3.7 Urejenost naravnih in celih števil

Številska množica je **urejena**, kadar lahko po velikosti primerjamo njena poljubna elementa. Pri urejanju števil uporabljamo naslednje znake:

$<$	manjše / manj
$>$	večje / več
$\leqslant$	manjše ali enako / največ
$\geqslant$	večje ali enako / vsaj, najmanj
$=$	enako

Za poljubni števili $x, y \in \mathbb{Z}$ velja natanko ena izmed naslednjih možnosti: $x > y$, $x < y$ ali $x = y$.

Slika števila x leži na številski premici desno od slike števila y:

$$\mathbf{x > y \Leftrightarrow x - y > 0}$$

Slika števila x leži na številski premici levo od slike števila y:

$$\mathbf{x < y \Leftrightarrow x - y < 0}$$

Slika števila x sovpada s sliko števila y:

$$\mathbf{x = y \Leftrightarrow x - y = 0}$$

Velja pa tudi:

$$x \leqslant y \Leftrightarrow x - y \leqslant 0$$

$$x \geqslant y \Leftrightarrow x - y \geqslant 0$$

Pozitivna in negativna števila

V množici $\mathbb{Z}$ so pozitivna tista števila, ki so večja od števila 0 in njihove slike ležijo desno od izhodišča, negativna pa tista števila, ki so manjša od števila 0 in njihove slike ležijo levo od izhodišča.
Vsako pozitivno celo število (vsako naravno število) je večje od katerega koli negativnega celega števila.

3.7.1 Linearna urejenost

Z relacijo *biti manjši ali enak* je množica $\mathbb{Z}$ **linearno urejena**, to pomeni, da veljajo naslednje lastnosti: refleksivnost, antisimetričnost, tranzitivnost, stroga sovisnost.

Refleksivnost

$$\forall x \in \mathbb{Z} : x \leqslant x$$

Antisimetričnost

$$\forall x, y \in \mathbb{Z} : x \leqslant y \wedge y \leqslant x \Rightarrow x = y$$

Tranzitivnost

$$\forall x, y, z \in \mathbb{Z} : x \leqslant y \wedge y \leqslant z \Rightarrow x \leqslant z$$

Stroga sovisnost

$$\forall x, y \in \mathbb{Z} : x \leqslant y \vee y \leqslant x$$

3.7.2 Lastnosti relacij $\leqslant$ in $<$

Monotonost vsote

$$x < y \Rightarrow x + z < y + z \qquad x \leqslant y \Rightarrow x + z \leqslant y + z$$

Če na obeh straneh neenakosti prištejemo isto število, se neenakost ohrani.

$$x < y \wedge z > 0 \Rightarrow x \cdot z < y \cdot z \qquad x \leqslant y \wedge z > 0 \Rightarrow x \cdot z \leqslant y \cdot z$$

Pri množenju neenakosti z negativnim številom se znak neenakosti ohrani.

$$x < y \wedge z < 0 \Rightarrow x \cdot z > y \cdot z \qquad x \leqslant y \wedge z < 0 \Rightarrow x \cdot z \geqslant y \cdot z$$

Pri množenju neenakosti z negativnim številom se znak neenakosti obrne.

Obravnavane lastnosti veljajo tudi za relaciji $\geqslant$ in $>$.

Naloga 3.9. *Uredite števila* $3, -2, 5, -1, 0, -7, 6, -6$ *po velikosti in jih predstavite na številski premici.*

Naloga 3.10. *Uredite števila* $104, -27, 35, -107, 36, -26, 25, -28, 81$ *po velikosti.*

Naloga 3.11. *Gladina Mrtvega morja leži v depresiji na* -423 *m nadmorske višine, njegova največja globina pa je* 378 *m. Kolikšna je najmanjša nadmorska višina dna Mrtvega morja?*

Naloga 3.12. *Za katera cela števila* x *ima izraz* $3x - 5(x + 2)$ *večjo ali enako vrednost od izraza* $4 - (12 + x)$*?*