## MATEMATIKA

2. letnik – splošna gimnazija

Jan Kastelic

Fakulteta za matematiko in fiziko, Univerza v Ljubljani

25. oktober 2023



MATEMATIKA

MATEMATIKA

2. letnik – splošna gimnazija

Jan Kastelic Fakulteta za matematiko in fiziko, Univerza v Ljubijani

25. oktober 2023

Jan Kastelic (FMF) MATEMATIKA 25. oktober 2023 1/75

# Vsebina

- Geometrija na ravnini in v prostoru
- 2 Vektorji
- Koreni, lastnosti funkcij, potenčna funkcija
- Kvadratna funkcija, kompleksna števila
- 5 Eksponentna in logaritemska funkcija

4□ > 4問 > 4 = > 4 = > = √9,4

2003-10-2

MATEMATIKA

G. Generalija sa zavislo in v prostoro

G. Valedop

Water

Word, Instruccii fondesi, pozendra fondesija

Worderfonde fondesija kompletana fondesija

Stepomenta in legeritemska fondesija

Stepomenta in legeritemska fondesija

Geometrija na ravnini in v prostoru

Geometrija na ravnini in v prostoru

Jan Kastelic (FMF) MATEMATIKA 25. oktober 2023

3 / 75

マロトスタンスランスラン 選

- Osnovni geometrijski pojmi
- Kot
- Konstrukcije matematičnih objektov
- Preslikave na ravnini
- Trikotnik
- Krog
- Štirikotnik
- Večkotnik
- Podobnost
- Podobnost v pravokotnem trikotniku
- Kotne funkcije kotov, velikih od 0° do 90°
- Kotne funkcije kotov, velikih od 0° do 160°





MATEMATIKA

Geometrija na ravnini in v prostoru

Geometrija na ravnini in v prostoru

\*\*Grandelija na ravnini in v prostoru

\*\*Grandelija na ravnini in v prostoru

\*\*Grandelija na ravnini in v prostoru

\*\*Folialitati
\*\*Foliali

(a) Vextory

Jan Kastelic (FMF)

MATEMATIKA

25. oktober 2023

4 / 75

Osnovni geometrijski pojmi

MATEMATIKA

2023-10-25

5 / 75

Geometrija na ravnini in v prostoru

Osnovni geometrijski pojmi

Osnovni geometrijski pojmi

Osnovni geometrijski pojmi

MATEMATIKA 2023-10-25 Geometrija na ravnini in v prostoru └─Kot └─Kot

MATEMATIKA Geometrija na ravnini in v prostoru

Konstrukcije matematičnih objektov

2023-10-25

-Konstrukcije matematičnih objektov

Konstrukcije matematičnih objektov

Jan Kastelic (FMF) MATEMATIKA 7 / 75 25. oktober 2023

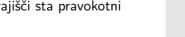
#### Pravokotna projekcija

Dani sta točka T in premica p. Naj bo q tista pravokotnica na premico p, ki poteka skozi točko T. Presečišče T' premice q s premico p imenujemo pravokotna projekcija točke T na premico p. Točka T'ie točki T najbližia točka premice p.

**Razdalja** točke T od premice p je:

$$d(T,p) = d(T,T') = |TT'|.$$

Pravokotna projekcija daljice AB na premico je daljica A'B', katere krajišči sta pravokotni projekciji točk A in B.



8 / 75

MATEMATIKA Preslikave na ravnini Geometrija na ravnini in v prostoru esečišče T' premice a s premico a imenujemo -Preslikave na ravnini pravokotna projekcija točke T na premico p. Točka točki T naibližia točka premice p Preslikave na ravnini Razdalja točke T od premice p je: d(T, p) = d(T, T') = |TT'|.

TABLA: konstrukcija pravokotne projekcije točke z ravnilom in šestilom TABLA: konstruckija pravokotne projekcije daljice z ravnilom in šestilom Pravokotna projekcija daljice AB na premico je daljica A'B', katere krajišči sta pravoko

Jan Kastelic (FMF) MATEMATIKA 25. oktober 2023

# Toge preslikave

Toga preslikava (izometrija) je preslikava v ravnini, ki ohranja razdalje.

$$au:A\mapsto A'$$
 $au:B\mapsto B'$ 
 $d(A,B)=d(A',B')$ 

Med toge preslikave spadajo:

- vzporedni premiki;
- zrcaljenje preko premice;
- zrcaljenje preko točke;
- rotacija okoli točke.

Če kombiniramo več togih preslikav, je dobljena preslikava spet toga preslikava.

4日を4個を4度を4度を重要

MATEMATIKA

Geometrija na ravnini in v prostoru -Preslikave na ravnini

Toga mostikava (izometrija) je moslikava v ravnini, ki obranja ramfalji  $\tau:B\mapsto B'$ d(A B) = d(A' B')

Toge preslikave

Med toes presilikave spadajo:

u vzporedni premiki:

u zrcaljenje preko točke u rotacija okoli točke.

+ : A - A'

Tudi poimenovanje skladnostna preslikava.

Jan Kastelic (FMF)

MATEMATIKA

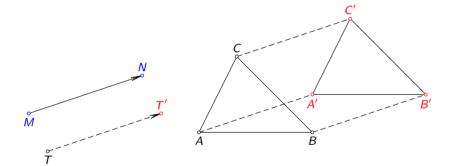
25. oktober 2023

9/75

#### Vzporedni premik/translacija

Jan Kastelic (FMF)

**Vzporedni premik** ali **translacija** za dano usmerjeno daljico  $\overline{MN}$  preslika točko T v tako točko T', da sta daljici TT' in MN enako dolgi, vzporedni in enako usmerjeni.



Vzporedni premik ohranja orientacijo likov, daljice preslika v enako dolge vzporedne daljice, ohranja velikost kotov, like preslika v skladne like, nima negibnih točk za  $\overrightarrow{MN} \neq \overrightarrow{0}$ .

MATEMATIKA

4 □ ▶ 4 ∰ ▶ 4 ∄ ▶ 월 ♥ Q (~)

25. oktober 2023 10 / 75

#### MATEMATIKA

Geometrija na ravnini in v prostoru

—Preslikave na ravnini

Vzporedni premik/translacija Vzporedni premik ali translacija za dano usmerjeno daljico  $\overline{M}$ točko T', da sta daljici TT' in MN enako dolgi, vzporedni in en

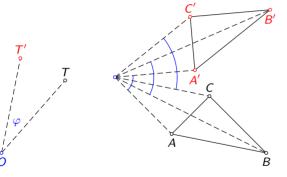
tota F, da da cajo: FF in MM ease dags, represent in ease carriers.

Vzporedni premik ohranja orientacijo likov, dalijce preslika v enako dolge vzporedne dalji ohranja valikost kotov like preslika v skladne like nima nezitnih točk za Mili zi di

TABLA: konstrukcija translacije točke in trikotnika S pomočjo skic na tabli/okviru ugotovitev lastnosti translacije.

# Rotacija/vrtenje okoli točke

**Vrtenje** ali **zasuk** oziroma **rotacija** za kot  $\varphi$  okrog točke O preslika točko T v točko T', da velja: |OT| = |OT'| in  $\angle TOT' = \varphi$ .



Vrtenje okoli točke preslika daljice v enako dolge daljice, ohranja velikosti kotov in orientacijo likov, like preslika v skladne like, premice pa ne preslika v vzporedne premice.

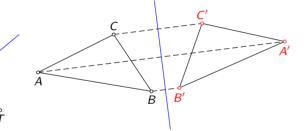


-Geometrija na ravnini in v prostoru

-Preslikave na ravnini

TABLA: konstrukcija rotacije točke okoli točke za nek kot; rotacija trikotnika za isti kot Opomba: vrtenje v pozitivni/negativni smeri oziroma za pozitiven/negativen kot S pomočjo skic na tabli/okviru ugotovitev lastnosti dane prelikave.

# **Zrcaljenje čez premico** p preslika točko T v tako točko T', da premica p pod pravim kotom razpolavlja daljico TT'.



Zrcaljenje čez premico daljice preslika v enako dolge daljice, ohranja velikost kotov, ne ohranja orientacije likov, like preslika v skladne like, premic ne preslika v vzporedne premice.



MATEMATIKA

–Geometrija na ravnini in v prostoru

—Preslikave na ravnini

Zecaljenje preko premice

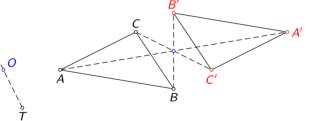
Zecaljenje čez premice p preška točio T v talo točko T', da premca p pod pravim lestom razpiskoja daljeo T'.

Zecaljenje čez premico daljec preška v mako došje daljec, obranje viškost kator, ne obranje orinesteji Bho. Bio premica preška v uporedne premica.

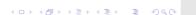
TABLA: konstrukcija zracljenja točke, daljice in trikotnika preko premice S pomočjo skic na tabli/okviru ugotavljanje lastnosti zrcaljenja preko premice. TABLA: Primer enakokrakega trikotnika (osnovnica AC) s simetralo kota z vrhom v C, ki seka c v N. (Dokaz skladnosti trikotnikov ANC in BNC.)

 Jan Kastelic (FMF)
 MATEMATIKA
 25. oktober 2023
 12/75

### **Zrcaljenje čez točko** O preslika točko T v tako točko T', da je O razpolovišče daljice TT'. Ta preslikava je enaka vrtenju okrog točke za 180°.



Zrcaljenje čez točko daljice preslika v enako dolge daljice, ohranja velikosti kotov in orientacijo likov, like preslika v skladne like, premice preslika v vzporedne premice.



MATEMATIKA

Geometrija na ravnini in v prostoru

-Preslikave na ravnini

TABLA: konstrukcija zracljenja točke in trikotnika preko točke S pomočjo skic na tabli/okviru ugotavljanje lastnosti zrcaljenja preko točke.

Jan Kastelic (FMF)

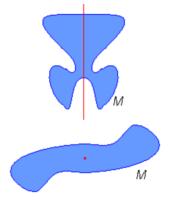
MATEMATIKA

25. oktober 2023

13 / 75

Množica točk  $\mathcal{M}$  je simetrična/somerna glede na premico p, če se pri zrcaljenju čez premico p preslika sama vase. Premico p imenujemo simetrala, somernica, simetrijska os množice  $\mathcal{M}$ .

Množica točk  $\mathcal{M}$  je središčno simetrična/somerna glede na točko T, če se pri zrcaljenju čez točko T preslika sama vase. Točko T imenujemo **center simetrije** množice  $\mathcal{M}$ .





MATEMATIKA

Geometrija na ravnini in v prostoru

-Preslikave na ravnini

p. če se pri zrcaljenju čez premico p preslika sama vase. Premios n imenujemo simetrala somernica simetriiska e

Montina tožk. M je sredikima simetrična/somerna elede na točko T. če se pri zrcaljenju čez točko T preslika sama vase. Tolko T imenuiemo center simetrile monlice. M



Ponovitev definicije in konstrukcije simetrale daljice in simetrale kota.

Jan Kastelic (FMF) MATEMATIKA 25. oktober 2023 14 / 75

- točko C, ki jo dobiš tako, da točko B zavrtiš okrog točke A za kot  $120^{\circ}$ ;
- točko D. ki je pravokotna projekcija točke C na nosilko daljice AB:
- zrcalno sliko točke C glede na točko B in dobljeno točko označi C';
- simetralo kota z vrhom v B. katerega kraka potekata skozi C in C'.

マロティ伊ティミティミテー語

MATEMATIKA

-Geometrija na ravnini in v prostoru

-Preslikave na ravnini

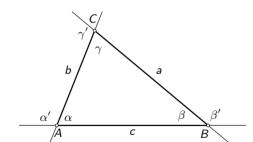
- Konstruirai daliico AB poliubne dolžine. Konstruirai še: točko C. ki io dobiš tako, da točko B zavrtiš okrog točke A za kot 120
- u točko D. ki je pravokotna projekcija točke C na nosilko dalijce AB zrralno sliko točke C elede na točko R in dobligno točko označi C
- u simetralo kota z vrhom v B. katerega kraka potekata skozi C in C

Priredba nalog 57 in 58 v Matematika 2 (Zbirka nalog ...).

Jan Kastelic (FMF) MATEMATIKA 25. oktober 2023 15 / 75

## Trikotnik

**Trikotnik** je lik/množica točk v ravnini, omejena s tremi daljicami – **stranice** (a, b, c), ki povezujejo tri nekolinearne točke (A, B, C) v ravnini. Te točke imenujemo **oglišča** trikotnika.

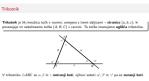


V trikotniku  $\triangle ABC$  so  $\alpha, \beta$  in  $\gamma$  notranji koti, njihovi sokoti  $\alpha', \beta'$  in  $\gamma'$  pa so zunanji koti.



16 / 75

MATEMATIKA └─Geometrija na ravnini in v prostoru └─Trikotnik └─Trikotnik



$$\alpha + \beta + \gamma = 180^{\circ}$$
.

Zunanji kot trikotnika je enak vsoti notranjih nepriležnih kotov:

$$\alpha' = \beta + \gamma$$
$$\beta' = \alpha + \gamma$$

$$\gamma' = \alpha + \beta$$

Vsota zunanjih kotov trikotnika je 360°:

$$\alpha' + \beta' + \gamma' = 360^{\circ}.$$



MATEMATIKA

Geometrija na ravnini in v prostoru

└─Trikotnik

Vsota notraniih kotov trikotnika ie 180°  $\beta' = \alpha + \gamma$  $\alpha' + \beta' + \gamma' = 360$ 

DOKAZ 1. izreka: Upoštevamo lastnosti kotov z vzporednimi kraki. Narišemo nosilko stranice a preko oglišča C. Konstruiramo vzpordnico k c skozi C. Dobljena kota sta skladna  $\alpha$  oziroma  $\beta$ . Vsi trije koti skupaj tvorijo iztegnjeni kot (180°).

DOKAZ 2. izreka: Dokaz naredimo zgolj za enega izmed kotov: Na skici dokaz prejšnjega izreka vidimo, da je zunanji kot pri oglišču C enak vsoti kotov  $\alpha$  in  $\beta$ .

DOKAZ 3. izreka: Po prejšnjih dveh izrekih sledi, da je  $\alpha' + \beta' + \gamma' = 2 \cdot (\alpha + \beta + \gamma) = 2 \cdot 180^{\circ} =$ 360°.

Naloga 68

Velikosti notranjih kotov trikotnika so v razmerju 2 : 5 : 11. V kolikšnem razmerju so velikosti zunanjih kotov tega trikotnika?

#### Naloga 70

Notranji kot ob oglišču A trikotnika  $\triangle ABC$  je za 1° manjši od velikosti notranjega kota ob oglišču C. Zunanji kot v oglišču C je za 1° večji od dvakratnika velikosti notranjega kota ob oglišču A. Izračunaj veikosti notranjih kotov trikotnika  $\triangle ABC$ .



4 0 1 4 4 4 5 1 4 5 1

**MATEMATIKA** 

Geometrija na ravnini in v prostoru

└─Trikotnik

Izračunaj velikosti notranijih in zunanijih kotov trikotnika  $\triangle ABC$ , če ie  $\alpha=67^{\circ}13'$  in

Naloga 68

Velikosti notraniih kotov trikotnika so v razmeriu 2 : 5 : 11. V kolikšnem razmeriu so velikost zunaniih kotov tera trikotnika?

Notranii kot ob ozlišču A trikotnika ABC ie za 1º maniši od velikosti notraniera kota ob oglišču C. Zunanji kot v oglišču C je za 1° večji od dvakratnika velikosti notranjega kota o

ozličku 4. Izvačunaj vojkosti notranjih kotov trikotnika △4RC

$$a > b \Leftrightarrow \alpha > \beta$$

#### Trikotniška neenakost

Vsaka stranica trikotnika je krajša od vsote dolžin drugih dveh stranic.

$$a < b + c$$

$$b < a + c$$

$$c < a + b$$

Jan Kastelic (FMF) MATEMATIKA 25. oktober 2023 19 / 75

#### MATEMATIKA

–Geometrija na ravnini in v prostoru └─Trikotnik

notranji kot trikotnika.
$a > b \Leftrightarrow \alpha > \beta$
Trikotniška neenakost
Vsaka stranica trikotnika je krajša od vsote dolžin drugih dveh stranic.
a < b + c
b < a + c

DOKAZ 1. izreka: Denimo, da je c daljša od b v trikotniku ABC. Konstruiramo simetralo  $\alpha$  in označimo presečišče z a z D. Daljico AC prenesemo na AB in točko označimo z E. Dobili smo skladna trikotnika AED in ACD (skupna AD, |AC| = |AE|, kot med njima). Torej je  $\angle DEA = \gamma$  zunanji kot za trikotnik EBD, torej enak vsoti  $\beta$  in  $\angle EDB$ . To pomeni da velja  $\gamma > \beta$ .

DOKAZ 2. izreka: Dokaz naredimo zgolj za eno neenakost: Podaljšamo eno izmed stranic trikotnika ABC, naj bo to a, preko oglišča C za dolžino stranice b. Dobili smo enakokrak trikotnik ACC', skladna kota  $\angle CAC'$  in  $\angle AC'C$  označimo z  $\varphi$ . Kot  $\angle BAC' = \epsilon$  je večji od  $\varphi$ . V trikotniku ABC' je  $\epsilon > \varphi$ , zato je BC' > c. To nam da: c < a + b.

#### Naloga 76

Ali obstaja trikotnik z danimi dolžinami stranic?

**1** 
$$a = 4$$
 cm,  $b = 5$  cm,  $c = 10$  cm;

② 
$$a = 4$$
 cm,  $b = 5$  cm,  $c = 8$  cm;

$$a = 5$$
 cm,  $b = 12$  cm,  $c = 6$  cm.

#### Naloga 77

Po velikosti uredi notranje kote trikotnika  $\triangle ABC$ .

$$\bullet$$
 a = 33 dm, b = 22 dm, c = 28 dm;

$$a = 32 m, b = 35 m, c = 38 m;$$

4 D > 4 B > 4 E > 4 B > 9 Q O

#### MATEMATIKA

Geometrija na ravnini in v prostoru

└─Trikotnik

Naloga 76 Ali obstala trikotnik z danimi d

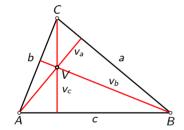
Ali obstaja trikotnik z danimi dolžinami stranic?

• a = 4 cm, b = 5 cm, c = 10 cm; • a = 4 cm, b = 5 cm, c = 8 cm; • a = 5 cm, b = 12 cm, c = 6 cm;

Naloga 77

Po velikosti uredi notranje kote trikotnika △ABC. • a = 33 dm. b = 22 dm. c = 28 dm:

a = 32 m, b = 35 m, c = 38 m;



Nosilke vseh treh višin na stranice trikotnika se sekajo v eni točki, ki jo imenujemo **višinska točka** ali **ortocenter**.



21 / 75

MATEMATIKA

Geometrija na ravnini in v prostoru

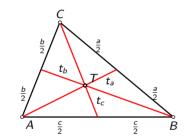
 $\Box$ Trikotnik

TABLA: konstrukcija višin trikotnika z ravnilom in šestilom

DOKAZ: Skozi vsako oglišče trikotnika narišemo vzporednico k nasprotni stranici. Presečišča označimo z A', B', C'. Zaradi vzporednosti sta štirkotnika ABA'C in ABCB' paralelograma, torej je |AB| = |A'C| in |AB| = |B'C|, iz tega |A'C| = |B'C|: C razpolavlja A'B'. Podobno za B in A. Noslike višin trikotnika ABC so simmetrale stranic trikotnika A'B'C'. Te se sekajo v središču očrtane krožnice trikotnika A'B'C', ki je višinska točka trikotnika ABC.

Jan Kastelic (FMF) MATEMATIKA 25. oktober 2023

Težiščnica na stranico trikotnika je daljica, ki povezuje razpolovišče te stranice z nasprotnim ogliščem.



Vse tri trikotnikove težiščnice se sekajo v eni točki – težišču ali baricentru trikotnika. Težišče deli težiščnico v razmerju 1 : 2.

MATEMATIKA Geometrija na ravnini in v prostoru └─Trikotnik

Testifolica na stranico trikotnika je daliica, ki novezuje raznolovišče te stranice z nasprotnio

Težišče deli težiščnico v razmerju 1 : 2

TABLA: konstrukcija težišnic z ravnilom in šestilom

Jan Kastelic (FMF) MATEMATIKA 25. oktober 2023 22 / 75

#### Konstruiraj trikotnik.

• 
$$a = 2$$
 cm.  $b = 6$  cm.  $c = 5$  cm:

• 
$$c = 4$$
 cm,  $\alpha = 60^{\circ}$ ,  $\beta = 45^{\circ}$ ;

• 
$$a = 4$$
 cm,  $c = 5$  cm,  $\alpha = 45^{\circ}$ ;

• 
$$a = 2,5$$
 cm,  $c = 5$  cm,  $v_c = 2$  cm;

• 
$$v_c = 3 \text{ cm}, \ \alpha = 60^{\circ}, \ \beta = 75^{\circ};$$

• 
$$v_a = 2$$
 cm,  $v_b = 4$  cm,  $\gamma = 45^\circ$ :

• 
$$b = 65$$
 cm,  $t_b = 3.5$  cm,  $\gamma = 60^\circ$ :

• 
$$v_a = 3$$
 cm,  $t_c = 4$  cm,  $\beta = 45^{\circ}$ .

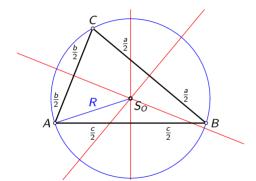
#### (4 日 ) (例 ) (E ) (E ) (E )

# MATEMATIKA Geometrija na ravnini in v prostoru └─Trikotnik

Naloga 81 Konstruiraj trikotnik. a = 2 cm b = 6 cm c = 5 cm c = 4 cm.  $\alpha = 60^{\circ}$ .  $\beta = 45^{\circ}$  a = 4 cm, c = 5 cm, α = 45°; a = 2,5 cm, c = 5 cm, v<sub>c</sub> = 2 cm; v<sub>2</sub> = 2 cm. v<sub>3</sub> = 4 cm. v = 45°: h = 65 cm t = 3.5 cm = = 60°  $v_a = 3 \text{ cm}, t_c = 4 \text{ cm}, \beta = 45^\circ$ 

Morda manj primerov pri nalogi 81. (b, c, h, l, n, r, š, u)

Simetrale vseh treh stranic trikotnika se sekajo v eni točki. Ta točka je **središče trikotniku očrtane krožnice**.



Očrtana krožnica poteka skozi vsa tri oglišča trikotnika. Vse tri stranice trikotnika so tetive te krožnice.

MATEMATIKA

2023-10-

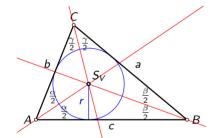
Geometrija na ravnini in v prostoru

└─Trikotnik



TABLA: konstrukcija simetral stranic in očrtane krožnice z ravnilom in šestilom DOKAZ: Konstruiramo simetrali stranic AC in AB. Vsaka točka na njiju je enako oddaljena od oglišč stranice. Torej je njuno presečišče  $S_O$  enako oddalje od vseh trh oglišč A, B, C in tako središče trikotniku očrtane krožnice. Podbno za simetralo strannice BC

Jan Kastelic (FMF) MATEMATIKA 25. oktober 2023 24 / 75



Včrtana krožnica ima vse tri stranice trikotnika za tangente.



MATEMATIKA

2023-10-

–Geometrija na ravnini in v prostoru └─Trikotnik



TABLA: konstrukcija simetral kotov in včrtane krožnice z ravnilom in šestilom DOKAZ: Narišemo simetrali kotov pri A in B. Vsaka točka na njiju je enako oddaljena od nosilk stranic ob kotu. Njuno presečišče  $S_V$  je torej enako oddalje od vseh treh nosilk stranic trikotnika. In zatorej je središče krožnice, ki se dotika vseh treh stranic – trikotniku včrtane krožnice.

 Jan Kastelic (FMF)
 MATEMATIKA
 25. oktober 2023
 25 / 75

- Konstruiraj trikotnik  $\triangle ABC$ .
- Konstruirai trikotniku △ABC očrtano krožnico.
- Soliko je velik zunanji kot pri oglišču A?

#### Naloga 84

Dan je trikotnik  $\triangle ABC$  s podatki a = 5 cm, c = 4 cm,  $t_c = 4$  cm.

• Konstruiraj trikotnik  $\triangle ABC$ .

Jan Kastelic (FMF)

- **3** Kateri izmed  $\angle BAC$  in  $\angle ACB$  je večji? Utemelji (brez merjenja).

MATEMATIKA



26 / 75

25. oktober 2023

#### MATEMATIKA

Geometrija na ravnini in v prostoru

└─Trikotnik

Naloga 83

Dan je trikotnik ABC s nodatki h = 5 cm R = 45° ~ = 60° Konstruirai trikotnik △ABC.

Konstruirai trikotniku △ABC očrtano krožnico.

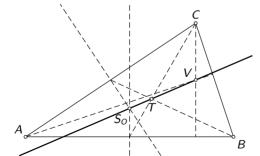
A Koliko je velik zunanij kot pri oglaču A?

Dan je trikotnik  $\triangle ABC$  s podatki a = 5 cm, c = 4 cm,  $t_c = 4$  cm.

♠ Konstnúrai trikotník △4RC

♦ Konstruirai trikotniku △ABC včrtano krožnico. ♠ Katari izmad ∠BΔC in ∠ΔCB is vaZii? Utemelii (braz marienia

Višinska točka, središče očrtane krožnice in težišče so vedno kolinearne. Premico, ki jih povezuje, imenujemo Eulerjeva premica.





MATEMATIKA

Geometrija na ravnini in v prostoru

└─Trikotnik

Težišče, središče trikotniku očrtane kroznice, središče trikotniku včrtane krožnice in višinska tořka so znamenite tořke trikotníka Vilinska točka, središče očrtane krožnice in težišče so vedno kolinearne. Premico, ki jil povezuje, imenujemo Eulerjeva premica.



Jan Kastelic (FMF)

MATEMATIKA

25. oktober 2023

27 / 75

2023-10-25

MATEMATIKA Geometrija na ravnini in v prostoru

-Krog

MATEMATIKA Geometrija na ravnini in v prostoru \_\_Štirikotnik └\_Štirikotnik

Štirikotnik

MATEMATIKA Večkotnik Geometrija na ravnini in v prostoru └─Večkotnik └─Večkotnik

Večkotnik

MATEMATIKA Geometrija na ravnini in v prostoru —Podobnost Podobnost

Podobnost

# Podobnost v pravokotnem trikotniku

MATEMATIKA

Geometrija na ravnini in v prostoru
Podobnost v pravokotnem trikotniku
Podobnost v pravokotnem trikotniku

Podobnost v pravokotnem trikotniku

4 D > 4 B > 4 E > 4 E > 9 Q Q

Kotne funkcije kotov, velikih od 0° do 90°

#### MATEMATIKA Geometrija na ravnini in v prostoru -Kotne funkcije kotov, velikih od $0^{\circ}$ do $90^{\circ}$ Kotne funkcije kotov, velikih od 0° do 90°

Kotne funkcije kotov, velikih od 0° do 90°

Kotne funkcije kotov, velikih od 0° do 360°

#### MATEMATIKA

Geometrija na ravnini in v prostoru

-Kotne funkcije kotov, velikih od 0° do 160° Kotne funkcije kotov, velikih od 0° do 360° Kotne funkcije kotov, velikih od 0° do 360°

34 / 75

Section 2

Vektorji

- w Vektorji v koordinatnem sistemu Skalarni produkt v knordinatnem sistemu
- w (i) Vektorski produkt (i) Premire v prostoru
- u (i) Ravnine v prostoru

- Geometrija na ravnini in v prostoru
- Vektorji
  - Vektorske količine
  - Računanje z vektorji
  - Linearna kombinacija vektorjev, baza
  - Skalarni produkt vektorjev
  - Vektorji v koordinatnem sistemu

  - Skalarni produkt v koordinatnem sistemu
  - (i) Vektorski produkt
  - (i) Premice v prostoru
  - (i) Ravnine v prostoru

Jan Kastelic (FMF)

Koreni, lastnosti funkcij, potenčna funkcija

イロト 4例 トイヨト 4 重 ト

Vektorske količine

25. oktober 2023

37 / 75

MATEMATIKA

2023-10-25

-Vektorji └─Vektorske količine

└─Vektorske količine

Vektorske količine

25. oktober 2023

MATEMATIKA

2023-10-25 -Vektorji Računanje z vektorji Računanje z vektorji

Računanje z vektorji

Računanje z vektorji

Linearna kombinacija vektorjev, baza

Linearna kombinacija vektorjev, baza

Linearna kombinacija vektoriev, baza



Skalarni produkt vektorjev

Jan Kastelic (FMF)



41 / 75

2023-10-25 └─Vektorji v koordinatnem sistemu Vektorji v koordinatnem sistemu Vektorii v koordinatnem sistemu

Skalarni produkt v koordinatnem sistemu

-Vektorji —Skalarni produkt v koordinatnem sistemu Skalarni produkt v koordinatnem sistemu

Jan Kastelic (FMF) MATEMATIKA 42 / 75 (i) Vektorski produkt

Jan Kastelic (FMF)



2023-10-25

-Vektorji

(i) Vektorski produkt (i) Vektorski produkt

(i) Vektorski produkt

MATEMATIKA

25. oktober 2023

4□ > 4ⓓ > 4틸 > 4틸 > 틸 900

43 / 75

MATEMATIKA 2023-10-25 -Vektorji

(i) Premice v prostoru

(i) Premice v prostoru (i) Premice v prostoru

(i) Premice v prostoru

4□ > 4ⓓ > 4틸 > 4틸 > 틸 900

25. oktober 2023

MATEMATIKA -Vektorji (i) Ravnine v prostoru (i) Ravnine v prostoru

2023-10-25

(i) Ravnine v prostoru

(i) Ravnine v prostoru

Jan Kastelic (FMF)

MATEMATIKA

25. oktober 2023

4□ > 4□ > 4 = > 4 = > = 9 < 0</p>

45 / 75

Koreni, lastnosti funkcij, potenčna funkcija

MATEMATIKA

-Koreni, lastnosti funkcij, potenčna funkcija

Section 3 Koreni, lastnosti funkcij, potenčna funkcija

Jan Kastelic (FMF) MATEMATIKA 46 / 75 25. oktober 2023

- A Konani Jastmosti funkcii notenčna funkciis
  - Koreni poljubnih stopenj a Potence z racionalnimi eksponent Lastnosti funkcij
  - u Transformacije na ravnje
  - v Inverzna funkcija # Potenčna funkcija z naravnim eksponentom w Potenčna funkcija z negativnim celim eksponentor
- u Modeliranje s korensko in potenčno funkcijo

Geometrija na ravnini in v prostoru

Vektorji

Soreni, lastnosti funkcij, potenčna funkcija

- Koreni poljubnih stopenj
- Potence z racionalnimi eksponenti
- Lastnosti funkcij
- Transformacije na ravnini
- Inverzna funkcija
- Potenčna funkcija z naravnim eksponentom
- Potenčna funkcija z negativnim celim eksponentom
- Korenska funkcija

Jan Kastelic (FMF)

Modeliranie s korensko in potenčno funkcijo

イロト 4例 トイヨト 4 重 ト

25. oktober 2023

MATEMATIKA -Koreni, lastnosti funkcij, potenčna funkcija -Koreni poljubnih stopenj Koreni poljubnih stopenj

Koreni poljubnih stopeni

49 / 75

MATEMATIKA 2023-10-25 -Koreni, lastnosti funkcij, potenčna funkcija Potence z racionalnimi eksponenti Potence z racionalnimi eksponenti

Potence z racionalnimi eksponenti

# MATEMATIKA

2023-10-25 -Koreni, lastnosti funkcij, potenčna funkcija —Lastnosti funkcij

Lastnosti funkcii

Jan Kastelic (FMF)

MATEMATIKA

25. oktober 2023

50 / 75

Lastnosti funkcij

## Transformacije na ravnini

MATEMATIKA 2023-10-25 -Koreni, lastnosti funkcij, potenčna funkcija Transformacije na ravnini Transformacije na ravnini

Transformacije na ravnini

4 D > 4 P > 4 B > 4 B > B 900

25. oktober 2023

52 / 75

MATEMATIKA -Koreni, lastnosti funkcij, potenčna funkcija └─Inverzna funkcija Inverzna funkcija

2023-10-25

Inverzna funkcija

MATEMATIKA

Korenska funkcija

-Koreni, lastnosti funkcij, potenčna funkcija -Korenska funkcija Korenska funkcija

56 / 75

MATEMATIKA

-Koreni, lastnosti funkcij, potenčna funkcija

Modeliranje s korensko in potenčno funkcijo

Modeliranie s korensko in potenčno funkcijo

Modeliranje s korensko in potenčno funkcijo

Jan Kastelic (FMF) MATEMATIKA 25. oktober 2023 Kvadratna funkcija, kompleksna števila

4 D > 4 A > 4 B > 4 B > B

MATEMATIKA

Jan Kastelic (FMF)

25. oktober 2023

57 / 75

MATEMATIKA -Kvadratna funkcija, kompleksna števila

Kvadratna funkcija, kompleksna števila

- Vektorii
- Soreni, lastnosti funkcij, potenčna funkcija
- Mvadratna funkcija, kompleksna števila
  - Kvadratna enačba
  - Kvadratna funkcija in parabola
  - Presečišča parabol
  - Kvadratna neenačba
  - Modeliranje s kvadratno funkcijo in ekstremalni problemi
  - Wodeliranje s kvadratno
  - Množica kompleksnih števil Računanje s kompleksnimi števili



4□ > 4₱ > 4Ē > 4Ē > Ē • 9Q(>

# MATEMATIKA —Kvadratna funkcija, kompleksna števila



Koreni, lastnosti funkcij, potenčna funkcija

Kvadratna funkcija, kompleksna števila
 Kvadratna enačba

Kvadratna funkcija in parabola
 Presečišča parabol
 Kvadratna neenačba
 Modeliranje s kvadratno funkcijo in ekstremalni problem

Modeliranje s kvadratno funkcijo in ekstri
 Množica kompleksnih števil
 Računanje s kompleksnimi števili

mentra in regaritmaka ran

4□ > 4₫ > 4 Ē > 4 Ē > Ē 9 Q @

MATEMATIKA

–Kvadratna funkcija, kompleksna števila

—Kvadratna enačba └─Kvadratna enačba Kvadratna enačba

Jan Kastelic (FMF)

Kvadratna enačba

MATEMATIKA

25. oktober 2023

59 / 75

60 / 75

MATEMATIKA -Kvadratna funkcija, kompleksna števila -Kvadratna funkcija in parabola

Kvadratna funkcija in parabola

Kvadratna funkcija in parabola

Jan Kastelic (FMF) MATEMATIKA 25. oktober 2023

61 / 75

MATEMATIKA –Kvadratna funkcija, kompleksna števila —Presečišča parabol Presečišča parabol

2023-10-25

Presečišča parabol

MATEMATIKA –Kvadratna funkcija, kompleksna števila —Kvadratna neenačba └─Kvadratna neenačba

Kvadratna neenačba

Modeliranje s kvadratno funkcijo in ekstremalni problemi

63 / 75

MATEMATIKA

-Kvadratna funkcija, kompleksna števila

-Modeliranje s kvadratno funkcijo in ekstremalni problemi

Modeliranje s kvadratno funkcijo in ekstremalni problemi

Modeliranie s kvadratno funkcijo in ekstremalni problemi

MATEMATIKA -Kvadratna funkcija, kompleksna števila —Množica kompleksnih števil Množica kompleksnih števil

Množica kompleksnih števil

Množica kompleksnih števil

2023-10-25

## Section 5

Eksponentna in logaritemska funkcija

Jan Kastelic (FMF) MATEMATIKA

MATIKA 25. oktober 2023

3

66 / 75

# Eksponentna in logaritemska funkcija © teatron (malija, mendista banda) © Basponenta (malija, mendista banda) \*\*Eksponenta (malija,

MATEMATIKA

Eksponentna enačba

MATEMATIKA -Eksponentna in logaritemska funkcija –Eksponentna enačba Eksponentna enačba

Eksponentna enačba

2023-10-25

MATEMATIKA Eksponentna in logaritemska funkcija Logaritem Logaritem

Logaritem

MATEMATIKA -Eksponentna in logaritemska funkcija Pravila za računanje z logaritmi Pravila za računanje z logaritmi Pravila za računanie z logaritmi

MATEMATIKA -Eksponentna in logaritemska funkcija —Logaritemska enačba Logaritemska enačba

Logaritemska enačba

2023-10-25

72 / 75

MATEMATIKA

-Eksponentna in logaritemska funkcija

Eksponentna in logaritemska funkcija Eksponentna in logaritemska funkcija Eksponentna in logaritemska funkcija

MATEMATIKA

-Eksponentna in logaritemska funkcija

Modeliranje z eksponentno in logaritemsko funkcijo

Modeliranje z eksponentno in logaritemsko funkcijo

Modeliranie z eksponentno in logaritemsko funkcijo

### MATEMATIKA

-Eksponentna in logaritemska funkcija -Sprememba osnove logaritma Sprememba osnove logaritma

Sprememba osnove logaritma

Jan Kastelic (FMF)

MATEMATIKA

25. oktober 2023

74 / 75

MATEMATIKA -Eksponentna in logaritemska funkcija Eksponentna in logaritemska neenačba Eksponentna in logaritemska neenačba Eksponentna in logaritemska neenačba