### MATEMATIKA

1. letnik – splošna gimnazija

Jan Kastelic

Gimnazija Antona Aškerca, Šolski center Ljubljana

27. november 2024

## Vsebina

- Potence in izrazi
- 2 Deljivost

2/91

## Section 1

### Potence in izrazi



3/91

- Potence in izrazi
  - Potence z naravnim eksponentom
  - Pravila za računanje s potencami
  - Večkratniki
  - Algebrski izrazi
  - Računanje z algebrskimi izrazi
  - Potenciranje izrazov
  - Razstavljanje izrazov
- 2 Deljivost



4/91

5/91

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

#### Potenca z naravnim eksponentom

Potenca  $\mathbf{x}^{\mathbf{n}}$  z **osnovo/bazo** x in **eksponentom/stopnjo**  $n \in \mathbb{N}$ , je produkt n faktorjev enakih x.



5/91

#### Potenca z naravnim eksponentom

Potenca  $\mathbf{x}^{\mathbf{n}}$  z **osnovo/bazo** x in **eksponentom/stopnjo**  $n \in \mathbb{N}$ , je produkt n faktorjev enakih x.

$$\mathbf{x}^{\mathbf{n}} = \underbrace{\mathbf{x} \cdot \mathbf{x} \cdot \ldots \cdot \mathbf{x}}_{\mathbf{n} \text{ faktoriev}}$$

(ロト 4년) + 4분 + 4분 + 1분 - 1900은

5/91

#### Potenca z naravnim eksponentom

Potenca  $\mathbf{x}^{\mathbf{n}}$  z **osnovo/bazo** x in **eksponentom/stopnjo**  $n \in \mathbb{N}$ , je produkt n faktorjev enakih x.

$$\mathbf{x}^{\mathbf{n}} = \underbrace{x \cdot x \cdot \ldots \cdot x}_{\mathbf{n} \text{ faktorjev}}$$

#### Potenca z naravnim eksponentom

Potenca  $\mathbf{x}^{\mathbf{n}}$  z **osnovo/bazo** x in **eksponentom/stopnjo**  $n \in \mathbb{N}$ , je produkt n faktorjev enakih x.

$$\mathbf{x}^{\mathbf{n}} = \underbrace{\mathbf{x} \cdot \mathbf{x} \cdot \ldots \cdot \mathbf{x}}_{\mathbf{n} \text{ faktorjev}}$$



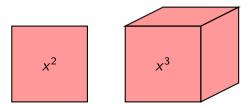
( D ) ( B ) ( E ) ( E ) ( O )

27 november 2024

#### Potenca z naravnim eksponentom

Potenca  $\mathbf{x}^{\mathbf{n}}$  z **osnovo/bazo** x in **eksponentom/stopnjo**  $n \in \mathbb{N}$ , je produkt n faktorjev enakih x.

$$\mathbf{x}^{\mathbf{n}} = \underbrace{\mathbf{x} \cdot \mathbf{x} \cdot \ldots \cdot \mathbf{x}}_{\mathbf{n} \text{ faktorjev}}$$



X



6/91

$$x^n \cdot x^m =$$



6/91

$$x^n \cdot x^m = \underbrace{(x \cdot x \cdot \dots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(x \cdot x \cdot \dots \cdot x)}_{\text{m faktorjev}} =$$

6/91

$$x^{n} \cdot x^{m} = \underbrace{(x \cdot x \cdot \dots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(x \cdot x \cdot \dots \cdot x)}_{\text{m faktorjev}} = x^{n+m}$$



$$x^{n} \cdot x^{m} = \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{m faktorjev}} = x^{n+m}$$

Dve potenci z isto osnovo zmnožimo tako, da osnovo ohranimo, eksponenta pa seštejemo.

| □ ▶ ◀ ∰ ▶ ◀ 불 ▶ ◀ 불 ▶ □ 불 □ ♥ Q (~)

6/91

$$x^{n} \cdot x^{m} = \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{m faktorjev}} = x^{n+m}$$

Dve potenci z isto osnovo zmnožimo tako, da osnovo ohranimo, eksponenta pa seštejemo.

$$(x^n)^m =$$

◆□▶ ◆圖▶ ◆園▶ ◆園▶ ■ めの@

6/91

$$x^{n} \cdot x^{m} = \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{m faktorjev}} = x^{n+m}$$

Dve potenci z isto osnovo zmnožimo tako, da osnovo ohranimo, eksponenta pa seštejemo.

$$(x^n)^m = \underbrace{(x \cdot x \cdot \dots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(x \cdot x \cdot \dots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \dots \cdot \underbrace{(x \cdot x \cdot \dots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} = \underbrace{(x \cdot x \cdot \dots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}}$$

ロト (個) (意) (意) (意) (例)

$$x^{n} \cdot x^{m} = \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{m faktorjev}} = x^{n+m}$$

Dve potenci z isto osnovo zmnožimo tako, da osnovo ohranimo, eksponenta pa seštejemo.

$$(x^n)^m = \underbrace{(x \cdot x \cdot \dots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(x \cdot x \cdot \dots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \dots \cdot \underbrace{(x \cdot x \cdot \dots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} = x^{n \cdot m}$$

(ロト 4回 ト 4 E ト 4 E ト ) E り 9 Q (で

$$x^{n} \cdot x^{m} = \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{m faktorjev}} = x^{n+m}$$

Dve potenci z isto osnovo zmnožimo tako, da osnovo ohranimo, eksponenta pa seštejemo.

$$(x^n)^m = \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \ldots \cdot \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} = x^{n \cdot m}$$

Potenco potenciramo tako, da osnovo ohranimo, ekponenta pa zmnožimo.

4 D > 4 D > 4 B > 4 B > B 9 9 9

6/91

$$(xy)^n =$$



Jan Kastelic (GAA)

$$(xy)^n = \underbrace{(xy \cdot xy \cdot \ldots \cdot xy)}_{\text{n faktorjev}} = \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(y \cdot y \cdot \ldots \cdot y)}_{\text{n faktorjev}} =$$

4 D > 4 P > 4 E > 4 E >

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 27. november 2024 7/91

$$(xy)^n = \underbrace{(xy \cdot xy \cdot \ldots \cdot xy)}_{\text{n faktorjev}} = \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(y \cdot y \cdot \ldots \cdot y)}_{\text{n faktorjev}} = x^n y^n$$

4 D > 4 P > 4 E > 4 E >

7/91

$$(xy)^n = \underbrace{(xy \cdot xy \cdot \ldots \cdot xy)}_{\text{n faktorjev}} = \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(y \cdot y \cdot \ldots \cdot y)}_{\text{n faktorjev}} = x^n y^n$$

□ ト 4個 ト 4 差 ト 4 差 ト 差 9000

7/91

$$(xy)^n = \underbrace{(xy \cdot xy \cdot \ldots \cdot xy)}_{\text{n faktorjev}} = \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(y \cdot y \cdot \ldots \cdot y)}_{\text{n faktorjev}} = x^n y^n$$

Za naravne eksponente velja še:



7/91

$$(xy)^n = \underbrace{(xy \cdot xy \cdot \ldots \cdot xy)}_{\text{n faktorjev}} = \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(y \cdot y \cdot \ldots \cdot y)}_{\text{n faktorjev}} = x^n y^n$$

Za naravne eksponente velja še:

$$(-x)^{2n} = x^{2n}$$



7/91

$$(xy)^n = \underbrace{(xy \cdot xy \cdot \ldots \cdot xy)}_{\text{n faktorjev}} = \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(y \cdot y \cdot \ldots \cdot y)}_{\text{n faktorjev}} = x^n y^n$$

Za naravne eksponente velja še:

$$(-x)^{2n} = x^{2n}$$
  
 $(-x)^{2n+1} = -x^{2n+1}$ 

7/91

$$(xy)^n = \underbrace{(xy \cdot xy \cdot \ldots \cdot xy)}_{\text{n faktorjev}} = \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(y \cdot y \cdot \ldots \cdot y)}_{\text{n faktorjev}} = x^n y^n$$

Za naravne eksponente velja še:

$$(-x)^{2n} = x^{2n}$$
$$(-x)^{2n+1} = -x^{2n+1}$$

$$(-1)^n = \begin{cases} 1; & n = 2k \\ -1; & n = 2k - 1 \end{cases}; k \in \mathbb{N}$$

7/91

8/91

### Naloga

Števila  $-3^2$ ,  $(-4)^2$ ,  $-2^4$ ,  $(-1)^{2024}$ ,  $(-2)^3$  in  $(-3)^2$  uredite po velikosti od najmanjšega do največjega.

8/91

### Naloga

Števila  $-3^2$ ,  $(-4)^2$ ,  $-2^4$ ,  $(-1)^{2024}$ ,  $(-2)^3$  in  $(-3)^2$  uredite po velikosti od najmanjšega do največjega.

### Naloga

Poiščite podatke in jih zapišite na dva načina: s potenco in številom brez potence.

- Razdalja med Zemljo in Soncem
- Zemljina masa
- Masa Sonca
- Število zvezd v naši Galaksiji

4 D > 4 D > 4 B > 4 B > B = 900

8 / 91

9/91

### Naloga

Izračunajte.



### Naloga

Izračunajte.

• 
$$(-3)^2 + 2^4$$

• 
$$(5-3)^3+(-3)^2$$

• 
$$(2^2+1)^2+(-3)^3+(-2)^4$$

• 
$$(-1)^{2024} + ((-2)^5 + 5^2 - (7-3^2)^3)^2$$

$$-1^{2n-1}+(-1)^{2n-1}$$



9/91

10/91

### Naloga

Poenostavite izraz.



#### Poenostavite izraz.

- $2^7 \cdot 2^3$
- $a^3 \cdot a^{12} \cdot a^5$
- $(2z)^3$
- $(m^2 \cdot m^4)^3$
- $a^3 + 2a^3 6a^3$
- $x^2 \cdot x^4 + (-2x^3)^2 2(-x)^6$

Pravila za računanje s potencami

Izračunajte, rezultat zapišite s potenco.



11/91

Izračunajte, rezultat zapišite s potenco.

$$\bullet$$
 2 · 10<sup>3</sup> · 3 · 10<sup>2</sup> · 5 · 10<sup>6</sup>

$$\bullet \ (10^3)^2 \cdot 5 \cdot 10^4 \cdot 2 \cdot 10^3$$

• 
$$(-2)^3 \cdot 2^7$$

$$-2^3 \cdot (-2)^4 \cdot 2^3$$

• 
$$2^3 \cdot (-3)^2 \cdot 6^4 \cdot 3$$

$$(-3)^3 \cdot (-7)^2 \cdot 21^7 \cdot 7$$

Pravila za računanje s potencami

Poenostavite.



27. november 2024

#### Poenostavite.

• 
$$2^3 \cdot 3^4 \cdot (2^4 \cdot 3^2)^5$$

• 
$$(5^2 \cdot 7)^3 \cdot 5^2 \cdot 7^3$$

• 
$$(-2^3 \cdot 3^5)^4 \cdot 2^6 \cdot 3^5$$

$$\bullet \ (-4)^2 \cdot (-7)^{13} \cdot (-28)^5 \cdot (-7^2)^3$$

$$\bullet$$
  $-6^2 \cdot (-3)^2 \cdot 8^5 \cdot (-3^2)^3$ 



12/91

Pravila za računanje s potencami

Poenostavite.



#### Poenostavite.

$$\bullet \ a^3 \cdot b^2 \cdot a^7 \cdot b^3 \cdot b^5$$

• 
$$4x^4 \cdot (2x^3)^2$$

• 
$$(k^3 \cdot 2h^5)^2$$

• 
$$(x^2y^4)^2 \cdot (x^3y)^3$$

$$(a^2b^5)^3(ab^3)^2$$

• 
$$x^2y^3(x^3y^6)^2$$

Pravila za računanje s potencami

Poenostavite.



#### Poenostavite.

• 
$$2^3 \cdot x^2 \cdot 3^2 \cdot (-x)^6$$

$$(-a^3b)^4(-a^2b^5a^3)^3$$

• 
$$(2s^2 \cdot (-s^2)^5)^5$$

$$(-2(z^4)^2(-2z)^3z^5)^3$$

• 
$$(-3ab^2)^3(-a^4b^2(a^3)^5)^2(ab^3)^2$$

• 
$$(xy^2z)^3(x^3(-y^2)^5(-z))^3(x^2y^3(-z^2)^3)$$

Pravila za računanje s potencami

Odpravite oklepaje in poenostavite, če je mogoče.



15 / 91

15 / 91

### Naloga

Odpravite oklepaje in poenostavite, če je mogoče.

$$\bullet \ a^n \cdot a^{n+2} \cdot (-a)^3$$

$$(-x^n)^4 \cdot x^2$$

• 
$$a^n \cdot (a^2 - a^3 + 2)$$

• 
$$(x^2 + 3x^n - 5) \cdot x^{n+1}$$

Pravila za računanje s potencami

Poenostavite.



16 / 91

### Naloga

#### Poenostavite.

• 
$$(2s(g^2)^2)^2 - 3(s^4g)g^7$$

$$(-4x^2xy^3)^2 + (xy)^5(-2^3xy)$$

• 
$$a^2(a^3-b^2)-a^5+(-a)^2b^2$$

• 
$$(p^2(q^3)^2)^2 - 2p^4q^{12} + 7(-p^3p)(q^4)^3 - (-2)^3(pq^3)^4$$

Pravila za računanje s potencami

Poenostavite.



#### Poenostavite.

• 
$$5a^{n+1} + 4a^{n+1} - 6a^{n+1}$$

• 
$$3x^{n+2} + 5x^n \cdot x^2 + 2x \cdot x^{n+1}$$

• 
$$3^{5x} \cdot 9^x - 3^{7x} + 27^x \cdot 9^{2x}$$

• 
$$4^{2y} + 3 \cdot (2^y)^4 - 5 \cdot 8^y \cdot 2^y$$

$$\bullet \ 5^p \cdot 125^p \cdot 25^p + 2(5^p)^6 - 4 \cdot 25^{3p}$$



17 / 91



18 / 91

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

**Večkratnik** ali tudi *k*-**kratnik** števila *x* je vsota *k* enakih sumandov *x*:



18 / 91

**Večkratnik** ali tudi *k*-**kratnik** števila *x* je vsota *k* enakih sumandov *x*:

$$k \cdot x = \underbrace{x + x + \ldots + x}_{k \text{ sumandov}}.$$



18 / 91

**Večkratnik** ali tudi *k*-**kratnik** števila *x* je vsota *k* enakih sumandov *x*:

$$k \cdot x = \underbrace{x + x + \ldots + x}_{k \text{ sumandov}}.$$

Vse večkratnike števila x dobimo tako, da število x zapored pomnožimo z vsemi celimi števili:

18 / 91

**Večkratnik** ali tudi *k*-**kratnik** števila *x* je vsota *k* enakih sumandov *x*:

$$k \cdot x = \underbrace{x + x + \ldots + x}_{k \text{ sumandov}}.$$

Vse večkratnike števila x dobimo tako, da število x zapored pomnožimo z vsemi celimi števili:

$$\{\ldots, -5x, -4x, -3x, -2x, -x, 0, x, 2x, 3x, 4x, 5x, \ldots\} = \{kx; k, x \in \mathbb{Z}\} = x\mathbb{Z}.$$



18 / 91

**Večkratnik** ali tudi *k*-**kratnik** števila *x* je vsota *k* enakih sumandov *x*:

$$k \cdot x = \underbrace{x + x + \ldots + x}_{k \text{ sumandov}}.$$

Vse večkratnike števila x dobimo tako, da število x zapored pomnožimo z vsemi celimi števili:

$$\{\ldots, -5x, -4x, -3x, -2x, -x, 0, x, 2x, 3x, 4x, 5x, \ldots\} = \{kx; k, x \in \mathbb{Z}\} = x\mathbb{Z}.$$

Število **k** je **koeficient** števila oziroma spremenljivke x.

4□ > 4□ > 4 = > 4 = > = 900

18 / 91



19 / 91

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

Algebrski izraz ali izraz je smiseln zapis sestavljen iz:



19 / 91

### Algebrski izraz ali izraz je smiseln zapis sestavljen iz:

številk,



19 / 91

#### Algebrski izraz ali izraz je smiseln zapis sestavljen iz:

- številk,
- spremenljivk/parametrov, ki predstavljajo števila in jih označujemo s črkami,



19/91

#### Algebrski izraz ali izraz je smiseln zapis sestavljen iz:

- številk,
- spremenljivk/parametrov, ki predstavljajo števila in jih označujemo s črkami,
- oznak računskih operacij in funkcij, ki jih povezujejo,



19 / 91

#### Algebrski izraz ali izraz je smiseln zapis sestavljen iz:

- številk,
- spremenljivk/parametrov, ki predstavljajo števila in jih označujemo s črkami,
- oznak računskih operacij in funkcij, ki jih povezujejo,
- oklepajev, ki določajo vrstni red računanja.



19 / 91

#### Algebrski izraz ali izraz je smiseln zapis sestavljen iz:

- številk,
- spremenljivk/parametrov, ki predstavljajo števila in jih označujemo s črkami,
- oznak računskih operacij in funkcij, ki jih povezujejo,
- oklepajev, ki določajo vrstni red računanja.

Če v izraz namesto spremenljivk vstavimo konkretna števila in izračunamo rezultat, dobimo **vrednost izraza** (pri dani izbiri spremenljivk).



19 / 91

#### Algebrski izraz ali izraz je smiseln zapis sestavljen iz:

- številk,
- spremenljivk/parametrov, ki predstavljajo števila in jih označujemo s črkami,
- oznak računskih operacij in funkcij, ki jih povezujejo,
- oklepajev, ki določajo vrstni red računanja.

Če v izraz namesto spremenljivk vstavimo konkretna števila in izračunamo rezultat, dobimo **vrednost izraza** (pri dani izbiri spremenljivk).

Dva matematična izraza sta **enakovredna**, če imata pri katerikoli izbiri spremenljivk vedno enako vrednost.

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 27. november 2024 19 / 91



20 / 91

Pri poenostavljanju izrazov veljajo vsi računski zakoni, ki veljajo za računanje s števili.



20 / 91

Pri poenostavljanju izrazov veljajo vsi računski zakoni, ki veljajo za računanje s števili.

Komutativnost seštevanja



20 / 91

Pri poenostavljanju izrazov veljajo vsi računski zakoni, ki veljajo za računanje s števili.

Komutativnost seštevanja

$$\mathbf{x} + \mathbf{y} = \mathbf{y} + \mathbf{x}$$



20 / 91

Pri poenostavljanju izrazov veljajo vsi računski zakoni, ki veljajo za računanje s števili.

Komutativnost seštevanja

$$x + y = y + x$$

Asociativnost seštevanja



20 / 91

Pri poenostavljanju izrazov veljajo vsi računski zakoni, ki veljajo za računanje s števili.

Komutativnost seštevanja

$$\mathbf{x} + \mathbf{y} = \mathbf{y} + \mathbf{x}$$

Asociativnost seštevanja

$$(x + y) + z = x + (y + z)$$



20 / 91

Pri poenostavljanju izrazov veljajo vsi računski zakoni, ki veljajo za računanje s števili.

Komutativnost seštevanja

$$x + y = y + x$$

Asociativnost seštevanja

$$(x + y) + z = x + (y + z)$$

Komutativnost množenja



20 / 91

Pri poenostavljanju izrazov veljajo vsi računski zakoni, ki veljajo za računanje s števili.

Komutativnost seštevanja

$$x + y = y + x$$

Komutativnost množenja

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = \mathbf{y} \cdot \mathbf{x}$$

Asociativnost seštevanja

$$(x + y) + z = x + (y + z)$$



20 / 91

Pri poenostavljanju izrazov veljajo vsi računski zakoni, ki veljajo za računanje s števili.

Komutativnost seštevanja

$$x + y = y + x$$

Komutativnost množenja

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = \mathbf{y} \cdot \mathbf{x}$$

Asociativnost seštevanja

$$(x + y) + z = x + (y + z)$$

Asociativnost množenja



20 / 91

Pri poenostavljanju izrazov veljajo vsi računski zakoni, ki veljajo za računanje s števili.

Komutativnost seštevanja

$$x + y = y + x$$

Komutativnost množenja

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = \mathbf{y} \cdot \mathbf{x}$$

Asociativnost seštevanja

$$(x + y) + z = x + (y + z)$$

Asociativnost množenja

$$(\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}) \cdot \mathbf{z} = \mathbf{x} \cdot (\mathbf{y} \cdot \mathbf{z})$$

27 november 2024

Jan Kastelic (GAA)

Pri poenostavljanju izrazov veljajo vsi računski zakoni, ki veljajo za računanje s števili.

Komutativnost seštevanja

$$x + y = y + x$$

Komutativnost množenja

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = \mathbf{y} \cdot \mathbf{x}$$

Asociativnost seštevanja

$$(x + y) + z = x + (y + z)$$

Asociativnost množenja

$$(\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}) \cdot \mathbf{z} = \mathbf{x} \cdot (\mathbf{y} \cdot \mathbf{z})$$

Distributivnost seštevanja in množenja

Pri poenostavljanju izrazov veljajo vsi računski zakoni, ki veljajo za računanje s števili.

Komutativnost seštevanja

$$x + y = y + x$$

Komutativnost množenja

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = \mathbf{y} \cdot \mathbf{x}$$

Asociativnost seštevanja

$$(x + y) + z = x + (y + z)$$

Asociativnost množenja

$$(\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}) \cdot \mathbf{z} = \mathbf{x} \cdot (\mathbf{y} \cdot \mathbf{z})$$

20 / 91

Distributivnost seštevanja in množenja

$$(x + y) \cdot z = \mathbf{x} \cdot \mathbf{z} + \mathbf{y} \cdot \mathbf{z}$$



21 / 91

Seštevanje in izpostavljanje izrazov



21 / 91

#### Seštevanje in izpostavljanje izrazov

Med seboj lahko seštevamo samo člene, ki se razlikujejo kvečjemu v koeficientu. To naredimo tako, da seštejemo koeficienta.

(ロ ) 《라 ) 《돌 ) 《돌 ) · ( 돌 ) 《 ( )

#### Seštevanje in izpostavljanje izrazov

Med seboj lahko seštevamo samo člene, ki se razlikujejo kvečjemu v koeficientu. To naredimo tako, da seštejemo koeficienta.

$$mx^2 + ny + kx^2 + ly = mx^2 + kx^2 + ny + ly = (m + k)x^2 + (n + l)y$$



21 / 91

#### Seštevanje in izpostavljanje izrazov

Med seboj lahko seštevamo samo člene, ki se razlikujejo kvečjemu v koeficientu. To naredimo tako, da seštejemo koeficienta.

$$mx^2 + ny + kx^2 + ly = mx^2 + kx^2 + ny + ly = (m + k)x^2 + (n + l)y$$

Množenje izrazov



#### Seštevanje in izpostavljanje izrazov

Med seboj lahko seštevamo samo člene, ki se razlikujejo kvečjemu v koeficientu. To naredimo tako, da seštejemo koeficienta.

$$mx^2 + ny + kx^2 + ly = mx^2 + kx^2 + ny + ly = (m + k)x^2 + (n + l)y$$

#### Množenje izrazov

Dva izraza zmnožimo tako, da vsak člen prvega izraza zmnožimo z vsakim členom drugega izraza. Potem pa seštejemo podobne člene.



21 / 91

#### Seštevanje in izpostavljanje izrazov

Med seboj lahko seštevamo samo člene, ki se razlikujejo kvečjemu v koeficientu. To naredimo tako, da seštejemo koeficienta.

$$mx^2 + ny + kx^2 + ly = mx^2 + kx^2 + ny + ly = (m + k)x^2 + (n + l)y$$

#### Množenje izrazov

Dva izraza zmnožimo tako, da vsak člen prvega izraza zmnožimo z vsakim členom drugega izraza. Potem pa seštejemo podobne člene.

$$(x+y)(z+w) = xz + xw + yz + yw$$

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 27. november 2024

Poenostavite.



#### Poenostavite.

• 
$$3a + 2b - a + 7b$$

• 
$$2a^2b - ab^2 + 3a^2b$$

• 
$$5a^4 - (2a)^4 + (-3a^2)^2 - 3(a^2)^2$$

• 
$$3(a-2(a+b))-2(b-a(-2)^2)$$

22 / 91

Zapišite izraz.



#### Zapišite izraz.

- Kvadrat razlike števil x in y.
- Razlika kvadratov števil x in y.
- Razlika petkratnika *m* in kvadrata števila 3.
- ullet Kub razlike sedemkratnika števila x in trikratnika števila y.

23 / 91

Izpostavite skupni faktor.



24 / 91

Izpostavite skupni faktor.

- $3x + 12y^2$
- $m^3 + 8mp$
- $22a^3 33ab$
- $kr^2 rk^2$
- $4u^2v^3 6uv^2$
- $12a^2b 8(ab)^2 (2ab)^4$

Izpostavite skupni faktor.



25 / 91

Izpostavite skupni faktor.

• 
$$3x(x+1) + 5(x+1)$$

• 
$$(a-1)(a+1)+(a-1)$$

• 
$$4(m-1)-(1-m)(a+b)$$

• 
$$3(c-2) + 5c(2-c)$$

• 
$$(-y + x)3a - (y - x)b$$



Izpostavite skupni faktor.



Izpostavite skupni faktor.

• 
$$5^{11} - 5^{10} + 5^9$$

• 
$$2 \cdot 3^8 + 5 \cdot 3^6$$

$$\bullet \ 4 \cdot 5^{10} - 10 \cdot 5^8 - 8 \cdot 5^9$$

• 
$$7^5 - 7^6 + 7 \cdot 7^4$$

Izpostavite skupni faktor.



27 / 91

Izpostavite skupni faktor.

• 
$$3^n - 2 \cdot 3^{n+1} + 3^{n+2}$$

• 
$$2^{k+2} - 2^k$$

• 
$$5 \cdot 3^m + 2 \cdot 3^{m+1}$$

$$2^{n-3} + 3 \cdot 2^{n-2} - 2^{n-1}$$

• 
$$3 \cdot 5^{n+1} - 5^{n+2} + 4 \cdot 5^{n+3}$$

• 
$$7^n + 2 \cdot 7^{n-1} - 3 \cdot 7^{n+1}$$

Računanje z algebrskimi izrazi

Izpostavite skupni faktor in izračunajte.



28 / 91

Izpostavite skupni faktor in izračunajte.

• 
$$2^{2n} + 4^n + (2^n)^2$$

• 
$$5^{2n+1} - 25^n + 3 \cdot 5^{2n-1}$$

• 
$$5 \cdot 2^{3n} - 3 \cdot 8^{n-1}$$

• 
$$49^n - 2 \cdot 7^{2n-1}$$

Izpostavite skupni faktor.



Izpostavite skupni faktor.

- $4a^n + 6a^{n+1}$
- $b^n + b^{n+1} 2b^{n-1}$
- $a^{n-3} + 5a^n$
- $3x^{n+1} 15x^n + 18x^{n-1}$

29 / 91

Jan Kastelic (GAA)

Računanje z algebrskimi izrazi

Zmnožite.



Zmnožite.

• 
$$(x-3)(x+2)$$

• 
$$(2m+3)(5m-1)$$

• 
$$(1-a)(1+a)$$

• 
$$(x-3y)(2x+y)$$

• 
$$(m-2k)(3m-k)$$

30 / 91

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

Računanje z algebrskimi izrazi

Zmnožite.



### Zmnožite.

• 
$$(a+b-1)(a-b)$$

$$(2x + y)(3x - 4y + 5)$$

• 
$$(m+2n-k)(m+2n+k)$$

31/91

Računanje z algebrskimi izrazi

Zmnožite.



### Zmnožite.

• 
$$(x^2-3)(x^3+2)$$

• 
$$(3x^2 - y)(5y^4 - 7x^3)$$

• 
$$(u^3-1)(u^3+1)$$

$$(a^5b^2-4b)(3a^7+2a^2b)$$

• 
$$(a-b)(a^2+ab+b^2)$$

• 
$$(z + w)(z^2 - zw + w^2)$$

Računanje z algebrskimi izrazi

Poenostavite.



Poenostavite.

• 
$$(2x - y)(3 + y) + (y - 4)(y + 4) - 2xy + 3(y - 2x + 5)$$

• 
$$(x-y)(x+y) - (x^2 + xy + y^2)(x-y) - (1-x)x^2 + (-y)y^2$$

• 
$$2ab + (a-3b^2)(a+3b^2) + 2^3(-b^2)^2 - (a-b)(b-a) - 2a^3$$



Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 27. november 2024 33 / 91



34 / 91

Kvadrat vsote in razlike binoma



34 / 91

Kvadrat vsote in razlike binoma

$$(x+y)^2 =$$



34 / 91

#### Kvadrat vsote in razlike binoma

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$



34 / 91

#### Kvadrat vsote in razlike binoma

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$
  
 $(x - y)^2 =$ 



34 / 91

#### Kvadrat vsote in razlike binoma

$$(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$



34 / 91

#### Kvadrat vsote in razlike binoma

$$(x + y)^{2} = x^{2} + 2xy + y^{2}$$
$$(x - y)^{2} = x^{2} - 2xy + y^{2}$$

#### Kub vsote in razlike binoma



34 / 91

#### Kvadrat vsote in razlike binoma

$$(x + y)^{2} = x^{2} + 2xy + y^{2}$$
$$(x - y)^{2} = x^{2} - 2xy + y^{2}$$

#### Kub vsote in razlike binoma

$$(x + y)^3 =$$



34 / 91

#### Kvadrat vsote in razlike binoma

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$
  
 $(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$ 

#### Kub vsote in razlike binoma

$$(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$



34 / 91

#### Kvadrat vsote in razlike binoma

$$(x + y)^{2} = x^{2} + 2xy + y^{2}$$
$$(x - y)^{2} = x^{2} - 2xy + y^{2}$$

#### Kub vsote in razlike binoma

$$(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$
$$(x - y)^3 =$$



34 / 91

#### Kvadrat vsote in razlike binoma

$$(x + y)^{2} = x^{2} + 2xy + y^{2}$$
$$(x - y)^{2} = x^{2} - 2xy + y^{2}$$

#### Kub vsote in razlike binoma

$$(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$
$$(x - y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$$



34 / 91

#### Kvadrat vsote in razlike binoma

$$(x + y)^{2} = x^{2} + 2xy + y^{2}$$
$$(x - y)^{2} = x^{2} - 2xy + y^{2}$$

#### Kub vsote in razlike binoma

$$(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$
$$(x - y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$$

#### Kvadrat trinoma



#### Kvadrat vsote in razlike binoma

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$
  
 $(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$ 

#### Kub vsote in razlike binoma

$$(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$
$$(x - y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$$

#### Kvadrat trinoma

$$(x+y+z)^2 =$$

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 27. november 2024

#### Kvadrat vsote in razlike binoma

$$(x + y)^{2} = x^{2} + 2xy + y^{2}$$
$$(x - y)^{2} = x^{2} - 2xy + y^{2}$$

#### Kub vsote in razlike binoma

$$(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$
$$(x - y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$$

#### Kvadrat trinoma

$$(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz$$

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 27. november 2024

Kvadrirajte.



### Kvadrirajte.

- $(x+3)^2$
- $(y + 2x)^2$
- $(2a+3b)^2$
- $(x 3y)^2$
- $(1-a^2)^2$
- $(2x^2y^3 z^5)^2$

Potenciranje izrazov

Kvadrirajte.



### Kvadrirajte.

• 
$$(-a-b)^2$$

• 
$$(-2x^5 + y)^2$$

• 
$$(a^{n+1} + b^n)^2$$

• 
$$(a+b-3)^2$$

• 
$$(z + 2x^3 - 1)^2$$

• 
$$(2x^5 - 3m^6 + 2m^n)^2$$

Kubirajte.



### Kubirajte.

- $(x+1)^3$
- $(a-2)^3$
- $(2m+3)^3$
- $(-a+2b)^3$
- $(-z-2g)^3$
- $(a^4 2b^2)^3$

Potenciranje izrazov

Dopolnite do popolnega kvadrata in ga zapišite.



38 / 91

Dopolnite do popolnega kvadrata in ga zapišite.

• 
$$x^2 + 8x + \_ = (x + \_)^2$$

• 
$$x^2 + 12x + \underline{\phantom{x}} = (x + \underline{\phantom{x}})^2$$

• 
$$a^2 - 10a + \underline{\hspace{0.2cm}} = (a - \underline{\hspace{0.2cm}})^2$$

• 
$$m^2 - 2m + \_ = (m - \_)^2$$

Potenciranje izrazov

Poenostavite.



Poenostavite.

• 
$$(2a+5)^2 - (a-3)(a+5) - a(a+7) - 2a^2 - a$$

• 
$$(x-2y)(x+2y)+4(y^2-3)-(x-4)^2+7(x+4)$$

• 
$$(2m+1)(2m-1) - (3m^2-4m) - 2^4 - (m-2)^3 + (2m-3)^2 + m^2m$$



40 / 91

Razstavljanje/razcepljanje/faktorizacija izraza je zapis izraza kot dveh ali več faktoriev.



40 / 91

Razstavljanje/razcepljanje/faktorizacija izraza je zapis izraza kot dveh ali več faktorjev.

Izpostavljanje skupnega faktorja



40 / 91

Razstavljanje/razcepljanje/faktorizacija izraza je zapis izraza kot dveh ali več faktorjev.

Izpostavljanje skupnega faktorja

$$xy + xz = x(y + z)$$



40 / 91

Razstavljanje/razcepljanje/faktorizacija izraza je zapis izraza kot dveh ali več faktorjev.

### Izpostavljanje skupnega faktorja

$$xy + xz = x(y + z)$$

$$xy - xz = x(y - z)$$



40 / 91

Razstavljanje/razcepljanje/faktorizacija izraza je zapis izraza kot dveh ali več faktorjev.

Izpostavljanje skupnega faktorja

$$xy + xz = x(y + z)$$

$$xy - xz = x(y - z)$$

Pri razstavljanju smo vedno pozorni na to, da razstavimo vse, kar je mogoče.



40 / 91

$$x^2 - y^2 =$$



41 / 91

$$x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$$



41 / 91

$$x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$$

#### Razlika kubov

$$x^3 - y^3 =$$



41 / 91

$$x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$$

#### Razlika kubov

$$x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$$



41 / 91

$$x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$$

#### Razlika kubov

$$x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$$

### Razlika četrtih potenc

$$x^4 - y^4 =$$



41 / 91

$$x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$$

#### Razlika kubov

$$x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$$

### Razlika četrtih potenc

$$x^4 - y^4 = (x - y)(x + y)(x^2 + y^2)$$



41/91

$$x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$$

#### Razlika kubov

$$x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$$

### Razlika četrtih potenc

$$x^4 - y^4 = (x - y)(x + y)(x^2 + y^2)$$

### Razlika *n*-tih potenc

$$x^n - y^n =$$



$$x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$$

#### Razlika kubov

$$x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$$

### Razlika četrtih potenc

$$x^4 - y^4 = (x - y)(x + y)(x^2 + y^2)$$

### Razlika *n*-tih potenc

$$x^{n} - y^{n} = (x - y)(x^{n-1} + x^{n-2}y + x^{n-3}y^{2} + ... + xy^{n-2} + y^{n-1})$$



41 / 91

27. november 2024

Vsote kvadratov  $x^2 + y^2$  ne moremo razstaviti v množici  $\mathbb Z$  (oziroma  $\mathbb R$ ).



42 / 91

Vsote kvadratov  $x^2 + y^2$  ne moremo razstaviti v množici  $\mathbb Z$  (oziroma  $\mathbb R$ ).

#### Vsota kubov

$$x^3 + y^3 =$$



42 / 91

Vsote kvadratov  $x^2 + y^2$  ne moremo razstaviti v množici  $\mathbb Z$  (oziroma  $\mathbb R$ ).

#### Vsota kubov

$$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$$



 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 27. november 2024
 42/91

Vsote kvadratov  $x^2 + y^2$  ne moremo razstaviti v množici  $\mathbb Z$  (oziroma  $\mathbb R$ ).

#### Vsota kubov

$$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$$

### Vsota četrtih potenc



42 / 91

Vsote kvadratov  $x^2 + y^2$  ne moremo razstaviti v množici  $\mathbb Z$  (oziroma  $\mathbb R$ ).

#### Vsota kubov

$$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$$

### Vsota četrtih potenc

Vsote četrtih potenc  $x^4 + y^4$  ne moremo razstaviti v množici  $\mathbb{Z}$  (oziroma  $\mathbb{R}$ ).



Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 27. november 2024 42 / 91

Vsote kvadratov  $x^2 + y^2$  ne moremo razstaviti v množici  $\mathbb Z$  (oziroma  $\mathbb R$ ).

#### Vsota kubov

$$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$$

### Vsota četrtih potenc

Vsote četrtih potenc  $x^4 + y^4$  ne moremo razstaviti v množici  $\mathbb Z$  (oziroma  $\mathbb R$ ).

### Vsota *n*-tih potenc

$$x^n + y^n =$$



42 / 91

#### Vsota kvadratov

Vsote kvadratov  $x^2 + y^2$  ne moremo razstaviti v množici  $\mathbb{Z}$  (oziroma  $\mathbb{R}$ ).

#### Vsota kubov

$$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$$

#### Vsota četrtih potenc

Vsote četrtih potenc  $x^4 + y^4$  ne moremo razstaviti v množici  $\mathbb{Z}$  (oziroma  $\mathbb{R}$ ).

#### Vsota *n*-tih potenc

$$x^{n} + y^{n} = (x + y)(x^{n-1} - x^{n-2}y + x^{n-3}y^{2} - \dots - xy^{n-2} + y^{n-1})$$



42 / 91



43 / 91

Za nekatere trinome pa se lahko zgodi, da jih ne moremo razstaviti v množici  $\mathbb Z$  (oziroma  $\mathbb R$ ).



Jan Kastelic (GAA)MATEMATIKA27. november 202443/91

Trinome, ki sledijo naslednjim oblikam lahko razstavimo.

Za nekatere trinome pa se lahko zgodi, da jih ne moremo razst

Za nekatere trinome pa se lahko zgodi, da jih ne moremo razstaviti v množici  $\mathbb Z$  (oziroma  $\mathbb R$ ).

Tričlenik, ki je kvadrat

$$x^2 + 2xy + y^2 =$$



43 / 91

Trinome, ki sledijo naslednjim oblikam lahko razstavimo. Za nekatere trinome pa se lahko zgodi, da jih ne moremo razstaviti v množici  $\mathbb Z$  (oziroma  $\mathbb R$ ).

Tričlenik, ki je kvadrat

$$x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2$$



43 / 91

Za nekatere trinome pa se lahko zgodi, da jih ne moremo razstaviti v množici  $\mathbb{Z}$  (oziroma  $\mathbb{R}$ ).

Tričlenik, ki je kvadrat

$$x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2$$

Viétovo pravilo

$$x^2 + (a+b)x + ab =$$



43 / 91

Za nekatere trinome pa se lahko zgodi, da jih ne moremo razstaviti v množici  $\mathbb Z$  (oziroma  $\mathbb R$ ).

Tričlenik, ki je kvadrat

$$x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2$$

Viétovo pravilo

$$x^{2} + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$$



43 / 91

Za nekatere trinome pa se lahko zgodi, da jih ne moremo razstaviti v množici  $\mathbb Z$ (oziroma  $\mathbb{R}$ ).

Tričlenik, ki je kvadrat

$$x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2$$

Viétovo pravilo

$$x^{2} + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$$

Ugibanje

$$ax^2 + bx + c =$$



43 / 91

Za nekatere trinome pa se lahko zgodi, da jih ne moremo razstaviti v množici  $\mathbb{Z}$  (oziroma  $\mathbb{R}$ ).

Tričlenik, ki je kvadrat

$$x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2$$

Viétovo pravilo

$$x^{2} + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$$

Ugibanje

$$ax^2 + bx + c = (dx + e)(fx + g)$$



Razstavljanje izrazov

$$xa + xb + ya + yb =$$



44 / 91

$$xa + xb + ya + yb = x(a + b) + y(a + b) = (a + b)(x + y)$$



$$xa + xb + ya + yb = x(a + b) + y(a + b) = (a + b)(x + y)$$

Razstavljanje štiričlenika – združitev 3 členi + 1 člen

$$a + 2ax + x^2 - b^2 =$$



44 / 91

$$xa + xb + ya + yb = x(a + b) + y(a + b) = (a + b)(x + y)$$

Razstavljanje štiričlenika – združitev 3 členi + 1 člen

$$a + 2ax + x^2 - b^2 = (a + x)^2 - b^2 = (a + x - b)(a + x + b)$$



44 / 91

Razstavite razliko kvadratov.



Jan Kastelic (GAA)

Razstavite razliko kvadratov.

- $x^2 25$
- $64 y^2$
- $16m^2 81$
- $25a^2 49b^2$
- $121u^2 36v^2$

27. november 2024

Razstavljanje izrazov

Razstavite razliko kvadratov.



27. november 2024

Jan Kastelic (GAA)

Razstavite razliko kvadratov.

- $2z^2 8$
- $3b^2 12$
- $48 27h^2$
- $200t^2 8z^2$
- $a^2b 49b$
- $80x^2 45y^2$

Razstavljanje izrazov

Razstavite razliko kvadratov.



47 / 91

Razstavite razliko kvadratov.

- $162s^3 32sc^2$
- $f^4 9g^2$
- $16u^4 81v^4$
- $a^4 16$
- $-18a^2 + 2b^4$



27. november 2024

Razstavite razliko kvadratov.



27. november 2024

Jan Kastelic (GAA)

Razstavite razliko kvadratov.

• 
$$(f+3)^2-25$$

• 
$$(2-r)(2+r)$$

• 
$$81x^4 - (y-2)^2$$

$$(x-y)^2-(2x+3y)^2$$

• 
$$5(4-k)(4+k)$$



48 / 91

Razstavite in izračunajte.



Razstavite in izračunajte.

•  $102^2 - 2^2$ 

•  $23^2 - 22^2$ 

•  $999^2 - 1$ 

Razstavite vsoto ali razliko kubov.



50/91

Razstavite vsoto ali razliko kubov.

- $a^3 8b^3$
- $1 + x^3$
- $27m^3 + 8$
- $\bullet$  27 + 64 $b^3$
- $125x^3 64y^3$
- $64a^6 b^3$

Razstavite vsoto ali razliko kubov.



51/91

Razstavite vsoto ali razliko kubov.

- $a^3b^3 1$
- $8a^3 b^6c^9$
- $m^5 + 27g^3m^2$
- $(a+2)^3-b^3$

•  $10^3 - (a+b)^3$ 



### Razstavite.

• 
$$m^2 + 14m + 45$$

• 
$$a^2 + 9a + 18$$

• 
$$x^2 - 9x + 20$$

• 
$$y^2 - 11y + 24$$

• 
$$z^2 - 13z + 22$$

• 
$$x^2 + 5x - 24$$



• 
$$m^2 + m - 110$$

• 
$$u^2 + 9u - 22$$

• 
$$x^2 - 5x - 24$$

• 
$$z^2 - 3z - 28$$

• 
$$p^2 - 4p - 45$$

• 
$$x^2 - 18x + 81$$

Razstavljanje izrazov

Razstavite.



#### Razstavite.

• 
$$3x^2 + 87x + 300$$

• 
$$2y^2 + 18y + 28$$

• 
$$2x^2 - 30x + 108$$

• 
$$7a^2 - 84a + 245$$

$$\bullet$$
  $6p^5 - 72p^4 + 216p^3$ 

• 
$$2x^2 + 4x - 70$$



• 
$$72y - 81 + 9y^2$$

• 
$$3k^3 + 9k^2 - 12k$$

• 
$$16t - 4t^2 + 84$$

• 
$$p^3 + 13p^2 + 22p$$

• 
$$50b + 125 + 5b^2$$

$$-7x^2 + 7x + 42$$



### Razstavite.

• 
$$x^2 + 16xy + 63y^2$$

• 
$$a^2 - 2ab - 35b^2$$

• 
$$p^2 + 3pk - 10k^2$$

$$2z^2 - 2zu - 24u^2$$

• 
$$60c^3d^4 + 3c^5 - 27c^4d^2$$



Jan Kastelic (GAA)

Razstavljanje izrazov

Zapišite izraze kot popolne kvadrate.



57 / 91

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 27. november 2024

Zapišite izraze kot popolne kvadrate.

• 
$$x^2 + 18x + 81$$

• 
$$a^4 + 14a^2 + 29$$

• 
$$m^2 - 10m + 25$$

• 
$$100 - 20b + b^2$$

• 
$$u^2 - 12uv + 36v^2$$

• 
$$4y^2 - 12yz + 9z^2$$

Razstavljanje izrazov



• 
$$x^4 - 13x^2 + 36$$

• 
$$b^4 - 26b^2 + 25$$

• 
$$a^4 - 8a^2 - 9$$

• 
$$n^4 - 17n^2 + 16$$

$$2y^6 + 10y^4 + 8y^2$$



• 
$$2a^2 + 7a - 4$$

• 
$$2x^2 + 5x + 3$$

• 
$$4m^2 + 10m - 24$$

• 
$$4p^2 + 29p - 24$$

• 
$$2f^2 + 9f - 5$$

• 
$$7b^2 + 23b + 6$$



### Razstavite.

• 
$$5^{2x} - 30 \cdot 5^x + 125$$

• 
$$3^{2x} + 6 \cdot 3^x - 27$$

• 
$$16^x - 5 \cdot 4^x + 6$$

• 
$$4^x - 18 \cdot 2^x + 32$$

Jan Kastelic (GAA)



#### Razstavite.

• 
$$a^3 + 3a^2 - 4a - 12$$

• 
$$c^3 - 4c^2 - c + 4$$

• 
$$x^3 + 5x^2 - 4x - 20$$

• 
$$a^2 + ab - 2a - 2b$$

• 
$$a^2 + 3ab + 2a + 6b$$

• 
$$2xy + x - 4y - 2$$



• 
$$a^2 + 2a + 1 - b^2$$

• 
$$m^2 - 6m + 9 - k^2$$

• 
$$x^2 + 4xy + 4y^2 - 16$$

• 
$$u^2 - z^2 - 8z - 16$$

• 
$$x^2 - y^2 + 14y - 49$$

• 
$$25 - y^2 + 2xy - x^2$$



- $a^5 b^5$
- $a^4 16$
- $x^4y^4 625$
- $a^5 + 32$
- $x^5 32$
- $81 x^4y^8$

Razstavljanje izrazov

Razstavite.



#### Razstavite.

• 
$$a^4 - 5a^3 - 24a^2$$

• 
$$3x^3 + 6x^2 - 27x - 54$$

• 
$$108m^4 - 3m^2$$

• 
$$x^2 - 29xy + 100y^2$$

• 
$$u^4 - 125uv^3$$

• 
$$81 - 9b^2 + 12bc - 4c^2$$

## Section 2

# Deljivost



- Potence in izraz
- ② Deljivost
  - Relacija deljivosti
  - Kriteriji deljivost
  - Osnovni izrek o deljenju
  - Praštevila in sestavljena števila
  - Osnovni izrek aritmetike
  - Največji skupni delitelj in najmanjši skupni večkratnik
  - Evklidov algoritem in zveza Dv = ab
  - Številski sestavi



66 / 91

MATEMATIKA

# Relacija deljivosti



Jan Kastelic (GAA)

Naravno število n je **delitelj** naravnega števila n (**deljenec**), če obstaja naravno število k (**kvocient**), da velja:

 $\mathbf{n} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{m}$ .

67 / 91

Naravno število n je **delitelj** naravnega števila n (**deljenec**), če obstaja naravno število k (**kvocient**), da velja:

$$\mathbf{n} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{m}$$
.

Naravno število m deli naravno število n, ko je število n večkratnik števila m.

$$m \mid n \Leftrightarrow n = k \cdot m; \quad m, n, k \in \mathbb{N}$$



67 / 91

Naravno število n je **delitelj** naravnega števila n (**deljenec**), če obstaja naravno število k (**kvocient**), da velja:

$$\mathbf{n} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{m}$$
.

Naravno število m deli naravno število n, ko je število n večkratnik števila m.

$$m \mid n \Leftrightarrow n = k \cdot m; \quad m, n, k \in \mathbb{N}$$

Število m je delitelj samega sebe in vseh svojih večkratnikov.



67 / 91

Naravno število n je **delitelj** naravnega števila n (**deljenec**), če obstaja naravno število k (**kvocient**), da velja:

$$\mathbf{n} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{m}$$
.

Naravno število m deli naravno število n, ko je število n večkratnik števila m.

$$m \mid n \Leftrightarrow n = k \cdot m; \quad m, n, k \in \mathbb{N}$$

Število m je delitelj samega sebe in vseh svojih večkratnikov.

1 je delitelj vsakega naravnega števila.



Naravno število n je **delitelj** naravnega števila n (**deljenec**), če obstaja naravno število k (**kvocient**), da velja:

$$\mathbf{n} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{m}$$
.

Naravno število m deli naravno število n, ko je število n večkratnik števila m.

$$m \mid n \Leftrightarrow n = k \cdot m; \quad m, n, k \in \mathbb{N}$$

Število m je delitelj samega sebe in vseh svojih večkratnikov.

1 je delitelj vsakega naravnega števila.

Če d deli naravni števili m in  $n,\ n>m$ , potem d deli tudi vsoto in razliko števil m in n.



68 / 91

Relacija deljivosti je:



Jan Kastelic (GAA)

Relacija deljivosti je:

refleksivna:

#### Relacija deljivosti je:

refleksivna:

 $n \mid n$ ;

#### Relacija deljivosti je:

refleksivna:

 $n \mid n$ ;

antisimetrična:

#### Relacija deljivosti je:

refleksivna:

$$n \mid n$$
;

antisimetrična:

$$m \mid n \wedge n \mid m \Rightarrow m = n;$$

#### Relacija deljivosti je:

refleksivna:

$$n \mid n$$
;

antisimetrična:

$$m \mid n \wedge n \mid m \Rightarrow m = n;$$

tranzitivna:

#### Relacija deljivosti je:

refleksivna:

$$n \mid n$$
;

antisimetrična:

$$m \mid n \wedge n \mid m \Rightarrow m = n;$$

**1** tranzitivna:

$$m \mid n \wedge n \mid o \Rightarrow m \mid o$$
.

#### Relacija deljivosti je:

refleksivna:

$$n \mid n$$
;

antisimetrična:

$$m \mid n \wedge n \mid m \Rightarrow m = n;$$

tranzitivna:

$$m \mid n \wedge n \mid o \Rightarrow m \mid o$$
.

68 / 91

Relacija s temi lastnostmi je relacija **delne urejenosti**, zato relacija deljivosti delno ureja množico  $\mathbb{N}$ .

Zapišite vse delitelje števil.



Zapišite vse delitelje števil.

- 6
- 16
- 37
- 48
- 120

Pokažite, da trditev velja.



Pokažite, da trditev velja.

• Izraz x - 3 deli izraz  $x^2 - 2x - 3$ .

• Izraz x + 2 deli izraz  $x^3 + x^2 - 4x - 4$ .

• Izraz x - 2 deli izraz  $x^3 - 8$ .

Pokažite, da trditev velja.



Pokažite, da trditev velja.

• 
$$19 \mid (3^{21} - 3^{20} + 3^{18})$$

$$\bullet$$
 7 |  $(3 \cdot 4^{11} + 4^{12} + 7 \cdot 4^{10})$ 

• 14 | 
$$(5 \cdot 3^6 + 2 \cdot 3^8 - 3 \cdot 3^7)$$

• 
$$25 \mid (7 \cdot 2^{23} - 3 \cdot 2^{24} + 3 \cdot 2^{25} - 2^{22})$$

• 
$$11 \mid (2 \cdot 10^6 + 3 \cdot 10^7 + 10^8)$$

• 
$$35 \mid (6^{32} - 36^{15})$$

Pokažite, da trditev velja.



Pokažite, da trditev velja.

• 
$$3 \mid (2^{2n+1} - 5 \cdot 2^{2n} + 9 \cdot 2^{2n-1})$$

• 29 | 
$$(5^{n+3} - 2 \cdot 5^{n+1} + 7 \cdot 5^{n+2})$$

• 10 | 
$$(3 \cdot 7^{4n-1} - 4 \cdot 7^{4n-2} + 7^{4n+1})$$

• 
$$10 \mid (9^{3n-1} + 9 \cdot 9^{3n+1} + 9^{3n} - 9^{3n+2})$$

• 
$$5 \mid (7 \cdot 2^{4n-2} + 3 \cdot 4^{2n} - 16^n)$$



72 / 91

Pokažite, da je za poljubno naravno število u vrednost izraza

$$(u+7)(7-u)-3(3-u)(u+5)$$

večkratnik števila 4.



73 / 91

# Kriteriji deljivosti



Jan Kastelic (GAA)

Deljivost z 2



Jan Kastelic (GAA)

### Deljivost z 2

Število je deljivo z 2 natanko takrat, ko so enice števila deljive z 2.



74 / 91

Deljivost z 2

Število je deljivo z 2 natanko takrat, ko so enice števila deljive z 2.

Deljivost s 3

74 / 91

## Deljivost z 2

Število je deljivo z 2 natanko takrat, ko so enice števila deljive z 2.

## Deljivost s 3

Število je deljivo s 3 natanko takrat, ko je vsota števk števila deljiva s 3.



74 / 91

#### Deljivost z 2

Število je deljivo z 2 natanko takrat, ko so enice števila deljive z 2.

## Deljivost s 3

Število je deljivo s 3 natanko takrat, ko je vsota števk števila deljiva s 3.

Deljivost s 4 oziroma 25



74 / 91

#### Deljivost z 2

Število je deljivo z 2 natanko takrat, ko so enice števila deljive z 2.

## Deljivost s 3

Število je deljivo s 3 natanko takrat, ko je vsota števk števila deljiva s 3.

### Deljivost s 4 oziroma 25

Število je deljivo s 4 oziroma 25 natanko takrat, ko je dvomestni konec števila deljiv s 4 oziroma 25.



74 / 91

#### Deljivost z 2

Število je deljivo z 2 natanko takrat, ko so enice števila deljive z 2.

#### Deljivost s 3

Število je deljivo s 3 natanko takrat, ko je vsota števk števila deljiva s 3.

### Deljivost s 4 oziroma 25

Število je deljivo s 4 oziroma 25 natanko takrat, ko je dvomestni konec števila deljiv s 4 oziroma 25.

## Deljivost s 5

## Deljivost z 2

Število je deljivo z 2 natanko takrat, ko so enice števila deljive z 2.

## Deljivost s 3

Število je deljivo s 3 natanko takrat, ko je vsota števk števila deljiva s 3.

#### Deljivost s 4 oziroma 25

Število je deljivo s 4 oziroma 25 natanko takrat, ko je dvomestni konec števila deljiv s 4 oziroma 25.

#### Deljivost s 5

Število je deljivo s 5 natanko takrat, ko so enice števila enake 0 ali 5.



Jan Kastelic (GAA)

Število je deljivo s 6 natanko takrat, ko je deljivo z 2 in s 3 hkrati.



75 / 91

Število je deljivo s 6 natanko takrat, ko je deljivo z 2 in s 3 hkrati.

Deljivost z 8 oziroma s 125



75 / 91

Število je deljivo s 6 natanko takrat, ko je deljivo z 2 in s 3 hkrati.

### Deljivost z 8 oziroma s 125

Število je deljivo z 8 oziroma s 125 natanko takrat, ko je trimestni konec števila deljiv z 8 oziroma s 125.



75 / 91

Število je deljivo s 6 natanko takrat, ko je deljivo z 2 in s 3 hkrati.

#### Deljivost z 8 oziroma s 125

Število je deljivo z 8 oziroma s 125 natanko takrat, ko je trimestni konec števila deljiv z 8 oziroma s 125.

#### Deljivost z 9



75 / 91

Število je deljivo s 6 natanko takrat, ko je deljivo z 2 in s 3 hkrati.

### Deljivost z 8 oziroma s 125

Število je deljivo z 8 oziroma s 125 natanko takrat, ko je trimestni konec števila deljiv z 8 oziroma s 125.

## Deljivost z 9

Število je deljivo z 9 natanko takrat, ko je vsota števk števila deljiva z 9.

75 / 91

Število je deljivo s 6 natanko takrat, ko je deljivo z 2 in s 3 hkrati.

### Deljivost z 8 oziroma s 125

Število je deljivo z 8 oziroma s 125 natanko takrat, ko je trimestni konec števila deljiv z 8 oziroma s 125.

## Deljivost z 9

Število je deljivo z 9 natanko takrat, ko je vsota števk števila deljiva z 9.

Deljivost z 10 oziroma 10<sup>n</sup>



75 / 91

Število je deljivo s 6 natanko takrat, ko je deljivo z 2 in s 3 hkrati.

### Deljivost z 8 oziroma s 125

Število je deljivo z 8 oziroma s 125 natanko takrat, ko je trimestni konec števila deljiv z 8 oziroma s 125.

### Deljivost z 9

Število je deljivo z 9 natanko takrat, ko je vsota števk števila deljiva z 9.

## Deljivost z 10 oziroma 10<sup>n</sup>

Število je deljivo z 10 natanko takrat, ko so enice števila enake 0.



75 / 91

Število je deljivo s 6 natanko takrat, ko je deljivo z 2 in s 3 hkrati.

### Deljivost z 8 oziroma s 125

Število je deljivo z 8 oziroma s 125 natanko takrat, ko je trimestni konec števila deljiv z 8 oziroma s 125.

### Deljivost z 9

Število je deljivo z 9 natanko takrat, ko je vsota števk števila deljiva z 9.

## Deljivost z 10 oziroma 10<sup>n</sup>

Število je deljivo z 10 natanko takrat, ko so enice števila enake 0. Število je deljivo z  $10^n$  natanko takrat, ko ima število na zadnjih n mestih števko 0.

(로) 시로 (로) 시로 (전)



Število je deljivo z 11 natanko takrat, ko je alternirajoča vsota števk tega števila deljiva z 11.



76 / 91

Število je deljivo z 11 natanko takrat, ko je alternirajoča vsota števk tega števila deljiva z 11.

Deljivost s 7



76 / 91

Število je deljivo z 11 natanko takrat, ko je alternirajoča vsota števk tega števila deljiva z 11.

## Deljivost s 7

Vzamemo enice danega števila in jih pomnožimo s 5,



76 / 91

Število je deljivo z 11 natanko takrat, ko je alternirajoča vsota števk tega števila deljiva z 11.

## Deljivost s 7

- Vzamemo enice danega števila in jih pomnožimo s 5,
- 2 prvotnemu številu brez enic prištejemo dobljeni produkt,



76 / 91

Število je deljivo z 11 natanko takrat, ko je alternirajoča vsota števk tega števila deljiva z 11.

## Deljivost s 7

- Vzamemo enice danega števila in jih pomnožimo s 5,
- prvotnemu številu brez enic prištejemo dobljeni produkt,
- o vzamemo enice dobljene vsote in jih pomnožimo s 5 ...



76 / 91

Število je deljivo z 11 natanko takrat, ko je alternirajoča vsota števk tega števila deljiva z 11.

## Deljivost s 7

- Vzamemo enice danega števila in jih pomnožimo s 5,
- prvotnemu številu brez enic prištejemo dobljeni produkt,
- o vzamemo enice dobljene vsote in jih pomnožimo s 5 ...

Postopek ponavljamo, dokler ne dobimo dvomestnega števila – če je to deljivo s 7, je prvotno število deljivo s 7.

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 27. november 2024 76 / 91

Število je deljivo z 11 natanko takrat, ko je alternirajoča vsota števk tega števila deljiva z 11.

## Deljivost s 7

- Vzamemo enice danega števila in jih pomnožimo s 5,
- prvotnemu številu brez enic prištejemo dobljeni produkt,
- o vzamemo enice dobljene vsote in jih pomnožimo s 5 ...

Postopek ponavljamo, dokler ne dobimo dvomestnega števila – če je to deljivo s 7, je prvotno število deljivo s 7.

## Deljivost s sestavljenim številom



27 november 2024

Število je deljivo z 11 natanko takrat, ko je alternirajoča vsota števk tega števila deljiva z 11.

## Deljivost s 7

- Vzamemo enice danega števila in jih pomnožimo s 5,
- prvotnemu številu brez enic prištejemo dobljeni produkt,
- 3 vzamemo enice dobljene vsote in jih pomnožimo s 5 ...

Postopek ponavljamo, dokler ne dobimo dvomestnega števila – če je to deljivo s 7, je prvotno število deljivo s 7.

## Deljivost s sestavljenim številom

Število zapišemo kot produkt dveh (ali več) tujih števil in preverimo deljivost z vsakim faktorjem posebej.

## Naloga

S katerimi od števil 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 so deljiva naslednja števila?



77 / 91

## Naloga

S katerimi od števil 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 so deljiva naslednja števila?

• 84742

• 393948

• 12390

• 19401

77 / 91

78 / 91

## Naloga

Določite vse možnosti za števko a, da je število  $\overline{65833}a$ :



78 / 91

## Naloga

Določite vse možnosti za števko a, da je število 65833a:

- deljivo s 3,
- deljivo s 4,
- deljivo s 5,
- deljivo s 6.

79 / 91

## Naloga

Določite vse možnosti za števko b, da je število  $\overline{65b90b}$ :



79 / 91

Določite vse možnosti za števko b, da je število  $\overline{65b90b}$ :

- deljivo z 2,
- deljivo s 3,
- deljivo s 6,
- deljivo z 9,
- deljivo z 10.



Kriteriji deljivost

Določite vse možnosti za števki c in d, da je število  $\overline{115c1d}$  deljivo s 6.



Določite vse možnosti za števki c in d, da je število  $\overline{115c1d}$  deljivo s 6.

## Naloga

Določite vse možnosti za števki e in f, da je število  $\overline{115e1f}$  deljivo z 8.



Kriteriji deljivost

Pokažite, da za vsako naravno število n 12 deli  $n^4 - n^2$ .



81 / 91

Pokažite, da za vsako naravno število n 12 deli  $n^4 - n^2$ .

### Naloga

Preverite, ali je število 8641969 deljivo s 7.



81 / 91

## Osnovni izrek o deljenju naravnih števil

#### Osnovni izrek o deljenju

Za poljubni naravni števili  $\mathbf{m}$  (**deljenec**) in  $\mathbf{n}$  (**delitelj**),  $m \ge n$ , obstajata natanko določeni nenegativni števili  $\mathbf{k}$  (**količnik**/**kvocient**) in  $\mathbf{r}$  (**ostanek**), da velja:

$$m = k \cdot n + r$$
;  $0 \le r < n$ ;  $m, n \in \mathbb{N}$ ;  $k, r \in \mathbb{N}_0$ .

Če je ostanek pri deljenju enak 0, je število m **večkratnik** števila n. Tedaj je število m deljivo s številom n. Pravimo, da n deli število m:  $n \mid m$ .



82 / 91

Določite, katera števila so lahko ostanki pri deljenju naravnega števila n s:



Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 27. november 2024 83 / 91

Določite, katera števila so lahko ostanki pri deljenju naravnega števila n s:

- številom 3;
- številom 7;
- številom 365.

Določite, katera števila so lahko ostanki pri deljenju naravnega števila n s:

- številom 3;
- številom 7;
- številom 365.

## Naloga

Zapišite prvih nekaj naravnih števil, ki dajo:



27. november 2024

Določite, katera števila so lahko ostanki pri deljenju naravnega števila n s:

- številom 3;
- številom 7;
- številom 365.

## Naloga

Zapišite prvih nekaj naravnih števil, ki dajo:

- pri deljenju s 4 ostanek 3;
- pri deljenju s 7 ostanek 4;
- pri deljenju z 9 ostanek 4.



Osnovni izrek o deljenju

Zapišite naravno število, ki da:



Zapišite naravno število, ki da:

- pri deljenju s 7 količnik 5 in ostanek 3;
- pri deljenju z 10 količnik 9 in ostanek 1;
- pri deljenju s 23 količnik 2 in ostanek 22.

84 / 91

Zapišite naravno število, ki da:

- pri deljenju s 7 količnik 5 in ostanek 3;
- pri deljenju z 10 količnik 9 in ostanek 1;
- pri deljenju s 23 količnik 2 in ostanek 22.

## Naloga

Zapišite množico vseh naravnih števil *n*, ki dajo:



Zapišite naravno število, ki da:

- pri deljenju s 7 količnik 5 in ostanek 3;
- pri deljenju z 10 količnik 9 in ostanek 1;
- pri deljenju s 23 količnik 2 in ostanek 22.

#### Naloga

Zapišite množico vseh naravnih števil *n*, ki dajo:

- pri deljenju z 2 ostanek 1;
- pri deljenju z 2 ostanek 0;
- pri deljenju s 5 ostanek 2.



84 / 91

Osnovni izrek o deljenju

Katero število smo delili s 7, če smo dobili kvocient 3 in ostanek 5?



Katero število smo delili s 7, če smo dobili kvocient 3 in ostanek 5?

## Naloga

S katerim številom smo delili število 73, če smo dobili kvocient 12 in ostanek 1?



Katero število smo delili s 7, če smo dobili kvocient 3 in ostanek 5?

### Naloga

S katerim številom smo delili število 73, če smo dobili kvocient 12 in ostanek 1?

#### Naloga

Marjeta ima čebulice tulipana, ki jih želi posaditi v več vrst. V vsaki od 3 vrst je izkopala po 8 jamic, potem pa ugotovila, da ji bosta 2 čebulici ostali. Koliko čebulic ima Marjeta?

Če neko število delimo z 8, dobimo ostanek 7. Kolikšen je ostanek, če to isto število delimo s 4?



86 / 91

Če neko število delimo z 8, dobimo ostanek 7. Kolikšen je ostanek, če to isto število delimo s 4?

## Naloga

Če neko število delimo s 24 dobimo ostanek 21. Kolikšen je ostanek, če to isto število delimo s 3?

## Praštevila in sestavljena števila



87 / 91

## Osnovni izrek aritmetike



88 / 91

## Največji skupni delitelj in najmanjši skupni večkratnik



89 / 91

## Evklidov algoritem in zveza Dv = ab



90 / 91

# Številski sestavi

91/91

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA