

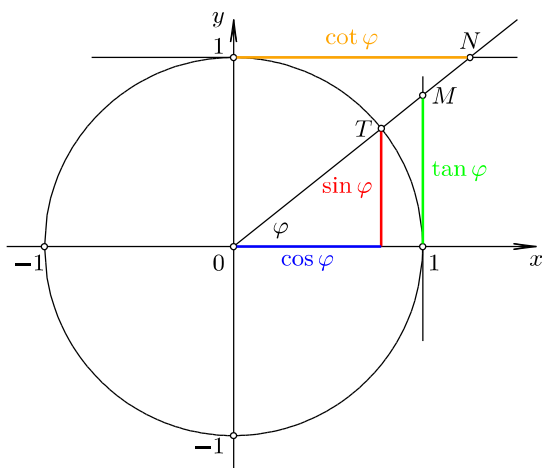
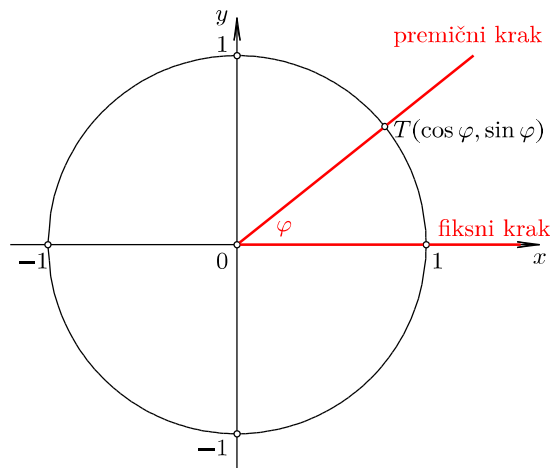
13.4 Razširitev pojma kotne funkcije do polnega kota

Kotne funkcije v enotskem krogu

Enotska krožnica je krožnica s polmerom ene enote in s središčem v koordinatnem izhodišču.

Kot φ z vrhom v koordinatnem izhodišču določata:

- **fiksni/nepremični krak** kota leži na pozitivnem delu abscisne osi in
- **premični krak** določa velikost kota in leži v enem izmed štirih kvadrantov ter seka enotsko krožnico v točki $(\cos x, \sin x)$.



Sinus kota φ je enak ordinati presečišča premičnega kraka z enotsko krožnico.

Kosinus kota φ je enak abscisi presečišča premičnega kraka z enotsko krožnico.

Tangens kota φ je enak ordinati presečišča nosilke premičnega kraka z navpično tangento enotskega kroga v točki $(1, 0)$.

Kotangens kota φ je enak abscisi presečišča nosilke premičnega kraka z vodoravno tangento enotskega kroga v točki $(0, 1)$.

Stopinje in radiani

Radian

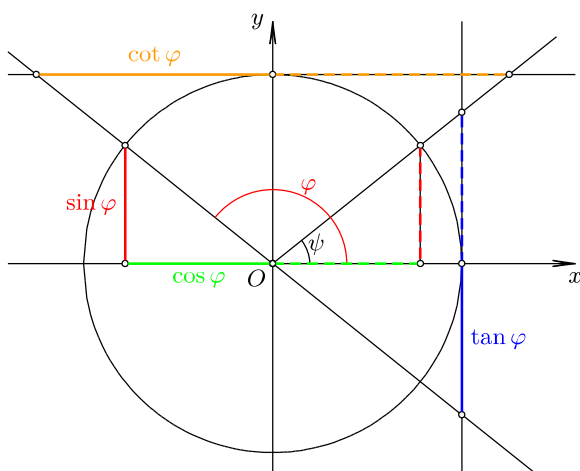
Loku na krožnici, ki je enako dolg kot polmer krožnice, pripada središčni kot, velik 1 radian.

$$1 \text{ rad} = \frac{180^\circ}{\pi} \doteq 57,3^\circ$$

Pretvorba med stopinjami in radiani

Naj bo kot φ podan v radianih, ϕ pa njemu pripadajoči kot podan v stopinjah. Potem velja:

$$\varphi = \frac{\pi}{180^\circ} \phi \quad \text{in} \quad \phi = \frac{180^\circ}{\pi} \varphi.$$

Kot φ med 90° in 180° 

Sinusa suplementarnih kotov sta enaka; kosinusa suplementarnih kotov sta nasprotno enaka.

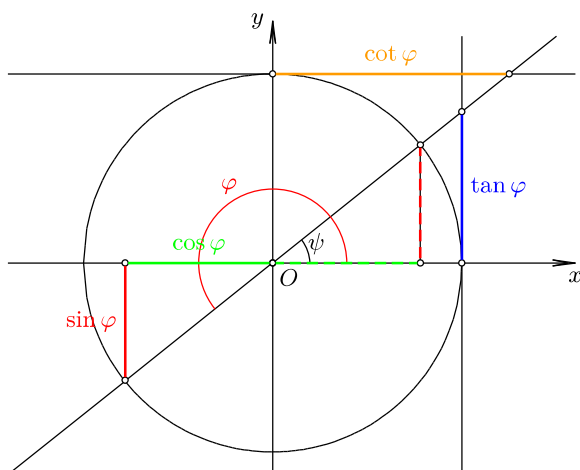
$$\sin(180^\circ - \psi) = \sin \psi$$

$$\cos(180^\circ - \psi) = -\cos \psi$$

Tangensa in kotangensa suplementarnih kotov sta nasprotno enaka.

$$\tan(180^\circ - \psi) = -\tan \psi$$

$$\cot(180^\circ - \psi) = -\cot \psi$$

Kot φ med 180° in 270° 

Sinusa in kosinusa kotov, ki se razlikujeta za π , sta nasprotno enaka.

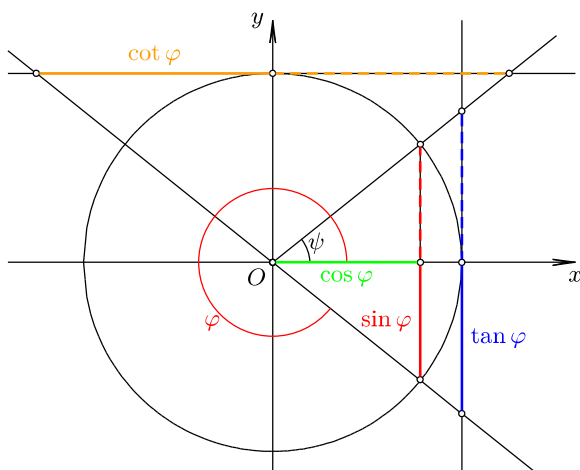
$$\sin(180^\circ + \psi) = -\sin \psi$$

$$\cos(180^\circ + \psi) = -\cos \psi$$

Tangensa in kotangensa kotov, ki se razlikujeta za π , sta enaka.

$$\tan(180^\circ + \psi) = \tan \psi$$

$$\cot(180^\circ + \psi) = \cot \psi$$

Kot φ med 270° in 360° 

$$\sin(360^\circ - \psi) = -\sin \psi$$

$$\cos(360^\circ - \psi) = \cos \psi$$

$$\tan(360^\circ - \psi) = -\tan \psi$$

$$\cot(360^\circ - \psi) = -\cot \psi$$

$$\sin(-\psi) = -\sin \psi$$

$$\cos(-\psi) = \cos \psi$$

$$\tan(-\psi) = -\tan \psi$$

$$\cot(-\psi) = -\cot \psi$$

Vrednosti kotnih funkcij nekaterih kotov

φ [rad]	φ [°]	$\sin \varphi$	$\cos \varphi$	$\tan \varphi$	$\cot \varphi$
0	0	0	1	0	/
$\frac{\pi}{6}$	30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{4}$	45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	1
$\frac{\pi}{3}$	60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
$\frac{\pi}{2}$	90°	1	0	/	0
π	180°	0	-1	0	/
$\frac{3\pi}{2}$	270°	-1	0	/	0

Naloga 13.19. Izrazite s kotno funkcijo kota, manjšega od 45°.

- $\sin 200^\circ$
- $\sin 299^\circ$
- $\tan 163^\circ$
- $\cot 203^\circ$
- $\tan 140^\circ$
- $\cos 115^\circ$
- $\cos 355^\circ$
- $\cos 255^\circ$
- $\cos 154^\circ$
- $\cos 218^\circ$
- $\tan 170^\circ$
- $\cot 335^\circ$
- $\sin 190^\circ$
- $\sin 245^\circ$
- $\tan 179^\circ$

Naloga 13.20. Najprej izrazite vrednost dane kotne funkcije s kotno funkcijo ostrega kota in nato izračunajte njeno natančno vrednost.

- $\sin 300^\circ$
- $\cos 225^\circ$
- $\cos 120^\circ$
- $\cos 330^\circ$
- $\sin 240^\circ$
- $\sin 180^\circ$
- $\tan 315^\circ$
- $\tan 150^\circ$

Naloga 13.21. Natančno izračunajte.

- $\frac{\cos 300^\circ - \sin 210^\circ - \sin 0^\circ}{\tan 300^\circ + \tan 135^\circ}$
- $\frac{\cos 135^\circ + \sin 225^\circ}{\tan 300^\circ - \tan 120^\circ - \sin 270^\circ}$
- $(\sin 150^\circ - \cos 210^\circ)^2 + \tan^2 315^\circ$
- $\frac{\cos 240^\circ + \tan 135^\circ - \sin^2 315^\circ}{\tan 300^\circ}$
- $\sin 120^\circ - \cos 150^\circ + \tan 225^\circ$

Naloga 13.22. Za kot x je podana vrednost ene kotne funkcije in območje velikost kota. Izračunajte natančne vrednosti drugih kotnih funkcij za kot x .

- $x \in [180^\circ, 270^\circ]; \sin x = -0.6$
- II. kvadrant; $\sin x = \frac{3}{4}$
- $x \in [90^\circ, 180^\circ]; \cos x = \frac{\sqrt{2}}{3}$
- $x \in [270^\circ, 360^\circ]; \cos x = \frac{1}{3}$
- IV. kvadrant; $\tan x = -\sqrt{3}$
- $x \in [180^\circ, 270^\circ]; \cos x = -\frac{4}{5}$
- II. kvadrant; $\tan x = -2$
- IV. kvadrant; $\sin x = -\frac{15}{17}$
- III. kvadrant; $\tan x = 3$

Naloga 13.23. Podana je vrednost ene kotne funkcije za kot x . Izračunajte velikost kota x glede na pogoj o njegovi velikosti.

- $x \in [270^\circ, 360^\circ]; \cos x = 0.5$
- $x \in [0^\circ, 360^\circ]; \tan x = -1$
- $x \in [180^\circ, 360^\circ]; \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$
- $x \in [0^\circ, 360^\circ]; \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$
- $x \in [180^\circ, 360^\circ]; \cos x = -1$
- $x \in [0^\circ, 180^\circ]; \tan x = 1$
- $x \in [180^\circ, 270^\circ]; \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$
- $x \in [0^\circ, 360^\circ]; \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$
- $x \in [0^\circ, 270^\circ]; \tan x = -\sqrt{3}$

Naloga 13.24. V enotski krožnici narišite vse kote, za katere velja dani podatek. Izračunajte velikosti kotov na štiri decimalna mesta natančno.

- $\sin x = 0.6$
- $\cos x = 0.3$
- $\tan x = 0.8$
- $\sin x = -\frac{2}{3}$
- $\cos x = -\frac{3}{5}$
- $\tan x = -\frac{3}{2}$
- $\tan x = 2$

Naloga 13.25. Natančno izračunajte.

$$\frac{\sin 315^\circ + \cos 135^\circ - \tan^2 120^\circ}{\sin^2 150^\circ - \cos^2 225^\circ}$$

Naloga 13.26. Poenostavite izraz.

$$1 + \left(\frac{\sin^2 x + \tan^{-1} x \cdot \sin x \cdot \cos x}{\frac{1}{\sin^2 x} - 1} \right)^{-1}$$

Naloga 13.27. Za $\tan x = -5$ in $270^\circ \leq x \leq 360^\circ$ izračunajte velikost kota x , na minuto natančno, in natančne vrednosti preostalih kotnih funkcij.

Naloga 13.28. Zapišite s kotno funkcijo kota, manjšega od 45° .

- $\sin 355^\circ$
- $\cos 291^\circ$
- $\tan 174^\circ$
- $\sin 247^\circ$

Naloga 13.29. Voznik podmornice na višini -200 m vidi razbitino ladje, ki leži potopljena na višini -1200 m, pod kotom 8.4° . Izračunajte razdaljo, ki jo mora prevoziti, da bo točno nad razbitino, če se vozi s hitrostjo 40 km/h. Koliko časa potrebuje za to pot?