

MATEMATIKA

2. letnik – splošna gimnazija

Jan Kastelic

Gimnazija Antona Aškerca,
Šolski center Ljubljana

1. marec 2026

Vsebina

- 1 Korenska funkcija
- 2 Kvadratna funkcija

Section 1

Korenska funkcija

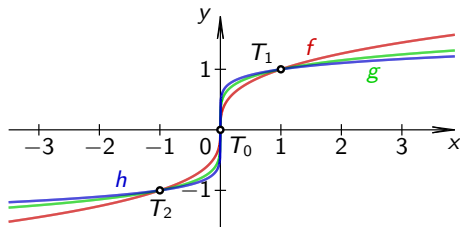
- 1 Korenska funkcija
 - Korenska funkcija z lihim korenskim eksponentom
 - Korenska funkcija s sodim korenskim eksponentom
- 2 Kvadratna funkcija

Korenska funkcija z lihimi korenskimi eksponenti

Korenska funkcija z lihim korenskim eksponentom

Korenska funkcija z lihim korenskim eksponentom

Vse potenčne funkcije z lihim naravnim eksponentom $f(x) = x^{2k+1}; k \in \mathbb{N}$ so bijektivne, zato jim lahko priredimo inverzne funkcije – to so **korenske funkcije z lihim korenskim eksponentom**,

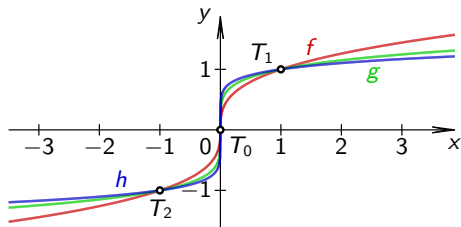


Korenska funkcija z lihim korenskimi eksponentom

Korenska funkcija z lihim korenskimi eksponentom

Vse potenčne funkcije z lihim naravnim eksponentom $f(x) = x^{2k+1}; k \in \mathbb{N}$ so bijektivne, zato jim lahko priredimo inverzne funkcije – to so **korenske funkcije z lihim korenskimi eksponentom**, podane s predpisom

$$f^{-1}(x) = \sqrt[2k+1]{x}; \quad k \in \mathbb{N}.$$

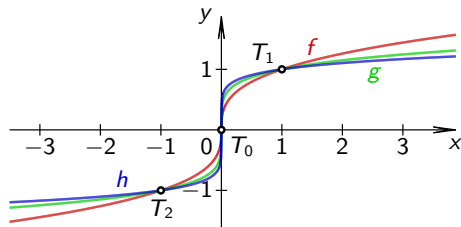


Korenska funkcija z lihim korenskimi eksponentom

Korenska funkcija z lihim korenskimi eksponentom

Vse potenčne funkcije z lihim naravnim eksponentom $f(x) = x^{2k+1}; k \in \mathbb{N}$ so bijektivne, zato jim lahko priredimo inverzne funkcije – to so **korenske funkcije z lihim korenskimi eksponentom**, podane s predpisom

$$f^{-1}(x) = \sqrt[2k+1]{x}; \quad k \in \mathbb{N}.$$



$$f(x) = \sqrt[3]{x}$$

$$g(x) = \sqrt[5]{x}$$

$$h(x) = \sqrt[7]{x}$$

Lastnosti korenskih funkcij

Lastnosti korenskih funkcij z lihim korenskim eksponentom

- $D_f = \mathbb{R}$
- $Z_f = \mathbb{R}$
- So naraščajoče za vse $x \in \mathbb{R}$.
- Grafi potekajo skozi točke $T_0(0, 0)$, $T_1(1, 1)$ in $T_2(-1, -1)$.
- So negativne za $x \in (-\infty, 0)$ in pozitivne za $x \in (0, \infty)$.
- So neomejene.
- So lihe – grafi so simetrični glede na koordinatno izhodišče.
- So konveksne za $x \in (-\infty, 0)$ in konkavne za $x \in (0, \infty)$.
- Imajo ničlo pri $x = 0$.
- Tangenta na krivuljo v ničli je ordinatna os.

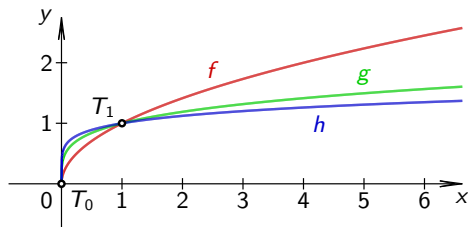
Korenska funkcija z lihim korenskimi eksponentom

Korenska funkcija z lihim korenskimi eksponentom

Korenska funkcija s sodim korenskimi eksponentom

Potenčne funkcije s sodim naravnim eksponentom $f(x) = x^{2k}; k \in \mathbb{N}$ niso bijektivne. Če jim hočemo prirediti inverzne funkcije, moramo skrajšati definicijsko območje na interval $[0, \infty)$.

Tako dobimo **korenske funkcije s sodim korenskimi eksponentom**,

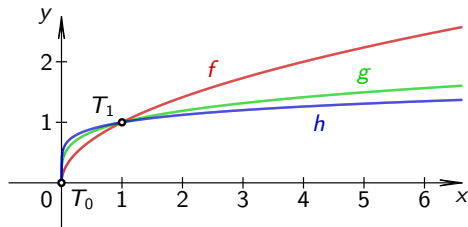


Korenska funkcija z lihimi korenskimi eksponenti

Korenska funkcija s sodimi korenskimi eksponenti

Potenčne funkcije s sodimi naravnimi eksponenti $f(x) = x^{2k}; k \in \mathbb{N}$ niso bijektivne. Če jim hočemo prirediti inverzne funkcije, moramo skrajšati definicijsko območje na interval $[0, \infty)$. Tako dobimo **korenske funkcije s sodimi korenskimi eksponenti**, podane s predpisom

$$f^{-1}(x) = \sqrt[2k]{x}; \quad k \in \mathbb{N}.$$

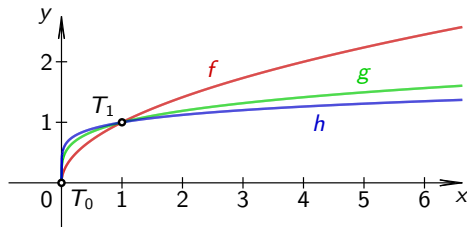


Korenska funkcija z lihim korenskim eksponentom

Korenska funkcija s sodim korenskim eksponentom

Potenčne funkcije s sodim naravnim eksponentom $f(x) = x^{2k}; k \in \mathbb{N}$ niso bijektivne. Če jim hočemo prirediti inverzne funkcije, moramo skrajšati definicijsko območje na interval $[0, \infty)$. Tako dobimo **korenske funkcije s sodim korenskim eksponentom**, podane s predpisom

$$f^{-1}(x) = \sqrt[2k]{x}; \quad k \in \mathbb{N}.$$



$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$g(x) = \sqrt[4]{x}$$

$$h(x) = \sqrt[6]{x}$$

Lastnosti korenskih funkcij

Lastnosti korenskih funkcij s sodim korenskim eksponentom

- $D_f = [0, \infty)$
- $Z_f = [0, \infty)$
- So naraščajoče za vse $x \in \mathbb{R}$.
- Grafi potekajo skozi točki $T_0(0, 0)$ in $T_1(1, 1)$.
- So pozitivne za vse $x \in (0, \infty)$.
- So navzdol omejene z $y = 0$ in navzgor neomejene.
- So konkavne za $x \in (0, \infty)$.
- Imajo ničlo pri $x = 0$.
- Tangenta na krivuljo v ničli je ordinatna os.

Naloga

Zapišite definicijsko območje funkcije, izračunajte ničlo in začetno vrednost funkcije ter narišite njen graf.

- $f(x) = \sqrt{x+2}$

- $g(x) = \sqrt{x} - 2$

- $h(x) = \sqrt{x-1} - 3$

- $i(x) = \sqrt{-x}$

- $j(x) = \sqrt{2x-1}$

- $k(x) = 2\sqrt{x+4}$

- $l(x) = \sqrt{8-4x}$

- $m(x) = 1 - \sqrt{4-2x}$

- $n(x) = -\sqrt[3]{x}$

- $o(x) = \sqrt[3]{x-2}$

- $p(x) = \sqrt[3]{x} + 1$

- $q(x) = \sqrt[3]{x-1} - 2$

- $r(x) = \sqrt[3]{|x-2|}$

- $s(x) = |\sqrt{x} - 1|$

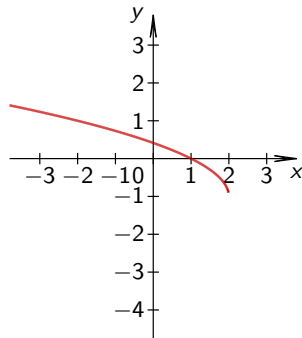
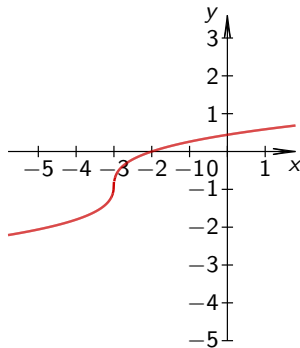
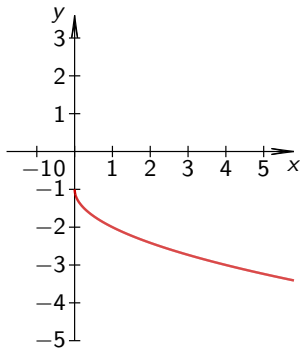
Naloga

Zapišite predpis za funkcijo, katere graf dobimo, če krivuljo $y = \sqrt{x}$ premaknemo in raztegnemo ali skrčimo po navodilih.

- Togo premaknemo za 3 v desno in 1 navzdol.
- Togo premaknemo za 2 v levo in jo skrčimo za faktor 5 v smeri ordinatne osi.
- Togo premaknemo za 4 navzdol in jo zrcalimo čez abscisno os.
- Togo premaknemo za 3 navzgor in jo zrcalimo čez ordinatno os.

Naloga

Zapišite predpis funkcije, katere graf je na sliki.



Naloga

Zapišite predpis inverzne funkcije dani funkciji.

- $f : [0, \infty) \rightarrow (-\infty, 3]$

$$x \mapsto -x^2 + 3$$

- $g : [-9, \infty) \rightarrow [-4, \infty)$

$$x \mapsto (x + 9)^2 - 4$$

- $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto (2x - 11)^3 + 5$$

- $i : [23, \infty) \rightarrow [-31, \infty)$

$$x \mapsto 3(x - 23)^2 - 31$$

- $j : [-1, \infty) \rightarrow [-8, \infty)$

$$x \mapsto \sqrt{x + 1} - 8$$

- $k : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto \sqrt[3]{x - 1} - 7$$

- $l : [-0.5, \infty) \rightarrow [0, \infty)$

$$x \mapsto 3\sqrt{2x + 1}$$

- $m : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto 5\sqrt[3]{7x + 12} - 1$$

Section 2

Kvadratna funkcija

1 Korenska funkcija

2 Kvadratna funkcija

- Kvadratna funkcija v splošni in temenski obliki
- Ničle kvadratne funkcije in rešitve kvadratne enačbe
- Kvadratna neenačba
- Presečišča dveh krivulj
- Uporaba kvadratne funkcije

Kvadratna enačba

Naloga

Narišite graf funkcije, zapišite koordinati temena in začetno vrednost funkcije.

- $f(x) = 2x^2$

- $l(x) = (x - 2)^2$

- $g(x) = -\frac{1}{4}x^2$

- $m(x) = (x + 1)^2$

- $h(x) = x^2 + 2$

- $n(x) = -2(x + 1)^2$

- $i(x) = x^2 - 1$

- $o(x) = \frac{1}{2}(x + 4)^2$

- $j(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2$

- $k(x) = -2x^2 + 1$

Naloga

Graf $y = x^2$ transformiramo po navodilu. Zapišite predpis funkcije v splošni obliki, katere graf je transformiran po navodilu. Določite koordinati temena. Zapišite zalogo vrednosti določene funkcije.

- Togi premik za vektor $\vec{v} = (-2, 3)$.
- Togi premik za vektor $\vec{v} = (-1, -0.5)$.
- Togi premik za vektor $\vec{v} = (0, 1)$ in razteg za faktor 2 v smeri ordinatne osi.
- Togi premik za vektor $\vec{v} = (1, 3)$ in zrcaljenje čez abscisno os.
- Togi premik za vektor $\vec{v} = (2, 0)$ in zrcaljenje čez ordinatno os.
- Togi premik za vektor $\vec{v} = (-1, -2)$, skrčitev za faktor 2 v smeri ordinatne osi in zrcaljenje čez abscisno os.

Naloga

Izračunajte teme kvadratne funkcije in njen predpis zapišite v temenski obliki.

- $f(x) = 2x^2 - 12x + 19$
- $g(x) = -x^2 - 2x + 2$
- $h(x) = -3x^2 - 12x - 13$
- $i(x) = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 7$
- $j(x) = \frac{1}{3}x^2 + 4x + 10$
- $k(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 3x - 4$

Naloga

Izračunajte teme parabole $y = 3x^2 + 6x + 5$. Parabolo premaknemo za vektor $\vec{v} = (3, -1)$. Zapišite splošno enačbo premaknjene parabole in določite njeno teme.

Naloga

Izračunajte teme parabole $y = 3x^2 + 6x + 5$. Parabolo premaknemo za vektor $\vec{v} = (3, -1)$. Zapišite splošno enačbo premaknjene parabole in določite njeno teme.

Naloga

Za kateri vektor v smeri abscisne osi moramo premakniti dano parabolo, da bo dobljena krivulja graf sode funkcije? Zapišite njeno enačbo.

- $y = 2x^2 - 12x + 17$
- $y = -x^2 - 6x - 5$
- $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 3$
- $y = -\frac{3}{4}x^2 - 12x - 13$

Naloga

Zapišite simetrijsko os in teme parabole.

- $y = 5x^2 - 40x + 90$
- $y = -2x^2 - 12x + 1$
- $y = -\frac{5}{6}x^2 - 3\frac{1}{3}x$
- $y = \frac{2}{3}x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{1}{7}$

Naloga

Zapišite splošno obliko enačbe parabole, ki:

- ima teme v točki $T(3, -2,)$ in poteka skozi točko $A(1, 6)$.
- ima teme v točki $T(1, 5)$ in seka ordinatno os pri 4.
- ima teme v točki $T(-2, 3)$ in na njej leži točka $B(-1, 0)$.
- ima teme v točki $T(0.5, -0.75)$ in gre skozi koordinatno izhodišče.

Naloga

Zapišite enačbo parabole, ki gre skozi točke A , B in C . Ali točka D leži na tej paraboli?

- $A(1, -3)$, $B(0, -7)$, $C(-1, -13)$ in $D(2, -1)$
- $A(1, 0)$, $B(2, 3)$, $C(-1, 6)$ in $D(0, 1)$
- $A(1, 3)$, $B(0.5, 5)$, $C(0, 5)$ in $D(3, 10)$

Naloga

Zapišite enačbo parabole, ki gre skozi točke A , B in C . Ali točka D leži na tej paraboli?

- $A(1, -3)$, $B(0, -7)$, $C(-1, -13)$ in $D(2, -1)$
- $A(1, 0)$, $B(2, 3)$, $C(-1, 6)$ in $D(0, 1)$
- $A(1, 3)$, $B(0.5, 5)$, $C(0, 5)$ in $D(3, 10)$

Naloga

Dana je družina parabol $y = (k + 1)x^2 + 2x + 1$. Za katero vrednost parametra k bo:

- abscisa temena $x = \frac{1}{3}$?
- teme ležalo na abscisni osi?
- premica $x = -2$ simetrijska os parabole?
- teme ležalo na premici $y = x + 1$?
- parabola sekala ordinatno os pri 1?

Naloga

Dana je družina parabol $y = mx^2 - 3x + (m + 1)$. Za katero vrednost parametra m bo:

- abscisa temena $x = 6$?
- parabola sekala ordinatno os pri 3?
- premica $x = 3$ simetrijska os parabole?
- teme ležalo na premici $y = 1$?

Naloga

Dana je družina parabol $y = mx^2 - 3x + (m + 1)$. Za katero vrednost parametra m bo:

- abscisa temena $x = 6$?
- parabola sekala ordinatno os pri 3?
- premica $x = 3$ simetrijska os parabole?
- teme ležalo na premici $y = 1$?

Naloga

Dana je kvadratna funkcija $f(x) = (x - 2)^2 + 1$. Zapišite njen predpis v splošni obliki. Zapišite predpis funkcije, ki jo dobimo pri:

- zrcaljenju čez abscisno os.
- zrcaljenju čez ordinatno os.
- zrcaljenju čez koordinatno izhodišče.

Naloga

Dana je funkcija $f(x) = 2(x - 1)^2 - 2$.

Narišite grafe:

- $y = f(x)$
- $y = |f(x)|$
- $y = f(|x|)$
- $y = -f(x)$
- $y = f(-x)$

Naloga

Dana je funkcija $f(x) = 2(x - 1)^2 - 2$.

Narišite grafe:

- $y = f(x)$
- $y = |f(x)|$
- $y = f(|x|)$
- $y = -f(x)$
- $y = f(-x)$

Naloga

Dana je funkcija $f(x) = \frac{1}{2}(x - 3)^2 - \frac{3}{2}$.

Narišite grafe:

- $y = f(x)$
- $y = |f(x)|$
- $y = f(|x|)$
- $y = -f(x)$
- $y = f(-x)$

Kvadratna funkcija in parabola

Naloga

Rešite kvadratno enačbo.

- $x^2 - 14x + 24 = 0$

- $-x^2 + 10x + 39 = 0$

- $2x^2 + 24x + 70 = 0$

- $\frac{1}{2}x^2 + x - 60 = 0$

- $x^2 - 10x + 25 = 0$

- $x^2 - 9 = 0$

- $3x^2 - 2x = 2x^2 - 35 - 14x$

- $x^2 - 10x = 36 - x^2 + 4x$

- $x^2 - 10x = 5x - 2x^2$

- $70 + x^2 - x = 2x^2 - 2x - 2$

- $2x^2 - 10x = 5x + x^2$

- $3x^2 - 4x = 25 - 4x + 2x^2$

Naloga

Rešite kvadratno enačbo.

- $4x^2 + 5x - 6 = 0$

- $12x^2 + 11x + 2 = 0$

- $3x^2 + 1x - 8 = 0$

- $x^2 - 6x + 2 = 0$

Naloga

Rešite kvadratno enačbo.

- $4x^2 + 5x - 6 = 0$

- $12x^2 + 11x + 2 = 0$

- $3x^2 + 1x - 8 = 0$

- $x^2 - 6x + 2 = 0$

Naloga

Rešite enačbo.

- $2x^3 - 5x^2 - 3x = 0$

- $(2x - 1)^2 - 5(2x - 1) + 6 = 0$

- $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} = \frac{2}{15}$

Naloga

Izračunajte ničli kvadratne funkcije in jo zapišite v faktorizirani obliki.

- $f(x) = 2x^2 - x - 1$
- $g(x) = 4x^2 + 2x + 2$
- $h(x) = -3x^2 - 4x + 4$
- $i(x) = 8x^2 - 2x + 3$

Naloga

V splošni obliki zapišite predpis kvadratne funkcije, ki:

- ima ničli $x_1 = -2$ in $x_2 = 3$ ter začetno vrednost $f(0) = -12$.
- ima ničli $x_1 = 1$ in $x_2 = 3$, največja vrednost, ki jo zavzame je 5.
- ima ničli $x_1 = -7$ in $x_2 = 1$, $x = 1$ pa preslika v $y = 4$.
- ima dvojno ničlo $x_{1,2} = -3$ in začetno vrednost $i(0) = 3$.

Naloga

V splošni obliki zapišite predpis kvadratne funkcije, ki:

- ima ničli $x_1 = -2$ in $x_2 = 3$ ter začetno vrednost $f(0) = -12$.
- ima ničli $x_1 = 1$ in $x_2 = 3$, največja vrednost, ki jo zavzame je 5.
- ima ničli $x_1 = -7$ in $x_2 = 1$, $x = 1$ pa preslika v $y = 4$.
- ima dvojno ničlo $x_{1,2} = -3$ in začetno vrednost $i(0) = 3$.

Naloga

Zapišite enačbo parabole, ki:

- seka abscisno od v $x_1 = -1$ in $x_2 = 4$, ordinatno os pa pri 8.
- seka abscisno od v $x_1 = -1$ in $x_2 = 5$, teme pa leži na premici $y = 9$.
- seka abscisno od v $x_1 = 4$ in $x_2 = 7$, gre skozi točko $A(2, 20)$.
- seka abscisno od v $x_1 = -2$ in $x_2 = -6$, zaloga vrednosti pa je $(-\infty, 2]$.

Naloga

V faktorizirani obliki zapišite kvadratno funkcijo, ki ima:

- teme v točki $T(7, -3)$ in ničlo $x_1 = 6$.
- teme v točki $T(1, 9)$ in ničlo $x_1 = -2$.
- teme v točki $T(3, -4)$ in ničlo $x_1 = -1$.

Naloga

V faktorizirani obliki zapišite kvadratno funkcijo, ki ima:

- teme v točki $T(7, -3)$ in ničlo $x_1 = 6$.
- teme v točki $T(1, 9)$ in ničlo $x_1 = -2$.
- teme v točki $T(3, -4)$ in ničlo $x_1 = -1$.

Naloga

V temenski obliki zapišite kvadratno funkcijo, ki ima:

- ničli $x_1 = -5$ in $x_2 = 3$, teme pa v točki $T(x, 32)$.
- ničli $x_1 = -\frac{1}{2}$ in $x_2 = \frac{5}{2}$, teme pa v točki $T(x, -9)$.
- ničli $x_1 = -4$ in $x_2 = 2$, teme pa v točki $T(x, 18)$.

Naloga

Dana je družina kvadratnih funkcij. Za katero vrednost parametra m ima funkcija eno dvojno ničlo? Izračunajte tudi ničlo.

- $f(x) = 4x^2 + (m + 1)x + 1$
- $g(x) = -2x^2 + mx - x - 18$
- $h(x) = -x^2 + mx - x + m - 1$

Naloga

Dana je družina kvadratnih funkcij. Za katero vrednost parametra m ima funkcija eno dvojno ničlo? Izračunajte tudi ničlo.

- $f(x) = 4x^2 + (m + 1)x + 1$
- $g(x) = -2x^2 + mx - x - 18$
- $h(x) = -x^2 + mx - x + m - 1$

Naloga

Dana je družina parabol. Za katero vrednost parametra n se parabola dotika abscisne osi. Izračunajte dotikališče.

- $y = 2x^2 + (n - 3)x + 2$
- $y = -4x^2 + nx - 2x - 1$

Kvadratna neenačba

Naloga

Rešite kvadratno neenačbo.

- $x^2 + 6x - 7 < 0$

- $x^2 - 5x + 6 > 0$

- $-x^2 + 5x - 6 > 0$

- $-2x^2 + 4x + 70 < 0$

- $x^2 + x + 1 > 0$

- $-2x^2 + 4x - 2 < 0$

- $x^2 - 13x + 12 \leq 0$

- $4x^2 - 4x + 1 \leq 0$

- $-4x^2 + 12x - 5 \geq 0$

- $2x^2 - 31x + 99 \geq 0$

- $x^2 \leq 1$

- $3x^2 + 6x + 3 \leq 0$

Naloga

Določite definicijsko območje funkcije.

- $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x - 15}$

- $g(x) = \sqrt{-2x^2 + 5x + 3}$

- $h(x) = \sqrt{10x - 1 - 25x^2}$

- $i(x) = \sqrt{-(x^2 + 10x + 2)}$

- $j(x) = \sqrt{x^2 - 4x - 7}$

Naloga

Dana je družina kvadratnih funkcij $f(x) = mx^2 + 4x + m - 3$. Za katero vrednost parametra m ima funkcija dve različni realni ničli?

Naloga

Dana je družina kvadratnih funkcij $f(x) = mx^2 + 4x + m - 3$. Za katero vrednost parametra m ima funkcija dve različni realni ničli?

Naloga

Dana je družina parabol $y = 2x^2 + (3 - m)x + 2$. Za katero vrednost parametra m parabola dvakrat seka abscisno os?

Naloga

Dana je družina kvadratnih funkcij $f(x) = mx^2 + 4x + m - 3$. Za katero vrednost parametra m ima funkcija dve različni realni ničli?

Naloga

Dana je družina parabol $y = 2x^2 + (3 - m)x + 2$. Za katero vrednost parametra m parabola dvakrat seka abscisno os?

Naloga

Dana je družina kvadratnih funkcij $g(x) = \frac{1}{2}x^2 + mx - 1$. Za katero vrednost parametra m funkcija nima realnih ničel?

Naloga

Dana je družina kvadratnih funkcij $f(x) = mx^2 + 4x + m - 3$. Za katero vrednost parametra m ima funkcija dve različni realni ničli?

Naloga

Dana je družina parabol $y = 2x^2 + (3 - m)x + 2$. Za katero vrednost parametra m parabola dvakrat seka abscisno os?

Naloga

Dana je družina kvadratnih funkcij $g(x) = \frac{1}{2}x^2 + mx - 1$. Za katero vrednost parametra m funkcija nima realnih ničel?

Naloga

Dana je družina parabol $y = (m + 3)x^2 - mx + 2$. Za katero vrednost parametra m parabola ne seka niti se ne dotika abscisne osi?

Presečišča parabol

Modeliranje s kvadratno funkcijo in ekstremalni problemi