MATEMATIKA

1. letnik – splošna gimnazija

Jan Kastelic

Gimnazija Antona Aškerca,
Šolski center Ljubljana

30. marec 2025

Vsebina

Section 1

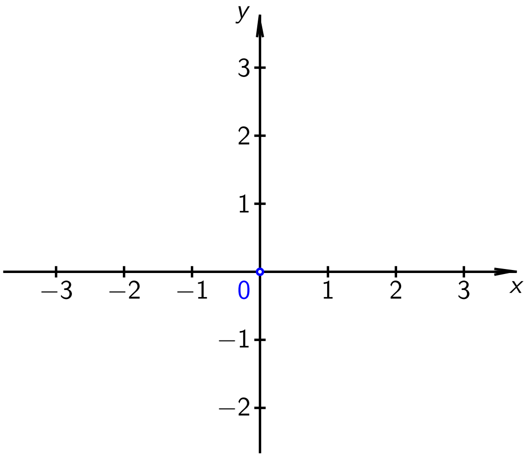
Pravokotni koordinatni sistem

1. Pravokotni koordinatni sistem
   - Pravokotni koordinatni sistem
   - Razdalja med točkama in razpolovišče daljice
   - Ploščina trikotnika

Pravokotni koordinatni sistem

Pravokotni koordinatni sistem

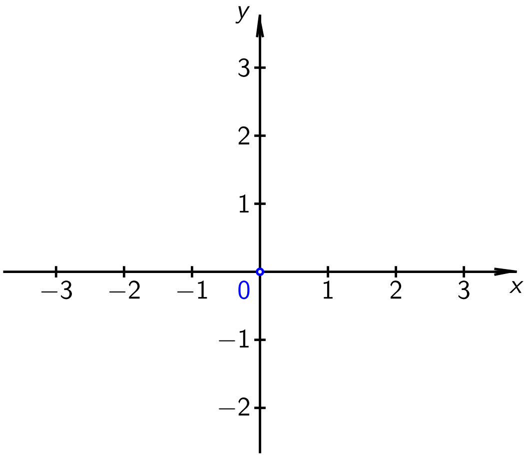
Pravokotni koordinatni sistem v ravnini oziroma **kartezični ravninski koordinatni sistem** določa par pravokotnih številskih premic (koordinatne osi), ki se sekata v koordinatnem izhodišču (O).



Pravokotni koordinatni sistem

Pravokotni koordinatni sistem v ravnini oziroma **kartezični ravninski koordinatni sistem** določa par pravokotnih številskih premic (koordinatne osi), ki se sekata v koordinatnem izhodišču (O).

Koordinatni osi imenujemo:

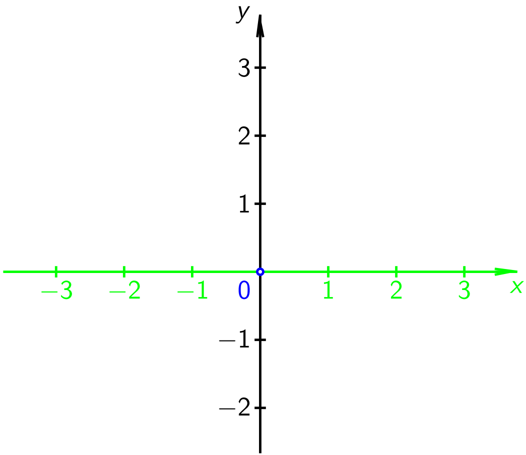


Pravokotni koordinatni sistem

Pravokotni koordinatni sistem v ravnini oziroma **kartezični ravninski koordinatni sistem** določa par pravokotnih številskih premic (koordinatne osi), ki se sekata v koordinatnem izhodišču (O).

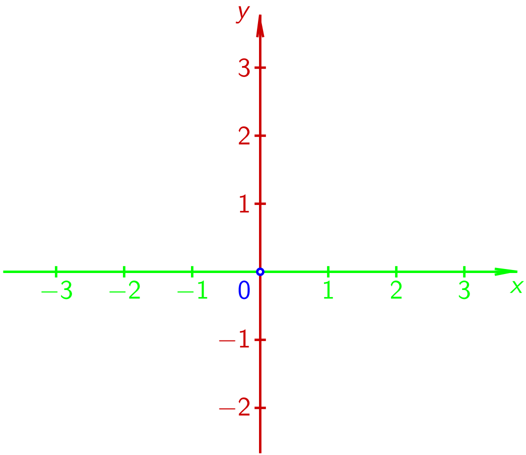
Koordinatni osi imenujemo:

- os x ali abscisna os,



Pravokotni koordinatni sistem

Pravokotni koordinatni sistem v ravnini oziroma **kartezični ravninski koordinatni sistem** določa par pravokotnih številskih premic (koordinatne osi), ki se sekata v koordinatnem izhodišču (O).



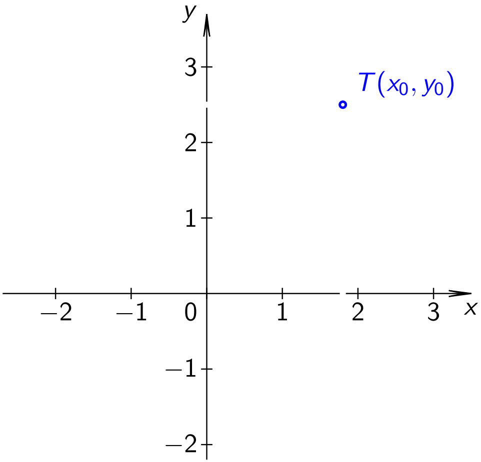
Koordinatni osi imenujemo:

- os x ali abscisna os,
- os y ali ordinatna os.

Lega točke v ravnini

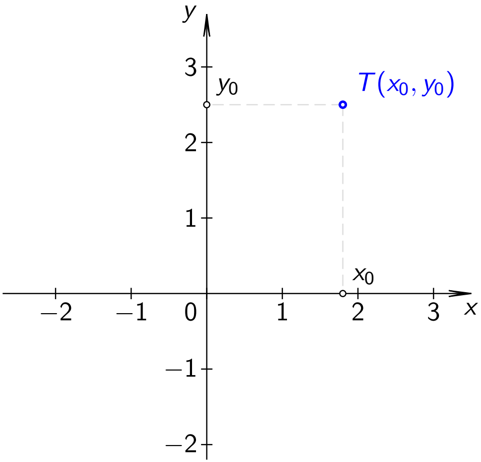
Lega točke v ravnini

Poljubni točki T v ravnini s pravokotnim koordinatnim sistemom lahko enolično določimo **koordinate točke**: $T(x_0, y_0)$.



Lega točke v ravnini

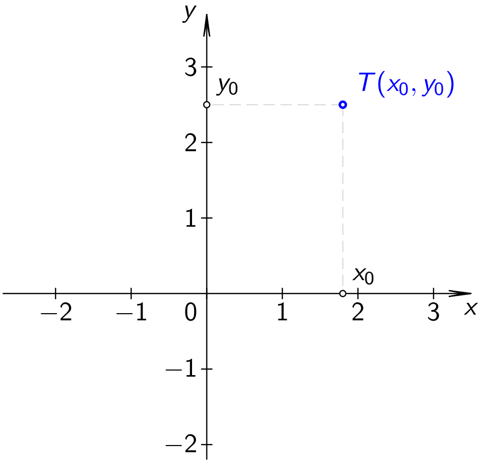
Poljubni točki T v ravnini s pravokotnim koordinatnim sistemom lahko enolično določimo **koordinate točke**: $T(x_0, y_0)$. To so števila, ki nam povedo, kje ležijo projekcije točke T na koordinatnih oseh.



Lega točke v ravnini

Poljubni točki T v ravnini s pravokotnim koordinatnim sistemom lahko enolično določimo **koordinate točke**: $T(x_0, y_0)$. To so števila, ki nam povedo, kje ležijo projekcije točke T na koordinatnih oseh.

Koordinate točke imenujemo:

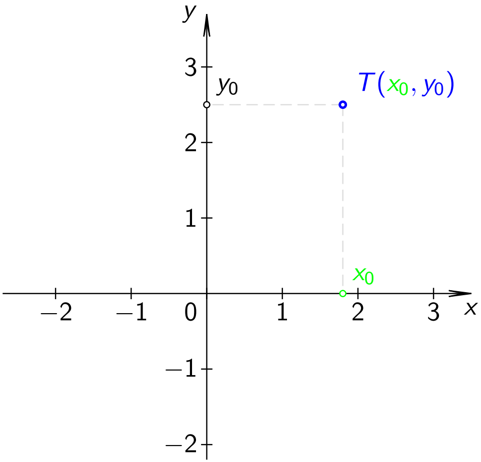


Lega točke v ravnini

Poljubni točki T v ravnini s pravokotnim koordinatnim sistemom lahko enolično določimo **koordinate točke**: $T(x_0, y_0)$. To so števila, ki nam povedo, kje ležijo projekcije točke T na koordinatnih oseh.

Koordinate točke imenujemo:

- prva koordinata x_0 je abscisa točke T in

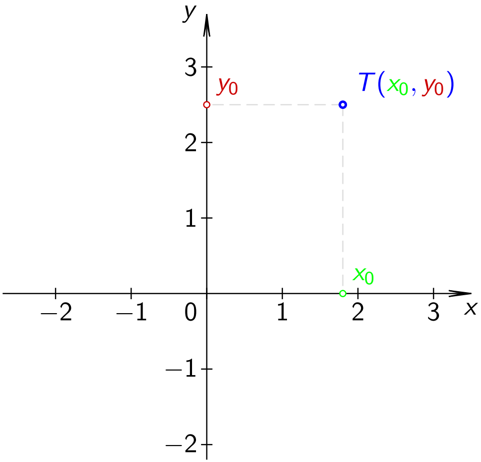


Lega točke v ravnini

Poljubni točki T v ravnini s pravokotnim koordinatnim sistemom lahko enolično določimo **koordinate točke**: $T(x_0, y_0)$. To so števila, ki nam povedo, kje ležijo projekcije točke T na koordinatnih oseh.

Koordinate točke imenujemo:

- prva koordinata x_0 je abscisa točke T in
- druga koordinata y_0 je ordinata točke T.



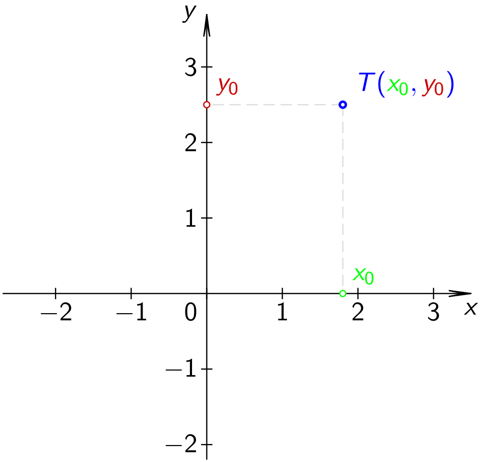
Lega točke v ravnini

Poljubni točki T v ravnini s pravokotnim koordinatnim sistemom lahko enolično določimo **koordinate točke**: $T(x_0, y_0)$. To so števila, ki nam povedo, kje ležijo projekcije točke T na koordinatnih oseh.

Koordinate točke imenujemo:

- prva koordinata x_0 je abscisa točke T in
- druga koordinata y_0 je ordinata točke T.

Vsakemu urejenemu paru števil (x_0, y_0) ustreza natanko ena točka $T(x_0, y_0)$.



Množice v pravokotnem koordinatnem sistemu

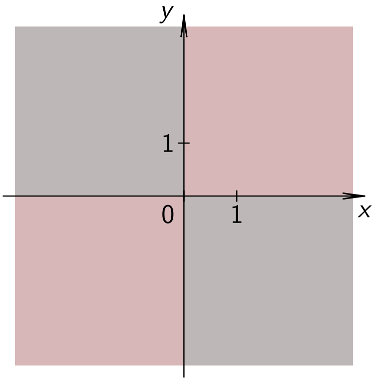
Množice v pravokotnem koordinatnem sistemu

Vsaka premica v ravnini razdeli ravnino na dve **polravnini**.

Množice v pravokotnem koordinatnem sistemu

Vsaka premica v ravnini razdeli ravnino na dve **polravnini**.

Koordinatni osi ravnino $\mathbb{R} \times \mathbb{R} = \mathbb{R}^2$ razdelita na štiri **kvadrante**.

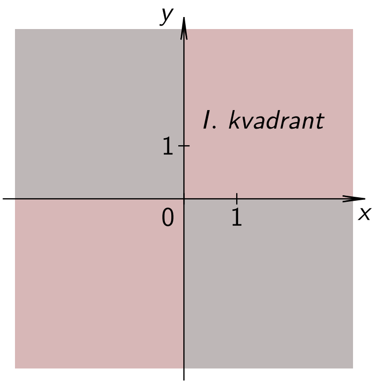


Množice v pravokotnem koordinatnem sistemu

Vsaka premica v ravnini razdeli ravnino na dve **polravnini**.

Koordinatni osi ravnino $\mathbb{R} \times \mathbb{R} = \mathbb{R}^2$ razdelita na štiri **kvadrante**.

- *I*. kvadrant:
  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x > 0 \wedge y > 0\} = (0, \infty) \times (0, \infty)$

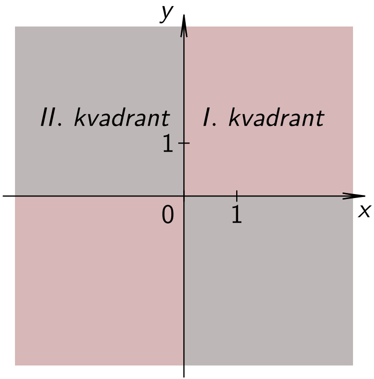


Množice v pravokotnem koordinatnem sistemu

Vsaka premica v ravnini razdeli ravnino na dve **polravnini**.

Koordinatni osi ravnino $\mathbb{R} \times \mathbb{R} = \mathbb{R}^2$ razdelita na štiri **kvadrante**.

- *I*. kvadrant:
  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x > 0 \wedge y > 0\} = (0, \infty) \times (0, \infty)$
- *II*. kvadrant:
  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x < 0 \wedge y > 0\} = (-\infty, 0) \times (0, \infty)$

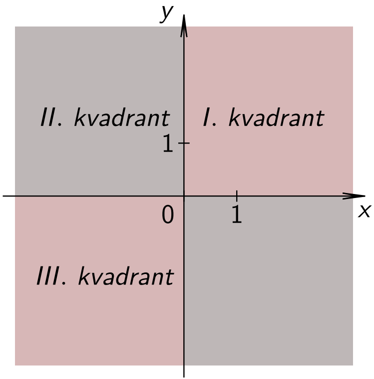


Množice v pravokotnem koordinatnem sistemu

Vsaka premica v ravnini razdeli ravnino na dve **polravnini**.

Koordinatni osi ravnino $\mathbb{R} \times \mathbb{R} = \mathbb{R}^2$ razdelita na štiri **kvadrante**.

- *I*. kvadrant:
  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x > 0 \wedge y > 0\} = (0, \infty) \times (0, \infty)$
- *II*. kvadrant:
  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x < 0 \wedge y > 0\} = (-\infty, 0) \times (0, \infty)$
- *III*. kvadrant:
  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x < 0 \wedge y < 0\} = (-\infty, 0) \times (-\infty, 0)$

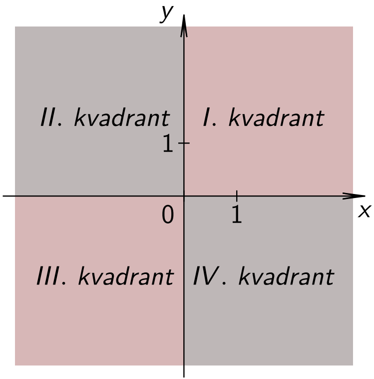


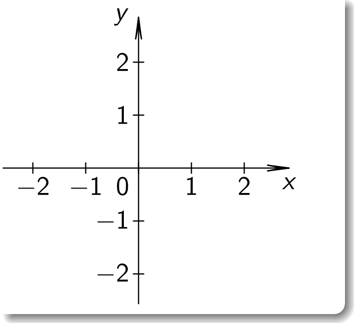
Množice v pravokotnem koordinatnem sistemu

Vsaka premica v ravnini razdeli ravnino na dve **polravnini**.

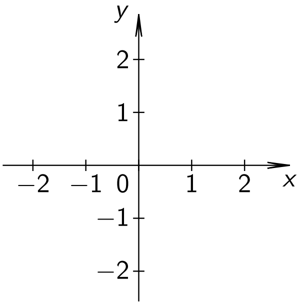
Koordinatni osi ravnino $\mathbb{R} \times \mathbb{R} = \mathbb{R}^2$ razdelita na štiri **kvadrante**.

- I. kvadrant:
  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x > 0 \wedge y > 0\} = (0, \infty) \times (0, \infty)$
- II. kvadrant:
  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x < 0 \wedge y > 0\} = (-\infty, 0) \times (0, \infty)$
- III. kvadrant:
  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x < 0 \wedge y < 0\} = (-\infty, 0) \times (-\infty, 0)$
- IV. kvadrant:
  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x > 0 \wedge y < 0\} = (0, \infty) \times (-\infty, 0)$



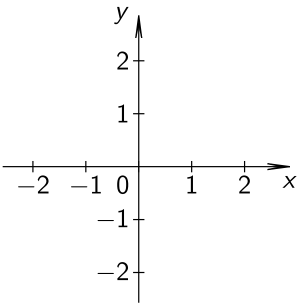

y
2
1
−2 −1 0 1 2 x
−1
−2

Na abscisni osi ležijo točke, ki imajo ordinato enako nič – so oblike $T(x, 0)$; $x \in \mathbb{R}$.



Na abscisni osi ležijo točke, ki imajo ordinato enako nič – so oblike $T(x,0)$; $x \in \mathbb{R}$.

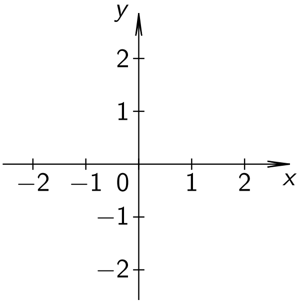
$$\left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2; y = 0\right\} = \mathbb{R} \times \{0\}$$



Na abscisni osi ležijo točke, ki imajo ordinato enako nič – so oblike $T(x, 0)$; $x \in \mathbb{R}$.

$$\left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2; y = 0\right\} = \mathbb{R} \times \{0\}$$

Na ordinatni osi ležijo točke, ki imajo absciso enako nič – so oblike $T(0, y)$; $y \in \mathbb{R}$.

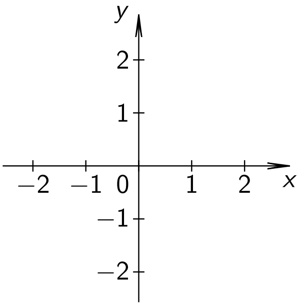


Na abscisni osi ležijo točke, ki imajo ordinato enako nič – so oblike $T(x, 0)$; $x \in \mathbb{R}$.

$$\left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2; y = 0\right\} = \mathbb{R} \times \{0\}$$

Na ordinatni osi ležijo točke, ki imajo absciso enako nič – so oblike $T(0, y)$; $y \in \mathbb{R}$.

$$\left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x = 0\right\} = \{0\} \times \mathbb{R}$$



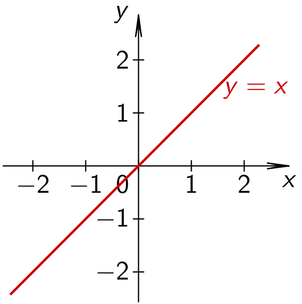
Na abscisni osi ležijo točke, ki imajo ordinato enako nič – so oblike $T(x,0)$; $x \in \mathbb{R}$.

$$\left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2; y = 0\right\} = \mathbb{R} \times \{0\}$$

Na ordinatni osi ležijo točke, ki imajo absciso enako nič – so oblike $T(0,y)$; $y \in \mathbb{R}$.

$$\left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2; x = 0\right\} = \{0\} \times \mathbb{R}$$

Množico točk $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2; y = x\}$ imenujemo **simetrala lihih kvadrantov**.



Na abscisni osi ležijo točke, ki imajo ordinato enako nič – so oblike $T(x,0)$; $x \in \mathbb{R}$.

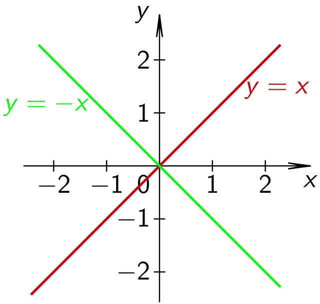
$$\left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2; y = 0\right\} = \mathbb{R} \times \{0\}$$

Na ordinatni osi ležijo točke, ki imajo absciso enako nič – so oblike $T(0,y)$; $y \in \mathbb{R}$.

$$\left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2; x = 0\right\} = \{0\} \times \mathbb{R}$$

Množico točk $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2; y = x\}$ imenujemo **simetrala lihih kvadrantov**.

Množico točk $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2; y = -x\}$ imenujemo **simetrala sodih kvadrantov**.

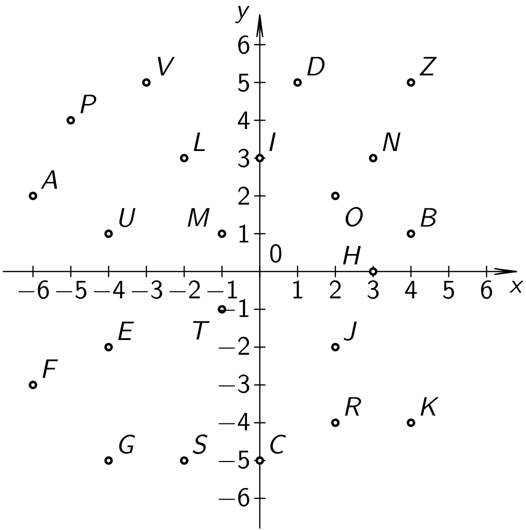


Pravokotni koordinatni sistem

Naloga

V koordinatnem sistemu je narisanih 22 točk.

- Zapišite koordinate vseh točk, ki ležijo v *II*. kvadrantu.
- Zapišite koordinate vseh točk, ki ležijo v *III*. kvadrantu.
- V koordinatni sistem narišite še točke $X(2,-1)$, $Y(-3,-4)$, $W(5,-3)$.
- Poimenujte točke.
  $\_(2,-4)$, $\_(-6,2)$, $\_(1,5)$,
  $\_(-2,-5)$, $\_(-4,-2)$, $\_(0,3)$



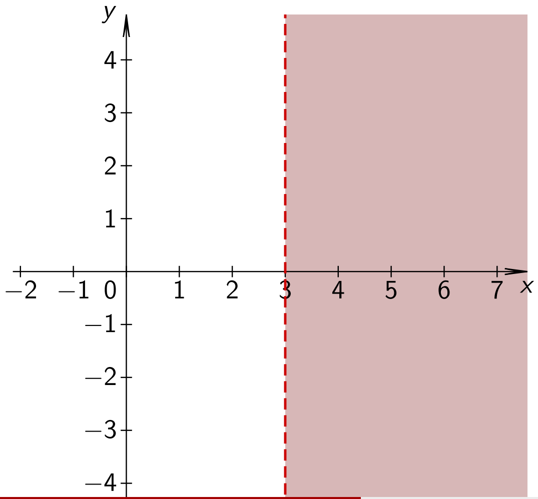
Naloga

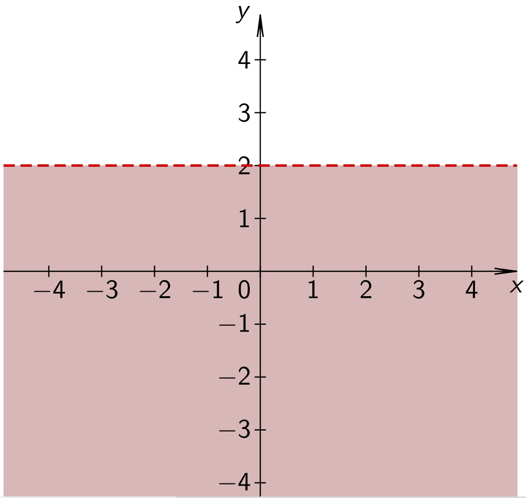
Narišite množico točk.

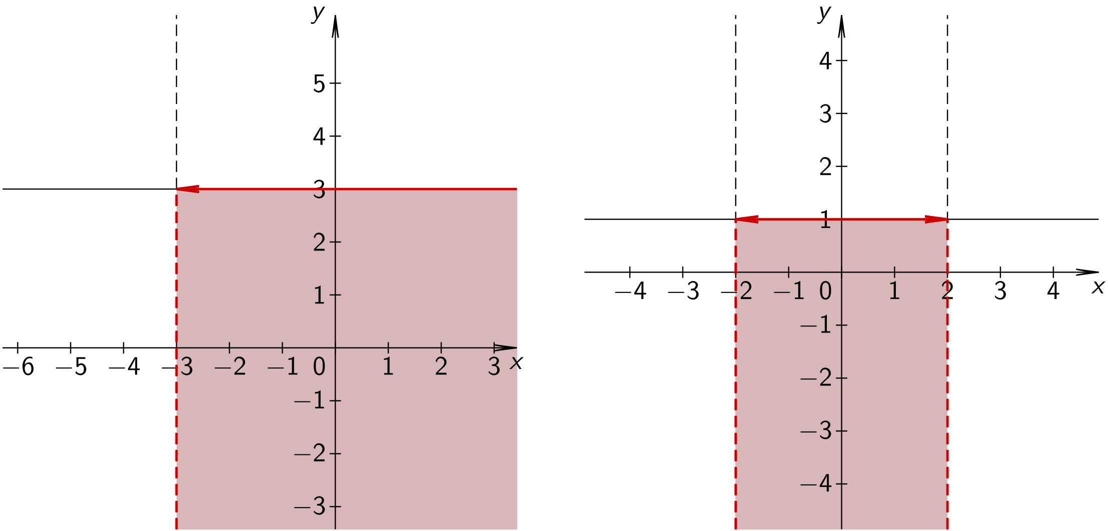
- $\{T(x,y);\ x \geq -1\}$
- $\{T(x,y);\ y \leq 3\}$
- $\{T(x,y);\ x \leq 4 \wedge y < -1\}$
- $\{T(x,y);\ x \geq -2 \wedge y < 1\}$
- $\{T(x,y);\ -2 < x \leq 4 \wedge -3 < y < 1\}$
- $\{T(x,y);\ 0 \leq x < 4 \wedge -3 \leq y < 3\}$
- $\{T(x,y);\ x < 4 \wedge y < -1\}$
- $\{T(x,y);\ |x| < 3\}$
- $\{T(x,y);\ x \geq 1 \wedge |y| < 1\}$
- $\{T(x,y);\ |x-3| < 1 \wedge y \geq 1\}$
- $\{T(x,y);\ |x| < 2 \wedge |y+3| \leq 1\}$
- $\{T(x,y);\ x = y\}$
- $\{T(x,y);\ x \geq y\}$
- $\{T(x,y);\ xy \geq 0\}$

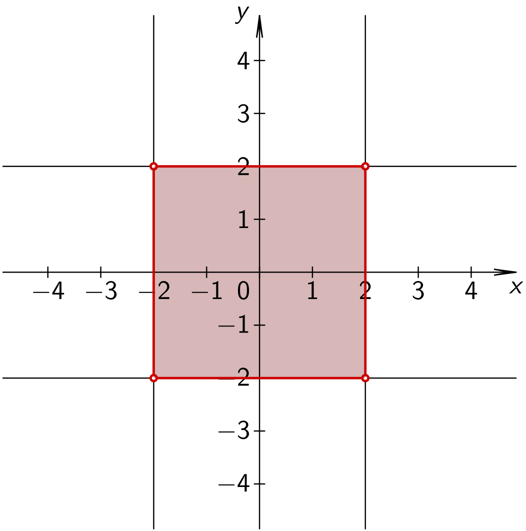
Naloga

Zapišite množico točk, ki je upodobljena v koordinatnem sistemu.

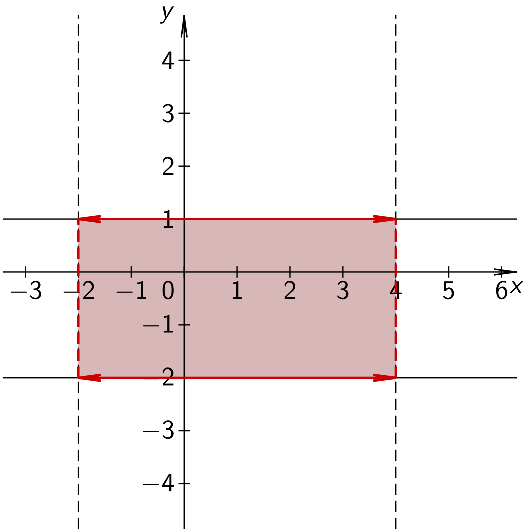





y
x
5
4
3
2
1
0
−1
−2
−3
−6
−5
−4
−3
−2
−1
1
2
3
y
x
4
3
2
1
0
−1
−2
−3
−4
−4
−3
−2
−1
1
2
3
4



y
x
−4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4
4 3 2 1 −1 −2 −3 −4



y
x
−3 −2 −1 0 1 2 3 4 5 6
4 3 2 1 −1 −2 −3 −4

Naloga

V koordinatnem sistemu narišite točke $A(-2,3)$, $B(0,4)$, $C(0.5,-1)$ in $D(-3,-1)$.

- Točke A, B, C in D prezrcalite čez abscisno os in zapišite koordinate točk A_1, B_1, C_1 in D_1.
- Točke A, B, C in D prezrcalite čez ordinatno os in zapišite koordinate točk A_2, B_2, C_2 in D_2.
- Točke A, B, C in D prezrcalite čez koordinatno izhodišče in zapišite koordinate točk A_3, B_3, C_3 in D_3.

 Pravokotni koordinatni sistem

Naloga

V koordinatni sistem narišite točke (x, y) kartezičnega produkta.

- $[-2, 3) \times [-5, -1]$
- $(-1, 2) \times [2, 3]$
- $\{2\} \times (3, 5]$
- $[-2, 3] \times \{3, 4\}$
- $\{1, 2, 3\} \times \{-1, 1\}$
- $(0, \infty) \times (1, 2)$
- $[-1, 3] \times (-\infty, 3]$
- $(-1, 3] \times \{2\}$

Razdalja med točkama

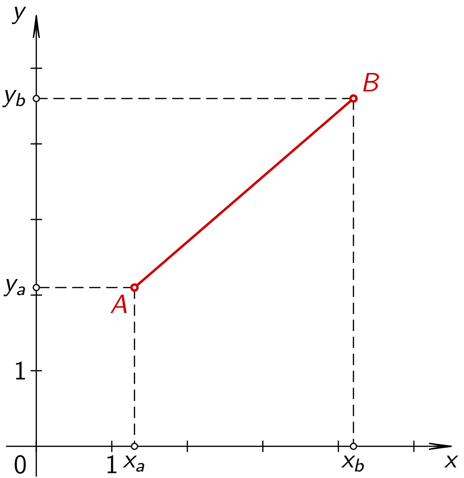
Razdalja med točkama

Razdalja med točkama

Razdalja med točkama

Razdalja med točkama

Razdalja $d(A, B)$ med dvema točkama $A(x_a, y_a)$ in $B(x_b, y_b)$ v ravnini je

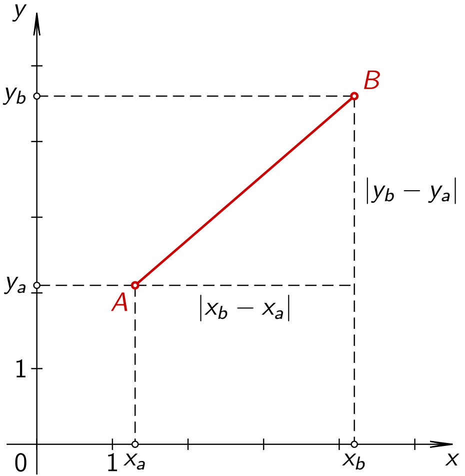


Razdalja med točkama

Razdalja med točkama

Razdalja $d(A, B)$ med dvema točkama $A(x_a, y_a)$ in $B(x_b, y_b)$ v ravnini je

$$d(A, B) = \sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2}.$$



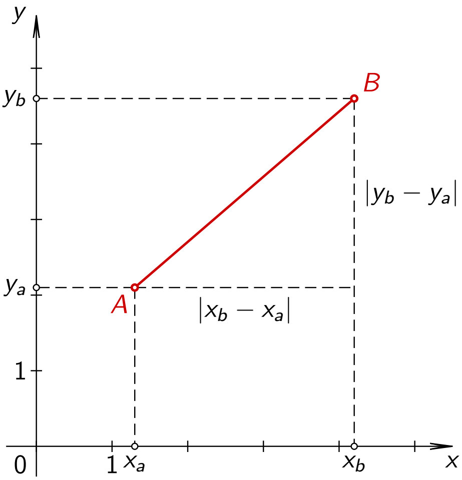
Razdalja med točkama

Razdalja med točkama

Razdalja $d(A,B)$ med dvema točkama $A(x_a, y_a)$ in $B(x_b, y_b)$ v ravnini je

$$d(A,B) = \sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2}.$$

Lastnosti razdalje



Razdalja med točkama

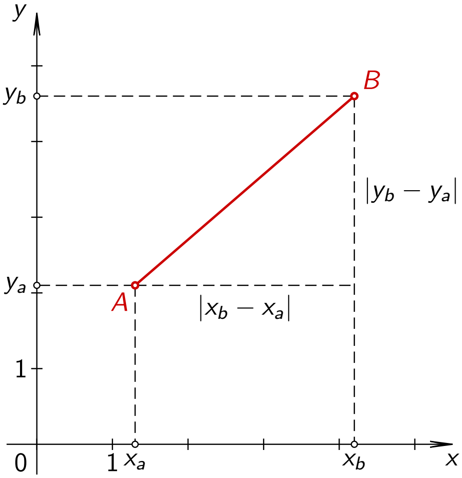
Razdalja med točkama

Razdalja $d(A, B)$ med dvema točkama $A(x_a, y_a)$ in $B(x_b, y_b)$ v ravnini je

$$d(A, B) = \sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2}.$$

Lastnosti razdalje

- $d(A, B) \geq 0$



Razdalja med točkama

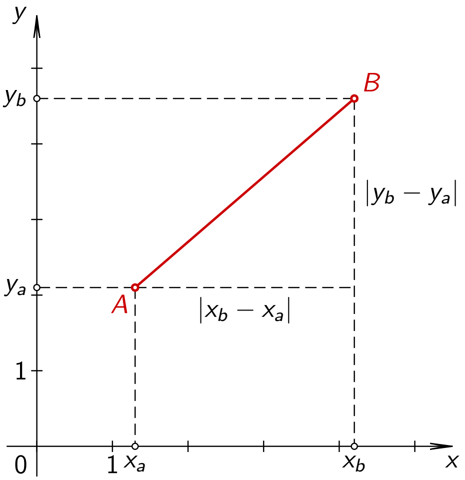
Razdalja med točkama

Razdalja $d(A,B)$ med dvema točkama $A(x_a, y_a)$ in $B(x_b, y_b)$ v ravnini je

$$d(A,B) = \sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2}.$$

Lastnosti razdalje

- $d(A,B) \geq 0$
- $d(A,B) = 0 \Leftrightarrow A = B$



Razdalja med točkama

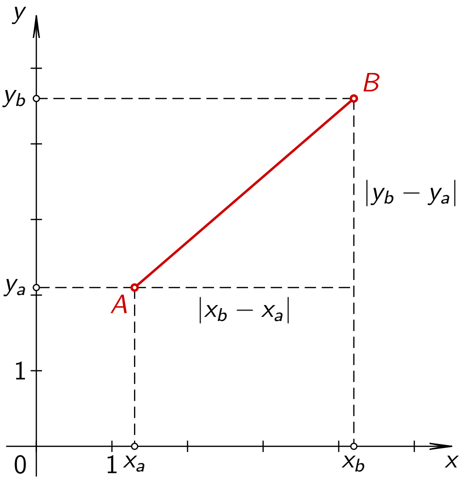
Razdalja med točkama

Razdalja $d(A,B)$ med dvema točkama $A(x_a, y_a)$ in $B(x_b, y_b)$ v ravnini je

$$d(A,B) = \sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2}.$$

Lastnosti razdalje

- $d(A,B) \geq 0$
- $d(A,B) = 0 \Leftrightarrow A = B$
- $d(A,B) = d(B,A)$

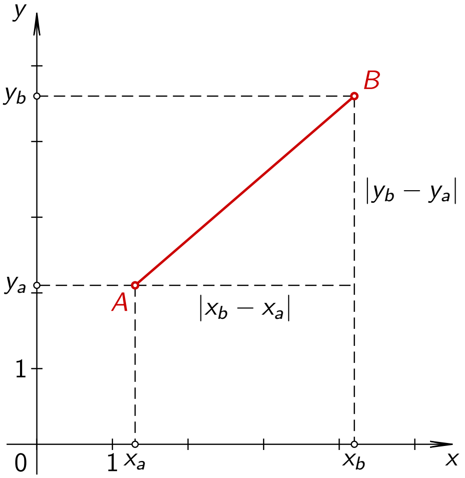


Razdalja med točkama

Razdalja med točkama

Razdalja $d(A,B)$ med dvema točkama $A(x_a,y_a)$ in $B(x_b,y_b)$ v ravnini je

$$d(A,B)=\sqrt{(x_b-x_a)^2+(y_b-y_a)^2}.$$



Lastnosti razdalje

- $d(A,B)\geq 0$
- $d(A,B)=0 \Leftrightarrow A=B$
- $d(A,B)=d(B,A)$
- $d(A,C)\leq d(A,B)+d(B,C)$

Razpolovišče daljice

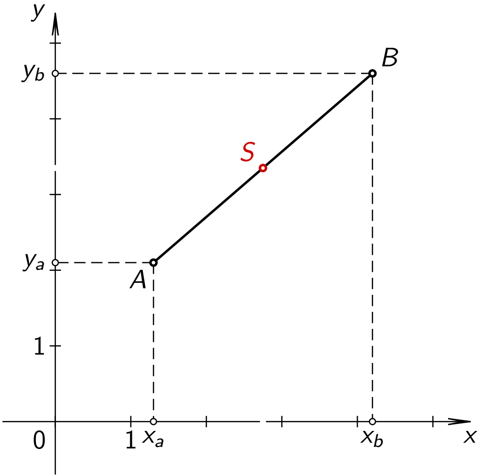
Razpolovišče daljice

Razpolovišče daljice

Razpolovišče daljice

Razpolovišče daljice

Razpolovišče S daljice AB s krajiščema $A(x_a, y_a)$ in $B(x_b, y_b)$ v ravnini je

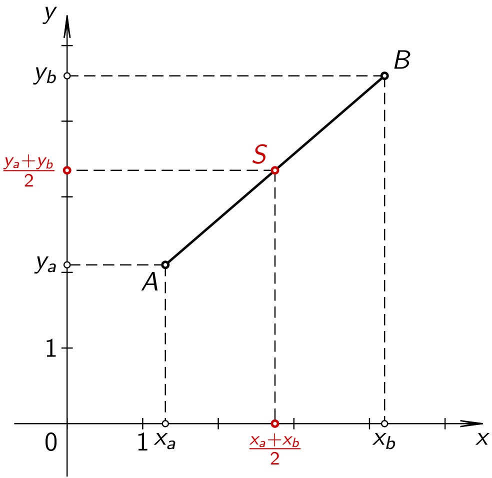


Razpolovišče daljice

Razpolovišče daljice

Razpolovišče S daljice AB s krajiščema $A(x_a, y_a)$ in $B(x_b, y_b)$ v ravnini je

$$S\left(\frac{x_a + x_b}{2}, \frac{y_a + y_b}{2}\right).$$



Naloga

Izračunajte razdaljo med točkama.

- $A(2, -1)$ in $B(4, 2)$
- $C(-3, -4)$ in $D(3, -3)$
- $E(\sqrt{3}, -7)$ in $F(0, -3)$
- $G(-\frac{3}{4}, \frac{1}{2})$ in $H(\frac{1}{4}, -\frac{1}{2})$

Naloga

Izračunajte razdaljo med točkama.

- $A(2,-1)$ in $B(4,2)$
- $C(-3,-4)$ in $D(3,-3)$
- $E(\sqrt{3},-7)$ in $F(0,-3)$
- $G(-\frac{3}{4},\frac{1}{2})$ in $H(\frac{1}{4},-\frac{1}{2})$

Naloga

Izračunajte koordinati razpolovišča S daljice XY.

- $X(3,-2)$ in $Y(5,4)$
- $X(-3,4)$ in $Y(-2,-6)$
- $X(\frac{2}{3},-\frac{1}{2})$ in $Y(-\frac{8}{3},1)$
- $X(2\sqrt{3},-8)$ in $Y(8\sqrt{3},2)$
- $X(5+\sqrt{7},-4)$ in $Y(3-\sqrt{7},0)$

Naloga

Ali je trikotnik $\triangle ABC$, kjer je $A(-2,-3)$, $B(8,1)$ in $C(1,4)$, enakostraničen? Izračunajte njegov obseg.

Naloga

Ali je trikotnik $\triangle ABC$, kjer je $A(-2,-3)$, $B(8,1)$ in $C(1,4)$, enakostraničen? Izračunajte njegov obseg.

Naloga

Izračunajte obseg kvadrata $\square ABCD$, kjer je $A(4,-4)$ in $C(10,-2)$.

Naloga

Ali je trikotnik $\triangle ABC$, kjer je $A(-2,-3)$, $B(8,1)$ in $C(1,4)$, enakostraničen? Izračunajte njegov obseg.

Naloga

Izračunajte obseg kvadrata $\square ABCD$, kjer je $A(4,-4)$ in $C(10,-2)$.

Naloga

Izračunajte višino na osnovnico c v enakokrakem trikotnik $\triangle ABC$, kjer je $A(-2,-7)$, $B(4,-3)$ in $C(3,-8)$.

Naloga

Dani sta točki $M(-6, 2)$ in $N(x, 11)$. Izračunajte absciso x točke tako, da bo dolžina daljice MN enaka $9\sqrt{2}$.

Naloga

Dani sta točki $M(-6, 2)$ in $N(x, 11)$. Izračunajte absciso x točke tako, da bo dolžina daljice MN enaka $9\sqrt{2}$.

Naloga

Izračunajte koordinati točke X in Y na abscisni in ordinatni osi, ki sta enako oddaljeni od točk $G(-3, -6)$ in $H(9, 6)$.

Naloga

Dani sta točki $M(-6, 2)$ in $N(x, 11)$. Izračunajte absciso x točke tako, da bo dolžina daljice MN enaka $9\sqrt{2}$.

Naloga

Izračunajte koordinati točke X in Y na abscisni in ordinatni osi, ki sta enako oddaljeni od točk $G(-3, -6)$ in $H(9, 6)$.

Naloga

Določite točko U, ki leži na simetrali lihih kvadrantov in je enako oddaljena od točk $P(-3, -5)$ in $R(3, -7)$.

Ploščina trikotnika

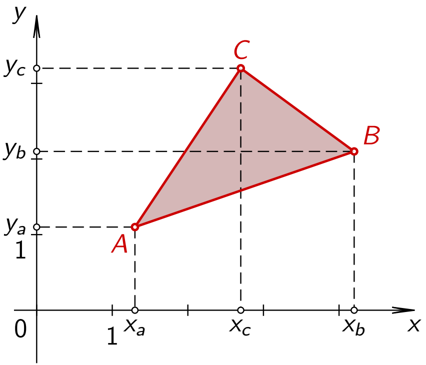
Ploščina trikotnika

Ploščina trikotnika

Ploščina trikotnika

Ploščina trikotnika

Ploščina trikotnika $\triangle ABC$ z oglišči $A(x_a, y_a)$, $B(x_b, y_b)$ in $C(x_c, y_c)$ je

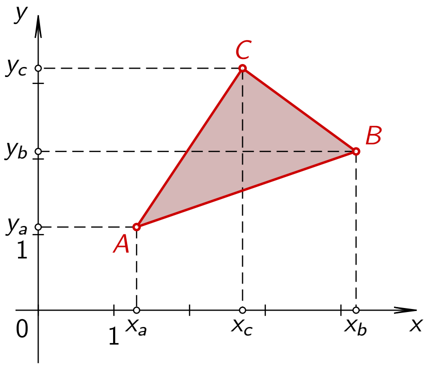


Ploščina trikotnika

Ploščina trikotnika

Ploščina trikotnika $\triangle ABC$ z oglišči $A(x_a, y_a)$, $B(x_b, y_b)$ in $C(x_c, y_c)$ je

$$S = \frac{1}{2} \cdot orient \cdot \begin{vmatrix} x_b - x_a & y_b - y_a \\ x_c - x_a & y_c - y_a \end{vmatrix},$$

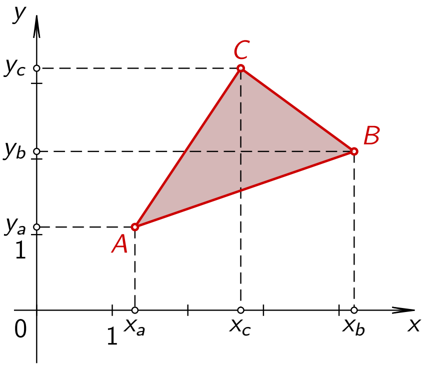


Ploščina trikotnika

Ploščina trikotnika

Ploščina trikotnika $\triangle ABC$ z oglišči $A(x_a, y_a)$, $B(x_b, y_b)$ in $C(x_c, y_c)$ je

$$S = \frac{1}{2} \cdot orient \cdot \begin{vmatrix} x_b - x_a & y_b - y_a \\ x_c - x_a & y_c - y_a \end{vmatrix}$$
$$= \frac{orient}{2} \left[(x_b - x_a)(y_c - y_a) - (y_b - y_a)(x_c - x_a) \right],$$



Ploščina trikotnika

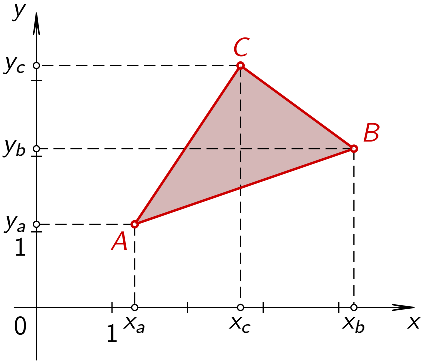
Ploščina trikotnika

Ploščina trikotnika $\triangle ABC$ z oglišči $A(x_a, y_a)$, $B(x_b, y_b)$ in $C(x_c, y_c)$ je

$$S = \frac{1}{2} \cdot orient \cdot \begin{vmatrix} x_b - x_a & y_b - y_a \\ x_c - x_a & y_c - y_a \end{vmatrix}$$
$$= \frac{orient}{2} \left[(x_b - x_a)(y_c - y_a) - (y_b - y_a)(x_c - x_a) \right],$$

kjer je

$$orient = \begin{cases} 1; & \triangle ABC \ \textit{pozitvno orientiran} \\ -1; & \triangle ABC \ \textit{negativno orientiran} \end{cases}.$$



Naloga

Narišite trikotnik $\triangle ABC$ in izračunajte njegovo ploščino.

- $A(-4,-2)$, $B(5,1)$ in $C(-2,5)$
- $A(2,1)$, $B(-5,1)$ in $C(2,6)$

Naloga

Narišite trikotnik $\triangle ABC$ in izračunajte njegovo ploščino.

- $A(-4,-2)$, $B(5,1)$ in $C(-2,5)$
- $A(2,1)$, $B(-5,1)$ in $C(2,6)$

Naloga

Ali so točke kolinearne?

- $P(-4,-5)$, $Q(4,-1)$ in $R(10,2)$
- $X(1,-7)$, $Y(-2,2)$ in $Z(3,2)$

Naloga

Določite x tako, da bo trikotnik $\triangle ABC$, z oglišči v $A(-2,-3)$, $B(5,3)$ in $C(x,-1)$, negativno orientiran in bo imel ploščino 17.

Naloga

Določite x tako, da bo trikotnik $\triangle ABC$, z oglišči v $A(-2,-3)$, $B(5,3)$ in $C(x,-1)$, negativno orientiran in bo imel ploščino 17.

Naloga

Določite p tako, da bo imel trikotnik $\triangle ABC$, z oglišči v $A(2,3)$, $B(p,-3)$ in $C(-1,6)$, ploščino 18.

Naloga

Določite x tako, da bo trikotnik $\triangle ABC$, z oglišči v $A(-2,-3)$, $B(5,3)$ in $C(x,-1)$, negativno orientiran in bo imel ploščino 17.

Naloga

Določite p tako, da bo imel trikotnik $\triangle ABC$, z oglišči v $A(2,3)$, $B(p,-3)$ in $C(-1,6)$, ploščino 18.

Naloga

Dani sta točki $A(2,-4)$ in $B(8,3)$. Določite koordinati točke C, ki leži na simetrali lihih kvadrantov, da bo trikotnik $\triangle ABC$ pozitivno orientiran in bo imel ploščino 17.