MATEMATIKA

2. letnik – splošna gimnazija

Jan Kastelic

Gimnazija Antona Aškerca,
Šolski center Ljubljana

19. oktober 2025

Vsebina

Section 1

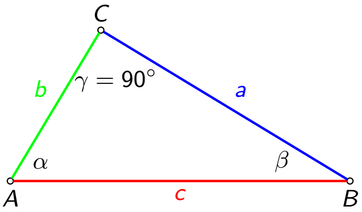
Kotne funkcije

1. Kotne funkcije
   - Definicija kotnih funkcij v pravokotnem trikotniku
   - Računanje vrednosti kotnih funkcij
   - Zveze med kotnimi funkcijami
   - Razširitev pojma kotne funkcije do polnega kota

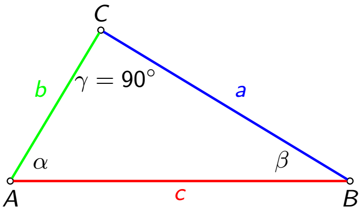
2. Vektorji

Kotne funkcije v pravokotnem trikotniku

Kotne funkcije v pravokotnem trikotniku



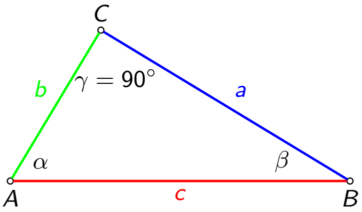
Kotne funkcije v pravokotnem trikotniku



Sinus kota α je razmerje med dolžinama kotu α nasprotne katete in hipotenuze:

$$\sin\alpha = \frac{\text{nasprotna kateta}}{\text{hipotenuza}} = \frac{a}{c}.$$

Kotne funkcije v pravokotnem trikotniku



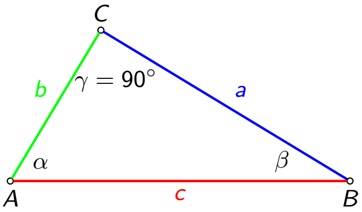
Sinus kota α je razmerje med dolžinama kotu α nasprotne katete in hipotenuze:

$$\sin\alpha = \frac{\text{nasprotna kateta}}{\text{hipotenuza}} = \frac{a}{c}.$$

Kosinus kota α je razmerje med dolžinama kotu α priležne katete in hipotenuze:

$$\cos\alpha = \frac{\text{priležna kateta}}{\text{hipotenuza}} = \frac{b}{c}.$$

Kotne funkcije v pravokotnem trikotniku



Sinus kota α je razmerje med dolžinama kotu α nasprotne katete in hipotenuze:

$$\sin\alpha = \frac{\text{nasprotna kateta}}{\text{hipotenuza}} = \frac{a}{c}.$$

Kosinus kota α je razmerje med dolžinama kotu α priležne katete in hipotenuze:

$$\cos\alpha = \frac{\text{priležna kateta}}{\text{hipotenuza}} = \frac{b}{c}.$$

Tangens kota α je razmerje med dolžinama kotu α nasprotne katete in priležne katete:

$$\tan\alpha = \frac{\text{nasprotna kateta}}{\text{priležna kateta}} = \frac{a}{b}.$$

Naloga

V pravokotnem trikotniku sta dolžini katet $a = 12\ cm$ in $b = 5\ cm$. Natančno izračunajte vrednosti kotnih funkcij kota β.

Naloga

V pravokotnem trikotniku sta dolžini katet $a = 12\ cm$ in $b = 5\ cm$. Natančno izračunajte vrednosti kotnih funkcij kota β.

Naloga

V pravokotnem trikotniku sta dolžini katet $a = 6\ cm$ in $b = 5\ cm$. Natančno izračunajte vrednosti kotnih funkcij kota β.

Naloga

V pravokotnem trikotniku sta dolžini katet $a = 12\ cm$ in $b = 5\ cm$. Natančno izračunajte vrednosti kotnih funkcij kota β.

Naloga

V pravokotnem trikotniku sta dolžini katet $a = 6\ cm$ in $b = 5\ cm$. Natančno izračunajte vrednosti kotnih funkcij kota β.

Naloga

V pravokotnem trikotniku je dolžina hipotenuze $c = 10$ in dolžina katete $a = 6$. Natančno izračunajte vrednosti kotnih funkcij za kot α.

Naloga

Načrtajte pravokotni trikotnik $\triangle ABC$, v katerem velja:

- $\sin\alpha = \frac{2}{5}$
- $\cos\alpha = \frac{5}{6}$
- $\tan\alpha = \frac{3}{7}$
- $\cos\beta = \frac{4}{7}$
- $\tan\beta = \frac{0.3}{0.2}$

Vrednosti kotnih funkcij nekaterih kotov

Vrednosti kotnih funkcij nekaterih kotov

φ [rad]	φ [°]	$\sin\varphi$	$\cos\varphi$	$\tan\varphi$	$\cot\varphi$
0	0°	0	1	0	/
$\frac{\pi}{6}$	30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{4}$	45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	1
$\frac{\pi}{3}$	60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
$\frac{\pi}{2}$	90°	1	0	/	0

Kotne funkcije komplementarnih kotov

Kotne funkcije komplementarnih kotov

Sinus kota je enak kosinusu komplementarnega kota in obratno.

$$\sin(90^\circ - \varphi) = \cos\varphi$$

$$\cos(90^\circ - \varphi) = \sin\varphi$$

Kotne funkcije komplementarnih kotov

Sinus kota je enak kosinusu komplementarnega kota in obratno.

$$\sin(90^\circ - \varphi) = \cos\varphi$$

$$\cos(90^\circ - \varphi) = \sin\varphi$$

Tangens kota je enak kotangensu komplementarnega kota in obratno.

$$\tan(90^\circ - \varphi) = \cot\varphi$$

$$\cot(90^\circ - \varphi) = \tan\varphi$$

Naloga

Na štiri decimalna mesta natančno izračunajte vrednosti kotnih funkcij za kot x.

- $x = 55^\circ$
- $x = 39^\circ$
- $x = 12^\circ$

Naloga

Na štiri decimalna mesta natančno izračunajte vrednosti kotnih funkcij za kot x.

- $x = 55^\circ$
- $x = 39^\circ$
- $x = 12^\circ$

Naloga

Na minuto natančno izračunaj velikost kota, če je:

- $\sin x = 0.25$
- $\cos x = 0.6$
- $\tan x = 3$
- $\sin x = 2$
- $\cos x = \frac{2}{5}$

Naloga

Natančno izračunajte vrednost izraza.

- $\sin 90^\circ + \cos 0^\circ + \tan 45^\circ$
- $\dfrac{\sin 30^\circ}{\cos 30^\circ}$
- $\dfrac{\tan 30^\circ}{\sin 60^\circ} - \dfrac{\tan 60^\circ}{\cos 60^\circ}$
- $\dfrac{1 - \sin 45^\circ}{\cos 45^\circ}$
- $\tan 30^\circ \cdot \dfrac{\sin 45^\circ}{\cos 30^\circ}$
- $\dfrac{\sin 90^\circ}{1 - \tan 30^\circ}$
- $\sin 60^\circ + \cos 30^\circ - \tan 45^\circ$
- $\cos 45^\circ + \sin 45^\circ - 3\tan 30^\circ$

Naloga

V pravokotniku meri stranica $a = 10\ cm$, diagonala pa $14\ cm$. Izračunajte natančno dolžino druge stranice in velikost kota med stranico a in diagonalo na dve decimalki stopinje natančno.

Naloga

V pravokotniku meri stranica $a = 10\ cm$, diagonala pa $14\ cm$. Izračunajte natančno dolžino druge stranice in velikost kota med stranico a in diagonalo na dve decimalki stopinje natančno.

Naloga

V enakokrakem trikotniku meri višina na osnovnico $24\ cm$, osnovnica pa $14\ cm$. Izračunajte dolžino kraka in velikost kota med krakom in osnovnico na dve decimalki stopinje natančno.

Naloga

V pravokotniku meri stranica $a = 10\ cm$, diagonala pa $14\ cm$. Izračunajte natančno dolžino druge stranice in velikost kota med stranico a in diagonalo na dve decimalki stopinje natančno.

Naloga

V enakokrakem trikotniku meri višina na osnovnico $24\ cm$, osnovnica pa $14\ cm$. Izračunajte dolžino kraka in velikost kota med krakom in osnovnico na dve decimalki stopinje natančno.

Naloga

Enakokraki trapez ima osnovnici dolgi $45\ cm$ in $23\ cm$, višina pa je $60\ cm$. Izračunajte dolžino kraka in velikost kota med krakom in osnovnico na minuto natančno.

Naloga

V pravokotniku meri stranica $a = 10$ cm, diagonala pa 14 cm. Izračunajte natančno dolžino druge stranice in velikost kota med stranico a in diagonalo na dve decimalki stopinje natančno.

Naloga

V enakokrakem trikotniku meri višina na osnovnico 24 cm, osnovnica pa 14 cm. Izračunajte dolžino kraka in velikost kota med krakom in osnovnico na dve decimalki stopinje natančno.

Naloga

Enakokraki trapez ima osnovnici dolgi 45 cm in 23 cm, višina pa je 60 cm. Izračunajte dolžino kraka in velikost kota med krakom in osnovnico na minuto natančno.

Naloga

Vrh stolpa vidimo pod kotom 19.17°, če pa se mu približamo za 50 m, ga vidimo pod kotom 34.23°. Izračunajte višino stolpa, če je točka gledišča na višini 1.7 m.

Naloga

Koliko meri središčni kot nad lokom AB v krogu s polmerom 8 cm, če je $|AB| = 6$ cm? Kot izrazite v stopinjah na štiri decimalke natančno.

Naloga

Koliko meri središčni kot nad lokom AB v krogu s polmerom 8 cm, če je $|AB| = 6$ cm? Kot izrazite v stopinjah na štiri decimalke natančno.

Naloga

V enakokrakem trapezu z osnovnicama 12 cm in 6 cm kot ob osnovnici meri $\alpha = 73°$. Izračunajte dolžino kraka.

Naloga

Koliko meri središčni kot nad lokom AB v krogu s polmerom 8 cm, če je $|AB| = 6$ cm? Kot izrazite v stopinjah na štiri decimalke natančno.

Naloga

V enakokrakem trapezu z osnovnicama 12 cm in 6 cm kot ob osnovnici meri $\alpha = 73°$. Izračunajte dolžino kraka.

Naloga

Pravokotnik ima stranici dolgi 5 cm in 6 cm. Na minuto natančno izračunajte kot, ki ga oklepata diagonali v pravokotniku.

Naloga

Koliko meri središčni kot nad lokom AB v krogu s polmerom 8 cm, če je $|AB| = 6$ cm? Kot izrazite v stopinjah na štiri decimalke natančno.

Naloga

V enakokrakem trapezu z osnovnicama 12 cm in 6 cm kot ob osnovnici meri $\alpha = 73^\circ$. Izračunajte dolžino kraka.

Naloga

Pravokotnik ima stranici dolgi 5 cm in 6 cm. Na minuto natančno izračunajte kot, ki ga oklepata diagonali v pravokotniku.

Naloga

V rombu je dolžina diagonale e dvakrat tolikšna kot dolžina diagonale f. Na minuto natančno izračunajte velikost kota α.

Zveze med kotnimi funkcijami

Zveze med kotnimi funkcijami

$$\tan\varphi = \frac{b}{a} = \frac{\frac{a}{c}}{\frac{b}{c}} = \frac{\sin\varphi}{\cos\varphi}$$

Zveze med kotnimi funkcijami

$$\tan\varphi = \frac{b}{a} = \frac{\frac{a}{c}}{\frac{b}{c}} = \frac{\sin\varphi}{\cos\varphi}$$

$$\cot\varphi = \frac{a}{b} = \frac{\frac{b}{c}}{\frac{a}{c}} = \frac{\cos\varphi}{\sin\varphi}$$

Zveze med kotnimi funkcijami

$$\tan\varphi = \frac{b}{a} = \frac{\frac{a}{c}}{\frac{b}{c}} = \frac{\sin\varphi}{\cos\varphi}$$

$$\cot\varphi = \frac{a}{b} = \frac{\frac{b}{c}}{\frac{a}{c}} = \frac{\cos\varphi}{\sin\varphi}$$

$$\tan\varphi \cdot \cot\varphi = \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1$$

Zveze med kotnimi funkcijami

$$\tan\varphi = \frac{b}{a} = \frac{\frac{a}{c}}{\frac{b}{c}} = \frac{\sin\varphi}{\cos\varphi}$$

$$\cot\varphi = \frac{a}{b} = \frac{\frac{b}{c}}{\frac{a}{c}} = \frac{\cos\varphi}{\sin\varphi}$$

$$\tan\varphi\cdot\cot\varphi = \frac{a}{b}\cdot\frac{b}{a} = 1$$

$$\sin^2\varphi + \cos^2\varphi = 1$$

Naloga

Natančno izračunajte vrednosti preostalih kotnih funnkcj v pravokotnem trikotniku, če je kot α oster in velja:

- $\cos\alpha = 0.1$
- $\sin\alpha = \dfrac{8}{17}$
- $\tan\alpha = 2$

Naloga

Poenostavite izraze s pomočjo zvez med kotnimi funkcijami.

- $1-\sqrt{\left(1-\sin^2 x\right)\cos^2 x}$
- $\tan^2 x-\dfrac{1}{1-\sin^2 x}$
- $\dfrac{\cos x}{1+\sin x}+\dfrac{\cos x}{\sin x-1}$
- $\dfrac{\sin x}{\tan x}\cdot\cos x-1$
- $\cos x\left(1+\tan^2 x\right)$
- $\dfrac{(\sin x+\cos x)^2-1}{\tan x}$
- $\dfrac{1}{\tan x}+\dfrac{1-2\cos^2 x}{\sin x\cos x}$
- $\sin x+\cos^2 x\cdot\sin^{-1} x$
- $\dfrac{1}{\left(\dfrac{\tan^{-1} x\cdot\sin x}{\sqrt{1-\cos^2 x}}\right)}$
- $\left((\tan x\cos x)^{-2}+\cos^{-2} x\right)\sin^2 x$
- $\left(\dfrac{1}{\cot x}\sin^{-1} x\right)^{-2}+\sin x\tan x\cos x$

Naloga

Natančno izračunajte brez uporabe računala.

- $\dfrac{\cos 15^\circ}{\sin 75^\circ} - 2 \cdot \dfrac{\sin 15^\circ}{\cos 75^\circ}$
- $\sin^2 55^\circ + \cos^2 45^\circ - \dfrac{\frac{\tan 33^\circ}{\sin 33^\circ}}{\sin 57^\circ}$
- $\sin^2 86^\circ \cdot \left(\sin^2 5^\circ + \sin^2 85^\circ + \tan^2 4^\circ\right)$
- $\dfrac{1 - \sin^2 15^\circ}{\sin^2 75^\circ}$

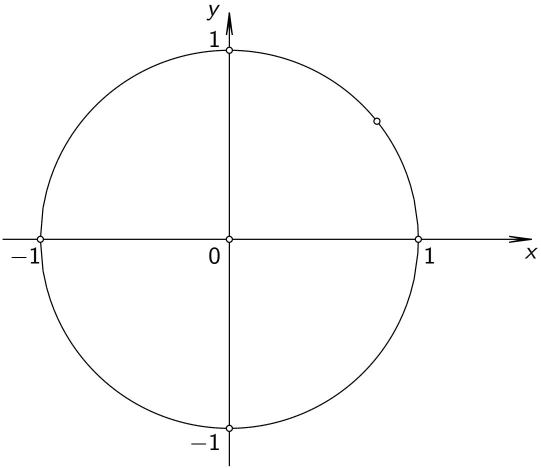
Kotne funkcije v enotskem krogu

Kotne funkcije v enotskem krogu

Enotska krožnica je krožnica s polmerom ene enote in s središčem v koordinatnem izhodišču.

Kotne funkcije v enotskem krogu

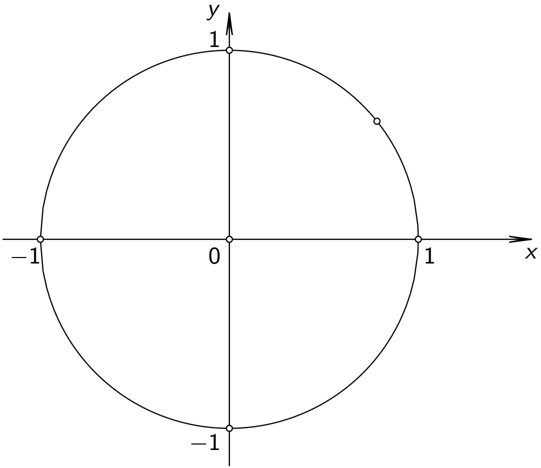
Enotska krožnica je krožnica s polmerom ene enote in s središčem v koordinatnem izhodišču.



Kotne funkcije v enotskem krogu

Enotska krožnica je krožnica s polmerom ene enote in s središčem v koordinatnem izhodišču.

Kot φ z vrhom v koordinatnem izhodišču določata:

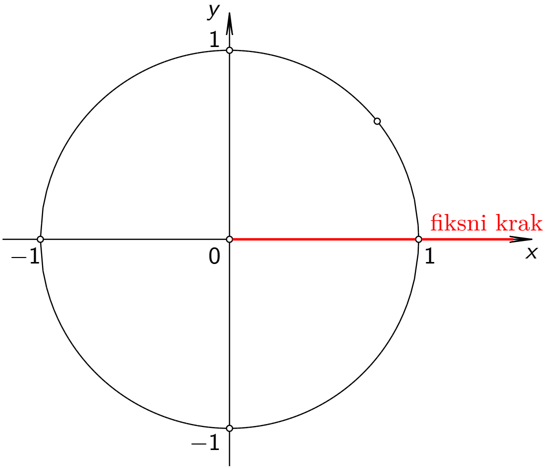


Kotne funkcije v enotskem krogu

Enotska krožnica je krožnica s polmerom ene enote in s središčem v koordinatnem izhodišču.

Kot φ z vrhom v koordinatnem izhodišču določata:

- **fiksni/nepremični krak** kota leži na pozitivnem delu abscisne osi in

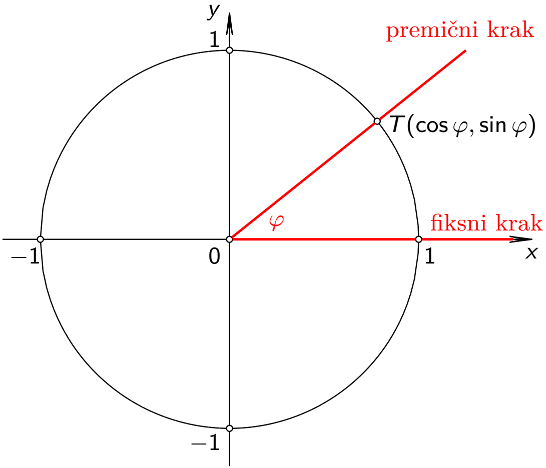


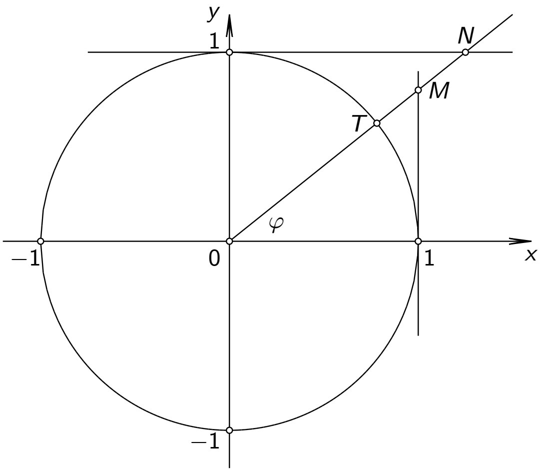
Kotne funkcije v enotskem krogu

Enotska krožnica je krožnica s polmerom ene enote in s središčem v koordinatnem izhodišču.

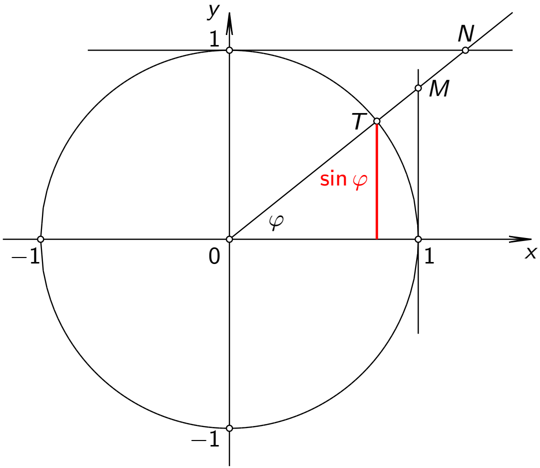
Kot φ z vrhom v koordinatnem izhodišču določata:

- **fiksni/nepremični krak** kota leži na pozitivnem delu abscisne osi in
- **premični krak** določa velikost kota in leži v enem izmed štirih kvadrantov ter seka enotsko krožnico v točki $(\cos x, \sin x)$.



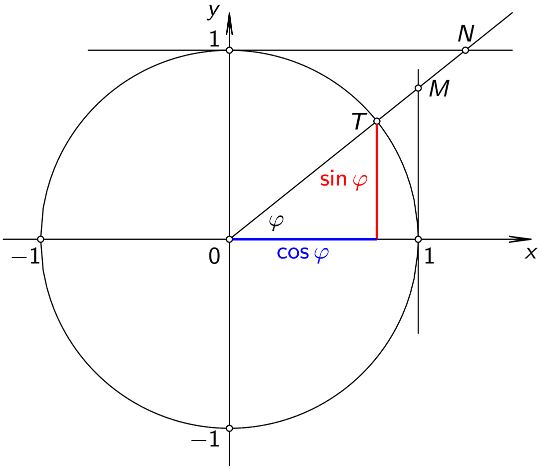

y
1
N
M
T
φ
−1
0
1
x
−1

Sinus kota φ je enak oridnati presečišča premičnega kraka z enotsko krožnico.



Sinus kota φ je enak oridnati presečišča premičnega kraka z enotsko krožnico.

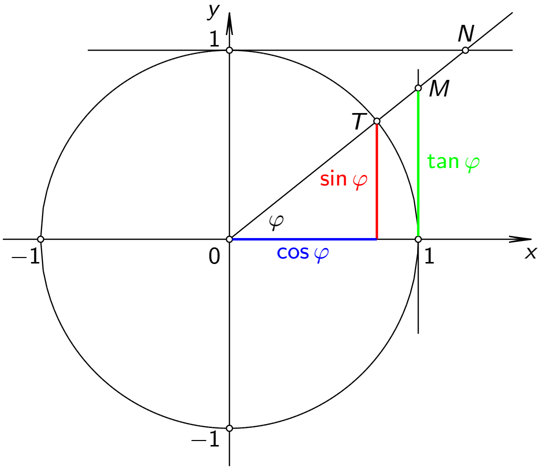
Kosinus kota φ je enak abscisi presečišča premičnega kraka z enotsko krožnico.



Sinus kota φ je enak oridnati presečišča premičnega kraka z enotsko krožnico.

Kosinus kota φ je enak abscisi presečišča premičnega kraka z enotsko krožnico.

Tangens kota φ je enak ordinati presečišča nosilke premičnega kraka z navpično tangento enotskega kroga v točki $(1,0)$.

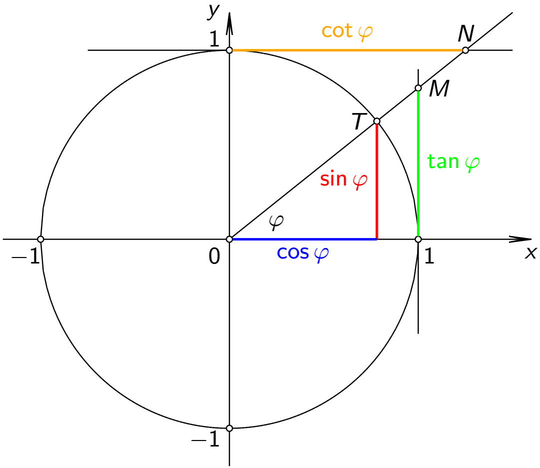


Sinus kota φ je enak oridnati presečišča premičnega kraka z enotsko krožnico.

Kosinus kota φ je enak abscisi presečišča premičnega kraka z enotsko krožnico.

Tangens kota φ je enak ordinati presečišča nosilke premičnega kraka z navpično tangento enotskega kroga v točki $(1, 0)$.

Kotangens kota φ je enak abscisi presečišča nosilke premičnega kraka z vodoravno tangento enotskega kroga v točki $(0, 1)$.



Stopinje in radiani

Stopinje in radiani

Radian

Loku na krožnici, ki je enako dolg kot polmer krožnice, pripada središčni kot, velik $1\ \mathrm{radian}$.

Stopinje in radiani

Radian

Loku na krožnici, ki je enako dolg kot polmer krožnice, pripada središčni kot, velik 1 radian.

$$1\ \mathrm{rad} = \frac{180^\circ}{\pi} \doteq 57{,}3^\circ$$

Stopinje in radiani

Radian

Loku na krožnici, ki je enako dolg kot polmer krožnice, pripada središčni kot, velik $1\ \mathrm{radian}$.

$$1\ \mathrm{rad} = \frac{180^\circ}{\pi} \doteq 57,3^\circ$$

Pretvorba med stopinjami in radiani

Naj bo kot φ podan v radianih, ϕ pa njemu pripadajoči kot podan v stopinjah. Potem velja:

Stopinje in radiani

Radian

Loku na krožnici, ki je enako dolg kot polmer krožnice, pripada središčni kot, velik 1 radian.

$$1\ \mathrm{rad} = \frac{180^\circ}{\pi} \doteq 57{,}3^\circ$$

Pretvorba med stopinjami in radiani

Naj bo kot φ podan v radianih, ϕ pa njemu pripadajoči kot podan v stopinjah. Potem velja:

$$\varphi = \frac{\pi}{180^\circ}\phi$$

Stopinje in radiani

Radian

Loku na krožnici, ki je enako dolg kot polmer krožnice, pripada središčni kot, velik 1 radian.

$$1\ \mathrm{rad} = \frac{180^\circ}{\pi} \doteq 57,3^\circ$$

Pretvorba med stopinjami in radiani

Naj bo kot φ podan v radianih, ϕ pa njemu pripadajoči kot podan v stopinjah. Potem velja:

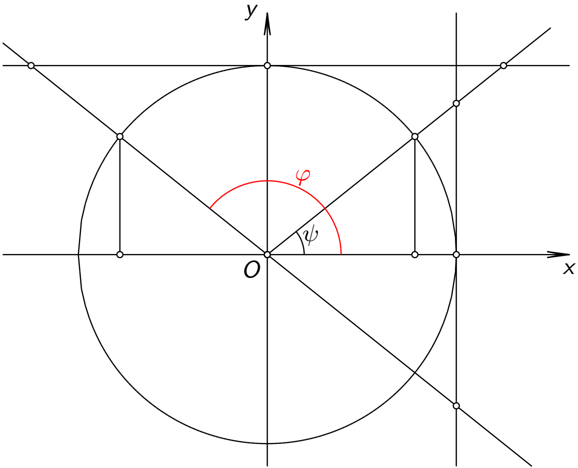
$$\varphi = \frac{\pi}{180^\circ}\phi$$

in

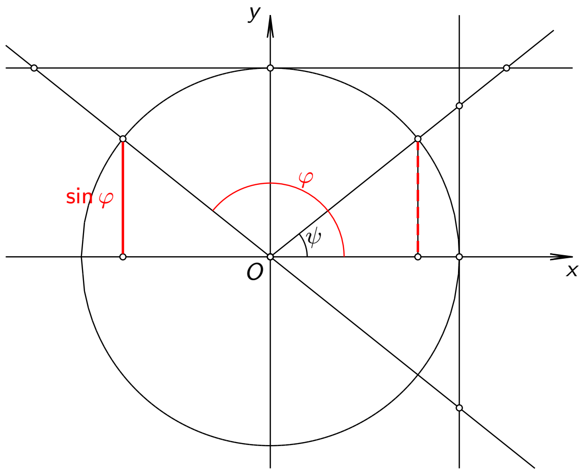
$$\phi = \frac{180^\circ}{\pi}\varphi.$$

Kot φ med 90° in 180°

Kot φ med 90° in 180°



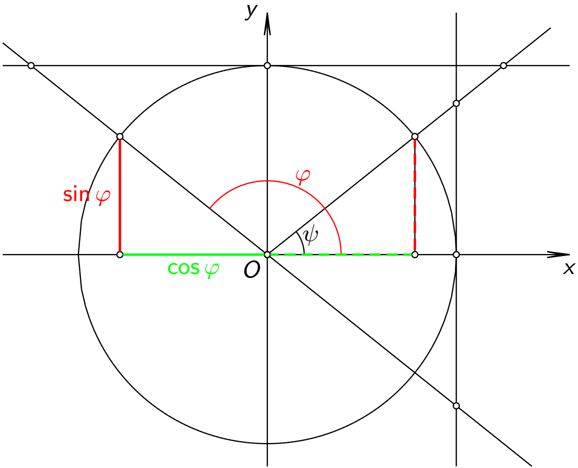
Kot φ med 90° in 180°



Sinusa suplementarnih kotov sta enaka;

$$\sin(180^\circ - \psi) = \sin\psi$$

Kot φ med 90° in 180°

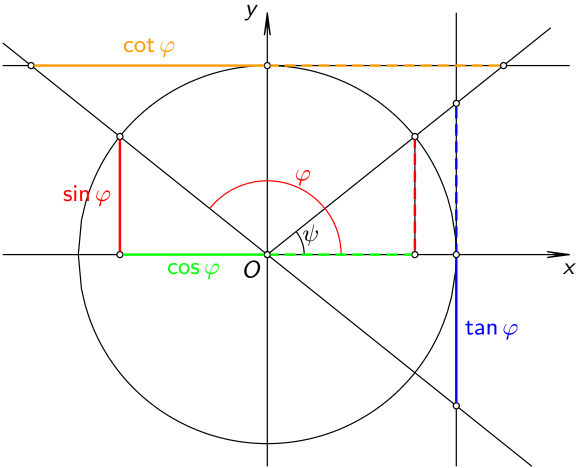


Sinusa suplementarnih kotov sta enaka; kosinusa suplementarnih kotov sta nasprotno enaka.

$$\sin(180^\circ - \psi) = \sin\psi$$

$$\cos(180^\circ - \psi) = -\cos\psi$$

Kot φ med 90° in 180°



Sinusa suplementarnih kotov sta enaka; kosinusa suplementarnih kotov sta nasprotno enaka.

$$\sin(180^\circ - \psi) = \sin\psi$$

$$\cos(180^\circ - \psi) = -\cos\psi$$

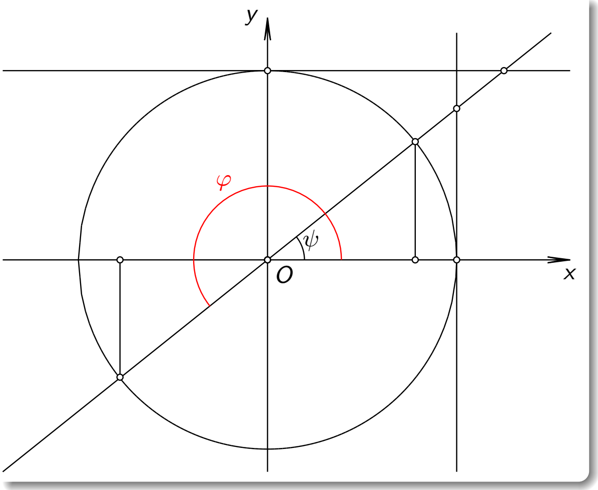
Tangensa in kotangensa suplementarnih kotov sta nasprotno enaka.

$$\tan(180^\circ - \psi) = -\tan\psi$$

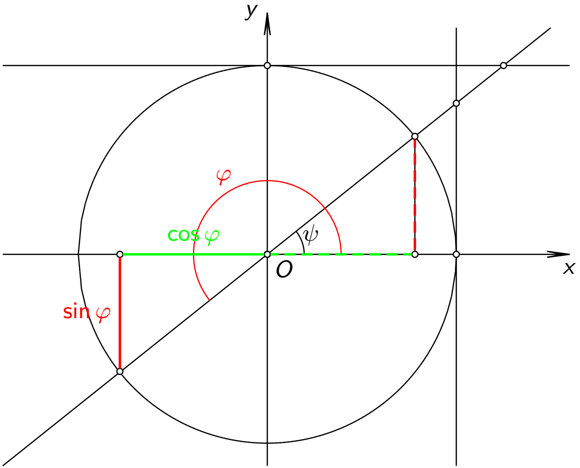
$$\cot(180^\circ - \psi) = -\cot\psi$$

Kot φ med 180° in 270°

Kot φ med 180° in 270°



Kot φ med 180° in 270°

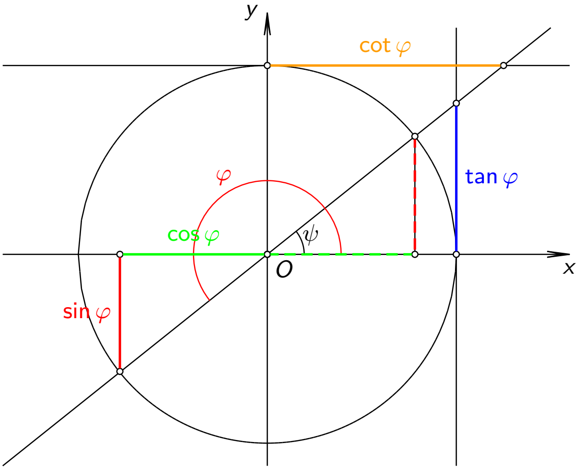


Sinusa in kosinusa kotov, ki se razlikujeta za π, sta nasprotno enaka.

$$\sin(180^\circ + \psi) = -\sin\psi$$

$$\cos(180^\circ + \psi) = -\cos\psi$$

Kot φ med 180° in 270°



Sinusa in kosinusa kotov, ki se razlikujeta za π, sta nasprotno enaka.

$$\sin(180^\circ + \psi) = -\sin\psi$$

$$\cos(180^\circ + \psi) = -\cos\psi$$

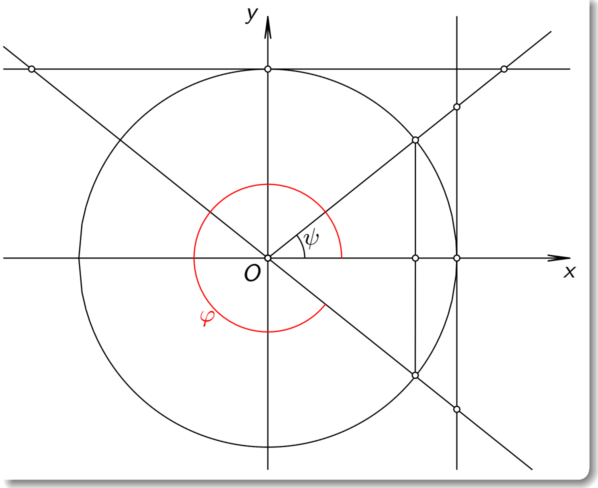
Tangensa in kotangensa kotov, ki se razlikujeta za π, sta enaka.

$$\tan(180^\circ + \psi) = \tan\psi$$

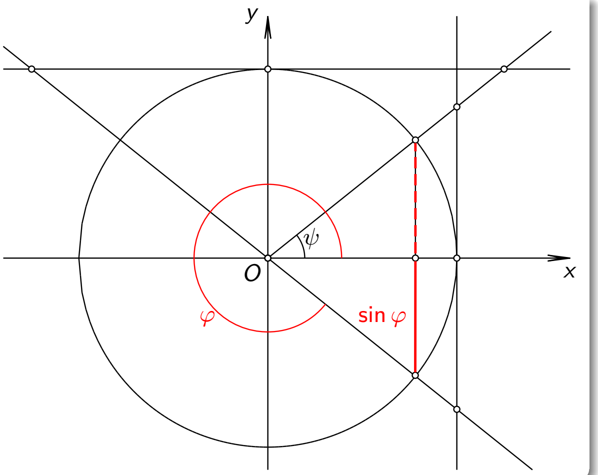
$$\cot(180^\circ + \psi) = \cot\psi$$

Kot φ med 270° in 360°

Kot φ med 270° in 360°



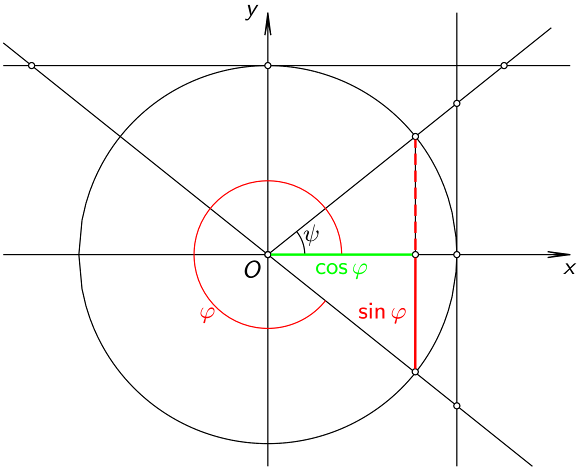
Kot φ med 270° in 360°



$$\sin(360^\circ - \psi) = -\sin\psi$$

$$\sin(-\psi) = -\sin\psi$$

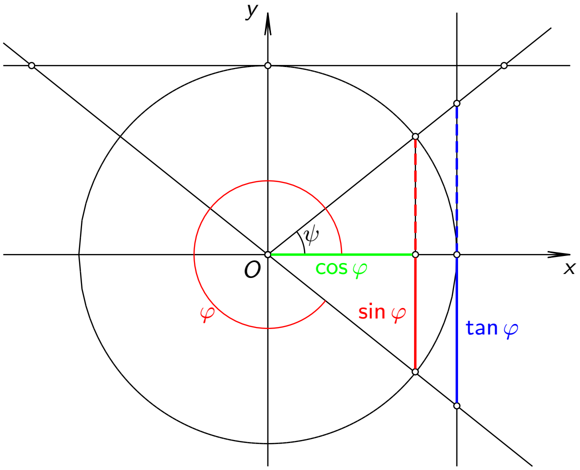
Kot φ med 270° in 360°



$$\sin(360^\circ - \psi) = -\sin\psi$$
$$\cos(360^\circ - \psi) = \cos\psi$$

$$\sin(-\psi) = -\sin\psi$$
$$\cos(-\psi) = \cos\psi$$

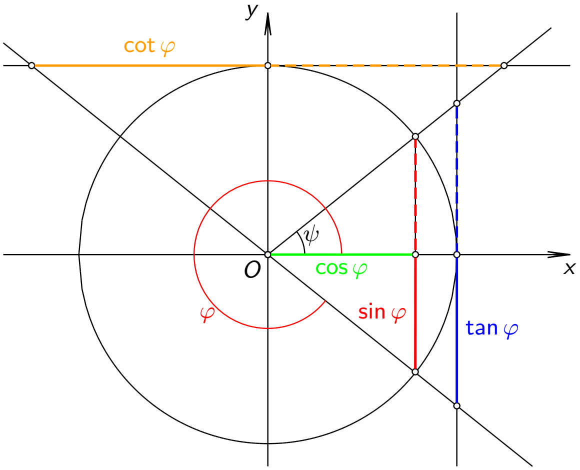
Kot φ med 270° in 360°



$$\sin(360^\circ - \psi) = -\sin\psi$$
$$\cos(360^\circ - \psi) = \cos\psi$$
$$\tan(360^\circ - \psi) = -\tan\psi$$

$$\sin(-\psi) = -\sin\psi$$
$$\cos(-\psi) = \cos\psi$$
$$\tan(-\psi) = -\tan\psi$$

Kot φ med 270° in 360°



$$\sin(360^\circ - \psi) = -\sin\psi$$
$$\cos(360^\circ - \psi) = \cos\psi$$
$$\tan(360^\circ - \psi) = -\tan\psi$$
$$\cot(360^\circ - \psi) = -\cot\psi$$

$$\sin(-\psi) = -\sin\psi$$
$$\cos(-\psi) = \cos\psi$$
$$\tan(-\psi) = -\tan\psi$$
$$\cot(-\psi) = -\cot\psi$$

Vrednosti kotnih funkcij nekaterih kotov

Vrednosti kotnih funkcij nekaterih kotov

φ [rad]	φ [°]	$\sin\varphi$	$\cos\varphi$	$\tan\varphi$	$\cot\varphi$
0	0	0	1	0	/
$\frac{\pi}{6}$	30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{4}$	45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	1
$\frac{\pi}{3}$	60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
$\frac{\pi}{2}$	90°	1	0	/	0
π	180°	0	-1	0	/
$\frac{3\pi}{2}$	270°	-1	0	/	0

Naloga

Izrazite s kotno funkcijo kota, manjšega od 45°.

- $\sin 200^\circ$
- $\cos 115^\circ$
- $\tan 170^\circ$
- $\sin 299^\circ$
- $\cos 355^\circ$
- $\cot 335^\circ$
- $\tan 163^\circ$
- $\cos 255^\circ$
- $\sin 190^\circ$
- $\cot 203^\circ$
- $\cos 154^\circ$
- $\sin 245^\circ$
- $\tan 140^\circ$
- $\cos 218^\circ$
- $\tan 179^\circ$

Naloga

Najprej izrazite vrednost dane kotne funkcije s kotno funkcijo ostrega kota in nato izračunajte njeno natančno vrednost.

- $\sin 300^\circ$
- $\cos 330^\circ$
- $\tan 315^\circ$
- $\cos 225^\circ$
- $\sin 240^\circ$
- $\tan 150^\circ$
- $\cos 120^\circ$
- $\sin 180^\circ$

Naloga

Natančno izračunajte.

- $\dfrac{\cos 300^\circ - \sin 210^\circ - \sin 0^\circ}{\tan 300^\circ + \tan 135^\circ}$
- $\sin 120^\circ - \cos 150^\circ + \tan 225^\circ$
- $(\sin 150^\circ - \cos 210^\circ)^2 + \tan^2 315^\circ$
- $\dfrac{\cos 240^\circ + \tan 135^\circ - \sin^2 315^\circ}{\tan 300^\circ}$
- $\dfrac{\cos 135^\circ + \sin 225^\circ}{\tan 300^\circ - \tan 120^\circ - \sin 270^\circ}$

Naloga

Za kot x je podana vrednost ene kotne funkcije in območje velikost kota. Izračunajte natančne vrednosti drugih kotnih funkcij za kot x.

- $x \in [180°, 270°]$; $\sin x = -0.6$
- $x \in [90°, 180°]$; $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{3}$
- IV. kvadrant; $\tan x = -\sqrt{3}$
- II. kvadrant; $\tan x = -2$
- III. kvadrant; $\tan x = 3$
- II. kvadrant; $\sin x = \frac{3}{4}$
- $x \in [270°, 360°]$; $\cos x = \frac{1}{3}$
- $x \in [180°, 270°]$; $\cos x = -\frac{4}{5}$
- IV. kvadrant; $\sin x = -\frac{15}{17}$

Naloga

Podana je vrednost ene kotne funkcije za kot x. Izračunajte velikost kota x glede na pogoj o njegovi velikosti.

- $x \in [270°, 360°]$; $\cos x = 0.5$
- $x \in [0°, 360°]$; $\tan x = -1$
- $x \in [180°, 360°]$; $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$
- $x \in [0°, 360°]$; $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$
- $x \in [180°, 360°]$; $\cos x = -1$
- $x \in [0°, 180°]$; $\tan x = 1$
- $x \in [180°, 270°]$; $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$
- $x \in [0°, 360°]$; $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$
- $x \in [0°, 270°]$; $\tan x = -\sqrt{3}$

Naloga

V enotski krožnici narišite vse kote, za ketere velja dani podatek. Izračunajte velikosti kotov na štiri decimalna mesta natančno.

- $\sin x = 0.6$
- $\cos x = 0.3$
- $\tan x = 0.8$
- $\sin x = -\dfrac{2}{3}$
- $\cos x = -\dfrac{3}{5}$
- $\tan x = -\dfrac{3}{2}$
- $\tan x = 2$

Naloga

Natančno izračunajte.

$$\frac{\sin 315^\circ + \cos 135^\circ - \tan^2 120^\circ}{\sin^2 150^\circ - \cos^2 225^\circ}$$

Naloga

Natančno izračunajte.

$$\frac{\sin 315^\circ + \cos 135^\circ - \tan^2 120^\circ}{\sin^2 150^\circ - \cos^2 225^\circ}$$

Naloga

Poenostavite izraz.

$$1 + \left(\frac{\sin^2 x + \tan^{-1} x \cdot \sin x \cdot \cos x}{\frac{1}{\sin^2 x} - 1} \right)^{-1}$$

Naloga

Natančno izračunajte.

$$\frac{\sin 315^\circ + \cos 135^\circ - \tan^2 120^\circ}{\sin^2 150^\circ - \cos^2 225^\circ}$$

Naloga

Poenostavite izraz.

$$1 + \left(\frac{\sin^2 x + \tan^{-1} x \cdot \sin x \cdot \cos x}{\frac{1}{\sin^2 x} - 1} \right)^{-1}$$

Naloga

Za $\tan x = -5$ in $270^\circ \leq x \leq 360^\circ$ izračunajte velikost kota x, na minuto natančno, in natančne vrednosti preostalih kotnih funkcij.

Naloga

Zapišite s kotno funkcijo kota, manjšega od 45°.

- $\sin 355^\circ$
- $\cos 291^\circ$
- $\tan 174^\circ$
- $\sin 247^\circ$

Naloga

Zapišite s kotno funkcijo kota, manjšega od 45°.

- $\sin 355^\circ$
- $\cos 291^\circ$
- $\tan 174^\circ$
- $\sin 247^\circ$

Naloga

Voznik podmornice na višini $-200\ m$ vidi razbitino ladje, ki leži potopljena na višini $-1200\ m$, pod kotom 8.4°. Izračunajte razdaljo, ki jo mora prevoziti, da bo točno nad razbitino, če se vozi s hitrostjo $40\ km/h$. Koliko časa potrebuje za to pot?

Section 2

Vektorji

Vektorske količine

Računanje z vektorji

Koplanarni vektorji

Koplanarni vektorji

Vektorji so **koplanarni**, če ležijo na isti ravnini. Rečemo tudi, da so **linearno odvisni**.

Koplanarni vektorji

Vektorji so **koplanarni**, če ležijo na isti ravnini. Rečemo tudi, da so **linearno odvisni**.

Če so $\vec{a}$, $\vec{b}$ in $\vec{c}$ koplanarni vektorji, potem velja vsaj ena izmed naslednjih zvez:

$$\vec{c} = \alpha\vec{a} + \beta\vec{b};\ \ \alpha, \beta \in \mathbb{R}$$

$$\vec{b} = \alpha\vec{a} + \gamma\vec{c};\ \ \alpha, \gamma \in \mathbb{R}$$

$$\vec{a} = \beta\vec{b} + \gamma\vec{c};\ \ \beta, \gamma \in \mathbb{R}$$

Koplanarni vektorji

Vektorji so **koplanarni**, če ležijo na isti ravnini. Rečemo tudi, da so **linearno odvisni**.

Če so $\vec{a}$, $\vec{b}$ in $\vec{c}$ koplanarni vektorji, potem velja vsaj ena izmed naslednjih zvez:

$$\vec{c} = \alpha\vec{a} + \beta\vec{b};\ \alpha, \beta \in \mathbb{R}$$

$$\vec{b} = \alpha\vec{a} + \gamma\vec{c};\ \alpha, \gamma \in \mathbb{R}$$

$$\vec{a} = \beta\vec{b} + \gamma\vec{c};\ \beta, \gamma \in \mathbb{R}$$

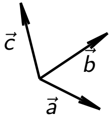
Če so vektorji $\vec{a}$, $\vec{b}$ in $\vec{c}$ **nekoplanarni** oziroma **linearno neodvisni**, velja:

$$\alpha\vec{a} + \beta\vec{b} + \gamma\vec{c} = \vec{0} \Leftrightarrow \alpha = \beta = \gamma = 0$$

Baza prostora

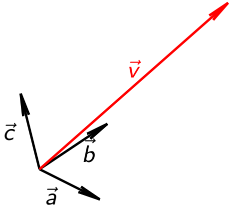
Baza prostora

Bazo prostora tvorijo trije neničelni vektorji ($\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$), ki ne ležijo na isti ravnini (so nekoplanarni).
Imenujemo jih **bazni vektorji** prostora.



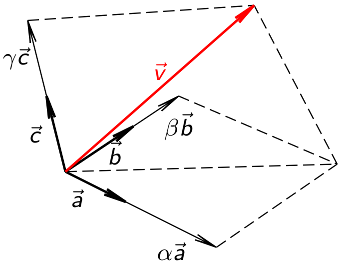
Baza prostora

Bazo prostora tvorijo trije neničelni vektorji $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$, ki ne ležijo na isti ravnini (so nekoplanarni).
Imenujemo jih **bazni vektorji** prostora.



Baza prostora

Bazo prostora tvorijo trije neničelni vektorji $(\vec{a},\ \vec{b},\ \vec{c})$, ki ne ležijo na isti ravnini (so nekoplanarni).
Imenujemo jih **bazni vektorji** prostora.



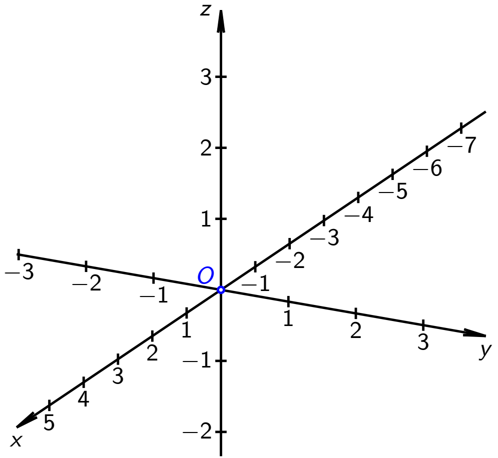
Katerikoli vektor $\vec{v}$ v tem prostoru lahko na en sam način zapišemo kot **linearno kombinacijo** teh vektorjev $(\vec{a},\ \vec{b},\ \vec{c})$:

$$\vec{v} = \alpha\vec{a} + \beta\vec{b} + \gamma\vec{c},\ \text{za neke } \alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}.$$

Pravokotni koordinatni sistem v prostoru

Pravokotni koordinatni sistem v prostoru

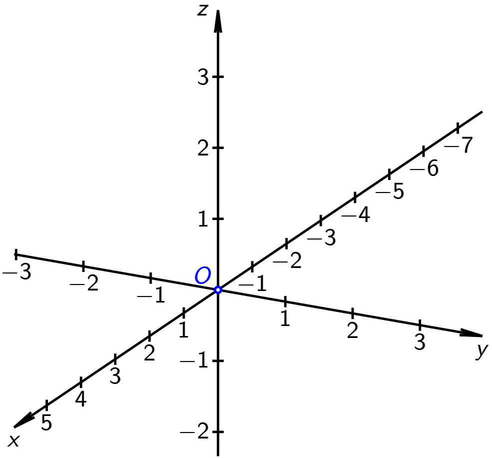
Pravokotni koordinatni sistem v prostoru oziroma **kartezični prostorski koordinatni sistem** določajo tri paroma pravokotne številske premice (koordinatne osi), ki se sekajo v koordinatnem izhodišču (O).



Pravokotni koordinatni sistem v prostoru

Pravokotni koordinatni sistem v prostoru oziroma **kartezični prostorski koordinatni sistem** določajo tri paroma pravokotne številske premice (koordinatne osi), ki se sekajo v koordinatnem izhodišču (O).

Koordinatne osi imenujemo:

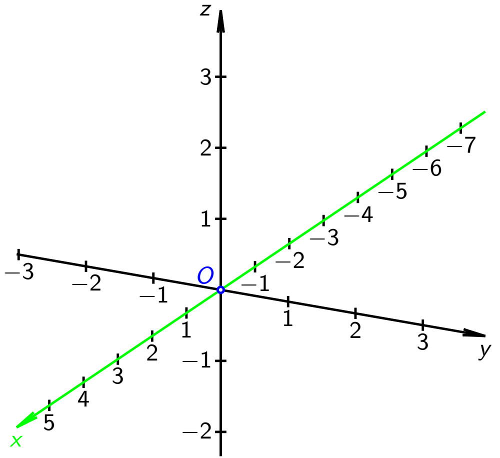


Pravokotni koordinatni sistem v prostoru

Pravokotni koordinatni sistem v prostoru oziroma **kartezični prostorski koordinatni sistem** določajo tri paroma pravokotne številske premice (koordinatne osi), ki se sekajo v koordinatnem izhodišču (O).

Koordinatne osi imenujemo:

- os x ali abscisna os,

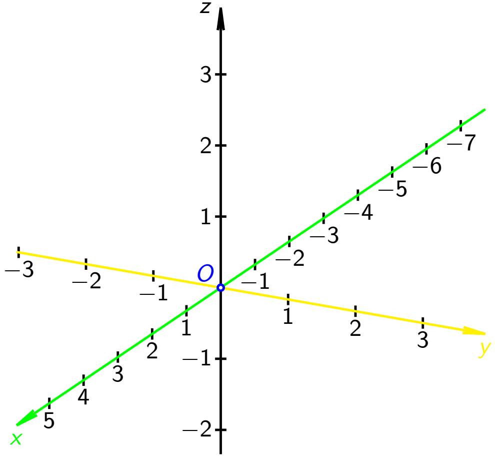


Pravokotni koordinatni sistem v prostoru

Pravokotni koordinatni sistem v prostoru oziroma **kartezični prostorski koordinatni sistem** določajo tri paroma pravokotne številske premice (koordinatne osi), ki se sekajo v koordinatnem izhodišču (O).

Koordinatne osi imenujemo:

- os x ali abscisna os,
- os y ali ordinatna os in

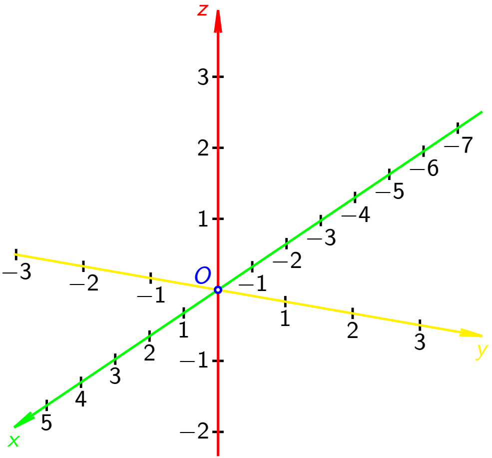


Pravokotni koordinatni sistem v prostoru

Pravokotni koordinatni sistem v prostoru oziroma **kartezični prostorski koordinatni sistem** določajo tri paroma pravokotne številske premice (koordinatne osi), ki se sekajo v koordinatnem izhodišču (O).

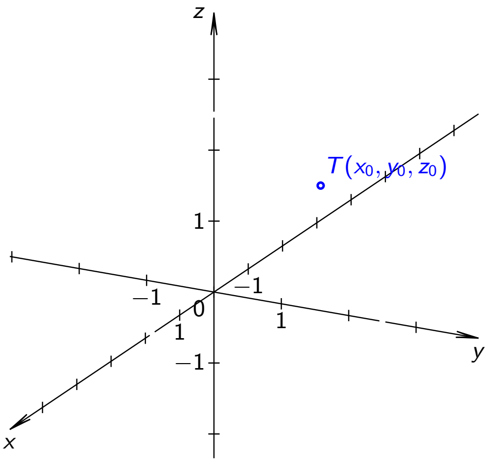
Koordinatne osi imenujemo:

- os x ali abscisna os,
- os y ali ordinatna os in
- os z ali aplikatna os.



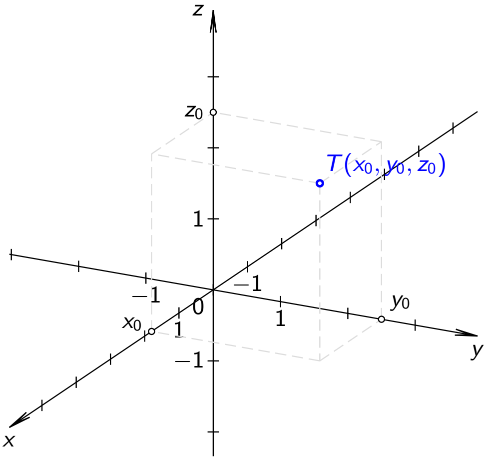
Lega točke v prostoru

Poljubni točki T v prostoru s pravokotnim koordinatnim sistemom lahko določimo **koordinate točke**: $T(x_0, y_0, z_0)$.



Lega točke v prostoru

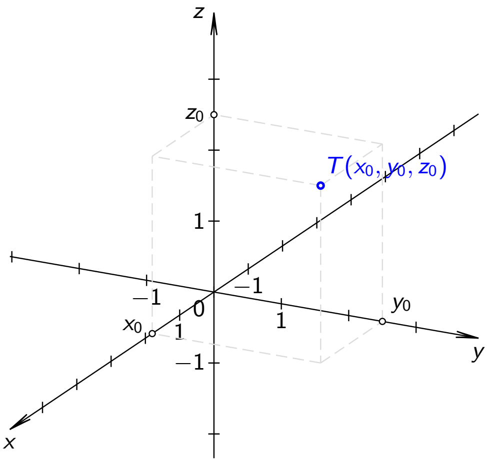
Poljubni točki T v prostoru s pravokotnim koordinatnim sistemom lahko določimo **koordinate točke**: $T(x_0, y_0, z_0)$.
To so števila, ki nam povedo, kje ležijo projekcije točke T na koordinatnih oseh.



Lega točke v prostoru

Poljubni točki T v prostoru s pravokotnim koordinatnim sistemom lahko določimo **koordinate točke**: $T(x_0, y_0, z_0)$.
To so števila, ki nam povedo, kje ležijo projekcije točke T na koordinatnih oseh.

Koordinate točke imenujemo:

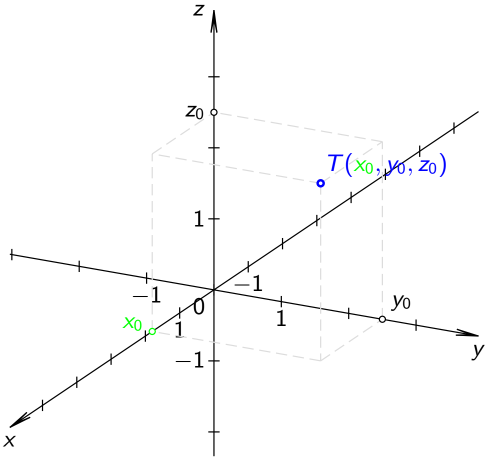


Lega točke v prostoru

Poljubni točki T v prostoru s pravokotnim koordinatnim sistemom lahko določimo **koordinate točke**: $T(x_0, y_0, z_0)$.
To so števila, ki nam povedo, kje ležijo projekcije točke T na koordinatnih oseh.

Koordinate točke imenujemo:

- prva koordinata x_0 je abscisa točke T,

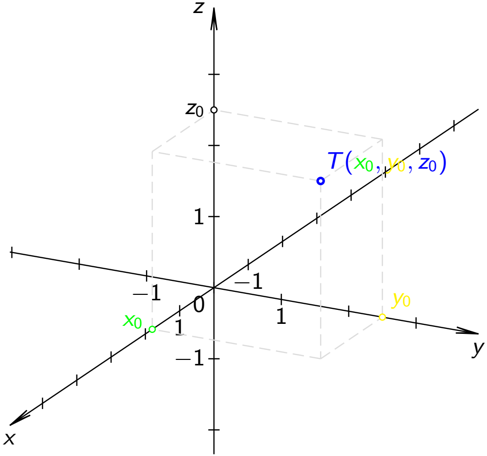


Lega točke v prostoru

Poljubni točki T v prostoru s pravokotnim koordinatnim sistemom lahko določimo **koordinate točke**: $T(x_0, y_0, z_0)$.
To so števila, ki nam povedo, kje ležijo projekcije točke T na koordinatnih oseh.

Koordinate točke imenujemo:

- prva koordinata x_0 je abscisa točke T,
- druga koordinata y_0 je ordinata točke T in

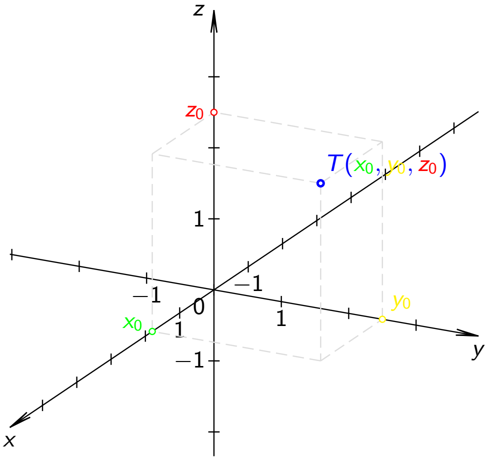


Lega točke v prostoru

Poljubni točki T v prostoru s pravokotnim koordinatnim sistemom lahko določimo **koordinate točke**: $T(x_0, y_0, z_0)$.
To so števila, ki nam povedo, kje ležijo projekcije točke T na koordinatnih oseh.

Koordinate točke imenujemo:

- prva koordinata x_0 je abscisa točke T,
- druga koordinata y_0 je ordinata točke T in
- tretja koordinata z_0 je aplikata točke T.



Ortogonalna baza

Ortogonalna baza

Baza prostora je **ortogonalna**, če je sestavljena iz paroma pravokotnih vektorjev.

Ortogonalna baza

Baza prostora je **ortogonalna**, če je sestavljena iz paroma pravokotnih vektorjev.

Ortonormirana baza

Ortogonalna baza

Baza prostora je **ortogonalna**, če je sestavljena iz paroma pravokotnih vektorjev.

Ortonormirana baza

Baza prostora je **ortonormirana**, če je ortogonalna in jo sestavljajo sami **enotski vektorji** – vektorji dolžine 1.

Ortogonalna baza

Baza prostora je **ortogonalna**, če je sestavljena iz paroma pravokotnih vektorjev.

Ortonormirana baza

Baza prostora je **ortonormirana**, če je ortogonalna in jo sestavljajo sami **enotski vektorji** – vektorji dolžine 1.

Standardna baza prostora

Ortogonalna baza

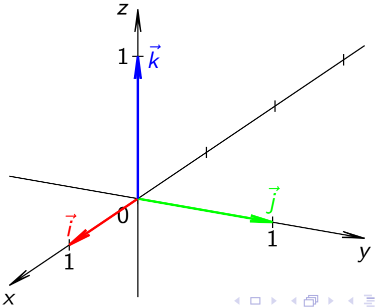
Baza prostora je **ortogonalna**, če je sestavljena iz paroma pravokotnih vektorjev.

Ortonormirana baza

Baza prostora je **ortonormirana**, če je ortogonalna in jo sestavljajo sami **enotski vektorji** – vektorji dolžine 1.

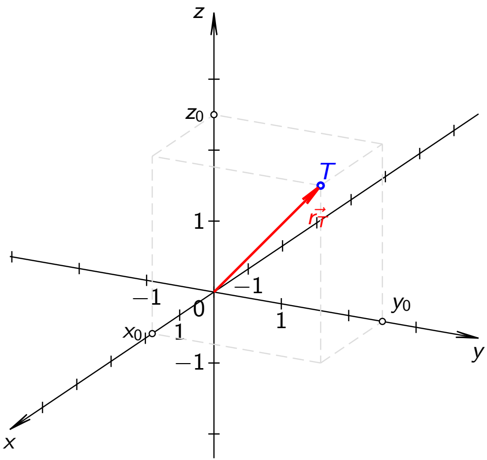
Standardna baza prostora

Standardna baza prostora je ena izmed ortonormiranih baz prostora. Sestavljajo jo enotski vektorji $\vec{i}$, $\vec{j}$ in $\vec{k}$, ki ležijo zapored na pozitivnih poltrakih koordinatnih osi x, y in z.



Krajevni vektor točke

Krajevni vektor točke T je vektor, ki se začne v koordinatnem izhodišču sistema in konča v točki T.
Označimo ga z $\vec{r}_T$.



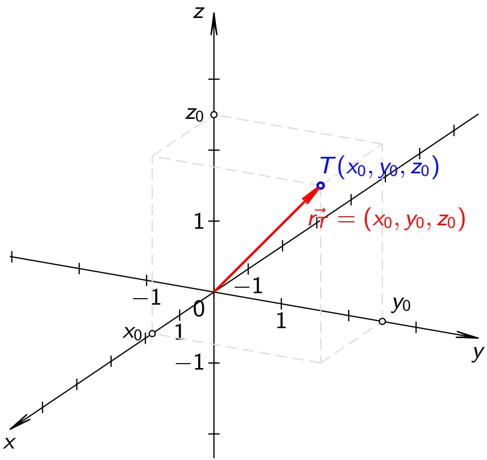
Krajevni vektor točke

Krajevni vektor točke T je vektor, ki se začne v koordinatnem izhodišču sistema in konča v točki T.
Označimo ga z $\vec{r_T}$.

Komponente krajevnega vektorja $\vec{r_T}$ **točke** T **so enake koordinatam točke** T**.**

$$T(x_0, y_0, z_0)$$

$$\vec{r_T} = (x_0, y_0, z_0)$$



Tudi standardne bazne vektorje $\vec{i}$, $\vec{j}$ in $\vec{k}$ lahko zapišemo kot krajevne vektorje: $\vec{i} = (1, 0, 0)$, $\vec{j} = (0, 1, 0)$ in $\vec{k} = (0, 0, 1)$.

Tudi standardne bazne vektorje $\vec{i}$, $\vec{j}$ in $\vec{k}$ lahko zapišemo kot krajevne vektorje: $\vec{i} = (1, 0, 0)$, $\vec{j} = (0, 1, 0)$ in $\vec{k} = (0, 0, 1)$.

Poljuben vektor $\vec{v}$ v prostoru lahko zapišemo kot linearno kombinacijo standardnih baznih vektorjev:

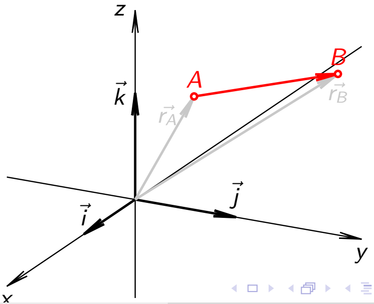
$$\vec{v} = \alpha\vec{i} + \beta\vec{j} + \gamma\vec{k} = (\alpha, \beta, \gamma)$$

Tudi standardne bazne vektorje $\vec{i}$, $\vec{j}$ in $\vec{k}$ lahko zapišemo kot krajevne vektorje: $\vec{i} = (1,0,0)$, $\vec{j} = (0,1,0)$ in $\vec{k} = (0,0,1)$.

Poljuben vektor $\vec{v}$ v prostoru lahko zapišemo kot linearno kombinacijo standardnih baznih vektorjev:

$$\vec{v} = \alpha\vec{i} + \beta\vec{j} + \gamma\vec{k} = (\alpha, \beta, \gamma)$$

S krajevnimi vektorji lahko izrazimo poljuben vektor $\vec{AB}$, z začetkom v točki A in koncem v točki B:



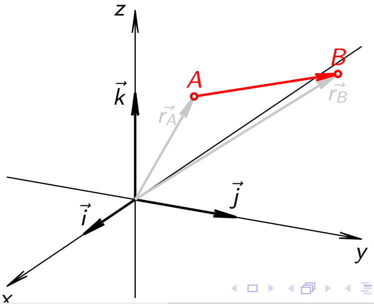
Tudi standardne bazne vektorje $\vec{i}$, $\vec{j}$ in $\vec{k}$ lahko zapišemo kot krajevne vektorje: $\vec{i} = (1, 0, 0)$, $\vec{j} = (0, 1, 0)$ in $\vec{k} = (0, 0, 1)$.

Poljuben vektor $\vec{v}$ v prostoru lahko zapišemo kot linearno kombinacijo standardnih baznih vektorjev:

$$\vec{v} = \alpha\vec{i} + \beta\vec{j} + \gamma\vec{k} = (\alpha, \beta, \gamma)$$

S krajevnimi vektorji lahko izrazimo poljuben vektor $\vec{AB}$, z začetkom v točki A in koncem v točki B:

$$\vec{AB} = \vec{r_B} - \vec{r_A}$$



Računanje s krajevnimi vektorji

Računanje s krajevnimi vektorji

Seštevanje in odštevanje

Računanje s krajevnimi vektorji

Seštevanje in odštevanje

$$(a_1, a_2, a_3) + (b_1, b_2, b_3) = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3)$$

Računanje s krajevnimi vektorji

Seštevanje in odštevanje

$$(a_1, a_2, a_3) + (b_1, b_2, b_3) = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3)$$
$$(a_1, a_2, a_3) - (b_1, b_2, b_3) = (a_1 - b_1, a_2 - b_2, a_3 - b_3)$$

Računanje s krajevnimi vektorji

Seštevanje in odštevanje

$$(a_1, a_2, a_3) + (b_1, b_2, b_3) = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3)$$

$$(a_1, a_2, a_3) - (b_1, b_2, b_3) = (a_1 - b_1, a_2 - b_2, a_3 - b_3)$$

Množenje s skalarjem

Računanje s krajevnimi vektorji

Seštevanje in odštevanje

$$(a_1, a_2, a_3) + (b_1, b_2, b_3) = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3)$$

$$(a_1, a_2, a_3) - (b_1, b_2, b_3) = (a_1 - b_1, a_2 - b_2, a_3 - b_3)$$

Množenje s skalarjem

$$n(a_1, a_2, a_3) = (na_1, na_2, na_3)$$

Računanje s krajevnimi vektorji

Seštevanje in odštevanje

$$(a_1, a_2, a_3) + (b_1, b_2, b_3) = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3)$$

$$(a_1, a_2, a_3) - (b_1, b_2, b_3) = (a_1 - b_1, a_2 - b_2, a_3 - b_3)$$

Množenje s skalarjem

$$n(a_1, a_2, a_3) = (na_1, na_2, na_3)$$

Skalarno množenje

Računanje s krajevnimi vektorji

Seštevanje in odštevanje

$$(a_1, a_2, a_3) + (b_1, b_2, b_3) = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3)$$

$$(a_1, a_2, a_3) - (b_1, b_2, b_3) = (a_1 - b_1, a_2 - b_2, a_3 - b_3)$$

Množenje s skalarjem

$$n(a_1, a_2, a_3) = (na_1, na_2, na_3)$$

Skalarno množenje

$$(a_1, a_2, a_3)(b_1, b_2, b_3) = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$$

Računanje s krajevnimi vektorji

Seštevanje in odštevanje

$$(a_1, a_2, a_3) + (b_1, b_2, b_3) = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3)$$

$$(a_1, a_2, a_3) - (b_1, b_2, b_3) = (a_1 - b_1, a_2 - b_2, a_3 - b_3)$$

Množenje s skalarjem

$$n(a_1, a_2, a_3) = (na_1, na_2, na_3)$$

Skalarno množenje

$$(a_1, a_2, a_3)(b_1, b_2, b_3) = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$$

$$\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow a_1 = b_1 \wedge a_2 = b_2 \wedge a_3 = b_3$$

Skalarni produkt v koordinatnem sistemu

(i) Vektorski produkt

(i) Premice v prostoru

(i) Ravnine v prostoru