MATEMATIKA

1. letnik – splošna gimnazija

Jan Kastelic

Gimnazija Antona Aškerca,
Šolski center Ljubljana

4. december 2024

Vsebina

Section 1

Osnove logike in teorije množice

Izjave

Izjave

Matematična izjava

Izjave

Matematična izjava

Matematična izjava je vsaka smiselna poved, za katero lahko določimo resničnost oziroma pravilnost.

Izjave

Matematična izjava

Matematična izjava je vsaka smiselna poved, za katero lahko določimo resničnost oziroma pravilnost.

Logična vrednost matematične izjave

Izjave

Matematična izjava

Matematična izjava je vsaka smiselna poved, za katero lahko določimo resničnost oziroma pravilnost.

Logična vrednost matematične izjave

Matematična izjava lahko zavzame dve logični vrednosti:

Izjave

Matematična izjava

Matematična izjava je vsaka smiselna poved, za katero lahko določimo resničnost oziroma pravilnost.

Logična vrednost matematične izjave

Matematična izjava lahko zavzame dve logični vrednosti:

- izjava je **resnična**/**pravilna**, oznaka $\mathbf{R}/\mathbf{P}/\mathbf{1}/\top$;

Izjave

Matematična izjava

Matematična izjava je vsaka smiselna poved, za katero lahko določimo resničnost oziroma pravilnost.

Logična vrednost matematične izjave

Matematična izjava lahko zavzame dve logični vrednosti:

- izjava je **resnična**/**pravilna**, oznaka **R**/**P**/**1**/$\top$;
- izjava je **neresnična**/**nepravilna**, oznaka **N**/**0**/$\bot$.

Izjave

Matematična izjava

Matematična izjava je vsaka smiselna poved, za katero lahko določimo resničnost oziroma pravilnost.

Logična vrednost matematične izjave

Matematična izjava lahko zavzame dve logični vrednosti:

- izjava je **resnična**/**pravilna**, oznaka **R**/**P**/**1**/$\top$;
- izjava je **neresnična**/**nepravilna**, oznaka **N**/**0**/$\perp$.

Izjave označujemo z velikimi tiskanimi črkami (A, B, C ...).

Naloga

Ali so naslednje povedi izjave?

Naloga

Ali so naslednje povedi izjave?

- Danes sije sonce.
- Koliko je ura?
- Piramida je geometrijski lik.
- Daj mi jabolko.
- Število 12 deli število 3.
- Število 3 deli število 10.
- Ali si pisal matematični test odlično?
- Matematični test si pisal odlično.
- Ali je 10 *dl* isto kot 1 *l*?
- Število 41 je praštevilo.

Naloga

Spodnjim izjavam določite logične vrednosti.

Naloga

Spodnjim izjavam določite logične vrednosti.

- A: Najvišja gora v Evropi je Mont Blanc.
- B: Število je deljivo s 4 natanko takrat, ko je vsota števk deljiva s 4.
- C: Ostanek pri deljenju s 4 je lahko 1, 2 ali 3.
- D: Mesec februar ima 28 dni.
- E: Vsa praštevila so liha števila.
- F: Število 1 je naravno število.
- G: Praštevil je neskončno mnogo.

Enostavne in sestavjene izjave

Enostavne in sestavljene izjave

Izjave delimo med:

Enostavne in sestavjene izjave

Izjave delimo med:

- **elementarne/enostavne izjave** – ne moremo jih razstaviti na bolj enostavne;

Enostavne in sestavjene izjave

Izjave delimo med:

- **elementarne/enostavne izjave** – ne moremo jih razstaviti na bolj enostavne;
- **sestavljene izjave** – sestavljene iz elementarnih izjav, ki jih med seboj povezujejo **logične operacije** (imenovane tudi izjavne povezave oziroma logična vezja).

Enostavne in sestavjene izjave

Izjave delimo med:

- **elementarne/enostavne izjave** – ne moremo jih razstaviti na bolj enostavne;
- **sestavljene izjave** – sestavljene iz elementarnih izjav, ki jih med seboj povezujejo **logične operacije** (imenovane tudi izjavne povezave oziroma logična vezja).

Vrednost sestavljene izjave izračunamo glede na vrednosti elementarnih izjav in izjavnih povezav med njimi.

Enostavne in sestavjene izjave

Izjave delimo med:

- **elementarne/enostavne izjave** – ne moremo jih razstaviti na bolj enostavne;
- **sestavljene izjave** – sestavljene iz elementarnih izjav, ki jih med seboj povezujejo **logične operacije** (imenovane tudi izjavne povezave oziroma logična vezja).

Vrednost sestavljene izjave izračunamo glede na vrednosti elementarnih izjav in izjavnih povezav med njimi.

Pravilnost sestavljenih izjav nazorno prikazujejo **resničnostne/pravilnostne tabele**.

Logične operacije

Logične operacije

Negacija

Logične operacije

Negacija

Negacija izjave A je izjava, ki **trdi nasprotno** kot izjava A.

Logične operacije

Negacija

Negacija izjave A je izjava, ki **trdi nasprotno** kot izjava A.

$\neg$**A** **Ni res**, da velja izjava A.

Logične operacije

Negacija

Negacija izjave A je izjava, ki **trdi nasprotno** kot izjava A.

$\neg$**A** **Ni res**, da velja izjava A.

Če je izjava A pravilna, je $\neg A$ nepravilna in obratno: če je $\neg A$ pravilna, je A nepravilna.

Logične operacije

Negacija

Negacija izjave A je izjava, ki **trdi nasprotno** kot izjava A.

$\neg$**A** **Ni res**, da velja izjava A.

Če je izjava A pravilna, je $\neg A$ nepravilna in obratno: če je $\neg A$ pravilna, je A nepravilna.

A	$\neg A$
P	N
N	P

Logične operacije

Negacija

Negacija izjave A je izjava, ki **trdi nasprotno** kot izjava A.

$\neg$**A** **Ni res**, da velja izjava A.

Če je izjava A pravilna, je $\neg A$ nepravilna in obratno: če je $\neg A$ pravilna, je A nepravilna.

Negacija negacije izjave je potrditev izjave. $\neg(\neg A) = A$

A	$\neg A$
P	N
N	P

Naloga

Izjavam določite logično vrednost, potem jih zanikajte in določite logično vrednost negacij.

Naloga

Izjavam določite logično vrednost, potem jih zanikajte in določite logično vrednost negacij.

- A: $5 \cdot 8 = 30$
- B: Število 3 je praštevilo.
- C: Največje dvomestno število je 99.
- D: Število 62 je večratnik števila 4.
- E: Praštevil je neskončno mnogo.
- F: $7 \leq 5$
- G: Naša pisava je cirilica.

Konjunkcija

Konjunkcija

Konjunkcija izjav A in B nastane tako, da povežemo izjavi A in B z **in (hkrati)**.

Konjunkcija

Konjunkcija izjav A in B nastane tako, da povežemo izjavi A in B z **in (hkrati)**.

$\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}$ Velja izjava A **in (hkrati)** izjava B.

Konjunkcija

Konjunkcija izjav A in B nastane tako, da povežemo izjavi A in B z **in (hkrati)**.

$\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}$ Velja izjava A **in (hkrati)** izjava B.

Če sta izjavi A in B pravilni, je pravilna tudi njuna konjunkcija, če je pa ena od izjav nepravilna, je nepravilna tudi njuna konjunkcija.

Konjunkcija

Konjunkcija izjav A in B nastane tako, da povežemo izjavi A in B z **in (hkrati)**.

A $\wedge$ **B** Velja izjava A **in (hkrati)** izjava B.

Če sta izjavi A in B pravilni, je pravilna tudi njuna konjunkcija, če je pa ena od izjav nepravilna, je nepravilna tudi njuna konjunkcija.

A	B	$A \wedge B$
P	P	P
P	N	N
N	P	N
N	N	N

Naloga

Določite logično vrednost konjunkcijam.

Naloga

Določite logično vrednost konjunkcijam.

- Število 28 je večratnik števila 3 in večkratnik števila 8.
- Število 7 je praštevilo in je deljivo s številom 1.
- Vsakemu celemu številu lahko pripišemo nasprotno število in obratno število.
- Ostanki pri deljenju števila s 3 so lahko 0, 1 ali 2, pri deljenju s 5 pa 0, 1, 2, 3 ali 4.
- Število je deljivo s 3, če je vsota števk deljiva s 3, in je deljivo z 9, če je vsota števk deljiva z 9.

Disjunkcija

Disjunkcija

Disjunkcija izjav A in B nastane s povezavo **ali**.

Disjunkcija

Disjunkcija izjav A in B nastane s povezavo **ali**.

$\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ Velja izjava A **ali** izjava B (lahko tudi obe hkrati).

Disjunkcija

Disjunkcija izjav A in B nastane s povezavo **ali**.

$\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ Velja izjava A **ali** izjava B (lahko tudi obe hkrati).

Disjunkcija je nepravilna, če sta nepravilni obe izjavi, ki jo sestavljata, v preostalih treh primerih je pravilna.

Disjunkcija

Disjunkcija izjav A in B nastane s povezavo **ali**.

$\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ Velja izjava A **ali** izjava B (lahko tudi obe hkrati).

Disjunkcija je nepravilna, če sta nepravilni obe izjavi, ki jo sestavljata, v preostalih treh primerih je pravilna.

A	B	$A \vee B$
P	P	P
P	N	P
N	P	P
N	N	N

Naloga

Določite logično vrednost disjunkcijam.

Naloga

Določite logično vrednost disjunkcijam.

- Število 24 je večratnik števila 3 ali 8.
- Število 35 ni večratnik števila 7 ali 6.
- Število 5 deli število 16 ali 18.
- Ploščina kvadrata s stranico a je a^2 ali obseg kvadrata je $4a$.
- Ni res, da je vsota notranjih kotov trikotnika 160°, ali ni res, da Pitagorov izrek velja v poljubnem trikotniku.

Komutativnost konjunkcije in disjunkcije

Komutativnost konjunkcije in disjunkcije

$$A \wedge B = B \wedge A \qquad A \vee B = B \vee A$$

Komutativnost konjunkcije in disjunkcije

$$A \wedge B = B \wedge A \qquad A \vee B = B \vee A$$

Asociativnost konjunkcije in disjunkcije

Komutativnost konjunkcije in disjunkcije

$$A \wedge B = B \wedge A \qquad A \vee B = B \vee A$$

Asociativnost konjunkcije in disjunkcije

$$(A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C) \qquad (A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$$

Komutativnost konjunkcije in disjunkcije

$$A \wedge B = B \wedge A \qquad A \vee B = B \vee A$$

Asociativnost konjunkcije in disjunkcije

$$(A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C) \qquad (A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$$

Distributivnostna zakona za konjunkcijo in disjunkcijo

Komutativnost konjunkcije in disjunkcije

$$A \wedge B = B \wedge A \qquad A \vee B = B \vee A$$

Asociativnost konjunkcije in disjunkcije

$$(A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C) \qquad (A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$$

Distributivnostna zakona za konjunkcijo in disjunkcijo

$$(A \vee B) \wedge C = (A \wedge C) \vee (B \wedge C) \qquad (A \wedge B) \vee C = (A \vee C) \wedge (B \vee C)$$

Komutativnost konjunkcije in disjunkcije

$$A \wedge B = B \wedge A \qquad A \vee B = B \vee A$$

Asociativnost konjunkcije in disjunkcije

$$(A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C) \qquad (A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$$

Distributivnostna zakona za konjunkcijo in disjunkcijo

$$(A \vee B) \wedge C = (A \wedge C) \vee (B \wedge C) \qquad (A \wedge B) \vee C = (A \vee C) \wedge (B \vee C)$$

De Morganova zakona

Komutativnost konjunkcije in disjunkcije

$$A \wedge B = B \wedge A \qquad A \vee B = B \vee A$$

Asociativnost konjunkcije in disjunkcije

$$(A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C) \qquad (A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$$

Distributivnostna zakona za konjunkcijo in disjunkcijo

$$(A \vee B) \wedge C = (A \wedge C) \vee (B \wedge C) \qquad (A \wedge B) \vee C = (A \vee C) \wedge (B \vee C)$$

De Morganova zakona

- negacija konjunkcije je disjunkcija negacij: $\neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$

Komutativnost konjunkcije in disjunkcije

$$A \wedge B = B \wedge A \qquad A \vee B = B \vee A$$

Asociativnost konjunkcije in disjunkcije

$$(A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C) \qquad (A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$$

Distributivnostna zakona za konjunkcijo in disjunkcijo

$$(A \vee B) \wedge C = (A \wedge C) \vee (B \wedge C) \qquad (A \wedge B) \vee C = (A \vee C) \wedge (B \vee C)$$

De Morganova zakona

- negacija konjunkcije je disjunkcija negacij: $\neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$
- negacija disjunkcije je konjunkcija negacij: $\neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$

Naloga

Katere od spodnjih izjav so pravilne in katere nepravilne?

Naloga

Katere od spodnjih izjav so pravilne in katere nepravilne?

- $(3 \cdot 4 = 12) \wedge (12 : 4 = 3)$
- $(a^3 \cdot a^5 = a^{15}) \vee (a^3 \cdot a^5 = a^8)$
- $(3|30) \wedge (3|26)$
- $(3|30) \vee (3|26)$
- $(2^3 = 9) \vee (3^2 = 9)$
- $((-2)^2 = 4) \wedge \neg(-2^2 = 4)$

Implikacija

Implikacija

Implikacija izjav A in B je sestavljena izjava, ki jo lahko beremo na različne načine.

Implikacija

Implikacija izjav A in B je sestavljena izjava, ki jo lahko beremo na različne načine.

$$\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B}$$

Če velja izjava A, **potem** velja izjava B. / **Iz** A **sledi** B.

Implikacija

Implikacija izjav A in B je sestavljena izjava, ki jo lahko beremo na različne načine.

A $\Rightarrow$ **B**   **Če** velja izjava A, **potem** velja izjava B. / **Iz** A **sledi** B.

Izjava A je **pogoj** ali **privzetek**, izjava B pa **(logična) posledica** izjave A.

Implikacija

Implikacija izjav A in B je sestavljena izjava, ki jo lahko beremo na različne načine.

A $\Rightarrow$ **B** **Če** velja izjava A, **potem** velja izjava B. / **Iz** A **sledi** B.

Izjava A je **pogoj** ali **privzetek**, izjava B pa **(logična) posledica** izjave A.

Implikacija je nepravilna, ko je izjava A pravilna, izjava B pa nepravilna, v preostalih treh primerih je pravilna.

Implikacija

Implikacija izjav A in B je sestavljena izjava, ki jo lahko beremo na različne načine.

A $\Rightarrow$ **B** **Če** velja izjava A, **potem** velja izjava B. / **Iz** A **sledi** B.

Izjava A je **pogoj** ali **privzetek**, izjava B pa **(logična) posledica** izjave A.

Implikacija je nepravilna, ko je izjava A pravilna, izjava B pa nepravilna, v preostalih treh primerih je pravilna.

A	B	$A \Rightarrow B$
P	P	P
P	N	N
N	P	P
N	N	P

Naloga

Določite, ali so izjave pravilne.

Naloga

Določite, ali so izjave pravilne.

- Če je število deljivo s 100, je deljivo tudi s 4.
- Če je štirikotnik pravokotnik, se diagonali razpolavljata.
- Če je štirikotnik kvadrat, se diagonali sekata pod pravim kotom.
- Če sta števili 2 in 3 lihi števili, potem je produk teh dveh števil sodo število.
- Če je število 18 deljivo z 9, potem je deljivo s 3.
- Če je 7 večkratnik števila 7, potem 7 deli število 43.
- Če je število deljivo s 4, potem je deljivo z 2.

Ekvivalenca

Ekvivalenca

Ekvivalenca izjavi A in B poveže s **če in samo če** oziroma **natanko tedaj, ko**.

Ekvivalenca

Ekvivalenca izjavi A in B poveže s **če in samo če** oziroma **natanko tedaj, ko**.

$\mathbf{A} \Leftrightarrow \mathbf{B}$	Izjava A velja, **če in samo če** velja izjava B./ Izjava A velja **natanko tedaj, ko** velja izjava B.

Ekvivalenca

Ekvivalenca izjavi A in B poveže s **če in samo če** oziroma **natanko tedaj, ko**.

$\mathbf{A} \Leftrightarrow \mathbf{B}$ Izjava A velja, **če in samo če** velja izjava B./
Izjava A velja **natanko tedaj, ko** velja izjava B.

Ekvivalenca dveh izjav je pravilna, če imata obe izjavi enako vrednost (ali sta obe pravilni ali obe nepravilni), in nepravilna, če imata izjavi različno vrednost.

Ekvivalenca

Ekvivalenca izjavi A in B poveže s **če in samo če** oziroma **natanko tedaj, ko**.

$\mathbf{A} \Leftrightarrow \mathbf{B}$ Izjava A velja, **če in samo če** velja izjava B./
Izjava A velja **natanko tedaj, ko** velja izjava B.

Ekvivalenca dveh izjav je pravilna, če imata obe izjavi enako vrednost (ali sta obe pravilni ali obe nepravilni), in nepravilna, če imata izjavi različno vrednost.

A	B	$A \Leftrightarrow B$
P	P	P
P	N	N
N	P	N
N	N	P

Ekvivalenca

Ekvivalenca izjavi A in B poveže s **če in samo če** oziroma **natanko tedaj, ko**.

$\mathbf{A} \Leftrightarrow \mathbf{B}$ Izjava A velja, **če in samo če** velja izjava B./
Izjava A velja **natanko tedaj, ko** velja izjava B.

Ekvivalenca dveh izjav je pravilna, če imata obe izjavi enako vrednost (ali sta obe pravilni ali obe nepravilni), in nepravilna, če imata izjavi različno vrednost.

Ekvivalentni/enakovredni izjavi pomenita eno in isto, lahko ju nadomestimo drugo z drugo.

A	B	$A \Leftrightarrow B$
P	P	P
P	N	N
N	P	N
N	N	P

Naloga

Določite, ali so naslednje izjave pravilne.

Naloga

Določite, ali so naslednje izjave pravilne.

- Število je deljivo z 12 natanko takrat, ko je deljivo s 3 in 4 hkrati.
- Število je deljivo s 24 natanko takrat, ko je deljivo s 4 in 6 hkrati.
- Število je praštevilo natanko takrat, ko ima natanko dva delitelja.
- Štirikotnik je kvadrat natanko tedaj, ko se diagonali sekata pod pravim kotom.
- Število je sodo natanko tedaj, ko je deljivo z 2.

Vrstni red operacij

Vrstni red operacij

Kadar so izjave povezane z več izjavnimi povezavami, pri določanju logične vrednosti upoštevamo oklepaje in naslednji **vrstni red** oziroma **prioriteto izjavnih povezav**:

Vrstni red operacij

Kadar so izjave povezane z več izjavnimi povezavami, pri določanju logične vrednosti upoštevamo oklepaje in naslednji **vrstni red** oziroma **prioriteto izjavnih povezav**:

1. negacija,

Vrstni red operacij

Kadar so izjave povezane z več izjavnimi povezavami, pri določanju logične vrednosti upoštevamo oklepaje in naslednji **vrstni red** oziroma **prioriteto izjavnih povezav**:

1. negacija,
2. konjunkcija,

Vrstni red operacij

Kadar so izjave povezane z več izjavnimi povezavami, pri določanju logične vrednosti upoštevamo oklepaje in naslednji **vrstni red** oziroma **prioriteto izjavnih povezav**:

1. negacija,
2. konjunkcija,
3. disjunkcija,

Vrstni red operacij

Kadar so izjave povezane z več izjavnimi povezavami, pri določanju logične vrednosti upoštevamo oklepaje in naslednji **vrstni red** oziroma **prioriteto izjavnih povezav**:

1. negacija,
2. konjunkcija,
3. disjunkcija,
4. implikacija,

Vrstni red operacij

Kadar so izjave povezane z več izjavnimi povezavami, pri določanju logične vrednosti upoštevamo oklepaje in naslednji **vrstni red** oziroma **prioriteto izjavnih povezav**:

1. negacija,
2. konjunkcija,
3. disjunkcija,
4. implikacija,
5. ekvivalenca.

Vrstni red operacij

Kadar so izjave povezane z več izjavnimi povezavami, pri določanju logične vrednosti upoštevamo oklepaje in naslednji **vrstni red** oziroma **prioriteto izjavnih povezav**:

1. negacija,
2. konjunkcija,
3. disjunkcija,
4. implikacija,
5. ekvivalenca.

Če moramo zapored izvesti več enakih izjavnih povezav, velja pravilo združevanja od leve proti desni.

Naloga

V sestavljeni izjavi zapišite oklepaje, ki bodo predstavljali vrstni red operacij. Nato tvorite pravilnostno tabelo za sestavljeno izjavo glede na različne logične vrednosti elementarnih izjav.

Naloga

V sestavljeni izjavi zapišite oklepaje, ki bodo predstavljali vrstni red operacij. Nato tvorite pravilnostno tabelo za sestavljeno izjavo glede na različne logične vrednosti elementarnih izjav.

- $A \vee B \Leftrightarrow \neg A \Rightarrow \neg B$
- $A \vee \neg A \Rightarrow \neg B \wedge (\neg A \Rightarrow B)$
- $A \Rightarrow B \Leftrightarrow \neg B \Rightarrow \neg A$
- $A \wedge \neg B \Leftrightarrow A \Rightarrow B$
- $C \Rightarrow A \vee \neg B \Leftrightarrow \neg A \wedge C$
- $\neg A \vee \neg B \Leftrightarrow B \wedge (C \Leftrightarrow \neg A)$

Tavtologija

Tavtologija

Tavtologija ali **logično pravilna izjava** je sestavljena izjava, ki je pri vseh naborih vrednosti elementarnih izjav, iz katerih je sestavjena, pravilna.

Tavtologija

Tavtologija ali **logično pravilna izjava** je sestavljena izjava, ki je pri vseh naborih vrednosti elementarnih izjav, iz katerih je sestavjena, pravilna.

Protislovje

Tavtologija

Tavtologija ali **logično pravilna izjava** je sestavljena izjava, ki je pri vseh naborih vrednosti elementarnih izjav, iz katerih je sestavjena, pravilna.

Protislovje

Protislovje je sestavljena izjava, ki ni nikoli pravilna.

Tavtologija

Tavtologija ali **logično pravilna izjava** je sestavljena izjava, ki je pri vseh naborih vrednosti elementarnih izjav, iz katerih je sestavjena, pravilna.

Protislovje

Protislovje je sestavljena izjava, ki ni nikoli pravilna.

Kvantifikatorja

Tavtologija

Tavtologija ali **logično pravilna izjava** je sestavljena izjava, ki je pri vseh naborih vrednosti elementarnih izjav, iz katerih je sestavjena, pravilna.

Protislovje

Protislovje je sestavljena izjava, ki ni nikoli pravilna.

Kvantifikatorja

- $\forall$ (beri '(za) vsak') – izjava velja za vsak element dane množice

Tavtologija

Tavtologija ali **logično pravilna izjava** je sestavljena izjava, ki je pri vseh naborih vrednosti elementarnih izjav, iz katerih je sestavjena, pravilna.

Protislovje

Protislovje je sestavljena izjava, ki ni nikoli pravilna.

Kvantifikatorja

- $\forall$ (beri '(za) vsak') – izjava velja za vsak element dane množice
- $\exists$ (beri 'obstaja' ali 'eksistira') – izjava je pravilna za vsaj en element dane množice

Pomen izjav v matematiki

Pomen izjav v matematiki

Aksiomi so najpreprostejše izjave, ki so očitno pravilne in zato njihove pravilnosti ni treba dokazovati.

Pomen izjav v matematiki

Aksiomi so najpreprostejše izjave, ki so očitno pravilne in zato njihove pravilnosti ni treba dokazovati.

Izreki ali **teoremi** so izjave, ki so pravilne, vendar pa njihova pravilnost ni očitna. Pravilnost izreka (teorema) moramo potrditi z dokazom, ki temelji na aksiomih in na preprostejših že prej dokazanih izrekih.

Pomen izjav v matematiki

Aksiomi so najpreprostejše izjave, ki so očitno pravilne in zato njihove pravilnosti ni treba dokazovati.

Izreki ali **teoremi** so izjave, ki so pravilne, vendar pa njihova pravilnost ni očitna. Pravilnost izreka (teorema) moramo potrditi z dokazom, ki temelji na aksiomih in na preprostejših že prej dokazanih izrekih.

Definicije so izjave, s katerimi uvajamo nove pojme. Najpreprostejših pojmov v matematiki ne opisujemo z definicijami (to so pojmi kot npr.: število, premica ipd.); vsak nadaljnji pojem pa moramo definirati, zato da se nedvoumno ve, o čem govorimo.

Množice

Množice

Množica

Množice

Množica

Množica je skupek elementov, ki imajo neko skupno lastnost.

Množice

Množica

Množica je skupek elementov, ki imajo neko skupno lastnost.

Množica je določena, če:

Množice

Množica

Množica je skupek elementov, ki imajo neko skupno lastnost.

Množica je določena, če:

- lahko naštejemo vse njene elemente ali

Množice

Množica

Množica je skupek elementov, ki imajo neko skupno lastnost.

Množica je določena, če:

- lahko naštejemo vse njene elemente ali
- poznamo pravilo/skupno lastnost, ki pove, kateri elementi so v množici.

Množice

Množica

Množica je skupek elementov, ki imajo neko skupno lastnost.

Množica je določena, če:

- lahko naštejemo vse njene elemente ali
- poznamo pravilo/skupno lastnost, ki pove, kateri elementi so v množici.

Označujemo jih z velikimi črkami ($\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C} \ldots$ ali $A, B, C \ldots$).

Množice

Množica

Množica je skupek elementov, ki imajo neko skupno lastnost.

Množica je določena, če:

- lahko naštejemo vse njene elemente ali
- poznamo pravilo/skupno lastnost, ki pove, kateri elementi so v množici.

Označujemo jih z velikimi črkami ($\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C} \ldots$ ali $A, B, C \ldots$).

Univerzalna množica

Množice

Množica

Množica je skupek elementov, ki imajo neko skupno lastnost.

Množica je določena, če:

- lahko naštejemo vse njene elemente ali
- poznamo pravilo/skupno lastnost, ki pove, kateri elementi so v množici.

Označujemo jih z velikimi črkami ($\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C} \ldots$ ali $A, B, C \ldots$).

Univerzalna množica

Univerzalna množica ali **univerzum** ($\mathcal{U}$) je množica vseh elementov, ki v danem primeru nastopajo oziroma jih opazujemo.

Element množice

Element množice

Element množice je objekt v množici.

Element množice

Element množice je objekt v množici.

Označujemo jih z malimi črkami $(a, b, c \ldots)$.

Element množice

Element množice je objekt v množici.

Označujemo jih z malimi črkami $(a, b, c \dots)$.

Elemente množice zapisujemo v zavitem oklepaju (npr. $\mathcal{A} = \{a, b, c\}$).

Element množice

Element množice je objekt v množici.

Označujemo jih z malimi črkami $(a, b, c \ldots)$.

Elemente množice zapisujemo v zavitem oklepaju (npr. $\mathcal{A} = \{a, b, c\}$).

Element je lahko vsebovan v množici (npr. $a \in \mathcal{A}$) ali pa v množici ni vsebovan (npr. $d \notin \mathcal{A}$).

Element množice

Element množice je objekt v množici.

Označujemo jih z malimi črkami $(a, b, c \dots)$.

Elemente množice zapisujemo v zavitem oklepaju (npr. $\mathcal{A} = \{a, b, c\}$).

Element je lahko vsebovan v množici (npr. $a \in \mathcal{A}$) ali pa v množici ni vsebovan (npr. $d \notin \mathcal{A}$).

Prazna množica

Element množice

Element množice je objekt v množici.

Označujemo jih z malimi črkami $(a, b, c \ldots)$.

Elemente množice zapisujemo v zavitem oklepaju (npr. $\mathcal{A} = \{a, b, c\}$).

Element je lahko vsebovan v množici (npr. $a \in \mathcal{A}$) ali pa v množici ni vsebovan (npr. $d \notin \mathcal{A}$).

Prazna množica

Prazna množica $(\emptyset, \{\})$ je množica, ki ne vsebuje nobenega elementa.

Moč množice

Moč množice

Moč množice

Moč množice

Moč množice

Število elementov v množici predstavlja **moč množice**.

Moč množice

Moč množice

Število elementov v množici predstavlja **moč množice**. Oznaka: $\mathbf{m}(\mathcal{A})$ ali $|\mathcal{A}|$.

Moč množice

Moč množice

Število elementov v množici predstavlja **moč množice**. Oznaka: $\mathbf{m}(\mathcal{A})$ ali $|\mathcal{A}|$.

Množica je lahko:

Moč množice

Moč množice

Število elementov v množici predstavlja **moč množice**. Oznaka: $\mathbf{m}(\mathcal{A})$ ali $|\mathcal{A}|$.

Množica je lahko:

- **končna množica** – vsebuje končno mnogo elementov: $\mathbf{m}(\mathcal{A}) = \mathbf{n}$;

Moč množice

Moč množice

Število elementov v množici predstavlja **moč množice**. Oznaka: $\mathbf{m}(\mathcal{A})$ ali $|\mathcal{A}|$.

Množica je lahko:

- **končna množica** – vsebuje končno mnogo elementov: $\mathbf{m}(\mathcal{A}) = \mathbf{n}$;
- **neskončna množica** – vsebuje neskončno mnogo elementov: $\mathbf{m}(\mathcal{A}) = \infty$.

Moč množice

Moč množice

Število elementov v množici predstavlja **moč množice**. Oznaka: $\mathbf{m}(\mathcal{A})$ ali $|\mathcal{A}|$.

Množica je lahko:

- **končna množica** – vsebuje končno mnogo elementov: $\mathbf{m}(\mathcal{A}) = \mathbf{n}$;
- **neskončna množica** – vsebuje neskončno mnogo elementov: $\mathbf{m}(\mathcal{A}) = \infty$.

Če ima množica toliko elementov, kot jih ima množica naravnih števil, je ta števno neskončna.

Moč množice

Moč množice

Število elementov v množici predstavlja **moč množice**. Oznaka: $\mathbf{m}(\mathcal{A})$ ali $|\mathcal{A}|$.

Množica je lahko:

- **končna množica** – vsebuje končno mnogo elementov: $\mathbf{m}(\mathcal{A}) = \mathbf{n}$;
- **neskončna množica** – vsebuje neskončno mnogo elementov: $\mathbf{m}(\mathcal{A}) = \infty$.

Če ima množica toliko elementov, kot jih ima množica naravnih števil, je ta števno neskončna. Njeno moč pišemo kot: $m(\mathcal{A}) = \aleph_0$.

Moč množice

Moč množice

Število elementov v množici predstavlja **moč množice**. Oznaka: $\mathbf{m}(\mathcal{A})$ ali $|\mathcal{A}|$.

Množica je lahko:

- **končna množica** – vsebuje končno mnogo elementov: $\mathbf{m}(\mathcal{A}) = \mathbf{n}$;
- **neskončna množica** – vsebuje neskončno mnogo elementov: $\mathbf{m}(\mathcal{A}) = \infty$.

Če ima množica toliko elementov, kot jih ima množica naravnih števil, je ta števno neskončna. Njeno moč pišemo kot: $m(\mathcal{A}) = \aleph_0$.

Za množici, ki imata isto moč, rečemo, da sta **ekvipolentni** oziroma **ekvipotentni**.

Naloga

Naštejte elemente množice in zapišite njeno moč, če je $\mathcal{U} = \mathbb{N}$.

Naloga

Naštejte elemente množice in zapišite njeno moč, če je $\mathcal{U} = \mathbb{N}$.

- $\mathcal{A} = \{x; x \mid 24\}$
- $\mathcal{B} = \{x; 3 < x \leq 7\}$
- $\mathcal{C} = \{x; x = 4k \wedge k \in \mathbb{N} \wedge k \leq 5\}$
- $\mathcal{D} = \{x; x = 3k + 2 \wedge k \in \mathbb{N} \wedge (4 < k \leq 8)\}$

Naloga

Naštejte elemente množice in zapišite njeno moč, če je $\mathcal{U} = \mathbb{N}$.

- $\mathcal{A} = \{x; x \mid 24\}$
- $\mathcal{B} = \{x; 3 < x \leq 7\}$
- $\mathcal{C} = \{x; x = 4k \wedge k \in \mathbb{N} \wedge k \leq 5\}$
- $\mathcal{D} = \{x; x = 3k + 2 \wedge k \in \mathbb{N} \wedge (4 < k \leq 8)\}$

Naloga

Naj bo $\mathcal{U} = \mathbb{N}$. Zapišite množico tako, da naštejete njene elemente. Določite še njeno moč.

Naloga

Naštejte elemente množice in zapišite njeno moč, če je $\mathcal{U} = \mathbb{N}$.

- $\mathcal{A} = \{x; x \mid 24\}$
- $\mathcal{B} = \{x; 3 < x \leq 7\}$
- $\mathcal{C} = \{x; x = 4k \wedge k \in \mathbb{N} \wedge k \leq 5\}$
- $\mathcal{D} = \{x; x = 3k + 2 \wedge k \in \mathbb{N} \wedge (4 < k \leq 8)\}$

Naloga

Naj bo $\mathcal{U} = \mathbb{N}$. Zapišite množico tako, da naštejete njene elemente. Določite še njeno moč.

- Množica vseh deliteljev števila 18.
- Množica praštevil, ki so manjša od 20.
- Množica večkratnikov števila 5, ki so večji od 50 in manjši ali enaki 70.

Naloga

Zapišite množico s simboli.

Naloga

Zapišite množico s simboli.

- Množica vseh sodih naravnih števil.
- Množica vseh naravnih števil, ki dajo pri deljenju s 7 ostanek 5.

Naloga

Zapišite množico s simboli.

- Množica vseh sodih naravnih števil.
- Množica vseh naravnih števil, ki dajo pri deljenju s 7 ostanek 5.

Naloga

Podane so množice tako, da so našteti njihovi elementi. Množice zapišite s simboli.

Naloga

Zapišite množico s simboli.

- Množica vseh sodih naravnih števil.
- Množica vseh naravnih števil, ki dajo pri deljenju s 7 ostanek 5.

Naloga

Podane so množice tako, da so našteti njihovi elementi. Množice zapišite s simboli.

- $\mathcal{A} = \{1, 2, 3, 6\}$
- $\mathcal{B} = \{6, 12, 18, 24, 30\}$
- $\mathcal{C} = \{10, 12, 14, 16, 18, 20\}$
- $\mathcal{D} = \{2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024\}$
- $\mathcal{E} = \{1, 4, 9, 16, 25, 36, 49\}$

Podmnožica

Podmnožica

Množica $\mathcal{B}$ je **podmnožica** množice $\mathcal{A}$, če za vsak element iz $\mathcal{B}$ velja, da je tudi element množice $\mathcal{A}$.

Podmnožica

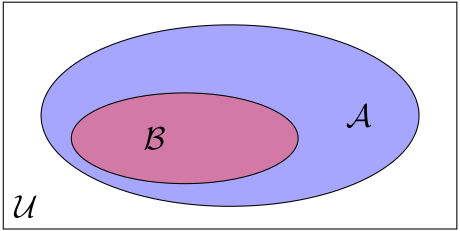
Množica $\mathcal{B}$ je **podmnožica** množice $\mathcal{A}$, če za vsak element iz $\mathcal{B}$ velja, da je tudi element množice $\mathcal{A}$.

$$\mathcal{B} \subseteq \mathcal{A} \Leftrightarrow \forall x \in \mathcal{B} \Rightarrow x \in \mathcal{A}$$

Podmnožica

Množica $\mathcal{B}$ je **podmnožica** množice $\mathcal{A}$, če za vsak element iz $\mathcal{B}$ velja, da je tudi element množice $\mathcal{A}$.

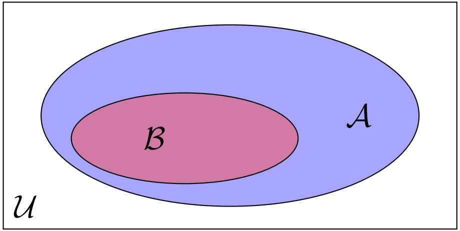
$$\mathcal{B} \subseteq \mathcal{A} \Leftrightarrow \forall x \in \mathcal{B} \Rightarrow x \in \mathcal{A}$$



Podmnožica

Množica $\mathcal{B}$ je **podmnožica** množice $\mathcal{A}$, če za vsak element iz $\mathcal{B}$ velja, da je tudi element množice $\mathcal{A}$.

$$\mathcal{B} \subseteq \mathcal{A} \Leftrightarrow \forall x \in \mathcal{B} \Rightarrow x \in \mathcal{A}$$

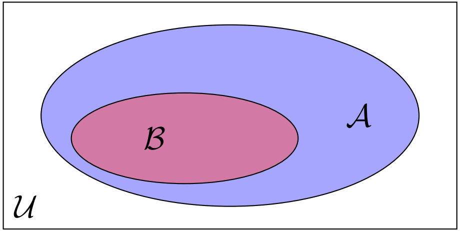


- $\forall \mathcal{A} : \mathcal{A} \subseteq \mathcal{A}$ – Vsaka množica je podmnožica same sebe.

Podmnožica

Množica $\mathcal{B}$ je **podmnožica** množice $\mathcal{A}$, če za vsak element iz $\mathcal{B}$ velja, da je tudi element množice $\mathcal{A}$.

$$\mathcal{B} \subseteq \mathcal{A} \Leftrightarrow \forall x \in \mathcal{B} \Rightarrow x \in \mathcal{A}$$

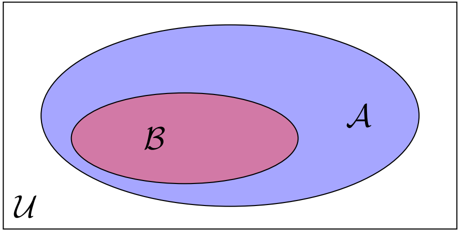


- $\forall \mathcal{A} : \mathcal{A} \subseteq \mathcal{A}$ – Vsaka množica je podmnožica same sebe.
- $\forall \mathcal{A} : \emptyset \subseteq \mathcal{A}$ – Prazna množica je podmnožica vsake množice.

Podmnožica

Množica $\mathcal{B}$ je **podmnožica** množice $\mathcal{A}$, če za vsak element iz $\mathcal{B}$ velja, da je tudi element množice $\mathcal{A}$.

$$\mathcal{B} \subseteq \mathcal{A} \Leftrightarrow \forall x \in \mathcal{B} \Rightarrow x \in \mathcal{A}$$



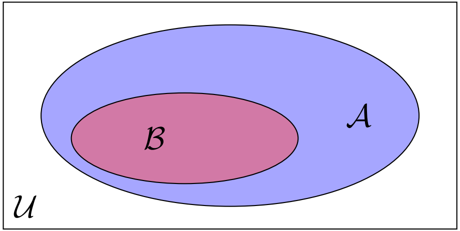
- $\forall \mathcal{A} : \mathcal{A} \subseteq \mathcal{A}$ – Vsaka množica je podmnožica same sebe.
- $\forall \mathcal{A} : \emptyset \subseteq \mathcal{A}$ – Prazna množica je podmnožica vsake množice.

Moč podmnožice $\mathcal{B}$ množice $\mathcal{A}$ je manjša ali enaka moči množice $\mathcal{A}$:

Podmnožica

Množica $\mathcal{B}$ je **podmnožica** množice $\mathcal{A}$, če za vsak element iz $\mathcal{B}$ velja, da je tudi element množice $\mathcal{A}$.

$$\mathcal{B} \subseteq \mathcal{A} \Leftrightarrow \forall x \in \mathcal{B} \Rightarrow x \in \mathcal{A}$$



- $\forall \mathcal{A} : \mathcal{A} \subseteq \mathcal{A}$ – Vsaka množica je podmnožica same sebe.
- $\forall \mathcal{A} : \emptyset \subseteq \mathcal{A}$ – Prazna množica je podmnožica vsake množice.

Moč podmnožice $\mathcal{B}$ množice $\mathcal{A}$ je manjša ali enaka moči množice $\mathcal{A}$:

$$\mathcal{B} \subseteq \mathcal{A} \Rightarrow m(\mathcal{B}) \leq m(\mathcal{A})$$

Množici $\mathcal{A}$ in $\mathcal{B}$ sta **enaki**, če imata iste elemente; sta druga drugi podmnožici.

Množici $\mathcal{A}$ in $\mathcal{B}$ sta **enaki**, če imata iste elemente; sta druga drugi podmnožici.

$$\mathcal{A} = \mathcal{B} \Leftrightarrow (\mathcal{A} \subseteq \mathcal{B}) \wedge (\mathcal{B} \subseteq \mathcal{A})$$

Množici $\mathcal{A}$ in $\mathcal{B}$ sta **enaki**, če imata iste elemente; sta druga drugi podmnožici.

$$\mathcal{A} = \mathcal{B} \Leftrightarrow (\mathcal{A} \subseteq \mathcal{B}) \wedge (\mathcal{B} \subseteq \mathcal{A})$$

Podmnožica $\mathcal{B}$ množice $\mathcal{A}$, ki ni enaka množici $\mathcal{A}$, je **prava podmnožica** množice $\mathcal{A}$.

Množici $\mathcal{A}$ in $\mathcal{B}$ sta **enaki**, če imata iste elemente; sta druga drugi podmnožici.

$$\mathcal{A} = \mathcal{B} \Leftrightarrow (\mathcal{A} \subseteq \mathcal{B}) \wedge (\mathcal{B} \subseteq \mathcal{A})$$

Podmnožica $\mathcal{B}$ množice $\mathcal{A}$, ki ni enaka množici $\mathcal{A}$, je **prava podmnožica** množice $\mathcal{A}$.

Potenčna množica

Množici $\mathcal{A}$ in $\mathcal{B}$ sta **enaki**, če imata iste elemente; sta druga drugi podmnožici.

$$\mathcal{A} = \mathcal{B} \Leftrightarrow (\mathcal{A} \subseteq \mathcal{B}) \wedge (\mathcal{B} \subseteq \mathcal{A})$$

Podmnožica $\mathcal{B}$ množice $\mathcal{A}$, ki ni enaka množici $\mathcal{A}$, je **prava podmnožica** množice $\mathcal{A}$.

Potenčna množica

Potenčna množica množice $\mathcal{A}$ je množica vseh podmnožic množice $\mathcal{A}$.

Množici $\mathcal{A}$ in $\mathcal{B}$ sta **enaki**, če imata iste elemente; sta druga drugi podmnožici.

$$\mathcal{A} = \mathcal{B} \Leftrightarrow (\mathcal{A} \subseteq \mathcal{B}) \wedge (\mathcal{B} \subseteq \mathcal{A})$$

Podmnožica $\mathcal{B}$ množice $\mathcal{A}$, ki ni enaka množici $\mathcal{A}$, je **prava podmnožica** množice $\mathcal{A}$.

Potenčna množica

Potenčna množica množice $\mathcal{A}$ je množica vseh podmnožic množice $\mathcal{A}$.
Oznaka: $\mathcal{P}\mathcal{A}$ / $\mathcal{P}(\mathcal{A})$.

Množici $\mathcal{A}$ in $\mathcal{B}$ sta **enaki**, če imata iste elemente; sta druga drugi podmnožici.

$$\mathcal{A} = \mathcal{B} \Leftrightarrow (\mathcal{A} \subseteq \mathcal{B}) \wedge (\mathcal{B} \subseteq \mathcal{A})$$

Podmnožica $\mathcal{B}$ množice $\mathcal{A}$, ki ni enaka množici $\mathcal{A}$, je **prava podmnožica** množice $\mathcal{A}$.

Potenčna množica

Potenčna množica množice $\mathcal{A}$ je množica vseh podmnožic množice $\mathcal{A}$.
Oznaka: $\mathcal{P}\mathcal{A}$ / $\mathcal{P}(\mathcal{A})$.

$$\mathcal{P}\mathcal{A} = \{\mathcal{X}; \mathcal{X} \subseteq \mathcal{A}\}$$

Množici $\mathcal{A}$ in $\mathcal{B}$ sta **enaki**, če imata iste elemente; sta druga drugi podmnožici.

$$\mathcal{A} = \mathcal{B} \Leftrightarrow (\mathcal{A} \subseteq \mathcal{B}) \land (\mathcal{B} \subseteq \mathcal{A})$$

Podmnožica $\mathcal{B}$ množice $\mathcal{A}$, ki ni enaka množici $\mathcal{A}$, je **prava podmnožica** množice $\mathcal{A}$.

Potenčna množica

Potenčna množica množice $\mathcal{A}$ je množica vseh podmnožic množice $\mathcal{A}$.
Oznaka: $\mathcal{P}\mathcal{A}$ / $\mathcal{P}(\mathcal{A})$.

$$\mathcal{P}\mathcal{A} = \{\mathcal{X}; \mathcal{X} \subseteq \mathcal{A}\}$$

$$m(\mathcal{P}\mathcal{A}) = 2^{m(\mathcal{A})}$$

Množici $\mathcal{A}$ in $\mathcal{B}$ sta **enaki**, če imata iste elemente; sta druga drugi podmnožici.

$$\mathcal{A} = \mathcal{B} \Leftrightarrow (\mathcal{A} \subseteq \mathcal{B}) \wedge (\mathcal{B} \subseteq \mathcal{A})$$

Podmnožica $\mathcal{B}$ množice $\mathcal{A}$, ki ni enaka množici $\mathcal{A}$, je **prava podmnožica** množice $\mathcal{A}$.

Potenčna množica

Potenčna množica množice $\mathcal{A}$ je množica vseh podmnožic množice $\mathcal{A}$.
Oznaka: $\mathcal{PA}$ / $\mathcal{P}(\mathcal{A})$.

$$\mathcal{PA} = \{\mathcal{X}; \mathcal{X} \subseteq \mathcal{A}\}$$

$$m(\mathcal{PA}) = 2^{m(\mathcal{A})}$$

Potenčna množica ni nikoli prazna – vsebuje vsaj prazno množico.

Naloga

Dana je množica $\mathcal{A} = \{2, 4, 6, 8, 10\}$. Zapišite njeno potenčno množico. Kakšna je njena moč?

Naloga

Dana je množica $\mathcal{A} = \{2, 4, 6, 8, 10\}$. Zapišite njeno potenčno množico. Kakšna je njena moč?

Naloga

Dana je množica $\mathcal{A} = \{a, b, c, d\}$. Zapiište njeno potenčno množico. Kakšna je njena moč?

Operacije z množicami

Operacije z množicami

Komplement množice

Operacije z množicami

Komplement množice

Komplement množice $\mathcal{A}$ (glede na izbrani univerzum $\mathcal{U}$) je množica vseh elementov, ki so v množici $\mathcal{U}$ in niso v množici $\mathcal{A}$.

Operacije z množicami

Komplement množice

Komplement množice $\mathcal{A}$ (glede na izbrani univerzum $\mathcal{U}$) je množica vseh elementov, ki so v množici $\mathcal{U}$ in niso v množici $\mathcal{A}$.
Oznaka: $\mathcal{A}^{\complement}$ / $\mathcal{A}'$.

Operacije z množicami

Komplement množice

Komplement množice $\mathcal{A}$ (glede na izbrani univerzum $\mathcal{U}$) je množica vseh elementov, ki so v množici $\mathcal{U}$ in niso v množici $\mathcal{A}$.
Oznaka: $\mathcal{A}^{\complement}$ / $\mathcal{A}'$.

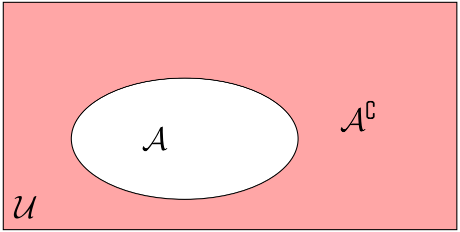
$$\mathcal{A}^{\complement} = \{x; x \in \mathcal{U} \wedge x \notin \mathcal{A}\}$$

Operacije z množicami

Komplement množice

Komplement množice $\mathcal{A}$ (glede na izbrani univerzum $\mathcal{U}$) je množica vseh elementov, ki so v množici $\mathcal{U}$ in niso v množici $\mathcal{A}$.
Oznaka: $\mathcal{A}^\complement$ / $\mathcal{A}'$.

$$\mathcal{A}^\complement = \{x; x \in \mathcal{U} \land x \notin \mathcal{A}\}$$

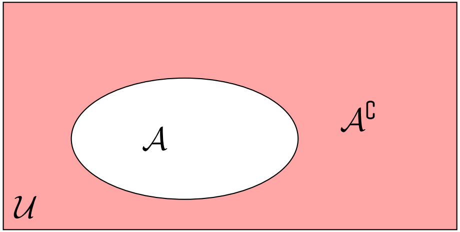


Operacije z množicami

Komplement množice

Komplement množice $\mathcal{A}$ (glede na izbrani univerzum $\mathcal{U}$) je množica vseh elementov, ki so v množici $\mathcal{U}$ in niso v množici $\mathcal{A}$.
Oznaka: $\mathcal{A}^{\complement}$ / $\mathcal{A}'$.

$$\mathcal{A}^{\complement} = \{x; x \in \mathcal{U} \wedge x \notin \mathcal{A}\}$$



$$\left(\mathcal{A}^{\complement}\right)^{\complement} = \mathcal{A}$$

Naloga

Naj bo univerzalna množica $\mathcal{U} = \{x; x \in \mathbb{N} \wedge x \leq 20\}$. Zapišite komplementarno množico danih množic. Kakšna je njena moč?

Naloga

Naj bo univerzalna množica $\mathcal{U} = \{x; x \in \mathbb{N} \wedge x \leq 20\}$. Zapišite komplementarno množico danih množic. Kakšna je njena moč?

- $\mathcal{A} = \{x; x = 3k \wedge k \in \mathbb{N}\}$
- $\mathcal{B} = \{x; x \in \mathbb{N} \wedge x \mid 20\}$
- $\mathcal{C} = \{x; x = 2k \vee x = 3k \wedge k \in \mathbb{N}\}$

Unija množic

Unija množic

Unija množic $\mathcal{A}$ in $\mathcal{B}$ je množica vseh elementov, ki pripadajo množici $\mathcal{A}$ ali množici $\mathcal{B}$.

Unija množic

Unija množic $\mathcal{A}$ in $\mathcal{B}$ je množica vseh elementov, ki pripadajo množici $\mathcal{A}$ ali množici $\mathcal{B}$.
Oznaka: $\mathcal{A} \cup \mathcal{B}$.

Unija množic

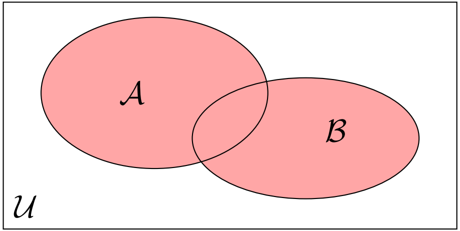
Unija množic $\mathcal{A}$ in $\mathcal{B}$ je množica vseh elementov, ki pripadajo množici $\mathcal{A}$ ali množici $\mathcal{B}$. Oznaka: $\mathcal{A} \cup \mathcal{B}$.

$$\mathcal{A} \cup \mathcal{B} = \{x; x \in \mathcal{A} \vee x \in \mathcal{B}\}$$

Unija množic

Unija množic $\mathcal{A}$ in $\mathcal{B}$ je množica vseh elementov, ki pripadajo množici $\mathcal{A}$ ali množici $\mathcal{B}$.
Oznaka: $\mathcal{A} \cup \mathcal{B}$.

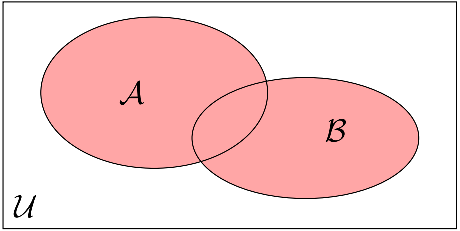
$$\mathcal{A} \cup \mathcal{B} = \{x; x \in \mathcal{A} \vee x \in \mathcal{B}\}$$

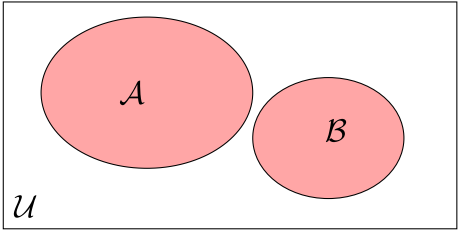


Unija množic

Unija množic $\mathcal{A}$ in $\mathcal{B}$ je množica vseh elementov, ki pripadajo množici $\mathcal{A}$ ali množici $\mathcal{B}$. Oznaka: $\mathcal{A} \cup \mathcal{B}$.

$$\mathcal{A} \cup \mathcal{B} = \{x; x \in \mathcal{A} \vee x \in \mathcal{B}\}$$

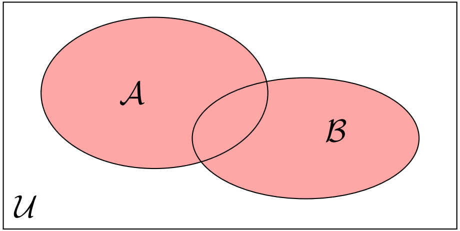




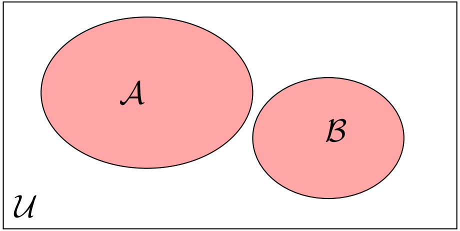
Unija množic

Unija množic $\mathcal{A}$ in $\mathcal{B}$ je množica vseh elementov, ki pripadajo množici $\mathcal{A}$ ali množici $\mathcal{B}$. Oznaka: $\mathcal{A} \cup \mathcal{B}$.

$$\mathcal{A} \cup \mathcal{B} = \{x; x \in \mathcal{A} \vee x \in \mathcal{B}\}$$



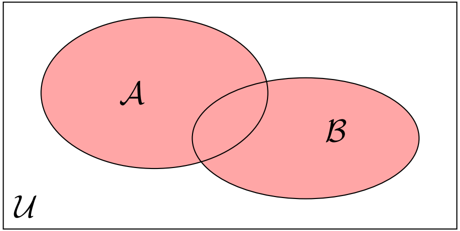
$$\mathcal{A} \cup \mathcal{A}^{\complement} = \mathcal{U}$$



Unija množic

Unija množic $\mathcal{A}$ in $\mathcal{B}$ je množica vseh elementov, ki pripadajo množici $\mathcal{A}$ ali množici $\mathcal{B}$. Oznaka: $\mathcal{A} \cup \mathcal{B}$.

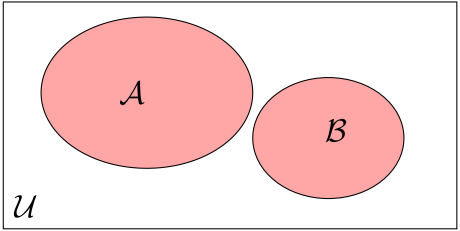
$$\mathcal{A} \cup \mathcal{B} = \{x; x \in \mathcal{A} \vee x \in \mathcal{B}\}$$



$$\mathcal{A} \cup \mathcal{A}^{\complement} = \mathcal{U}$$

$$\mathcal{A} \cup \emptyset = \mathcal{A}$$

$$\mathcal{A} \cup \mathcal{U} = \mathcal{U}$$



Naloga

Dani sta množici $\mathcal{A}$ in $\mathcal{B}$. Zapišite množico $\mathcal{A} \cup \mathcal{B}$. Določite še njeno moč.

Naloga

Dani sta množici $\mathcal{A}$ in $\mathcal{B}$. Zapišite množico $\mathcal{A} \cup \mathcal{B}$. Določite še njeno moč.

- $\mathcal{A} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ in $\mathcal{B} = \{3, 4, 5, 6, 7\}$
- $\mathcal{A} = \{4, 8, 12, 16, 20\}$ in $\mathcal{B} = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$
- $\mathcal{A} = \{x; x \in \mathbb{N} \wedge x \mid 18\}$ in $\mathcal{B} = \{x; x \in \mathbb{N} \wedge x \mid 21\}$
- $\mathcal{A} = \{5, 10, 15, 20, \dots\}$ in $\mathcal{B} = \{10, 20, 30, 40, 50, \dots\}$
- $\mathcal{A} = \{x; x = 6k \wedge k \in \mathbb{N} \wedge k \leq 4\}$ in $\mathcal{B} = \{x; x \in \mathbb{N} \wedge x \mid 12\}$

Presek množic

Presek množic

Presek množic $\mathcal{A}$ in $\mathcal{B}$ je množica vseh elementov, ki hkrati pripadajo množici $\mathcal{A}$ in množici $\mathcal{B}$.

Presek množic

Presek množic $\mathcal{A}$ in $\mathcal{B}$ je množica vseh elementov, ki hkrati pripadajo množici $\mathcal{A}$ in množici $\mathcal{B}$.
Oznaka: $\mathcal{A} \cap \mathcal{B}$.

Presek množic

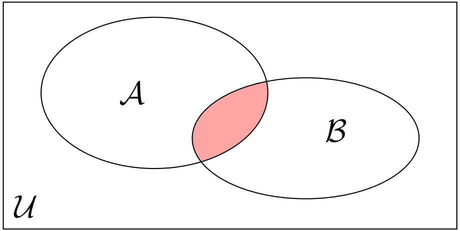
Presek množic $\mathcal{A}$ in $\mathcal{B}$ je množica vseh elementov, ki hkrati pripadajo množici $\mathcal{A}$ in množici $\mathcal{B}$.
Oznaka: $\mathcal{A} \cap \mathcal{B}$.

$$\mathcal{A} \cap \mathcal{B} = \{x; x \in \mathcal{A} \wedge x \in \mathcal{B}\}$$

Presek množic

Presek množic $\mathcal{A}$ in $\mathcal{B}$ je množica vseh elementov, ki hkrati pripadajo množici $\mathcal{A}$ in množici $\mathcal{B}$.
Oznaka: $\mathcal{A} \cap \mathcal{B}$.

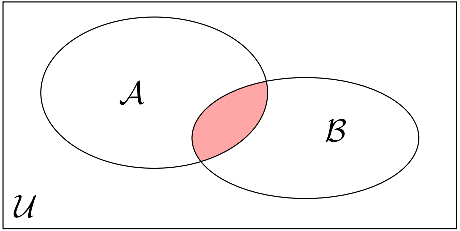
$$\mathcal{A} \cap \mathcal{B} = \{x; x \in \mathcal{A} \wedge x \in \mathcal{B}\}$$

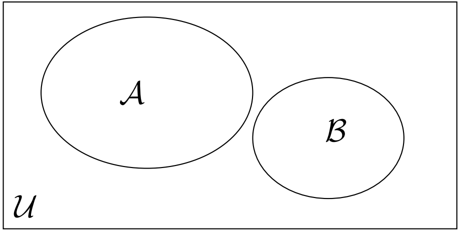


Presek množic

Presek množic $\mathcal{A}$ in $\mathcal{B}$ je množica vseh elementov, ki hkrati pripadajo množici $\mathcal{A}$ in množici $\mathcal{B}$.
Oznaka: $\mathcal{A} \cap \mathcal{B}$.

$$\mathcal{A} \cap \mathcal{B} = \{x; x \in \mathcal{A} \wedge x \in \mathcal{B}\}$$

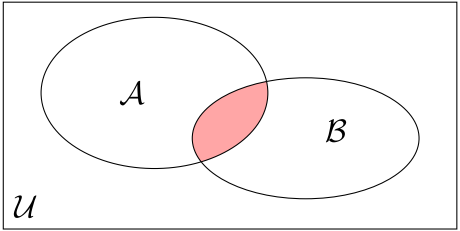




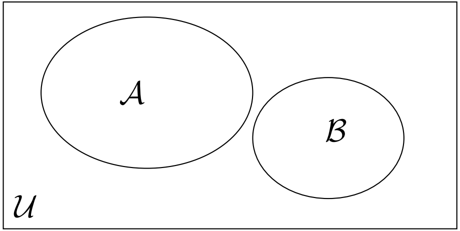
Presek množic

Presek množic $\mathcal{A}$ in $\mathcal{B}$ je množica vseh elementov, ki hkrati pripadajo množici $\mathcal{A}$ in množici $\mathcal{B}$.
Oznaka: $\mathcal{A} \cap \mathcal{B}$.

$$\mathcal{A} \cap \mathcal{B} = \{x; x \in \mathcal{A} \wedge x \in \mathcal{B}\}$$



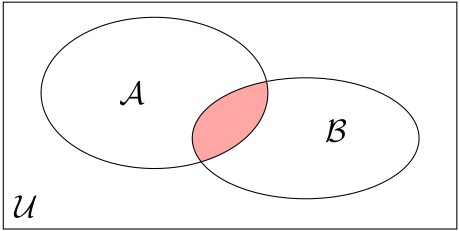
$$\mathcal{A} \cap \mathcal{A}^{\complement} = \emptyset$$



Presek množic

Presek množic $\mathcal{A}$ in $\mathcal{B}$ je množica vseh elementov, ki hkrati pripadajo množici $\mathcal{A}$ in množici $\mathcal{B}$.
Oznaka: $\mathcal{A} \cap \mathcal{B}$.

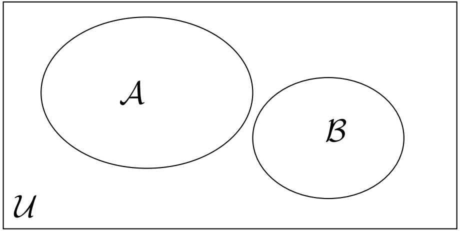
$$\mathcal{A} \cap \mathcal{B} = \{x; x \in \mathcal{A} \wedge x \in \mathcal{B}\}$$



$$\mathcal{A} \cap \mathcal{A}^{\complement} = \emptyset$$

$$\mathcal{A} \cap \emptyset = \emptyset$$

$$\mathcal{A} \cap \mathcal{U} = \mathcal{A}$$



Naloga

Dani sta množici $\mathcal{A}$ in $\mathcal{B}$. Zapišite množico $\mathcal{A} \cap \mathcal{B}$. Določite še njeno moč.

Naloga

Dani sta množici $\mathcal{A}$ in $\mathcal{B}$. Zapišite množico $\mathcal{A} \cap \mathcal{B}$. Določite še njeno moč.

- $\mathcal{A} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ in $\mathcal{B} = \{3, 4, 5, 6, 7\}$
- $\mathcal{A} = \{4, 8, 12, 16, 20\}$ in $\mathcal{B} = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$
- $\mathcal{A} = \{x; x \in \mathbb{N} \wedge x \mid 18\}$ in $\mathcal{B} = \{x; x \in \mathbb{N} \wedge x \mid 21\}$
- $\mathcal{A} = \{5, 10, 15, 20, \dots\}$ in $\mathcal{B} = \{10, 20, 30, 40, 50, \dots\}$
- $\mathcal{A} = \{x; x = 6k \wedge k \in \mathbb{N} \wedge k \leq 4\}$ in $\mathcal{B} = \{x; x \in \mathbb{N} \wedge x \mid 12\}$

Za množici $\mathcal{A}$ in $\mathcal{B}$ velja:

$$m(\mathcal{A} \cup \mathcal{B}) = m(\mathcal{A}) + m(\mathcal{B}) - m(\mathcal{A} \cap \mathcal{B})$$

Za množici $\mathcal{A}$ in $\mathcal{B}$ velja:

$$m(\mathcal{A} \cup \mathcal{B}) = m(\mathcal{A}) + m(\mathcal{B}) - m(\mathcal{A} \cap \mathcal{B})$$

Množici, katerih presek je prazna množica, sta **disjunktni** množici.

Za množici $\mathcal{A}$ in $\mathcal{B}$ velja:

$$m(\mathcal{A} \cup \mathcal{B}) = m(\mathcal{A}) + m(\mathcal{B}) - m(\mathcal{A} \cap \mathcal{B})$$

Množici, katerih presek je prazna množica, sta **disjunktni** množici.

$$\mathcal{A} \cap \mathcal{B} = \emptyset \Rightarrow m(\mathcal{A} \cap \mathcal{B}) = 0$$

Za množici $\mathcal{A}$ in $\mathcal{B}$ velja:

$$m(\mathcal{A} \cup \mathcal{B}) = m(\mathcal{A}) + m(\mathcal{B}) - m(\mathcal{A} \cap \mathcal{B})$$

Množici, katerih presek je prazna množica, sta **disjunktni** množici.

$$\mathcal{A} \cap \mathcal{B} = \emptyset \Rightarrow m(\mathcal{A} \cap \mathcal{B}) = 0$$

$$\mathcal{A} \cap \mathcal{B} = \emptyset \Rightarrow m(\mathcal{A} \cup \mathcal{B}) = m(\mathcal{A}) + m(\mathcal{B})$$

Za množici $\mathcal{A}$ in $\mathcal{B}$ velja:

$$m(\mathcal{A} \cup \mathcal{B}) = m(\mathcal{A}) + m(\mathcal{B}) - m(\mathcal{A} \cap \mathcal{B})$$

Množici, katerih presek je prazna množica, sta **disjunktni** množici.

$$\mathcal{A} \cap \mathcal{B} = \emptyset \Rightarrow m(\mathcal{A} \cap \mathcal{B}) = 0$$

$$\mathcal{A} \cap \mathcal{B} = \emptyset \Rightarrow m(\mathcal{A} \cup \mathcal{B}) = m(\mathcal{A}) + m(\mathcal{B})$$

Komutativnost unije in preseka

Za množici $\mathcal{A}$ in $\mathcal{B}$ velja:

$$m(\mathcal{A} \cup \mathcal{B}) = m(\mathcal{A}) + m(\mathcal{B}) - m(\mathcal{A} \cap \mathcal{B})$$

Množici, katerih presek je prazna množica, sta **disjunktni** množici.

$$\mathcal{A} \cap \mathcal{B} = \emptyset \Rightarrow m(\mathcal{A} \cap \mathcal{B}) = 0$$

$$\mathcal{A} \cap \mathcal{B} = \emptyset \Rightarrow m(\mathcal{A} \cup \mathcal{B}) = m(\mathcal{A}) + m(\mathcal{B})$$

Komutativnost unije in preseka

$$\mathcal{A} \cup \mathcal{B} = \mathcal{B} \cup \mathcal{A}$$

Za množici $\mathcal{A}$ in $\mathcal{B}$ velja:

$$m(\mathcal{A} \cup \mathcal{B}) = m(\mathcal{A}) + m(\mathcal{B}) - m(\mathcal{A} \cap \mathcal{B})$$

Množici, katerih presek je prazna množica, sta **disjunktni** množici.

$$\mathcal{A} \cap \mathcal{B} = \emptyset \Rightarrow m(\mathcal{A} \cap \mathcal{B}) = 0$$

$$\mathcal{A} \cap \mathcal{B} = \emptyset \Rightarrow m(\mathcal{A} \cup \mathcal{B}) = m(\mathcal{A}) + m(\mathcal{B})$$

Komutativnost unije in preseka

$$\mathcal{A} \cup \mathcal{B} = \mathcal{B} \cup \mathcal{A}$$

$$\mathcal{A} \cap \mathcal{B} = \mathcal{B} \cap \mathcal{A}$$

Za množici $\mathcal{A}$ in $\mathcal{B}$ velja:

$$m(\mathcal{A} \cup \mathcal{B}) = m(\mathcal{A}) + m(\mathcal{B}) - m(\mathcal{A} \cap \mathcal{B})$$

Množici, katerih presek je prazna množica, sta **disjunktni** množici.

$$\mathcal{A} \cap \mathcal{B} = \emptyset \Rightarrow m(\mathcal{A} \cap \mathcal{B}) = 0$$

$$\mathcal{A} \cap \mathcal{B} = \emptyset \Rightarrow m(\mathcal{A} \cup \mathcal{B}) = m(\mathcal{A}) + m(\mathcal{B})$$

Komutativnost unije in preseka

$$\mathcal{A} \cup \mathcal{B} = \mathcal{B} \cup \mathcal{A}$$

$$\mathcal{A} \cap \mathcal{B} = \mathcal{B} \cap \mathcal{A}$$

Asociativnost unije in preseka

Za množici $\mathcal{A}$ in $\mathcal{B}$ velja:

$$m(\mathcal{A} \cup \mathcal{B}) = m(\mathcal{A}) + m(\mathcal{B}) - m(\mathcal{A} \cap \mathcal{B})$$

Množici, katerih presek je prazna množica, sta **disjunktni** množici.

$$\mathcal{A} \cap \mathcal{B} = \emptyset \Rightarrow m(\mathcal{A} \cap \mathcal{B}) = 0$$

$$\mathcal{A} \cap \mathcal{B} = \emptyset \Rightarrow m(\mathcal{A} \cup \mathcal{B}) = m(\mathcal{A}) + m(\mathcal{B})$$

Komutativnost unije in preseka

$$\mathcal{A} \cup \mathcal{B} = \mathcal{B} \cup \mathcal{A}$$

$$\mathcal{A} \cap \mathcal{B} = \mathcal{B} \cap \mathcal{A}$$

Asociativnost unije in preseka

$$(\mathcal{A} \cup \mathcal{B}) \cup \mathcal{C} = \mathcal{A} \cup (\mathcal{B} \cup \mathcal{C})$$

Za množici $\mathcal{A}$ in $\mathcal{B}$ velja:

$$m(\mathcal{A} \cup \mathcal{B}) = m(\mathcal{A}) + m(\mathcal{B}) - m(\mathcal{A} \cap \mathcal{B})$$

Množici, katerih presek je prazna množica, sta **disjunktni** množici.

$$\mathcal{A} \cap \mathcal{B} = \emptyset \Rightarrow m(\mathcal{A} \cap \mathcal{B}) = 0$$

$$\mathcal{A} \cap \mathcal{B} = \emptyset \Rightarrow m(\mathcal{A} \cup \mathcal{B}) = m(\mathcal{A}) + m(\mathcal{B})$$

Komutativnost unije in preseka

$$\mathcal{A} \cup \mathcal{B} = \mathcal{B} \cup \mathcal{A}$$

$$\mathcal{A} \cap \mathcal{B} = \mathcal{B} \cap \mathcal{A}$$

Asociativnost unije in preseka

$$(\mathcal{A} \cup \mathcal{B}) \cup \mathcal{C} = \mathcal{A} \cup (\mathcal{B} \cup \mathcal{C})$$

$$(\mathcal{A} \cap \mathcal{B}) \cap \mathcal{C} = \mathcal{A} \cap (\mathcal{B} \cap \mathcal{C})$$

Distributivnostna zakona za unijo in presek

Distributivnostna zakona za unijo in presek

$$(\mathcal{A} \cup \mathcal{B}) \cap \mathcal{C} = (\mathcal{A} \cap \mathcal{C}) \cup (\mathcal{B} \cap \mathcal{C})$$

Distributivnostna zakona za unijo in presek

$$(\mathcal{A} \cup \mathcal{B}) \cap \mathcal{C} = (\mathcal{A} \cap \mathcal{C}) \cup (\mathcal{B} \cap \mathcal{C})$$

$$(\mathcal{A} \cap \mathcal{B}) \cup \mathcal{C} = (\mathcal{A} \cup \mathcal{C}) \cap (\mathcal{B} \cup \mathcal{C})$$

Distributivnostna zakona za unijo in presek

$$(\mathcal{A} \cup \mathcal{B}) \cap \mathcal{C} = (\mathcal{A} \cap \mathcal{C}) \cup (\mathcal{B} \cap \mathcal{C})$$

$$(\mathcal{A} \cap \mathcal{B}) \cup \mathcal{C} = (\mathcal{A} \cup \mathcal{C}) \cap (\mathcal{B} \cup \mathcal{C})$$

De Morganova zakona

Distributivnostna zakona za unijo in presek

$$(\mathcal{A} \cup \mathcal{B}) \cap \mathcal{C} = (\mathcal{A} \cap \mathcal{C}) \cup (\mathcal{B} \cap \mathcal{C})$$

$$(\mathcal{A} \cap \mathcal{B}) \cup \mathcal{C} = (\mathcal{A} \cup \mathcal{C}) \cap (\mathcal{B} \cup \mathcal{C})$$

De Morganova zakona

Komplement preseka dveh množic je enak uniji komplementov obeh množic:

Distributivnostna zakona za unijo in presek

$$(\mathcal{A} \cup \mathcal{B}) \cap \mathcal{C} = (\mathcal{A} \cap \mathcal{C}) \cup (\mathcal{B} \cap \mathcal{C})$$

$$(\mathcal{A} \cap \mathcal{B}) \cup \mathcal{C} = (\mathcal{A} \cup \mathcal{C}) \cap (\mathcal{B} \cup \mathcal{C})$$

De Morganova zakona

Komplement preseka dveh množic je enak uniji komplementov obeh množic:

$$(\mathcal{A} \cap \mathcal{B})^{\complement} = \mathcal{A}^{\complement} \cup \mathcal{B}^{\complement}.$$

Distributivnostna zakona za unijo in presek

$$(\mathcal{A} \cup \mathcal{B}) \cap \mathcal{C} = (\mathcal{A} \cap \mathcal{C}) \cup (\mathcal{B} \cap \mathcal{C})$$
$$(\mathcal{A} \cap \mathcal{B}) \cup \mathcal{C} = (\mathcal{A} \cup \mathcal{C}) \cap (\mathcal{B} \cup \mathcal{C})$$

De Morganova zakona

Komplement preseka dveh množic je enak uniji komplementov obeh množic:

$$(\mathcal{A} \cap \mathcal{B})^{\complement} = \mathcal{A}^{\complement} \cup \mathcal{B}^{\complement}.$$

Komplement unije dveh množic je enak preseku komplementov obeh množic:

Distributivnostna zakona za unijo in presek

$$(\mathcal{A} \cup \mathcal{B}) \cap \mathcal{C} = (\mathcal{A} \cap \mathcal{C}) \cup (\mathcal{B} \cap \mathcal{C})$$
$$(\mathcal{A} \cap \mathcal{B}) \cup \mathcal{C} = (\mathcal{A} \cup \mathcal{C}) \cap (\mathcal{B} \cup \mathcal{C})$$

De Morganova zakona

Komplement preseka dveh množic je enak uniji komplementov obeh množic:

$$(\mathcal{A} \cap \mathcal{B})^{\complement} = \mathcal{A}^{\complement} \cup \mathcal{B}^{\complement}.$$

Komplement unije dveh množic je enak preseku komplementov obeh množic:

$$(\mathcal{A} \cup \mathcal{B})^{\complement} = \mathcal{A}^{\complement} \cap \mathcal{B}^{\complement}.$$

Razlika množic

Razlika množic

Razlika množic $\mathcal{A}$ in $\mathcal{B}$ je množica tistih elementov, ki pripadajo množici $\mathcal{A}$ in hkrati ne pripadajo množici $\mathcal{B}$.

Razlika množic

Razlika množic $\mathcal{A}$ in $\mathcal{B}$ je množica tistih elementov, ki pripadajo množici $\mathcal{A}$ in hkrati ne pripadajo množici $\mathcal{B}$.
Oznaka: $\mathcal{A} \setminus \mathcal{B}$ / $\mathcal{A} - \mathcal{B}$.

Razlika množic

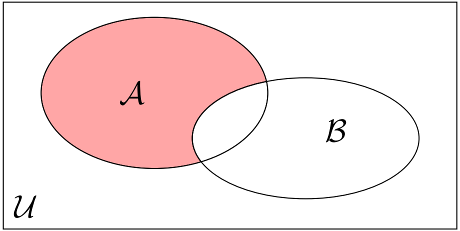
Razlika množic $\mathcal{A}$ in $\mathcal{B}$ je množica tistih elementov, ki pripadajo množici $\mathcal{A}$ in hkrati ne pripadajo množici $\mathcal{B}$.
Oznaka: $\mathcal{A} \setminus \mathcal{B}$ / $\mathcal{A} - \mathcal{B}$.

$$\mathcal{A} \setminus \mathcal{B} = \{x; x \in \mathcal{A} \wedge x \notin \mathcal{B}\}$$

Razlika množic

Razlika množic $\mathcal{A}$ in $\mathcal{B}$ je množica tistih elementov, ki pripadajo množici $\mathcal{A}$ in hkrati ne pripadajo množici $\mathcal{B}$.
Oznaka: $\mathcal{A} \setminus \mathcal{B}$ / $\mathcal{A} - \mathcal{B}$.

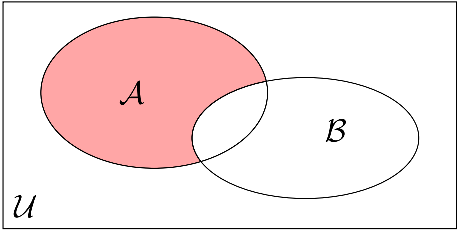
$$\mathcal{A} \setminus \mathcal{B} = \{x; x \in \mathcal{A} \wedge x \notin \mathcal{B}\}$$

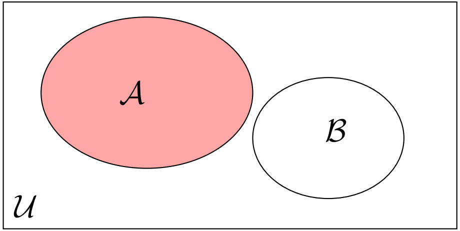


Razlika množic

Razlika množic $\mathcal{A}$ in $\mathcal{B}$ je množica tistih elementov, ki pripadajo množici $\mathcal{A}$ in hkrati ne pripadajo množici $\mathcal{B}$.
Oznaka: $\mathcal{A} \setminus \mathcal{B}$ / $\mathcal{A} - \mathcal{B}$.

$$\mathcal{A} \setminus \mathcal{B} = \{x; x \in \mathcal{A} \wedge x \notin \mathcal{B}\}$$

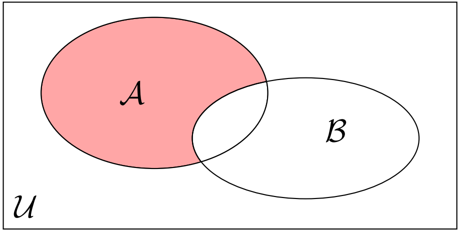




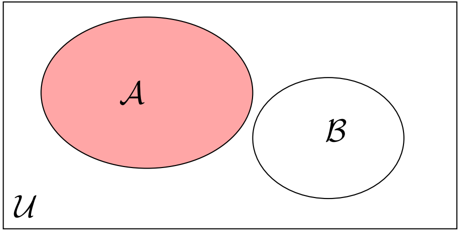
Razlika množic

Razlika množic $\mathcal{A}$ in $\mathcal{B}$ je množica tistih elementov, ki pripadajo množici $\mathcal{A}$ in hkrati ne pripadajo množici $\mathcal{B}$.
Oznaka: $\mathcal{A} \setminus \mathcal{B}$ / $\mathcal{A} - \mathcal{B}$.

$$\mathcal{A} \setminus \mathcal{B} = \{x; x \in \mathcal{A} \wedge x \notin \mathcal{B}\}$$



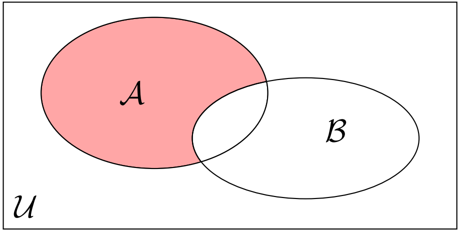
$$\mathcal{A} \setminus \mathcal{B} = \mathcal{A} \cap \mathcal{B}^{\complement}$$



Razlika množic

Razlika množic $\mathcal{A}$ in $\mathcal{B}$ je množica tistih elementov, ki pripadajo množici $\mathcal{A}$ in hkrati ne pripadajo množici $\mathcal{B}$.
Oznaka: $\mathcal{A} \setminus \mathcal{B}$ / $\mathcal{A} - \mathcal{B}$.

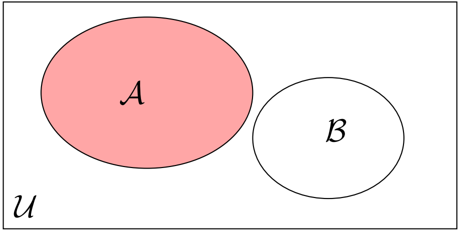
$$\mathcal{A} \setminus \mathcal{B} = \{x; x \in \mathcal{A} \land x \notin \mathcal{B}\}$$



$$\mathcal{A} \setminus \mathcal{B} = \mathcal{A} \cap \mathcal{B}^{\complement}$$

$$\mathcal{A} \setminus \mathcal{B} \neq \mathcal{B} \setminus \mathcal{A}$$

$$\mathcal{A} \setminus \mathcal{A} = \emptyset$$



Naloga

Dani sta množici $\mathcal{A}$ in $\mathcal{B}$. Zapišite njuno razliko $\mathcal{A} \setminus \mathcal{B}$.

Naloga

Dani sta množici $\mathcal{A}$ in $\mathcal{B}$. Zapišite njuno razliko $\mathcal{A} \setminus \mathcal{B}$.

- $\mathcal{A} = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$ in $\mathcal{B} = \{x; x \in \mathbb{N} \wedge x > 10\}$
- $\mathcal{A} = \{x; x = 3k \wedge k \in \mathbb{N} \wedge k < 7\}$ in $\mathcal{B} = \{x; x = 6k \wedge k \in \mathbb{N}\}$
- $\mathcal{A} = \{x; x = 6k \wedge k \in \mathbb{N} \wedge k < 4\}$ in $\mathcal{B} = \{x; x = 3k \wedge k \in \mathbb{N}\}$

Kartezični produkt množic

Kartezični produkt množic

Kartezični produkt (nepraznih) množic $\mathcal{A}$ in $\mathcal{B}$ je množica urejenih parov (x, y), pri čemer je $x \in \mathcal{A}$ in $y \in \mathcal{B}$.

Kartezični produkt množic

Kartezični produkt (nepraznih) množic $\mathcal{A}$ in $\mathcal{B}$ je množica urejenih parov (x, y), pri čemer je $x \in \mathcal{A}$ in $y \in \mathcal{B}$.
Oznaka: $\mathcal{A} \times \mathcal{B}$.

Kartezični produkt množic

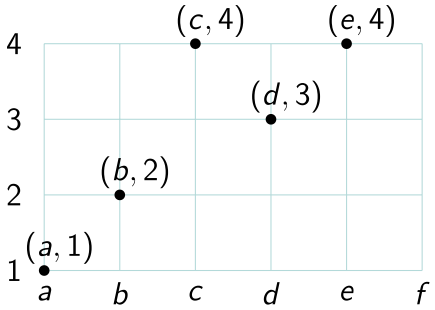
Kartezični produkt (nepraznih) množic $\mathcal{A}$ in $\mathcal{B}$ je množica urejenih parov (x, y), pri čemer je $x \in \mathcal{A}$ in $y \in \mathcal{B}$.
Oznaka: $\mathcal{A} \times \mathcal{B}$.

$$\mathcal{A} \times \mathcal{B} = \{(x, y); x \in \mathcal{A} \wedge y \in \mathcal{B}\}$$

Kartezični produkt množic

Kartezični produkt (nepraznih) množic $\mathcal{A}$ in $\mathcal{B}$ je množica urejenih parov (x, y), pri čemer je $x \in \mathcal{A}$ in $y \in \mathcal{B}$.
Oznaka: $\mathcal{A} \times \mathcal{B}$.

$$\mathcal{A} \times \mathcal{B} = \{(x, y); x \in \mathcal{A} \wedge y \in \mathcal{B}\}$$



$$\mathcal{A} \times \mathcal{B}$$

$$\mathcal{A} = \{a, b, c, d, e, f\}$$

$$\mathcal{B} = \{1, 2, 3, 4\}$$

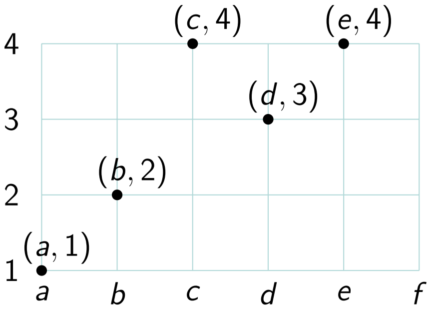
Kartezični produkt množic

Kartezični produkt (nepraznih) množic $\mathcal{A}$ in $\mathcal{B}$ je množica urejenih parov (x, y), pri čemer je $x \in \mathcal{A}$ in $y \in \mathcal{B}$.
Oznaka: $\mathcal{A} \times \mathcal{B}$.

$$\mathcal{A} \times \mathcal{B} = \{(x, y); x \in \mathcal{A} \wedge y \in \mathcal{B}\}$$

$$x \neq y \Rightarrow (x, y) \neq (y, x)$$

$$\mathcal{A} \neq \mathcal{B} \Rightarrow \mathcal{A} \times \mathcal{B} \neq \mathcal{B} \times \mathcal{A}$$



$\mathcal{A} \times \mathcal{B}$

$$\mathcal{A} = \{a, b, c, d, e, f\}$$

$$\mathcal{B} = \{1, 2, 3, 4\}$$

Kartezični produkt množic

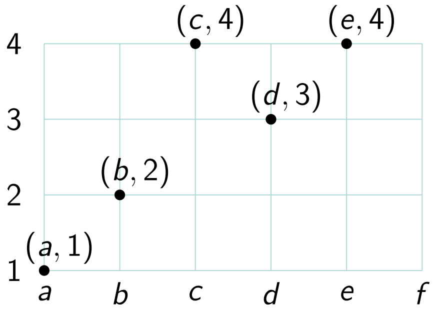
Kartezični produkt (nepraznih) množic $\mathcal{A}$ in $\mathcal{B}$ je množica urejenih parov (x, y), pri čemer je $x \in \mathcal{A}$ in $y \in \mathcal{B}$.
Oznaka: $\mathcal{A} \times \mathcal{B}$.

$$\mathcal{A} \times \mathcal{B} = \{(x, y); x \in \mathcal{A} \wedge y \in \mathcal{B}\}$$

$$x \neq y \Rightarrow (x, y) \neq (y, x)$$

$$\mathcal{A} \neq \mathcal{B} \Rightarrow \mathcal{A} \times \mathcal{B} \neq \mathcal{B} \times \mathcal{A}$$

$$m(\mathcal{A} \times \mathcal{B}) = m(\mathcal{A}) \cdot m(\mathcal{B})$$



$$\mathcal{A} \times \mathcal{B}$$

$$\mathcal{A} = \{a, b, c, d, e, f\}$$

$$\mathcal{B} = \{1, 2, 3, 4\}$$

Naloga

Dani sta množici $\mathcal{A}$ in $\mathcal{B}$. Zapišite njun kartezični produkt $\mathcal{A} \times \mathcal{B}$. Narišite diagram, ki predstavlja to množico.

Naloga

Dani sta množici $\mathcal{A}$ in $\mathcal{B}$. Zapišite njun kartezični produkt $\mathcal{A} \times \mathcal{B}$. Narišite diagram, ki predstavlja to množico.

- $\mathcal{A} = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$ in $\mathcal{B} = \{x; x \in \mathbb{N} \wedge x < 8\}$
- $\mathcal{A} = \{x; x = 3k \wedge k \in \mathbb{N} \wedge k < 7\}$ in $\mathcal{B} = \{x; x = 6k \wedge k \in \mathbb{N} \wedge (5 \leq k < 9)\}$
- $\mathcal{A} = \{x; x = 6k \wedge k \in \mathbb{N} \wedge k < 4\}$ in $\mathcal{B} = \{x; x = 3k \wedge k \in \mathbb{N} \wedge (3 < k < 11)\}$

Section 2

Potence in izrazi

1. Osnove logike in teorije množice

2. Potence in izrazi
   - Potence z naravnim eksponentom
   - Pravila za računanje s potencami
   - Večkratniki
   - Algebrski izrazi
   - Računanje z algebrskimi izrazi
   - Potenciranje izrazov
   - Razstavljanje izrazov

3. Deljivost

Potence z naravnim eksponentom

Potence z naravnim eksponentom

Potenca z naravnim eksponentom

Potenca $\mathbf{x^n}$ z **osnovo**/**bazo** x in **eksponentom**/**stopnjo** $n \in \mathbb{N}$, je produkt n faktorjev enakih x.

Potence z naravnim eksponentom

Potenca z naravnim eksponentom

Potenca $\mathbf{x^n}$ z **osnovo**/**bazo** x in **eksponentom**/**stopnjo** $n \in \mathbb{N}$, je produkt n faktorjev enakih x.

$$\mathbf{x^n} = \underbrace{x \cdot x \cdot \ldots \cdot x}_{\text{n faktorjev}}$$

Potence z naravnim eksponentom

Potenca z naravnim eksponentom

Potenca $\mathbf{x^n}$ z **osnovo**/**bazo** x in **eksponentom**/**stopnjo** $n \in \mathbb{N}$, je produkt n faktorjev enakih x.

$$\mathbf{x^n} = \underbrace{x \cdot x \cdot \ldots \cdot x}_{\text{n faktorjev}}$$

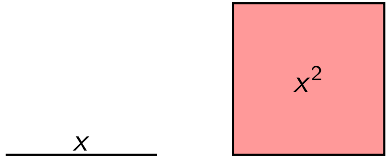
$\underline{\qquad x \qquad}$

Potence z naravnim eksponentom

Potenca z naravnim eksponentom

Potenca $\mathbf{x^n}$ z **osnovo**/**bazo** x in **eksponentom**/**stopnjo** $n \in \mathbb{N}$, je produkt n faktorjev enakih x.

$$\mathbf{x^n} = \underbrace{x \cdot x \cdot \ldots \cdot x}_{\text{n faktorjev}}$$

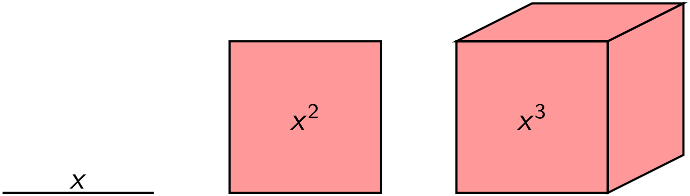


Potence z naravnim eksponentom

Potenca z naravnim eksponentom

Potenca $\mathbf{x^n}$ z **osnovo**/**bazo** x in **eksponentom**/**stopnjo** $n \in \mathbb{N}$, je produkt n faktorjev enakih x.

$$\mathbf{x^n} = \underbrace{x \cdot x \cdot \ldots \cdot x}_{\text{n faktorjev}}$$



Pravila za računanje s potencami

Pravila za računanje s potencami

$$x^n \cdot x^m =$$

Pravila za računanje s potencami

$$x^n \cdot x^m = \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{m faktorjev}} =$$

Pravila za računanje s potencami

$$x^n \cdot x^m = \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{m faktorjev}} = x^{n+m}$$

Pravila za računanje s potencami

$$x^n \cdot x^m = \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{m faktorjev}} = x^{n+m}$$

Dve potenci z isto osnovo zmnožimo tako, da osnovo ohranimo, eksponenta pa seštejemo.

Pravila za računanje s potencami

$$x^n \cdot x^m = \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{m faktorjev}} = x^{n+m}$$

Dve potenci z isto osnovo zmnožimo tako, da osnovo ohranimo, eksponenta pa seštejemo.

$$(x^n)^m =$$

Pravila za računanje s potencami

$$x^n \cdot x^m = \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{m faktorjev}} = x^{n+m}$$

Dve potenci z isto osnovo zmnožimo tako, da osnovo ohranimo, eksponenta pa seštejemo.

$$(x^n)^m = \underbrace{\underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \ldots \cdot \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}}}_{\text{m faktorjev}} =$$

Pravila za računanje s potencami

$$x^n \cdot x^m = \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{m faktorjev}} = x^{n+m}$$

Dve potenci z isto osnovo zmnožimo tako, da osnovo ohranimo, eksponenta pa seštejemo.

$$(x^n)^m = \underbrace{\underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \ldots \cdot \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}}}_{\text{m faktorjev}} = x^{n \cdot m}$$

Pravila za računanje s potencami

$$x^n \cdot x^m = \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{m faktorjev}} = x^{n+m}$$

Dve potenci z isto osnovo zmnožimo tako, da osnovo ohranimo, eksponenta pa seštejemo.

$$(x^n)^m = \underbrace{\underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \ldots \cdot \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}}}_{\text{m faktorjev}} = x^{n \cdot m}$$

Potenco potenciramo tako, da osnovo ohranimo, ekponenta pa zmnožimo.

$$(xy)^n =$$

$$(xy)^n = \underbrace{(xy \cdot xy \cdot \ldots \cdot xy)}_{\text{n faktorjev}} = \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(y \cdot y \cdot \ldots \cdot y)}_{\text{n faktorjev}} =$$

$$(xy)^n = \underbrace{(xy \cdot xy \cdot \ldots \cdot xy)}_{\text{n faktorjev}} = \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(y \cdot y \cdot \ldots \cdot y)}_{\text{n faktorjev}} = x^n y^n$$

$$(xy)^n = \underbrace{(xy \cdot xy \cdot \ldots \cdot xy)}_{\text{n faktorjev}} = \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(y \cdot y \cdot \ldots \cdot y)}_{\text{n faktorjev}} = x^n y^n$$

Produkt dveh ali več števil potenciramo tako, da potenciramo posamezne faktorje in jih potem zmnožimo.

$$(xy)^n = \underbrace{(xy \cdot xy \cdot \ldots \cdot xy)}_{\text{n faktorjev}} = \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(y \cdot y \cdot \ldots \cdot y)}_{\text{n faktorjev}} = x^n y^n$$

Produkt dveh ali več števil potenciramo tako, da potenciramo posamezne faktorje in jih potem zmnožimo.

Za naravne eksponente velja še:

$$(xy)^n = \underbrace{(xy \cdot xy \cdot \ldots \cdot xy)}_{\text{n faktorjev}} = \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(y \cdot y \cdot \ldots \cdot y)}_{\text{n faktorjev}} = x^n y^n$$

Produkt dveh ali več števil potenciramo tako, da potenciramo posamezne faktorje in jih potem zmnožimo.

Za naravne eksponente velja še:

$$(-x)^{2n} = x^{2n}$$

$$(xy)^n = \underbrace{(xy \cdot xy \cdot \ldots \cdot xy)}_{\text{n faktorjev}} = \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(y \cdot y \cdot \ldots \cdot y)}_{\text{n faktorjev}} = x^n y^n$$

Produkt dveh ali več števil potenciramo tako, da potenciramo posamezne faktorje in jih potem zmnožimo.

Za naravne eksponente velja še:

$$(-x)^{2n} = x^{2n}$$

$$(-x)^{2n+1} = -x^{2n+1}$$

$$(xy)^n = \underbrace{(xy \cdot xy \cdot \ldots \cdot xy)}_{\text{n faktorjev}} = \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(y \cdot y \cdot \ldots \cdot y)}_{\text{n faktorjev}} = x^n y^n$$

Produkt dveh ali več števil potenciramo tako, da potenciramo posamezne faktorje in jih potem zmnožimo.

Za naravne eksponente velja še:

$$(-x)^{2n} = x^{2n}$$

$$(-x)^{2n+1} = -x^{2n+1}$$

$$(-1)^n = \begin{cases} 1; & n = 2k \\ -1; & n = 2k-1 \end{cases} ; k \in \mathbb{N}$$

Naloga

Števila -3^2, $(-4)^2$, -2^4, $(-1)^{2024}$, $(-2)^3$ in $(-3)^2$ uredite po velikosti od najmanjšega do največjega.

Naloga

Števila -3^2, $(-4)^2$, -2^4, $(-1)^{2024}$, $(-2)^3$ in $(-3)^2$ uredite po velikosti od najmanjšega do največjega.

Naloga

Poiščite podatke in jih zapišite na dva načina: s potenco in številom brez potence.

- Razdalja med Zemljo in Soncem
- Zemljina masa
- Masa Sonca
- Število zvezd v naši Galaksiji

Naloga

Izračunajte.

Naloga

Izračunajte.

- $(-3)^2 + 2^4$
- $(5-3)^3 + (-3)^2$
- $(2^2+1)^2 + (-3)^3 + (-2)^4$
- $(-1)^{2024} + ((-2)^5 + 5^2 - (7-3^2)^3)^2$
- $-1^{2n-1} + (-1)^{2n-1}$

Naloga

Poenostavite izraz.

Naloga

Poenostavite izraz.

- $2^7 \cdot 2^3$
- $a^3 \cdot a^{12} \cdot a^5$
- $(2z)^3$
- $(m^2 \cdot m^4)^3$
- $a^3 + 2a^3 - 6a^3$
- $x^2 \cdot x^4 + (-2x^3)^2 - 2(-x)^6$

Naloga

Izračunajte, rezultat zapišite s potenco.

Naloga

Izračunajte, rezultat zapišite s potenco.

- $2 \cdot 10^3 \cdot 3 \cdot 10^2 \cdot 5 \cdot 10^6$
- $(10^3)^2 \cdot 5 \cdot 10^4 \cdot 2 \cdot 10^3$
- $(-2)^3 \cdot 2^7$
- $-2^3 \cdot (-2)^4 \cdot 2^3$
- $2^3 \cdot (-3)^2 \cdot 6^4 \cdot 3$
- $(-3)^3 \cdot (-7)^2 \cdot 21^7 \cdot 7$

Naloga

Poenostavite.

Naloga

Poenostavite.

- $2^3 \cdot 3^4 \cdot (2^4 \cdot 3^2)^5$
- $(5^2 \cdot 7)^3 \cdot 5^2 \cdot 7^3$
- $(-2^3 \cdot 3^5)^4 \cdot 2^6 \cdot 3^5$
- $(-4)^2 \cdot (-7)^{13} \cdot (-28)^5 \cdot (-7^2)^3$
- $-6^2 \cdot (-3)^2 \cdot 8^5 \cdot (-3^2)^3$

Naloga

Poenostavite.

Naloga

Poenostavite.

- $a^3 \cdot b^2 \cdot a^7 \cdot b^3 \cdot b^5$
- $4x^4 \cdot (2x^3)^2$
- $(k^3 \cdot 2h^5)^2$
- $(x^2y^4)^2 \cdot (x^3y)^3$
- $(a^2b^5)^3(ab^3)^2$
- $x^2y^3(x^3y^6)^2$

Naloga

Poenostavite.

Naloga

Poenostavite.

- $2^3 \cdot x^2 \cdot 3^2 \cdot (-x)^6$
- $(-a^3 b)^4 (-a^2 b^5 a^3)^3$
- $(2s^2 \cdot (-s^2)^5)^5$
- $(-2(z^4)^2 (-2z)^3 z^5)^3$
- $(-3ab^2)^3 (-a^4 b^2 (a^3)^5)^2 (ab^3)^2$
- $(xy^2 z)^3 (x^3 (-y^2)^5 (-z))^3 (x^2 y^3 (-z^2)^3)$

Naloga

Odpravite oklepaje in poenostavite, če je mogoče.

Naloga

Odpravite oklepaje in poenostavite, če je mogoče.

- $a^n \cdot a^{n+2} \cdot (-a)^3$
- $(-x^n)^4 \cdot x^2$
- $a^n \cdot (a^2 - a^3 + 2)$
- $(x^2 + 3x^n - 5) \cdot x^{n+1}$

Naloga

Poenostavite.

Naloga

Poenostavite.

- $(2s(g^2)^2)^2 - 3(s^4 g)g^7$
- $(-4x^2xy^3)^2 + (xy)^5(-2^3xy)$
- $a^2(a^3 - b^2) - a^5 + (-a)^2 b^2$
- $(p^2(q^3)^2)^2 - 2p^4q^{12} + 7(-p^3p)(q^4)^3 - (-2)^3(pq^3)^4$

Naloga

Poenostavite.

Naloga

Poenostavite.

- $5a^{n+1} + 4a^{n+1} - 6a^{n+1}$
- $3x^{n+2} + 5x^{n} \cdot x^{2} + 2x \cdot x^{n+1}$
- $3^{5x} \cdot 9^{x} - 3^{7x} + 27^{x} \cdot 9^{2x}$
- $4^{2y} + 3 \cdot (2^{y})^{4} - 5 \cdot 8^{y} \cdot 2^{y}$
- $5^{p} \cdot 125^{p} \cdot 25^{p} + 2(5^{p})^{6} - 4 \cdot 25^{3p}$

Večkratniki

Večkratniki

Večkratnik ali tudi k-**kratnik** števila x je vsota k enakih sumandov x:

Večkratniki

Večkratnik ali tudi k-**kratnik** števila x je vsota k enakih sumandov x:

$$k \cdot x = \underbrace{x + x + \ldots + x}_{k \text{ sumandov}}.$$

Večkratniki

Večkratnik ali tudi k-**kratnik** števila x je vsota k enakih sumandov x:

$$k \cdot x = \underbrace{x + x + \ldots + x}_{k \text{ sumandov}}.$$

Vse večkratnike števila x dobimo tako, da število x zapored pomnožimo z vsemi celimi števili:

Večkratniki

Večkratnik ali tudi k-**kratnik** števila x je vsota k enakih sumandov x:

$$k \cdot x = \underbrace{x + x + \ldots + x}_{k \text{ sumandov}}.$$

Vse večkratnike števila x dobimo tako, da število x zapored pomnožimo z vsemi celimi števili:

$$\{\ldots, -5x, -4x, -3x, -2x, -x, 0, x, 2x, 3x, 4x, 5x, \ldots\} = \{kx;\ k, x \in \mathbb{Z}\} = x\mathbb{Z}.$$

Večkratniki

Večkratnik ali tudi k-**kratnik** števila x je vsota k enakih sumandov x:

$$k \cdot x = \underbrace{x + x + \ldots + x}_{k \text{ sumandov}}.$$

Vse večkratnike števila x dobimo tako, da število x zapored pomnožimo z vsemi celimi števili:

$$\{\ldots, -5x, -4x, -3x, -2x, -x, 0, x, 2x, 3x, 4x, 5x, \ldots\} = \{kx;\ k, x \in \mathbb{Z}\} = x\mathbb{Z}.$$

Število **k** je **koeficient** števila oziroma spremenljivke x.

Algebrski izrazi

Algebrski izrazi

Algebrski izraz ali **izraz** je smiseln zapis sestavljen iz:

Algebrski izrazi

Algebrski izraz ali **izraz** je smiseln zapis sestavljen iz:

- števil,

Algebrski izrazi

Algebrski izraz ali **izraz** je smiseln zapis sestavljen iz:

- številk,
- spremenljivk/parametrov, ki predstavljajo števila in jih označujemo s črkami,

Algebrski izrazi

Algebrski izraz ali **izraz** je smiseln zapis sestavljen iz:

- števil,
- spremenljivk/parametrov, ki predstavljajo števila in jih označujemo s črkami,
- oznak računskih operacij in funkcij, ki jih povezujejo,

Algebrski izrazi

Algebrski izraz ali **izraz** je smiseln zapis sestavljen iz:

- številk,
- spremenljivk/parametrov, ki predstavljajo števila in jih označujemo s črkami,
- oznak računskih operacij in funkcij, ki jih povezujejo,
- oklepajev, ki določajo vrstni red računanja.

Algebrski izrazi

Algebrski izraz ali **izraz** je smiseln zapis sestavljen iz:

- števil,
- spremenljivk/parametrov, ki predstavljajo števila in jih označujemo s črkami,
- oznak računskih operacij in funkcij, ki jih povezujejo,
- oklepajev, ki določajo vrstni red računanja.

Če v izraz namesto spremenljivk vstavimo konkretna števila in izračunamo rezultat, dobimo **vrednost izraza** (pri dani izbiri spremenljivk).

Algebrski izrazi

Algebrski izraz ali **izraz** je smiseln zapis sestavljen iz:

- številk,
- spremenljivk/parametrov, ki predstavljajo števila in jih označujemo s črkami,
- oznak računskih operacij in funkcij, ki jih povezujejo,
- oklepajev, ki določajo vrstni red računanja.

Če v izraz namesto spremenljivk vstavimo konkretna števila in izračunamo rezultat, dobimo **vrednost izraza** (pri dani izbiri spremenljivk).

Dva matematična izraza sta **enakovredna**, če imata pri katerikoli izbiri spremenljivk vedno enako vrednost.

Računanje z algebrskimi izrazi

Računanje z algebrskimi izrazi

Pri poenostavljanju izrazov veljajo vsi računski zakoni, ki veljajo za računanje s števili.

Računanje z algebrskimi izrazi

Pri poenostavljanju izrazov veljajo vsi računski zakoni, ki veljajo za računanje s števili.

Komutativnost seštevanja

Računanje z algebrskimi izrazi

Pri poenostavljanju izrazov veljajo vsi računski zakoni, ki veljajo za računanje s števili.

Komutativnost seštevanja

$$\mathbf{x} + \mathbf{y} = \mathbf{y} + \mathbf{x}$$

Računanje z algebrskimi izrazi

Pri poenostavljanju izrazov veljajo vsi računski zakoni, ki veljajo za računanje s števili.

Komutativnost seštevanja

$$\mathbf{x} + \mathbf{y} = \mathbf{y} + \mathbf{x}$$

Asociativnost seštevanja

Računanje z algebrskimi izrazi

Pri poenostavljanju izrazov veljajo vsi računski zakoni, ki veljajo za računanje s števili.

Komutativnost seštevanja

$$\mathbf{x} + \mathbf{y} = \mathbf{y} + \mathbf{x}$$

Asociativnost seštevanja

$$(\mathbf{x} + \mathbf{y}) + \mathbf{z} = \mathbf{x} + (\mathbf{y} + \mathbf{z})$$

Računanje z algebrskimi izrazi

Pri poenostavljanju izrazov veljajo vsi računski zakoni, ki veljajo za računanje s števili.

Komutativnost seštevanja

$$\mathbf{x} + \mathbf{y} = \mathbf{y} + \mathbf{x}$$

Asociativnost seštevanja

$$(\mathbf{x} + \mathbf{y}) + \mathbf{z} = \mathbf{x} + (\mathbf{y} + \mathbf{z})$$

Komutativnost množenja

Računanje z algebrskimi izrazi

Pri poenostavljanju izrazov veljajo vsi računski zakoni, ki veljajo za računanje s števili.

Komutativnost seštevanja

$$\mathbf{x} + \mathbf{y} = \mathbf{y} + \mathbf{x}$$

Komutativnost množenja

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = \mathbf{y} \cdot \mathbf{x}$$

Asociativnost seštevanja

$$(\mathbf{x} + \mathbf{y}) + \mathbf{z} = \mathbf{x} + (\mathbf{y} + \mathbf{z})$$

Računanje z algebrskimi izrazi

Pri poenostavljanju izrazov veljajo vsi računski zakoni, ki veljajo za računanje s števili.

Komutativnost seštevanja

$$\mathbf{x} + \mathbf{y} = \mathbf{y} + \mathbf{x}$$

Komutativnost množenja

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = \mathbf{y} \cdot \mathbf{x}$$

Asociativnost seštevanja

$$(\mathbf{x} + \mathbf{y}) + \mathbf{z} = \mathbf{x} + (\mathbf{y} + \mathbf{z})$$

Asociativnost množenja

Računanje z algebrskimi izrazi

Pri poenostavljanju izrazov veljajo vsi računski zakoni, ki veljajo za računanje s števili.

Komutativnost seštevanja

$$\mathbf{x}+\mathbf{y}=\mathbf{y}+\mathbf{x}$$

Komutativnost množenja

$$\mathbf{x}\cdot\mathbf{y}=\mathbf{y}\cdot\mathbf{x}$$

Asociativnost seštevanja

$$(\mathbf{x}+\mathbf{y})+\mathbf{z}=\mathbf{x}+(\mathbf{y}+\mathbf{z})$$

Asociativnost množenja

$$(\mathbf{x}\cdot\mathbf{y})\cdot\mathbf{z}=\mathbf{x}\cdot(\mathbf{y}\cdot\mathbf{z})$$

Računanje z algebrskimi izrazi

Pri poenostavljanju izrazov veljajo vsi računski zakoni, ki veljajo za računanje s števili.

Komutativnost seštevanja

$$\mathbf{x} + \mathbf{y} = \mathbf{y} + \mathbf{x}$$

Komutativnost množenja

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = \mathbf{y} \cdot \mathbf{x}$$

Asociativnost seštevanja

$$(\mathbf{x} + \mathbf{y}) + \mathbf{z} = \mathbf{x} + (\mathbf{y} + \mathbf{z})$$

Asociativnost množenja

$$(\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}) \cdot \mathbf{z} = \mathbf{x} \cdot (\mathbf{y} \cdot \mathbf{z})$$

Distributivnost seštevanja in množenja

Računanje z algebrskimi izrazi

Pri poenostavljanju izrazov veljajo vsi računski zakoni, ki veljajo za računanje s števili.

Komutativnost seštevanja

$$\mathbf{x} + \mathbf{y} = \mathbf{y} + \mathbf{x}$$

Komutativnost množenja

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = \mathbf{y} \cdot \mathbf{x}$$

Asociativnost seštevanja

$$(\mathbf{x} + \mathbf{y}) + \mathbf{z} = \mathbf{x} + (\mathbf{y} + \mathbf{z})$$

Asociativnost množenja

$$(\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}) \cdot \mathbf{z} = \mathbf{x} \cdot (\mathbf{y} \cdot \mathbf{z})$$

Distributivnost seštevanja in množenja

$$(x + y) \cdot z = \mathbf{x} \cdot \mathbf{z} + \mathbf{y} \cdot \mathbf{z}$$

Če v distributivnostnem zakonu zamenjamo levo in desno stran, dobimo pravilo o **izpostavljanju skupnega faktorja**: $xz + yz = (x + y)z$.

Če v distributivnostnem zakonu zamenjamo levo in desno stran, dobimo pravilo o **izpostavljanju skupnega faktorja**: $xz + yz = (x + y)z$.

Seštevanje in izpostavljanje izrazov

Če v distributivnostnem zakonu zamenjamo levo in desno stran, dobimo pravilo o **izpostavljanju skupnega faktorja**: $xz + yz = (x + y)z$.

Seštevanje in izpostavljanje izrazov

Med seboj lahko seštevamo samo člene, ki se razlikujejo kvečjemu v koeficientu. To naredimo tako, da seštejemo koeficienta.

Če v distributivnostnem zakonu zamenjamo levo in desno stran, dobimo pravilo o **izpostavljanju skupnega faktorja**: $xz + yz = (x + y)z$.

Seštevanje in izpostavljanje izrazov

Med seboj lahko seštevamo samo člene, ki se razlikujejo kvečjemu v koeficientu. To naredimo tako, da seštejemo koeficienta.

$$mx^2 + ny + kx^2 + ly = mx^2 + kx^2 + ny + ly = (m + k)x^2 + (n + l)y$$

Če v distributivnostnem zakonu zamenjamo levo in desno stran, dobimo pravilo o **izpostavljanju skupnega faktorja**: $xz + yz = (x + y)z$.

Seštevanje in izpostavljanje izrazov

Med seboj lahko seštevamo samo člene, ki se razlikujejo kvečjemu v koeficientu. To naredimo tako, da seštejemo koeficienta.

$$mx^2 + ny + kx^2 + ly = mx^2 + kx^2 + ny + ly = (m + k)x^2 + (n + l)y$$

Množenje izrazov

Če v distributivnostnem zakonu zamenjamo levo in desno stran, dobimo pravilo o **izpostavljanju skupnega faktorja**: $xz + yz = (x + y)z$.

Seštevanje in izpostavljanje izrazov

Med seboj lahko seštevamo samo člene, ki se razlikujejo kvečjemu v koeficientu. To naredimo tako, da seštejemo koeficienta.

$$mx^2 + ny + kx^2 + ly = mx^2 + kx^2 + ny + ly = (m + k)x^2 + (n + l)y$$

Množenje izrazov

Dva izraza zmnožimo tako, da vsak člen prvega izraza zmnožimo z vsakim členom drugega izraza. Potem pa seštejemo podobne člene.

Če v distributivnostnem zakonu zamenjamo levo in desno stran, dobimo pravilo o **izpostavljanju skupnega faktorja**: $xz + yz = (x + y)z$.

Seštevanje in izpostavljanje izrazov

Med seboj lahko seštevamo samo člene, ki se razlikujejo kvečjemu v koeficientu. To naredimo tako, da seštejemo koeficienta.

$$mx^2 + ny + kx^2 + ly = mx^2 + kx^2 + ny + ly = (m + k)x^2 + (n + l)y$$

Množenje izrazov

Dva izraza zmnožimo tako, da vsak člen prvega izraza zmnožimo z vsakim členom drugega izraza. Potem pa seštejemo podobne člene.

$$(x + y)(z + w) = xz + xw + yz + yw$$

Naloga

Poenostavite.

Naloga

Poenostavite.

- $3a + 2b - a + 7b$
- $2a^2b - ab^2 + 3a^2b$
- $5a^4 - (2a)^4 + (-3a^2)^2 - 3(a^2)^2$
- $3(a - 2(a + b)) - 2(b - a(-2)^2)$

Naloga

Zapišite izraz.

Naloga

Zapišite izraz.

- Kvadrat razlike števil x in y.
- Razlika kvadratov števil x in y.
- Razlika petkratnika m in kvadrata števila 3.
- Kub razlike sedemkratnika števila x in trikratnika števila y.

Naloga

Izpostavite skupni faktor.

Naloga

Izpostavite skupni faktor.

- $3x + 12y^2$
- $m^3 + 8mp$
- $22a^3 - 33ab$
- $kr^2 - rk^2$
- $4u^2v^3 - 6uv^2$
- $12a^2b - 8(ab)^2 - (2ab)^4$

Naloga

Izpostavite skupni faktor.

Naloga

Izpostavite skupni faktor.

- $3x(x+1)+5(x+1)$
- $(a-1)(a+1)+(a-1)$
- $4(m-1)-(1-m)(a+b)$
- $3(c-2)+5c(2-c)$
- $(-y+x)3a-(y-x)b$

Naloga

Izpostavite skupni faktor.

Naloga

Izpostavite skupni faktor.

- $5^{11} - 5^{10} + 5^{9}$
- $2 \cdot 3^{8} + 5 \cdot 3^{6}$
- $4 \cdot 5^{10} - 10 \cdot 5^{8} - 8 \cdot 5^{9}$
- $7^{5} - 7^{6} + 7 \cdot 7^{4}$

Naloga

Izpostavite skupni faktor.

Naloga

Izpostavite skupni faktor.

- $3^n - 2 \cdot 3^{n+1} + 3^{n+2}$
- $2^{k+2} - 2^k$
- $5 \cdot 3^m + 2 \cdot 3^{m+1}$
- $2^{n-3} + 3 \cdot 2^{n-2} - 2^{n-1}$
- $3 \cdot 5^{n+1} - 5^{n+2} + 4 \cdot 5^{n+3}$
- $7^n + 2 \cdot 7^{n-1} - 3 \cdot 7^{n+1}$

Naloga

Izpostavite skupni faktor in izračunajte.

Naloga

Izpostavite skupni faktor in izračunajte.

- $2^{2n} + 4^n + (2^n)^2$
- $5^{2n+1} - 25^n + 3 \cdot 5^{2n-1}$
- $5 \cdot 2^{3n} - 3 \cdot 8^{n-1}$
- $49^n - 2 \cdot 7^{2n-1}$

Naloga

Izpostavite skupni faktor.

Naloga

Izpostavite skupni faktor.

- $4a^n + 6a^{n+1}$
- $b^n + b^{n+1} - 2b^{n-1}$
- $a^{n-3} + 5a^n$
- $3x^{n+1} - 15x^n + 18x^{n-1}$

Naloga

Zmnožite.

Naloga

Zmnožite.

- $(x-3)(x+2)$
- $(2m+3)(5m-1)$
- $(1-a)(1+a)$
- $(x-3y)(2x+y)$
- $(m-2k)(3m-k)$

Naloga

Zmnožite.

Naloga

Zmnožite.

- $(a+b-1)(a-b)$
- $(2x+y)(3x-4y+5)$
- $(m+2n-k)(m+2n+k)$

Naloga

Zmnožite.

Naloga

Zmnožite.

- $(x^2 - 3)(x^3 + 2)$
- $(3x^2 - y)(5y^4 - 7x^3)$
- $(u^3 - 1)(u^3 + 1)$
- $(a^5 b^2 - 4b)(3a^7 + 2a^2 b)$
- $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$
- $(z + w)(z^2 - zw + w^2)$

Naloga

Poenostavite.

Naloga

Poenostavite.

- $(2x - y)(3 + y) + (y - 4)(y + 4) - 2xy + 3(y - 2x + 5)$
- $(x - y)(x + y) - (x^2 + xy + y^2)(x - y) - (1 - x)x^2 + (-y)y^2$
- $2ab + (a - 3b^2)(a + 3b^2) + 2^3(-b^2)^2 - (a - b)(b - a) - 2a^3$

Potenciranje izrazov

Potenciranje izrazov

Kvadrat vsote in razlike binoma

Potenciranje izrazov

Kvadrat vsote in razlike binoma

$$(x+y)^2 =$$

Potenciranje izrazov

Kvadrat vsote in razlike binoma

$$(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

Potenciranje izrazov

Kvadrat vsote in razlike binoma

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$(x - y)^2 =$$

Potenciranje izrazov

Kvadrat vsote in razlike binoma

$$(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$
$$(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

Potenciranje izrazov

Kvadrat vsote in razlike binoma

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$
$$(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

Kub vsote in razlike binoma

Potenciranje izrazov

Kvadrat vsote in razlike binoma

$$(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$
$$(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

Kub vsote in razlike binoma

$$(x+y)^3 =$$

Potenciranje izrazov

Kvadrat vsote in razlike binoma

$$(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$
$$(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

Kub vsote in razlike binoma

$$(x+y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$

Potenciranje izrazov

Kvadrat vsote in razlike binoma

$$(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$
$$(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

Kub vsote in razlike binoma

$$(x+y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$
$$(x-y)^3 =$$

Potenciranje izrazov

Kvadrat vsote in razlike binoma

$$(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$
$$(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

Kub vsote in razlike binoma

$$(x+y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$
$$(x-y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$$

Potenciranje izrazov

Kvadrat vsote in razlike binoma

$$(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$
$$(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

Kub vsote in razlike binoma

$$(x+y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$
$$(x-y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$$

Kvadrat trinoma

Potenciranje izrazov

Kvadrat vsote in razlike binoma

$$(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$
$$(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

Kub vsote in razlike binoma

$$(x+y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$
$$(x-y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$$

Kvadrat trinoma

$$(x+y+z)^2 =$$

Potenciranje izrazov

Kvadrat vsote in razlike binoma

$$(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$
$$(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

Kub vsote in razlike binoma

$$(x+y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$
$$(x-y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$$

Kvadrat trinoma

$$(x+y+z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz$$

Naloga

Kvadrirajte.

Naloga

Kvadrirajte.

- $(x+3)^2$
- $(y+2x)^2$
- $(2a+3b)^2$
- $(x-3y)^2$
- $(1-a^2)^2$
- $(2x^2y^3-z^5)^2$

Naloga

Kvadrirajte.

Naloga

Kvadrirajte.

- $(-a-b)^2$
- $(-2x^5+y)^2$
- $(a^{n+1}+b^n)^2$
- $(a+b-3)^2$
- $(z+2x^3-1)^2$
- $(2x^5-3m^6+2m^n)^2$

Naloga

Kubirajte.

Naloga

Kubirajte.

- $(x+1)^3$
- $(a-2)^3$
- $(2m+3)^3$
- $(-a+2b)^3$
- $(-z-2g)^3$
- $(a^4-2b^2)^3$

Naloga

Dopolnite do popolnega kvadrata in ga zapišite.

Naloga

Dopolnite do popolnega kvadrata in ga zapišite.

- $x^2 + 8x + \_ = (x + \_)^2$
- $x^2 + 12x + \_ = (x + \_)^2$
- $a^2 - 10a + \_ = (a - \_)^2$
- $m^2 - 2m + \_ = (m - \_)^2$

Naloga

Poenostavite.

Naloga

Poenostavite.

- $(2a+5)^2-(a-3)(a+5)-a(a+7)-2a^2-a$
- $(x-2y)(x+2y)+4(y^2-3)-(x-4)^2+7(x+4)$
- $(2m+1)(2m-1)-(3m^2-4m)-2^4-(m-2)^3+(2m-3)^2+m^2m$

Razstavljanje izrazov

Razstavljanje izrazov

Razstavljanje/**razcepljanje**/**faktorizacija** izraza je zapis izraza kot dveh ali več faktorjev.

Razstavljanje izrazov

Razstavljanje/razcepljanje/faktorizacija izraza je zapis izraza kot dveh ali več faktorjev.

Izpostavljanje skupnega faktorja

Razstavljanje izrazov

Razstavljanje/**razcepljanje**/**faktorizacija** izraza je zapis izraza kot dveh ali več faktorjev.

Izpostavljanje skupnega faktorja

$$xy + xz = x(y + z)$$

Razstavljanje izrazov

Razstavljanje/**razcepljanje**/**faktorizacija** izraza je zapis izraza kot dveh ali več faktorjev.

Izpostavljanje skupnega faktorja

$$xy + xz = x(y + z)$$

$$xy - xz = x(y - z)$$

Razstavljanje izrazov

Razstavljanje/**razcepljanje**/**faktorizacija** izraza je zapis izraza kot dveh ali več faktorjev.

Izpostavljanje skupnega faktorja

$$xy + xz = x(y + z)$$

$$xy - xz = x(y - z)$$

Pri razstavljanju smo vedno pozorni na to, da razstavimo vse, kar je mogoče.

Razlika kvadratov

$$x^2 - y^2 =$$

Razlika kvadratov

$$x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$$

Razlika kvadratov

$$x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$$

Razlika kubov

$$x^3 - y^3 =$$

Razlika kvadratov

$$x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$$

Razlika kubov

$$x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$$

Razlika kvadratov

$$x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$$

Razlika kubov

$$x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$$

Razlika četrtih potenc

$$x^4 - y^4 =$$

Razlika kvadratov

$$x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$$

Razlika kubov

$$x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$$

Razlika četrtih potenc

$$x^4 - y^4 = (x - y)(x + y)(x^2 + y^2)$$

Razlika kvadratov

$$x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$$

Razlika kubov

$$x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$$

Razlika četrtih potenc

$$x^4 - y^4 = (x - y)(x + y)(x^2 + y^2)$$

Razlika n-tih potenc

$$x^n - y^n =$$

Razlika kvadratov

$$x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$$

Razlika kubov

$$x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$$

Razlika četrtih potenc

$$x^4 - y^4 = (x - y)(x + y)(x^2 + y^2)$$

Razlika *n*-tih potenc

$$x^n - y^n = (x - y)(x^{n-1} + x^{n-2}y + x^{n-3}y^2 + \ldots + xy^{n-2} + y^{n-1})$$

Vsota kvadratov

Vsota kvadratov

Vsote kvadratov $x^2 + y^2$ ne moremo razstaviti v množici $\mathbb{Z}$ (oziroma $\mathbb{R}$).

Vsota kvadratov

Vsote kvadratov $x^2 + y^2$ ne moremo razstaviti v množici $\mathbb{Z}$ (oziroma $\mathbb{R}$).

Vsota kubov

$$x^3 + y^3 =$$

Vsota kvadratov

Vsote kvadratov $x^2 + y^2$ ne moremo razstaviti v množici $\mathbb{Z}$ (oziroma $\mathbb{R}$).

Vsota kubov

$$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$$

Vsota kvadratov

Vsote kvadratov $x^2 + y^2$ ne moremo razstaviti v množici $\mathbb{Z}$ (oziroma $\mathbb{R}$).

Vsota kubov

$$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$$

Vsota četrtih potenc

Vsota kvadratov

Vsote kvadratov $x^2 + y^2$ ne moremo razstaviti v množici $\mathbb{Z}$ (oziroma $\mathbb{R}$).

Vsota kubov

$$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$$

Vsota četrtih potenc

Vsote četrtih potenc $x^4 + y^4$ ne moremo razstaviti v množici $\mathbb{Z}$ (oziroma $\mathbb{R}$).

Vsota kvadratov

Vsote kvadratov $x^2 + y^2$ ne moremo razstaviti v množici $\mathbb{Z}$ (oziroma $\mathbb{R}$).

Vsota kubov

$$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$$

Vsota četrtih potenc

Vsote četrtih potenc $x^4 + y^4$ ne moremo razstaviti v množici $\mathbb{Z}$ (oziroma $\mathbb{R}$).

Vsota *n*-tih potenc

$$x^n + y^n =$$

Vsota kvadratov

Vsote kvadratov $x^2 + y^2$ ne moremo razstaviti v množici $\mathbb{Z}$ (oziroma $\mathbb{R}$).

Vsota kubov

$$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$$

Vsota četrtih potenc

Vsote četrtih potenc $x^4 + y^4$ ne moremo razstaviti v množici $\mathbb{Z}$ (oziroma $\mathbb{R}$).

Vsota *n*-tih potenc

$$x^n + y^n = (x + y)(x^{n-1} - x^{n-2}y + x^{n-3}y^2 - \ldots - xy^{n-2} + y^{n-1})$$

Trinome, ki sledijo naslednjim oblikam lahko razstavimo.

Trinome, ki sledijo naslednjim oblikam lahko razstavimo.
Za nekatere trinome pa se lahko zgodi, da jih ne moremo razstaviti v množici $\mathbb{Z}$ (oziroma $\mathbb{R}$).

Trinome, ki sledijo naslednjim oblikam lahko razstavimo.
Za nekatere trinome pa se lahko zgodi, da jih ne moremo razstaviti v množici $\mathbb{Z}$ (oziroma $\mathbb{R}$).

Tričlenik, ki je kvadrat

$$x^2 + 2xy + y^2 =$$

Trinome, ki sledijo naslednjim oblikam lahko razstavimo.
Za nekatere trinome pa se lahko zgodi, da jih ne moremo razstaviti v množici $\mathbb{Z}$ (oziroma $\mathbb{R}$).

Tričlenik, ki je kvadrat

$$x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2$$

Trinome, ki sledijo naslednjim oblikam lahko razstavimo.
Za nekatere trinome pa se lahko zgodi, da jih ne moremo razstaviti v množici $\mathbb{Z}$ (oziroma $\mathbb{R}$).

Tričlenik, ki je kvadrat

$$x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2$$

Viétovo pravilo

$$x^2 + (a + b)x + ab =$$

Trinome, ki sledijo naslednjim oblikam lahko razstavimo.
Za nekatere trinome pa se lahko zgodi, da jih ne moremo razstaviti v množici $\mathbb{Z}$ (oziroma $\mathbb{R}$).

Tričlenik, ki je kvadrat

$$x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2$$

Viétovo pravilo

$$x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$$

Trinome, ki sledijo naslednjim oblikam lahko razstavimo.
Za nekatere trinome pa se lahko zgodi, da jih ne moremo razstaviti v množici $\mathbb{Z}$ (oziroma $\mathbb{R}$).

Tričlenik, ki je kvadrat

$$x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2$$

Viétovo pravilo

$$x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$$

Ugibanje

$$ax^2 + bx + c =$$

Trinome, ki sledijo naslednjim oblikam lahko razstavimo.
Za nekatere trinome pa se lahko zgodi, da jih ne moremo razstaviti v množici $\mathbb{Z}$ (oziroma $\mathbb{R}$).

Tričlenik, ki je kvadrat

$$x^2 + 2xy + y^2 = (x+y)^2$$

Viétovo pravilo

$$x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$$

Ugibanje

$$ax^2 + bx + c = (dx+e)(fx+g)$$

Razstavljanje štiričlenika – združitev 2 člena + 2 člena

$$xa + xb + ya + yb =$$

Razstavljanje štiričlenika – združitev 2 člena + 2 člena

$$xa + xb + ya + yb = x(a + b) + y(a + b) = (a + b)(x + y)$$

Razstavljanje štiričlenika – združitev 2 člena + 2 člena

$$xa + xb + ya + yb = x(a + b) + y(a + b) = (a + b)(x + y)$$

Razstavljanje štiričlenika – združitev 3 členi + 1 člen

$$a + 2ax + x^2 - b^2 =$$

Razstavljanje štiričlenika – združitev 2 člena + 2 člena

$$xa + xb + ya + yb = x(a + b) + y(a + b) = (a + b)(x + y)$$

Razstavljanje štiričlenika – združitev 3 členi + 1 člen

$$a + 2ax + x^2 - b^2 = (a + x)^2 - b^2 = (a + x - b)(a + x + b)$$

Naloga

Razstavite razliko kvadratov.

Naloga

Razstavite razliko kvadratov.

- $x^2 - 25$
- $64 - y^2$
- $16m^2 - 81$
- $25a^2 - 49b^2$
- $121u^2 - 36v^2$

Naloga

Razstavite razliko kvadratov.

Naloga

Razstavite razliko kvadratov.

- $2z^2 - 8$
- $3b^2 - 12$
- $48 - 27h^2$
- $200t^2 - 8z^2$
- $a^2b - 49b$
- $80x^2 - 45y^2$

Naloga

Razstavite razliko kvadratov.

Naloga

Razstavite razliko kvadratov.

- $162s^3 - 32sc^2$
- $f^4 - 9g^2$
- $16u^4 - 81v^4$
- $a^4 - 16$
- $-18a^2 + 2b^4$

Naloga

Razstavite razliko kvadratov.

Naloga

Razstavite razliko kvadratov.

- $(f+3)^2-25$
- $(2-r)(2+r)$
- $81x^4-(y-2)^2$
- $(x-y)^2-(2x+3y)^2$
- $5(4-k)(4+k)$

Naloga

Razstavite in izračunajte.

Naloga

Razstavite in izračunajte.

- $102^2 - 2^2$
- $23^2 - 22^2$
- $999^2 - 1$

Naloga

Razstavite vsoto ali razliko kubov.

Naloga

Razstavite vsoto ali razliko kubov.

- $a^3 - 8b^3$
- $1 + x^3$
- $27m^3 + 8$
- $27 + 64b^3$
- $125x^3 - 64y^3$
- $64a^6 - b^3$

Naloga

Razstavite vsoto ali razliko kubov.

Naloga

Razstavite vsoto ali razliko kubov.

- $a^3 b^3 - 1$
- $8a^3 - b^6 c^9$
- $m^5 + 27g^3 m^2$
- $(a + 2)^3 - b^3$
- $10^3 - (a + b)^3$

Naloga

Razstavite.

Naloga

Razstavite.

- $m^2 + 14m + 45$
- $a^2 + 9a + 18$
- $x^2 - 9x + 20$
- $y^2 - 11y + 24$
- $z^2 - 13z + 22$
- $x^2 + 5x - 24$

Naloga

Razstavite.

Naloga

Razstavite.

- $m^2 + m - 110$
- $u^2 + 9u - 22$
- $x^2 - 5x - 24$
- $z^2 - 3z - 28$
- $p^2 - 4p - 45$
- $x^2 - 18x + 81$

Naloga

Razstavite.

Naloga

Razstavite.

- $3x^2 + 87x + 300$
- $2y^2 + 18y + 28$
- $2x^2 - 30x + 108$
- $7a^2 - 84a + 245$
- $6p^5 - 72p^4 + 216p^3$
- $2x^2 + 4x - 70$

Naloga

Razstavite.

Naloga

Razstavite.

- $72y - 81 + 9y^2$
- $3k^3 + 9k^2 - 12k$
- $16t - 4t^2 + 84$
- $p^3 + 13p^2 + 22p$
- $50b + 125 + 5b^2$
- $-7x^2 + 7x + 42$

Naloga

Razstavite.

Naloga

Razstavite.

- $x^2 + 16xy + 63y^2$
- $a^2 - 2ab - 35b^2$
- $p^2 + 3pk - 10k^2$
- $2z^2 - 2zu - 24u^2$
- $60c^3d^4 + 3c^5 - 27c^4d^2$

Naloga

Zapišite izraze kot popolne kvadrate.

Naloga

Zapišite izraze kot popolne kvadrate.

- $x^2 + 18x + 81$
- $a^4 + 14a^2 + 49$
- $m^2 - 10m + 25$
- $100 - 20b + b^2$
- $u^2 - 12uv + 36v^2$
- $4y^2 - 12yz + 9z^2$

Naloga

Razstavite.

Naloga

Razstavite.

- $x^4 - 13x^2 + 36$
- $b^4 - 26b^2 + 25$
- $a^4 - 8a^2 - 9$
- $n^4 - 17n^2 + 16$
- $2y^6 + 10y^4 + 8y^2$

Naloga

Razstavite.

Naloga

Razstavite.

- $2a^2 + 7a - 4$
- $2x^2 + 5x + 3$
- $4m^2 + 10m - 24$
- $4p^2 + 29p - 24$
- $2f^2 + 9f - 5$
- $7b^2 + 23b + 6$

Naloga

Razstavite.

Naloga

Razstavite.

- $5^{2x} - 30 \cdot 5^x + 125$
- $3^{2x} + 6 \cdot 3^x - 27$
- $16^x - 5 \cdot 4^x + 6$
- $4^x - 18 \cdot 2^x + 32$

Naloga

Razstavite.

Naloga

Razstavite.

- $a^3 + 3a^2 - 4a - 12$
- $c^3 - 4c^2 - c + 4$
- $x^3 + 5x^2 - 4x - 20$
- $a^2 + ab - 2a - 2b$
- $a^2 + 3ab + 2a + 6b$
- $2xy + x - 4y - 2$

Naloga

Razstavite.

Naloga

Razstavite.

- $a^2 + 2a + 1 - b^2$
- $m^2 - 6m + 9 - k^2$
- $x^2 + 4xy + 4y^2 - 16$
- $u^2 - z^2 - 8z - 16$
- $x^2 - y^2 + 14y - 49$
- $25 - y^2 + 2xy - x^2$

Naloga

Razstavite.

Naloga

Razstavite.

- $a^5 - b^5$
- $a^4 - 16$
- $x^4y^4 - 625$
- $a^5 + 32$
- $x^5 - 32$
- $81 - x^4y^8$

Naloga

Razstavite.

Naloga

Razstavite.

- $a^4 - 5a^3 - 24a^2$
- $3x^3 + 6x^2 - 27x - 54$
- $108m^4 - 3m^2$
- $x^2 - 29xy + 100y^2$
- $u^4 - 125uv^3$
- $81 - 9b^2 + 12bc - 4c^2$

Section 3

Deljivost

Relacija deljivosti

Relacija deljivosti

Naravno število m je **delitelj** naravnega števila n (**deljenec**), če obstaja naravno število k (**kvocient**), da velja:

$$\mathbf{n} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{m}.$$

Relacija deljivosti

Naravno število m je **delitelj** naravnega števila n (**deljenec**), če obstaja naravno število k (**kvocient**), da velja:

$$\mathbf{n} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{m}.$$

Naravno število m deli naravno število n, ko je število n večkratnik števila m.

$$m \mid n \Leftrightarrow n = k \cdot m; \quad m, n, k \in \mathbb{N}$$

Relacija deljivosti

Naravno število m je **delitelj** naravnega števila n (**deljenec**), če obstaja naravno število k (**kvocient**), da velja:

$$\mathbf{n} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{m}.$$

Naravno število m deli naravno število n, ko je število n večkratnik števila m.

$$m \mid n \Leftrightarrow n = k \cdot m; \quad m, n, k \in \mathbb{N}$$

Število m je delitelj samega sebe in vseh svojih večkratnikov.

Relacija deljivosti

Naravno število m je **delitelj** naravnega števila n (**deljenec**), če obstaja naravno število k (**kvocient**), da velja:

$$\mathbf{n} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{m}.$$

Naravno število m deli naravno število n, ko je število n večkratnik števila m.

$$m \mid n \Leftrightarrow n = k \cdot m; \quad m, n, k \in \mathbb{N}$$

Število m je delitelj samega sebe in vseh svojih večkratnikov.

1 je delitelj vsakega naravnega števila.

Relacija deljivosti

Naravno število m je **delitelj** naravnega števila n (**deljenec**), če obstaja naravno število k (**kvocient**), da velja:

$$\mathbf{n} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{m}.$$

Naravno število m deli naravno število n, ko je število n večkratnik števila m.

$$m \mid n \Leftrightarrow n = k \cdot m; \quad m, n, k \in \mathbb{N}$$

Število m je delitelj samega sebe in vseh svojih večkratnikov.

1 je delitelj vsakega naravnega števila.

Če d deli naravni števili m in n, $n > m$, potem d deli tudi vsoto in razliko števil m in n.

Pri deljenju poljubnega naravnega števila n z naravnim številom m imamo dve možnosti: n je deljivo z m ali n ni deljivo z m.

Pri deljenju poljubnega naravnega števila n z naravnim številom m imamo dve možnosti: n je deljivo z m ali n ni deljivo z m.

Relacija deljivosti je:

Pri deljenju poljubnega naravnega števila n z naravnim številom m imamo dve možnosti: n je deljivo z m ali n ni deljivo z m.

Relacija deljivosti je:

1. **refleksivna**:

Pri deljenju poljubnega naravnega števila n z naravnim številom m imamo dve možnosti: n je deljivo z m ali n ni deljivo z m.

Relacija deljivosti je:

1. **refleksivna**:

$$n \mid n;$$

Pri deljenju poljubnega naravnega števila n z naravnim številom m imamo dve možnosti: n je deljivo z m ali n ni deljivo z m.

Relacija deljivosti je:

1. **refleksivna**:
$$n \mid n;$$
2. **antisimetrična**:

Pri deljenju poljubnega naravnega števila n z naravnim številom m imamo dve možnosti: n je deljivo z m ali n ni deljivo z m.

Relacija deljivosti je:

1. **refleksivna**:
$$n \mid n;$$
2. **antisimetrična**:
$$m \mid n \wedge n \mid m \Rightarrow m = n;$$

Pri deljenju poljubnega naravnega števila n z naravnim številom m imamo dve možnosti: n je deljivo z m ali n ni deljivo z m.

Relacija deljivosti je:

1. **refleksivna**:
$$n \mid n;$$
2. **antisimetrična**:
$$m \mid n \wedge n \mid m \Rightarrow m = n;$$
3. **tranzitivna**:

Pri deljenju poljubnega naravnega števila n z naravnim številom m imamo dve možnosti: n je deljivo z m ali n ni deljivo z m.

Relacija deljivosti je:

1. **refleksivna**:
$$n \mid n;$$
2. **antisimetrična**:
$$m \mid n \wedge n \mid m \Rightarrow m = n;$$
3. **tranzitivna**:
$$m \mid n \wedge n \mid o \Rightarrow m \mid o.$$

Pri deljenju poljubnega naravnega števila n z naravnim številom m imamo dve možnosti: n je deljivo z m ali n ni deljivo z m.

Relacija deljivosti je:

1. **refleksivna**:
$$n \mid n;$$
2. **antisimetrična**:
$$m \mid n \wedge n \mid m \Rightarrow m = n;$$
3. **tranzitivna**:
$$m \mid n \wedge n \mid o \Rightarrow m \mid o.$$

Relacija s temi lastnostmi je relacija **delne urejenosti**, zato relacija deljivosti delno ureja množico $\mathbb{N}$.

Naloga

Zapišite vse delitelje števil.

Naloga

Zapišite vse delitelje števil.

- 6
- 16
- 37
- 48
- 120

Naloga

Pokažite, da trditev velja.

Naloga

Pokažite, da trditev velja.

- Izraz $x-3$ deli izraz x^2-2x-3.
- Izraz $x+2$ deli izraz x^3+x^2-4x-4.
- Izraz $x-2$ deli izraz x^3-8.

Naloga

Pokažite, da trditev velja.

Naloga

Pokažite, da trditev velja.

- $19 \mid (3^{21} - 3^{20} + 3^{18})$
- $7 \mid (3 \cdot 4^{11} + 4^{12} + 7 \cdot 4^{10})$
- $14 \mid (5 \cdot 3^{6} + 2 \cdot 3^{8} - 3 \cdot 3^{7})$
- $25 \mid (7 \cdot 2^{23} - 3 \cdot 2^{24} + 3 \cdot 2^{25} - 2^{22})$
- $11 \mid (2 \cdot 10^{6} + 3 \cdot 10^{7} + 10^{8})$
- $35 \mid (6^{32} - 36^{15})$

Naloga

Pokažite, da trditev velja.

Naloga

Pokažite, da trditev velja.

- $3 \mid (2^{2n+1} - 5 \cdot 2^{2n} + 9 \cdot 2^{2n-1})$
- $29 \mid (5^{n+3} - 2 \cdot 5^{n+1} + 7 \cdot 5^{n+2})$
- $10 \mid (3 \cdot 7^{4n-1} - 4 \cdot 7^{4n-2} + 7^{4n+1})$
- $10 \mid (9^{3n-1} + 9 \cdot 9^{3n+1} + 9^{3n} - 9^{3n+2})$
- $5 \mid (7 \cdot 2^{4n-2} + 3 \cdot 4^{2n} - 16^{n})$

Naloga

Pokažite, da je za poljubno naravno število u vrednost izraza

$$(u+7)(7-u)-3(3-u)(u+5)$$

večkratnik števila 4.

Kriteriji deljivosti

Kriteriji deljivosti

Deljivost z 2

Kriteriji deljivosti

Deljivost z 2

Število je deljivo z 2 natanko takrat, ko so enice števila deljive z 2.

Kriteriji deljivosti

Deljivost z 2

Število je deljivo z 2 natanko takrat, ko so enice števila deljive z 2.

Deljivost s 3

Kriteriji deljivosti

Deljivost z 2

Število je deljivo z 2 natanko takrat, ko so enice števila deljive z 2.

Deljivost s 3

Število je deljivo s 3 natanko takrat, ko je vsota števk števila deljiva s 3.

Kriteriji deljivosti

Deljivost z 2

Število je deljivo z 2 natanko takrat, ko so enice števila deljive z 2.

Deljivost s 3

Število je deljivo s 3 natanko takrat, ko je vsota števk števila deljiva s 3.

Deljivost s 4 oziroma 25

Kriteriji deljivosti

Deljivost z 2

Število je deljivo z 2 natanko takrat, ko so enice števila deljive z 2.

Deljivost s 3

Število je deljivo s 3 natanko takrat, ko je vsota števk števila deljiva s 3.

Deljivost s 4 oziroma 25

Število je deljivo s 4 oziroma 25 natanko takrat, ko je dvomestni konec števila deljiv s 4 oziroma 25.

Kriteriji deljivosti

Deljivost z 2

Število je deljivo z 2 natanko takrat, ko so enice števila deljive z 2.

Deljivost s 3

Število je deljivo s 3 natanko takrat, ko je vsota števk števila deljiva s 3.

Deljivost s 4 oziroma 25

Število je deljivo s 4 oziroma 25 natanko takrat, ko je dvomestni konec števila deljiv s 4 oziroma 25.

Deljivost s 5

Kriteriji deljivosti

Deljivost z 2

Število je deljivo z 2 natanko takrat, ko so enice števila deljive z 2.

Deljivost s 3

Število je deljivo s 3 natanko takrat, ko je vsota števk števila deljiva s 3.

Deljivost s 4 oziroma 25

Število je deljivo s 4 oziroma 25 natanko takrat, ko je dvomestni konec števila deljiv s 4 oziroma 25.

Deljivost s 5

Število je deljivo s 5 natanko takrat, ko so enice števila enake 0 ali 5.

Deljivost s 6

Deljivost s 6

Število je deljivo s 6 natanko takrat, ko je deljivo z 2 in s 3 hkrati.

Deljivost s 6

Število je deljivo s 6 natanko takrat, ko je deljivo z 2 in s 3 hkrati.

Deljivost z 8 oziroma s 125

Deljivost s 6

Število je deljivo s 6 natanko takrat, ko je deljivo z 2 in s 3 hkrati.

Deljivost z 8 oziroma s 125

Število je deljivo z 8 oziroma s 125 natanko takrat, ko je trimestni konec števila deljiv z 8 oziroma s 125.

Deljivost s 6

Število je deljivo s 6 natanko takrat, ko je deljivo z 2 in s 3 hkrati.

Deljivost z 8 oziroma s 125

Število je deljivo z 8 oziroma s 125 natanko takrat, ko je trimestni konec števila deljiv z 8 oziroma s 125.

Deljivost z 9

Deljivost s 6

Število je deljivo s 6 natanko takrat, ko je deljivo z 2 in s 3 hkrati.

Deljivost z 8 oziroma s 125

Število je deljivo z 8 oziroma s 125 natanko takrat, ko je trimestni konec števila deljiv z 8 oziroma s 125.

Deljivost z 9

Število je deljivo z 9 natanko takrat, ko je vsota števk števila deljiva z 9.

Deljivost s 6

Število je deljivo s 6 natanko takrat, ko je deljivo z 2 in s 3 hkrati.

Deljivost z 8 oziroma s 125

Število je deljivo z 8 oziroma s 125 natanko takrat, ko je trimestni konec števila deljiv z 8 oziroma s 125.

Deljivost z 9

Število je deljivo z 9 natanko takrat, ko je vsota števk števila deljiva z 9.

Deljivost z 10 oziroma 10^n

Deljivost s 6

Število je deljivo s 6 natanko takrat, ko je deljivo z 2 in s 3 hkrati.

Deljivost z 8 oziroma s 125

Število je deljivo z 8 oziroma s 125 natanko takrat, ko je trimestni konec števila deljiv z 8 oziroma s 125.

Deljivost z 9

Število je deljivo z 9 natanko takrat, ko je vsota števk števila deljiva z 9.

Deljivost z 10 oziroma 10^n

Število je deljivo z 10 natanko takrat, ko so enice števila enake 0.

Deljivost s 6

Število je deljivo s 6 natanko takrat, ko je deljivo z 2 in s 3 hkrati.

Deljivost z 8 oziroma s 125

Število je deljivo z 8 oziroma s 125 natanko takrat, ko je trimestni konec števila deljiv z 8 oziroma s 125.

Deljivost z 9

Število je deljivo z 9 natanko takrat, ko je vsota števk števila deljiva z 9.

Deljivost z 10 oziroma 10^n

Število je deljivo z 10 natanko takrat, ko so enice števila enake 0. Število je deljivo z 10^n natanko takrat, ko ima število na zadnjih n mestih števko 0.

Deljivost z 11

Deljivost z 11

Število je deljivo z 11 natanko takrat, ko je alternirajoča vsota števk tega števila deljiva z 11.

Deljivost z 11

Število je deljivo z 11 natanko takrat, ko je alternirajoča vsota števk tega števila deljiva z 11.

Deljivost s 7

Deljivost z 11

Število je deljivo z 11 natanko takrat, ko je alternirajoča vsota števk tega števila deljiva z 11.

Deljivost s 7

1. Vzamemo enice danega števila in jih pomnožimo s 5,

Deljivost z 11

Število je deljivo z 11 natanko takrat, ko je alternirajoča vsota števk tega števila deljiva z 11.

Deljivost s 7

1. Vzamemo enice danega števila in jih pomnožimo s 5,
2. prvotnemu številu brez enic prištejemo dobljeni produkt,

Deljivost z 11

Število je deljivo z 11 natanko takrat, ko je alternirajoča vsota števk tega števila deljiva z 11.

Deljivost s 7

1. Vzamemo enice danega števila in jih pomnožimo s 5,
2. prvotnemu številu brez enic prištejemo dobljeni produkt,
3. vzamemo enice dobljene vsote in jih pomnožimo s 5 ...

Deljivost z 11

Število je deljivo z 11 natanko takrat, ko je alternirajoča vsota števk tega števila deljiva z 11.

Deljivost s 7

1. Vzamemo enice danega števila in jih pomnožimo s 5,
2. prvotnemu številu brez enic prištejemo dobljeni produkt,
3. vzamemo enice dobljene vsote in jih pomnožimo s 5 ...

Postopek ponavljamo, dokler ne dobimo dvomestnega števila – če je to deljivo s 7, je prvotno število deljivo s 7.

Deljivost z 11

Število je deljivo z 11 natanko takrat, ko je alternirajoča vsota števk tega števila deljiva z 11.

Deljivost s 7

1. Vzamemo enice danega števila in jih pomnožimo s 5,
2. prvotnemu številu brez enic prištejemo dobljeni produkt,
3. vzamemo enice dobljene vsote in jih pomnožimo s 5 ...

Postopek ponavljamo, dokler ne dobimo dvomestnega števila – če je to deljivo s 7, je prvotno število deljivo s 7.

Deljivost s sestavljenim številom

Deljivost z 11

Število je deljivo z 11 natanko takrat, ko je alternirajoča vsota števk tega števila deljiva z 11.

Deljivost s 7

1. Vzamemo enice danega števila in jih pomnožimo s 5,
2. prvotnemu številu brez enic prištejemo dobljeni produkt,
3. vzamemo enice dobljene vsote in jih pomnožimo s 5 …

Postopek ponavljamo, dokler ne dobimo dvomestnega števila – če je to deljivo s 7, je prvotno število deljivo s 7.

Deljivost s sestavljenim številom

Število zapišemo kot produkt dveh (ali več) tujih števil in preverimo deljivost z vsakim faktorjem posebej.

Naloga

S katerimi od števil 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 so deljiva naslednja števila?

Naloga

S katerimi od števil 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 so deljiva naslednja števila?

- 84742
- 393948
- 12390
- 19401

Naloga

Določite vse možnosti za števko a, da je število $\overline{65833a}$:

Naloga

Določite vse možnosti za števko a, da je število $\overline{65833a}$:

- deljivo s 3,
- deljivo s 4,
- deljivo s 5,
- deljivo s 6.

Naloga

Določite vse možnosti za števko b, da je število $\overline{65b90b}$:

Naloga

Določite vse možnosti za števko b, da je število $\overline{65b90b}$:

- deljivo z 2,
- deljivo s 3,
- deljivo s 6,
- deljivo z 9,
- deljivo z 10.

Naloga

Določite vse možnosti za števki c in d, da je število $\overline{115c1d}$ deljivo s 6.

Naloga

Določite vse možnosti za števki c in d, da je število $\overline{115c1d}$ deljivo s 6.

Naloga

Določite vse možnosti za števki e in f, da je število $\overline{115e1f}$ deljivo z 8.

Naloga

Pokažite, da za vsako naravno število n 12 deli $n^4 - n^2$.

Naloga

Pokažite, da za vsako naravno število n 12 deli $n^4 - n^2$.

Naloga

Preverite, ali je število 8641969 deljivo s 7.

Osnovni izrek o deljenju naravnih števil

Osnovni izrek o deljenju naravnih števil

Osnovni izrek o deljenju

Osnovni izrek o deljenju naravnih števil

Osnovni izrek o deljenju

Za poljubni naravni števili **m** (**deljenec**) in **n** (**delitelj**), $m \geq n$, obstajata natanko določeni nenegativni števili **k** (**količnik**/**kvocient**) in **r** (**ostanek**), da velja:

Osnovni izrek o deljenju naravnih števil

Osnovni izrek o deljenju

Za poljubni naravni števili **m** (**deljenec**) in **n** (**delitelj**), $m \geq n$, obstajata natanko določeni nenegativni števili **k** (**količnik**/**kvocient**) in **r** (**ostanek**), da velja:

$$m = k \cdot n + r; \quad 0 \leq r < n; \quad m, n \in \mathbb{N}; k, r \in \mathbb{N}_0.$$

Osnovni izrek o deljenju naravnih števil

Osnovni izrek o deljenju

Za poljubni naravni števili **m** (**deljenec**) in **n** (**delitelj**), $m \geq n$, obstajata natanko določeni nenegativni števili **k** (**količnik**/**kvocient**) in **r** (**ostanek**), da velja:

$$m = k \cdot n + r; \quad 0 \leq r < n; \quad m, n \in \mathbb{N}; k, r \in \mathbb{N}_0.$$

Če je ostanek pri deljenju enak 0, je število m **večkratnik** števila n.
Tedaj je število m deljivo s številom n. Pravimo, da n deli število m: $n \mid m$.

Naloga

Določite, katera števila so lahko ostanki pri deljenju naravnega števila n s:

Naloga

Določite, katera števila so lahko ostanki pri deljenju naravnega števila n s:

- številom 3;
- številom 7;
- številom 365.

Naloga

Določite, katera števila so lahko ostanki pri deljenju naravnega števila n s:

- številom 3;
- številom 7;
- številom 365.

Naloga

Zapišite prvih nekaj naravnih števil, ki dajo:

Naloga

Določite, katera števila so lahko ostanki pri deljenju naravnega števila n s:

- številom 3;
- številom 7;
- številom 365.

Naloga

Zapišite prvih nekaj naravnih števil, ki dajo:

- pri deljenju s 4 ostanek 3;
- pri deljenju s 7 ostanek 4;
- pri deljenju z 9 ostanek 4.

Naloga

Zapišite naravno število, ki da:

Naloga

Zapišite naravno število, ki da:

- pri deljenju s 7 količnik 5 in ostanek 3;
- pri deljenju z 10 količnik 9 in ostanek 1;
- pri deljenju s 23 količnik 2 in ostanek 22.

Naloga

Zapišite naravno število, ki da:

- pri deljenju s 7 količnik 5 in ostanek 3;
- pri deljenju z 10 količnik 9 in ostanek 1;
- pri deljenju s 23 količnik 2 in ostanek 22.

Naloga

Zapišite množico vseh naravnih števil n, ki dajo:

Naloga

Zapišite naravno število, ki da:

- pri deljenju s 7 količnik 5 in ostanek 3;
- pri deljenju z 10 količnik 9 in ostanek 1;
- pri deljenju s 23 količnik 2 in ostanek 22.

Naloga

Zapišite množico vseh naravnih števil n, ki dajo:

- pri deljenju z 2 ostanek 1;
- pri deljenju z 2 ostanek 0;
- pri deljenju s 5 ostanek 2.

Naloga

Katero število smo delili s 7, če smo dobili kvocient 3 in ostanek 5?

Naloga

Katero število smo delili s 7, če smo dobili kvocient 3 in ostanek 5?

Naloga

S katerim številom smo delili število 73, če smo dobili kvocient 12 in ostanek 1?

Naloga

Katero število smo delili s 7, če smo dobili kvocient 3 in ostanek 5?

Naloga

S katerim številom smo delili število 73, če smo dobili kvocient 12 in ostanek 1?

Naloga

Marjeta ima čebulice tulipana, ki jih želi posaditi v več vrst. V vsaki od 3 vrst je izkopala po 8 jamic, potem pa ugotovila, da ji bosta 2 čebulici ostali. Koliko čebulic ima Marjeta?

Naloga

Če neko število delimo z 8, dobimo ostanek 7. Kolikšen je ostanek, če to isto število delimo s 4?

Naloga

Če neko število delimo z 8, dobimo ostanek 7. Kolikšen je ostanek, če to isto število delimo s 4?

Naloga

Če neko število delimo s 24 dobimo ostanek 21. Kolikšen je ostanek, če to isto število delimo s 3?

Praštevila in sestavljena števila

Praštevila in sestavljena števila

Glede na število deliteljev, lahko naravna števila razdelimo na tri skupine:

Praštevila in sestavljena števila

Glede na število deliteljev, lahko naravna števila razdelimo na tri skupine:

- **število** 1 – število, ki ima samo enega delitelja (samega sebe);

Praštevila in sestavljena števila

Glede na število deliteljev, lahko naravna števila razdelimo na tri skupine:

- **število** 1 – število, ki ima samo enega delitelja (samega sebe);
- **praštevila** – števila, ki imajo natanko dva delitelja (1 in samega sebe);

Praštevila in sestavljena števila

Glede na število deliteljev, lahko naravna števila razdelimo na tri skupine:

- **število** 1 – število, ki ima samo enega delitelja (samega sebe);
- **praštevila** – števila, ki imajo natanko dva delitelja (1 in samega sebe);
- **sestavljena števila** – števila, ki imajo več kot dva delitelja.

Praštevila in sestavljena števila

Glede na število deliteljev, lahko naravna števila razdelimo na tri skupine:

- **število** 1 – število, ki ima samo enega delitelja (samega sebe);
- **praštevila** – števila, ki imajo natanko dva delitelja (1 in samega sebe);
- **sestavljena števila** – števila, ki imajo več kot dva delitelja.

$$\mathbb{N} = \{1\} \cup \mathbb{P} \cup \{\textit{sestavljena števila}\}$$

Praštevila in sestavljena števila

Glede na število deliteljev, lahko naravna števila razdelimo na tri skupine:

- **število** 1 – število, ki ima samo enega delitelja (samega sebe);
- **praštevila** – števila, ki imajo natanko dva delitelja (1 in samega sebe);
- **sestavljena števila** – števila, ki imajo več kot dva delitelja.

$$\mathbb{N} = \{1\} \cup \mathbb{P} \cup \{\textit{sestavljena števila}\}$$

Praštevil je neskončno mnogo.

Praštevila in sestavljena števila

Glede na število deliteljev, lahko naravna števila razdelimo na tri skupine:

- **število** 1 – število, ki ima samo enega delitelja (samega sebe);
- **praštevila** – števila, ki imajo natanko dva delitelja (1 in samega sebe);
- **sestavljena števila** – števila, ki imajo več kot dva delitelja.

$$\mathbb{N} = \{1\} \cup \mathbb{P} \cup \{\textit{sestavljena števila}\}$$

Praštevil je neskončno mnogo.

Število n je praštevilo, če ni deljivo z nobenim praštevilom, manjšim ali enakim $\sqrt{n}$.

Eratostenovo sito

Eratostenovo sito

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Naloga

Preverite, ali so dana števila praštevila.

Naloga

Preverite, ali so dana števila praštevila.

- 103
- 163
- 137
- 197
- 147
- 559

Osnovni izrek aritmetike

Osnovni izrek aritmetike

Osnovni izrek aritmetike

Osnovni izrek aritmetike

Osnovni izrek aritmetike

Vsako naravno število lahko enolično/na en sam način (do vrstnega reda faktorjev natančno) zapišemo kot produkt potenc s praštevilskimi osnovami:

Osnovni izrek aritmetike

Osnovni izrek aritmetike

Vsako naravno število lahko enolično/na en sam način (do vrstnega reda faktorjev natančno) zapišemo kot produkt potenc s praštevilskimi osnovami:

$$n = p_1^{k_1} \cdot p_2^{k_2} \cdot \ldots \cdot p_l^{k_l}.$$

Osnovni izrek aritmetike

Osnovni izrek aritmetike

Vsako naravno število lahko enolično/na en sam način (do vrstnega reda faktorjev natančno) zapišemo kot produkt potenc s praštevilskimi osnovami:

$$n = p_1^{k_1} \cdot p_2^{k_2} \cdot \ldots \cdot p_l^{k_l}.$$

Zapis naravnega števila kot produkt potenc s praštevilskimi osnovami imenujemo tudi **praštevilski razcep**.

Naloga

Zapišite število 8755 kot produkt sami praštevil in njihovih potenc.

Naloga

Zapišite število 8755 kot produkt sami praštevil in njihovih potenc.

Naloga

Razcepite število 3520 na prafaktorje.

Naloga

Zapišite praštevilski razcep števila 38250.

Naloga

Zapišite praštevilski razcep števila 38250.

Naloga

Zapišite praštevilski razcep števila 3150.

Naloga

Razcepite število 66 na prafaktorje in zapišite vse njegove delitelje.

Naloga

Razcepite število 66 na prafaktorje in zapišite vse njegove delitelje.

Naloga

Razcepite število 204 na prafaktorje in zapišite vse njegove delitelje.

Naloga

Zapišite vse izraze, ki delijo dani izraz.

Naloga

Zapišite vse izraze, ki delijo dani izraz.

- $x^2 + x - 1$
- $x^3 - x^2 - 4x + 4$
- $x^3 - 27$

Največji skupni delitelj in najmanjši skupni večkratnik

Največji skupni delitelj

Največji skupni delitelj števil m in n je največje število od tistih, ki delijo števili m in n.
Oznaka: $D(m,n)$.

Najmanjši skupni večkratnik

Najmanjši skupni večkratnik števil m in n je najmanjše število od tistih, ki so deljiva s številoma m in n.
Oznaka: $v(m,n)$.

Števili m in n, katerih največji skupni delitelj je 1, sta **tuji števili**.

Računanje D in v s prafaktorizacijo števil

- Števili m in n prafaktoriziramo.
- Za $D(m, n)$ vzamemo potence, ki so skupne obema številom v prafaktorizaciji.
- Za $v(m, n)$ vzamemo vse potence, ki se pojavijo v prafaktorizaciji števil, z največjim eksponentom.

Za poljubni naravni števili m in n velja zveza $\mathbf{D(m, n) \cdot v(m, n) = m \cdot n}$.

Evklidov algoritem

V tem algoritmu zapored uporabljamo osnovni izrek o deljenju. Najprej ga uporabimo na danih dveh številih. V naslednjem koraku deljenec postane prejšnji delitelj, delitelj pa prejšnji ostanek. V vsakem koraku immamo manjša števila, zato se algoritem konča v končno mnogo korakih. Največji skupni delitelj danih števil m in n je zadnji od 0 različen ostanek pri deljenju v Evklidovem algoritmu.

Naloga

Izračunajte največji skupni delitelj in najmanjši skupni večkratnih danih parov števil.

Naloga

Izračunajte največji skupni delitelj in najmanjši skupni večkratnih danih parov števil.

- 6 in 8
- 36 in 48
- 550 in 286

Številski sestavi