\circ - \psi) = \cos\psi$$
$$\tan(360^\circ - \psi) = -\tan\psi$$

$$\sin(-\psi) = -\sin\psi$$
$$\cos(-\psi) = \cos\psi$$
$$\tan(-\psi) = -\tan\psi$$

Kot φ med 270° in 360°



$$\sin(360^\circ - \psi) = -\sin\psi$$
$$\cos(360^\circ - \psi) = \cos\psi$$
$$\tan(360^\circ - \psi) = -\tan\psi$$
$$\cot(360^\circ - \psi) = -\cot\psi$$

$$\sin(-\psi) = -\sin\psi$$
$$\cos(-\psi) = \cos\psi$$
$$\tan(-\psi) = -\tan\psi$$
$$\cot(-\psi) = -\cot\psi$$

Vrednosti kotnih funkcij nekaterih kotov

Vrednosti kotnih funkcij nekaterih kotov

φ [rad]	φ [°]	$\sin\varphi$	$\cos\varphi$	$\tan\varphi$	$\cot\varphi$
0	0	0	1	0	/
$\frac{\pi}{6}$	30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{4}$	45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	1
$\frac{\pi}{3}$	60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
$\frac{\pi}{2}$	90°	1	0	/	0
π	180°	0	-1	0	/
$\frac{3\pi}{2}$	270°	-1	0	/	0

Naloga

Izrazite s kotno funkcijo kota, manjšega od 45°.

- $\sin 200^\circ$
- $\cot 335^\circ$
- $\cos 154^\circ$
- $\cos 115^\circ$
- $\tan 163^\circ$
- $\sin 245^\circ$
- $\tan 170^\circ$
- $\cos 255^\circ$
- $\tan 140^\circ$
- $\sin 299^\circ$
- $\sin 190^\circ$
- $\cos 218^\circ$
- $\cos 355^\circ$
- $\cot 203^\circ$
- $\tan 179^\circ$

Naloga

Najprej izrazite vrednost dane kotne funkcije s kotno funkcijo ostrega kota in nato izračunajte njeno natančno vrednost.

- $\sin 300^\circ$
- $\cos 330^\circ$
- $\tan 315^\circ$
- $\cos 225^\circ$
- $\sin 240^\circ$
- $\tan 150^\circ$
- $\cos 120^\circ$
- $\sin 180^\circ$

Naloga

Natančno izračunajte.

- $\dfrac{\cos 300^\circ - \sin 210^\circ - \sin 0^\circ}{\tan 300^\circ + \tan 135^\circ}$
- $\sin 120^\circ - \cos 150^\circ + \tan 225^\circ$
- $(\sin 150^\circ - \cos 210^\circ)^2 + \tan^2 315^\circ$
- $\dfrac{\cos 240^\circ + \tan 135^\circ - \sin^2 315^\circ}{\tan 300^\circ}$
- $\dfrac{\cos 135^\circ + \sin 225^\circ}{\tan 300^\circ - \tan 120^\circ - \sin 270^\circ}$

Naloga

Za kot x je podana vrednost ene kotne funkcije in območje velikost kota. Izračunajte natančne vrednosti drugih kotnih funkcij za kot x.

- $x \in [180^\circ, 270^\circ]$; $\sin x = -0.6$
- $x \in [90^\circ, 180^\circ]$; $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{3}$
- $IV.$ kvadrant; $\tan x = -\sqrt{3}$
- $II.$ kvadrant; $\tan x = -2$
- $III.$ kvadrant; $\tan x = 3$
- $II.$ kvadrant; $\sin x = \frac{3}{4}$
- $x \in [270^\circ, 360^\circ]$; $\cos x = \frac{1}{3}$
- $x \in [180^\circ, 270^\circ]$; $\cos x = -\frac{4}{5}$
- $IV.$ kvadrant; $\sin x = -\frac{15}{17}$

Naloga

Podana je vrednost ene kotne funkcije za kot x. Izračunajte velikost kota x glede na pogoj o njegovi velikosti.

- $x \in [270°, 360°]$; $\cos x = 0.5$
- $x \in [0°, 360°]$; $\tan x = -1$
- $x \in [180°, 360°]$; $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$
- $x \in [0°, 360°]$; $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$
- $x \in [180°, 360°]$; $\cos x = -1$
- $x \in [0°, 180°]$; $\tan x = 1$
- $x \in [180°, 270°]$; $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$
- $x \in [0°, 360°]$; $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$
- $x \in [0°, 270°]$; $\tan x = -\sqrt{3}$

Naloga

V enotski krožnici narišite vse kote, za ketere velja dani podatek. Izračunajte velikosti kotov na štiri decimalna mesta natančno.

- $\sin x = 0.6$
- $\cos x = 0.3$
- $\tan x = 0.8$
- $\sin x = -\dfrac{2}{3}$
- $\cos x = -\dfrac{3}{5}$
- $\tan x = -\dfrac{3}{2}$
- $\tan x = 2$

Naloga

Natančno izračunajte.

$$\frac{\sin 315^\circ + \cos 135^\circ - \tan^2 120^\circ}{\sin^2 150^\circ - \cos^2 225^\circ}$$

Naloga

Natančno izračunajte.

$$\frac{\sin 315^\circ + \cos 135^\circ - \tan^2 120^\circ}{\sin^2 150^\circ - \cos^2 225^\circ}$$

Naloga

Poenostavite izraz.

$$1 + \left(\frac{\sin^2 x + \tan^{-1} x \cdot \sin x \cdot \cos x}{\frac{1}{\sin^2 x} - 1} \right)^{-1}$$

Naloga

Natančno izračunajte.

$$\frac{\sin 315^\circ + \cos 135^\circ - \tan^2 120^\circ}{\sin^2 150^\circ - \cos^2 225^\circ}$$

Naloga

Poenostavite izraz.

$$1 + \left(\frac{\sin^2 x + \tan^{-1} x \cdot \sin x \cdot \cos x}{\frac{1}{\sin^2 x} - 1} \right)^{-1}$$

Naloga

Za $\tan x = -5$ in $270^\circ \leq x \leq 360^\circ$ izračunajte velikost kota x, na minuto natančno, in natančne vrednosti preostalih kotnih funkcij.

Naloga

Zapišite s kotno funkcijo kota, manjšega od 45°.

- $\sin 355^\circ$
- $\cos 291^\circ$
- $\tan 174^\circ$
- $\sin 247^\circ$

Naloga

Zapišite s kotno funkcijo kota, manjšega od 45°.

- $\sin 355^\circ$
- $\cos 291^\circ$
- $\tan 174^\circ$
- $\sin 247^\circ$

Naloga

Voznik podmornice na višini $-200\ m$ vidi razbitino ladje, ki leži potopljena na višini $-1200\ m$, pod kotom 8.4°. Izračunajte razdaljo, ki jo mora prevoziti, da bo točno nad razbitino, če se vozi s hitrostjo $40\ km/h$. Koliko časa potrebuje za to pot?

Section 2

Vektorji

Vektorske količine

Računanje z vektorji

Koplanarni vektorji

Koplanarni vektorji

Vektorji so **koplanarni**, če ležijo na isti ravnini. Rečemo tudi, da so **linearno odvisni**.

Koplanarni vektorji

Vektorji so **koplanarni**, če ležijo na isti ravnini. Rečemo tudi, da so **linearno odvisni**.

Če so $\vec{a}$, $\vec{b}$ in $\vec{c}$ koplanarni vektorji, potem velja vsaj ena izmed naslednjih zvez:

$$\vec{c} = \alpha\vec{a} + \beta\vec{b};\ \alpha, \beta \in \mathbb{R}$$

$$\vec{b} = \alpha\vec{a} + \gamma\vec{c};\ \alpha, \gamma \in \mathbb{R}$$

$$\vec{a} = \beta\vec{b} + \gamma\vec{c};\ \beta, \gamma \in \mathbb{R}$$

Koplanarni vektorji

Vektorji so **koplanarni**, če ležijo na isti ravnini. Rečemo tudi, da so **linearno odvisni**.

Če so $\vec{a}$, $\vec{b}$ in $\vec{c}$ koplanarni vektorji, potem velja vsaj ena izmed naslednjih zvez:

$$\vec{c} = \alpha\vec{a} + \beta\vec{b};\ \ \alpha, \beta \in \mathbb{R}$$

$$\vec{b} = \alpha\vec{a} + \gamma\vec{c};\ \ \alpha, \gamma \in \mathbb{R}$$

$$\vec{a} = \beta\vec{b} + \gamma\vec{c};\ \ \beta, \gamma \in \mathbb{R}$$

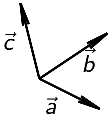
Če so vektorji $\vec{a}$, $\vec{b}$ in $\vec{c}$ **nekoplanarni** oziroma **linearno neodvisni**, velja:

$$\alpha\vec{a} + \beta\vec{b} + \gamma\vec{c} = \vec{0} \Leftrightarrow \alpha = \beta = \gamma = 0$$

Baza prostora

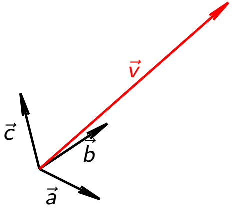
Baza prostora

Bazo prostora tvorijo trije neničelni vektorji ($\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$), ki ne ležijo na isti ravnini (so nekoplanarni).
Imenujemo jih **bazni vektorji** prostora.



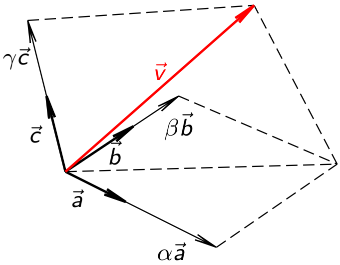
Baza prostora

Bazo prostora tvorijo trije neničelni vektorji $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$, ki ne ležijo na isti ravnini (so nekoplanarni).
Imenujemo jih **bazni vektorji** prostora.



Baza prostora

Bazo prostora tvorijo trije neničelni vektorji $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$, ki ne ležijo na isti ravnini (so nekoplanarni).
Imenujemo jih **bazni vektorji** prostora.



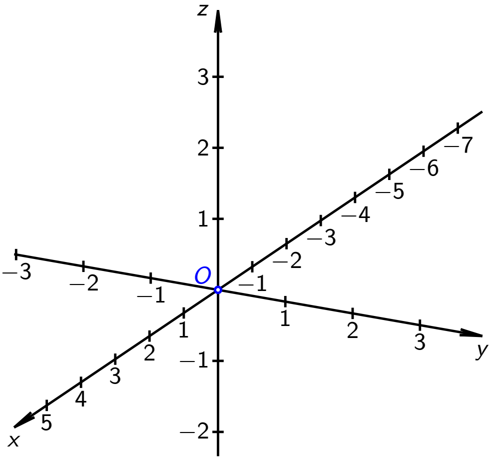
Katerikoli vektor $\vec{v}$ v tem prostoru lahko na en sam način zapišemo kot **linearno kombinacijo** teh vektorjev $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$:

$$\vec{v} = \alpha\vec{a} + \beta\vec{b} + \gamma\vec{c}, \text{ za neke } \alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}.$$

Pravokotni koordinatni sistem v prostoru

Pravokotni koordinatni sistem v prostoru

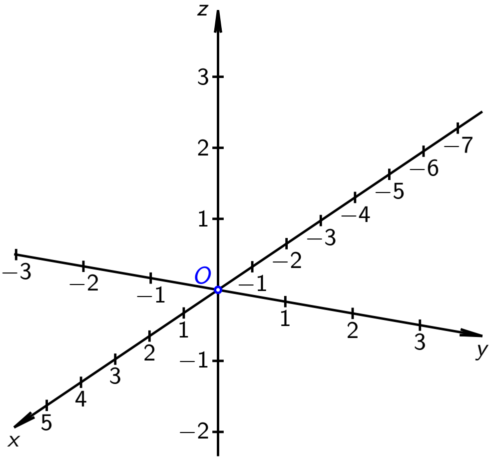
Pravokotni koordinatni sistem v prostoru oziroma **kartezični prostorski koordinatni sistem** določajo tri paroma pravokotne številske premice (koordinatne osi), ki se sekajo v koordinatnem izhodišču (O).



Pravokotni koordinatni sistem v prostoru

Pravokotni koordinatni sistem v prostoru oziroma **kartezični prostorski koordinatni sistem** določajo tri paroma pravokotne številske premice (koordinatne osi), ki se sekajo v koordinatnem izhodišču (O).

Koordinatne osi imenujemo:

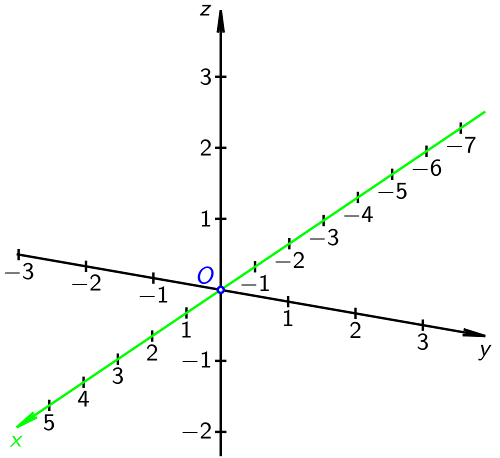


Pravokotni koordinatni sistem v prostoru

Pravokotni koordinatni sistem v prostoru oziroma **kartezični prostorski koordinatni sistem** določajo tri paroma pravokotne številske premice (koordinatne osi), ki se sekajo v koordinatnem izhodišču (O).

Koordinatne osi imenujemo:

- os x ali abscisna os,

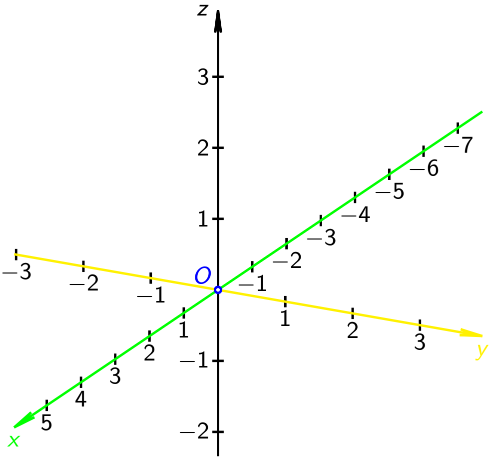


Pravokotni koordinatni sistem v prostoru

Pravokotni koordinatni sistem v prostoru oziroma **kartezični prostorski koordinatni sistem** določajo tri paroma pravokotne številske premice (koordinatne osi), ki se sekajo v koordinatnem izhodišču (O).

Koordinatne osi imenujemo:

- os x ali abscisna os,
- os y ali ordinatna os in

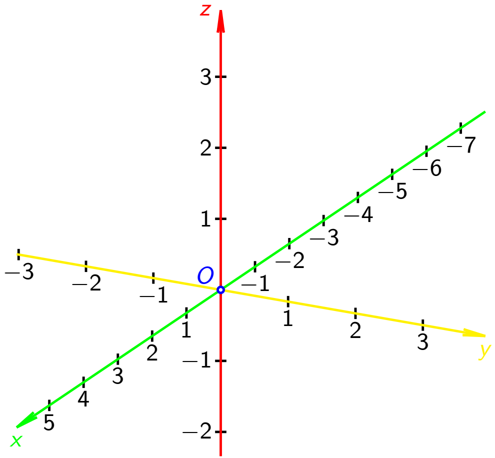


Pravokotni koordinatni sistem v prostoru

Pravokotni koordinatni sistem v prostoru oziroma **kartezični prostorski koordinatni sistem** določajo tri paroma pravokotne številske premice (koordinatne osi), ki se sekajo v koordinatnem izhodišču (O).

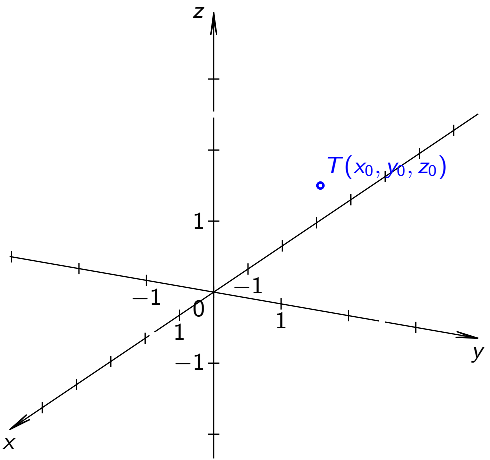
Koordinatne osi imenujemo:

- os x ali abscisna os,
- os y ali ordinatna os in
- os z ali aplikatna os.



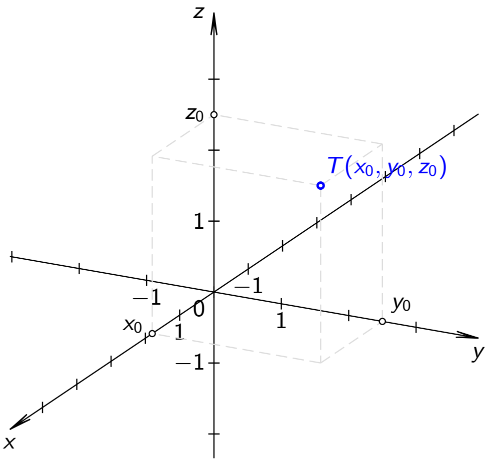
Lega točke v prostoru

Poljubni točki T v prostoru s pravokotnim koordinatnim sistemom lahko določimo **koordinate točke**: $T(x_0, y_0, z_0)$.



Lega točke v prostoru

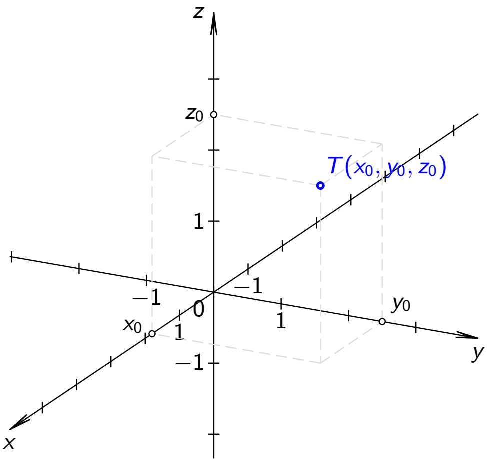
Poljubni točki T v prostoru s pravokotnim koordinatnim sistemom lahko določimo **koordinate točke**: $T(x_0, y_0, z_0)$.
To so števila, ki nam povedo, kje ležijo projekcije točke T na koordinatnih oseh.



Lega točke v prostoru

Poljubni točki T v prostoru s pravokotnim koordinatnim sistemom lahko določimo **koordinate točke**: $T(x_0, y_0, z_0)$.
To so števila, ki nam povedo, kje ležijo projekcije točke T na koordinatnih oseh.

Koordinate točke imenujemo:

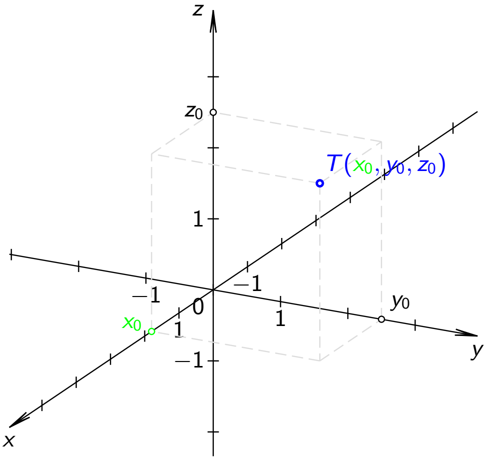


Lega točke v prostoru

Poljubni točki T v prostoru s pravokotnim koordinatnim sistemom lahko določimo **koordinate točke**: $T(x_0, y_0, z_0)$.
To so števila, ki nam povedo, kje ležijo projekcije točke T na koordinatnih oseh.

Koordinate točke imenujemo:

- prva koordinata x_0 je abscisa točke T,

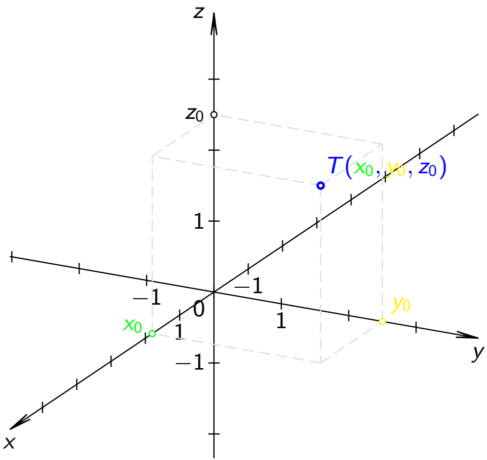


Lega točke v prostoru

Poljubni točki T v prostoru s pravokotnim koordinatnim sistemom lahko določimo **koordinate točke**: $T(x_0, y_0, z_0)$.
To so števila, ki nam povedo, kje ležijo projekcije točke T na koordinatnih oseh.

Koordinate točke imenujemo:

- prva koordinata x_0 je abscisa točke T,
- druga koordinata y_0 je ordinata točke T in

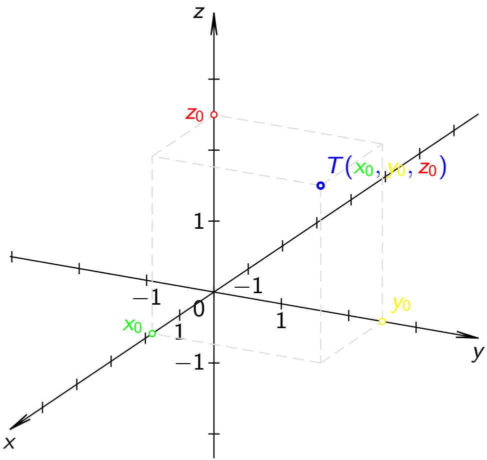


Lega točke v prostoru

Poljubni točki T v prostoru s pravokotnim koordinatnim sistemom lahko določimo **koordinate točke**: $T(x_0, y_0, z_0)$.
To so števila, ki nam povedo, kje ležijo projekcije točke T na koordinatnih oseh.

Koordinate točke imenujemo:

- prva koordinata x_0 je abscisa točke T,
- druga koordinata y_0 je ordinata točke T in
- tretja koordinata z_0 je aplikata točke T.



Ortogonalna baza

Ortogonalna baza

Baza prostora je **ortogonalna**, če je sestavljena iz paroma pravokotnih vektorjev.

Ortogonalna baza

Baza prostora je **ortogonalna**, če je sestavljena iz paroma pravokotnih vektorjev.

Ortonormirana baza

Ortogonalna baza

Baza prostora je **ortogonalna**, če je sestavljena iz paroma pravokotnih vektorjev.

Ortonormirana baza

Baza prostora je **ortonormirana**, če je ortogonalna in jo sestavljajo sami **enotski vektorji** – vektorji dolžine 1.

Ortogonalna baza

Baza prostora je **ortogonalna**, če je sestavljena iz paroma pravokotnih vektorjev.

Ortonormirana baza

Baza prostora je **ortonormirana**, če je ortogonalna in jo sestavljajo sami **enotski vektorji** – vektorji dolžine 1.

Standardna baza prostora

Ortogonalna baza

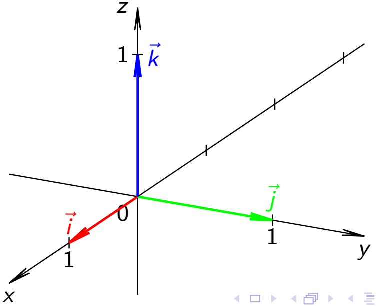
Baza prostora je **ortogonalna**, če je sestavljena iz paroma pravokotnih vektorjev.

Ortonormirana baza

Baza prostora je **ortonormirana**, če je ortogonalna in jo sestavljajo sami **enotski vektorji** – vektorji dolžine 1.

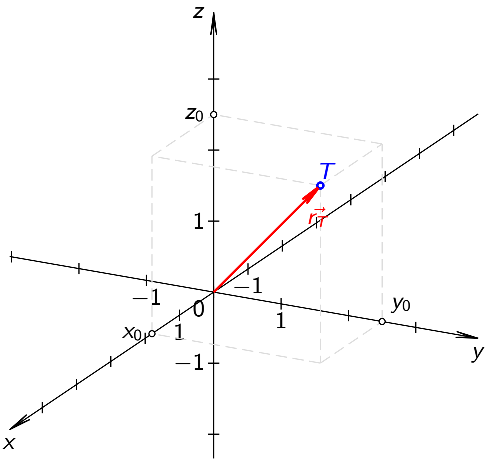
Standardna baza prostora

Standardna baza prostora je ena izmed ortonormiranih baz prostora. Sestavljajo jo enotski vektorji $\vec{i}$, $\vec{j}$ in $\vec{k}$, ki ležijo zapored na pozitivnih poltrakih koordinatnih osi x, y in z.



Krajevni vektor točke

Krajevni vektor točke T je vektor, ki se začne v koordinatnem izhodišču sistema in konča v točki T.
Označimo ga z $\vec{r_T}$.



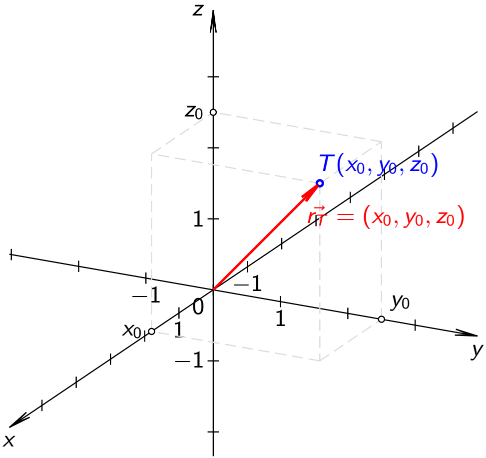
Krajevni vektor točke

Krajevni vektor točke T je vektor, ki se začne v koordinatnem izhodišču sistema in konča v točki T.
Označimo ga z $\vec{r_T}$.

Komponente krajevnega vektorja $\vec{r_T}$ **točke** T **so enake koordinatam točke** T**.**

$$T(x_0, y_0, z_0)$$

$$\vec{r_T} = (x_0, y_0, z_0)$$



Tudi standardne bazne vektorje $\vec{i}$, $\vec{j}$ in $\vec{k}$ lahko zapišemo kot krajevne vektorje: $\vec{i} = (1, 0, 0)$, $\vec{j} = (0, 1, 0)$ in $\vec{k} = (0, 0, 1)$.

Tudi standardne bazne vektorje $\vec{i}$, $\vec{j}$ in $\vec{k}$ lahko zapišemo kot krajevne vektorje: $\vec{i} = (1, 0, 0)$, $\vec{j} = (0, 1, 0)$ in $\vec{k} = (0, 0, 1)$.

Poljuben vektor $\vec{v}$ v prostoru lahko zapišemo kot linearno kombinacijo standardnih baznih vektorjev:

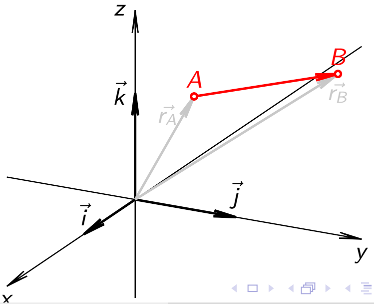
$$\vec{v} = \alpha\vec{i} + \beta\vec{j} + \gamma\vec{k} = (\alpha, \beta, \gamma)$$

Tudi standardne bazne vektorje $\vec{i}$, $\vec{j}$ in $\vec{k}$ lahko zapišemo kot krajevne vektorje: $\vec{i} = (1, 0, 0)$, $\vec{j} = (0, 1, 0)$ in $\vec{k} = (0, 0, 1)$.

Poljuben vektor $\vec{v}$ v prostoru lahko zapišemo kot linearno kombinacijo standardnih baznih vektorjev:

$$\vec{v} = \alpha\vec{i} + \beta\vec{j} + \gamma\vec{k} = (\alpha, \beta, \gamma)$$

S krajevnimi vektorji lahko izrazimo poljuben vektor $\vec{AB}$, z začetkom v točki A in koncem v točki B:



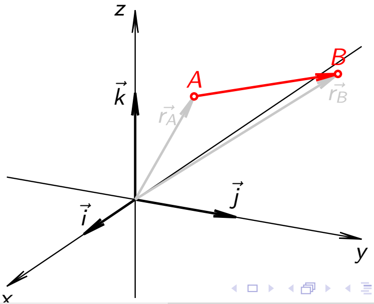
Tudi standardne bazne vektorje $\vec{i}$, $\vec{j}$ in $\vec{k}$ lahko zapišemo kot krajevne vektorje: $\vec{i} = (1, 0, 0)$, $\vec{j} = (0, 1, 0)$ in $\vec{k} = (0, 0, 1)$.

Poljuben vektor $\vec{v}$ v prostoru lahko zapišemo kot linearno kombinacijo standardnih baznih vektorjev:

$$\vec{v} = \alpha\vec{i} + \beta\vec{j} + \gamma\vec{k} = (\alpha, \beta, \gamma)$$

S krajevnimi vektorji lahko izrazimo poljuben vektor $\vec{AB}$, z začetkom v točki A in koncem v točki B:

$$\vec{AB} = \vec{r_B} - \vec{r_A}$$



Računanje s krajevnimi vektorji

Računanje s krajevnimi vektorji

Seštevanje in odštevanje

Računanje s krajevnimi vektorji

Seštevanje in odštevanje

$$(a_1, a_2, a_3) + (b_1, b_2, b_3) = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3)$$

Računanje s krajevnimi vektorji

Seštevanje in odštevanje

$$(a_1, a_2, a_3) + (b_1, b_2, b_3) = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3)$$

$$(a_1, a_2, a_3) - (b_1, b_2, b_3) = (a_1 - b_1, a_2 - b_2, a_3 - b_3)$$

Računanje s krajevnimi vektorji

Seštevanje in odštevanje

$$(a_1, a_2, a_3) + (b_1, b_2, b_3) = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3)$$

$$(a_1, a_2, a_3) - (b_1, b_2, b_3) = (a_1 - b_1, a_2 - b_2, a_3 - b_3)$$

Množenje s skalarjem

Računanje s krajevnimi vektorji

Seštevanje in odštevanje

$$(a_1, a_2, a_3) + (b_1, b_2, b_3) = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3)$$

$$(a_1, a_2, a_3) - (b_1, b_2, b_3) = (a_1 - b_1, a_2 - b_2, a_3 - b_3)$$

Množenje s skalarjem

$$n(a_1, a_2, a_3) = (na_1, na_2, na_3)$$

Računanje s krajevnimi vektorji

Seštevanje in odštevanje

$$(a_1, a_2, a_3) + (b_1, b_2, b_3) = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3)$$

$$(a_1, a_2, a_3) - (b_1, b_2, b_3) = (a_1 - b_1, a_2 - b_2, a_3 - b_3)$$

Množenje s skalarjem

$$n(a_1, a_2, a_3) = (na_1, na_2, na_3)$$

Skalarno množenje

Računanje s krajevnimi vektorji

Seštevanje in odštevanje

$$(a_1, a_2, a_3) + (b_1, b_2, b_3) = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3)$$

$$(a_1, a_2, a_3) - (b_1, b_2, b_3) = (a_1 - b_1, a_2 - b_2, a_3 - b_3)$$

Množenje s skalarjem

$$n(a_1, a_2, a_3) = (na_1, na_2, na_3)$$

Skalarno množenje

$$(a_1, a_2, a_3)(b_1, b_2, b_3) = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$$

Računanje s krajevnimi vektorji

Seštevanje in odštevanje

$$(a_1, a_2, a_3) + (b_1, b_2, b_3) = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3)$$

$$(a_1, a_2, a_3) - (b_1, b_2, b_3) = (a_1 - b_1, a_2 - b_2, a_3 - b_3)$$

Množenje s skalarjem

$$n(a_1, a_2, a_3) = (na_1, na_2, na_3)$$

Skalarno množenje

$$(a_1, a_2, a_3)(b_1, b_2, b_3) = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$$

$$\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow a_1 = b_1 \wedge a_2 = b_2 \wedge a_3 = b_3$$

Skalarni produkt v koordinatnem sistemu

(i) Vektorski produkt

(i) Premice v prostoru

(i) Ravnine v prostoru