

# MATEMATIKA

1. letnik – splošna gimnazija

Jan Kastelic

Gimnazija Antona Aškerca,  
Šolski center Ljubljana

6. februar 2025

## 1 Realna števila

# Section 1

## Realna števila

- 1 Realna števila
  - Realna števila
  - Kvadratni koren
  - Kubični koren
  - Interval
  - Reševanje enačb
  - Reševanje neenačb
  - Reševanje sistemov enačb
  - Obravnava enačb in neenačb
  - Sklepni račun
  - Odstotni račun
  - Absolutna vrednost
  - Zaokroževanje, približki, napake

# Realna števila

# Realna števila

Med poljubnima dvema racionalnima številoma  $\frac{x}{y}, \frac{z}{w} \in \mathbb{Q}$  je vsaj še eno racionalno število

# Realna števila

Med poljubnima dvema racionalnima številoma  $\frac{x}{y}, \frac{z}{w} \in \mathbb{Q}$  je vsaj še eno racionalno število – aritmetična sredina teh dveh števil  $\frac{1}{2} \left( \frac{x}{y} + \frac{z}{w} \right)$ .

# Realna števila

Med poljubnima dvema racionalnima številoma  $\frac{x}{y}, \frac{z}{w} \in \mathbb{Q}$  je vsaj še eno racionalno število – aritmetična sredina teh dveh števil  $\frac{1}{2} \left( \frac{x}{y} + \frac{z}{w} \right)$ .

$$\frac{x}{y} < \frac{z}{w}, y, w \neq 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{y} < \frac{1}{2} \left( \frac{x}{y} + \frac{z}{w} \right) < \frac{z}{w}$$



# Realna števila

Med poljubnima dvema racionalnima številoma  $\frac{x}{y}, \frac{z}{w} \in \mathbb{Q}$  je vsaj še eno racionalno število – aritmetična sredina teh dveh števil  $\frac{1}{2} \left( \frac{x}{y} + \frac{z}{w} \right)$ .

$$\frac{x}{y} < \frac{z}{w}, y, w \neq 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{y} < \frac{1}{2} \left( \frac{x}{y} + \frac{z}{w} \right) < \frac{z}{w}$$

Med poljubnima racionalnima številoma je neskončno mnogo racionalnih števil in pravimo, da je množica  $\mathbb{Q}$  **povsod gosta**.

# Realna števila

Med poljubnima dvema racionalnima številoma  $\frac{x}{y}, \frac{z}{w} \in \mathbb{Q}$  je vsaj še eno racionalno število – aritmetična sredina teh dveh števil  $\frac{1}{2} \left( \frac{x}{y} + \frac{z}{w} \right)$ .

$$\frac{x}{y} < \frac{z}{w}, y, w \neq 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{y} < \frac{1}{2} \left( \frac{x}{y} + \frac{z}{w} \right) < \frac{z}{w}$$

Med poljubnima racionalnima številoma je neskončno mnogo racionalnih števil in pravimo, da je množica  $\mathbb{Q}$  **povsod gosta**.

Množici  $\mathbb{Q}$  in  $\mathbb{Z}$  imata enako moč – sta števno neskončni ( $m(\mathbb{Q}) = m(\mathbb{Z}) = \aleph_0$ ).



# Iracionalna števila

## Iracionalna števila

**Iracionalna števila**  $\mathbb{I}$  so vsi kvadratni koreni števil, ki niso popolni kvadrati, tretji koreni, ki niso popolni kubi, ..., število  $\pi$ , Eulerjevo število  $e$  ...

## Iracionalna števila

**Iracionalna števila**  $\mathbb{I}$  so vsi kvadratni koreni števil, ki niso popolni kvadrati, tretji koreni, ki niso popolni kubi, ..., število  $\pi$ , Eulerjevo število  $e$  ...

Množici racionalnih in iracionalnih števil sta disjunktni:  $\mathbb{Q} \cap \mathbb{I} = \emptyset$ .

## Iracionalna števila

**Iracionalna števila**  $\mathbb{I}$  so vsi kvadratni koreni števil, ki niso popolni kvadrati, tretji koreni, ki niso popolni kubi, ..., število  $\pi$ , Eulerjevo število  $e$  ...

Množici racionalnih in iracionalnih števil sta disjunktni:  $\mathbb{Q} \cap \mathbb{I} = \emptyset$ .

## Realna števila

## Iracionalna števila

**Iracionalna števila**  $\mathbb{I}$  so vsi kvadratni koreni števil, ki niso popolni kvadrati, tretji koreni, ki niso popolni kubi, ..., število  $\pi$ , Eulerjevo število  $e$  ...

Množici racionalnih in iracionalnih števil sta disjunktni:  $\mathbb{Q} \cap \mathbb{I} = \emptyset$ .

## Realna števila

**Realna števila** so množica števil, ki jo dobimo kot unijo racionalnih in iracionalnih števil:  $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$ .



## Iracionalna števila

**Iracionalna števila**  $\mathbb{I}$  so vsi kvadratni koreni števil, ki niso popolni kvadrati, tretji koreni, ki niso popolni kubi, ..., število  $\pi$ , Eulerjevo število  $e$  ...

Množici racionalnih in iracionalnih števil sta disjunktni:  $\mathbb{Q} \cap \mathbb{I} = \emptyset$ .

## Realna števila

**Realna števila** so množica števil, ki jo dobimo kot unijo racionalnih in iracionalnih števil:  $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$ .

Množica realnih števil je močnejša od množice racionalnih števil. Pravimo, da je (neštevno) neskončna.



Množico realnih števil lahko, glede na predznak števil, razdelimo na tri množice:

$$\mathbb{R} =$$

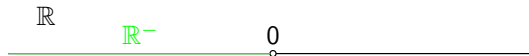
 $\mathbb{R}$ 

0

Množico realnih števil lahko, glede na predznak števil, razdelimo na tri množice:

- množico negativnih realnih števil  $\mathbb{R}^-$ ,

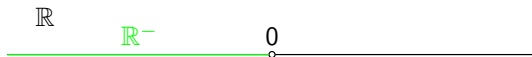
$$\mathbb{R} = \mathbb{R}^-$$



Množico realnih števil lahko, glede na predznak števil, razdelimo na tri množice:

- množico negativnih realnih števil  $\mathbb{R}^-$ ,
- množico z elementom nič:  $\{0\}$  in

$$\mathbb{R} = \mathbb{R}^- \cup \{0\}$$



Množico realnih števil lahko, glede na predznak števil, razdelimo na tri množice:

- množico negativnih realnih števil  $\mathbb{R}^-$ ,
- množico z elementom nič:  $\{0\}$  in
- množico pozitivnih realnih števil:  $\mathbb{R}^+$ .

$$\mathbb{R} = \mathbb{R}^- \cup \{0\} \cup \mathbb{R}^+$$



Množico realnih števil lahko, glede na predznak števil, razdelimo na tri množice:

- množico negativnih realnih števil  $\mathbb{R}^-$ ,
- množico z elementom nič:  $\{0\}$  in
- množico pozitivnih realnih števil:  $\mathbb{R}^+$ .

$$\mathbb{R} = \mathbb{R}^- \cup \{0\} \cup \mathbb{R}^+$$



Vsaki točki na številski premici ustreza natanko eno realno število in obratno, vsakemu realnemu številu ustreza natanko ena točka na številski premici.

Množico realnih števil lahko, glede na predznak števil, razdelimo na tri množice:

- množico negativnih realnih števil  $\mathbb{R}^-$ ,
- množico z elementom nič:  $\{0\}$  in
- množico pozitivnih realnih števil:  $\mathbb{R}^+$ .

$$\mathbb{R} = \mathbb{R}^- \cup \{0\} \cup \mathbb{R}^+$$



Vsaki točki na številski premici ustreza natanko eno realno število in obratno, vsakemu realnemu številu ustreza natanko ena točka na številski premici.

Številsko premico, ki upodablja realna števila, imenujemo tudi **realna os**.





Z relacijo *biti manjši ali enak* je množica  $\mathbb{R}$  **linearno urejena**, to pomeni, da veljajo:

Z relacijo *biti manjši ali enak* je množica  $\mathbb{R}$  **linearno urejena**, to pomeni, da veljajo:

- **refleksivnost:**

Z relacijo *biti manjši ali enak* je množica  $\mathbb{R}$  **linearno urejena**, to pomeni, da veljajo:

- **refleksivnost:**  $\forall x \in \mathbb{R} : x \leq x$ ;

Z relacijo *biti manjši ali enak* je množica  $\mathbb{R}$  **linearno urejena**, to pomeni, da veljajo:

- **refleksivnost:**  $\forall x \in \mathbb{R} : x \leq x$ ;
- **antisimetričnost:**

Z relacijo *biti manjši ali enak* je množica  $\mathbb{R}$  **linearno urejena**, to pomeni, da veljajo:

- **refleksivnost:**  $\forall x \in \mathbb{R} : x \leq x$ ;
- **antisimetričnost:**  $\forall x, y \in \mathbb{R} : x \leq y \wedge y \leq x \Rightarrow x = y$ ;

Z relacijo *biti manjši ali enak* je množica  $\mathbb{R}$  **linearno urejena**, to pomeni, da veljajo:

- **refleksivnost:**  $\forall x \in \mathbb{R} : x \leq x$ ;
- **antisimetričnost:**  $\forall x, y \in \mathbb{R} : x \leq y \wedge y \leq x \Rightarrow x = y$ ;
- **tranzitivnost:**

Z relacijo *biti manjši ali enak* je množica  $\mathbb{R}$  **linearno urejena**, to pomeni, da veljajo:

- **refleksivnost:**  $\forall x \in \mathbb{R} : x \leq x$ ;
- **antisimetričnost:**  $\forall x, y \in \mathbb{R} : x \leq y \wedge y \leq x \Rightarrow x = y$ ;
- **tranzitivnost:**  $\forall x, y, z \in \mathbb{R} : x \leq y \wedge y \leq z \Rightarrow x \leq z$ ;



Z relacijo *biti manjši ali enak* je množica  $\mathbb{R}$  **linearno urejena**, to pomeni, da veljajo:

- **refleksivnost:**  $\forall x \in \mathbb{R} : x \leq x$ ;
- **antisimetričnost:**  $\forall x, y \in \mathbb{R} : x \leq y \wedge y \leq x \Rightarrow x = y$ ;
- **tranzitivnost:**  $\forall x, y, z \in \mathbb{R} : x \leq y \wedge y \leq z \Rightarrow x \leq z$ ;
- **stroga sovisnost:**

Z relacijo *biti manjši ali enak* je množica  $\mathbb{R}$  **linearno urejena**, to pomeni, da veljajo:

- **refleksivnost:**  $\forall x \in \mathbb{R} : x \leq x$ ;
- **antisimetričnost:**  $\forall x, y \in \mathbb{R} : x \leq y \wedge y \leq x \Rightarrow x = y$ ;
- **tranzitivnost:**  $\forall x, y, z \in \mathbb{R} : x \leq y \wedge y \leq z \Rightarrow x \leq z$ ;
- **stroga sovisnost:**  $\forall x, y \in \mathbb{R} : x \leq y \vee y \leq x$ .

Z relacijo *biti manjši ali enak* je množica  $\mathbb{R}$  **linearno urejena**, to pomeni, da veljajo:

- **refleksivnost:**  $\forall x \in \mathbb{R} : x \leq x$ ;
- **antisimetričnost:**  $\forall x, y \in \mathbb{R} : x \leq y \wedge y \leq x \Rightarrow x = y$ ;
- **tranzitivnost:**  $\forall x, y, z \in \mathbb{R} : x \leq y \wedge y \leq z \Rightarrow x \leq z$ ;
- **stroga sovisnost:**  $\forall x, y \in \mathbb{R} : x \leq y \vee y \leq x$ .

Za relacijo urejenosti na množici  $\mathbb{R}$  veljajo še naslednje lastnosti:

Z relacijo *biti manjši ali enak* je množica  $\mathbb{R}$  **linearno urejena**, to pomeni, da veljajo:

- **refleksivnost:**  $\forall x \in \mathbb{R} : x \leq x$ ;
- **antisimetričnost:**  $\forall x, y \in \mathbb{R} : x \leq y \wedge y \leq x \Rightarrow x = y$ ;
- **tranzitivnost:**  $\forall x, y, z \in \mathbb{R} : x \leq y \wedge y \leq z \Rightarrow x \leq z$ ;
- **stroga sovisnost:**  $\forall x, y \in \mathbb{R} : x \leq y \vee y \leq x$ .

Za relacijo urejenosti na množici  $\mathbb{R}$  veljajo še naslednje lastnosti:

- **monotonost vsote:**

Z relacijo *biti manjši ali enak* je množica  $\mathbb{R}$  **linearno urejena**, to pomeni, da veljajo:

- **refleksivnost:**  $\forall x \in \mathbb{R} : x \leq x$ ;
- **antisimetričnost:**  $\forall x, y \in \mathbb{R} : x \leq y \wedge y \leq x \Rightarrow x = y$ ;
- **tranzitivnost:**  $\forall x, y, z \in \mathbb{R} : x \leq y \wedge y \leq z \Rightarrow x \leq z$ ;
- **stroga sovisnost:**  $\forall x, y \in \mathbb{R} : x \leq y \vee y \leq x$ .

Za relacijo urejenosti na množici  $\mathbb{R}$  veljajo še naslednje lastnosti:

- **monotonost vsote:**  $x < y \Rightarrow x + z < y + z$  oziroma  $x \leq y \Rightarrow x + z \leq y + z$ ;

Z relacijo *biti manjši ali enak* je množica  $\mathbb{R}$  **linearno urejena**, to pomeni, da veljajo:

- **refleksivnost:**  $\forall x \in \mathbb{R} : x \leq x$ ;
- **antisimetričnost:**  $\forall x, y \in \mathbb{R} : x \leq y \wedge y \leq x \Rightarrow x = y$ ;
- **tranzitivnost:**  $\forall x, y, z \in \mathbb{R} : x \leq y \wedge y \leq z \Rightarrow x \leq z$ ;
- **stroga sovisnost:**  $\forall x, y \in \mathbb{R} : x \leq y \vee y \leq x$ .

Za relacijo urejenosti na množici  $\mathbb{R}$  veljajo še naslednje lastnosti:

- **monotonost vsote:**  $x < y \Rightarrow x + z < y + z$  oziroma  $x \leq y \Rightarrow x + z \leq y + z$ ;
- $x < y \wedge z > 0 \Rightarrow xz < yz$  in  $x \leq y \wedge z > 0 \Rightarrow xz \leq yz$ ;

Z relacijo *biti manjši ali enak* je množica  $\mathbb{R}$  **linearno urejena**, to pomeni, da veljajo:

- **refleksivnost:**  $\forall x \in \mathbb{R} : x \leq x$ ;
- **antisimetričnost:**  $\forall x, y \in \mathbb{R} : x \leq y \wedge y \leq x \Rightarrow x = y$ ;
- **tranzitivnost:**  $\forall x, y, z \in \mathbb{R} : x \leq y \wedge y \leq z \Rightarrow x \leq z$ ;
- **stroga sovisnost:**  $\forall x, y \in \mathbb{R} : x \leq y \vee y \leq x$ .

Za relacijo urejenosti na množici  $\mathbb{R}$  veljajo še naslednje lastnosti:

- **monotonost vsote:**  $x < y \Rightarrow x + z < y + z$  oziroma  $x \leq y \Rightarrow x + z \leq y + z$ ;
- $x < y \wedge z > 0 \Rightarrow xz < yz$  in  $x \leq y \wedge z > 0 \Rightarrow xz \leq yz$ ;
- $x < y \wedge z < 0 \Rightarrow xz > yz$  in  $x \leq y \wedge z < 0 \Rightarrow xz \geq yz$ .

# Kvadratni koren



# Kvadratni koren

**Kvadratni koren**  $\sqrt{a}$  realnega števila  $a \geq 0$  je tisto nenegativno realno število  $x$ , katerega kvadrat je enak  $a$ .

# Kvadratni koren

**Kvadratni koren**  $\sqrt{a}$  realnega števila  $a \geq 0$  je tisto nenegativno realno število  $x$ , katerega kvadrat je enak  $a$ .

$$\sqrt{a} = x \Leftrightarrow a = x^2; \quad a, x \in \mathbb{R}^+$$

# Kvadratni koren

**Kvadratni koren**  $\sqrt{a}$  realnega števila  $a \geq 0$  je tisto nenegativno realno število  $x$ , katerega kvadrat je enak  $a$ .

$$\sqrt{a} = x \Leftrightarrow a = x^2; \quad a, x \in \mathbb{R}^+$$

Število  $a$  imenujemo **korenjenec**, simbol  $\sqrt{\phantom{x}}$  pa **korenski znak**.

# Kvadratni koren

**Kvadratni koren**  $\sqrt{a}$  realnega števila  $a \geq 0$  je tisto nenegativno realno število  $x$ , katerega kvadrat je enak  $a$ .

$$\sqrt{a} = x \Leftrightarrow a = x^2; \quad a, x \in \mathbb{R}^+$$

Število  $a$  imenujemo **korenjenec**, simbol  $\sqrt{\phantom{x}}$  pa **korenski znak**.

Pravila za računanje s kvadratnimi koreni

# Kvadratni koren

**Kvadratni koren**  $\sqrt{a}$  realnega števila  $a \geq 0$  je tisto nenegativno realno število  $x$ , katerega kvadrat je enak  $a$ .

$$\sqrt{a} = x \Leftrightarrow a = x^2; \quad a, x \in \mathbb{R}^+$$

Število  $a$  imenujemo **korenjenec**, simbol  $\sqrt{\phantom{x}}$  pa **korenski znak**.

## Pravila za računanje s kvadratnimi koreni

- $(\sqrt{a})^2 = a; \quad a \geq 0$

# Kvadratni koren

**Kvadratni koren**  $\sqrt{a}$  realnega števila  $a \geq 0$  je tisto nenegativno realno število  $x$ , katerega kvadrat je enak  $a$ .

$$\sqrt{a} = x \Leftrightarrow a = x^2; \quad a, x \in \mathbb{R}^+$$

Število  $a$  imenujemo **korenjenec**, simbol  $\sqrt{\phantom{x}}$  pa **korenski znak**.

## Pravila za računanje s kvadratnimi koreni

- $(\sqrt{a})^2 = a; \quad a \geq 0$
- $\sqrt{a^2} = \begin{cases} a, & a \geq 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases}$

# Kvadratni koren

**Kvadratni koren**  $\sqrt{a}$  realnega števila  $a \geq 0$  je tisto nenegativno realno število  $x$ , katerega kvadrat je enak  $a$ .

$$\sqrt{a} = x \Leftrightarrow a = x^2; \quad a, x \in \mathbb{R}^+$$

Število  $a$  imenujemo **korenjenec**, simbol  $\sqrt{\phantom{x}}$  pa **korenski znak**.

## Pravila za računanje s kvadratnimi koreni

- $(\sqrt{a})^2 = a; \quad a \geq 0$
- $\sqrt{a^2} = \begin{cases} a, & a \geq 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases}$
- $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}; \quad a, b \geq 0$

# Kvadratni koren

**Kvadratni koren**  $\sqrt{a}$  realnega števila  $a \geq 0$  je tisto nenegativno realno število  $x$ , katerega kvadrat je enak  $a$ .

$$\sqrt{a} = x \Leftrightarrow a = x^2; \quad a, x \in \mathbb{R}^+$$

Število  $a$  imenujemo **korenjenec**, simbol  $\sqrt{\phantom{x}}$  pa **korenski znak**.

## Pravila za računanje s kvadratnimi koreni

- $(\sqrt{a})^2 = a; \quad a \geq 0$
- $\sqrt{a^2} = \begin{cases} a, & a \geq 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases}$
- $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}; \quad a, b \geq 0$
- $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}; \quad a \geq 0, b > 0$





## Delno korenjenje

## Delno korenjenje

**Delno korenjenje** poteka tako, da korenjenec zapišemo kot produkt dveh ali več faktorjev, od katerih je vsaj en popoln kvadrat (ga lahko korenimo).

Nato koren zapišemo kot produkt korenov in korenimo kar lahko.

## Delno korenjenje

**Delno korenjenje** poteka tako, da korenjenec zapišemo kot produkt dveh ali več faktorjev, od katerih je vsaj en popoln kvadrat (ga lahko korenimo).

Nato koren zapišemo kot produkt korenov in korenimo kar lahko.

$$\sqrt{a^2b} = \sqrt{a^2}\sqrt{b} = a\sqrt{b}$$

## Delno korenjenje

**Delno korenjenje** poteka tako, da korenjenec zapišemo kot produkt dveh ali več faktorjev, od katerih je vsaj en popoln kvadrat (ga lahko korenimo).

Nato koren zapišemo kot produkt korenov in korenimo kar lahko.

$$\sqrt{a^2b} = \sqrt{a^2}\sqrt{b} = a\sqrt{b}$$

## Racionalizacija imenovalca

## Delno korenjenje

**Delno korenjenje** poteka tako, da korenjenec zapišemo kot produkt dveh ali več faktorjev, od katerih je vsaj en popoln kvadrat (ga lahko korenimo).

Nato koren zapišemo kot produkt korenov in korenimo kar lahko.

$$\sqrt{a^2b} = \sqrt{a^2}\sqrt{b} = a\sqrt{b}$$

## Racionalizacija imenovalca

**Racionalizacija imenovalca** pomeni, da ulomek zapišemo z enakovrednim ulomkom, ki v imenovalcu nima korena. To naredimo z razširjanjem ulomka.

## Delno korenjenje

**Delno korenjenje** poteka tako, da korenjenec zapišemo kot produkt dveh ali več faktorjev, od katerih je vsaj en popoln kvadrat (ga lahko korenimo).

Nato koren zapišemo kot produkt korenov in korenimo kar lahko.

$$\sqrt{a^2b} = \sqrt{a^2}\sqrt{b} = a\sqrt{b}$$

## Racionalizacija imenovalca

**Racionalizacija imenovalca** pomeni, da ulomek zapišemo z enakovrednim ulomkom, ki v imenovalcu nima korena. To naredimo z razširjanjem ulomka.

Izraze s kvadratnimi koreni poenostavimo tako, da uporabimo že znane obrazce, delno korenimo in racionaliziramo imenovalce.





# Naloga

Izračunajte.

## Naloga

Izračunajte.

- $\sqrt{49 \cdot 64}$

- $\sqrt{4 \cdot 324}$

- $\sqrt{361 \cdot 16}$

- $\sqrt{-16 \cdot 25}$

- $\sqrt{3 \cdot 12}$

- $\sqrt{\frac{225}{289}}$

- $\sqrt{\frac{169}{256}}$

- $\sqrt{\frac{49}{121}}$

- $\sqrt{\frac{18}{32}}$



## Naloga

Izračunajte.

## Naloga

Izračunajte.

- $\sqrt{\sqrt{16}}$

- $\sqrt{\sqrt{81}}$

- $\sqrt{\sqrt{256}}$

- $\sqrt{\sqrt{1}}$

- $\sqrt{\sqrt{\sqrt{256}}}$



## Naloga

Izračunajte.

## Naloga

Izračunajte.

- $\sqrt{x^4 y^8}$

- $\sqrt{e^{10} f^{26}}$

- $\sqrt{a^{20} b^4}$

- $\sqrt{(-x)^{20} y^4}$

- $\sqrt{3a^6 + a^6}$





## Naloga

Izračunajte.

## Naloga

Izračunajte.

- $\sqrt{16 + 36 + 12}$

- $\sqrt{121} + \sqrt{81}$

- $\sqrt{10 + 21 + 69}$

- $\sqrt{10 + 11 - 21}$

- $\sqrt{9 + 4 - 4}$

- $\sqrt{3 \cdot 4 + 2 \cdot 2}$

- $\sqrt{5 \cdot 7 + 1}$

- $\sqrt{8 \cdot 7 - 5 \cdot 4}$

- $\sqrt{10 \cdot 8 - 4 \cdot 4}$

- $\sqrt{11 \cdot 5 + 2 \cdot 7 + 3 \cdot 4}$



## Naloga

Izračunajte.

## Naloga

Izračunajte.

- $\sqrt{20}$

- $\sqrt{98}$

- $\sqrt{300}$

- $\sqrt{125}$

- $\sqrt{x^3}$

- $\sqrt{x^4 y^5 z^6}$

- $\sqrt{128 a^{13} b^9}$

- $\sqrt{100x^2 y^5 + 62x^2 y^5}; \quad x, y \geq 0$

- $\sqrt{8a^6 b^5 - 12a^4 b^6}; \quad a, b \geq 0$



## Naloga

Izračunajte.



## Naloga

Izračunajte.

- $\sqrt{44} + \sqrt{99}$
- $\sqrt{192} + \sqrt{147}$
- $\sqrt{180} - \sqrt{245} + 2\sqrt{500}$
- $\sqrt{243a^3b} + 2a\sqrt{48ab} - \sqrt{363a^2} \cdot \sqrt{ab}; \quad a, b \geq 0$
- $\sqrt{3a^6 + a^6}$



## Naloga

Racionalizirajte imenovalec.

## Naloga

Racionalizirajte imenovalce.

- $\frac{2}{\sqrt{3}}$

- $\frac{2 + \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

- $\frac{2}{5\sqrt{3}}$

- $\frac{\sqrt{2}}{1 - \sqrt{2}}$

- $\frac{1 + \sqrt{5}}{2 + \sqrt{5}}$

- $\frac{2 - \sqrt{3}}{3 + \sqrt{2}}$



## Naloga

Izračunajte.

## Naloga

Izračunajte.

- $\frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{3}{\sqrt{2}}$

- $\frac{1 - \sqrt{2}}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$

- $(1 + \sqrt{5})^2$

- $(3 - \sqrt{2})^2$

- $(2 - \sqrt{3})^3$





# Naloga

Izračunajte.

## Naloga

Izračunajte.

- $(2 - \sqrt{5})^3 - (1 + 2\sqrt{5})^2$

- $(1 + \sqrt{5}) \sqrt{6 - 2\sqrt{5}}$

- $(2 - \sqrt{3})^2 + (2 + \sqrt{3})^3$

- $(3 - \sqrt{5}) \sqrt{14 + 6\sqrt{5}}$

- $(\sqrt{3} + \sqrt{5}) \sqrt{8 - 2\sqrt{15}}$

# Kubični koren

# Kubični koren

**Kubični koren**  $\sqrt[3]{a}$  realnega števila  $a$  je tisto realno število  $x$ , katerega kub je enak  $a$ .

# Kubični koren

**Kubični koren**  $\sqrt[3]{a}$  realnega števila  $a$  je tisto realno število  $x$ , katerega kub je enak  $a$ .

$$\sqrt[3]{a} = x \Leftrightarrow a = x^3; \quad a, x \in \mathbb{R}$$

# Kubični koren

**Kubični koren**  $\sqrt[3]{a}$  realnega števila  $a$  je tisto realno število  $x$ , katerega kub je enak  $a$ .

$$\sqrt[3]{a} = x \Leftrightarrow a = x^3; \quad a, x \in \mathbb{R}$$

Število  $a$  imenujemo **korenjenec**, simbol  $\sqrt{\phantom{x}}$  **korenski znak**, število 3 pa **korenski eksponent**.

# Kubični koren

**Kubični koren**  $\sqrt[3]{a}$  realnega števila  $a$  je tisto realno število  $x$ , katerega kub je enak  $a$ .

$$\sqrt[3]{a} = x \Leftrightarrow a = x^3; \quad a, x \in \mathbb{R}$$

Število  $a$  imenujemo **korenjenec**, simbol  $\sqrt{\phantom{x}}$  **korenski znak**, število 3 pa **korenski eksponent**.

Pravila za računanje s kubičnimi koreni

# Kubični koren

**Kubični koren**  $\sqrt[3]{a}$  realnega števila  $a$  je tisto realno število  $x$ , katerega kub je enak  $a$ .

$$\sqrt[3]{a} = x \Leftrightarrow a = x^3; \quad a, x \in \mathbb{R}$$

Število  $a$  imenujemo **korenjenec**, simbol  $\sqrt{\phantom{x}}$  **korenski znak**, število 3 pa **korenski eksponent**.

Pravila za računanje s kubičnimi koreni

- $(\sqrt[3]{a})^3 = a$



# Kubični koren

**Kubični koren**  $\sqrt[3]{a}$  realnega števila  $a$  je tisto realno število  $x$ , katerega kub je enak  $a$ .

$$\sqrt[3]{a} = x \Leftrightarrow a = x^3; \quad a, x \in \mathbb{R}$$

Število  $a$  imenujemo **korenjenec**, simbol  $\sqrt{\phantom{x}}$  **korenski znak**, število 3 pa **korenski eksponent**.

## Pravila za računanje s kubičnimi koreni

- $(\sqrt[3]{a})^3 = a$
- $\sqrt[3]{a^3} = a$

# Kubični koren

**Kubični koren**  $\sqrt[3]{a}$  realnega števila  $a$  je tisto realno število  $x$ , katerega kub je enak  $a$ .

$$\sqrt[3]{a} = x \Leftrightarrow a = x^3; \quad a, x \in \mathbb{R}$$

Število  $a$  imenujemo **korenjenec**, simbol  $\sqrt[3]{\phantom{x}}$  **korenski znak**, število 3 pa **korenski eksponent**.

## Pravila za računanje s kubičnimi koreni

- $(\sqrt[3]{a})^3 = a$
- $\sqrt[3]{a^3} = a$
- $\sqrt[3]{a \cdot b} = \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b}$

# Kubični koren

**Kubični koren**  $\sqrt[3]{a}$  realnega števila  $a$  je tisto realno število  $x$ , katerega kub je enak  $a$ .

$$\sqrt[3]{a} = x \Leftrightarrow a = x^3; \quad a, x \in \mathbb{R}$$

Število  $a$  imenujemo **korenjenec**, simbol  $\sqrt{\phantom{x}}$  **korenski znak**, število 3 pa **korenski eksponent**.

## Pravila za računanje s kubičnimi koreni

- $(\sqrt[3]{a})^3 = a$
- $\sqrt[3]{a^3} = a$

- $\sqrt[3]{a \cdot b} = \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b}$
- $\sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}}; \quad b \neq 0$



## Naloga

Izračunajte.

## Naloga

Izračunajte.

- $\sqrt[3]{-1}$

- $\sqrt[3]{216}$

- $\sqrt[3]{8}$

- $\sqrt[3]{\frac{64}{125}}$

- $\sqrt[3]{-\frac{27}{343}}$

- $\sqrt[3]{1\frac{488}{512}}$



## Naloga

Izračunajte.



## Naloga

Izračunajte.

- $\sqrt{\sqrt{256}} - \frac{3 - \sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1} + \sqrt[3]{-8} + (2 - \sqrt{2})^2$
- $\frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1} + \sqrt{0.16} + \sqrt{0.64} - \sqrt[3]{-27} + \sqrt{48} - \sqrt{27}$
- $(1 - \sqrt{5})^2 - (1 + \sqrt{5})^2 + \frac{\sqrt{5} - 2}{\sqrt{5} + 2} - \sqrt{125} + \sqrt{245}$

# Interval

# Interval

**Interval** je množica vseh realnih števil, ki ležijo med dvema danima številoma  $a$  in  $b$ , kjer je  $a < b$ .

Števili  $a$  in  $b$  imenujemo **krajišči intervala**.

# Interval

**Interval** je množica vseh realnih števil, ki ležijo med dvema danima številoma  $a$  in  $b$ , kjer je  $a < b$ .

Števili  $a$  in  $b$  imenujemo **krajišči intervala**.

Vključenost krajišč

# Interval

**Interval** je množica vseh realnih števil, ki ležijo med dvema danima številoma  $a$  in  $b$ , kjer je  $a < b$ .

Števili  $a$  in  $b$  imenujemo **krajišči intervala**.

## Vključenost krajišč

- Simbola "[ " in "]" označujeta krajišče, ki spada k intervalu.

# Interval

**Interval** je množica vseh realnih števil, ki ležijo med dvema danima številoma  $a$  in  $b$ , kjer je  $a < b$ .

Števili  $a$  in  $b$  imenujemo **krajišči intervala**.

## Vključenost krajišč

- Simbola " $[$ " in  $]$ " označujeta krajišče, ki spada k intervalu.
- Simbola " $($ " in  $)$ " označujeta krajišče, ki ne spada k intervalu.

# Interval

**Interval** je množica vseh realnih števil, ki ležijo med dvema danima številoma  $a$  in  $b$ , kjer je  $a < b$ .

Števili  $a$  in  $b$  imenujemo **krajišči intervala**.

## Vključenost krajišč

- Simbola "[ " in "]" označujeta krajišče, ki spada k intervalu.
- Simbola "(" in ")" označujeta krajišče, ki ne spada k intervalu.

Pri zapisu intervalov moramo biti pozorni na zapis vrstnega reda števil, ki določata krajišči.

$$[a, b] \neq [b, a]$$

# Vrste intervalov



# Vrste intervalov

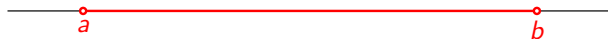
## Zaprti interval

---

# Vrste intervalov

## Zaprti interval

$$[a, b] = \{x \in \mathbb{R}; a \leq x \leq b\}$$

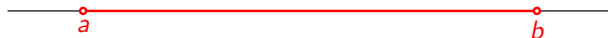


Vsebuje vsa realna števila med  $a$  in  $b$ , vključno s krajiščema  $a$  in  $b$ .

# Vrste intervalov

## Zaprti interval

$$[a, b] = \{x \in \mathbb{R}; a \leq x \leq b\}$$



Vsebuje vsa realna števila med  $a$  in  $b$ , vključno s krajiščema  $a$  in  $b$ .

## Odprti interval

# Vrste intervalov

## Zaprti interval

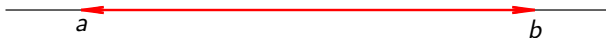
$$[a, b] = \{x \in \mathbb{R}; a \leq x \leq b\}$$



Vsebuje vsa realna števila med  $a$  in  $b$ , vključno s krajiščema  $a$  in  $b$ .

## Odprti interval

$$(a, b) = \{x \in \mathbb{R}; a < x < b\}$$



Vsebuje vsa realna števila med  $a$  in  $b$ , vendar ne vsebuje krajišč  $a$  in  $b$ .



## Polodprti/polzaprti interval

## Polodprti/polzaprti interval



$$[a, b) = \{x \in \mathbb{R}; a \leq x < b\}$$



Vsebuje vsa realna števila med  $a$  in  $b$ , vključno s krajiščem  $a$ , vendar ne vsebuje krajišča  $b$ .

## Polodprti/polzaprti interval



$$[a, b) = \{x \in \mathbb{R}; a \leq x < b\}$$



Vsebuje vsa realna števila med  $a$  in  $b$ , vključno s krajiščem  $a$ , vendar ne vsebuje krajišča  $b$ .



$$(a, b] = \{x \in \mathbb{R}; a < x \leq b\}$$



Vsebuje vsa realna števila med  $a$  in  $b$ , vključno s krajiščem  $b$ , vendar ne vsebuje krajišča  $a$ .





# Neomejeni/neskončni intervali

## Neomejeni/neskončni intervali

- $[a, \infty) = \{x \in \mathbb{R}; x \geq a\}$



## Neomejeni/neskončni intervali

- $[a, \infty) = \{x \in \mathbb{R}; x \geq a\}$



- $(a, \infty) = \{x \in \mathbb{R}; x > a\}$



## Neomejeni/neskončni intervali

- $[a, \infty) = \{x \in \mathbb{R}; x \geq a\}$



- $(a, \infty) = \{x \in \mathbb{R}; x > a\}$



- $(-\infty, b] = \{x \in \mathbb{R}; x \leq b\}$



## Neomejeni/neskončni intervali

- $[a, \infty) = \{x \in \mathbb{R}; x \geq a\}$



- $(a, \infty) = \{x \in \mathbb{R}; x > a\}$



- $(-\infty, b] = \{x \in \mathbb{R}; x \leq b\}$



- $(-\infty, b) = \{x \in \mathbb{R}; x < b\}$



## Neomejeni/neskončni intervali

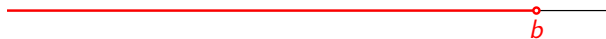
- $[a, \infty) = \{x \in \mathbb{R}; x \geq a\}$



- $(a, \infty) = \{x \in \mathbb{R}; x > a\}$



- $(-\infty, b] = \{x \in \mathbb{R}; x \leq b\}$



- $(-\infty, b) = \{x \in \mathbb{R}; x < b\}$



- $(-\infty, \infty) = \{x; x \in \mathbb{R}\} = \mathbb{R}$







## Naloga

Zapišite kot interval.

## Naloga

Zapišite kot interval.

- $\{x \in \mathbb{R}; -2 < x < 2\}$
- $\{x \in \mathbb{R}; 4 \leq x \leq 2\}$
- $\{x \in \mathbb{R}; -14 < x \leq -9\}$



## Naloga

Zapišite interval, ki je narisan na sliki.

## Naloga

Zapišite interval, ki je narisan na sliki.





## Naloga

Zapišite presek intervalov.

## Naloga

Zapišite presek intervalov.

- $[0, 2) \cap (-1, 1]$

- $[-1, 3) \cap (-4, -1]$

- $[-3, 5] \cap (-3, 5)$

- $[4, 6] \cap [-1, 4]$

- $[2, 5) \cap [5, 7)$

- $(-1, 3) \cap [1, 2)$





## Naloga

Zapišite unijo intervalov.

## Naloga

Zapišite unijo intervalov.

- $[0, 2) \cup (-1, 1]$
- $[-3, 5] \cup (-3, 5)$
- $[2, 5) \cup [5, 7)$
- $[-1, 3) \cup (-4, 1]$



## Naloga

Zapišite razliko intervalov.

## Naloga

Zapišite razliko intervalov.

- $[2, 3] \setminus [3, 4)$
- $(1, 3) \setminus (3, 4)$
- $[2, 5) \setminus (-1, 2]$
- $(2, 8) \setminus [5, 6)$



## Naloga

Izračunajte.



## Naloga

Izračunajte.

- $([1, 3] \setminus (1, 4]) \cup (1, 2)$
- $[-2, 4] \setminus ((-1, 2] \cap [0, 3))$
- $((-2, 3] \setminus [-3, 2)) \cap [3, 5)$

# Reševanje enačb

# Reševanje enačb

Enačba

---

# Reševanje enačb

## Enačba

**Enačba** je enakost dveh izrazov, pri čemer vsaj v enem nastopa **neznanka**, ki je ponavadi označena s črko  $x$ .

# Reševanje enačb

## Enačba

**Enačba** je enakost dveh izrazov, pri čemer vsaj v enem nastopa **neznanka**, ki je ponavadi označena s črko  $x$ .

**Rešitev enačbe** je vsaka vrednost neznanke, za katero sta vrednosti leve in desne strani enačbe enaki.

# Reševanje enačb

## Enačba

**Enačba** je enakost dveh izrazov, pri čemer vsaj v enem nastopa **neznanka**, ki je ponavadi označena s črko  $x$ .

**Rešitev enačbe** je vsaka vrednost neznanke, za katero sta vrednosti leve in desne strani enačbe enaki.

## Reševanje enačbe

# Reševanje enačb

## Enačba

**Enačba** je enakost dveh izrazov, pri čemer vsaj v enem nastopa **neznanka**, ki je ponavadi označena s črko  $x$ .

**Rešitev enačbe** je vsaka vrednost neznanke, za katero sta vrednosti leve in desne strani enačbe enaki.

## Reševanje enačbe

Enačbo rešujemo tako, da jo preoblikujemo v ekvivalentno enačbo, iz katere preberemo rešitve.

# Reševanje enačb

## Enačba

**Enačba** je enakost dveh izrazov, pri čemer vsaj v enem nastopa **neznanka**, ki je ponavadi označena s črko  $x$ .

**Rešitev enačbe** je vsaka vrednost neznanke, za katero sta vrednosti leve in desne strani enačbe enaki.

## Reševanje enačbe

Enačbo rešujemo tako, da jo preoblikujemo v ekvivalentno enačbo, iz katere preberemo rešitve.

Ekvivalentno enačbo dobimo, če:



# Reševanje enačb

## Enačba

**Enačba** je enakost dveh izrazov, pri čemer vsaj v enem nastopa **neznanka**, ki je ponavadi označena s črko  $x$ .

**Rešitev enačbe** je vsaka vrednost neznanke, za katero sta vrednosti leve in desne strani enačbe enaki.

## Reševanje enačbe

Enačbo rešujemo tako, da jo preoblikujemo v ekvivalentno enačbo, iz katere preberemo rešitve.

Ekvivalentno enačbo dobimo, če:

- na obeh straneh enačbe prištejemo isto število ali izraz;

# Reševanje enačb

## Enačba

**Enačba** je enakost dveh izrazov, pri čemer vsaj v enem nastopa **neznanka**, ki je ponavadi označena s črko  $x$ .

**Rešitev enačbe** je vsaka vrednost neznanke, za katero sta vrednosti leve in desne strani enačbe enaki.

## Reševanje enačbe

Enačbo rešujemo tako, da jo preoblikujemo v ekvivalentno enačbo, iz katere preberemo rešitve.

Ekvivalentno enačbo dobimo, če:

- na obeh straneh enačbe prištejemo isto število ali izraz;
- obe strani enačbe množimo z istim neničelnim številom ali izrazom.



# Linearna enačba

## Linearna enačba

**Linearna enačba** je enačba oblike  $ax + b = 0$ ;  $a, b \in \mathbb{R}$ .

## Linearna enačba

**Linearna enačba** je enačba oblike  $ax + b = 0$ ;  $a, b \in \mathbb{R}$ .

Rešujemo jo tako, da jo preoblikujemo v ekvivalentno enačbo, ki ima na eni strani samo neznanko.

## Linearna enačba

**Linearna enačba** je enačba oblike  $ax + b = 0$ ;  $a, b \in \mathbb{R}$ .

Rešujemo jo tako, da jo preoblikujemo v ekvivalentno enačbo, ki ima na eni strani samo neznanko.

## Razcepna enačba

## Linearna enačba

**Linearna enačba** je enačba oblike  $ax + b = 0$ ;  $a, b \in \mathbb{R}$ .

Rešujemo jo tako, da jo preoblikujemo v ekvivalentno enačbo, ki ima na eni strani samo neznanko.

## Razcepna enačba

**Razcepna enačba** je enačba, v kateri nastopajo potence neznanke (na primer  $x^2$ ,  $x^3$ ) in jo je mogoče zapisati kot produkt (linearnih) faktorjev.



## Linearna enačba

**Linearna enačba** je enačba oblike  $ax + b = 0$ ;  $a, b \in \mathbb{R}$ .

Rešujemo jo tako, da jo preoblikujemo v ekvivalentno enačbo, ki ima na eni strani samo neznanko.

## Razcepna enačba

**Razcepna enačba** je enačba, v kateri nastopajo potence neznanke (na primer  $x^2$ ,  $x^3$ ) in jo je mogoče zapisati kot produkt (linearnih) faktorjev.

Preoblikujemo jo v ekvivalentno enačbo, ki ima vse člene na eni strani neenačaja, na drugi pa 0. Izraz (neničelna stran) razstavimo, kolikor je mogoče, in preberemo rešitve.

## Linearna enačba

**Linearna enačba** je enačba oblike  $ax + b = 0$ ;  $a, b \in \mathbb{R}$ .

Rešujemo jo tako, da jo preoblikujemo v ekvivalentno enačbo, ki ima na eni strani samo neznanko.

## Razcepna enačba

**Razcepna enačba** je enačba, v kateri nastopajo potence neznanke (na primer  $x^2$ ,  $x^3$ ) in jo je mogoče zapisati kot produkt (linearnih) faktorjev.

Preoblikujemo jo v ekvivalentno enačbo, ki ima vse člene na eni strani neenačaja, na drugi pa 0. Izraz (neničelna stran) razstavimo, kolikor je mogoče, in preberemo rešitve.

## Racionalna enačba

## Linearna enačba

**Linearna enačba** je enačba oblike  $ax + b = 0$ ;  $a, b \in \mathbb{R}$ .

Rešujemo jo tako, da jo preoblikujemo v ekvivalentno enačbo, ki ima na eni strani samo neznanko.

## Razcepna enačba

**Razcepna enačba** je enačba, v kateri nastopajo potence neznanke (na primer  $x^2$ ,  $x^3$ ) in jo je mogoče zapisati kot produkt (linearnih) faktorjev.

Preoblikujemo jo v ekvivalentno enačbo, ki ima vse člene na eni strani neenačaja, na drugi pa 0. Izraz (neničelna stran) razstavimo, kolikor je mogoče, in preberemo rešitve.

## Racionalna enačba

**Racionalna enačba** je enačba, v kateri nastopajo neznake (tudi) v imenovalcu, pri tem smo pozorni na obstoj ulomkov. Nato enačbo preoblikujemo v ekvivalentno enačbo.



## Naloga

Rešite enačbe.

## Naloga

Rešite enačbe.

- $3(2a - 1) - 5(a - 2) = 9$

- $2(y - 2) + 3(1 - y) = 7$

- $3(3 - 2(t - 1)) = 3(5 - t)$

- $-(2 - x) + 3(x + 1) = x - 5$



# Naloga

Rešite enačbe.



## Naloga

Rešite enačbe.

$$\bullet \quad \frac{1}{5} - \frac{x-1}{2} = \frac{7}{10}$$

$$\bullet \quad \frac{a-1}{3} + \frac{a+2}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\bullet \quad 2\frac{2}{3} - \frac{3t+1}{6} = 0$$

$$\bullet \quad \left(\frac{2}{b+1}\right)^{-1} + \frac{b-1}{4} = b+3$$



## Naloga

Rešite razcepne enačbe.

## Naloga

Rešite razcepne enačbe.

- $x^2 - 3x = -2$

- $(x + 2)^3 - (x - 1)^3 = 8x^2 + x + 2$

- $x^4 = 16x^2$

- $(x^2 - 4x + 5)^2 - (x^2 + 4x + 1)^2 - 78 = 2x^2(x + 30) - 18(x + 1)^3$

- $x^3 - 4x^2 + 4 = x$

- $x^5 = 3x^4 - 2x^3$



## Naloga

Rešite enačbe.

## Naloga

Rešite enačbe.

$$\bullet \frac{x-1}{x+2} = \frac{x+1}{x-3}$$

$$\bullet \frac{1}{a-1} - \frac{3}{a} = \frac{2}{a-1}$$

$$\bullet \frac{x-3}{x-2} + \frac{x+4}{x+1} = \frac{2x^2}{x^2-x-2}$$

$$\bullet \frac{1}{3a-1} + \frac{1}{3a+1} = \frac{a-1}{9a^2-1}$$





## Naloga

Neznano število smo delili s 4 in dobljenemu količniku prišteli 1. Dobili smo enako, kot če bi istemu številu prišteli 10. Izračunajte neznano število.

## Naloga

Neznano število smo delili s 4 in dobljenemu količniku prišteli 1. Dobili smo enako, kot če bi istemu številu prišteli 10. Izračunajte neznano število.

## Naloga

Kvadrat neznanega števila je za 4 manjši od njegovega štirikratnika. Izračunajte neznano število.



## Naloga

Avtomobil vozi s povprečno hitrostjo  $50 \frac{km}{h}$ , kolesar s povprečno hitrostjo  $20 \frac{km}{h}$ .  
Avtomobil gre iz Lendave v Ormož (približno  $50 km$ ), kolesar vozi v obratno smer.  
Koliko časa pred avtomobilom mora na pot kolesar, da se bosta srečala na polovici poti?

## Naloga

Avtomobil vozi s povprečno hitrostjo  $50 \frac{km}{h}$ , kolesar s povprečno hitrostjo  $20 \frac{km}{h}$ . Avtomobil gre iz Lendave v Ormož (približno  $50 km$ ), kolesar vozi v obratno smer. Koliko časa pred avtomobilom mora na pot kolesar, da se bosta srečala na polovici poti?

## Naloga

Vsota števk dvomestnega števila je 3. Če zamenjamo njegovi števki, dobimo za 9 manjše število. Katero število je to?



## Naloga

Andreja je bila ob rojstvu hčere Eve stara 38 let. Čez koliko let bo Andreja stara trikrat toliko kot Eva?

## Naloga

Andreja je bila ob rojstvu hčere Eve stara 38 let. Čez koliko let bo Andreja stara trikrat toliko kot Eva?

## Naloga

Prvi delavec sam pozida steno v 10 urah, drugi v 12 urah, tretji v 8 urah. Delavci skupaj začnejo zidati steno. Po dveh urah tretji delavec odide, pridruži pa se četrti delavec. Skupaj s prvim in drugim delavcem nato končajo steno v eni uri. V kolikšnem času četrti delavec pozida steno?



# Reševanje neenačb

# Reševanje neenačb

## Neenačba

# Reševanje neenačb

## Neenačba

**Neenačba** je neenakost dveh izrazov, pri čemer vsaj v enem nastopa neznanka. Med levo in desno stranjo je postavljen eden od neenačajevev:  $<$ ,  $>$ ,  $\leq$  ali  $\geq$ .

# Reševanje neenačb

## Neenačba

**Neenačba** je neenakost dveh izrazov, pri čemer vsaj v enem nastopa neznanka. Med levo in desno stranjo je postavljen eden od neenačajeve:  $<$ ,  $>$ ,  $\leq$  ali  $\geq$ .

## Reševanje neenačbe

# Reševanje neenačb

## Neenačba

**Neenačba** je neenakost dveh izrazov, pri čemer vsaj v enem nastopa neznanka. Med levo in desno stranjo je postavljen eden od neenačajev:  $<$ ,  $>$ ,  $\leq$  ali  $\geq$ .

## Reševanje neenačbe

Neenačbo rešujemo tako, da jo preoblikujemo v ekvivalentno neenačbo. To dobimo, če:

# Reševanje neenačb

## Neenačba

**Neenačba** je neenakost dveh izrazov, pri čemer vsaj v enem nastopa neznanka. Med levo in desno stranjo je postavljen eden od neenačajeve:  $<$ ,  $>$ ,  $\leq$  ali  $\geq$ .

## Reševanje neenačbe

Neenačbo rešujemo tako, da jo preoblikujemo v ekvivalentno neenačbo. To dobimo, če:

- prištejemo isto število ali izraz na obeh straneh neenačbe;

# Reševanje neenačb

## Neenačba

**Neenačba** je neenakost dveh izrazov, pri čemer vsaj v enem nastopa neznanka. Med levo in desno stranjo je postavljen eden od neenačajeve:  $<$ ,  $>$ ,  $\leq$  ali  $\geq$ .

## Reševanje neenačbe

Neenačbo rešujemo tako, da jo preoblikujemo v ekvivalentno neenačbo. To dobimo, če:

- prištejemo isto število ali izraz na obeh straneh neenačbe;
- množimo obe strani neenačbe z istim pozitivnim številom ali izrazom;

# Reševanje neenačb

## Neenačba

**Neenačba** je neenakost dveh izrazov, pri čemer vsaj v enem nastopa neznanka. Med levo in desno stranjo je postavljen eden od neenačajeve:  $<$ ,  $>$ ,  $\leq$  ali  $\geq$ .

## Reševanje neenačbe

Neenačbo rešujemo tako, da jo preoblikujemo v ekvivalentno neenačbo. To dobimo, če:

- prištejemo isto število ali izraz na obeh straneh neenačbe;
- množimo obe strani neenačbe z istim pozitivnim številom ali izrazom;
- množimo obe strani neenačbe z istim negativnim številom ali izrazom in se pri tem neenačaj obrne.



# Reševanje neenačb

## Neenačba

**Neenačba** je neenakost dveh izrazov, pri čemer vsaj v enem nastopa neznanka. Med levo in desno stranjo je postavljen eden od neenačajev:  $<$ ,  $>$ ,  $\leq$  ali  $\geq$ .

## Reševanje neenačbe

Neenačbo rešujemo tako, da jo preoblikujemo v ekvivalentno neenačbo. To dobimo, če:

- prištejemo isto število ali izraz na obeh straneh neenačbe;
- množimo obe strani neenačbe z istim pozitivnim številom ali izrazom;
- množimo obe strani neenačbe z istim negativnim številom ali izrazom in se pri tem neenačaj obrne.

**Linearna neenačba** je oblike  $ax + b < 0$ , ali pa nastopa drug neenačaj:  $>$ ,  $\leq$ ,  $\geq$ .



## Naloga

Poiščite vsa realna števila, ki ustrezajo pogoju.

## Naloga

Poiščite vsa realna števila, ki ustrezajo pogoju.

- $3a + 2 < 2a - 1$

- $7t + 8 \geq 8(t - 2)$

- $5x - 2 > 2(x + 1) - 3$

- $x - 1 \leq 2(x - 3) - x$



## Naloga

Rešite neenačbe.

## Naloga

Rešite neenačbe.

- $\frac{x}{2} + \frac{2}{3} < \frac{8}{3}$

- $\frac{4 + 5a}{34} - \frac{4}{51} \geq 2 + \frac{2 - a}{51}$

- $x + \frac{x - 2}{3} < \frac{x - 3}{4} + \frac{x - 1}{2}$

- $\frac{2x - 2}{15} + \frac{x}{3} < \frac{4x - 2}{5} + \frac{3x + 9}{10}$





## Naloga

Rešite sisteme neenačb.

## Naloga

Rešite sisteme neenačb.

- $-2 < y - 2 < 1$

- $-4 \leq 5a - 9 \leq 1$

- $(x + 1 > 3) \wedge (2x \leq 3(x - 1))$

- $(3x - 5 < x + 3) \vee (2x \geq x + 6)$

# Reševanje sistemov enačb

# Reševanje sistemov enačb

## Sistem dveh linearnih enačb z dvema neznankama

# Reševanje sistemov enačb

Sistem dveh linearnih enačb z dvema neznankama

**Sistem dveh linearnih enačb z dvema neznankama** ali **sistem  $2 \times 2$**  je v splošnem oblike:

$$a_1x + b_1y = c_1$$

$$a_2x + b_2y = c_2$$

# Reševanje sistemov enačb

Sistem dveh linearnih enačb z dvema neznankama

**Sistem dveh linearnih enačb z dvema neznankama** ali **sistem  $2 \times 2$**  je v splošnem oblike:

$$a_1x + b_1y = c_1$$

$$a_2x + b_2y = c_2$$

$x$  in  $y$  sta **neznanki**,  $a_i, b_i, c_i \in \mathbb{R}$  so **koeficienti**.

# Reševanje sistemov enačb

Sistem dveh linearnih enačb z dvema neznankama

**Sistem dveh linearnih enačb z dvema neznankama** ali **sistem  $2 \times 2$**  je v splošnem oblike:

$$a_1x + b_1y = c_1$$

$$a_2x + b_2y = c_2$$

$x$  in  $y$  sta **neznanki**,  $a_i, b_i, c_i \in \mathbb{R}$  so **koeficienti**.

**Rešitev sistema** je **urejen par** števil  $(x, y)$ , ki zadoščajo obema enačbama.

# Reševanje sistemov enačb

Sistem dveh linearnih enačb z dvema neznankama

**Sistem dveh linearnih enačb z dvema neznankama** ali **sistem  $2 \times 2$**  je v splošnem oblike:

$$a_1x + b_1y = c_1$$

$$a_2x + b_2y = c_2$$

$x$  in  $y$  sta **neznanki**,  $a_i, b_i, c_i \in \mathbb{R}$  so **koeficienti**.

**Rešitev sistema** je **urejen par** števil  $(x, y)$ , ki zadoščajo obema enačbama.

Sistem  $2 \times 2$  ima lahko eno rešitev, nima rešitve ali ima neskončno rešitev.





Sistem lahko rešujemo s primerjalnim načinom, zamenjalnim načinom ali z metodo nasprotnih koeficientov.

Sistem lahko rešujemo s primerjalnim načinom, zamenjalnim načinom ali z metodo nasprotnih koeficientov.

### Primerjalni način

Iz obeh enačb izrazimo isto neznanko, nato njuni vrednosti enačimo.

Sistem lahko rešujemo s primerjalnim načinom, zamenjalnim načinom ali z metodo nasprotnih koeficientov.

### Primerjalni način

Iz obeh enačb izrazimo isto neznanko, nato njuni vrednosti enačimo.

### Zamenjalni način

Iz ene enačbe izrazimo eno izmed neznank (preverimo, če je kateri od koeficientov pri neznankah enak 1 – takšno neznanko hitro izrazimo) in izraženo vrednost vstavimo v drugo enačbo.

Sistem lahko rešujemo s primerjalnim načinom, zamenjalnim načinom ali z metodo nasprotnih koeficientov.

### Primerjalni način

Iz obeh enačb izrazimo isto neznanko, nato njuni vrednosti enačimo.

### Zamenjalni način

Iz ene enačbe izrazimo eno izmed neznank (preverimo, če je kateri od koeficientov pri neznankah enak 1 – takšno neznanko hitro izrazimo) in izraženo vrednost vstavimo v drugo enačbo.

### Metoda nasprotnih koeficientov

Eno ali obe enačbi pomnožimo s takimi števili, da bosta pri eni izmed neznank koeficienta nasprotni števili, nato enačbi seštejemo. Ostane ena enačba z eno neznanko.



## Naloga

Rešite sisteme enačb.

## Naloga

Rešite sisteme enačb.

- $$\begin{aligned} 2x + y &= 9 \\ x - 3y &= 8 \end{aligned}$$

- $$\begin{aligned} x - y &= 5 \\ y - x &= 3 \end{aligned}$$

- $$\begin{aligned} 2x - 3y &= 5 \\ -4x + 6y &= -10 \end{aligned}$$

- $$\begin{aligned} 3x - y &= 5 \\ 6x - 10 &= 2y \end{aligned}$$





## Naloga

Z zamenjalnim načinom rešite sisteme enačb.

## Naloga

Z zamenjalnim načinom rešite sisteme enačb.

- $$\begin{aligned} 2x + 5y &= -2 \\ x - 3y &= -1 \end{aligned}$$

- $$\begin{aligned} \frac{x}{2} - y &= 3 \\ y + x &= -2 \end{aligned}$$

- $$\begin{aligned} 3x - 2y &= 1 \\ x + y &= \frac{7}{6} \end{aligned}$$

- $$\begin{aligned} 0.5x + 0.2y &= 2 \\ \frac{3}{2}x - \frac{2}{5}y &= 1 \end{aligned}$$



## Naloga

Z metodo nasprotnih koeficientov rešite sisteme enačb.

## Naloga

Z metodo nasprotnih koeficientov rešite sisteme enačb.

- $$\begin{aligned} 2x + 3y &= 3 \\ -4x + 3y &= 0 \end{aligned}$$

- $$\begin{aligned} 3x - 2y &= 2 \\ 2x - 3y &= -2 \end{aligned}$$

- $$\begin{aligned} 4x - 3y &= -2 \\ -8x + y &= -1 \end{aligned}$$

- $$\begin{aligned} x - y &= -5 \\ 0.6x + 0.4y &= 7 \end{aligned}$$



## Naloga

V bloku je 26 stanovanj. Vsako stanovanje ima 2 ali 3 sobe. Koliko je posameznih vrst stanovanj, če je v bloku 61 sob?



## Naloga

V bloku je 26 stanovanj. Vsako stanovanje ima 2 ali 3 sobe. Koliko je posameznih vrst stanovanj, če je v bloku 61 sob?

## Naloga

Kmet ima v ogradi 20 živali. Če so v ogradi le race in koze, koliko je posameznih živali, če smo našteali 50 nog?



## Naloga

Razredničarka na sladoled pelje svojih 30 dijakov. Naročili so lahko 2 ali 3 kepice sladoleda. Koliko dijakov je naročilo dve in koliko tri kepice sladoleda, če razredničarka ni jedla sladoleda, plačala pa je 79 kepic sladoleda?

## Naloga

Razredničarka na sladoled pelje svojih 30 dijakov. Naročili so lahko 2 ali 3 kepice sladoleda. Koliko dijakov je naročilo dve in koliko tri kepice sladoleda, če razredničarka ni jedla sladoleda, plačala pa je 79 kepic sladoleda?

## Naloga

Babica ima dvakrat toliko vnukinj kot vnukov. Vnukinjam je podarila po tri bombone, vnukom pa po štiri bombone. Koliko vnukinj in vnukov ima, če je podarila 70 bombonov?



# Sistem treh linearnih enačb s tremi neznankami

## Sistem treh linearnih enačb s tremi neznankami

**Sistem treh linearnih enačb z tremi neznankami** ali **sistem  $3 \times 3$**  je v splošnem oblike:

$$a_1x + b_1y + c_1z = d_1$$

$$a_2x + b_2y + c_2z = d_2$$

$$a_3x + b_3y + c_3z = d_3$$

## Sistem treh linearnih enačb s tremi neznankami

**Sistem treh linearnih enačb z tremi neznankami** ali **sistem  $3 \times 3$**  je v splošnem oblike:

$$a_1x + b_1y + c_1z = d_1$$

$$a_2x + b_2y + c_2z = d_2$$

$$a_3x + b_3y + c_3z = d_3$$

$x$ ,  $y$  in  $z$  so **neznanke**,  $a_i, b_i, c_i \in \mathbb{R}$  so **koeficienti**.



## Sistem treh linearnih enačb s tremi neznankami

**Sistem treh linearnih enačb z tremi neznankami** ali **sistem  $3 \times 3$**  je v splošnem oblike:

$$a_1x + b_1y + c_1z = d_1$$

$$a_2x + b_2y + c_2z = d_2$$

$$a_3x + b_3y + c_3z = d_3$$

$x$ ,  $y$  in  $z$  so **neznanke**,  $a_i, b_i, c_i \in \mathbb{R}$  so **koeficienti**.

**Rešitev sistema** je **urejena trojka** števil  $(x, y, z)$ , ki zadoščajo vsem trem enačbam.

## Sistem treh linearnih enačb s tremi neznankami

**Sistem treh linearnih enačb z tremi neznankami** ali **sistem  $3 \times 3$**  je v splošnem oblike:

$$a_1x + b_1y + c_1z = d_1$$

$$a_2x + b_2y + c_2z = d_2$$

$$a_3x + b_3y + c_3z = d_3$$

$x$ ,  $y$  in  $z$  so **neznanke**,  $a_i, b_i, c_i \in \mathbb{R}$  so **koeficienti**.

**Rešitev sistema** je **urejena trojka** števil  $(x, y, z)$ , ki zadoščajo vsem trem enačbam.

Sistem  $3 \times 3$  rečujemo z istimi postopki kot sisteme  $2 \times 2$ , le da postopek ponovimo večkrat.



## Naloga

Z metodo nasprotnih koeficientov rešite sisteme enačb.

## Naloga

Z metodo nasprotnih koeficientov rešite sisteme enačb.

$$2x + y - 3z = 5$$

- $x + 2y + 2z = 1$

$$-x + y + z = -4$$

$$x + y - z = 0$$

- $x - y - 3z = 2$

$$2x + y - 3z = 1$$

$$x - 2y + 6z = 5$$

- $-x + 3z = -1$

$$4y - 3z = -3$$

$$2x - 4y + z = 3$$

- $4x - y + 2z = 4$

$$-8x + 2y - 4z = 7$$

# Obravnavanje enačb in neenačb

Kadar v enačbi poleg neznake  $x$  nastopajo tudi druge črke, na primer  $a, b, c, k, l, \dots$ , le-te označujejo števila, ki imajo poljubno realno vrednost. Imenujemo jih **parametri**.

Vrednost parametrov vpliva na rešitev enačbe, zato moramo enačbo reševati glede na vrednosti parametrov. Temu postopku rečemo **obravnavanje enačbe**.



## Naloga

Obpravnavajte enačbe.



## Naloga

Obravnavajte enačbe.

- $2(ax - 3) + 3 = ax$
- $-4x - b(x - 2)^2 = 3 - bx^2 - 7b$
- $3(a - 2)(x - 2) = a^2(x - 1) - 4x + 7$
- $(b - 3)^2x - 3 = 4x - 3b$



## Naloga

Obpravnavajte neenačbe.

## Naloga

Obravnavajte neenačbe.

- $a(x - 2) \leq 4$
- $mx + 4 > m^2 - 2x$
- $a(a - 3x + 1) \geq a(x - 4) + a^2x$
- $(k - 1)^2x \leq kx + 2(k + 1) + 5x$

# Sklepni račun

# Sklepni račun

Pri sklepnem računu obravnavamo situacije, v katerih nastopata dve količini, ki sta premo sorazmerni ali obratno sorazmerni.

# Sklepni račun

Pri sklepnem računu obravnavamo situacije, v katerih nastopata dve količini, ki sta premo sorazmerni ali obratno sorazmerni.

## Premo sorazmerje

# Sklepni račun

Pri sklepnem računu obravnavamo situacije, v katerih nastopata dve količini, ki sta premo sorazmerni ali obratno sorazmerni.

## Premo sorazmerje

Količini  $x$  in  $y$  sta **premo sorazmerni**, če obstaja takšno število  $k$ , da je  $x = k \cdot y$ .



# Sklepni račun

Pri sklepnem računu obravnavamo situacije, v katerih nastopata dve količini, ki sta premo sorazmerni ali obratno sorazmerni.

## Premo sorazmerje

Količini  $x$  in  $y$  sta **premo sorazmerni**, če obstaja takšno število  $k$ , da je  $x = k \cdot y$ .

## Obratno sorazmerje

# Sklepni račun

Pri sklepnem računu obravnavamo situacije, v katerih nastopata dve količini, ki sta premo sorazmerni ali obratno sorazmerni.

## Premo sorazmerje

Količini  $x$  in  $y$  sta **premo sorazmerni**, če obstaja takšno število  $k$ , da je  $x = k \cdot y$ .

## Obratno sorazmerje

Količini  $x$  in  $y$  sta **obratno sorazmerni**, če obstaja takšno število  $k$ , da je  $x = \frac{y}{k}$ .



## Naloga

Delavec v štirih urah zasluži 10 £. Koliko zasluži v dvanajstih urah?

## Naloga

Delavec v štirih urah zasluži 10 £. Koliko zasluži v dvanajstih urah?

## Naloga

Tiskalnik v sedmih minutah natisne 42 strani. Koliko časa potrebuje za 108 strani?

## Naloga

Delavec v štirih urah zasluži 10 £. Koliko zasluži v dvanajstih urah?

## Naloga

Tiskalnik v sedmih minutah natisne 42 strani. Koliko časa potrebuje za 108 strani?

## Naloga

Tri čebele v treh dneh oprashi devetsto cvetov. Koliko cvetov v šestih dneh oprashi šest čebel?



## Naloga

Kolesar od Ljubljane do Geometrijskega središča Slovenije potuje dve uri s hitrostjo  $20 \text{ km/h}$ . Kako hitro bi moral peljati, da bi pot prevozil v eni uri in petnajstih minutah?



## Naloga

Kolesar od Ljubljane do Geometrijskega središča Slovenije potuje dve uri s hitrostjo  $20 \text{ km/h}$ . Kako hitro bi moral peljati, da bi pot prevozil v eni uri in petnajstih minutah?

## Naloga

En računalnik za pripravo posebnih efektov filma potrebuje 14 ur. Koliko časa bi potrebovali trije računalniki, za pripravo posebnih efektov za šest filmov?

## Naloga

Kolesar od Ljubljane do Geometrijskega središča Slovenije potuje dve uri s hitrostjo  $20 \text{ km/h}$ . Kako hitro bi moral peljati, da bi pot prevozil v eni uri in petnajstih minutah?

## Naloga

En računalnik za pripravo posebnih efektov filma potrebuje 14 ur. Koliko časa bi potrebovali trije računalniki, za pripravo posebnih efektov za šest filmov?

## Naloga

Sedem pleskarjev pleska hišo 15 dni. Po petih dneh dva delavca premestijo na drugo delovišče. Koliko časa bodo preostali delavci pleskali hišo?

# Odstotni račun

Količine pri odstotnem računu so povezane s sklepnim računim, in sicer so v premem sorazmerju.

**Odstotek** (ali procent) % celote definiramo kot stotino celote, **odtisoček** (ali promil) ‰ kot tisočino celote.

$$1 \% = \frac{1}{100} \quad 1 \text{ ‰} = \frac{1}{1000}$$

**Relativni delež** je kvocient med deležem in osnovo:  $r = \frac{d}{o}$ .

# Absolutna vrednost

**Absolutna vrednost**  $|x|$  števila  $x$  geometrijsko predstavlja oddaljenost točke, ki predstavlja število  $x$ , od izhodišča na številski premici.

$$|x| = \begin{cases} x & x \geq 0; \\ -x & x < 0. \end{cases}$$

## Lastnosti absolutne vrednosti

Z absolutno vrednostjo izračunamo tudi razdaljo med  $x$  in  $y$  kot  $|x - y|$  ali  $|y - x|$ .

# Absolutna vrednost

**Absolutna vrednost**  $|x|$  števila  $x$  geometrijsko predstavlja oddaljenost točke, ki predstavlja število  $x$ , od izhodišča na številski premici.

$$|x| = \begin{cases} x & x \geq 0; \\ -x & x < 0. \end{cases}$$

## Lastnosti absolutne vrednosti

Z absolutno vrednostjo izračunamo tudi razdaljo med  $x$  in  $y$  kot  $|x - y|$  ali  $|y - x|$ .

# Absolutna vrednost

**Absolutna vrednost**  $|x|$  števila  $x$  geometrijsko predstavlja oddaljenost točke, ki predstavlja število  $x$ , od izhodišča na številski premici.

$$|x| = \begin{cases} x & x \geq 0; \\ -x & x < 0. \end{cases}$$

## Lastnosti absolutne vrednosti

Z absolutno vrednostjo izračunamo tudi razdaljo med  $x$  in  $y$  kot  $|x - y|$  ali  $|y - x|$ .

# Absolutna vrednost

**Absolutna vrednost**  $|x|$  števila  $x$  geometrijsko predstavlja oddaljenost točke, ki predstavlja število  $x$ , od izhodišča na številski premici.

$$|x| = \begin{cases} x & x \geq 0; \\ -x & x < 0. \end{cases}$$

## Lastnosti absolutne vrednosti

Z absolutno vrednostjo izračunamo tudi razdaljo med  $x$  in  $y$  kot  $|x - y|$  ali  $|y - x|$ .

# Absolutna vrednost

**Absolutna vrednost**  $|x|$  števila  $x$  geometrijsko predstavlja oddaljenost točke, ki predstavlja število  $x$ , od izhodišča na številski premici.

$$|x| = \begin{cases} x & x \geq 0; \\ -x & x < 0. \end{cases}$$

## Lastnosti absolutne vrednosti

Z absolutno vrednostjo izračunamo tudi razdaljo med  $x$  in  $y$  kot  $|x - y|$  ali  $|y - x|$ .



# Absolutna vrednost

**Absolutna vrednost**  $|x|$  števila  $x$  geometrijsko predstavlja oddaljenost točke, ki predstavlja število  $x$ , od izhodišča na številski premici.

$$|x| = \begin{cases} x & x \geq 0; \\ -x & x < 0. \end{cases}$$

## Lastnosti absolutne vrednosti

- $|x| \geq 0$

Z absolutno vrednostjo izračunamo tudi razdaljo med  $x$  in  $y$  kot  $|x - y|$  ali  $|y - x|$ .

# Absolutna vrednost

**Absolutna vrednost**  $|x|$  števila  $x$  geometrijsko predstavlja oddaljenost točke, ki predstavlja število  $x$ , od izhodišča na številski premici.

$$|x| = \begin{cases} x & x \geq 0; \\ -x & x < 0. \end{cases}$$

## Lastnosti absolutne vrednosti

- $|x| \geq 0$
- $|x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$

Z absolutno vrednostjo izračunamo tudi razdaljo med  $x$  in  $y$  kot  $|x - y|$  ali  $|y - x|$ .

# Absolutna vrednost

**Absolutna vrednost**  $|x|$  števila  $x$  geometrijsko predstavlja oddaljenost točke, ki predstavlja število  $x$ , od izhodišča na številski premici.

$$|x| = \begin{cases} x & x \geq 0; \\ -x & x < 0. \end{cases}$$

## Lastnosti absolutne vrednosti

- $|x| \geq 0$
- $|x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$
- $|-x| = |x|$
- $|x \cdot y| = |x| \cdot |y|$

Z absolutno vrednostjo izračunamo tudi razdaljo med  $x$  in  $y$  kot  $|x - y|$  ali  $|y - x|$ .

# Absolutna vrednost

**Absolutna vrednost**  $|x|$  števila  $x$  geometrijsko predstavlja oddaljenost točke, ki predstavlja število  $x$ , od izhodišča na številski premici.

$$|x| = \begin{cases} x & x \geq 0; \\ -x & x < 0. \end{cases}$$

## Lastnosti absolutne vrednosti

- $|x| \geq 0$
- $|x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$
- $|-x| = |x|$
- $|x \cdot y| = |x| \cdot |y|$
- $|x + y| \leq |x| + |y|$  – **trikotniška neenakost**

Z absolutno vrednostjo izračunamo tudi razdaljo med  $x$  in  $y$  kot  $|x - y|$  ali  $|y - x|$ .

# Zaokroževanje, približki, napake