MATEMATIKA

1. letnik – splošna gimnazija

Jan Kastelic

Gimnazija Antona Aškerca,
Šolski center Ljubljana

8. junij 2025

Vsebina

1 Funkcija

Section 1

Funkcija

1. Funkcija
   - Funkcija
   - Linearna funkcija

Preslikava

Preslikava

Preslikava

Preslikava

Preslikava

Naj bosta $\mathcal{X}$ in $\mathcal{Y}$ neprazni množici.

Preslikava

Preslikava

Naj bosta $\mathcal{X}$ in $\mathcal{Y}$ neprazni množici.
Preslikava f sestoji iz:

f :

Preslikava

Preslikava

Naj bosta $\mathcal{X}$ in $\mathcal{Y}$ neprazni množici.
Preslikava f sestoji iz:

- množice $\mathcal{X}$, ki ji pravimo **domena**,

$$f : \mathcal{X}$$

Preslikava

Preslikava

Naj bosta $\mathcal{X}$ in $\mathcal{Y}$ neprazni množici.
Preslikava f sestoji iz:

- množice $\mathcal{X}$, ki ji pravimo **domena**,
- množice $\mathcal{Y}$, ki ji pravimo **kodomena** in

$$f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$$

Preslikava

Preslikava

Naj bosta $\mathcal{X}$ in $\mathcal{Y}$ neprazni množici.
Preslikava f sestoji iz:

- množice $\mathcal{X}$, ki ji pravimo **domena**,
- množice $\mathcal{Y}$, ki ji pravimo **kodomena** in
- **prirejanja**, ki vsakemu elementu x domene priredi natanko en element y kodomene.

$$f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$$
$$f : x \mapsto y$$

Preslikava

Preslikava

Naj bosta $\mathcal{X}$ in $\mathcal{Y}$ neprazni množici.
Preslikava f sestoji iz:

- množice $\mathcal{X}$, ki ji pravimo **domena**,
- množice $\mathcal{Y}$, ki ji pravimo **kodomena** in
- **prirejanja**, ki vsakemu elementu x domene priredi natanko en element y kodomene.

$$f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$$
$$f : x \mapsto y$$

Elemente x kodomene $\mathcal{X}$ imenujemo **originali** preslikave.

Preslikava

Preslikava

Naj bosta $\mathcal{X}$ in $\mathcal{Y}$ neprazni množici.
Preslikava f sestoji iz:

- množice $\mathcal{X}$, ki ji pravimo **domena**,
- množice $\mathcal{Y}$, ki ji pravimo **kodomena** in
- **prirejanja**, ki vsakemu elementu x domene priredi natanko en element y kodomene.

$$f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$$
$$f : x \mapsto y$$

Elemente x kodomene $\mathcal{X}$ imenujemo **originali** preslikave.
Če elementu x priredimo element y iz kodomene, potem y imenujemo **slika** elemeta x.

Preslikava

Preslikava

Naj bosta $\mathcal{X}$ in $\mathcal{Y}$ neprazni množici.
Preslikava f sestoji iz:

- množice $\mathcal{X}$, ki ji pravimo **domena**,
- množice $\mathcal{Y}$, ki ji pravimo **kodomena** in
- **prirejanja**, ki vsakemu elementu x domene priredi natanko en element y kodomene.

$$f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$$
$$f : x \mapsto y$$

Elemente x kodomene $\mathcal{X}$ imenujemo **originali** preslikave.
Če elementu x priredimo element y iz kodomene, potem y imenujemo **slika** elemeta x.

Preslikavo lahko podamo s predpisom, puščičnim diagramom, besednim opisom ...

Funkcija

Funkcija

Funkcija

Funkcija

Funkcija

Naj bosta $\mathcal{X}$ in $\mathcal{Y}$ neprazni številski množici.

Funkcija

Funkcija

Naj bosta $\mathcal{X}$ in $\mathcal{Y}$ neprazni številski množici.
Funkcija f je preslikava med številskima množicama $\mathcal{X}$ in $\mathcal{Y}$:

Funkcija

Funkcija

Naj bosta $\mathcal{X}$ in $\mathcal{Y}$ neprazni številski množici.
Funkcija f je preslikava med številskima množicama $\mathcal{X}$ in $\mathcal{Y}$:

$$f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}.$$

Funkcija

Funkcija

Naj bosta $\mathcal{X}$ in $\mathcal{Y}$ neprazni številski množici.
Funkcija f je preslikava med številskima množicama $\mathcal{X}$ in $\mathcal{Y}$:

$$f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}.$$

Število y je **funkcijska vrednost** števila x, če se število x preslika v število y.

$$f(x) = y$$

Funkcija

Funkcija

Naj bosta $\mathcal{X}$ in $\mathcal{Y}$ neprazni številski množici.
Funkcija f je preslikava med številskima množicama $\mathcal{X}$ in $\mathcal{Y}$:

$$f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}.$$

Število y je **funkcijska vrednost** števila x, če se število x preslika v število y.

$$f(x) = y$$

x je neodvisna spremenljivka, $f(x)$ je od x odvisna spremenljivka.

V nekaterih primerih za opis funkcije uporabimo poseben izraz:

V nekaterih primerih za opis funkcije uporabimo poseben izraz:

- $f : \mathcal{X} \to \mathbb{R}; \mathcal{X} \subseteq \mathbb{R}$ – realna funkcija realne spremenljivke;

V nekaterih primerih za opis funkcije uporabimo poseben izraz:

- $f : \mathcal{X} \to \mathbb{R}; \mathcal{X} \subseteq \mathbb{R}$ – realna funkcija realne spremenljivke;
- $f : \mathcal{X} \to \mathbb{R}; \mathcal{X} \subseteq \mathbb{N}$ – realna funkcija naravne spremenljivke;

V nekaterih primerih za opis funkcije uporabimo poseben izraz:

- $f : \mathcal{X} \to \mathbb{R}; \mathcal{X} \subseteq \mathbb{R}$ – realna funkcija realne spremenljivke;
- $f : \mathcal{X} \to \mathbb{R}; \mathcal{X} \subseteq \mathbb{N}$ – realna funkcija naravne spremenljivke;
- $f : \mathcal{X} \to \mathbb{N}; \mathcal{X} \subseteq \mathbb{R}$ – naravna funkcija realne spremenljivke;

V nekaterih primerih za opis funkcije uporabimo poseben izraz:

- $f : \mathcal{X} \to \mathbb{R}; \mathcal{X} \subseteq \mathbb{R}$ – realna funkcija realne spremenljivke;
- $f : \mathcal{X} \to \mathbb{R}; \mathcal{X} \subseteq \mathbb{N}$ – realna funkcija naravne spremenljivke;
- $f : \mathcal{X} \to \mathbb{N}; \mathcal{X} \subseteq \mathbb{R}$ – naravna funkcija realne spremenljivke;
- $f : \mathcal{X} \to \mathbb{N}; \mathcal{X} \subseteq \mathbb{N}$ – naravna funkcija naravne spremenljivke.

Definicijsko območje in zaloga vrednosti

Definicijsko območje in zaloga vrednosti

Definicijsko območje

Definicijsko območje in zaloga vrednosti

Definicijsko območje

Definicijsko območje preslikave ali funkcije $f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ je množica vseh originalov, ki jih v danem primeru opazujemo. Oznaka: D_f.

Definicijsko območje in zaloga vrednosti

Definicijsko območje

Definicijsko območje preslikave ali funkcije $f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ je množica vseh originalov, ki jih v danem primeru opazujemo. Oznaka: D_f.

Za definicijsko območje navadno vzamemo največjo možno množico, za katero je predpis funkcije veljaven/definiran.

Definicijsko območje in zaloga vrednosti

Definicijsko območje

Definicijsko območje preslikave ali funkcije $f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ je množica vseh originalov, ki jih v danem primeru opazujemo. Oznaka: D_f.

Za definicijsko območje navadno vzamemo največjo možno množico, za katero je predpis funkcije veljaven/definiran.

Zaloga vrednosti

Definicijsko območje in zaloga vrednosti

Definicijsko območje

Definicijsko območje preslikave ali funkcije $f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ je množica vseh originalov, ki jih v danem primeru opazujemo. Oznaka: D_f.

Za definicijsko območje navadno vzamemo največjo možno množico, za katero je predpis funkcije veljaven/definiran.

Zaloga vrednosti

Zaloga vrednosti preslikave ali funkcije $f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ je množica vseh slik oziroma funkcijskih vrednosti. Oznaka: Z_f.

Definicijsko območje in zaloga vrednosti

Definicijsko območje

Definicijsko območje preslikave ali funkcije $f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ je množica vseh originalov, ki jih v danem primeru opazujemo. Oznaka: D_f.

Za definicijsko območje navadno vzamemo največjo možno množico, za katero je predpis funkcije veljaven/definiran.

Zaloga vrednosti

Zaloga vrednosti preslikave ali funkcije $f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ je množica vseh slik oziroma funkcijskih vrednosti. Oznaka: Z_f.

Zaloga vrednosti Z_f je podmnožica kodomene $\mathcal{Y}$: $Z_f \subseteq \mathcal{Y}$.

Naloga

Funkcijo $f : A \to B$ predstavite s tabelo. Izračunajte, kam posamezna funkcija preslika $x = 1$.

- $A = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$, $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, $f(x) = |x| + 1$
- $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \mathbb{N}$, $f(x) = 2x + 1$
- $A = B = \left\{\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1, 2, 3\right\}$, $f(x) = \dfrac{1}{x}$

Naloga

Funkcijo $f : A \to B$ predstavite s tabelo. Izračunajte, kam posamezna funkcija preslika $x = 1$.

- $A = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$, $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, $f(x) = |x| + 1$
- $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \mathbb{N}$, $f(x) = 2x + 1$
- $A = B = \left\{\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1, 2, 3\right\}$, $f(x) = \dfrac{1}{x}$

Naloga

Tabelirajte funkcijo $g(x) = 2x + |x|$ od -3 do 3 s korakom 1.

Naloga

Zapišite definicijska območja funkcij.

- $f(x) = \dfrac{-7}{x+1}$
- $g(x) = \dfrac{1}{(x+2)(x+6)}$
- $h(x) = \dfrac{3x^2+1}{5}$
- $i(x) = \sqrt{x-2}$
- $j(x) = x^3 - \frac{2}{3}$
- $k(x) = \sqrt{x^2+7}$
- $l(x) = \dfrac{3}{x}$
- $m(x) = \dfrac{x^2+1}{x^2-5x-6}$

Ničla in začetna vrednost funkcije

Ničla in začetna vrednost funkcije

Ničla funkcije

Ničla in začetna vrednost funkcije

Ničla funkcije

Ničla funkcije $f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ je tista vrednost $x_0 \in \mathcal{X}$ neodvisne spremenljivke, pri kateri je vrednost funkcije f enaka 0: $f(x_0) = 0$.

Ničla in začetna vrednost funkcije

Ničla funkcije

Ničla funkcije $f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ je tista vrednost $x_0 \in \mathcal{X}$ neodvisne spremenljivke, pri kateri je vrednost funkcije f enaka 0: $f(x_0) = 0$.

Ničle funkcije f poiščemo tako, da rešimo enačbo $f(x) = 0$.

Ničla in začetna vrednost funkcije

Ničla funkcije

Ničla funkcije $f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ je tista vrednost $x_0 \in \mathcal{X}$ neodvisne spremenljivke, pri kateri je vrednost funkcije f enaka 0: $f(x_0) = 0$.

Ničle funkcije f poiščemo tako, da rešimo enačbo $f(x) = 0$.
Ničle so le tiste izmed vrednosti, ki ležijo v definicijskem območju D_f funkcije f.

Ničla in začetna vrednost funkcije

Ničla funkcije

Ničla funkcije $f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ je tista vrednost $x_0 \in \mathcal{X}$ neodvisne spremenljivke, pri kateri je vrednost funkcije f enaka 0: $f(x_0) = 0$.

Ničle funkcije f poiščemo tako, da rešimo enačbo $f(x) = 0$.
Ničle so le tiste izmed vrednosti, ki ležijo v definicijskem območju D_f funkcije f.

Začetna vrednost

Ničla in začetna vrednost funkcije

Ničla funkcije

Ničla funkcije $f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ je tista vrednost $x_0 \in \mathcal{X}$ neodvisne spremenljivke, pri kateri je vrednost funkcije f enaka 0: $f(x_0) = 0$.

Ničle funkcije f poiščemo tako, da rešimo enačbo $f(x) = 0$.
Ničle so le tiste izmed vrednosti, ki ležijo v definicijskem območju D_f funkcije f.

Začetna vrednost

Začetna vrednost funkcije $f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ je funkcijska vrednost pri $x = 0$, to je $f(0)$.

Ničla in začetna vrednost funkcije

Ničla funkcije

Ničla funkcije $f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ je tista vrednost $x_0 \in \mathcal{X}$ neodvisne spremenljivke, pri kateri je vrednost funkcije f enaka 0: $f(x_0) = 0$.

Ničle funkcije f poiščemo tako, da rešimo enačbo $f(x) = 0$.
Ničle so le tiste izmed vrednosti, ki ležijo v definicijskem območju D_f funkcije f.

Začetna vrednost

Začetna vrednost funkcije $f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ je funkcijska vrednost pri $x = 0$, to je $f(0)$.

Začetna vrednost obstaja le, če je 0 v definicijskem območju funkcije f: $0 \in D_f$.

Naloga

Izračunajte ničle funkcij.

- $f(x) = \frac{4}{5} - 6x$
- $g(x) = x^2 - 7x + 12$
- $h(x) = \dfrac{3x+6}{5}$
- $i(x) = x^2 - 9$
- $j(x) = x^2 + 1$
- $k(x) = x^2 - 3x^2 - 4x + 12$
- $l(x) = \sqrt{x+7}$
- $m(x) = \dfrac{3}{x}$

Naloga

Izračunajte začetne vrednosti funkcij.

- $f(x) = \frac{4}{5} - 6x$
- $g(x) = x^2 - 7x + 12$
- $h(x) = \dfrac{3x+6}{5}$
- $i(x) = x^2 - 9$
- $j(x) = x^2 - 3x^2 - 4x + 12$
- $k(x) = \sqrt{x+7}$
- $l(x) = \dfrac{3}{x}$
- $m(x) = \dfrac{x^3 - 2x^2 - 4}{x^4 + 2x^3 + 3}$

Graf funkcije

Graf funkcije

Graf funkcije

Graf funkcije

Graf funkcije

Graf Γ_f funkcije $f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ je množica urejenih parov $(x, y) \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y}$, kjer element x preteče celotno definicijsko območje D_f funkcije, element y pa je slika pripadajočega x, torej $y = f(x)$.

Graf funkcije

Graf funkcije

Graf Γ_f funkcije $f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ je množica urejenih parov $(x, y) \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y}$, kjer element x preteče celotno definicijsko območje D_f funkcije, element y pa je slika pripadajočega x, torej $y = f(x)$.

$$\Gamma_f = \{(x, y) \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y}; x \in D_f \wedge y = f(x)\}$$

Graf funkcije

Graf funkcije

Graf Γ_f funkcije $f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ je množica urejenih parov $(x, y) \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y}$, kjer element x preteče celotno definicijsko območje D_f funkcije, element y pa je slika pripadajočega x, torej $y = f(x)$.

$$\Gamma_f = \{(x, y) \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y}; x \in D_f \wedge y = f(x)\}$$

Urejene pare iz množice Γ_f lahko upodobimo v koordinatnem sistemu.

Graf funkcije

Graf funkcije

Graf Γ_f funkcije $f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ je množica urejenih parov $(x, y) \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y}$, kjer element x preteče celotno definicijsko območje D_f funkcije, element y pa je slika pripadajočega x, torej $y = f(x)$.

$$\Gamma_f = \{(x, y) \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y}; x \in D_f \wedge y = f(x)\}$$

Urejene pare iz množice Γ_f lahko upodobimo v koordinatnem sistemu. Vsakemu elementu $(x, f(x))$ iz zgornje množice pripada natanko ena točka v koordinatnem sistemu, katere abscisa je enaka x, ordinata pa je njegova slika $f(x)$.

Graf funkcije

Graf funkcije

Graf Γ_f funkcije $f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ je množica urejenih parov $(x, y) \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y}$, kjer element x preteče celotno definicijsko območje D_f funkcije, element y pa je slika pripadajočega x, torej $y = f(x)$.

$$\Gamma_f = \{(x, y) \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y}; x \in D_f \wedge y = f(x)\}$$

Urejene pare iz množice Γ_f lahko upodobimo v koordinatnem sistemu.
Vsakemu elementu $(x, f(x))$ iz zgornje množice pripada natanko ena točka v koordinatnem sistemu, katere abscisa je enaka x, ordinata pa je njegova slika $f(x)$.

V ničli graf funkcije seka abscisno os, v začetni vrednosti pa ordinatno os.

Naraščanje in padanje

Naraščanje in padanje

Naraščajoča funkcija

Naraščanje in padanje

Naraščajoča funkcija

Funkcija f je na intervalu (a, b) **naraščajoča**, če za poljubna $x_1, x_2 \in (a, b)$, kjer je $x_1 < x_2$, velja $f(x_1) \leq f(x_2)$.

Naraščanje in padanje

Naraščajoča funkcija

Funkcija f je na intervalu (a, b) **naraščajoča**, če za poljubna $x_1, x_2 \in (a, b)$, kjer je $x_1 < x_2$, velja $f(x_1) \leq f(x_2)$.
Funkcija f je na intervalu (a, b) **strogo naraščajoča**, če za poljubna $x_1, x_2 \in (a, b)$, kjer je $x_1 < x_2$, velja $f(x_1) < f(x_2)$.

Naraščanje in padanje

Naraščajoča funkcija

Funkcija f je na intervalu (a, b) **naraščajoča**, če za poljubna $x_1, x_2 \in (a, b)$, kjer je $x_1 < x_2$, velja $f(x_1) \leq f(x_2)$.
Funkcija f je na intervalu (a, b) **strogo naraščajoča**, če za poljubna $x_1, x_2 \in (a, b)$, kjer je $x_1 < x_2$, velja $f(x_1) < f(x_2)$.

Padajoča funkcija

Naraščanje in padanje

Naraščajoča funkcija

Funkcija f je na intervalu (a, b) **naraščajoča**, če za poljubna $x_1, x_2 \in (a, b)$, kjer je $x_1 < x_2$, velja $f(x_1) \leq f(x_2)$.
Funkcija f je na intervalu (a, b) **strogo naraščajoča**, če za poljubna $x_1, x_2 \in (a, b)$, kjer je $x_1 < x_2$, velja $f(x_1) < f(x_2)$.

Padajoča funkcija

Funkcija f je na intervalu (a, b) **padajoča**, če za poljubna $x_1, x_2 \in (a, b)$, kjer je $x_1 < x_2$, velja $f(x_1) \geq f(x_2)$.

Naraščanje in padanje

Naraščajoča funkcija

Funkcija f je na intervalu (a, b) **naraščajoča**, če za poljubna $x_1, x_2 \in (a, b)$, kjer je $x_1 < x_2$, velja $f(x_1) \leq f(x_2)$.
Funkcija f je na intervalu (a, b) **strogo naraščajoča**, če za poljubna $x_1, x_2 \in (a, b)$, kjer je $x_1 < x_2$, velja $f(x_1) < f(x_2)$.

Padajoča funkcija

Funkcija f je na intervalu (a, b) **padajoča**, če za poljubna $x_1, x_2 \in (a, b)$, kjer je $x_1 < x_2$, velja $f(x_1) \geq f(x_2)$.
Funkcija f je na intervalu (a, b) **strogo padajoča**, če za poljubna $x_1, x_2 \in (a, b)$, kjer je $x_1 < x_2$, velja $f(x_1) > f(x_2)$.

Injektivnost in surjektivnost

Injektivnost in surjektivnost

Surjektivnost

Injektivnost in surjektivnost

Surjektivnost

Funkcija $f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ je **surjektivna**, če je zaloga vrednosti Z_f funkcije enaka njeni kodomeni $\mathcal{Y}$ – vsak element kodomene $\mathcal{Y}$ je slika vsaj enega elementa iz domene $\mathcal{X}$.

Injektivnost in surjektivnost

Surjektivnost

Funkcija $f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ je **surjektivna**, če je zaloga vrednosti Z_f funkcije enaka njeni kodomeni $\mathcal{Y}$ – vsak element kodomene $\mathcal{Y}$ je slika vsaj enega elementa iz domene $\mathcal{X}$.

$$\forall y \in \mathcal{Y}. \exists x \in \mathcal{X} \ni: f(x) = y$$

Injektivnost in surjektivnost

Surjektivnost

Funkcija $f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ je **surjektivna**, če je zaloga vrednosti Z_f funkcije enaka njeni kodomeni $\mathcal{Y}$ – vsak element kodomene $\mathcal{Y}$ je slika vsaj enega elementa iz domene $\mathcal{X}$.

$$\forall y \in \mathcal{Y}. \exists x \in \mathcal{X} \ni: f(x) = y$$

Injektivnost

Injektivnost in surjektivnost

Surjektivnost

Funkcija $f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ je **surjektivna**, če je zaloga vrednosti Z_f funkcije enaka njeni kodomeni $\mathcal{Y}$ – vsak element kodomene $\mathcal{Y}$ je slika vsaj enega elementa iz domene $\mathcal{X}$.

$$\forall y \in \mathcal{Y}.\exists x \in \mathcal{X} \ni: f(x) = y$$

Injektivnost

Funkcija $f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ je **injektivna**, če se dva poljubna različna originala iz domene $\mathcal{X}$ preslikata v različni sliki v kodomeni $\mathcal{Y}$ – vsak element kodomene $\mathcal{Y}$ je slika kvečjemu enega elementa iz domene $\mathcal{X}$.

Injektivnost in surjektivnost

Surjektivnost

Funkcija $f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ je **surjektivna**, če je zaloga vrednosti Z_f funkcije enaka njeni kodomeni $\mathcal{Y}$ – vsak element kodomene $\mathcal{Y}$ je slika vsaj enega elementa iz domene $\mathcal{X}$.

$$\forall y \in \mathcal{Y}. \exists x \in \mathcal{X} \ni: f(x) = y$$

Injektivnost

Funkcija $f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ je **injektivna**, če se dva poljubna različna originala iz domene $\mathcal{X}$ preslikata v različni sliki v kodomeni $\mathcal{Y}$ – vsak element kodomene $\mathcal{Y}$ je slika kvečjemu enega elementa iz domene $\mathcal{X}$.

$$\forall x, y \in \mathcal{X} : f(x) = f(y) \Rightarrow x = y$$

Injektivnost in surjektivnost

Surjektivnost

Funkcija $f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ je **surjektivna**, če je zaloga vrednosti Z_f funkcije enaka njeni kodomeni $\mathcal{Y}$ – vsak element kodomene $\mathcal{Y}$ je slika vsaj enega elementa iz domene $\mathcal{X}$.

$$\forall y \in \mathcal{Y}. \exists x \in \mathcal{X} \ni: f(x) = y$$

Injektivnost

Funkcija $f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ je **injektivna**, če se dva poljubna različna originala iz domene $\mathcal{X}$ preslikata v različni sliki v kodomeni $\mathcal{Y}$ – vsak element kodomene $\mathcal{Y}$ je slika kvečjemu enega elementa iz domene $\mathcal{X}$.

$$\forall x, y \in \mathcal{X} : f(x) = f(y) \Rightarrow x = y$$

Funkcija $f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ je **bijektivna**, če je injektivna in surjektivna hkrati – vsak element iz kodomene $\mathcal{Y}$ je slika natanko enega elementa domene $\mathcal{X}$.

Naloga

Zapišite in narišite grafe funkcij ter zapišite začetne vrednosti in ničle funkcije. Določite, kje je funkcija naraščajoča oziroma padajoča, ter preverite surjektivnost in injektivnost.

- $f(x) = x \qquad D_f = \mathbb{R}$
- $g(x) = -2x + 1 \qquad D_g = \mathbb{R}$
- $h(x) = x^2 - 1 \qquad D_h = \mathbb{R}$
- $i(x) = \dfrac{1}{x^2} \qquad D_i = \left\{-2, -1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1, 2\right\}$
- $j(x) = \dfrac{x+2}{x-3} \qquad D_j = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

Predpis linearne funkcije

Predpis linearne funkcije

Linearna funckija

Linearna funkcija je realna funkcija realne spremenljivke,

Predpis linearne funkcije

Linearna funckija

Linearna funkcija je realna funkcija realne spremenljivke, podana s predpisom

$$f(x) = kx + n; \quad k, n \in \mathbb{R},$$

Predpis linearne funkcije

Linearna funckija

Linearna funkcija je realna funkcija realne spremenljivke, podana s predpisom

$$f(x) = kx + n; \quad k, n \in \mathbb{R},$$

kjer je k **diferenčni kvocient/smerni koeficient**, n pa **začetna vrednost** $f(0) = n$.

Predpis linearne funkcije

Linearna funckija

Linearna funkcija je realna funkcija realne spremenljivke, podana s predpisom

$$f(x) = kx + n; \quad k, n \in \mathbb{R},$$

kjer je k **diferenčni kvocient/smerni koeficient**, n pa **začetna vrednost** $f(0) = n$.

Smerni koeficient

Glede na predznak smernega koeficienta k je linearna funkcija:

Predpis linearne funkcije

Linearna funckija

Linearna funkcija je realna funkcija realne spremenljivke, podana s predpisom

$$f(x) = kx + n; \quad k, n \in \mathbb{R},$$

kjer je k **diferenčni kvocient/smerni koeficient**, n pa **začetna vrednost** $f(0) = n$.

Smerni koeficient

Glede na predznak smernega koeficienta k je linearna funkcija:

- naraščajoča, če je $k > 0$;

Predpis linearne funkcije

Linearna funckija

Linearna funkcija je realna funkcija realne spremenljivke, podana s predpisom

$$f(x) = kx + n; \quad k, n \in \mathbb{R},$$

kjer je k **diferenčni kvocient/smerni koeficient**, n pa **začetna vrednost** $f(0) = n$.

Smerni koeficient

Glede na predznak smernega koeficienta k je linearna funkcija:

- naraščajoča, če je $k > 0$;
- konstanta, če je $k = 0$ ali

Predpis linearne funkcije

Linearna funckija

Linearna funkcija je realna funkcija realne spremenljivke, podana s predpisom

$$f(x) = kx + n; \quad k, n \in \mathbb{R},$$

kjer je k **diferenčni kvocient/smerni koeficient**, n pa **začetna vrednost** $f(0) = n$.

Smerni koeficient

Glede na predznak smernega koeficienta k je linearna funkcija:

- naraščajoča, če je $k > 0$;
- konstanta, če je $k = 0$ ali
- padajoča, če je $k < 0$.

Naloga

Ugotovite, ali je dana funkcija linearna. Linearnim funkcijam določite smerni koeficient in začetno vrednost.

- $f(x) = \frac{1}{7x} - \frac{3}{4}$
- $g(x) = \frac{2}{3} - \pi x$
- $h(x) = \frac{8+6x}{24}$
- $i(x) = 0.\overline{3}x + 1$
- $j(x) = \frac{x^2-3}{5}$
- $k(x) = -\sqrt{2}x + \frac{2}{3}$
- $l(x) = 2$

Naloga

Zapišite predpis linearne funkcije f, ki ima začetno vrednost 5 in diferenčni količnik -3.

Naloga

Zapišite predpis linearne funkcije f, ki ima začetno vrednost 5 in diferenčni količnik -3.

Naloga

Dana je linearna funkcija $p(x) = 3x - 4$. Izračunajte $p(-2)$, $p(0)$; $p(5)$ in $p(\sqrt{2})$.

Naloga

Zapišite predpis linearne funkcije f, ki ima začetno vrednost 5 in diferenčni količnik -3.

Naloga

Dana je linearna funkcija $p(x) = 3x - 4$. Izračunajte $p(-2)$, $p(0)$; $p(5)$ in $p(\sqrt{2})$.

Naloga

Zapišite predpis linearne funkcije, za katero je $u(-2) = 10$ in $u(0) = 2$.

Naloga

Ali je funkcija naraščajoča ali padajoča?

- $f(x) = 3x + 5$
- $g(x) = -2x + 7$
- $h(x) = 10 - \frac{1}{2}x$
- $i(x) = \dfrac{x-1}{2}$
- $j(x) = \dfrac{5-2x}{3}$
- $k(x) = \dfrac{-\sqrt{3}x+1}{3}$
- $l(x) = -\dfrac{2-4x}{17}$

Naloga

Izračunajte ničlo linearne funkcije.

- $f(x) = 6x + 12$
- $g(x) = 5x + 2$
- $h(x) = 3x - 12$
- $i(x) = -4x + 8$
- $j(x) = -3x + 2$
- $k(x) = -x - 7$
- $l(x) = \frac{3}{4}x - \frac{1}{4}$
- $m(x) = -\dfrac{2x + 3}{6}$
- $n(x) = \dfrac{1 - 4x}{2}$
- $o(x) = \dfrac{\pi x + 4}{3}$
- $p(x) = \sqrt{2}x + 1$
- $r(x) = 4$

Naloga

Dana je linearna funkcija f. Zapišite predpis funkcije g v obliki $g(x) = kx + n$.

- $f(x) = 2x - 6,\ g(x) = 3f(x)$
- $f(x) = 5x - 3;\ g(x) = f(x+1)$
- $f(x) = \dfrac{2x-5}{3};\ g(x) = f(1-x)$
- $f(x) = \dfrac{10-4x}{7};\ g(x) = f(3x)$

Naloga

Dana je družina linearnih funkcij $f(x) = (2m-1)x + (3-m)$; $m \in \mathbb{R}$.

- Za katero vrednost parametra m ima funkcija diferenčni količnik enak -5?
- Za katero vrednost parametra m je funkcija padajoča?
- Za katero vrednost parametra m je funkcija konstantna?
- Za katero vrednost parametra m je funkcija naraščajoča?
- Za katero vrednost parametra m je začetna vrednost enaka 2?
- Za katero vrednost parametra m ima funkcija ničlo $x = -4$?

Naloga

Taksist meri razdaljo, ki jo je prevozil. Vsak kilometer stane 2.5 €, startnina pa 7 €. Zapišite funkcijo, po kateri taksist izračuna znesek za plačilo, ko prebere število prevoženih kilometrov x. Izračunajte, koliko bi plačali, če bi se peljali 12 km.

Naloga

Taksist meri razdaljo, ki jo je prevozil. Vsak kilometer stane 2.5 €, startnina pa 7 €. Zapišite funkcijo, po kateri taksist izračuna znesek za plačilo, ko prebere število prevoženih kilometrov x. Izračunajte, koliko bi plačali, če bi se peljali 12 km.

Naloga

V bezenu je 12 l vode. V bazen po cevi vsako minuto pritečejo še 4 l vode. Zapišite funkcijo, s katero bomo lahko izračunali, koliko je vode v bazenu po pretečenih x minutah. Izračunajte, koliko vode je v bazenu po 9 minutah.

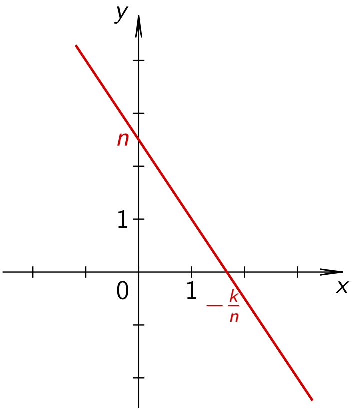
Graf linearne funkcije

Graf linearne funkcije $f(x) = kx + n$ je predstavljen kot množica točk

$$\Gamma_f = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | y = kx + n\right\},$$

kar upodobimo kot **premico**.

Premice z enako začetno vrednostjo se sekajo v skupni točki $(0, n)$ na ordinatni osi – **šop premic**. Premice, ki imajo enak smerni koeficient so vzporedne – **snop premic**.



Naloga

Katere od točk $A(1,1)$, $B(4,0)$, $C(7,-2)$, $D(-4,\frac{5}{2})$, $E(0,\frac{3}{2})$, $F(2,2)$ in $G(3,0)$ ležijo na grafu funkcije $f(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$?

Naloga

Katere od točk $A(1,1)$, $B(4,0)$, $C(7,-2)$, $D(-4,\frac{5}{2})$, $E(0,\frac{3}{2})$, $F(2,2)$ in $G(3,0)$ ležijo na grafu funkcije $f(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$?

Naloga

Dana je funkcija $g(x) = 3x - 2$. Za koliko se spremeni vrednost funkcije g, če se vrednost x

- poveča za 1?
- poveča za 2?
- zmanjša za 5?
- zmanjša za -10?

Naloga

Narišite graf linearne funkcije. Zapišite začetno vrednost in izračunajte ničlo funkcije. Določite, kje je funkcija pozitivna oziroma negativna, ter ali je naraščajoča ali padajoča?

- $f(x) = -x + \frac{1}{2}$
- $g(x) = 2x + 2$
- $h(x) = 3 - 2x$
- $i(x) = -x$
- $j(x) = -3$
- $k(x) = \dfrac{6x-1}{3}$
- $l(x) = -\dfrac{2-3x}{4}$
- $m(x) = 3 - \frac{3}{5}x$

Naloga

V isti koordinatni sistem narišite grafe funkcij $f(x) = 2x - 2$, $g(x) = 2x + 1$, $h(x) = 2x + 2$ in $i(x) = 2x$. Kaj opazite?

Naloga

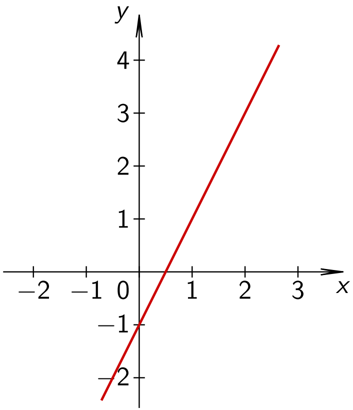
V isti koordinatni sistem narišite grafe funkcij $f(x) = 2x - 2$, $g(x) = 2x + 1$, $h(x) = 2x + 2$ in $i(x) = 2x$. Kaj opazite?

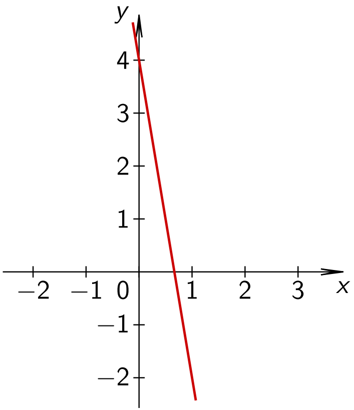
Naloga

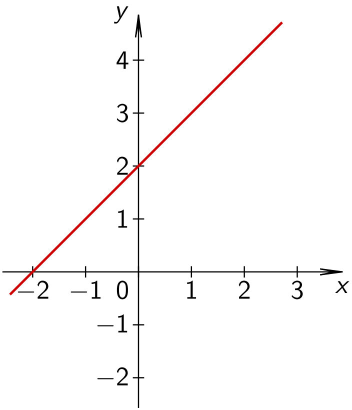
V isti koordinatni sistem narišite grafe funkcij $f(x) = 2x - 2$, $g(x) = 3x - 2$, $h(x) = x - 2$ in $i(x) = \frac{1}{2}x - 2$. Kaj opazite?

Naloga

Zapišite predpis linearne funkcije, ki jo prikzauje graf.

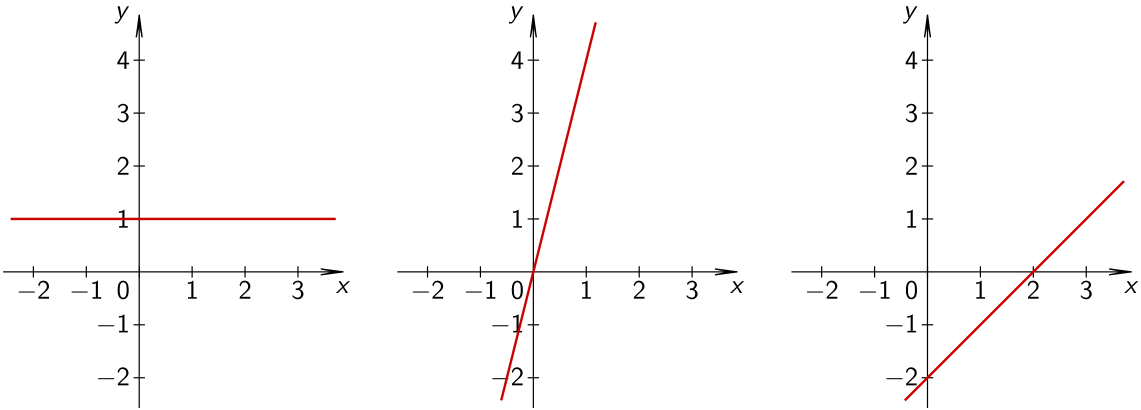






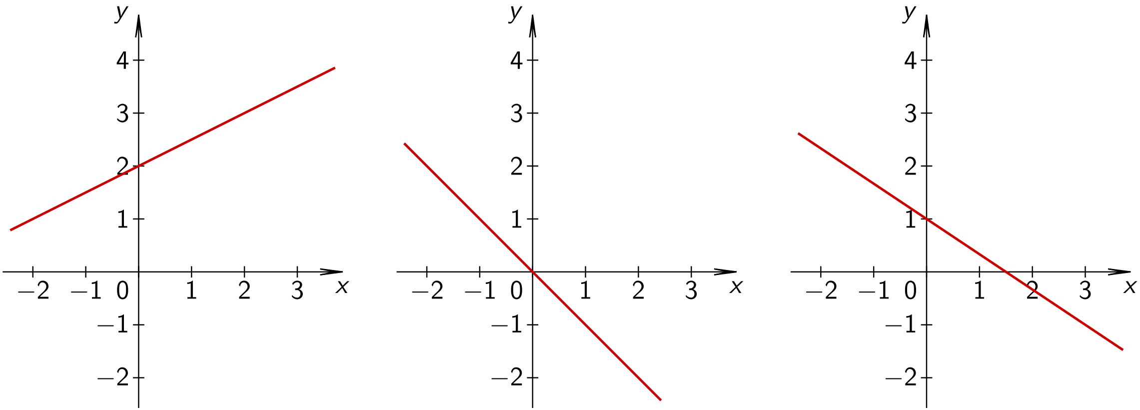
Naloga

Zapišite predpis linearne funkcije, ki jo prikzauje graf.



Naloga

Zapišite predpis linearne funkcije, ki jo prikzauje graf.



Naloga

Narišite graf sestavljene funkcije in zapišite njeno zalogo vrednosti.

- $f(x) = \begin{cases} 2x; & x \leq 2 \\ 4; & x > 2 \end{cases}$
- $g(x) = \begin{cases} x+3; & x \leq -2 \\ -x-1; & x > -2 \end{cases}$
- $h(x) = \begin{cases} x; & x \leq 1 \\ -1; & x > 1 \end{cases}$
- $k(x) = \begin{cases} -x+1; & x \leq 2 \\ -1; & 2 < x < 4 \\ x-5; & x \geq 4 \end{cases}$
- $l(x) = \begin{cases} 0.5x; & x \leq 2 \\ 2x-3; & 2 < x < 4 \\ 0.5x+3; & x \geq 4 \end{cases}$

Naloga

Narišite graf funkcije.

- $f(x) = |3x - 3|$
- $g(x) = |2x + 1| + 1$
- $h(x) = 1 - |x + 1|$
- $i(x) = 3 - |2x - 1|$
- $j(x) = x + |x - 2|$
- $k(x) = |x + 1| - 2$
- $l(x) = -|0.5x + 3|$
- $m(x) = 3 - |x - 2|$