MATEMATIKA

2. letnik – splošna gimnazija

Jan Kastelic

Fakulteta za matematiko in fiziko, Univerza v Ljubljani

24. oktober 2023

Vsebina

- Geometrija na ravnini in v prostoru
- Vektorji
- Soreni, lastnosti funkcij, potenčna funkcija
- Mvadratna funkcija, kompleksna števila
- 5 Eksponentna in logaritemska funkcija



2/63

Section 1

Geometrija na ravnini in v prostoru



3/63

- 📵 Geometrija na ravnini in v prostoru
 - Osnovni geometrijski pojmi
 - Kot
 - Konstrukcije matematičnih objektov
 - Preslikave na ravnini
 - Trikotnik
 - Krog
 - Štirikotnik
 - Večkotnik
 - Podobnost
 - Podobnost v pravokotnem trikotniku
 - Kotne funkcije kotov, velikih od 0° do 90°
 - Kotne funkcije kotov, velikih od 0° do 160°
- 2 Vektorj



4 / 63

Osnovni geometrijski pojmi

5/63

Kot

6 / 63

Konstrukcije matematičnih objektov

7/63

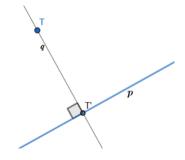
Preslikave na ravnini

Pravokotna projekcija

Dani sta točka T in premica p. Naj bo q tista pravokotnica na premico p, ki poteka skozi točko T. Presečišče T' premice q s premico p imenujemo **pravokotna projekcija** točke T na premico p. Točka T' je točki T najbližja točka premice p.

Razdalja točke
$$T$$
 od premice p je:

$$d(T, p) = d(T, T') = |TT'|.$$



Pravokotna projekcija daljice AB na premico je daljica A'B', katere krajišči sta pravokotni projekciji točko A in B.

Toge preslikave

Toga preslikava (izometrija) je preslikava v ravnini, ki ohranja razdalje.

$$\tau: A \mapsto A'$$
$$\tau: B \mapsto B'$$
$$d(A, B) = d(A', B')$$

Med toge preslikave spadajo:

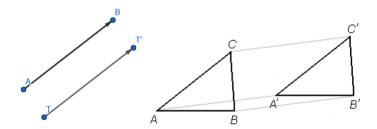
- vzporedni premiki;
- zrcaljenje preko premice;
- zrcaljenje preko točke;
- rotacija okoli točke.

Če kombiniramo več togih premikov, je dobljena preslikava spet togi premik.



Vzporedni premik/translacija

Vzporedni premik ali **translacija** za dano usmerjeno daljico (vektor) \overrightarrow{AB} preslika točko T v tako točko T', da sta daljici TT' in AB enako dolgi, vzporedni in enako usmerjeni (vektorja $\overrightarrow{TT'}$ in \overrightarrow{AB} sta enaka).

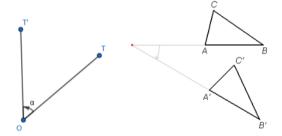


Vzporedni premik ohranja orientacijo likov, daljice preslika v enako dolge vzporedne daljice, ohranja velikost kotov, like preslika v skladne like, nima negibnih točk za $\overrightarrow{AB} \neq \overrightarrow{0}$.

4 D > 4 D > 4 E > 4 E > E *)Q(*

Rotacija/vrtenje okoli točke

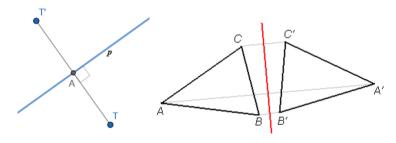
Vrtenje ali **zasuk** oziroma **rotacija** za kot α okrog točke O preslika točko T v točko T', da velja: |OT| = |OT'| in $\angle TOT' = \alpha$.



Vrtenje okoli točke preslika daljice v enako dolge daljice, ohranja velikosti kotov in orientacijo likov, like preslika v skladne like, premice pa ne preslika v vzporedne premice.

Zrcaljenje preko premice

Zrcaljenje čez premico p preslika točko T v tako točko T', da premica p pod pravim kotom razpolavlja daljico TT'.



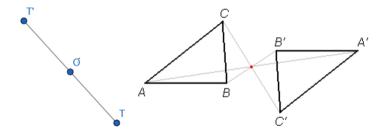
Zrcaljenje čez premico daljice preslika v enako dolge daljice, ohranja velikost kotov, ne ohranja orientacije likov, like preslika v skladne like, premic ne preslika v vzporedne premice.

◆□ > ◆□ > ◆ = > ◆ = > 9 < ○</p>

12 / 63

Zrcaljenje preko točke

Zrcaljenje čez točko O preslika točko T v tako točko T', da je O razpolovišče daljice TT'. Ta preslikava je enaka vrtenju okrog točke za 180° .



Zrcaljenje čez točko daljice preslika v enako dolge daljice, ohranja velikosti kotov in orientacijo likov, like preslika v skladne like, premice preslika v vzporedne premice.

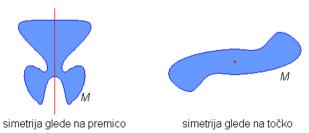
◆ロト ◆問 ト ◆ 恵 ト ◆ 恵 ・ 夕 Q (*)

Jan Kastelic (FMF) MATEMATIKA 24. oktober 2023 13 / 63

Simetrija

Množica točk \mathcal{M} je **simetrična/somerna glede na premico** p, če se pri zrcaljenju čez premico p preslika sama vase. Premico p imenujemo **simetrala**, **somernica**, **simetrijska os** množice \mathcal{M} .

Množica točk \mathcal{M} je **središčno simetrična/somerna glede na točko** \mathcal{T} , če se pri zrcaljenju čez točko \mathcal{T} preslika sama vase. Točko \mathcal{T} imenujemo **center simetrije** množice \mathcal{M} .



Jan Kastelic (FMF)

Trikotnik

15 / 63

Krog



16 / 63

Štirikotnik

17 / 63

Večkotnik

◆ロト ◆団 ト ◆ 恵 ト ◆ 恵 ・ 夕 へ ○

Podobnost



19 / 63

Podobnost v pravokotnem trikotniku

◆ロト ◆問 ト ◆ 意 ト ◆ 意 ・ 夕 Q ©

20 / 63

Kotne funkcije kotov, velikih od 0° do 90°



21 / 63

Kotne funkcije kotov, velikih od 0° do 360°

◆ロト ◆問 ト ◆ 意 ト ◆ 意 ・ 夕 Q ©

22 / 63

Section 2

Vektorji



Jan Kastelic (FMF)

- Geometrija na ravnini in v prostoru
- Vektorji
 - Vektorske količine
 - Računanje z vektorji
 - Linearna kombinacija vektorjev, baza
 - Skalarni produkt vektorjev
 - Vektorji v koordinatnem sistemu
 - Skalarni produkt v koordinatnem sistemu
 - (i) Vektorski produkt
 - (i) Premice v prostoru
 - (i) Ravnine v prostoru
- Soreni, lastnosti funkcij, potenčna funkcija
- Kvadratna funkcija kompleksna števila



Vektorske količine



25 / 63

Računanje z vektorji



26 / 63

24. oktober 2023

Linearna kombinacija vektorjev, baza

4日 > 4周 > 4 厘 > 4 厘 > 厘 の 9 9 9

27 / 63

Vektorji

Skalarni produkt vektorjev



28 / 63

Vektorji v koordinatnem sistemu



29 / 63

Skalarni produkt v koordinatnem sistemu



30 / 63

(i) Vektorski produkt



31 / 63

(i) Premice v prostoru



32 / 63

(i) Ravnine v prostoru



33 / 63

24. oktober 2023

Section 3

Koreni, lastnosti funkcij, potenčna funkcija

34 / 63

- Geometrija na ravnini in v prostoru
- 2 Vektorji
- 🗿 Koreni, lastnosti funkcij, potenčna funkcija
 - Koreni poljubnih stopenj
 - Potence z racionalnimi eksponenti
 - Lastnosti funkcij
 - Transformacije na ravnini
 - Inverzna funkcija
 - Potenčna funkcija z naravnim eksponentom
 - Potenčna funkcija z negativnim celim eksponentom
 - Korenska funkcija
 - Modeliranje s korensko in potenčno funkcijo

Nyadratna funkcija kompleksna števila ペロン・ピア・モン・モン きょうい

35 / 63

Koreni poljubnih stopenj

36 / 63

Potence z racionalnimi eksponenti

◆□▶ ◆□▶ ◆■▶ ◆■▶ ● 夕○○

37 / 63

Lastnosti funkcij

38 / 63

Transformacije na ravnini

4□ > 4□ > 4 = > 4 = > = 900

39 / 63

Inverzna funkcija

Potenčna funkcija z naravnim eksponentom

◆□▶ ◆□▶ ◆■▶ ◆■▶ ■ 900

41 / 63

Potenčna funkcija z negativnim celim eksponentom

<ロ > < 個 > < 国 > < 重 > < 重 > へ で の へ で

42 / 63

Korenska funkcija



43 / 63

Jan Kastelic (FMF) MATEMATIKA 24.

Modeliranje s korensko in potenčno funkcijo

4日 > 4周 > 4 恵 > 4 恵 > ・ 恵 ・ 夕 Q ⊙

44 / 63

Section 4

Kvadratna funkcija, kompleksna števila



45 / 63

- Geometrija na ravnini in v prostoru
- Vektorji
- Soreni, lastnosti funkcij, potenčna funkcija
- 4 Kvadratna funkcija, kompleksna števila
 - Kvadratna enačba
 - Kvadratna funkcija in parabola
 - Presečišča parabol
 - Kvadratna neenačba
 - Modeliranje s kvadratno funkcijo in ekstremalni problemi
 - Množica kompleksnih števil
 - Računanje s kompleksnimi števili



Jan Kastelic (FMF)

Kvadratna enačba

47 / 63

Kvadratna funkcija in parabola

◆□ ▶ ◆□ ▶ ◆ ■ ▶ ◆ ■ り へ ○

Presečišča parabol

49 / 63

Jan Kastelic (FMF) MATEMATIKA 2

Kvadratna neenačba



50 / 63

Modeliranje s kvadratno funkcijo in ekstremalni problemi

◆ロト ◆問 ト ◆ 恵 ト ◆ 恵 ・ り へ ②

51 / 63

Množica kompleksnih števil

52 / 63

Računanje s kompleksnimi števili

◆□▶ ◆□▶ ◆■▶ ◆■▶ ■ 900

53 / 63

Section 5

Eksponentna in logaritemska funkcija



54 / 63

- Geometrija na ravnini in v prostoru
- Vektorji
- Soreni, lastnosti funkcij, potenčna funkcija
- 4 Kvadratna funkcija, kompleksna števila
- 🌀 Eksponentna in logaritemska funkcija
 - Eksponentna enačba
 - Logaritem
 - Pravila za računanje z logaritmi
 - Logaritemska enačba
 - Eksponentna in logaritemska funkcija
 - Modeliranje z eksponentno in logaritemsko funkcijo

24. oktober 2023

Eksponentna enačba

◆□▶◆問▶◆臣▶◆臣▶ 臣 めの○

Logaritem

24. oktober 2023

Pravila za računanje z logaritmi

◆□▶ ◆□▶ ◆重▶ ◆重▶ ■ のQ@

58 / 63

Logaritemska enačba

◆□▶◆問▶◆臣▶◆臣▶ 臣 めの○

59 / 63

Eksponentna in logaritemska funkcija

60 / 63

Modeliranje z eksponentno in logaritemsko funkcijo

<ロ > < 個 > < 国 > < 重 > < 重 > へ で の へ で

61/63

Sprememba osnove logaritma

62 / 63

Eksponentna in logaritemska neenačba

4□ → 4周 → 4 = → 4 = → 9 Q P

63 / 63