#### MATEMATIKA

1. letnik – splošna gimnazija

#### Jan Kastelic

Gimnazija Antona Aškerca, Šolski center Ljubljana

10. januar 2025

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 10. januar 2025 1 / 110

# Vsebina

- Racionalna števila
- Realna števila

2/110

### Section 1

## Racionalna števila



3/110

- 📵 Racionalna števila
  - Ulomki in racionalna števila
  - Razširjanje in krajšanje ulomkov
  - Seštevanje in odštevanje ulomkov
  - Množenje ulomkov
  - Deljenje ulomkov
  - Urejenost racionalnih števil
  - Potence s celimi eksponenti
  - Decimalni zapis
- Realna števila



4 / 110



Jan Kastelic (GAA)

**Ulomek**  $\frac{x}{v}$  je zapis, ki predstavlja zapis deljenja



5/110

**Ulomek**  $\frac{x}{y}$  je zapis, ki predstavlja zapis deljenja

$$x: y = \frac{x}{y}; \quad y \neq 0 \land x, y \in \mathbb{Z}.$$



5/110

**Ulomek**  $\frac{x}{y}$  je zapis, ki predstavlja zapis deljenja

$$x: y = \frac{x}{y}; \quad y \neq 0 \land x, y \in \mathbb{Z}.$$

Število/izraz x imenujemo **števec**, y pa **imenovalec**, med njima je **ulomkova črta**.



5 / 110

**Ulomek**  $\frac{x}{y}$  je zapis, ki predstavlja zapis deljenja

$$x: y = \frac{x}{y}; \quad y \neq 0 \land x, y \in \mathbb{Z}.$$

Število/izraz x imenujemo števec, y pa imenovalec, med njima je ulomkova črta.

Ulomek  $\frac{x}{0}$  ni definiran (nima pomena), saj z 0 ne moremo deliti.



5 / 110

**Ulomek**  $\frac{x}{y}$  je zapis, ki predstavlja zapis deljenja

$$x: y = \frac{x}{y}; \quad y \neq 0 \land x, y \in \mathbb{Z}.$$

Število/izraz x imenujemo števec, y pa imenovalec, med njima je ulomkova črta.

Ulomek  $\frac{x}{0}$  ni definiran (nima pomena), saj z 0 ne moremo deliti.

**Algebrski ulomek** je ulomek, v katerem v števcu in/ali imenovalcu nastopajo algebrski izrazi.

4□ > 4圖 > 4 = > 4 = > = 900

5 / 110

Ulomki in racionalna števila



6/110

**Ničelni ulomek** je ulomek oblike  $\frac{0}{y} = 0$ ;  $y \neq 0$ .



6/110

**Ničelni ulomek** je ulomek oblike  $\frac{0}{y} = 0$ ;  $y \neq 0$ .

V ulomku, kjer v števcu ali imenovalcu nastopa negativno število, upoštevamo enakost



6/110

**Ničelni ulomek** je ulomek oblike  $\frac{0}{y} = 0$ ;  $y \neq 0$ .

V ulomku, kjer v števcu ali imenovalcu nastopa negativno število, upoštevamo enakost

$$-\frac{x}{y} = \frac{-x}{y} = \frac{x}{-y}$$



6 / 110

**Ničelni ulomek** je ulomek oblike  $\frac{0}{y} = 0$ ;  $y \neq 0$ .

V ulomku, kjer v števcu ali imenovalcu nastopa negativno število, upoštevamo enakost

$$-\frac{x}{y} = \frac{-x}{y} = \frac{x}{-y}.$$

Vsakemu neničelnemu ulomku  $\frac{x}{y}$  lahko priredimo njegovo **obratno vrednost**:

6/110

**Ničelni ulomek** je ulomek oblike  $\frac{0}{y} = 0$ ;  $y \neq 0$ .

V ulomku, kjer v števcu ali imenovalcu nastopa negativno število, upoštevamo enakost

$$-\frac{x}{y} = \frac{-x}{y} = \frac{x}{-y}.$$

Vsakemu neničelnemu ulomku  $\frac{x}{y}$  lahko priredimo njegovo **obratno vrednost**:

$$\left(\frac{x}{y}\right)^{-1} = \frac{y}{x}; \quad x, y \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}.$$

↓□▶ ←□▶ ←□▶ ←□▶ □ ♥ ♀○

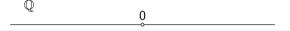
Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

Množica racionalnih števil  $\mathbb{Q}$  je sestavljena iz vseh ulomkov (kar pomeni, da vsebuje tudi vsa naravna in cela števila).



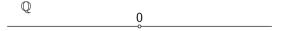
7/110

Množica racionalnih števil  $\mathbb{Q}$  je sestavljena iz vseh ulomkov (kar pomeni, da vsebuje tudi vsa naravna in cela števila).



7/110

Množica racionalnih števil  $\mathbb Q$  je sestavljena iz vseh ulomkov (kar pomeni, da vsebuje tudi vsa naravna in cela števila).



Glede na predznak razdelimo racionalna števila v tri množice:

$$\mathbb{Q} = \mathbb{Q}^-$$

Množica racionalnih števil  $\mathbb{Q}$  je sestavljena iz vseh ulomkov (kar pomeni, da vsebuje tudi vsa naravna in cela števila).

$$\mathbb{Q}$$
  $\mathbb{Q}^ \emptyset$ 

Glede na predznak razdelimo racionalna števila v tri množice:

množico negativnih racionalnih števil Q<sup>-</sup>,

$$\mathbb{Q} = \mathbb{Q}^- \cup \{0\}$$

Jan Kastelic (GAA)MATEMATIKA10. januar 20257/110

Množica racionalnih števil  $\mathbb{Q}$  je sestavljena iz vseh ulomkov (kar pomeni, da vsebuje tudi vsa naravna in cela števila).

$$\mathbb{Q}$$
  $\mathbb{Q}^ \emptyset$ 

Glede na predznak razdelimo racionalna števila v tri množice:

- množico negativnih racionalnih števil Q<sup>-</sup>,
- množico z elementom nič: {0} in

$$\mathbb{Q} = \mathbb{Q}^- \cup \{0\} \cup \mathbb{Q}^+$$

Jan Kastelic (GAA)MATEMATIKA10. januar 20257/110

Množica racionalnih števil  $\mathbb{Q}$  je sestavljena iz vseh ulomkov (kar pomeni, da vsebuje tudi vsa naravna in cela števila).

$$\mathbb{Q}$$
  $\mathbb{Q}^ \mathbb{Q}^+$ 

Glede na predznak razdelimo racionalna števila v tri množice:

- množico negativnih racionalnih števil Q<sup>-</sup>,
- množico z elementom nič: {0} in
- množico pozitivnih racionalnih števil: Q<sup>+</sup>.

$$\mathbb{Q} = \mathbb{Q}^- \cup \{0\} \cup \mathbb{Q}^+$$

Jan Kastelic (GAA)MATEMATIKA10. januar 20257/110

Ulomki in racionalna števila

Ulomka  $\frac{x}{y}$  in  $\frac{z}{w}$  sta enaka/enakovredna natanko takrat, ko je xz = wy;  $y, z \neq 0$ .

< ロト < 個 ト < 重 ト < 重 ト ■ ● へ Q ○

8/110

Ulomka  $\frac{x}{y}$  in  $\frac{z}{w}$  sta enaka/enakovredna natanko takrat, ko je xz = wy;  $y, z \neq 0$ .

$$\frac{x}{y} = \frac{w}{z} \Leftrightarrow xz = wy; \quad y, z \neq 0$$



8/110

Ulomka  $\frac{x}{v}$  in  $\frac{z}{w}$  sta enaka/enakovredna natanko takrat, ko je xz = wy;  $y, z \neq 0$ .

$$\frac{x}{y} = \frac{w}{z} \Leftrightarrow xz = wy; \quad y, z \neq 0$$

Enaka/enakovredna ulomka sta različna zapisa za isto racionalno število.



8 / 110

Ulomki in racionalna števila

#### Naloga

Za katere vrednosti x ulomek ni definiran?



9/110

#### Naloga

Za katere vrednosti x ulomek ni definiran?

$$\bullet \ \frac{x-2}{x+1}$$

$$\bullet$$
  $\frac{2}{x-5}$ 

• 
$$\frac{x+2}{3}$$

• 
$$\frac{13}{2x-5}$$

Ulomki in racionalna števila

10 / 110

#### Naloga

Za katere vrednosti x ima ulomek vrednost enako 0?



10 / 110

#### Naloga

Za katere vrednosti x ima ulomek vrednost enako 0?

$$\bullet \ \frac{x-2}{x+1}$$

$$\bullet$$
  $\frac{2}{x-5}$ 

• 
$$\frac{x+2}{3}$$

• 
$$\frac{13}{2x-5}$$

Ulomki in racionalna števila

11 / 110

#### Naloga

Ali imata ulomka isto vrednost?



11 / 110

Ali imata ulomka isto vrednost?

- $\frac{2}{3}$  in  $\frac{10}{15}$
- $\frac{-1}{2}$  in  $\frac{1}{-2}$
- $\frac{4}{5}$  in  $\frac{-8}{-10}$
- $\frac{5}{8}$  in  $\frac{8}{5}$

Ulomki in racionalna števila

12 / 110

Za kateri x imata ulomka isto vrednost?



12 / 110

Za kateri x imata ulomka isto vrednost?

$$\bullet \ \frac{x+1}{2} \ \text{in} \ \frac{3}{4}$$

• 
$$\frac{4}{2x-1}$$
 in  $\frac{1}{3}$ 

$$\bullet \ \frac{x+1}{2} \text{ in } \frac{x-1}{-3}$$

$$\bullet \ \frac{x+1}{x-2} \text{ in } \frac{2}{5}$$

Ulomki in racionalna števila



Ali ulomka predstavljata isto vrednost?



13 / 110

Jan Kastelic (GAA)

Ali ulomka predstavljata isto vrednost?

- $\bullet \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} \text{ in } -\frac{1}{2}$
- $\bullet \left(\frac{2}{3}\right)^{-1} \text{ in } \frac{3}{2}$
- $1\frac{3}{7}$  in  $\left(\frac{7}{10}\right)^{-1}$

10. januar 2025

Jan Kastelic (GAA)

Ulomki in racionalna števila

Ali ulomka predstavljata isto vrednost?



14 / 110

Ali ulomka predstavljata isto vrednost?

- $2 \cdot \frac{3}{4} \text{ in } \frac{3}{2}$
- $2\frac{3}{4}$  in  $\frac{3}{2}$
- $\left(1\frac{2}{5}\right)^{-1}$  in  $1\frac{5}{2}$
- $\bullet \left(1\frac{2}{5}\right)^{-1} \text{ in } \frac{5}{7}$

Ulomki in racionalna števila

Zapišite s celim delom oziroma z ulomkom.



15 / 110

Zapišite s celim delom oziroma z ulomkom.

•  $\frac{14}{5}$ 

•  $\frac{110}{17}$ 

•  $-\frac{5}{2}$ 

•  $3\frac{5}{8}$ 

•  $\frac{4}{3}$ 

•  $2\frac{9}{2}$ 

10. januar 2025



Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 10. januar 2025 16/110

Razširjanje ulomka



16 / 110

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

#### Razširjanje ulomka

Ulomek ohrani svojo vrednost, če števec in imenovalec pomnožimo z istim neničelnim številom oziroma izrazom. Temu postopku pravimo **razširjanje ulomka**.



16 / 110

#### Razširjanje ulomka

Ulomek ohrani svojo vrednost, če števec in imenovalec pomnožimo z istim neničelnim številom oziroma izrazom. Temu postopku pravimo **razširjanje ulomka**.

$$\frac{x}{y} = \frac{x \cdot z}{y \cdot z}; \quad x \in \mathbb{Z} \land y, z \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$$

|ロト 4回 ト 4 E ト 4 E ト | E | りq ()

16 / 110

#### Razširjanje ulomka

Ulomek ohrani svojo vrednost, če števec in imenovalec pomnožimo z istim neničelnim številom oziroma izrazom. Temu postopku pravimo **razširjanje ulomka**.

$$\frac{x}{y} = \frac{x \cdot z}{y \cdot z}; \quad x \in \mathbb{Z} \land y, z \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$$

Ko ulomke seštevamo ali odštevamo, jih razširimo na **najmanjši skupni imenovalec**, ki je najmanjši skupni večkratnik vseh imenovalcev.



16 / 110





Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 10. januar 2025 17 / 110

Vrednost ulomka se ne spremeni, če števec in imenovalec delimo z istim neničelnim številom oziroma izrazom. Temu postopku rečemo **krajšanje ulomka**.

17 / 110

Vrednost ulomka se ne spremeni, če števec in imenovalec delimo z istim neničelnim številom oziroma izrazom. Temu postopku rečemo **krajšanje ulomka**.

$$\frac{x \cdot z}{y \cdot z} = \frac{x}{y}; \quad x \in \mathbb{Z} \land y, z \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$$

17 / 110

Vrednost ulomka se ne spremeni, če števec in imenovalec delimo z istim neničelnim številom oziroma izrazom. Temu postopku rečemo **krajšanje ulomka**.

$$\frac{x \cdot z}{y \cdot z} = \frac{x}{y}; \quad x \in \mathbb{Z} \land y, z \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$$

#### Okrajšan ulomek



17 / 110

Vrednost ulomka se ne spremeni, če števec in imenovalec delimo z istim neničelnim številom oziroma izrazom. Temu postopku rečemo **krajšanje ulomka**.

$$\frac{x \cdot z}{y \cdot z} = \frac{x}{y}; \quad x \in \mathbb{Z} \land y, z \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$$

#### Okrajšan ulomek

Ulomek  $\frac{x}{y}$  je **okrajšan**, če je (x,y)=1, torej če sta števec in imenovalec tuji števili.



17 / 110



Razširite ulomke na najmanjši skupni imenovalec.



18 / 110

Razširite ulomke na najmanjši skupni imenovalec.

• 
$$\frac{1}{3}$$
,  $\frac{3}{5}$  in  $\frac{5}{6}$ 

• 
$$\frac{1}{5}$$
,  $-\frac{1}{2}$  in  $\frac{-1}{3}$ 

• 
$$\frac{2}{7}$$
, 1 in  $\frac{1}{2}$ 

• 
$$\frac{2}{-1}$$
,  $\frac{3}{2}$  in  $\frac{1}{-3}$ 

• 
$$\frac{5}{6}$$
,  $\frac{1}{2}$  in  $-\frac{2}{3}$ 

• 
$$\frac{3}{-4}$$
,  $\frac{-1}{2}$  in  $-\frac{2}{5}$ 



Razširite ulomke na najmanjši skupni imenovalec.



19 / 110

Razširite ulomke na najmanjši skupni imenovalec.

$$\bullet \frac{1}{x-1}, \frac{1}{x+1} \text{ in } 1$$

• 
$$\frac{4}{x-4}$$
,  $\frac{2}{x-2}$  in  $\frac{1}{x^2-6x+8}$ 

• 
$$\frac{2}{x}$$
,  $\frac{1}{x-3}$  in  $\frac{1}{(x-3)^2}$ 

$$\bullet \ \frac{2}{x-1} \ \text{in} \ \frac{3}{1-x}$$

• 
$$\frac{3}{x^2-4x}$$
,  $\frac{1}{x}$  in  $\frac{2}{x-4}$ 

• 
$$\frac{1}{2-x}$$
,  $\frac{2}{x+2}$  in  $\frac{3}{x^2-4}$ 

Okrajšajte ulomek.



10. januar 2025

Jan Kastelic (GAA)

Okrajšajte ulomek.

- $\frac{100}{225}$
- $\bullet \ \frac{34}{51}$
- $\frac{121}{3}$ 
  - $\frac{45}{75}$



Okrajšajte ulomek.



Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

Okrajšajte ulomek.

• 
$$\frac{x^2-4}{x^2+2x}$$

• 
$$\frac{x^3+8}{2x+4}$$

• 
$$\frac{x^3-1}{x^2-4x+3}$$

$$\bullet \ \frac{x^3 - 2x^2 - x + 2}{x^2 - 3x + 2}$$

• 
$$\frac{x^2-9}{3-x}$$

• 
$$\frac{x-4}{16-x^2}$$

10. januar 2025



 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 10. januar 2025
 22 / 110

Seštevanje ulomkov



22 / 110

#### Seštevanje ulomkov

Ulomke **seštevamo** tako, da jih razširimo na skupni imenovalec, nato seštejemo števce, imenovalce pa prepišemo.



22 / 110

#### Seštevanje ulomkov

Ulomke **seštevamo** tako, da jih razširimo na skupni imenovalec, nato seštejemo števce, imenovalce pa prepišemo.

$$\frac{x}{y} + \frac{z}{w} = \frac{xw}{yw} + \frac{yz}{yw} = \frac{xw + yz}{yw}; \quad x, z \in \mathbb{Z} \land y, w \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$$



22 / 110

#### Seštevanje ulomkov

Ulomke **seštevamo** tako, da jih razširimo na skupni imenovalec, nato seštejemo števce, imenovalce pa prepišemo.

$$\frac{x}{y} + \frac{z}{w} = \frac{xw}{yw} + \frac{yz}{yw} = \frac{xw + yz}{yw}; \quad x, z \in \mathbb{Z} \land y, w \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$$

#### Odštevanie ulomkov



22 / 110

#### Seštevanje ulomkov

Ulomke **seštevamo** tako, da jih razširimo na skupni imenovalec, nato seštejemo števce, imenovalce pa prepišemo.

$$\frac{x}{y} + \frac{z}{w} = \frac{xw}{yw} + \frac{yz}{yw} = \frac{xw + yz}{yw}; \quad x, z \in \mathbb{Z} \land y, w \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$$

#### Odštevanje ulomkov

Ulomke **odštevamo** tako, da prištejemo nasprotni ulomek.



22 / 110

#### Seštevanje ulomkov

Ulomke seštevamo tako, da jih razširimo na skupni imenovalec, nato seštejemo števce. imenovalce pa prepišemo.

$$\frac{x}{y} + \frac{z}{w} = \frac{xw}{yw} + \frac{yz}{yw} = \frac{xw + yz}{yw}; \quad x, z \in \mathbb{Z} \land y, w \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$$

#### Odštevanje ulomkov

Ulomke **odštevamo** tako, da prištejemo nasprotni ulomek.

$$\frac{x}{y} - \frac{z}{w} = \frac{x}{y} + \left(-\frac{z}{w}\right) = \frac{xw}{yw} + \frac{-yz}{yw} = \frac{xw - yz}{yw}; \quad x, z \in \mathbb{Z} \land y, w \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$$

4□ → 4□ → 4 □ → 4 □ → 9 0 ○ Jan Kastelic (GAA)



Izračunajte.



Izračunajte.

• 
$$\frac{5}{7} + \frac{1}{14}$$

• 
$$\frac{2}{9} - \frac{1}{3}$$

• 
$$\frac{3}{8} + 1\frac{1}{2}$$

• 
$$1-\frac{5}{6}$$



Izračunajte.



10. januar 2025

Izračunajte.

$$\bullet$$
  $\left(\frac{2}{3}-2\frac{1}{4}\right)+\frac{1}{12}$ 

$$\bullet$$
  $\frac{2}{7} - \frac{3}{4} + \left(\frac{1}{2} - 2\right)$ 

$$\bullet \left(\frac{2}{3} - \left(\frac{1}{3} - 3\right) + \frac{1}{4}\right) - \frac{1}{2}$$

• 
$$1 - \left(2 - \left(3 - 4 - \left(5 - \frac{1}{2}\right)\right) + \frac{1}{3}\right)$$



Poenostavite.



25 / 110

Poenostavite.

$$\bullet \ \frac{x}{x-1} - \frac{x}{x+1}$$

$$\bullet$$
  $\frac{3}{x^2} + \frac{4}{x^3} - \frac{1}{x}$ 

$$\bullet$$
  $\frac{3}{x^2-4x}-\left(\frac{1}{x-4}+\frac{2}{x^2-5x+4}\right)$ 

$$\bullet \ \frac{2}{xy} + \frac{3}{x} - \frac{2}{y}$$

 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 10. januar 2025
 25 / 110

Poenostavite.



Poenostavite.

$$\bullet \frac{(x-3)^2 + (x+3)^2}{x^2 - 9} - \frac{3x^2}{2x^2 - x^2}$$

$$\bullet \frac{(a-3)^3 - (a-1)^3 + 26}{6a} + \left(-\frac{1}{2}\right)^{-1}$$

• 
$$\frac{x^3 - 2x^2 - x + 2}{-x(1-x) - 2} - \left(\frac{x-1}{x} - 1\right)^{-1}$$

$$\bullet \left(\frac{x}{2} - \left(\frac{x}{3} - \left(\frac{x}{4} - \frac{x}{5}\right)\right)\right) - \left(\frac{60}{x}\right)^{-1}$$



10. januar 2025

Jan Kastelic (GAA)

Množenje ulomkov



10. januar 2025

Jan Kastelic (GAA)

#### Množenje ulomkov

Ulomka **množimo** tako, da števce množimo s števci, imenovalce pa množimo z imenovalci.



27 / 110

#### Množenje ulomkov

Ulomka **množimo** tako, da števce množimo s števci, imenovalce pa množimo z imenovalci.

$$\frac{x}{y} \cdot \frac{z}{w} = \frac{xz}{yw}; \quad x, z \in \mathbb{Z} \land y, w \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$$



27 / 110

#### Množenje ulomkov

Ulomka **množimo** tako, da števce množimo s števci, imenovalce pa množimo z imenovalci.

$$\frac{x}{y} \cdot \frac{z}{w} = \frac{xz}{yw}; \quad x, z \in \mathbb{Z} \land y, w \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$$

Produkt danega in njemu obratnega ulomka je enak 1.



27 / 110

#### Množenje ulomkov

Ulomka **množimo** tako, da števce množimo s števci, imenovalce pa množimo z imenovalci.

$$\frac{x}{y} \cdot \frac{z}{w} = \frac{xz}{yw}; \quad x, z \in \mathbb{Z} \land y, w \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$$

Produkt danega in njemu obratnega ulomka je enak 1.

$$\frac{x}{y} \cdot \left(\frac{x}{y}\right)^{-1} = \frac{x}{y} \cdot \frac{y}{x} = 1$$



27 / 110



### ${\sf Naloga}$

Izračunajte.



Izračunajte.

$$\bullet \ \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{7}$$

$$\bullet \ \frac{-2}{13} \cdot \left(-\frac{39}{4}\right)$$

• 
$$\frac{2}{5} \cdot \frac{4}{9}$$

• 
$$2\frac{1}{3} \cdot 3\frac{3}{4}$$

$$\bullet \frac{-2}{5} \cdot 4\frac{2}{7}$$

• 
$$3 \cdot \frac{2}{3}$$



10. januar 2025

Poenostavite.



Poenostavite.

$$\bullet \ \frac{x^2 - 9}{x^2 + 3x + 9} \cdot \frac{x^3 - 27}{x^2 - 6x + 9}$$

$$\bullet \ \frac{x^2 + 5x}{-x + 2} \cdot \frac{2x^2 - 8}{x^2 + 7x + 10}$$

$$\bullet \ \frac{x^3 - 4x^2 - 4x + 16}{2x + 4} \cdot \frac{6x}{3x - 6}$$

$$\bullet \ 2 \cdot \frac{x}{x-1} \cdot \frac{x^2-1}{x^2+x}$$

Poenostavite.



10. januar 2025

Poenostavite.

$$\bullet \ \frac{x^2 - 4}{x^2 - 1} \cdot \frac{x^3 - 1}{x^3 + x^2 + x} \cdot \frac{x^2 + x}{2 - x}$$

$$\bullet \left( \left( x - y + \left( \frac{x + y}{2xy} \right)^{-1} \right) \cdot \left( \frac{1}{x + y} \right)^{-1} - 2xy \right) \cdot (x - y)^{-1}$$

• 
$$\left(xy + y^2 - \frac{xy + y^2}{3xy - 3x^2}\right) \cdot \left(\frac{x + y}{3x}\right)^{-1} - \left(-\frac{y - x}{y}\right)^{-1}$$

# Deljenje ulomkov



Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

# Deljenje ulomkov

Deljenje ulomkov



10. januar 2025

Jan Kastelic (GAA)

#### Deljenje ulomkov

Ulomek **delimo** z neničelnim ulomkom tako, da prvi ulomek množimo z obratno vrednostjo drugega ulomka.



31 / 110

#### Deljenje ulomkov

Ulomek **delimo** z neničelnim ulomkom tako, da prvi ulomek množimo z obratno vrednostjo drugega ulomka.

$$\frac{x}{y}:\frac{z}{w}=\frac{x}{y}\cdot\left(\frac{z}{w}\right)^{-1}=\frac{x}{y}\cdot\frac{w}{z}=\frac{xw}{yz};\quad x\in\mathbb{Z}\wedge y,z,w\in\mathbb{Z}\setminus\{0\}$$



31 / 110

#### Deljenje ulomkov

Ulomek **delimo** z neničelnim ulomkom tako, da prvi ulomek množimo z obratno vrednostjo drugega ulomka.

$$\frac{x}{y}: \frac{z}{w} = \frac{x}{y} \cdot \left(\frac{z}{w}\right)^{-1} = \frac{x}{y} \cdot \frac{w}{z} = \frac{xw}{yz}; \quad x \in \mathbb{Z} \land y, z, w \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$$

Deljenju ulomkov lahko zapišemo kot dvojni ulomek.



31 / 110

#### Deljenje ulomkov

Ulomek **delimo** z neničelnim ulomkom tako, da prvi ulomek množimo z obratno vrednostjo drugega ulomka.

$$\frac{x}{y}: \frac{z}{w} = \frac{x}{y} \cdot \left(\frac{z}{w}\right)^{-1} = \frac{x}{y} \cdot \frac{w}{z} = \frac{xw}{yz}; \quad x \in \mathbb{Z} \land y, z, w \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$$

Deljenju ulomkov lahko zapišemo kot dvojni ulomek.

$$\frac{x}{y}: \frac{z}{w} = \frac{\frac{x}{y}}{\frac{z}{w}}; \quad x \in \mathbb{Z} \land y, z, w \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$$

→□▶→□▶→□▶→□▶ □ 900

31 / 110

10. januar 2025

Izračunajte.



Izračunajte.

- 2:  $\frac{4}{5}$
- $1\frac{2}{3}:2\frac{5}{6}$
- $\frac{7}{12}$  : 14
- $\frac{3}{8}$  :  $\frac{9}{32}$

Jan Kastelic (GAA)

Izračunajte.



10. januar 2025

#### Izračunajte.

• 
$$\frac{\frac{3}{4}}{\frac{6}{1}}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\bullet$$
  $\frac{3}{5}$ 

$$\begin{array}{c}
\frac{2}{-5} \\
\frac{-1}{5}
\end{array}$$

$$\bullet \frac{\frac{5}{5}}{-2}$$

$$-\frac{1}{2}$$

Poenostavite.



34 / 110

Poenostavite.

• 
$$\frac{x^2+x-6}{x+2}$$
:  $(x-2)$ 

• 
$$\frac{x-1}{2x^2-4x}$$
 :  $\frac{x^2}{x-2}$ 

• 
$$x : \frac{x^2 + x}{x^3 + 1}$$



Poenostavite.



#### Poenostavite.

$$\bullet \ \frac{x-1}{x^2+4} : \frac{1-x^2}{x-2}$$

• 
$$\frac{x-2}{(x+2)^{-1}}:\left(\frac{1}{x^2-1}\right)^{-1}$$

$$\bullet$$
  $\frac{3-x}{2-x}$  :  $\frac{x-3}{x-2}$ 



 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 10. januar 2025
 36 / 110

Za ulomka  $\frac{x}{v}$  in  $\frac{z}{w}$   $(y, w \notin \{0\})$  velja natanko ena izmed treh možnosti:



36 / 110

Za ulomka  $\frac{x}{v}$  in  $\frac{z}{w}$   $(y, w \notin \{0\})$  velja natanko ena izmed treh možnosti:

• prvi ulomek je večji od drugega  $\frac{x}{v} \ge \frac{z}{w}$  natanko tedaj, ko je  $xw \ge yz$ ;



36 / 110

Za ulomka  $\frac{x}{v}$  in  $\frac{z}{w}$   $(y, w \notin \{0\})$  velja natanko ena izmed treh možnosti:

- prvi ulomek je večji od drugega  $\frac{x}{y} \ge \frac{z}{w}$  natanko tedaj, ko je  $xw \ge yz$ ;
- ② drugi ulomek je večji od prvega  $\frac{x}{v} \leq \frac{z}{w}$  natanko tedaj, ko je  $xw \leq yz$ ;



36 / 110

Za ulomka  $\frac{x}{v}$  in  $\frac{z}{w}$   $(y, w \notin \{0\})$  velja natanko ena izmed treh možnosti:

- prvi ulomek je večji od drugega  $\frac{x}{v} \ge \frac{z}{w}$  natanko tedaj, ko je  $xw \ge yz$ ;
- ② drugi ulomek je večji od prvega  $\frac{x}{v} \leq \frac{z}{w}$  natanko tedaj, ko je  $xw \leq yz$ ;
- 1 ulomka sta enaka  $\frac{x}{y} = \frac{z}{w}$  natanko tedaj, ko je xw = yz oziroma  $\frac{x}{y} \le \frac{z}{w} \wedge \frac{x}{y} \ge \frac{z}{w}$ .

<□ > < □ > < □ > < Ē > < Ē > Ē < ♡ < ♡

36 / 110

Za ulomka  $\frac{x}{v}$  in  $\frac{z}{w}$   $(y, w \notin \{0\})$  velja natanko ena izmed treh možnosti:

- prvi ulomek je večji od drugega  $\frac{x}{v} \ge \frac{z}{w}$  natanko tedaj, ko je  $xw \ge yz$ ;
- ② drugi ulomek je večji od prvega  $\frac{x}{v} \leq \frac{z}{w}$  natanko tedaj, ko je  $xw \leq yz$ ;
- 1 ulomka sta enaka  $\frac{x}{y} = \frac{z}{w}$  natanko tedaj, ko je xw = yz oziroma  $\frac{x}{y} \le \frac{z}{w} \land \frac{x}{y} \ge \frac{z}{w}$ .

Enaka ulomka predstavljata isto racionalno število.

36 / 110

Slika večjega racionalnega števila  $\frac{x}{y}$  je na številski premici desno od slike manjšega racionalnega števila  $\frac{z}{y}$ .



37 / 110

Slika večjega racionalnega števila  $\frac{x}{y}$  je na številski premici desno od slike manjšega racionalnega števila  $\frac{z}{y}$ .



37 / 110

Slika večjega racionalnega števila  $\frac{x}{y}$  je na številski premici desno od slike manjšega racionalnega števila  $\frac{z}{w}$ .



Slike pozitivnih racionalnih števil ležijo desno, slike negativnih racionalnih števil pa levo od koordinatnega izhodišča.

37 / 110

Slika večjega racionalnega števila  $\frac{x}{y}$  je na številski premici desno od slike manjšega racionalnega števila  $\frac{z}{y}$ .



Slike pozitivnih racionalnih števil ležijo desno, slike negativnih racionalnih števil pa levo od koordinatnega izhodišča.

$$\mathbb{Q}^ \mathbb{Q}^+$$
negativna števila pozitivna števila

Jan Kastelic (GAA)

Slika večjega racionalnega števila  $\frac{x}{y}$  je na številski premici desno od slike manjšega racionalnega števila  $\frac{z}{w}$ .



Slike pozitivnih racionalnih števil ležijo desno, slike negativnih racionalnih števil pa levo od koordinatnega izhodišča.

V množici ulomkov velja, da je vsak negativen ulomek manjši od vsakega pozitivnega ulomka.

Jan Kastelic (GAA)

38 / 110

Za to relacijo linearne urejenosti veljajo naslednje lastnosti:

◆□▶◆□▶◆壹▶◆壹▶ 壹 釣९○

38 / 110

Za to relacijo linearne urejenosti veljajo naslednje lastnosti:

• refleksivnost: 
$$\forall \frac{x}{y} \in \mathbb{Q} : \frac{x}{y} \leq \frac{x}{y}$$
;

38 / 110

Za to relacijo linearne urejenosti veljajo naslednje lastnosti:

- refleksivnost:  $\forall \frac{x}{y} \in \mathbb{Q} : \frac{x}{y} \leq \frac{x}{y}$ ;
- $\bullet \ \ \text{antisimetričnost} \colon \, \forall \frac{x}{y}, \frac{z}{w} \in \mathbb{Q} : \frac{x}{y} \leq \frac{z}{w} \land \frac{z}{w} \leq \frac{x}{y} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{z}{w};$



38 / 110

Za to relacijo linearne urejenosti veljajo naslednje lastnosti:

- refleksivnost:  $\forall \frac{x}{y} \in \mathbb{Q} : \frac{x}{y} \leq \frac{x}{y}$ ;
- $\bullet \ \ \text{antisimetričnost} : \ \forall \frac{x}{y}, \frac{z}{w} \in \mathbb{Q} : \frac{x}{y} \leq \frac{z}{w} \land \frac{z}{w} \leq \frac{x}{y} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{z}{w};$
- tranzitivnost:  $\forall \frac{x}{y}, \frac{z}{w}, \frac{r}{q} \in \mathbb{Q} : \frac{x}{y} \leq \frac{z}{w} \land \frac{z}{w} \leq \frac{r}{q} \Rightarrow \frac{x}{y} \leq \frac{r}{q}$  in

38 / 110

Za to relacijo linearne urejenosti veljajo naslednje lastnosti:

- refleksivnost:  $\forall \frac{x}{y} \in \mathbb{Q} : \frac{x}{y} \leq \frac{x}{y}$ ;
- $\bullet \ \ \text{antisimetričnost} : \ \forall \frac{x}{y}, \frac{z}{w} \in \mathbb{Q} : \frac{x}{y} \leq \frac{z}{w} \land \frac{z}{w} \leq \frac{x}{y} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{z}{w};$
- $\bullet \ \ \textbf{tranzitivnost} \colon \, \forall \frac{x}{y}, \frac{z}{w}, \frac{r}{q} \in \mathbb{Q} : \frac{x}{y} \leq \frac{z}{w} \land \frac{z}{w} \leq \frac{r}{q} \Rightarrow \frac{x}{y} \leq \frac{r}{q} \ \text{in}$
- stroga sovisnost:  $\forall \frac{x}{y}, \frac{z}{w} \in \mathbb{Q} : \frac{x}{y} \le \frac{z}{w} \lor \frac{z}{w} \le \frac{x}{y}$ .



38 / 110

Za to relacijo linearne urejenosti veljajo naslednje lastnosti:

- refleksivnost:  $\forall \frac{x}{y} \in \mathbb{Q} : \frac{x}{y} \leq \frac{x}{y}$ ;
- $\bullet \ \ \text{antisimetričnost} : \ \forall \frac{x}{y}, \frac{z}{w} \in \mathbb{Q} : \frac{x}{y} \leq \frac{z}{w} \land \frac{z}{w} \leq \frac{x}{y} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{z}{w};$
- $\bullet \ \ \textbf{tranzitivnost} \colon \, \forall \frac{x}{y}, \frac{z}{w}, \frac{r}{q} \in \mathbb{Q} : \frac{x}{y} \leq \frac{z}{w} \land \frac{z}{w} \leq \frac{r}{q} \Rightarrow \frac{x}{y} \leq \frac{r}{q} \ \text{in}$
- stroga sovisnost:  $\forall \frac{x}{y}, \frac{z}{w} \in \mathbb{Q} : \frac{x}{y} \le \frac{z}{w} \lor \frac{z}{w} \le \frac{x}{y}$ .

Množica racionalnih števil pa je tudi **delno urejena**, in sicer z relacijo *biti manjši* (<) oziroma *biti večji* (>).

38 / 110

Množica racionalnih števil je **linearno urejena** z relacijo *biti manjši ali enak* ( $\leq$ ) oziroma *biti večji ali enak* ( $\geq$ ).

Za to relacijo linearne urejenosti veljajo naslednje lastnosti:

- refleksivnost:  $\forall \frac{x}{y} \in \mathbb{Q} : \frac{x}{y} \leq \frac{x}{y}$ ;
- antisimetričnost:  $\forall \frac{x}{y}, \frac{z}{w} \in \mathbb{Q} : \frac{x}{y} \leq \frac{z}{w} \land \frac{z}{w} \leq \frac{x}{y} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{z}{w};$
- tranzitivnost:  $\forall \frac{x}{y}, \frac{z}{w}, \frac{r}{q} \in \mathbb{Q} : \frac{x}{y} \leq \frac{z}{w} \land \frac{z}{w} \leq \frac{r}{q} \Rightarrow \frac{x}{y} \leq \frac{r}{q}$  in
- stroga sovisnost:  $\forall \frac{x}{y}, \frac{z}{w} \in \mathbb{Q} : \frac{x}{y} \le \frac{z}{w} \lor \frac{z}{w} \le \frac{x}{y}$ .

Množica racionalnih števil pa je tudi **delno urejena**, in sicer z relacijo *biti manjši* (<) oziroma *biti večji* (>).

Tedaj veljajo le lastnosti: **refleksivnost**, **antisimetričnost** in **tranzitivnost**.

Urejenost racionalnih števil

39 / 110



Jan Kastelic (GAA)

Če na obeh straneh neenakosti prištejemo isto število, se neenakost ohrani.

< □ > < □ > < 亘 > < 亘 > 亘 釣へ()

39 / 110

Če na obeh straneh neenakosti prištejemo isto število, se neenakost ohrani.

$$\frac{x}{y} < \frac{z}{w} \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{y} + \frac{r}{q} < \frac{z}{w} + \frac{r}{q}$$

 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 10. januar 2025
 39 / 110

Če na obeh straneh neenakosti prištejemo isto število, se neenakost ohrani.

$$\frac{x}{y} < \frac{z}{w} \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{y} + \frac{r}{q} < \frac{z}{w} + \frac{r}{q}$$

Pri množenju neenakosti s pozitivnim številom se znak neenakosti ohrani.



39 / 110

Če na obeh straneh neenakosti prištejemo isto število, se neenakost ohrani.

$$\frac{x}{y} < \frac{z}{w} \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{y} + \frac{r}{q} < \frac{z}{w} + \frac{r}{q}$$

Pri množenju neenakosti s pozitivnim številom se znak neenakosti ohrani.

$$\frac{x}{y} < \frac{z}{w} \quad \land \quad \frac{r}{q} > 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{y} \cdot \frac{r}{q} < \frac{z}{w} \cdot \frac{r}{q}$$

39 / 110

Če na obeh straneh neenakosti prištejemo isto število, se neenakost ohrani.

$$\frac{x}{y} < \frac{z}{w} \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{y} + \frac{r}{q} < \frac{z}{w} + \frac{r}{q}$$

Pri množenju neenakosti s pozitivnim številom se znak neenakosti ohrani.

$$\frac{x}{y} < \frac{z}{w} \quad \land \quad \frac{r}{q} > 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{y} \cdot \frac{r}{q} < \frac{z}{w} \cdot \frac{r}{q}$$

Pri množenju neenakosti s negativnim številom se znak neenakosti obrne.



39 / 110

Če na obeh straneh neenakosti prištejemo isto število, se neenakost ohrani.

$$\frac{x}{y} < \frac{z}{w} \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{y} + \frac{r}{q} < \frac{z}{w} + \frac{r}{q}$$

Pri množenju neenakosti s pozitivnim številom se znak neenakosti ohrani.

$$\frac{x}{y} < \frac{z}{w} \quad \land \quad \frac{r}{q} > 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{y} \cdot \frac{r}{q} < \frac{z}{w} \cdot \frac{r}{q}$$

Pri množenju neenakosti s negativnim številom se znak neenakosti obrne.

$$\frac{x}{y} < \frac{z}{w} \quad \land \quad \frac{r}{q} < 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{y} \cdot \frac{r}{q} > \frac{z}{w} \cdot \frac{r}{q}$$

Urejenost racionalnih števil

40 / 110

Kateri od ulomkov je večji?



Jan Kastelic (GAA)

Kateri od ulomkov je večji?

- $\frac{3}{7}, \frac{3}{8}$
- $\frac{7}{3}, \frac{8}{3}$
- $\frac{2}{5}$ ,  $\frac{3}{10}$
- $\frac{1}{100}$ ,  $\frac{1}{200}$

Urejenost racionalnih števil

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 10. januar 2025 41 / 110

Katero število je za 
$$\frac{3}{5}$$
 večje od  $\frac{2}{3}$ ?



41 / 110

Katero število je za  $\frac{3}{5}$  večje od  $\frac{2}{3}$ ?

Naloga

Katero število je za  $\frac{1}{3}$  manjše od  $\frac{7}{9}$ ?



41 / 110

Urejenost racionalnih števil

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 10. januar 2025 42 / 110

Ulomke uredite po velikosti od večjega k manjšemu.



42 / 110

Ulomke uredite po velikosti od večjega k manjšemu.

• 
$$\frac{2}{5}$$
,  $\frac{3}{10}$ ,  $\frac{8}{9}$  in  $\frac{7}{8}$ 

$$\bullet$$
  $-\frac{1}{2}$ ,  $\frac{-1}{3}$ ,  $\frac{-3}{4}$  in  $\frac{2}{-5}$ 



42 / 110

Urejenost racionalnih števil

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 10. januar 2025 43 / 110

Ali obstajajo ulomki z imenovalcem 25, ki so med  $\frac{4}{9}$  in  $\frac{5}{9}$ ? Če obstajajo, jih zapišite.



43 / 110

Ali obstajajo ulomki z imenovalcem 25, ki so med  $\frac{4}{9}$  in  $\frac{5}{9}$ ? Če obstajajo, jih zapišite.

## Naloga

Ali obstajajo ulomki z imenovalcem 100, ki so med  $\frac{13}{53}$  in  $\frac{14}{53}$ ? Če obstajajo, jih zapišite.



43 / 110



 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 10. januar 2025
 44 / 110

Naravna števila so enaka pozitivnim celim številom, torej so potence s pozitivnimi celimi eksponenti enake potencam z naravnimi eksponenti.



44 / 110

Naravna števila so enaka pozitivnim celim številom, torej so potence s pozitivnimi celimi eksponenti enake potencam z naravnimi eksponenti.

Potenca z eksponentom enakim 0 je definirana kot:



44 / 110

Naravna števila so enaka pozitivnim celim številom, torej so potence s pozitivnimi celimi eksponenti enake potencam z naravnimi eksponenti.

Potenca z eksponentom enakim 0 je definirana kot:

$$x^0 = \begin{cases} 1; & x \neq 0; \end{cases}$$



44 / 110

Naravna števila so enaka pozitivnim celim številom, torej so potence s pozitivnimi celimi eksponenti enake potencam z naravnimi eksponenti.

Potenca z eksponentom enakim 0 je definirana kot:

$$x^0 = \begin{cases} 1; & x \neq 0; \\ 0; & x = 0. \end{cases}$$



44 / 110

Naravna števila so enaka pozitivnim celim številom, torej so potence s pozitivnimi celimi eksponenti enake potencam z naravnimi eksponenti.

Potenca z eksponentom enakim 0 je definirana kot:

$$x^0 = \begin{cases} 1; & x \neq 0; \\ 0; & x = 0. \end{cases}$$

Potenca z negativnim celim eksponentom pa je definirana kot:



44 / 110

Naravna števila so enaka pozitivnim celim številom, torej so potence s pozitivnimi celimi eksponenti enake potencam z naravnimi eksponenti.

Potenca z eksponentom enakim 0 je definirana kot:

$$x^0 = \begin{cases} 1; & x \neq 0; \\ 0; & x = 0. \end{cases}$$

Potenca z negativnim celim eksponentom pa je definirana kot:

$$x^{-n} = \frac{1}{x^n}; \quad x \notin \{0\}, n \in \mathbb{N}.$$

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 10. januar 2025 44 / 110



 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 10. januar 2025
 45 / 110

V spodaj zapisanih pravilih upoštevamo realni osnovi  $x,y\in\mathbb{R}$  in cele eksponente  $m,n\in\mathbb{Z}$ .



 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 10. januar 2025
 45 / 110

V spodaj zapisanih pravilih upoštevamo realni osnovi  $x,y\in\mathbb{R}$  in cele eksponente  $m,n\in\mathbb{Z}$ .

$$x^n \cdot x^m = x^{n+m}$$



45 / 110

V spodaj zapisanih pravilih upoštevamo realni osnovi  $x, y \in \mathbb{R}$  in cele eksponente  $m, n \in \mathbb{Z}$ .

- $x^n \cdot x^m = x^{n+m}$
- $x^n \cdot y^n = (xy)^n$



 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 10. januar 2025
 45 / 110

V spodaj zapisanih pravilih upoštevamo realni osnovi  $x, y \in \mathbb{R}$  in cele eksponente  $m, n \in \mathbb{Z}$ .

- $x^n \cdot x^m = x^{n+m}$
- $x^n \cdot y^n = (xy)^n$
- $(x^n)^m = x^{nm}$

45 / 110

V spodaj zapisanih pravilih upoštevamo realni osnovi  $x,y\in\mathbb{R}$  in cele eksponente  $m,n\in\mathbb{Z}.$ 

- $x^n \cdot x^m = x^{n+m}$
- $x^n \cdot y^n = (xy)^n$
- $(x^n)^m = x^{nm}$
- $x^n : x^m = \frac{x^n}{x^m} = x^{n-m}$



45 / 110

V spodaj zapisanih pravilih upoštevamo realni osnovi  $x, y \in \mathbb{R}$  in cele eksponente  $m, n \in \mathbb{Z}$ .

- $x^n \cdot x^m = x^{n+m}$
- $x^n \cdot y^n = (xy)^n$
- $(x^n)^m = x^{nm}$
- $x^n : x^m = \frac{x^n}{x^m} = x^{n-m}$
- $x^n: y^n = \frac{x^n}{y^n} = \left(\frac{x}{y}\right)^n; \quad y \neq 0$



45 / 110

Potence s celimi eksponenti

46 / 110



#### Poenostavite.

• 
$$x^{10}: x^5$$

• 
$$b^4 : b^{-11}$$

• 
$$y^{-3}: y^2$$

10. januar 2025

Potence s celimi eksponenti



Poenostavite.

$$\bullet \ \frac{2^{10}a^4b^{-4}}{2^{-2}a^{-2}b}$$

$$\bullet \ \frac{3^{10}x^{-12}y^{-20}}{6^{10}x^2y^{-3}}$$

10. januar 2025

Potence s celimi eksponenti

48 / 110



Poenostavite.

$$\bullet \left(\frac{-2^5 a^{-4} b^3}{2^{-2} a b^{-2}}\right)^2 : \left(-\frac{a^2 b^4}{2^3 a^{-2}}\right)^3$$

$$\bullet \left(\frac{-3^4 x^{-2} y^3}{x^3 z^2}\right)^{-4} \cdot \left(\frac{3^5 x^2 z^{-2}}{y^{-3}}\right)^3$$

$$\bullet \ -\frac{5^5 a^4 b^{-3}}{a^{-3} b^2} : \left(-\frac{5^2 a^{-2} b}{a^2}\right)^2$$



48 / 110

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

Potence s celimi eksponenti

49 / 110



$$\bullet \ \frac{x^{-2} + x^{-1}}{x^{-3} + x^{-2}}$$

$$\bullet \ \frac{x^{-1} + x^{-2} + x^{-3}}{x^{-4} - x^{-1}}$$

$$\frac{1+x^{-2}}{x^{-4}-1}$$

$$\bullet \ \frac{x^{-2} + x^{-3}}{x^{-3} - x^{-2}}$$

Potence s celimi eksponenti

50 / 110



$$\bullet \ \frac{3^{n+2}-2\cdot 3^{n-1}}{3^{n-2}+3^n}$$

$$\bullet \frac{5^{2n} + 5^{2n-1} - 2 \cdot 5^{2n+1}}{25^n}$$

$$\bullet \frac{7^{3n-3} + 3 \cdot 7^{3n-2} - 7^{3n-4}}{7^{3n-2} - 7^{3n-1}}$$

$$\bullet \ \frac{2^{n-1}+3\cdot 2^n}{4^n+5\cdot 2^{2n-1}}$$

Potence s celimi eksponenti

Napišite brez negativnih eksponentov.



51/110

Napišite brez negativnih eksponentov.

$$x^{-1} + 2x^{-2}$$

• 
$$1 - x^{-1} - x^{-2}$$

• 
$$\frac{1}{x^{-1}} + x^{-1}$$

$$\bullet \left(\frac{\frac{2}{x^{-2}}}{(x^{-2})^{-1}}\right)^{-1}$$

Potence s celimi eksponenti

52 / 110



• 
$$(x-x^{-1})\cdot(x^2-1)^{-1}$$

$$\bullet \ \frac{x^{-2} + x^{-1}}{x^{-2} - x^{-1}} - (1 - x)^{-1}$$

$$\bullet \left(\frac{x^{-3}-x^{-1}}{1-x^{-2}}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{x}\right)^{-1}$$

$$(x^{-2}-2x^{-1}+1)^{-1}-(x-1)^{-2}$$



10. januar 2025

Jan Kastelic (GAA)

Vsako racionalno število lahko zapišemo na dva načina:



53 / 110

Vsako racionalno število lahko zapišemo na dva načina:

• z ulomkom in



53 / 110

Vsako racionalno število lahko zapišemo na dva načina:

- z ulomkom in
- z decimalnim zapisom.



53 / 110

Vsako racionalno število lahko zapišemo na dva načina:

- z ulomkom in
- z decimalnim zapisom.

**Decimalni zapis** sestavljajo tri komponente:



53 / 110

Vsako racionalno število lahko zapišemo na dva načina:

- z ulomkom in
- z decimalnim zapisom.

**Decimalni zapis** sestavljajo tri komponente:

• celi del,



53 / 110

Vsako racionalno število lahko zapišemo na dva načina:

- z ulomkom in
- z decimalnim zapisom.

**Decimalni zapis** sestavljajo tri komponente:

- celi del,
- decimalna pika oziroma decimalna vejica in



53 / 110

Vsako racionalno število lahko zapišemo na dva načina:

- z ulomkom in
- z decimalnim zapisom.

#### **Decimalni zapis** sestavljajo tri komponente:

- celi del,
- decimalna pika oziroma decimalna vejica in
- ulomljeni del.



53 / 110

Vsako racionalno število lahko zapišemo na dva načina:

- z ulomkom in
- z decimalnim zapisom.

#### **Decimalni zapis** sestavljajo tri komponente:

- celi del.
- decimalna pika oziroma decimalna vejica in
- ulomljeni del.

Decimalni zapis racionalnega števila (zapisanega z ulomkom) dobimo tako, da števec ulomka delimo z njegovim imenovalcem.



Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

Končen decimalni zapis dobimo pri desetiških/decimalnih ulomkih.



54 / 110

Končen decimalni zapis dobimo pri desetiških/decimalnih ulomkih.

To so ulomki, katerih imenovalec se lahko razširi na potenco števila 10, takšni imenovalci so oblike  $2^n \cdot 5^m$ .



54 / 110

Končen decimalni zapis dobimo pri desetiških/decimalnih ulomkih.

To so ulomki, katerih imenovalec se lahko razširi na potenco števila 10, takšni imenovalci so oblike  $2^n \cdot 5^m$ .

Neskončen periodičen decimalni zapis



54 / 110

Končen decimalni zapis dobimo pri desetiških/decimalnih ulomkih.

To so ulomki, katerih imenovalec se lahko razširi na potenco števila 10, takšni imenovalci so oblike  $2^n \cdot 5^m$ .

### Neskončen periodičen decimalni zapis

Neskončen periodičen decimalni zapis dobimo pri nedesetiških/nedecimalnih ulomkih.



54 / 110

Končen decimalni zapis dobimo pri desetiških/decimalnih ulomkih.

To so ulomki, katerih imenovalec se lahko razširi na potenco števila 10, takšni imenovalci so oblike  $2^n \cdot 5^m$ .

#### Neskončen periodičen decimalni zapis

Neskončen periodičen decimalni zapis dobimo pri nedesetiških/nedecimalnih ulomkih.

To so ulomki, katerih imenovalca ne moremo razširiti na potenco števila 10.



Jan Kastelic (GAA)MATEMATIKA10. januar 202554 / 110

Končen decimalni zapis dobimo pri desetiških/decimalnih ulomkih.

To so ulomki, katerih imenovalec se lahko razširi na potenco števila 10, takšni imenovalci so oblike  $2^n \cdot 5^m$ .

#### Neskončen periodičen decimalni zapis

Neskončen periodičen decimalni zapis dobimo pri nedesetiških/nedecimalnih ulomkih.

To so ulomki, katerih imenovalca ne moremo razširiti na potenco števila 10.

Najmanjšo skupino števk, ki se pri neskončnem periodičnem decimalnem zapisu ponavlja, imenujemo **perioda**.



Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 10. januar 2025 54 / 110

Končen decimalni zapis dobimo pri desetiških/decimalnih ulomkih.

To so ulomki, katerih imenovalec se lahko razširi na potenco števila 10, takšni imenovalci so oblike  $2^n \cdot 5^m$ .

#### Neskončen periodičen decimalni zapis

Neskončen periodičen decimalni zapis dobimo pri nedesetiških/nedecimalnih ulomkih.

To so ulomki, katerih imenovalca ne moremo razširiti na potenco števila 10.

Najmanjšo skupino števk, ki se pri neskončnem periodičnem decimalnem zapisu ponavlja, imenujemo **perioda**.

Označujemo jo s črtico nad to skupino števk.



 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 10. januar 2025
 54 / 110

Končen decimalni zapis dobimo pri desetiških/decimalnih ulomkih.

To so ulomki, katerih imenovalec se lahko razširi na potenco števila 10, takšni imenovalci so oblike  $2^n \cdot 5^m$ .

#### Neskončen periodičen decimalni zapis

Neskončen periodičen decimalni zapis dobimo pri nedesetiških/nedecimalnih ulomkih.

To so ulomki, katerih imenovalca ne moremo razširiti na potenco števila 10.

Najmanjšo skupino števk, ki se pri neskončnem periodičnem decimalnem zapisu ponavlja, imenujemo **perioda**.

Označujemo jo s črtico nad to skupino števk.

Glede na število števk, ki v njej nastopajo, določimo njen red.

Decimalni zapis

Zapišite z decimalnim zapisom.



55 / 110

Jan Kastelic (GAA)

### Zapišite z decimalnim zapisom.

- $\frac{3}{8}$
- $\frac{2}{125}$
- $\frac{6}{25}$
- $\frac{5}{6}$

 $\bullet$   $\frac{4}{9}$ 

- $\bullet$   $\frac{4}{15}$
- $\bullet$   $\frac{1}{7}$
- $\frac{11}{13}$

Decimalni zapis

Periodično decimalno število zapišite z okrajšanim ulomkom.



56 / 110

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 10. januar 2025

Periodično decimalno število zapišite z okrajšanim ulomkom.

- 0.24
- 0.9
- 1.√2
- 1.03̄
- 1.00√12



Decimalni zapis

57 / 110

Izračunajte.



• 
$$11.3 + 2.35$$

$$\bullet$$
 0.94 + 0.24

• 
$$5.6 - 2.9$$

$$0.2 - 1.25$$

• 
$$12.5 - 20.61$$

Decimalni zapis



### Izračunajte.

0.1 · 2.44

1.2 ⋅ 0.4

• 11 · 0.002

 $0.5 \cdot 0.04$ 

• 0.3:5

• 12.5 : 0.05

• 2:0.02

• 0.15:0.3

Decimalni zapis



Izračunajte.

$$\bullet$$
 (0.24 + 0.06): 5 - 1.2

• 
$$12:(1.2-0.2\cdot3)+1.2$$

$$(2-0.3:(0.025+0.035)) \cdot 0.11$$

$$\bullet$$
  $(1-0.2:(0.03+0.02))\cdot 1.5$ 

$$\bullet$$
 0.3 · (1.2 - 0.6 · (0.04 + 0.06))



59 / 110

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 10. januar 2025

# Section 2

# Realna števila



60 / 110

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 10. januar 2025

- Racionalna števila
- Realna števila
  - Realna števila
  - Kvadratni koren
  - Kubični koren
  - Interval
  - Reševanje enačb
  - Reševanje neenačb
  - Reševanje sistemov enačb
  - Obravnava enačb in neenačb
  - Sklepni račun
  - Odstotnii račun
  - Absolutna vrednost
  - 7 zokroževanie približki nanake



# Realna števila



Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

# Kvadratni koren



10. januar 2025

Jan Kastelic (GAA)

Kvadratni koren



# Izračunajte.

$$\bullet$$
  $\sqrt{49 \cdot 64}$ 

• 
$$\sqrt{4 \cdot 324}$$

• 
$$\sqrt{361 \cdot 16}$$

• 
$$\sqrt{-16 \cdot 25}$$

• 
$$\sqrt{3 \cdot 12}$$

• 
$$\sqrt{\frac{225}{289}}$$

• 
$$\sqrt{\frac{169}{256}}$$

• 
$$\sqrt{\frac{49}{123}}$$

• 
$$\sqrt{\frac{18}{32}}$$

Kvadratni koren



### Izračunajte.

$$\bullet \sqrt{\sqrt{16}}$$

• 
$$\sqrt{\sqrt{81}}$$

• 
$$\sqrt{\sqrt{256}}$$

• 
$$\sqrt{\sqrt{1}}$$

$$\bullet \sqrt{\sqrt{256}}$$





#### Izračunajte.

• 
$$\sqrt{e^{10}f^{26}}$$

• 
$$\sqrt{a^{20}b^4}$$

• 
$$\sqrt{(-x)^{20}y^4}$$

• 
$$\sqrt{3a^6 + a^6}$$



Kvadratni koren



### Izračunajte.

• 
$$\sqrt{16+36+12}$$

• 
$$\sqrt{121} + \sqrt{81}$$

• 
$$\sqrt{10+21+69}$$

• 
$$\sqrt{10+11-21}$$

• 
$$\sqrt{9+4-4}$$

• 
$$\sqrt{3 \cdot 4 + 2 \cdot 2}$$

$$\bullet$$
  $\sqrt{5\cdot7+1}$ 

$$\bullet \ \sqrt{8 \cdot 7 - 5 \cdot 4}$$

• 
$$\sqrt{10 \cdot 8 - 4 \cdot 4}$$

$$\sqrt{11 \cdot 5 + 2 \cdot 7 + 3 \cdot 4}$$

Kvadratni koren



Izračunajte.



# Naloga Izračunajte.

# • $\sqrt{20}$

• 
$$\sqrt{125}$$

• 
$$\sqrt{x^3}$$

• 
$$\sqrt{x^4y^5z^6}$$

• 
$$\sqrt{128a^{13}b^9}$$

• 
$$\sqrt{100x^2y^5 + 62x^2y^5}$$
;  $x, y \ge 0$ 

• 
$$\sqrt{8a^6b^5-12a^4b^6}$$
;  $a,b\geq 0$ 

10. januar 2025

Kvadratni koren



69 / 110

Izračunajte.



#### Izračunajte.

• 
$$\sqrt{44} + \sqrt{99}$$

• 
$$\sqrt{192} + \sqrt{147}$$

• 
$$\sqrt{180} - \sqrt{245} + 2\sqrt{500}$$

• 
$$\sqrt{243a^3b} + 2a\sqrt{48ab} - \sqrt{363a^2} \cdot \sqrt{ab}$$
;  $a, b \ge 0$ 

• 
$$\sqrt{3a^6 + a^6}$$



10. januar 2025

Kvadratni koren

Racionalizirajte imenovalec.



Racionalizirajte imenovalec.

$$\frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

• 
$$\frac{2}{5\sqrt{3}}$$

$$\bullet \ \frac{\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}$$

• 
$$\frac{1+\sqrt{5}}{2+\sqrt{5}}$$

• 
$$\frac{2-\sqrt{3}}{3+\sqrt{2}}$$

10. januar 2025

Kvadratni koren



Izračunajte.



Izračunajte.

• 
$$\frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{3}{\sqrt{2}}$$

• 
$$\frac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$$

• 
$$(2-\sqrt{3})^3$$

Kvadratni koren

Izračunajte.



Izračunajte.

• 
$$(2-\sqrt{5})^3-(1+2\sqrt{5})^2$$

• 
$$(2-\sqrt{3})^2+(2+\sqrt{3})^3$$

$$\bullet \left(1+\sqrt{5}\right)\sqrt{6-2\sqrt{5}}$$

• 
$$(3-\sqrt{5})\sqrt{14+6\sqrt{5}}$$

$$\bullet \left(\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)\sqrt{8-2\sqrt{15}}$$

72 / 110

# Kubični koren



Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

Kubični koren



74 / 110

10. januar 2025

Izračunajte.



## Izračunajte.

• 
$$\sqrt[3]{-1}$$

• 
$$\sqrt[3]{216}$$

• 
$$\sqrt[3]{\frac{64}{125}}$$

• 
$$\sqrt[3]{-\frac{27}{343}}$$

• 
$$\sqrt[3]{1\frac{488}{512}}$$

10. januar 2025

Kubični koren

Izračunajte.



Izračunajte.

• 
$$\sqrt{\sqrt{256}} - \frac{3 - \sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1} + \sqrt[3]{-8} + (2 - \sqrt{2})^2$$

$$\bullet \ \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}1} - \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1} + \sqrt{0.16} + \sqrt{0.64} - \sqrt[3]{-27} + \sqrt{48} - \sqrt{27}$$

• 
$$(1-\sqrt{5})^2-(1+\sqrt{5})^2+\frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2}-\sqrt{125}+\sqrt{245}$$



75 / 110



**Interval** je množica vseh realnih števil, ki ležijo med dvema danima številoma a in b, kjer je a < b. Števili a in b imenujemo **krajišči intervala**.

◆□▶◆□▶◆壹▶◆壹▶ 壹 めな○

76 / 110

**Interval** je množica vseh realnih števil, ki ležijo med dvema danima številoma a in b, kjer je a < b.

Števili a in b imenujemo **krajišči intervala**.

Vključenost krajišč



76 / 110

**Interval** je množica vseh realnih števil, ki ležijo med dvema danima številoma a in b, kjer je a < b.

Števili a in b imenujemo krajišči intervala.

### Vključenost krajišč

• Simbola "[" in "]" označujeta krajišče, ki spada k intervalu.



76 / 110

**Interval** je množica vseh realnih števil, ki ležijo med dvema danima številoma a in b, kjer je a < b.

Števili a in b imenujemo **krajišči intervala**.

### Vključenost krajišč

- Simbola "[" in "]" označujeta krajišče, ki spada k intervalu.
- Simbola "(" in ")" označujeta krajišče, ki ne spada k intervalu.



76 / 110

**Interval** je množica vseh realnih števil, ki ležijo med dvema danima številoma a in b, kjer je a < b.

Števili a in b imenujemo **krajišči intervala**.

### Vključenost krajišč

- Simbola "[" in "]" označujeta krajišče, ki spada k intervalu.
- Simbola "(" in ")" označujeta krajišče, ki ne spada k intervalu.

Pri zapisu intervalov moramo biti pozorni na zapis vrstnega reda števil, ki določata krajišči.

$$[a,b] \neq [b,a]$$



76 / 110



Zaprti interval



#### Zaprti interval



Vsebuje vsa realna števila med a in b, vključno s krajiščema a in b.



77 / 110

#### Zaprti interval

$$[\mathbf{a},\mathbf{b}] = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}; \mathbf{a} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{b}\}$$

Vsebuje vsa realna števila med a in b, vključno s krajiščema a in b.

#### Odprti interval



77 / 110

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

#### Zaprti interval

$$[\mathbf{a},\mathbf{b}]=\{\mathbf{x}\in\mathbb{R};\mathbf{a}\leq\mathbf{x}\leq\mathbf{b}\}$$

Vsebuje vsa realna števila med a in b, vključno s krajiščema a in b.

#### Odprti interval

$$(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}; \mathbf{a} < \mathbf{x} < \mathbf{b}\}$$

Vsebuje vsa realna števila med a in b, vendar ne vsebuje krajišč a in b.

4□ → 4□ → 4 ≧ → 4 ≧ → 9 Q €

77 / 110

#### Polodprti/polzaprti interval



78 / 110

#### Polodprti/polzaprti interval





Vsebuje vsa realna števila med a in b, vključno s krajiščem a, vendar ne vsebuje krajišča b.



78 / 110

#### Polodprti/polzaprti interval



Vsebuje vsa realna števila med a in b, vključno s krajiščem a, vendar ne vsebuje krajišča b.



Vsebuje vsa realna števila med a in b, vključno s krajiščem b, vendar ne vsebuje krajišča a.



78 / 110

Interval



Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

$$\bullet \ [\mathbf{a}, \infty) = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}; \mathbf{x} \geq \mathbf{a}\}$$



Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 10. j

- $\bullet \ [\mathbf{a}, \infty) = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}; \mathbf{x} \geq \mathbf{a}\}$
- $\bullet (\mathbf{a}, \infty) = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}; \mathbf{x} > \mathbf{a}\}$

- $\bullet \ [\mathbf{a}, \infty) = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}; \mathbf{x} \geq \mathbf{a}\}$
- $\bullet \ (\mathsf{a},\infty) = \{\mathsf{x} \in \mathbb{R}; \frac{\mathsf{x} > \mathsf{a}\}}{\mathsf{a}}$
- $\bullet \ (-\infty, \mathbf{b}] = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}; \mathbf{x} \leq \mathbf{b}\}$



$$\bullet \ [\mathsf{a},\infty) = \{\mathsf{x} \in \mathbb{R}; \mathsf{x} \geq \mathsf{a}\}$$

$$\bullet \ (\mathsf{a},\infty) = \{\mathsf{x} \in \mathbb{R}; \frac{\mathsf{x} > \mathsf{a}\}}{\mathsf{a}}$$

$$\bullet \ (-\infty, \mathbf{b}] = \{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}; \mathbf{x} \le \mathbf{b} \}$$

**ь**—

$$\bullet \ (-\infty, \mathbf{b}) = \{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}; \mathbf{x} < \mathbf{b} \}$$



79 / 110

$$\bullet \ [\mathbf{a}, \infty) = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}; \mathbf{x} \geq \mathbf{a}\}$$

$$\bullet \ (\mathsf{a},\infty) = \{\mathsf{x} \in \mathbb{R}; \frac{\mathsf{x} > \mathsf{a}\}}{\mathsf{a}}$$

$$\bullet \ (-\infty, \mathbf{b}] = \{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}; \mathbf{x} \le \mathbf{b} \}$$

$$\bullet \ (-\infty, \mathbf{b}) = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}; \mathbf{x} < \mathbf{b}\}$$

$$ullet$$
  $(-\infty,\infty)=\{\mathbf{x};\mathbf{x}\in\mathbb{R}\}=\mathbb{R}$ 



10. januar 2025

Interval

Zapišite kot interval.



80 / 110

Zapišite kot interval.

• 
$$\{x \in \mathbb{R}; -2 < x < 2\}$$

• 
$$\{x \in \mathbb{R}; 4 \le x \le 2\}$$

• 
$$\{x \in \mathbb{R}; -14 < x \le -9\}$$

Jan Kastelic (GAA)

Interval

Zapišite interval, ki je narisan na sliki.



Jan Kastelic (GAA)

81 / 110

Zapišite interval, ki je narisan na sliki.

0

•

•



Interval

Zapišite presek intervalov.



Zapišite presek intervalov.

• 
$$[0,2) \cap (-1,1]$$

• 
$$[-3,5] \cap (-3,5)$$

• 
$$[2,5) \cap [5,7)$$

• 
$$[-1,3) \cap (-4,-1]$$

• 
$$[4,6] \cap [-1,4]$$

• 
$$(-1,3) \cap [1,2)$$

82 / 110

Interval

Zapišite unijo intervalov.



10. januar 2025

Zapišite unijo intervalov.

•  $[0,2) \cup (-1,1]$ 

•  $[-3,5] \cup (-3,5)$ 

•  $[2,5) \cup [5,7)$ 

•  $[-1,3) \cup (-4,1]$ 

Interval

Zapišite razliko intervalov.



Zapišite razliko intervalov.

**●** [2, 3] \ [3, 4)

•  $(1,3) \setminus (3,4)$ 

•  $[2,5) \setminus (-1,2]$ 

•  $(2,8) \setminus [5,6)$ 

Interval

Izračunajte.



85 / 110

Izračunajte.

• 
$$([1,3) \setminus (1,4]) \cup (1,2)$$

• 
$$[-2,4] \setminus ((-1,2] \cap [0,3))$$

• 
$$((-2,3] \setminus [-3,2)) \cap [3,5)$$



Jan Kastelic (GAA)

# Reševanje enačb



86 / 110

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

Reševanje enačb



Rešite enačbe.



Rešite enačbe.

• 
$$3(2a-1)-5(a-2)=9$$

• 
$$2(y-2)+3(1-y)=7$$

• 
$$3(3-2(t-1))=3(5-t)$$

$$-(2-x) + 3(x+1) = x-5$$

Reševanje enačb

88 / 110

Rešite enačbe.



Rešite enačbe.

$$\bullet \ \frac{1}{5} - \frac{x-1}{2} = \frac{7}{10}$$

$$a-1 \over 3 + a+2 \over 6 = \frac{1}{2}$$

$$2\frac{2}{3} - \frac{3t+1}{6} = 0$$

Reševanje enačb

Rešite razcepne enačbe.



Rešite razcepne enačbe.

• 
$$x^2 - 3x = -2$$

• 
$$(x+2)^2 - (x-1)^3 = 8x^2 + x + 2$$

• 
$$x^4 = 16x^2$$

• 
$$(x^2 - 4x + 5)^2 - (x^2 + 4x + 1)^2 - 78 = 2x^2(x + 30) - 18(x + 1)^3$$

• 
$$x^3 - 4x^2 + 4 = x$$

• 
$$x^5 = 3x^4 - 2x^3$$

89 / 110

Reševanje enačb

Rešite enačbe.



90 / 110

Rešite enačbe.

$$\bullet \ \frac{x-1}{x+2} = \frac{x+1}{x-3}$$

$$\bullet$$
  $\frac{1}{a-1} - \frac{3}{a} = \frac{2}{a-1}$ 

$$2\frac{x-3}{x-2} + \frac{x+4}{x+1} = \frac{2x^2}{x^2 - x - 2}$$

$$\bullet \ \frac{1}{3a-1} + \frac{1}{3a+1} = \frac{a-1}{9a^2-1}$$

Reševanje enačb



Neznano število smo delili s 4 in dobljenemu količniku prišteli 1. Dobili smo enako, kot če bi istemu številu prišteli 10. Izračunajte neznano število.



91/110

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 10. januar 2025

Neznano število smo delili s 4 in dobljenemu količniku prišteli 1. Dobili smo enako, kot če bi istemu številu prišteli 10. Izračunajte neznano število.

# Naloga

Kvadrat neznanega števila je za 4 manjši od njegovega štirikratnika. Izračunajte neznano število.



91 / 110

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 10. januar 2025

Reševanje enačb

Avtomobil vozi s povprečno hitrostjo 50  $\frac{km}{h}$ , kolesar s povprečno hitrostjo 20  $\frac{km}{h}$ . Avtomobil gre iz Lendave v Ormož (približno 50 km), kolesar vozi v obratno smer. Koliko časa pred avtomobilom mora na pot kolesar, da se bosta srečala na polovici poti?



92 / 110

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 10. januar 2025

Avtomobil vozi s povprečno hitrostjo 50  $\frac{km}{h}$ , kolesar s povprečno hitrostjo 20  $\frac{km}{h}$ . Avtomobil gre iz Lendave v Ormož (približno 50 km), kolesar vozi v obratno smer. Koliko časa pred avtomobilom mora na pot kolesar, da se bosta srečala na polovici poti?

#### Naloga

Vsota števk dvomestnega števila je 3. Če zamenjamo njegovi števki, dobimo za 9 manjše število. Katero število je to?



92 / 110

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 10. januar 2025

Reševanje enačb

Andreja je bila ob rojstvu hčere Eve stara 38 let. Čez koliko let bo Andreja stara trikrat toliko kot Eva?



93 / 110

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 10. januar 2025

Andreja je bila ob rojstvu hčere Eve stara 38 let. Čez koliko let bo Andreja stara trikrat toliko kot Eva?

Realna števila

### Naloga

Prvi delavec sam pozida stenov 10 urah, drugi v 12 urah, tretji v 8 urah. Delavci skupaj začnejo zidati steno. Po dveh urah tretji delavec odide, pridruži pa se četrti delavec. Skupaj s prvim in drugim delavcem nato končajo steno v eni uri. V kolikšnem času četrti delavec pozida steno?

93 / 110

10. januar 2025 Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

# Reševanje neenačb



Jan Kastelic (GAA)



Jan Kastelic (GAA)

**Linearna neenačba** ima v splošnem obliko:  $\mathbf{ax} + \mathbf{b} < \mathbf{cx} + \mathbf{d}$ ;  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ .



95 / 110

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 10. januar 2025

**Linearna neenačba** ima v splošnem obliko:  $\mathbf{ax} + \mathbf{b} < \mathbf{cx} + \mathbf{d}$ ;  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ .

#### Reševanje linearne neenačbe

Neenačbo rešimo tako, da ji po korakih prirejamo enostavnejšo ekvivalentno neenačbo, dokler ne pridemo do rešitve. Množica rešitve linearne neenačbe je interval, množica intervalov, točka, množica točk ali pa nima rešitve.



**Linearna neenačba** ima v splošnem obliko:  $\mathbf{ax} + \mathbf{b} < \mathbf{cx} + \mathbf{d}$ ;  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ .

#### Reševanje linearne neenačbe

Neenačbo rešimo tako, da ji po korakih prirejamo enostavnejšo ekvivalentno neenačbo, dokler ne pridemo do rešitve. Množica rešitev linearne neenačbe je interval, množica intervalov, točka, množica točk ali pa nima rešitve.

#### Pravila preoblikovanja

Jan Kastelic (GAA)MATEMATIKA10. januar 202595 / 110

**Linearna neenačba** ima v splošnem obliko:  $\mathbf{ax} + \mathbf{b} < \mathbf{cx} + \mathbf{d}$ ;  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ .

#### Reševanje linearne neenačbe

Neenačbo rešimo tako, da ji po korakih prirejamo enostavnejšo ekvivalentno neenačbo, dokler ne pridemo do rešitve. Množica rešitev linearne neenačbe je interval, množica intervalov, točka, množica točk ali pa nima rešitve.

#### Pravila preoblikovanja

• na levi in desni strani neenačbe lahko prištejemo (ali odštejemo) isto število;

**Linearna neenačba** ima v splošnem obliko:  $\mathbf{ax} + \mathbf{b} < \mathbf{cx} + \mathbf{d}$ ;  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ .

#### Reševanje linearne neenačbe

Neenačbo rešimo tako, da ji po korakih prirejamo enostavnejšo ekvivalentno neenačbo, dokler ne pridemo do rešitve. Množica rešitev linearne neenačbe je interval, množica intervalov, točka, množica točk ali pa nima rešitve.

#### Pravila preoblikovanja

- na levi in desni strani neenačbe lahko prištejemo (ali odštejemo) isto število;
- levo in desno stran neenačbe lahko pomnožimo z istim (pozitivnim) številom;

**Linearna neenačba** ima v splošnem obliko:  $\mathbf{ax} + \mathbf{b} < \mathbf{cx} + \mathbf{d}$ ;  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ .

#### Reševanje linearne neenačbe

Neenačbo rešimo tako, da ji po korakih prirejamo enostavnejšo ekvivalentno neenačbo, dokler ne pridemo do rešitve. Množica rešitev linearne neenačbe je interval, množica intervalov, točka, množica točk ali pa nima rešitve.

#### Pravila preoblikovanja

- na levi in desni strani neenačbe lahko prištejemo (ali odštejemo) isto število;
- levo in desno stran neenačbe lahko pomnožimo z istim (pozitivnim) številom;
- če levo in desno stran neenačbe pomnožimo z negativnim številom, se znak neenakosti obrne.

Reševanje neenačb

Poiščite vsa realna števila, ki ustrezajo pogoju.



96 / 110

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 10. januar 2025

Poiščite vsa realna števila, ki ustrezajo pogoju.

• 
$$3a + 2 < 2a - 1$$

• 
$$7t + 8 \ge 8(t - 2)$$

• 
$$5x - 2 > 2(x + 1) - 3$$

• 
$$x-1 \le 2(x-3)-x$$

Reševanje neenačb

Rešite neenačbe.



Rešite neenačbe.

• 
$$\frac{x}{2} + \frac{2}{3} < \frac{8}{3}$$

$$\bullet \ \frac{4+5a}{34} - \frac{4}{51} \ge 2 + \frac{2-a}{51}$$

$$x + \frac{x-2}{3} < \frac{x-3}{4} + \frac{x-1}{2}$$

Reševanje neenačb

98 / 110

Rešite sisteme neenačb.



98 / 110

Rešite sisteme neenačb.

• 
$$-2 < y - 2 < 1$$

• 
$$-4 \le 5a - 9 \le 1$$

• 
$$(x+1>3) \land (2x \leq 3(x-1))$$

• 
$$(3x - 5 < x + 3) \lor (2x \ge x + 6)$$

# Reševanje sistemov enačb



Reševanje sistemov enačb

100 / 110

Rešite sisteme enačb.



Rešite sisteme enačb.

$$\begin{array}{c}
2x + y = 9 \\
x - 3y = 8
\end{array}$$

$$x - y = 5$$

$$y - x = 3$$

$$2x - 3y = 5$$
$$-4x + 6y = -10$$

$$3x - y = 5$$

$$6x - 10 = 2y$$

Reševanje sistemov enačb

Z zamenjalnim načinom rešite sisteme enačb.



Z zamenjalnim načinom rešite sisteme enačb.

$$2x + 5y = -2$$
$$x - 3y = -1$$

$$3x - 2y = 1$$

$$x + y = \frac{7}{6}$$

$$0.5x + 0.2y = 2$$

$$\frac{3}{2}x - \frac{2}{5}y = 1$$

10. januar 2025

Reševanje sistemov enačb

102 / 110

Z metodo nasprotnih koeficientov rešite sisteme enačb.



102 / 110

Z metodo nasprotnih koeficientov rešite sisteme enačb.

$$\begin{array}{c}
2x + 3y = 3 \\
-4x + 3y = 0
\end{array}$$

$$4x - 3y = -2$$
$$-8x + y = -1$$

$$\begin{array}{l}
3x - 2y = 2 \\
2x - 3y = -2
\end{array}$$

$$x - y = -5$$
  
0.6 $x + 0.4y = 7$ 

102 / 110

Reševanje sistemov enačb

103 / 110

V bloku je 26 stanovanj. Vsako stanovanje ima 2 ali 3 sobe. Koliko je posameznih vrst stanovanj, če je v bloku 61 sob?



103 / 110

V bloku je 26 stanovanj. Vsako stanovanje ima 2 ali 3 sobe. Koliko je posameznih vrst stanovanj, če je v bloku 61 sob?

## Naloga

Kmet ima v ogradi 20 živali. Če so v ogradi le race in koze, koliko je posameznih živali, če smo našteli 50 nog?



103 / 110

Reševanje sistemov enačb



Razredničarka na sladoled pelje svojih 30 dijakov. Naročili so lahko 2 ali 3 kepice sladoleda. Koliko dijakov je naročilo dve in koliko tri kepice sladoleda, če razredničarka ni jedla sladoleda, plačala pa je 79 kepic sladoleda?



104 / 110

Razredničarka na sladoled pelje svojih 30 dijakov. Naročili so lahko 2 ali 3 kepice sladoleda. Koliko dijakov je naročilo dve in koliko tri kepice sladoleda, če razredničarka ni jedla sladoleda, plačala pa je 79 kepic sladoleda?

## Naloga

Babica iam dvakrat doliko vnukinj kot vnukov. Vnukinjam je podarila po tri bombone, vnukam pa po štiri bombone. Koliko vnukinj in vnukov ima, če je podarila 70 bombonov?

Reševanje sistemov enačb

Z metodo nasprotnih koeficientov rešite sisteme enačb.



105 / 110

Z metodo nasprotnih koeficientov rešite sisteme enačb.

$$2x + y - 3z = 5$$
  
•  $x + 2y + 2z = 1$ 

$$-x + y + z = -4$$

$$x - 2y + 6z = 5$$

$$-x+3z=-1$$

$$4y - 3z = -3$$

$$x + y - z = 0$$

• 
$$x - y - 3z = 2$$

$$2x + y - 3z = 1$$

$$2x - 4y + z = 3$$

$$4x - y + 2z = 4$$

$$-8x + 2y - 4z = 7$$

# Obravnava enačb in neenačb



10. januar 2025

Jan Kastelic (GAA)

# Sklepni račun



 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 10. januar 2025
 107 / 110

# Odstotni račun



10. januar 2025

Jan Kastelic (GAA)

# Absolutna vrednost



109 / 110

# Zaokroževanje, približki, napake



 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 10. januar 2025
 110 / 110