

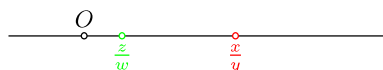
6.6 Urejenost racionalnih števil

Za ulomka $\frac{x}{y}$ in $\frac{z}{w}$ ($y, w \notin \{0\}$) velja natanko ena izmed treh možnosti:

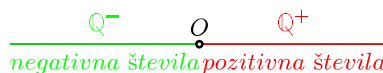
1. prvi ulomek je večji od drugega $\frac{x}{y} \geq \frac{z}{w}$ natanko tedaj, ko je $xw \geq yz$;
2. drugi ulomek je večji od prvega $\frac{x}{y} \leq \frac{z}{w}$ natanko tedaj, ko je $xw \leq yz$;
3. ulomka sta enaka $\frac{x}{y} = \frac{z}{w}$ natanko tedaj, ko je $xw = yz$ oziroma $\frac{x}{y} \leq \frac{z}{w} \wedge \frac{x}{y} \geq \frac{z}{w}$.

Enaka ulomka predstavljata isto racionalno število.

Slika večjega racionalnega števila $\frac{x}{y}$ je na številski premici desno od slike manjšega racionalnega števila $\frac{z}{w}$.



Slike pozitivnih racionalnih števil ležijo desno, slike negativnih racionalnih števil pa levo od koordinatnega izhodišča.



V množici ulomkov velja, da je vsak negativen ulomek manjši od vsakega pozitivnega ulomka.

Množica racionalnih števil je **linearno urejena** z relacijo *biti manjši ali enak* (\leq) oziroma *biti večji ali enak* (\geq).

Za to relacijo linearne urejenosti veljajo naslednje lastnosti:

- **refleksivnost:** $\forall \frac{x}{y} \in \mathbb{Q} : \frac{x}{y} \leq \frac{x}{y}$;
- **antisimetričnost:** $\forall \frac{x}{y}, \frac{z}{w} \in \mathbb{Q} : \frac{x}{y} \leq \frac{z}{w} \wedge \frac{z}{w} \leq \frac{x}{y} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{z}{w}$;
- **tranzitivnost:** $\forall \frac{x}{y}, \frac{z}{w}, \frac{r}{q} \in \mathbb{Q} : \frac{x}{y} \leq \frac{z}{w} \wedge \frac{z}{w} \leq \frac{r}{q} \Rightarrow \frac{x}{y} \leq \frac{r}{q}$ in
- **stroga sovisnost:** $\forall \frac{x}{y}, \frac{z}{w} \in \mathbb{Q} : \frac{x}{y} \leq \frac{z}{w} \vee \frac{z}{w} \leq \frac{x}{y}$.

Množica racionalnih števil pa je tudi **delno urejena**, in sicer z relacijo *biti manjši* ($<$) oziroma *biti večji* ($>$).

Tedaj veljajo le lastnosti: **refleksivnost**, **antisimetričnost** in **tranzitivnost**.

Če na obeh straneh neenakosti prištejemo isto število, se neenakost ohrani.

$$\frac{x}{y} < \frac{z}{w} \Rightarrow \frac{x}{y} + \frac{r}{q} < \frac{z}{w} + \frac{r}{q}$$

Pri množenju neenakosti s pozitivnim številom se znak neenakosti ohrani.

$$\frac{x}{y} < \frac{z}{w} \quad \wedge \quad \frac{r}{q} > 0 \Rightarrow \frac{x}{y} \cdot \frac{r}{q} < \frac{z}{w} \cdot \frac{r}{q}$$

Pri množenju neenakosti s negativnim številom se znak neenakosti obrne.

$$\frac{x}{y} < \frac{z}{w} \quad \wedge \quad \frac{r}{q} < 0 \Rightarrow \frac{x}{y} \cdot \frac{r}{q} > \frac{z}{w} \cdot \frac{r}{q}$$

Naloga 6.23. *Kateri od ulomkov je večji?*

- $\frac{3}{7}, \frac{3}{8}$
- $\frac{3}{3}, \frac{3}{3}$
- $\frac{3}{5}, \frac{3}{10}$
- $\frac{1}{100}, \frac{1}{200}$

Naloga 6.24. *Katero število je za $\frac{3}{5}$ večje od $\frac{2}{3}$?*

Naloga 6.25. *Katero število je za $\frac{1}{3}$ manjše od $\frac{7}{9}$?*

Naloga 6.26. *Ulomke uredite po velikosti od večjega k manjšemu.*

- $\frac{2}{5}, \frac{3}{10}, \frac{8}{9}$ in $\frac{7}{8}$
- $-\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, -\frac{3}{4}$ in $-\frac{2}{5}$

Naloga 6.27. *Ali obstajajo ulomki z imenovalcem 25, ki so med $\frac{4}{9}$ in $\frac{5}{9}$? Če obstajajo, jih zapišite.*

Naloga 6.28. *Ali obstajajo ulomki z imenovalcem 100, ki so med $\frac{13}{53}$ in $\frac{14}{53}$? Če obstajajo, jih zapišite.*