#### MATEMATIKA

1. letnik – splošna gimnazija

#### Jan Kastelic

Gimnazija Antona Aškerca, Šolski center Ljubljana

23. januar 2025

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 23. januar 2025 1 / 115

# Vsebina

- Racionalna števila
- Realna števila

### Section 1

## Racionalna števila



3/115

- 📵 Racionalna števila
  - Ulomki in racionalna števila
  - Razširjanje in krajšanje ulomkov
  - Seštevanje in odštevanje ulomkov
  - Množenje ulomkov
  - Deljenje ulomkov
  - Urejenost racionalnih števil
  - Potence s celimi eksponenti
  - Decimalni zapis
- Realna števila



4 / 115



Jan Kastelic (GAA)

**Ulomek**  $\frac{x}{v}$  je zapis, ki predstavlja zapis deljenja



5/115

**Ulomek**  $\frac{x}{y}$  je zapis, ki predstavlja zapis deljenja

$$x: y = \frac{x}{y}; \quad y \neq 0 \land x, y \in \mathbb{Z}.$$



5/115

**Ulomek**  $\frac{x}{y}$  je zapis, ki predstavlja zapis deljenja

$$x: y = \frac{x}{y}; \quad y \neq 0 \land x, y \in \mathbb{Z}.$$

Število/izraz x imenujemo **števec**, y pa **imenovalec**, med njima je **ulomkova črta**.



5 / 115

**Ulomek**  $\frac{x}{y}$  je zapis, ki predstavlja zapis deljenja

$$x: y = \frac{x}{y}; \quad y \neq 0 \land x, y \in \mathbb{Z}.$$

Število/izraz x imenujemo števec, y pa imenovalec, med njima je ulomkova črta.

Ulomek  $\frac{x}{0}$  ni definiran (nima pomena), saj z 0 ne moremo deliti.



5 / 115

**Ulomek**  $\frac{x}{y}$  je zapis, ki predstavlja zapis deljenja

$$x: y = \frac{x}{y}; \quad y \neq 0 \land x, y \in \mathbb{Z}.$$

Število/izraz x imenujemo števec, y pa imenovalec, med njima je ulomkova črta.

Ulomek  $\frac{x}{0}$  ni definiran (nima pomena), saj z 0 ne moremo deliti.

**Algebrski ulomek** je ulomek, v katerem v števcu in/ali imenovalcu nastopajo algebrski izrazi.

◆ロト ◆団 ト ◆ 恵 ト ◆ 恵 ・ 夕 へ ○

5 / 115

Ulomki in racionalna števila

6/115



6/115

**Ničelni ulomek** je ulomek oblike  $\frac{0}{v} = 0$ ;  $y \neq 0$ .



6/115

**Ničelni ulomek** je ulomek oblike  $\frac{0}{y} = 0$ ;  $y \neq 0$ .

V ulomku, kjer v števcu ali imenovalcu nastopa negativno število, upoštevamo enakost

6 / 115

**Ničelni ulomek** je ulomek oblike  $\frac{0}{y} = 0$ ;  $y \neq 0$ .

V ulomku, kjer v števcu ali imenovalcu nastopa negativno število, upoštevamo enakost

$$-\frac{x}{y} = \frac{-x}{y} = \frac{x}{-y}$$



6 / 115

**Ničelni ulomek** je ulomek oblike  $\frac{0}{y} = 0$ ;  $y \neq 0$ .

V ulomku, kjer v števcu ali imenovalcu nastopa negativno število, upoštevamo enakost

$$-\frac{x}{y} = \frac{-x}{y} = \frac{x}{-y}.$$

Vsakemu neničelnemu ulomku  $\frac{x}{v}$  lahko priredimo njegovo **obratno vrednost**:

Racionalna števila

6/115

**Ničelni ulomek** je ulomek oblike  $\frac{0}{y} = 0$ ;  $y \neq 0$ .

V ulomku, kjer v števcu ali imenovalcu nastopa negativno število, upoštevamo enakost

$$-\frac{x}{y} = \frac{-x}{y} = \frac{x}{-y}.$$

Vsakemu neničelnemu ulomku  $\frac{x}{v}$  lahko priredimo njegovo **obratno vrednost**:

$$\left(\frac{x}{y}\right)^{-1} = \frac{y}{x}; \quad x, y \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}.$$

6/115



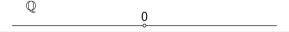
Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

Množica racionalnih števil  $\mathbb Q$  je sestavljena iz vseh ulomkov (kar pomeni, da vsebuje tudi vsa naravna in cela števila).



7 / 115

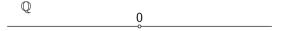
Množica racionalnih števil  $\mathbb{Q}$  je sestavljena iz vseh ulomkov (kar pomeni, da vsebuje tudi vsa naravna in cela števila).





7 / 115

Množica racionalnih števil  $\mathbb Q$  je sestavljena iz vseh ulomkov (kar pomeni, da vsebuje tudi vsa naravna in cela števila).



Glede na predznak razdelimo racionalna števila v tri množice:



Množica racionalnih števil  $\mathbb{Q}$  je sestavljena iz vseh ulomkov (kar pomeni, da vsebuje tudi vsa naravna in cela števila).

$$\mathbb{Q}^-$$
 0

Glede na predznak razdelimo racionalna števila v tri množice:

množico negativnih racionalnih števil Q<sup>-</sup>,

$$\mathbb{Q} = \mathbb{Q}^-$$

Jan Kastelic (GAA)MATEMATIKA23. januar 20257/115

Množica racionalnih števil  $\mathbb{Q}$  je sestavljena iz vseh ulomkov (kar pomeni, da vsebuje tudi vsa naravna in cela števila).

$$\mathbb{Q}$$
  $\mathbb{Q}^ \emptyset$ 

Glede na predznak razdelimo racionalna števila v tri množice:

- množico negativnih racionalnih števil Q<sup>-</sup>,
- množico z elementom nič:  $\{0\}$  in

$$\mathbb{Q} = \mathbb{Q}^- \cup \{0\}$$

Jan Kastelic (GAA)MATEMATIKA23. januar 20257/115

Množica racionalnih števil  $\mathbb{Q}$  je sestavljena iz vseh ulomkov (kar pomeni, da vsebuje tudi vsa naravna in cela števila).

$$\mathbb{Q}$$
  $\mathbb{Q}^ \mathbb{Q}^+$ 

Glede na predznak razdelimo racionalna števila v tri množice:

- množico negativnih racionalnih števil Q<sup>-</sup>,
- množico z elementom nič: {0} in
- množico pozitivnih racionalnih števil: Q+.

$$\mathbb{Q} = \mathbb{Q}^- \cup \{0\} \cup \mathbb{Q}^+$$

Jan Kastelic (GAA)MATEMATIKA23. januar 20257/115

Ulomki in racionalna števila



Ulomka  $\frac{x}{y}$  in  $\frac{w}{z}$  sta enaka/enakovredna natanko takrat, ko je xz = wy;  $y, z \neq 0$ .



8/115

Ulomka  $\frac{x}{y}$  in  $\frac{w}{z}$  sta enaka/enakovredna natanko takrat, ko je xz = wy;  $y, z \neq 0$ .

$$\frac{x}{y} = \frac{w}{z} \Leftrightarrow xz = wy; \quad y, z \neq 0$$



8 / 115

Ulomka  $\frac{x}{v}$  in  $\frac{w}{z}$  sta enaka/enakovredna natanko takrat, ko je xz = wy;  $y, z \neq 0$ .

$$\frac{x}{y} = \frac{w}{z} \Leftrightarrow xz = wy; \quad y, z \neq 0$$

Enaka/enakovredna ulomka sta različna zapisa za isto racionalno število.



8 / 115

Ulomki in racionalna števila

#### Naloga

Za katere vrednosti x ulomek ni definiran?



Jan Kastelic (GAA)

9/115

#### Naloga

Za katere vrednosti x ulomek ni definiran?

$$\bullet \ \frac{x-2}{x+1}$$

$$\bullet$$
  $\frac{2}{x-5}$ 

• 
$$\frac{x+2}{3}$$

• 
$$\frac{13}{2x-5}$$

Ulomki in racionalna števila

Jan Kastelic (GAA)

#### Naloga

Za katere vrednosti x ima ulomek vrednost enako 0?



10 / 115

10 / 115

#### Naloga

Za katere vrednosti x ima ulomek vrednost enako 0?

$$\bullet \ \frac{x-2}{x+1}$$

$$\bullet \ \frac{2}{x-5}$$

• 
$$\frac{x+2}{3}$$

• 
$$\frac{13}{2x-5}$$

Ulomki in racionalna števila

#### Naloga

Ali imata ulomka isto vrednost?



Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 23. januar 2025 11 / 115

Ali imata ulomka isto vrednost?

- $\frac{2}{3}$  in  $\frac{10}{15}$
- $\frac{-1}{2}$  in  $\frac{1}{-2}$
- $\frac{4}{5}$  in  $\frac{-8}{-10}$
- $\frac{5}{8}$  in  $\frac{8}{5}$

Ulomki in racionalna števila

Za kateri x imata ulomka isto vrednost?



12 / 115

Za kateri x imata ulomka isto vrednost?

$$\bullet \ \frac{x+1}{2} \ \text{in} \ \frac{3}{4}$$

• 
$$\frac{4}{2x-1}$$
 in  $\frac{1}{3}$ 

$$\bullet \ \frac{x+1}{2} \text{ in } \frac{x-1}{-3}$$

$$\bullet \ \frac{x+1}{x-2} \ \text{in} \ \frac{2}{5}$$

Ulomki in racionalna števila

Ali ulomka predstavljata isto vrednost?



13 / 115

Jan Kastelic (GAA)

Ali ulomka predstavljata isto vrednost?

- $\bullet \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} \text{ in } -\frac{1}{2}$
- $\bullet \left(\frac{2}{3}\right)^{-1} \text{ in } \frac{3}{2}$
- $1\frac{3}{7}$  in  $\left(\frac{7}{10}\right)^{-1}$

13 / 115

Jan Kastelic (GAA)

Ulomki in racionalna števila

Ali ulomka predstavljata isto vrednost?



Jan Kastelic (GAA)

Ali ulomka predstavljata isto vrednost?

- $2 \cdot \frac{3}{4} \text{ in } \frac{3}{2}$
- $2\frac{3}{4}$  in  $\frac{3}{2}$
- $\left(1\frac{2}{5}\right)^{-1}$  in  $1\frac{5}{2}$
- $\bullet \left(1\frac{2}{5}\right)^{-1} \text{ in } \frac{5}{7}$

Ulomki in racionalna števila

Zapišite s celim delom oziroma z ulomkom.



15 / 115

Zapišite s celim delom oziroma z ulomkom.

•  $\frac{14}{5}$ 

•  $\frac{110}{17}$ 

•  $-\frac{5}{2}$ 

•  $3\frac{5}{8}$ 

•  $\frac{4}{3}$ 

•  $2\frac{9}{2}$ 



 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 23. januar 2025
 16 / 115

Razširjanje ulomka



16 / 115

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

#### Razširjanje ulomka

Ulomek ohrani svojo vrednost, če števec in imenovalec pomnožimo z istim neničelnim številom oziroma izrazom. Temu postopku pravimo **razširjanje ulomka**.



16 / 115

#### Razširjanje ulomka

Ulomek ohrani svojo vrednost, če števec in imenovalec pomnožimo z istim neničelnim številom oziroma izrazom. Temu postopku pravimo **razširjanje ulomka**.

$$\frac{x}{y} = \frac{x \cdot z}{y \cdot z}; \quad x \in \mathbb{Z} \land y, z \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$$

|ロト 4回 ト 4 E ト 4 E ト | E | りへの

16 / 115

#### Razširjanje ulomka

Ulomek ohrani svojo vrednost, če števec in imenovalec pomnožimo z istim neničelnim številom oziroma izrazom. Temu postopku pravimo **razširjanje ulomka**.

$$\frac{x}{y} = \frac{x \cdot z}{y \cdot z}; \quad x \in \mathbb{Z} \land y, z \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$$

Ko ulomke seštevamo ali odštevamo, jih razširimo na **najmanjši skupni imenovalec**, ki je najmanjši skupni večkratnik vseh imenovalcev.



 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 23. januar 2025
 16 / 115



17 / 115

23. januar 2025

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

Vrednost ulomka se ne spremeni, če števec in imenovalec delimo z istim neničelnim številom oziroma izrazom. Temu postopku rečemo **krajšanje ulomka**.

(ロト 4回 ト 4 恵 ト 4 恵 ト ) 恵 | かくの

17 / 115

Vrednost ulomka se ne spremeni, če števec in imenovalec delimo z istim neničelnim številom oziroma izrazom. Temu postopku rečemo **krajšanje ulomka**.

$$\frac{x \cdot z}{y \cdot z} = \frac{x}{y}; \quad x \in \mathbb{Z} \land y, z \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$$

<ロト 4回ト 4 直ト 4 直ト - 直 - 釣り()

17 / 115

Vrednost ulomka se ne spremeni, če števec in imenovalec delimo z istim neničelnim številom oziroma izrazom. Temu postopku rečemo **krajšanje ulomka**.

$$\frac{x \cdot z}{y \cdot z} = \frac{x}{y}; \quad x \in \mathbb{Z} \land y, z \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$$

#### Okrajšan ulomek



17 / 115

Vrednost ulomka se ne spremeni, če števec in imenovalec delimo z istim neničelnim številom oziroma izrazom. Temu postopku rečemo **krajšanje ulomka**.

$$\frac{x \cdot z}{y \cdot z} = \frac{x}{y}; \quad x \in \mathbb{Z} \land y, z \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$$

#### Okrajšan ulomek

Ulomek  $\frac{x}{y}$  je **okrajšan**, če je (x,y)=1, torej če sta števec in imenovalec tuji števili.

(ロト 4回 ト 4 至 ト 4 回 ト 4 回 P 4 回 P

17 / 115

23. januar 2025

Razširite ulomke na najmanjši skupni imenovalec.



18 / 115

Razširite ulomke na najmanjši skupni imenovalec.

• 
$$\frac{1}{3}$$
,  $\frac{3}{5}$  in  $\frac{5}{6}$ 

• 
$$\frac{1}{5}$$
,  $-\frac{1}{2}$  in  $\frac{-1}{3}$ 

• 
$$\frac{2}{7}$$
, 1 in  $\frac{1}{2}$ 

• 
$$\frac{2}{-1}$$
,  $\frac{3}{2}$  in  $\frac{1}{-3}$ 

• 
$$\frac{5}{6}$$
,  $\frac{1}{2}$  in  $-\frac{2}{3}$ 

• 
$$\frac{3}{-4}$$
,  $\frac{-1}{2}$  in  $-\frac{2}{5}$ 

18 / 115

Razširite ulomke na najmanjši skupni imenovalec.



19 / 115

Razširite ulomke na najmanjši skupni imenovalec.

$$\bullet \frac{1}{x-1}, \frac{1}{x+1} \text{ in } 1$$

$$\bullet$$
  $\frac{4}{x-4}$ ,  $\frac{2}{x-2}$  in  $\frac{1}{x^2-6x+8}$ 

• 
$$\frac{2}{x}$$
,  $\frac{1}{x-3}$  in  $\frac{1}{(x-3)^2}$ 

$$\bullet \ \frac{2}{x-1} \text{ in } \frac{3}{1-x}$$

• 
$$\frac{3}{x^2-4x}$$
,  $\frac{1}{x}$  in  $\frac{2}{x-4}$ 

• 
$$\frac{1}{2-x}$$
,  $\frac{2}{x+2}$  in  $\frac{3}{x^2-4}$ 

Okrajšajte ulomek.



Okrajšajte ulomek.

- $\frac{100}{225}$
- $\frac{34}{51}$
- $\frac{121}{3}$ 
  - $\frac{45}{75}$

Okrajšajte ulomek.



Okrajšajte ulomek.

• 
$$\frac{x^2-4}{x^2+2x}$$

• 
$$\frac{x^3+8}{2x+4}$$

• 
$$\frac{x^3-1}{x^2-4x+3}$$

$$\bullet \ \frac{x^3 - 2x^2 - x + 2}{x^2 - 3x + 2}$$

• 
$$\frac{x^2-9}{3-x}$$

• 
$$\frac{x-4}{16-x^2}$$

23. januar 2025



 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 23. januar 2025
 22 / 115

Seštevanje ulomkov



22 / 115

#### Seštevanje ulomkov

Ulomke **seštevamo** tako, da jih razširimo na skupni imenovalec, nato seštejemo števce, imenovalce pa prepišemo.

□ ト 4 個 ト 4 種 ト 4 種 ト ■ 9 9 0 0 0

22 / 115

#### Seštevanje ulomkov

Ulomke **seštevamo** tako, da jih razširimo na skupni imenovalec, nato seštejemo števce, imenovalce pa prepišemo.

$$\frac{x}{y} + \frac{z}{w} = \frac{xw}{yw} + \frac{yz}{yw} = \frac{xw + yz}{yw}; \quad x, z \in \mathbb{Z} \land y, w \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$$



22 / 115

#### Seštevanje ulomkov

Ulomke **seštevamo** tako, da jih razširimo na skupni imenovalec, nato seštejemo števce, imenovalce pa prepišemo.

$$\frac{x}{y} + \frac{z}{w} = \frac{xw}{yw} + \frac{yz}{yw} = \frac{xw + yz}{yw}; \quad x, z \in \mathbb{Z} \land y, w \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$$

#### Odštevanje ulomkov



22 / 115

#### Seštevanje ulomkov

Ulomke **seštevamo** tako, da jih razširimo na skupni imenovalec, nato seštejemo števce, imenovalce pa prepišemo.

$$\frac{x}{y} + \frac{z}{w} = \frac{xw}{yw} + \frac{yz}{yw} = \frac{xw + yz}{yw}; \quad x, z \in \mathbb{Z} \land y, w \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$$

### Odštevanje ulomkov

Ulomke **odštevamo** tako, da prištejemo nasprotni ulomek.



 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 23. januar 2025
 22 / 115

#### Seštevanje ulomkov

Ulomke **seštevamo** tako, da jih razširimo na skupni imenovalec, nato seštejemo števce, imenovalce pa prepišemo.

$$\frac{x}{y} + \frac{z}{w} = \frac{xw}{yw} + \frac{yz}{yw} = \frac{xw + yz}{yw}; \quad x, z \in \mathbb{Z} \land y, w \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$$

#### Odštevanje ulomkov

Ulomke odštevamo tako, da prištejemo nasprotni ulomek.

$$\frac{x}{y} - \frac{z}{w} = \frac{x}{y} + \left(-\frac{z}{w}\right) = \frac{xw}{yw} + \frac{-yz}{yw} = \frac{xw - yz}{yw}; \quad x, z \in \mathbb{Z} \land y, w \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$$

◆□▶ ◆□▶ ◆■▶ ◆■▶ ● 夕久○

 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 23. januar 2025
 22 / 115



Izračunajte.



Izračunajte.

• 
$$\frac{5}{7} + \frac{1}{14}$$

• 
$$\frac{2}{9} - \frac{1}{3}$$

• 
$$\frac{3}{8} + 1\frac{1}{2}$$

• 
$$1 - \frac{5}{6}$$



Izračunajte.



Izračunajte.

$$\bullet$$
  $\left(\frac{2}{3}-2\frac{1}{4}\right)+\frac{1}{12}$ 

$$\bullet \ \frac{2}{7} - \frac{3}{4} + \left(\frac{1}{2} - 2\right)$$

• 
$$\left(\frac{2}{3} - \left(\frac{1}{3} - 3\right) + \frac{1}{4}\right) - \frac{1}{2}$$

• 
$$1 - \left(2 - \left(3 - 4 - \left(5 - \frac{1}{2}\right)\right) + \frac{1}{3}\right)$$





Poenostavite.

$$\bullet \ \frac{x}{x-1} - \frac{x}{x+1}$$

$$\bullet$$
  $\frac{3}{x^2} + \frac{4}{x^3} - \frac{1}{x}$ 

$$\bullet$$
  $\frac{3}{x^2-4x}-\left(\frac{1}{x-4}+\frac{2}{x^2-5x+4}\right)$ 

$$\bullet \ \frac{2}{xy} + \frac{3}{x} - \frac{2}{y}$$

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 23. januar 2025 25 / 115





• 
$$\frac{(a-3)^3-(a-1)^3+26}{6a}+\left(-\frac{1}{2}\right)^{-1}$$

• 
$$\frac{x^3 - 2x^2 - x + 2}{-x(1-x) - 2} - \left(\frac{x-1}{x} - 1\right)^{-1}$$

$$\bullet \left(\frac{x}{2} - \left(\frac{x}{3} - \left(\frac{x}{4} - \frac{x}{5}\right)\right)\right) - \left(\frac{60}{x}\right)^{-1}$$



27 / 115

Množenje ulomkov



23. januar 2025

Jan Kastelic (GAA)

#### Množenje ulomkov

Ulomka **množimo** tako, da števce množimo s števci, imenovalce pa množimo z imenovalci.



27 / 115

#### Množenje ulomkov

Ulomka **množimo** tako, da števce množimo s števci, imenovalce pa množimo z imenovalci.

$$\frac{x}{y} \cdot \frac{z}{w} = \frac{xz}{yw}; \quad x, z \in \mathbb{Z} \land y, w \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$$



27 / 115

#### Množenje ulomkov

Ulomka **množimo** tako, da števce množimo s števci, imenovalce pa množimo z imenovalci.

$$\frac{x}{y} \cdot \frac{z}{w} = \frac{xz}{yw}; \quad x, z \in \mathbb{Z} \land y, w \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$$

Produkt danega in njemu obratnega ulomka je enak 1.



27 / 115

### Množenje ulomkov

Ulomka **množimo** tako, da števce množimo s števci, imenovalce pa množimo z imenovalci.

$$\frac{x}{y} \cdot \frac{z}{w} = \frac{xz}{yw}; \quad x, z \in \mathbb{Z} \land y, w \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$$

Produkt danega in njemu obratnega ulomka je enak 1.

$$\frac{x}{y} \cdot \left(\frac{x}{y}\right)^{-1} = \frac{x}{y} \cdot \frac{y}{x} = 1$$



27 / 115



Izračunajte.



Izračunajte.

$$\bullet \ \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{7}$$

$$\bullet \ \frac{-2}{13} \cdot \left(-\frac{39}{4}\right)$$

• 
$$\frac{2}{5} \cdot \frac{4}{9}$$

• 
$$2\frac{1}{3} \cdot 3\frac{3}{4}$$

$$\bullet \frac{-2}{5} \cdot 4\frac{2}{7}$$

• 
$$3 \cdot \frac{2}{3}$$



$$\bullet \ \frac{x^2-9}{x^2+3x+9} \cdot \frac{x^3-27}{x^2-6x+9}$$

$$\bullet \ \frac{x^2 + 5x}{-x + 2} \cdot \frac{2x^2 - 8}{x^2 + 7x + 10}$$

$$\bullet \ \frac{x^3 - 4x^2 - 4x + 16}{2x + 4} \cdot \frac{6x}{3x - 6}$$

$$\bullet \ 2 \cdot \frac{x}{x-1} \cdot \frac{x^2-1}{x^2+x}$$



30 / 115



$$\bullet \ \frac{x^2 - 4}{x^2 - 1} \cdot \frac{x^3 - 1}{x^3 + x^2 + x} \cdot \frac{x^2 + x}{2 - x}$$

$$\bullet \left( \left( x - y + \left( \frac{x + y}{2xy} \right)^{-1} \right) \cdot \left( \frac{1}{x + y} \right)^{-1} - 2xy \right) \cdot (x - y)^{-1}$$

• 
$$\left(xy + y^2 - \frac{xy + y^2}{3xy - 3x^2}\right) \cdot \left(\frac{x + y}{3x}\right)^{-1} - \left(-\frac{y - x}{y}\right)^{-1}$$

# Deljenje ulomkov



Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

# Deljenje ulomkov

Deljenje ulomkov



23. januar 2025

Jan Kastelic (GAA)

#### Deljenje ulomkov

Ulomek **delimo** z neničelnim ulomkom tako, da prvi ulomek množimo z obratno vrednostjo drugega ulomka.



31 / 115

#### Deljenje ulomkov

Ulomek **delimo** z neničelnim ulomkom tako, da prvi ulomek množimo z obratno vrednostjo drugega ulomka.

$$\frac{x}{y}:\frac{z}{w}=\frac{x}{y}\cdot\left(\frac{z}{w}\right)^{-1}=\frac{x}{y}\cdot\frac{w}{z}=\frac{xw}{yz};\quad x\in\mathbb{Z}\wedge y,z,w\in\mathbb{Z}\setminus\{0\}$$



31 / 115

#### Deljenje ulomkov

Ulomek **delimo** z neničelnim ulomkom tako, da prvi ulomek množimo z obratno vrednostjo drugega ulomka.

$$\frac{x}{y}: \frac{z}{w} = \frac{x}{y} \cdot \left(\frac{z}{w}\right)^{-1} = \frac{x}{y} \cdot \frac{w}{z} = \frac{xw}{yz}; \quad x \in \mathbb{Z} \land y, z, w \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$$

Deljenje ulomkov lahko zapišemo kot dvojni ulomek.



31 / 115

#### Deljenje ulomkov

Ulomek **delimo** z neničelnim ulomkom tako, da prvi ulomek množimo z obratno vrednostjo drugega ulomka.

$$\frac{x}{y}: \frac{z}{w} = \frac{x}{y} \cdot \left(\frac{z}{w}\right)^{-1} = \frac{x}{y} \cdot \frac{w}{z} = \frac{xw}{yz}; \quad x \in \mathbb{Z} \land y, z, w \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$$

Deljenje ulomkov lahko zapišemo kot dvojni ulomek.

$$\frac{x}{y}: \frac{z}{w} = \frac{\frac{x}{y}}{\frac{z}{w}}; \quad x \in \mathbb{Z} \land y, z, w \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$$

31 / 115

Izračunajte.



Izračunajte.

- 2:  $\frac{4}{5}$
- $1\frac{2}{3}:2\frac{5}{6}$
- $\frac{7}{12}$  : 14
- $\frac{3}{8}$  :  $\frac{9}{32}$

Jan Kastelic (GAA)

Izračunajte.



33 / 115

### Izračunajte.

$$\bullet$$
  $\frac{\frac{3}{4}}{\frac{6}{5}}$ 

• 
$$\frac{1}{2}$$

$$\bullet$$
  $\frac{3}{5}$ 

• 
$$\frac{\frac{3}{5}}{-2}$$

$$-\frac{1}{2}$$
•  $\frac{2}{2-1}$ 

Poenostavite.



Poenostavite.

• 
$$\frac{x^2+x-6}{x+2}$$
:  $(x-2)$ 

$$\bullet \frac{x-1}{2x^2-4x}: \frac{x^2}{x-2}$$

• 
$$x : \frac{x^2 + x}{x^3 + 1}$$

Poenostavite.



35 / 115

Poenostavite.

$$\bullet \ \frac{x-1}{x^2-4} : \frac{1-x^2}{x-2}$$

• 
$$\frac{x-2}{(x+2)^{-1}}:\left(\frac{1}{x^2-1}\right)^{-1}$$

$$\bullet$$
  $\frac{3-x}{2-x}$  :  $\frac{x-3}{x-2}$ 



 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 23. januar 2025
 36 / 115

Za ulomka  $\frac{x}{v}$  in  $\frac{z}{w}$   $(y, w \notin \{0\})$  velja natanko ena izmed treh možnosti:



 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 23. januar 2025
 36 / 115

Za ulomka  $\frac{x}{v}$  in  $\frac{z}{w}$   $(y, w \notin \{0\})$  velja natanko ena izmed treh možnosti:

• prvi ulomek je večji od drugega  $\frac{x}{v} \ge \frac{z}{w}$  natanko tedaj, ko je  $xw \ge yz$ ;



Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 23. januar 2025 36 / 115

Za ulomka  $\frac{x}{v}$  in  $\frac{z}{w}$   $(y, w \notin \{0\})$  velja natanko ena izmed treh možnosti:

- prvi ulomek je večji od drugega  $\frac{x}{v} \geq \frac{z}{w}$  natanko tedaj, ko je  $xw \geq yz$ ;
- ② drugi ulomek je večji od prvega  $\frac{x}{v} \leq \frac{z}{w}$  natanko tedaj, ko je  $xw \leq yz$ ;



Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 23. januar 2025 36 / 115

Za ulomka  $\frac{x}{y}$  in  $\frac{z}{w}$   $(y, w \notin \{0\})$  velja natanko ena izmed treh možnosti:

- prvi ulomek je večji od drugega  $\frac{x}{v} \ge \frac{z}{w}$  natanko tedaj, ko je  $xw \ge yz$ ;
- ② drugi ulomek je večji od prvega  $\frac{x}{v} \leq \frac{z}{w}$  natanko tedaj, ko je  $xw \leq yz$ ;
- 1 ulomka sta enaka  $\frac{x}{y} = \frac{z}{w}$  natanko tedaj, ko je xw = yz oziroma  $\frac{x}{y} \le \frac{z}{w} \wedge \frac{x}{y} \ge \frac{z}{w}$ .



Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 23. januar 2025 36 / 115

Za ulomka  $\frac{x}{v}$  in  $\frac{z}{w}$   $(y, w \notin \{0\})$  velja natanko ena izmed treh možnosti:

- prvi ulomek je večji od drugega  $\frac{x}{v} \ge \frac{z}{w}$  natanko tedaj, ko je  $xw \ge yz$ ;
- ② drugi ulomek je večji od prvega  $\frac{x}{v} \leq \frac{z}{w}$  natanko tedaj, ko je  $xw \leq yz$ ;
- 1 ulomka sta enaka  $\frac{x}{y} = \frac{z}{w}$  natanko tedaj, ko je xw = yz oziroma  $\frac{x}{y} \le \frac{z}{w} \land \frac{x}{y} \ge \frac{z}{w}$ .

Enaka ulomka predstavljata isto racionalno število.

36 / 115

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 23. januar 2025 37 / 115 Slika večjega racionalnega števila  $\frac{x}{y}$  je na številski premici desno od slike manjšega racionalnega števila  $\frac{z}{y}$ .



37 / 115

Slika večjega racionalnega števila  $\frac{x}{y}$  je na številski premici desno od slike manjšega racionalnega števila  $\frac{z}{y}$ .



37 / 115

Slika večjega racionalnega števila  $\frac{x}{y}$  je na številski premici desno od slike manjšega racionalnega števila  $\frac{z}{w}$ .



Slike pozitivnih racionalnih števil ležijo desno, slike negativnih racionalnih števil pa levo od koordinatnega izhodišča.

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 23. januar 2025 37 / 115

Slika večjega racionalnega števila  $\frac{x}{y}$  je na številski premici desno od slike manjšega racionalnega števila  $\frac{z}{y}$ .



Slike pozitivnih racionalnih števil ležijo desno, slike negativnih racionalnih števil pa levo od koordinatnega izhodišča.

$$\mathbb{Q}^ \mathbb{Q}^+$$
negativna števila pozitivna števila

37 / 115

Slika večjega racionalnega števila  $\frac{x}{y}$  je na številski premici desno od slike manjšega racionalnega števila  $\frac{z}{w}$ .



Slike pozitivnih racionalnih števil ležijo desno, slike negativnih racionalnih števil pa levo od koordinatnega izhodišča.

$$\mathbb{Q}^ \mathbb{Q}^+$$
negativna števila pozitivna števila

V množici ulomkov velja, da je vsak negativen ulomek manjši od vsakega pozitivnega ulomka.

38 / 115



 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 23. januar 2025
 38 / 115

Za to relacijo linearne urejenosti veljajo naslednje lastnosti:



38 / 115

Za to relacijo linearne urejenosti veljajo naslednje lastnosti:

• refleksivnost: 
$$\forall \frac{x}{y} \in \mathbb{Q} : \frac{x}{y} \leq \frac{x}{y}$$
;

38 / 115

Za to relacijo linearne urejenosti veljajo naslednje lastnosti:

- refleksivnost:  $\forall \frac{x}{y} \in \mathbb{Q} : \frac{x}{y} \leq \frac{x}{y}$ ;
- $\bullet \ \ \text{antisimetričnost} \colon \, \forall \frac{x}{y}, \frac{z}{w} \in \mathbb{Q} : \frac{x}{y} \leq \frac{z}{w} \land \frac{z}{w} \leq \frac{x}{y} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{z}{w};$

 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 23. januar 2025
 38 / 115

Za to relacijo linearne urejenosti veljajo naslednje lastnosti:

- refleksivnost:  $\forall \frac{x}{y} \in \mathbb{Q} : \frac{x}{y} \leq \frac{x}{y}$ ;
- $\bullet \ \ \text{antisimetričnost} : \ \forall \frac{x}{y}, \frac{z}{w} \in \mathbb{Q} : \frac{x}{y} \leq \frac{z}{w} \land \frac{z}{w} \leq \frac{x}{y} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{z}{w};$
- tranzitivnost:  $\forall \frac{x}{y}, \frac{z}{w}, \frac{r}{q} \in \mathbb{Q} : \frac{x}{y} \leq \frac{z}{w} \land \frac{z}{w} \leq \frac{r}{q} \Rightarrow \frac{x}{y} \leq \frac{r}{q}$  in

38 / 115

Za to relacijo linearne urejenosti veljajo naslednje lastnosti:

- refleksivnost:  $\forall \frac{x}{y} \in \mathbb{Q} : \frac{x}{y} \leq \frac{x}{y}$ ;
- $\bullet \ \ \text{antisimetričnost} : \ \forall \frac{x}{y}, \frac{z}{w} \in \mathbb{Q} : \frac{x}{y} \leq \frac{z}{w} \land \frac{z}{w} \leq \frac{x}{y} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{z}{w};$
- $\bullet \ \ \textbf{tranzitivnost} \colon \, \forall \frac{x}{y}, \frac{z}{w}, \frac{r}{q} \in \mathbb{Q} : \frac{x}{y} \leq \frac{z}{w} \land \frac{z}{w} \leq \frac{r}{q} \Rightarrow \frac{x}{y} \leq \frac{r}{q} \ \text{in}$
- stroga sovisnost:  $\forall \frac{x}{y}, \frac{z}{w} \in \mathbb{Q} : \frac{x}{y} \le \frac{z}{w} \lor \frac{z}{w} \le \frac{x}{y}$ .



38 / 115

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

Za to relacijo linearne urejenosti veljajo naslednje lastnosti:

- refleksivnost:  $\forall \frac{x}{y} \in \mathbb{Q} : \frac{x}{y} \leq \frac{x}{y}$ ;
- $\bullet \ \ \text{antisimetričnost} : \ \forall \frac{x}{y}, \frac{z}{w} \in \mathbb{Q} : \frac{x}{y} \leq \frac{z}{w} \land \frac{z}{w} \leq \frac{x}{y} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{z}{w};$
- $\bullet \ \ \textbf{tranzitivnost} \colon \, \forall \frac{x}{y}, \frac{z}{w}, \frac{r}{q} \in \mathbb{Q} : \frac{x}{y} \leq \frac{z}{w} \land \frac{z}{w} \leq \frac{r}{q} \Rightarrow \frac{x}{y} \leq \frac{r}{q} \ \text{in}$
- stroga sovisnost:  $\forall \frac{x}{y}, \frac{z}{w} \in \mathbb{Q} : \frac{x}{y} \le \frac{z}{w} \lor \frac{z}{w} \le \frac{x}{y}$ .

Množica racionalnih števil pa je tudi **delno urejena**, in sicer z relacijo *biti manjši* (<) oziroma *biti večji* (>).

38 / 115

Množica racionalnih števil je **linearno urejena** z relacijo *biti manjši ali enak* ( $\leq$ ) oziroma *biti večji ali enak* ( $\geq$ ).

Za to relacijo linearne urejenosti veljajo naslednje lastnosti:

- refleksivnost:  $\forall \frac{x}{y} \in \mathbb{Q} : \frac{x}{y} \leq \frac{x}{y}$ ;
- antisimetričnost:  $\forall \frac{x}{y}, \frac{z}{w} \in \mathbb{Q} : \frac{x}{y} \leq \frac{z}{w} \land \frac{z}{w} \leq \frac{x}{y} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{z}{w};$
- tranzitivnost:  $\forall \frac{x}{y}, \frac{z}{w}, \frac{r}{q} \in \mathbb{Q} : \frac{x}{y} \leq \frac{z}{w} \land \frac{z}{w} \leq \frac{r}{q} \Rightarrow \frac{x}{y} \leq \frac{r}{q}$  in
- stroga sovisnost:  $\forall \frac{x}{y}, \frac{z}{w} \in \mathbb{Q} : \frac{x}{y} \le \frac{z}{w} \lor \frac{z}{w} \le \frac{x}{y}$ .

Množica racionalnih števil pa je tudi **delno urejena**, in sicer z relacijo *biti manjši* (<) oziroma *biti večji* (>).

Tedaj veljajo le lastnosti: **refleksivnost**, **antisimetričnost** in **tranzitivnost**.

Urejenost racionalnih števil



Če na obeh straneh neenakosti prištejemo isto število, se neenakost ohrani.

39 / 115

Če na obeh straneh neenakosti prištejemo isto število, se neenakost ohrani.

$$\frac{x}{y} < \frac{z}{w} \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{y} + \frac{r}{q} < \frac{z}{w} + \frac{r}{q}$$

 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 23. januar 2025
 39 / 115

Če na obeh straneh neenakosti prištejemo isto število, se neenakost ohrani.

$$\frac{x}{y} < \frac{z}{w} \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{y} + \frac{r}{q} < \frac{z}{w} + \frac{r}{q}$$

Pri množenju neenakosti s pozitivnim številom se znak neenakosti ohrani.



 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 23. januar 2025
 39 / 115

Če na obeh straneh neenakosti prištejemo isto število, se neenakost ohrani.

$$\frac{x}{y} < \frac{z}{w} \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{y} + \frac{r}{q} < \frac{z}{w} + \frac{r}{q}$$

Pri množenju neenakosti s pozitivnim številom se znak neenakosti ohrani.

$$\frac{x}{y} < \frac{z}{w} \quad \land \quad \frac{r}{q} > 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{y} \cdot \frac{r}{q} < \frac{z}{w} \cdot \frac{r}{q}$$



 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 23. januar 2025
 39 / 115

Če na obeh straneh neenakosti prištejemo isto število, se neenakost ohrani.

$$\frac{x}{y} < \frac{z}{w} \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{y} + \frac{r}{q} < \frac{z}{w} + \frac{r}{q}$$

Pri množenju neenakosti s pozitivnim številom se znak neenakosti ohrani.

$$\frac{x}{y} < \frac{z}{w} \quad \land \quad \frac{r}{q} > 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{y} \cdot \frac{r}{q} < \frac{z}{w} \cdot \frac{r}{q}$$

Pri množenju neenakosti s negativnim številom se znak neenakosti obrne.



39 / 115

Če na obeh straneh neenakosti prištejemo isto število, se neenakost ohrani.

$$\frac{x}{y} < \frac{z}{w} \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{y} + \frac{r}{q} < \frac{z}{w} + \frac{r}{q}$$

Pri množenju neenakosti s pozitivnim številom se znak neenakosti ohrani.

$$\frac{x}{y} < \frac{z}{w} \quad \land \quad \frac{r}{q} > 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{y} \cdot \frac{r}{q} < \frac{z}{w} \cdot \frac{r}{q}$$

Pri množenju neenakosti s negativnim številom se znak neenakosti obrne.

$$\frac{x}{y} < \frac{z}{w} \quad \land \quad \frac{r}{q} < 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{y} \cdot \frac{r}{q} > \frac{z}{w} \cdot \frac{r}{q}$$

39 / 115

Urejenost racionalnih števil

Kateri od ulomkov je večji?



Kateri od ulomkov je večji?

- $\frac{3}{7}$ ,  $\frac{3}{8}$
- $\frac{7}{3}, \frac{8}{3}$
- $\frac{2}{5}$ ,  $\frac{3}{10}$
- $\frac{1}{100}$ ,  $\frac{1}{200}$

Urejenost racionalnih števil

Katero število je za 
$$\frac{3}{5}$$
 večje od  $\frac{2}{3}$ ?



41 / 115

Katero število je za  $\frac{3}{5}$  večje od  $\frac{2}{3}$ ?

Naloga

Katero število je za  $\frac{1}{3}$  manjše od  $\frac{7}{9}$ ?



41 / 115

Urejenost racionalnih števil

Ulomke uredite po velikosti od večjega k manjšemu.



42 / 115

Ulomke uredite po velikosti od večjega k manjšemu.

• 
$$\frac{2}{5}$$
,  $\frac{3}{10}$ ,  $\frac{8}{9}$  in  $\frac{7}{8}$ 

$$\bullet$$
  $-\frac{1}{2}$ ,  $\frac{-1}{3}$ ,  $\frac{-3}{4}$  in  $\frac{2}{-5}$ 



Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

Urejenost racionalnih števil

Ali obstajajo ulomki z imenovalcem 25, ki so med  $\frac{4}{9}$  in  $\frac{5}{9}$ ? Če obstajajo, jih zapišite.



43 / 115

Ali obstajajo ulomki z imenovalcem 25, ki so med  $\frac{4}{9}$  in  $\frac{5}{9}$ ? Če obstajajo, jih zapišite.

## Naloga

Ali obstajajo ulomki z imenovalcem 100, ki so med  $\frac{13}{53}$  in  $\frac{14}{53}$ ? Če obstajajo, jih zapišite.

43 / 115



 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 23. januar 2025
 44 / 115

Naravna števila so enaka pozitivnim celim številom, torej so potence s pozitivnimi celimi eksponenti enake potencam z naravnimi eksponenti.



44 / 115

Naravna števila so enaka pozitivnim celim številom, torej so potence s pozitivnimi celimi eksponenti enake potencam z naravnimi eksponenti.

Potenca z eksponentom enakim 0 je definirana kot:



44 / 115

Naravna števila so enaka pozitivnim celim številom, torej so potence s pozitivnimi celimi eksponenti enake potencam z naravnimi eksponenti.

Potenca z eksponentom enakim 0 je definirana kot:

$$x^0 = \begin{cases} 1 & x \neq 0; \end{cases}$$



44 / 115

Naravna števila so enaka pozitivnim celim številom, torej so potence s pozitivnimi celimi eksponenti enake potencam z naravnimi eksponenti.

Potenca z eksponentom enakim 0 je definirana kot:

$$x^0 = \begin{cases} 1 & x \neq 0; \\ 1 \text{ ali ND} & x = 0. \end{cases}$$



44 / 115

Naravna števila so enaka pozitivnim celim številom, torej so potence s pozitivnimi celimi eksponenti enake potencam z naravnimi eksponenti.

Potenca z eksponentom enakim 0 je definirana kot:

$$x^0 = \begin{cases} 1 & x \neq 0; \\ 1 \text{ ali ND} & x = 0. \end{cases}$$

Potenca z negativnim celim eksponentom pa je definirana kot:



44 / 115

Naravna števila so enaka pozitivnim celim številom, torej so potence s pozitivnimi celimi eksponenti enake potencam z naravnimi eksponenti.

Potenca z eksponentom enakim 0 je definirana kot:

$$x^0 = \begin{cases} 1 & x \neq 0; \\ 1 \text{ ali ND} & x = 0. \end{cases}$$

Potenca z negativnim celim eksponentom pa je definirana kot:

$$x^{-n} = \frac{1}{x^n}; \quad x \notin \{0\}, n \in \mathbb{N}.$$

 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 23. januar 2025
 44 / 115



 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 23. januar 2025
 45 / 115

V spodaj zapisanih pravilih upoštevamo realni osnovi  $x,y\in\mathbb{R}$  in cele eksponente  $m,n\in\mathbb{Z}$ .



 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 23. januar 2025
 45 / 115

V spodaj zapisanih pravilih upoštevamo realni osnovi  $x,y\in\mathbb{R}$  in cele eksponente  $m,n\in\mathbb{Z}$ .

$$x^n \cdot x^m = x^{n+m}$$



45 / 115

V spodaj zapisanih pravilih upoštevamo realni osnovi  $x, y \in \mathbb{R}$  in cele eksponente  $m, n \in \mathbb{Z}$ .

- $x^n \cdot x^m = x^{n+m}$
- $x^n \cdot y^n = (xy)^n$



 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 23. januar 2025
 45 / 115

V spodaj zapisanih pravilih upoštevamo realni osnovi  $x, y \in \mathbb{R}$  in cele eksponente  $m, n \in \mathbb{Z}$ .

- $x^n \cdot x^m = x^{n+m}$
- $x^n \cdot y^n = (xy)^n$
- $(x^n)^m = x^{nm}$

 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 23. januar 2025
 45 / 115

V spodaj zapisanih pravilih upoštevamo realni osnovi  $x,y\in\mathbb{R}$  in cele eksponente  $m,n\in\mathbb{Z}.$ 

- $x^n \cdot x^m = x^{n+m}$
- $x^n \cdot y^n = (xy)^n$
- $(x^n)^m = x^{nm}$
- $x^n : x^m = \frac{x^n}{x^m} = x^{n-m}$



45 / 115

V spodaj zapisanih pravilih upoštevamo realni osnovi  $x, y \in \mathbb{R}$  in cele eksponente  $m, n \in \mathbb{Z}$ .

- $x^n \cdot x^m = x^{n+m}$
- $x^n \cdot y^n = (xy)^n$
- $(x^n)^m = x^{nm}$
- $x^n : x^m = \frac{x^n}{x^m} = x^{n-m}$
- $x^n: y^n = \frac{x^n}{y^n} = \left(\frac{x}{y}\right)^n; \quad y \neq 0$



45 / 115

Potence s celimi eksponenti

46 / 115



#### Poenostavite.

• 
$$x^{10}: x^5$$

• 
$$b^4 : b^{-11}$$

• 
$$y^{-3}: y^2$$

23. januar 2025

Potence s celimi eksponenti



Poenostavite.

$$\bullet \ \frac{2^{10}a^4b^{-4}}{2^{-2}a^{-2}b}$$

$$\bullet \ \frac{3^{10}x^{-12}y^{-20}}{6^{10}x^2y^{-3}}$$

23. januar 2025

Potence s celimi eksponenti

48 / 115



Poenostavite.

$$\bullet \left(\frac{-2^5 a^{-4} b^3}{2^{-2} a b^{-2}}\right)^2 : \left(-\frac{a^2 b^4}{2^3 a^{-2}}\right)^3$$

$$\bullet \left(\frac{-3^4 x^{-2} y^3}{x^3 z^2}\right)^{-4} \cdot \left(\frac{3^5 x^2 z^{-2}}{y^{-3}}\right)^3$$

$$\bullet \ -\frac{5^5 a^4 b^{-3}}{a^{-3} b^2} : \left(-\frac{5^2 a^{-2} b}{a^2}\right)^2$$



23. ianuar 2025

Potence s celimi eksponenti

49 / 115



$$\bullet \ \frac{x^{-2} + x^{-1}}{x^{-3} + x^{-2}}$$

$$\bullet \ \frac{x^{-1} + x^{-2} + x^{-3}}{x^{-4} - x^{-1}}$$

$$\frac{1+x^{-2}}{x^{-4}-1}$$

$$\bullet \ \frac{x^{-2} + x^{-3}}{x^{-3} - x^{-2}}$$

Potence s celimi eksponenti



50 / 115

### Naloga

$$\bullet \ \frac{3^{n+2}-2\cdot 3^{n-1}}{3^{n-2}+3^n}$$

$$\bullet \frac{5^{2n} + 5^{2n-1} - 2 \cdot 5^{2n+1}}{25^n}$$

$$\bullet \frac{7^{3n-3} + 3 \cdot 7^{3n-2} - 7^{3n-4}}{7^{3n-2} - 7^{3n-1}}$$

$$\bullet \ \frac{2^{n-1}+3\cdot 2^n}{4^n+5\cdot 2^{2n-1}}$$

Potence s celimi eksponenti

Napišite brez negativnih eksponentov.



51 / 115

Napišite brez negativnih eksponentov.

$$x^{-1} + 2x^{-2}$$

• 
$$1 - x^{-1} - x^{-2}$$

• 
$$\frac{1}{x^{-1}} + x^{-1}$$

$$\bullet \left(\frac{\frac{2}{x^{-2}}}{(x^{-2})^{-1}}\right)^{-1}$$

Potence s celimi eksponenti



• 
$$(x-x^{-1})\cdot(x^2-1)^{-1}$$

$$\bullet \ \frac{x^{-2} + x^{-1}}{x^{-2} - x^{-1}} - (1 - x)^{-1}$$

$$\bullet \left(\frac{x^{-3}-x^{-1}}{1-x^{-2}}\right)^{-1}+\left(\frac{1}{x}\right)^{-1}$$

$$(x^{-2}-2x^{-1}+1)^{-1}-(x-1)^{-2}$$



23. januar 2025

Jan Kastelic (GAA)

Vsako racionalno število lahko zapišemo na dva načina:



53 / 115

Vsako racionalno število lahko zapišemo na dva načina:

• z ulomkom in



53 / 115

Vsako racionalno število lahko zapišemo na dva načina:

- z ulomkom in
- z decimalnim zapisom.



53 / 115

Vsako racionalno število lahko zapišemo na dva načina:

- z ulomkom in
- z decimalnim zapisom.

**Decimalni zapis** sestavljajo tri komponente:



53 / 115

Vsako racionalno število lahko zapišemo na dva načina:

- z ulomkom in
- z decimalnim zapisom.

**Decimalni zapis** sestavljajo tri komponente:

• celi del,



53 / 115

Vsako racionalno število lahko zapišemo na dva načina:

- z ulomkom in
- z decimalnim zapisom.

**Decimalni zapis** sestavljajo tri komponente:

- celi del,
- decimalna pika oziroma decimalna vejica in



53 / 115

Vsako racionalno število lahko zapišemo na dva načina:

- z ulomkom in
- z decimalnim zapisom.

#### **Decimalni zapis** sestavljajo tri komponente:

- celi del,
- decimalna pika oziroma decimalna vejica in
- ulomljeni del.



53 / 115

Vsako racionalno število lahko zapišemo na dva načina:

- z ulomkom in
- z decimalnim zapisom.

**Decimalni zapis** sestavljajo tri komponente:

- celi del.
- decimalna pika oziroma decimalna vejica in
- ulomljeni del.

Decimalni zapis racionalnega števila (zapisanega z ulomkom) dobimo tako, da števec ulomka delimo z njegovim imenovalcem.

54 / 115



Končen decimalni zapis dobimo pri desetiških/decimalnih ulomkih.



54 / 115

Končen decimalni zapis dobimo pri desetiških/decimalnih ulomkih.

To so ulomki, katerih imenovalec se lahko razširi na potenco števila 10, takšni imenovalci so oblike  $2^n \cdot 5^m$ .



54 / 115

Končen decimalni zapis dobimo pri desetiških/decimalnih ulomkih.

To so ulomki, katerih imenovalec se lahko razširi na potenco števila 10, takšni imenovalci so oblike  $2^n \cdot 5^m$ .

Neskončen periodičen decimalni zapis



54 / 115

Končen decimalni zapis dobimo pri desetiških/decimalnih ulomkih.

To so ulomki, katerih imenovalec se lahko razširi na potenco števila 10, takšni imenovalci so oblike  $2^n \cdot 5^m$ .

### Neskončen periodičen decimalni zapis

Neskončen periodičen decimalni zapis dobimo pri nedesetiških/nedecimalnih ulomkih.



54 / 115

Končen decimalni zapis dobimo pri desetiških/decimalnih ulomkih.

To so ulomki, katerih imenovalec se lahko razširi na potenco števila 10, takšni imenovalci so oblike  $2^n \cdot 5^m$ .

### Neskončen periodičen decimalni zapis

Neskončen periodičen decimalni zapis dobimo pri nedesetiških/nedecimalnih ulomkih.

To so ulomki, katerih imenovalca ne moremo razširiti na potenco števila 10.

 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 23. januar 2025
 54/115

Končen decimalni zapis dobimo pri desetiških/decimalnih ulomkih.

To so ulomki, katerih imenovalec se lahko razširi na potenco števila 10, takšni imenovalci so oblike  $2^n \cdot 5^m$ .

### Neskončen periodičen decimalni zapis

Neskončen periodičen decimalni zapis dobimo pri nedesetiških/nedecimalnih ulomkih.

To so ulomki, katerih imenovalca ne moremo razširiti na potenco števila 10.

Najmanjšo skupino števk, ki se pri neskončnem periodičnem decimalnem zapisu ponavlja, imenujemo **perioda**.

|ロト 4回ト 4 m ト 4 m ト 1 m 9 q 0 c

54 / 115

Končen decimalni zapis dobimo pri desetiških/decimalnih ulomkih.

To so ulomki, katerih imenovalec se lahko razširi na potenco števila 10, takšni imenovalci so oblike  $2^n \cdot 5^m$ .

#### Neskončen periodičen decimalni zapis

Neskončen periodičen decimalni zapis dobimo pri nedesetiških/nedecimalnih ulomkih.

To so ulomki, katerih imenovalca ne moremo razširiti na potenco števila 10.

Najmanjšo skupino števk, ki se pri neskončnem periodičnem decimalnem zapisu ponavlja, imenujemo **perioda**.

Označujemo jo s črtico nad to skupino števk.



Jan Kastelic (GAA)MATEMATIKA23. januar 202554/115

Končen decimalni zapis dobimo pri desetiških/decimalnih ulomkih.

To so ulomki, katerih imenovalec se lahko razširi na potenco števila 10, takšni imenovalci so oblike  $2^n \cdot 5^m$ .

### Neskončen periodičen decimalni zapis

Neskončen periodičen decimalni zapis dobimo pri nedesetiških/nedecimalnih ulomkih.

To so ulomki, katerih imenovalca ne moremo razširiti na potenco števila 10.

Najmanjšo skupino števk, ki se pri neskončnem periodičnem decimalnem zapisu ponavlja, imenujemo **perioda**.

Označujemo jo s črtico nad to skupino števk.

Glede na število števk, ki v njej nastopajo, določimo njen red.

Decimalni zapis

Zapišite z decimalnim zapisom.



Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

### Zapišite z decimalnim zapisom.

- $\frac{3}{8}$
- $\frac{2}{125}$
- $\frac{6}{25}$
- $\frac{5}{6}$

•  $\frac{4}{9}$ 

- $\frac{4}{15}$
- =
- $\frac{11}{13}$

Decimalni zapis

Periodično decimalno število zapišite z okrajšanim ulomkom.



Jan Kastelic (GAA)

Periodično decimalno število zapišite z okrajšanim ulomkom.

- 0.24
- 0.9
- 1.√2
- 1.03̄
- 1.00√12

Decimalni zapis

Izračunajte.



### Izračunajte.

• 
$$11.3 + 2.35$$

$$\bullet$$
 0.94 + 0.24

• 
$$5.6 - 2.9$$

$$0.2 - 1.25$$

• 
$$12.5 - 20.61$$

Decimalni zapis

58 / 115

Izračunajte.



## Izračunajte.

0.1 · 2.44

1.2 ⋅ 0.4

• 11 · 0.002

 $0.5 \cdot 0.04$ 

• 0.3 : 5

• 12.5 : 0.05

• 2:0.02

• 0.15:0.3

Decimalni zapis

Izračunajte.



Izračunajte.

$$\bullet$$
 (0.24 + 0.06): 5 - 1.2

• 
$$12:(1.2-0.2\cdot3)+1.2$$

$$(2-0.3:(0.025+0.035)) \cdot 0.11$$

• 
$$(1-0.2:(0.03+0.02))\cdot 1.5$$

• 
$$0.3 \cdot (1.2 - 0.6 \cdot (0.04 + 0.06))$$



23. ianuar 2025

Jan Kastelic (GAA)

# Section 2

# Realna števila



Jan Kastelic (GAA)

- Racionalna števila
- Realna števila
  - Realna števila
  - Kvadratni koren
  - Kubični koren
  - Interval
  - Reševanje enačb
  - Reševanje neenačb
  - Reševanje sistemov enačb
  - Obravnava enačb in neenačb
  - Sklepni račun
  - Odstotni račun
  - Absolutna vrednost
  - 7 zokroževanie približki nanake





Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

Med poljubnima dvema racionalnima številoma  $\frac{x}{y}, \frac{z}{w} \in \mathbb{Q}$  je vsaj še eno racionalno število



62 / 115

Med poljubnima dvema racionalnima številoma  $\frac{x}{y}, \frac{z}{w} \in \mathbb{Q}$  je vsaj še eno racionalno število – aritmetična sredina teh dveh števil  $\frac{1}{2}\left(\frac{x}{y}+\frac{z}{w}\right)$ .



62 / 115

Med poljubnima dvema racionalnima številoma  $\frac{x}{y}, \frac{z}{w} \in \mathbb{Q}$  je vsaj še eno racionalno število – aritmetična sredina teh dveh števil  $\frac{1}{2}\left(\frac{x}{y} + \frac{z}{w}\right)$ .

$$\frac{x}{y} < \frac{z}{w}, \ y, w \neq 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{y} < \frac{1}{2} \left( \frac{x}{y} + \frac{z}{w} \right) < \frac{z}{w}$$



62 / 115

Med poljubnima dvema racionalnima številoma  $\frac{x}{y}, \frac{z}{w} \in \mathbb{Q}$  je vsaj še eno racionalno število – aritmetična sredina teh dveh števil  $\frac{1}{2}\left(\frac{x}{y}+\frac{z}{w}\right)$ .

$$\frac{x}{y} < \frac{z}{w}, \ y, w \neq 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{y} < \frac{1}{2} \left( \frac{x}{y} + \frac{z}{w} \right) < \frac{z}{w}$$

Med poljubnima racionalnima številoma je neskončno mnogo racionalnih števil in pravimo, da je množica  $\mathbb{Q}$  **povsod gosta**.



62 / 115

Med poljubnima dvema racionalnima številoma  $\frac{x}{y}, \frac{z}{w} \in \mathbb{Q}$  je vsaj še eno racionalno število – aritmetična sredina teh dveh števil  $\frac{1}{2}\left(\frac{x}{y}+\frac{z}{w}\right)$ .

$$\frac{x}{y} < \frac{z}{w}, \ y, w \neq 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{y} < \frac{1}{2} \left( \frac{x}{y} + \frac{z}{w} \right) < \frac{z}{w}$$

Med poljubnima racionalnima številoma je neskončno mnogo racionalnih števil in pravimo, da je množica  $\mathbb Q$  **povsod gosta**.

Množici  $\mathbb Q$  in  $\mathbb Z$  imata enako moč – sta števno neskončni  $(m(\mathbb Q)=m(\mathbb Z)=\aleph_0)$ .



 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 23. januar 2025
 62 / 115



23. januar 2025

**Iracionalna števila**  $\mathbb{I}$  so vsi kvadratni koreni števil, ki niso popolni kvadrati, tretji koreni, ki niso popolni kubi, ..., število  $\pi$ , Eulerjevo število e ...



 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 23. januar 2025
 63 / 115

**Iracionalna števila**  $\mathbb I$  so vsi kvadratni koreni števil, ki niso popolni kvadrati, tretji koreni, ki niso popolni kubi, ..., število  $\pi$ , Eulerjevo število e ...

Množici racionalnih in iracionalnih števil sta disjunktni:  $\mathbb{Q} \cap \mathbb{I} = \emptyset$ .



 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 23. januar 2025
 63 / 115

**Iracionalna števila**  $\mathbb I$  so vsi kvadratni koreni števil, ki niso popolni kvadrati, tretji koreni, ki niso popolni kubi, ..., število  $\pi$ , Eulerjevo število e ...

Množici racionalnih in iracionalnih števil sta disjunktni:  $\mathbb{Q} \cap \mathbb{I} = \emptyset$ .

#### Realna števila

63 / 115

**Iracionalna števila**  $\mathbb I$  so vsi kvadratni koreni števil, ki niso popolni kvadrati, tretji koreni, ki niso popolni kubi, ..., število  $\pi$ , Eulerjevo število e ...

Množici racionalnih in iracionalnih števil sta disjunktni:  $\mathbb{Q} \cap \mathbb{I} = \emptyset$ .

#### Realna števila

**Realna števila** so množica števil, ki jo dobimo kot unijo racionalnih in iracionalnih števil:  $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$ .

63 / 115

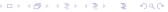
Iracionalna števila I so vsi kvadratni koreni števil, ki niso popolni kvadrati, tretji koreni, ki niso popolni kubi, ..., število  $\pi$ , Eulerjevo število e ...

Množici racionalnih in iracionalnih števil sta disjunktni:  $\mathbb{Q} \cap \mathbb{I} = \emptyset$ .

#### Realna števila

Realna števila so množica števil, ki jo dobimo kot unijo racionalnih in iracionalnih števil:  $\mathbb{R} = \mathbb{O} \cup \mathbb{I}$ .

Množica realnih števil je močnejša od množice racionalnih števil. Pravimo, da je (neštevno) neskončna.



63 / 115

Množico realnih števil lahko, glede na predznak števil, razdelimo na tri množice:

 $\mathbb{R} =$ 

 $\mathbb{R}$ 

0



64 / 115

ullet množico negativnih realnih števil  $\mathbb{R}^-$ ,

 $\mathbb{R}$ 

$$\mathbb{R}=\mathbb{R}^-$$

$$\mathbb{R}^-$$



- množico negativnih realnih števil  $\mathbb{R}^-$ ,
- množico z elementom nič:  $\{0\}$  in

$$\mathbb{R} = \mathbb{R}^- \cup \{0\}$$

$$\mathbb{R}$$
  $\mathbb{R}^-$  0

64 / 115

- ullet množico negativnih realnih števil  $\mathbb{R}^-$ ,
- množico z elementom nič:  $\{\mathbf{0}\}$  in
- množico pozitivnih realnih števil:  $\mathbb{R}^+$ .

$$\mathbb{R} = \mathbb{R}^- \cup \{0\} \cup \mathbb{R}^+$$

$$\mathbb{R}^-$$
 0  $\mathbb{R}^+$ 



- množico negativnih realnih števil  $\mathbb{R}^-$ ,
- množico z elementom nič:  $\{\mathbf{0}\}$  in
- množico pozitivnih realnih števil:  $\mathbb{R}^+$ .

$$\mathbb{R} = \mathbb{R}^- \cup \{0\} \cup \mathbb{R}^+$$

$$\mathbb{R}$$
  $\mathbb{R}^-$  0  $\mathbb{R}^+$ 

Vsaki točki na številski premici ustreza natanko eno realno število in obratno, vsakemu realnemu številu ustreza natanko ena točka na številski premici.



Jan Kastelic (GAA)

- množico negativnih realnih števil  $\mathbb{R}^-$ ,
- množico z elementom nič:  $\{\mathbf{0}\}$  in
- množico pozitivnih realnih števil:  $\mathbb{R}^+$ .

$$\mathbb{R} = \mathbb{R}^- \cup \{0\} \cup \mathbb{R}^+$$

$$\mathbb{R}$$
  $\mathbb{R}^-$  0  $\mathbb{R}^+$ 

Vsaki točki na številski premici ustreza natanko eno realno število in obratno, vsakemu realnemu številu ustreza natanko ena točka na številski premici.

Številsko premico, ki upodablja realna števila, imenujemo tudi realna os.

Realna števila



65 / 115

refleksivnost:



65 / 115

• refleksivnost:  $\forall x \in \mathbb{R} : x \leq x$ ;



65 / 115

- refleksivnost:  $\forall x \in \mathbb{R} : x \leq x$ ;
- antisimetričnost:



65 / 115

- refleksivnost:  $\forall x \in \mathbb{R} : x \leq x$ ;
- antisimetričnost:  $\forall x, y \in \mathbb{R} : x \leq y \land y \leq x \Rightarrow x = y$ ;



65 / 115

- refleksivnost:  $\forall x \in \mathbb{R} : x \leq x$ ;
- antisimetričnost:  $\forall x, y \in \mathbb{R} : x \leq y \land y \leq x \Rightarrow x = y$ ;
- tranzitivnost:



65 / 115

- refleksivnost:  $\forall x \in \mathbb{R} : x \leq x$ ;
- antisimetričnost:  $\forall x, y \in \mathbb{R} : x \leq y \land y \leq x \Rightarrow x = y$ ;
- tranzitivnost:  $\forall x, y, z \in \mathbb{R} : x < y \land y < z \Rightarrow x < z$ ;



65 / 115

- refleksivnost:  $\forall x \in \mathbb{R} : x \leq x$ ;
- antisimetričnost:  $\forall x, y \in \mathbb{R} : x \leq y \land y \leq x \Rightarrow x = y$ ;
- tranzitivnost:  $\forall x, y, z \in \mathbb{R} : x \leq y \land y \leq z \Rightarrow x \leq z$ ;
- stroga sovisnost:



65 / 115

- refleksivnost:  $\forall x \in \mathbb{R} : x \leq x$ ;
- antisimetričnost:  $\forall x, y \in \mathbb{R} : x \leq y \land y \leq x \Rightarrow x = y$ ;
- tranzitivnost:  $\forall x, y, z \in \mathbb{R} : x \leq y \land y \leq z \Rightarrow x \leq z$ ;
- stroga sovisnost:  $\forall x, y \in \mathbb{R} : x \leq y \lor y \leq x$ .

65 / 115

- refleksivnost:  $\forall x \in \mathbb{R} : x \leq x$ ;
- antisimetričnost:  $\forall x, y \in \mathbb{R} : x \leq y \land y \leq x \Rightarrow x = y$ ;
- tranzitivnost:  $\forall x, y, z \in \mathbb{R} : x \leq y \land y \leq z \Rightarrow x \leq z$ ;
- stroga sovisnost:  $\forall x, y \in \mathbb{R} : x \leq y \lor y \leq x$ .

Za realcijo urejenosti na množici  $\mathbb R$  veljajo še naslednje lastnosti:



65 / 115

- refleksivnost:  $\forall x \in \mathbb{R} : x \leq x$ ;
- antisimetričnost:  $\forall x, y \in \mathbb{R} : x \leq y \land y \leq x \Rightarrow x = y$ ;
- tranzitivnost:  $\forall x, y, z \in \mathbb{R} : x \leq y \land y \leq z \Rightarrow x \leq z$ ;
- stroga sovisnost:  $\forall x, y \in \mathbb{R} : x \leq y \lor y \leq x$ .

Za realcijo urejenosti na množici  $\mathbb R$  veljajo še naslednje lastnosti:

monotonost vsote:



65 / 115

- refleksivnost:  $\forall x \in \mathbb{R} : x \leq x$ ;
- antisimetričnost:  $\forall x, y \in \mathbb{R} : x \leq y \land y \leq x \Rightarrow x = y$ ;
- tranzitivnost:  $\forall x, y, z \in \mathbb{R} : x \leq y \land y \leq z \Rightarrow x \leq z$ ;
- stroga sovisnost:  $\forall x, y \in \mathbb{R} : x \leq y \lor y \leq x$ .

Za realcijo urejenosti na množici  ${\mathbb R}$  veljajo še naslednje lastnosti:

• monotonost vsote:  $x < y \Rightarrow x + z < y + z$  oziroma  $x \le y \Rightarrow x + z \le y + z$ ;



65 / 115

- refleksivnost:  $\forall x \in \mathbb{R} : x \leq x$ ;
- antisimetričnost:  $\forall x, y \in \mathbb{R} : x \leq y \land y \leq x \Rightarrow x = y$ ;
- tranzitivnost:  $\forall x, y, z \in \mathbb{R} : x \leq y \land y \leq z \Rightarrow x \leq z$ ;
- stroga sovisnost:  $\forall x, y \in \mathbb{R} : x \leq y \lor y \leq x$ .

Za realcijo urejenosti na množici  ${\mathbb R}$  veljajo še naslednje lastnosti:

- monotonost vsote:  $x < y \Rightarrow x + z < y + z$  oziroma  $x \le y \Rightarrow x + z \le y + z$ ;
- $x < y \land z > 0 \Rightarrow xz < yz \text{ in } x \le y \land z > 0 \Rightarrow xz \le yz$ ;



65 / 115

- refleksivnost:  $\forall x \in \mathbb{R} : x \leq x$ ;
- antisimetričnost:  $\forall x, y \in \mathbb{R} : x \leq y \land y \leq x \Rightarrow x = y$ ;
- tranzitivnost:  $\forall x, y, z \in \mathbb{R} : x \leq y \land y \leq z \Rightarrow x \leq z$ ;
- stroga sovisnost:  $\forall x, y \in \mathbb{R} : x \leq y \lor y \leq x$ .

Za realcijo urejenosti na množici  $\mathbb R$  veljajo še naslednje lastnosti:

- monotonost vsote:  $x < y \Rightarrow x + z < y + z$  oziroma  $x \le y \Rightarrow x + z \le y + z$ ;
- $x < y \land z > 0 \Rightarrow xz < yz$  in  $x \le y \land z > 0 \Rightarrow xz \le yz$ ;
- $x < y \land z < 0 \Rightarrow xz > yz$  in  $x \le y \land z < 0 \Rightarrow xz \ge yz$ .



65 / 115

## Kvadratni koren



23. januar 2025

Jan Kastelic (GAA)

Kvadratni koren

Izračunajte.



### Izračunajte.

$$\bullet$$
  $\sqrt{49 \cdot 64}$ 

• 
$$\sqrt{4 \cdot 324}$$

• 
$$\sqrt{361 \cdot 16}$$

• 
$$\sqrt{-16 \cdot 25}$$

• 
$$\sqrt{3 \cdot 12}$$

• 
$$\sqrt{\frac{225}{289}}$$

• 
$$\sqrt{\frac{169}{256}}$$

$$\sqrt{\frac{49}{121}}$$

• 
$$\sqrt{\frac{13}{33}}$$

23. januar 2025

Kvadratni koren

Izračunajte.



#### Izračunajte.

$$\bullet$$
  $\sqrt{\sqrt{16}}$ 

• 
$$\sqrt{\sqrt{81}}$$

$$\bullet$$
  $\sqrt{\sqrt{256}}$ 

• 
$$\sqrt{\sqrt{1}}$$

• 
$$\sqrt{\sqrt{256}}$$



68 / 115

Kvadratni koren

Izračunajte.



#### Izračunajte.

• 
$$\sqrt{e^{10}f^{26}}$$

• 
$$\sqrt{a^{20}b^4}$$

• 
$$\sqrt{(-x)^{20}y^4}$$

• 
$$\sqrt{3a^6 + a^6}$$



Kvadratni koren

Izračunajte.



#### Izračunajte.

• 
$$\sqrt{16+36+12}$$

• 
$$\sqrt{121} + \sqrt{81}$$

• 
$$\sqrt{10+21+69}$$

• 
$$\sqrt{10+11-21}$$

• 
$$\sqrt{9+4-4}$$

• 
$$\sqrt{3 \cdot 4 + 2 \cdot 2}$$

$$\bullet$$
  $\sqrt{5\cdot7+1}$ 

$$\bullet \ \sqrt{8 \cdot 7 - 5 \cdot 4}$$

• 
$$\sqrt{10 \cdot 8 - 4 \cdot 4}$$

$$\sqrt{11 \cdot 5 + 2 \cdot 7 + 3 \cdot 4}$$

23. ianuar 2025

Kvadratni koren

Izračunajte.



23. januar 2025

### Naloga Izračunajte.

- $\bullet$   $\sqrt{20}$
- √98
- √300
- √125
- $\sqrt{x^3}$

• 
$$\sqrt{128a^{13}b^9}$$

• 
$$\sqrt{100x^2y^5 + 62x^2y^5}$$
;  $x, y \ge 0$ 

• 
$$\sqrt{8a^6b^5-12a^4b^6}$$
;  $a,b\geq 0$ 

71 / 115

Kvadratni koren

Izračunajte.



### Izračunajte.

• 
$$\sqrt{44} + \sqrt{99}$$

• 
$$\sqrt{192} + \sqrt{147}$$

• 
$$\sqrt{180} - \sqrt{245} + 2\sqrt{500}$$

• 
$$\sqrt{243a^3b} + 2a\sqrt{48ab} - \sqrt{363a^2} \cdot \sqrt{ab}$$
;  $a, b \ge 0$ 

• 
$$\sqrt{3a^6 + a^6}$$



23. januar 2025

Jan Kastelic (GAA)

Kvadratni koren

Racionalizirajte imenovalec.



73 / 115

Racionalizirajte imenovalec.

$$\bullet \ \frac{2}{\sqrt{3}}$$

• 
$$\frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

• 
$$\frac{2}{5\sqrt{3}}$$

$$\bullet \ \frac{\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}$$

• 
$$\frac{1+\sqrt{5}}{2+\sqrt{5}}$$

• 
$$\frac{2-\sqrt{3}}{3+\sqrt{2}}$$

23. januar 2025

Kvadratni koren

Izračunajte.



23. januar 2025

Izračunajte.

• 
$$\frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{3}{\sqrt{2}}$$

$$\bullet \ \frac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$$

• 
$$(2-\sqrt{3})^3$$

23. januar 2025

Kvadratni koren



Izračunajte.



Izračunajte.

• 
$$(2-\sqrt{5})^3-(1+2\sqrt{5})^2$$

• 
$$(2-\sqrt{3})^2+(2+\sqrt{3})^3$$

$$\bullet \left(1+\sqrt{5}\right)\sqrt{6-2\sqrt{5}}$$

• 
$$(3-\sqrt{5})\sqrt{14+6\sqrt{5}}$$

$$\bullet \left(\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)\sqrt{8-2\sqrt{15}}$$

# Kubični koren



76 / 115

Jan Kastelic (GAA)

Kubični koren

Izračunajte.



## Izračunajte.

• 
$$\sqrt[3]{-1}$$

• 
$$\sqrt[3]{216}$$

• 
$$\sqrt[3]{\frac{64}{125}}$$

• 
$$\sqrt[3]{-\frac{27}{343}}$$

• 
$$\sqrt[3]{1\frac{488}{512}}$$

23. januar 2025

Kubični koren

Izračunajte.



Izračunajte.

• 
$$\sqrt{\sqrt{256}} - \frac{3 - \sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1} + \sqrt[3]{-8} + (2 - \sqrt{2})^2$$

$$\bullet \ \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}1} - \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1} + \sqrt{0.16} + \sqrt{0.64} - \sqrt[3]{-27} + \sqrt{48} - \sqrt{27}$$

• 
$$(1-\sqrt{5})^2-(1+\sqrt{5})^2+\frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2}-\sqrt{125}+\sqrt{245}$$



Jan Kastelic (GAA)



**Interval** je množica vseh realnih števil, ki ležijo med dvema danima številoma a in b, kjer je a < b. Števili a in b imenujemo **krajišči intervala**.

◆□▶◆□▶◆壹▶◆壹▶ 壹 めな○

79 / 115

 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 23. januar 2025

**Interval** je množica vseh realnih števil, ki ležijo med dvema danima številoma a in b, kjer je a < b. Števili a in b imenujemo **krajišči intervala**.

Vključenost krajišč



79 / 115

 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 23. januar 2025

**Interval** je množica vseh realnih števil, ki ležijo med dvema danima številoma a in b, kjer je a < b.

Števili a in b imenujemo **krajišči intervala**.

## Vključenost krajišč

• Simbola "[" in "]" označujeta krajišče, ki spada k intervalu.



79 / 115

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 23. januar 2025

**Interval** je množica vseh realnih števil, ki ležijo med dvema danima številoma a in b, kjer je a < b.

Števili a in b imenujemo **krajišči intervala**.

### Vključenost krajišč

- Simbola "[" in "]" označujeta krajišče, ki spada k intervalu.
- Simbola "(" in ")" označujeta krajišče, ki ne spada k intervalu.



79 / 115

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 23. januar 2025

**Interval** je množica vseh realnih števil, ki ležijo med dvema danima številoma a in b, kjer je a < b.

Števili a in b imenujemo krajišči intervala.

## Vključenost krajišč

- Simbola "[" in "]" označujeta krajišče, ki spada k intervalu.
- Simbola "(" in ")" označujeta krajišče, ki ne spada k intervalu.

Pri zapisu intervalov moramo biti pozorni na zapis vrstnega reda števil, ki določata krajišči.

$$[a,b] \neq [b,a]$$



79 / 115

Jan Kastelic (GAA)MATEMATIKA23. januar 2025



80 / 115

## Zaprti interval



23. januar 2025

#### Zaprti interval



Vsebuje vsa realna števila med a in b, vključno s krajiščema a in b.



Jan Kastelic (GAA)

#### Zaprti interval

$$[\mathbf{a},\mathbf{b}] = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}; \mathbf{a} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{b}\}$$

Vsebuje vsa realna števila med a in b, vključno s krajiščema a in b.

#### Odprti interval



80 / 115

Jan Kastelic (GAA)

#### Zaprti interval

$$[\mathbf{a},\mathbf{b}] = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}; \mathbf{a} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{b}\}$$

Vsebuje vsa realna števila med a in b, vključno s krajiščema a in b.

#### Odprti interval

$$(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}; \mathbf{a} < \mathbf{x} < \mathbf{b}\}$$

Vsebuje vsa realna števila med a in b, vendar ne vsebuje krajišč a in b.

←□ → ←□ → ← = → ← = → へ

80 / 115

### Polodprti/polzaprti interval

#### Polodprti/polzaprti interval





Vsebuje vsa realna števila med a in b, vključno s krajiščem a, vendar ne vsebuje krajišča b.



81 / 115

Jan Kastelic (GAA)MATEMATIKA23. januar 2025

#### Polodprti/polzaprti interval



Vsebuje vsa realna števila med a in b, vključno s krajiščem a, vendar ne vsebuje krajišča b.



Vsebuje vsa realna števila med a in b, vključno s krajiščem b, vendar ne vsebuje krajišča a.



81 / 115

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 23. januar 2025

### Neomejeni/neskončni intervali



82 / 115

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

$$\bullet \ [\mathbf{a}, \infty) = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}; \mathbf{x} \geq \mathbf{a}\}$$



- $\bullet \ [\mathbf{a}, \infty) = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}; \mathbf{x} \geq \mathbf{a}\}$
- $\bullet (\mathbf{a}, \infty) = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}; \mathbf{x} > \mathbf{a}\}$

- ullet  $[\mathbf{a},\infty)=\{\mathbf{x}\in\mathbb{R};\mathbf{x}\geq\mathbf{a}\}$
- $\bullet \ (\mathsf{a},\infty) = \{\mathsf{x} \in \mathbb{R}; \mathsf{x} > \mathsf{a}\}$
- $\bullet \ (-\infty, \mathbf{b}] = \{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}; \mathbf{x} \le \mathbf{b} \}$



$$\bullet \ [\mathsf{a},\infty) = \{\mathsf{x} \in \mathbb{R}; \mathsf{x} \geq \mathsf{a}\}$$

$$\bullet \ (\mathsf{a},\infty) = \{\mathsf{x} \in \mathbb{R}; \frac{\mathsf{x} > \mathsf{a}\}}{\mathsf{a}}$$

$$\bullet \ (-\infty, \mathbf{b}] = \{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}; \mathbf{x} \le \mathbf{b} \}$$

b

$$\bullet \ (-\infty, \mathbf{b}) = \{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}; \mathbf{x} < \mathbf{b} \}$$



$$\bullet \ [\mathbf{a}, \infty) = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}; \mathbf{x} \geq \mathbf{a}\}$$

$$\bullet \ (\mathsf{a},\infty) = \{\mathsf{x} \in \mathbb{R}; \frac{\mathsf{x} > \mathsf{a}\}}{\mathsf{a}}$$

$$\bullet \ (-\infty, \mathbf{b}] = \{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}; \mathbf{x} \le \mathbf{b} \}$$

$$ullet (-\infty, \mathbf{b}) = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}; \mathbf{x} < \mathbf{b}\}$$

$$ullet$$
  $(-\infty,\infty)=\{\mathbf{x};\mathbf{x}\in\mathbb{R}\}=\mathbb{R}$ 



23. ianuar 2025

Interval

Zapišite kot interval.



Zapišite kot interval.

• 
$$\{x \in \mathbb{R}; -2 < x < 2\}$$

• 
$$\{x \in \mathbb{R}; 4 \le x \le 2\}$$

• 
$$\{x \in \mathbb{R}; -14 < x \le -9\}$$



83 / 115

Jan Kastelic (GAA)

Zapišite interval, ki je narisan na sliki.



Zapišite interval, ki je narisan na sliki.

0

•

•



Interval

Zapišite presek intervalov.



Zapišite presek intervalov.

• 
$$[0,2) \cap (-1,1]$$

• 
$$[-3,5] \cap (-3,5)$$

• 
$$[2,5) \cap [5,7)$$

• 
$$[-1,3) \cap (-4,-1]$$

• 
$$[4,6] \cap [-1,4]$$

• 
$$(-1,3) \cap [1,2)$$

Interval

Zapišite unijo intervalov.



Zapišite unijo intervalov.

•  $[0,2) \cup (-1,1]$ 

•  $[-3,5] \cup (-3,5)$ 

•  $[2,5) \cup [5,7)$ 

•  $[-1,3) \cup (-4,1]$ 

Interval

Zapišite razliko intervalov.



Zapišite razliko intervalov.

**●** [2, 3] \ [3, 4)

•  $(1,3) \setminus (3,4)$ 

•  $[2,5) \setminus (-1,2]$ 

•  $(2,8) \setminus [5,6)$ 

Interval

Izračunajte.



23. januar 2025

Izračunajte.

• 
$$([1,3) \setminus (1,4]) \cup (1,2)$$

• 
$$[-2,4] \setminus ((-1,2] \cap [0,3))$$

• 
$$((-2,3] \setminus [-3,2)) \cap [3,5)$$



Jan Kastelic (GAA)

# Reševanje enačb



Jan Kastelic (GAA)

Reševanje enačb

Rešite enačbe.



Rešite enačbe.

• 
$$3(2a-1)-5(a-2)=9$$

• 
$$2(y-2)+3(1-y)=7$$

• 
$$3(3-2(t-1))=3(5-t)$$

$$-(2-x) + 3(x+1) = x-5$$

Reševanje enačb

Rešite enačbe.



Rešite enačbe.

$$\bullet \ \frac{1}{5} - \frac{x-1}{2} = \frac{7}{10}$$

$$a-1 \over 3 + a+2 \over 6 = \frac{1}{2}$$

$$2\frac{2}{3} - \frac{3t+1}{6} = 0$$

Reševanje enačb

Rešite razcepne enačbe.



Rešite razcepne enačbe.

• 
$$x^2 - 3x = -2$$

• 
$$(x+2)^2 - (x-1)^3 = 8x^2 + x + 2$$

• 
$$x^4 = 16x^2$$

• 
$$(x^2 - 4x + 5)^2 - (x^2 + 4x + 1)^2 - 78 = 2x^2(x + 30) - 18(x + 1)^3$$

• 
$$x^3 - 4x^2 + 4 = x$$

• 
$$x^5 = 3x^4 - 2x^3$$

Reševanje enačb

Rešite enačbe.



Rešite enačbe.

$$\bullet \ \frac{x-1}{x+2} = \frac{x+1}{x-3}$$

$$\bullet$$
  $\frac{1}{a-1} - \frac{3}{a} = \frac{2}{a-1}$ 

$$2\frac{x-3}{x-2} + \frac{x+4}{x+1} = \frac{2x^2}{x^2 - x - 2}$$

$$\bullet \ \frac{1}{3a-1} + \frac{1}{3a+1} = \frac{a-1}{9a^2-1}$$

Reševanje enačb

Neznano število smo delili s 4 in dobljenemu količniku prišteli 1. Dobili smo enako, kot če bi istemu številu prišteli 10. Izračunajte neznano število.



94 / 115

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 23. januar 2025

Neznano število smo delili s 4 in dobljenemu količniku prišteli 1. Dobili smo enako, kot če bi istemu številu prišteli 10. Izračunajte neznano število.

## Naloga

Kvadrat neznanega števila je za 4 manjši od njegovega štirikratnika. Izračunajte neznano število.



94 / 115

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 23. januar 2025

Reševanje enačb

Avtomobil vozi s povprečno hitrostjo 50  $\frac{km}{h}$ , kolesar s povprečno hitrostjo 20  $\frac{km}{h}$ . Avtomobil gre iz Lendave v Ormož (približno 50 km), kolesar vozi v obratno smer. Koliko časa pred avtomobilom mora na pot kolesar, da se bosta srečala na polovici poti?



 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 23. januar 2025
 95 / 115

Avtomobil vozi s povprečno hitrostjo 50  $\frac{km}{h}$ , kolesar s povprečno hitrostjo 20  $\frac{km}{h}$ . Avtomobil gre iz Lendave v Ormož (približno 50 km), kolesar vozi v obratno smer. Koliko časa pred avtomobilom mora na pot kolesar, da se bosta srečala na polovici poti?

### Naloga

Vsota števk dvomestnega števila je 3. Če zamenjamo njegovi števki, dobimo za 9 manjše število. Katero število je to?



95 / 115

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 23. januar 2025

Reševanje enačb

Andreja je bila ob rojstvu hčere Eve stara 38 let. Čez koliko let bo Andreja stara trikrat toliko kot Eva?

Realna števila



96 / 115

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 23. januar 2025

Andreja je bila ob rojstvu hčere Eve stara 38 let. Čez koliko let bo Andreja stara trikrat toliko kot Eva?

# Naloga

Prvi delavec sam pozida stenov 10 urah, drugi v 12 urah, tretji v 8 urah. Delavci skupaj začnejo zidati steno. Po dveh urah tretji delavec odide, pridruži pa se četrti delavec. Skupaj s prvim in drugim delavcem nato končajo steno v eni uri. V kolikšnem času četrti delavec pozida steno?

◆ロト ◆御 ト ◆ 差 ト ◆ 差 ト ・ 差 ・ 釣 へ ()

96 / 115

# Reševanje neenačb



Jan Kastelic (GAA)



Jan Kastelic (GAA)

**Linearna neenačba** ima v splošnem obliko:  $\mathbf{ax} + \mathbf{b} < \mathbf{cx} + \mathbf{d}$ ;  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ .



98 / 115

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 23. januar 2025

**Linearna neenačba** ima v splošnem obliko:  $\mathbf{ax} + \mathbf{b} < \mathbf{cx} + \mathbf{d}$ ;  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ .

#### Reševanje linearne neenačbe

Neenačbo rešimo tako, da ji po korakih prirejamo enostavnejšo ekvivalentno neenačbo, dokler ne pridemo do rešitve. Množica rešitev linearne neenačbe je interval, množica intervalov, točka, množica točk ali pa nima rešitve.



98 / 115

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 23. januar 2025

**Linearna neenačba** ima v splošnem obliko:  $\mathbf{ax} + \mathbf{b} < \mathbf{cx} + \mathbf{d}$ ;  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ .

#### Reševanje linearne neenačbe

Neenačbo rešimo tako, da ji po korakih prirejamo enostavnejšo ekvivalentno neenačbo, dokler ne pridemo do rešitve. Množica rešitev linearne neenačbe je interval, množica intervalov, točka, množica točk ali pa nima rešitve.

#### Pravila preoblikovanja

Jan Kastelic (GAA)MATEMATIKA23. januar 202598 / 115

**Linearna neenačba** ima v splošnem obliko:  $\mathbf{ax} + \mathbf{b} < \mathbf{cx} + \mathbf{d}$ ;  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ .

#### Reševanje linearne neenačbe

Neenačbo rešimo tako, da ji po korakih prirejamo enostavnejšo ekvivalentno neenačbo, dokler ne pridemo do rešitve. Množica rešitev linearne neenačbe je interval, množica intervalov, točka, množica točk ali pa nima rešitve.

#### Pravila preoblikovanja

• na levi in desni strani neenačbe lahko prištejemo (ali odštejemo) isto število;

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 23. januar 2025 98 / 115

**Linearna neenačba** ima v splošnem obliko:  $\mathbf{ax} + \mathbf{b} < \mathbf{cx} + \mathbf{d}$ ;  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ .

#### Reševanje linearne neenačbe

Neenačbo rešimo tako, da ji po korakih prirejamo enostavnejšo ekvivalentno neenačbo, dokler ne pridemo do rešitve. Množica rešitev linearne neenačbe je interval, množica intervalov, točka, množica točk ali pa nima rešitve.

#### Pravila preoblikovanja

- na levi in desni strani neenačbe lahko prištejemo (ali odštejemo) isto število;
- levo in desno stran neenačbe lahko pomnožimo z istim (pozitivnim) številom;

 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 23. januar 2025
 98 / 115

**Linearna neenačba** ima v splošnem obliko:  $\mathbf{ax} + \mathbf{b} < \mathbf{cx} + \mathbf{d}$ ;  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ .

#### Reševanje linearne neenačbe

Neenačbo rešimo tako, da ji po korakih prirejamo enostavnejšo ekvivalentno neenačbo, dokler ne pridemo do rešitve. Množica rešitev linearne neenačbe je interval, množica intervalov, točka, množica točk ali pa nima rešitve.

#### Pravila preoblikovanja

- na levi in desni strani neenačbe lahko prištejemo (ali odštejemo) isto število;
- levo in desno stran neenačbe lahko pomnožimo z istim (pozitivnim) številom;
- če levo in desno stran neenačbe pomnožimo z negativnim številom, se znak neenakosti obrne.

 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 23. januar 2025
 98 / 115

Reševanje neenačb

Jan Kastelic (GAA)

Poiščite vsa realna števila, ki ustrezajo pogoju.



Jan Kastelic (GAA)

Poiščite vsa realna števila, ki ustrezajo pogoju.

• 
$$3a + 2 < 2a - 1$$

• 
$$7t + 8 \ge 8(t - 2)$$

• 
$$5x - 2 > 2(x + 1) - 3$$

• 
$$x-1 \le 2(x-3)-x$$

Reševanje neenačb

Rešite neenačbe.



100 / 115

Rešite neenačbe.

• 
$$\frac{x}{2} + \frac{2}{3} < \frac{8}{3}$$

$$\bullet \ \frac{4+5a}{34} - \frac{4}{51} \ge 2 + \frac{2-a}{51}$$

$$x + \frac{x-2}{3} < \frac{x-3}{4} + \frac{x-1}{2}$$

Reševanje neenačb

Rešite sisteme neenačb.



101 / 115

Rešite sisteme neenačb.

• 
$$-2 < y - 2 < 1$$

• 
$$-4 \le 5a - 9 \le 1$$

• 
$$(x+1>3) \land (2x \le 3(x-1))$$

• 
$$(3x - 5 < x + 3) \lor (2x \ge x + 6)$$

# Reševanje sistemov enačb



 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 23. januar 2025
 102 / 115

Reševanje sistemov enačb

103 / 115

Rešite sisteme enačb.



103 / 115

Rešite sisteme enačb.

$$\begin{array}{c}
2x + y = 9 \\
x - 3y = 8
\end{array}$$

$$x - y = 5$$

$$y - x = 3$$

$$2x - 3y = 5 
-4x + 6y = -10$$

$$3x - y = 5$$
$$6x - 10 = 2y$$

Reševanje sistemov enačb

Z zamenjalnim načinom rešite sisteme enačb.



104 / 115

Jan Kastelic (GAA)MATEMATIKA23. januar 2025

Z zamenjalnim načinom rešite sisteme enačb.

$$2x + 5y = -2$$
$$x - 3y = -1$$

$$3x - 2y = 1$$

$$x + y = \frac{7}{6}$$

$$0.5x + 0.2y = 2$$

$$\frac{3}{2}x - \frac{2}{5}y = 1$$

23. ianuar 2025

Reševanje sistemov enačb

105 / 115

Z metodo nasprotnih koeficientov rešite sisteme enačb.



105 / 115

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 23. januar 2025

Z metodo nasprotnih koeficientov rešite sisteme enačb.

$$2x + 3y = 3$$

$$-4x + 3y = 0$$

$$4x - 3y = -2$$
$$-8x + y = -1$$

$$\begin{array}{l}
3x - 2y = 2 \\
2x - 3y = -2
\end{array}$$

$$x - y = -5$$

$$0.6x + 0.4y = 7$$

Jan Kastelic (GAA)

Reševanje sistemov enačb

V bloku je 26 stanovanj. Vsako stanovanje ima 2 ali 3 sobe. Koliko je posameznih vrst stanovanj, če je v bloku 61 sob?



106 / 115

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 23. januar 2025

V bloku je 26 stanovanj. Vsako stanovanje ima 2 ali 3 sobe. Koliko je posameznih vrst stanovanj, če je v bloku 61 sob?

## Naloga

Kmet ima v ogradi 20 živali. Če so v ogradi le race in koze, koliko je posameznih živali, če smo našteli 50 nog?

106 / 115

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 23. januar 2025

Reševanje sistemov enačb

Razredničarka na sladoled pelje svojih 30 dijakov. Naročili so lahko 2 ali 3 kepice sladoleda. Koliko dijakov je naročilo dve in koliko tri kepice sladoleda, če razredničarka ni jedla sladoleda, plačala pa je 79 kepic sladoleda?



 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 23. januar 2025
 107 / 115

Razredničarka na sladoled pelje svojih 30 dijakov. Naročili so lahko 2 ali 3 kepice sladoleda. Koliko dijakov je naročilo dve in koliko tri kepice sladoleda, če razredničarka ni jedla sladoleda, plačala pa je 79 kepic sladoleda?

## Naloga

Babica ima dvakrat doliko vnukinj kot vnukov. Vnukinjam je podarila po tri bombone, vnukom pa po štiri bombone. Koliko vnukinj in vnukov ima, če je podarila 70 bombonov?

Reševanje sistemov enačb

108 / 115

Z metodo nasprotnih koeficientov rešite sisteme enačb.



108 / 115

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 23. januar 2025

Z metodo nasprotnih koeficientov rešite sisteme enačb.

$$2x + y - 3z = 5$$

$$x + 2y + 2z = 1$$

$$-x + y + z = -4$$

$$x - 2y + 6z = 5$$

$$-x+3z=-1$$

$$4y - 3z = -3$$

$$x + y - z = 0$$

• 
$$x - y - 3z = 2$$

$$2x + y - 3z = 1$$

$$2x - 4y + z = 3$$

$$4x - y + 2z = 4$$

$$-8x + 2y - 4z = 7$$

# Obravnava enačb in neenačb



 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 23. januar 2025
 109 / 115

Obravnava enačb in neenačb

Obravnavajte enačbe.



110 / 115

Obravnavajte enačbe.

• 
$$2(ax - 3) + 3 = ax$$

$$-4x - b(x-2)^2 = 3 - bx^2 - 7b$$

• 
$$3(a-2)(x-2) = a^2(x-1) - 4x + 7$$

$$(b-3)^2x - 3 = 4x - 3b$$

Obravnava enačb in neenačb

111 / 115

Obravnavajte neenačbe.



Obravnavajte neenačbe.

• 
$$a(x-2) \le 4$$

• 
$$mx + 4 > m^2 - 2x$$

• 
$$a(a-3x+1) \ge a(x-4) + a^2x$$

• 
$$(k-1)^2x \le kx + 2(k+1) + 5x$$

MATEMATIKA

# Sklepni račun



Jan Kastelic (GAA)

# Odstotni račun



113 / 115

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

# Absolutna vrednost



23. januar 2025

Jan Kastelic (GAA)

# Zaokroževanje, približki, napake



Jan Kastelic (GAA)MATEMATIKA23. januar 2025115 / 115