## **MATEMATIKA**

1. letnik – splošna gimnazija

Jan Kastelic

Gimnazija Antona Aškerca, Šolski center Ljubljana

20. marec 2025

# Vsebina

- Realna števila
- Pravokotni koordinatni sistem

2/92

# Section 1

# Realna števila



3/92

- Realna števila
  - Realna števila
  - Kvadratni koren
  - Kubični koren
  - Interval
  - Reševanje enačb
  - Reševanje neenačb
  - Reševanje sistemov enačb
  - Obravnava enačb in neenačb
  - Sklepni račun
  - Odstotni račun
  - Absolutna vrednost
  - Zaokroževanje, približki, napake





◆□▶ ◆□▶ ◆□▶ ◆□▶ □ のQ○

5/92

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

Med poljubnima dvema racionalnima številoma  $\frac{x}{y}, \frac{z}{w} \in \mathbb{Q}$  je vsaj še eno racionalno število



5/92

Med poljubnima dvema racionalnima številoma  $\frac{x}{y}, \frac{z}{w} \in \mathbb{Q}$  je vsaj še eno racionalno število – aritmetična sredina teh dveh števil  $\frac{1}{2}\left(\frac{x}{v}+\frac{z}{w}\right)$ .



5/92

Med poljubnima dvema racionalnima številoma  $\frac{x}{y}, \frac{z}{w} \in \mathbb{Q}$  je vsaj še eno racionalno število – aritmetična sredina teh dveh števil  $\frac{1}{2}\left(\frac{x}{y} + \frac{z}{w}\right)$ .

$$\frac{x}{y} < \frac{z}{w}, \ y, w \neq 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{y} < \frac{1}{2} \left( \frac{x}{y} + \frac{z}{w} \right) < \frac{z}{w}$$



5/92

Med poljubnima dvema racionalnima številoma  $\frac{x}{y}, \frac{z}{w} \in \mathbb{Q}$  je vsaj še eno racionalno število – aritmetična sredina teh dveh števil  $\frac{1}{2}\left(\frac{x}{y} + \frac{z}{w}\right)$ .

$$\frac{x}{y} < \frac{z}{w}, \ y, w \neq 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{y} < \frac{1}{2} \left( \frac{x}{y} + \frac{z}{w} \right) < \frac{z}{w}$$

Med poljubnima racionalnima številoma je neskončno mnogo racionalnih števil in pravimo, da je množica  $\mathbb{Q}$  **povsod gosta**.



5/92

Med poljubnima dvema racionalnima številoma  $\frac{x}{y}, \frac{z}{w} \in \mathbb{Q}$  je vsaj še eno racionalno število – aritmetična sredina teh dveh števil  $\frac{1}{2}\left(\frac{x}{y} + \frac{z}{w}\right)$ .

$$\frac{x}{y} < \frac{z}{w}, \ y, w \neq 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{y} < \frac{1}{2} \left( \frac{x}{y} + \frac{z}{w} \right) < \frac{z}{w}$$

Med poljubnima racionalnima številoma je neskončno mnogo racionalnih števil in pravimo, da je množica  $\mathbb Q$  **povsod gosta**.

Množici  $\mathbb Q$  in  $\mathbb Z$  imata enako moč – sta števno neskončni  $(m(\mathbb Q)=m(\mathbb Z)=\aleph_0)$ .

4□ > 4個 > 4 = > 4 = > ■ 9 Q Q

5/92

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 20. marec 2025 6/92



Jan Kastelic (GAA)

**Iracionalna števila**  $\mathbb{I}$  so vsi kvadratni koreni števil, ki niso popolni kvadrati, tretji koreni, ki niso popolni kubi, ..., število  $\pi$ , Eulerjevo število e ...



6/92

**Iracionalna števila**  $\mathbb I$  so vsi kvadratni koreni števil, ki niso popolni kvadrati, tretji koreni, ki niso popolni kubi, ..., število  $\pi$ , Eulerjevo število e ...

Množici racionalnih in iracionalnih števil sta disjunktni:  $\mathbb{Q} \cap \mathbb{I} = \emptyset$ .



6/92

**Iracionalna števila**  $\mathbb I$  so vsi kvadratni koreni števil, ki niso popolni kvadrati, tretji koreni, ki niso popolni kubi, ..., število  $\pi$ , Eulerjevo število e ...

Množici racionalnih in iracionalnih števil sta disjunktni:  $\mathbb{Q} \cap \mathbb{I} = \emptyset$ .

### Realna števila

6/92

**Iracionalna števila**  $\mathbb I$  so vsi kvadratni koreni števil, ki niso popolni kvadrati, tretji koreni, ki niso popolni kubi, ..., število  $\pi$ , Eulerjevo število e ...

Množici racionalnih in iracionalnih števil sta disjunktni:  $\mathbb{Q} \cap \mathbb{I} = \emptyset$ .

### Realna števila

**Realna števila** so množica števil, ki jo dobimo kot unijo racionalnih in iracionalnih števil:  $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$ .

6/92

**Iracionalna števila**  $\mathbb I$  so vsi kvadratni koreni števil, ki niso popolni kvadrati, tretji koreni, ki niso popolni kubi, ..., število  $\pi$ , Eulerjevo število e ...

Množici racionalnih in iracionalnih števil sta disjunktni:  $\mathbb{Q} \cap \mathbb{I} = \emptyset$ .

### Realna števila

**Realna števila** so množica števil, ki jo dobimo kot unijo racionalnih in iracionalnih števil:  $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$ .

Množica realnih števil je močnejša od množice racionalnih števil. Pravimo, da je (neštevno) neskončna.



6/92

 $\mathbb{R} =$ 

 $\mathbb{R}$ 

0

7/92

ullet množico negativnih realnih števil  $\mathbb{R}^-$ ,

$$\mathbb{R} = \mathbb{R}^-$$

$$\mathbb{R}$$
  $\mathbb{R}^-$ 



20. marec 2025

- množico negativnih realnih števil  $\mathbb{R}^-$ ,
- množico z elementom nič:  $\{\mathbf{0}\}$  in

$$\mathbb{R} = \mathbb{R}^- \cup \{0\}$$

$$\mathbb{R}$$
  $\mathbb{R}^-$  0

Jan Kastelic (GAA)

7/92

- ullet množico negativnih realnih števil  $\mathbb{R}^-$ ,
- množico z elementom nič:  $\{\mathbf{0}\}$  in
- množico pozitivnih realnih števil:  $\mathbb{R}^+$ .

$$\mathbb{R} = \mathbb{R}^- \cup \{0\} \cup \mathbb{R}^+$$

$$\mathbb{R}^-$$
 0  $\mathbb{R}^+$ 

7/92

Jan Kastelic (GAA)

- množico negativnih realnih števil ℝ<sup>−</sup>,
- množico z elementom nič:  $\{\mathbf{0}\}$  in
- množico pozitivnih realnih števil:  $\mathbb{R}^+$ .

$$\mathbb{R} = \mathbb{R}^- \cup \{0\} \cup \mathbb{R}^+$$

$$\mathbb{R}$$
  $\mathbb{R}^-$  0  $\mathbb{R}^+$ 

Vsaki točki na številski premici ustreza natanko eno realno število in obratno, vsakemu realnemu številu ustreza natanko ena točka na številski premici.



Jan Kastelic (GAA)

- ullet množico negativnih realnih števil  $\mathbb{R}^-$ ,
- množico z elementom nič:  $\{\mathbf{0}\}$  in
- množico pozitivnih realnih števil:  $\mathbb{R}^+$ .

$$\mathbb{R} = \mathbb{R}^- \cup \{0\} \cup \mathbb{R}^+$$

$$\mathbb{R}$$
  $\mathbb{R}^-$  0  $\mathbb{R}^+$ 

Vsaki točki na številski premici ustreza natanko eno realno število in obratno, vsakemu realnemu številu ustreza natanko ena točka na številski premici.

Številsko premico, ki upodablja realna števila, imenujemo tudi realna os.



8/92

refleksivnost:



8/92

• refleksivnost:  $\forall x \in \mathbb{R} : x \leq x$ ;



8/92

- refleksivnost:  $\forall x \in \mathbb{R} : x \leq x$ ;
- antisimetričnost:



8/92

- refleksivnost:  $\forall x \in \mathbb{R} : x \leq x$ ;
- antisimetričnost:  $\forall x, y \in \mathbb{R} : x \leq y \land y \leq x \Rightarrow x = y$ ;



8/92

- refleksivnost:  $\forall x \in \mathbb{R} : x \leq x$ ;
- antisimetričnost:  $\forall x, y \in \mathbb{R} : x \leq y \land y \leq x \Rightarrow x = y$ ;
- tranzitivnost:



8 / 92

- refleksivnost:  $\forall x \in \mathbb{R} : x \leq x$ ;
- antisimetričnost:  $\forall x, y \in \mathbb{R} : x \leq y \land y \leq x \Rightarrow x = y$ ;
- tranzitivnost:  $\forall x, y, z \in \mathbb{R} : x < y \land y < z \Rightarrow x < z$ ;



8 / 92

- refleksivnost:  $\forall x \in \mathbb{R} : x \leq x$ ;
- antisimetričnost:  $\forall x, y \in \mathbb{R} : x \leq y \land y \leq x \Rightarrow x = y$ ;
- tranzitivnost:  $\forall x, y, z \in \mathbb{R} : x \leq y \land y \leq z \Rightarrow x \leq z$ ;
- stroga sovisnost:

8 / 92

- refleksivnost:  $\forall x \in \mathbb{R} : x \leq x$ ;
- antisimetričnost:  $\forall x, y \in \mathbb{R} : x \leq y \land y \leq x \Rightarrow x = y$ ;
- tranzitivnost:  $\forall x, y, z \in \mathbb{R} : x \leq y \land y \leq z \Rightarrow x \leq z$ ;
- stroga sovisnost:  $\forall x, y \in \mathbb{R} : x \leq y \lor y \leq x$ .

8 / 92

- refleksivnost:  $\forall x \in \mathbb{R} : x \leq x$ ;
- antisimetričnost:  $\forall x, y \in \mathbb{R} : x \leq y \land y \leq x \Rightarrow x = y$ ;
- tranzitivnost:  $\forall x, y, z \in \mathbb{R} : x \leq y \land y \leq z \Rightarrow x \leq z$ ;
- stroga sovisnost:  $\forall x, y \in \mathbb{R} : x \leq y \lor y \leq x$ .

Za realcijo urejenosti na množici  $\mathbb R$  veljajo še naslednje lastnosti:



8 / 92

- refleksivnost:  $\forall x \in \mathbb{R} : x \leq x$ ;
- antisimetričnost:  $\forall x, y \in \mathbb{R} : x \leq y \land y \leq x \Rightarrow x = y$ ;
- tranzitivnost:  $\forall x, y, z \in \mathbb{R} : x \leq y \land y \leq z \Rightarrow x \leq z$ ;
- stroga sovisnost:  $\forall x, y \in \mathbb{R} : x \leq y \lor y \leq x$ .

Za realcijo urejenosti na množici  $\mathbb R$  veljajo še naslednje lastnosti:

monotonost vsote:



8 / 92

Z relacijo biti manjši ali enak je množica  $\mathbb{R}$  linearno urejena, to pomeni, da veljajo:

- refleksivnost:  $\forall x \in \mathbb{R} : x \leq x$ ;
- antisimetričnost:  $\forall x, y \in \mathbb{R} : x \leq y \land y \leq x \Rightarrow x = y$ ;
- tranzitivnost:  $\forall x, y, z \in \mathbb{R} : x \leq y \land y \leq z \Rightarrow x \leq z$ ;
- stroga sovisnost:  $\forall x, y \in \mathbb{R} : x \leq y \lor y \leq x$ .

Za realcijo urejenosti na množici  ${\mathbb R}$  veljajo še naslednje lastnosti:

• monotonost vsote:  $x < y \Rightarrow x + z < y + z$  oziroma  $x \le y \Rightarrow x + z \le y + z$ ;

8 / 92

Z relacijo biti manjši ali enak je množica  $\mathbb{R}$  linearno urejena, to pomeni, da veljajo:

- refleksivnost:  $\forall x \in \mathbb{R} : x \leq x$ ;
- antisimetričnost:  $\forall x, y \in \mathbb{R} : x \leq y \land y \leq x \Rightarrow x = y$ ;
- tranzitivnost:  $\forall x, y, z \in \mathbb{R} : x \leq y \land y \leq z \Rightarrow x \leq z$ ;
- stroga sovisnost:  $\forall x, y \in \mathbb{R} : x \leq y \lor y \leq x$ .

Za realcijo urejenosti na množici  ${\mathbb R}$  veljajo še naslednje lastnosti:

- monotonost vsote:  $x < y \Rightarrow x + z < y + z$  oziroma  $x \le y \Rightarrow x + z \le y + z$ ;
- $x < y \land z > 0 \Rightarrow xz < yz \text{ in } x \le y \land z > 0 \Rightarrow xz \le yz$ ;



8 / 92

Z relacijo biti manjši ali enak je množica  $\mathbb R$  linearno urejena, to pomeni, da veljajo:

- refleksivnost:  $\forall x \in \mathbb{R} : x \leq x$ ;
- antisimetričnost:  $\forall x, y \in \mathbb{R} : x \leq y \land y \leq x \Rightarrow x = y$ ;
- tranzitivnost:  $\forall x, y, z \in \mathbb{R} : x \leq y \land y \leq z \Rightarrow x \leq z$ ;
- stroga sovisnost:  $\forall x, y \in \mathbb{R} : x \leq y \lor y \leq x$ .

Za realcijo urejenosti na množici  $\mathbb R$  veljajo še naslednje lastnosti:

- monotonost vsote:  $x < y \Rightarrow x + z < y + z$  oziroma  $x \le y \Rightarrow x + z \le y + z$ ;
- $x < y \land z > 0 \Rightarrow xz < yz$  in  $x \le y \land z > 0 \Rightarrow xz \le yz$ ;
- $x < y \land z < 0 \Rightarrow xz > yz$  in  $x \le y \land z < 0 \Rightarrow xz \ge yz$ .



8 / 92



9 / 92

20. marec 2025

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

**Kvadratni koren**  $\sqrt{a}$  realnega števila  $a \ge 0$  je tisto nenegativno realno število x, katerega kvadrat je enak a.



9/92

**Kvadratni koren**  $\sqrt{a}$  realnega števila  $a \ge 0$  je tisto nenegativno realno število x, katerega kvadrat je enak a.

$$\sqrt{a} = x \Leftrightarrow a = x^2; \quad a, x \in \mathbb{R}^+$$



9/92

**Kvadratni koren**  $\sqrt{a}$  realnega števila  $a \ge 0$  je tisto nenegativno realno število x, katerega kvadrat je enak a.

$$\sqrt{a} = x \Leftrightarrow a = x^2; \quad a, x \in \mathbb{R}^+$$

Število a imenujemo **korenjenec**, simbol  $\sqrt{\phantom{a}}$  pa **korenski znak**.



9/92

**Kvadratni koren**  $\sqrt{a}$  realnega števila  $a \ge 0$  je tisto nenegativno realno število x, katerega kvadrat je enak a.

$$\sqrt{a} = x \Leftrightarrow a = x^2; \quad a, x \in \mathbb{R}^+$$

Število a imenujemo korenjenec, simbol  $\sqrt{\phantom{a}}$  pa korenski znak.

Pravila za računanje s kvadratnimi koreni



9/92

**Kvadratni koren**  $\sqrt{a}$  realnega števila  $a \ge 0$  je tisto nenegativno realno število x, katerega kvadrat je enak a.

$$\sqrt{a} = x \Leftrightarrow a = x^2; \quad a, x \in \mathbb{R}^+$$

Število a imenujemo **korenjenec**, simbol  $\sqrt{\phantom{a}}$  pa **korenski znak**.

Pravila za računanje s kvadratnimi koreni

• 
$$(\sqrt{a})^2 = a; \ a \ge 0$$

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 20. marec 2025 9 / 92

**Kvadratni koren**  $\sqrt{a}$  realnega števila  $a \ge 0$  je tisto nenegativno realno število x, katerega kvadrat je enak a.

$$\sqrt{a} = x \Leftrightarrow a = x^2; \quad a, x \in \mathbb{R}^+$$

Število a imenujemo **korenjenec**, simbol  $\sqrt{\phantom{a}}$  pa **korenski znak**.

Pravila za računanje s kvadratnimi koreni

• 
$$(\sqrt{a})^2 = a; \ a \ge 0$$

$$\bullet \sqrt{a^2} = \begin{cases} a, & a \ge 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases}$$

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 20. marec 2025 9 / 92

**Kvadratni koren**  $\sqrt{a}$  realnega števila  $a \ge 0$  je tisto nenegativno realno število x, katerega kvadrat je enak a.

$$\sqrt{a} = x \Leftrightarrow a = x^2; \quad a, x \in \mathbb{R}^+$$

Število a imenujemo **korenjenec**, simbol  $\sqrt{\phantom{a}}$  pa **korenski znak**.

Pravila za računanje s kvadratnimi koreni

• 
$$(\sqrt{a})^2 = a; \ a \ge 0$$

• 
$$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$
;  $a, b \ge 0$ 

$$\bullet \sqrt{a^2} = \begin{cases} a, & a \ge 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases}$$

**Kvadratni koren**  $\sqrt{a}$  realnega števila  $a \ge 0$  je tisto nenegativno realno število x, katerega kvadrat je enak a.

$$\sqrt{a} = x \Leftrightarrow a = x^2; \quad a, x \in \mathbb{R}^+$$

Število a imenujemo **korenjenec**, simbol  $\sqrt{\phantom{a}}$  pa **korenski znak**.

#### Pravila za računanje s kvadratnimi koreni

• 
$$(\sqrt{a})^2 = a$$
;  $a > 0$ 

$$\bullet \sqrt{a^2} = \begin{cases} a, & a \ge 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases}$$

• 
$$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$
;  $a, b \ge 0$ 

10 / 92



Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

10 / 92

**Delno korenjenje** poteka tako, da korenjenec zapišemo kot produkt dveh ali več faktorjev, od katerih je vsaj en popoln kvadrat (ga lahko korenimo). Nato koren zapišemo kot produkt korenov in korenimo kar lahko.



10 / 92

**Delno korenjenje** poteka tako, da korenjenec zapišemo kot produkt dveh ali več faktorjev, od katerih je vsaj en popoln kvadrat (ga lahko korenimo). Nato koren zapišemo kot produkt korenov in korenimo kar lahko.

$$\sqrt{a^2b} = \sqrt{a^2}\sqrt{b} = a\sqrt{b}$$



10 / 92

**Delno korenjenje** poteka tako, da korenjenec zapišemo kot produkt dveh ali več faktorjev, od katerih je vsaj en popoln kvadrat (ga lahko korenimo). Nato koren zapišemo kot produkt korenov in korenimo kar lahko.

$$\sqrt{a^2b} = \sqrt{a^2}\sqrt{b} = a\sqrt{b}$$

#### Racionalizacija imenovalca



10 / 92

**Delno korenjenje** poteka tako, da korenjenec zapišemo kot produkt dveh ali več faktorjev, od katerih je vsaj en popoln kvadrat (ga lahko korenimo). Nato koren zapišemo kot produkt korenov in korenimo kar lahko.

$$\sqrt{a^2b} = \sqrt{a^2}\sqrt{b} = a\sqrt{b}$$

### Racionalizacija imenovalca

Racionalizacija imenovalca pomeni, da ulomek zapišemo z enakovrednim ulomkom, ki v imenovalcu nima korena. To naredimo z razširjanjem ulomka.

10 / 92

**Delno korenjenje** poteka tako, da korenjenec zapišemo kot produkt dveh ali več faktorjev, od katerih je vsaj en popoln kvadrat (ga lahko korenimo). Nato koren zapišemo kot produkt korenov in korenimo kar lahko.

$$\sqrt{a^2b} = \sqrt{a^2}\sqrt{b} = a\sqrt{b}$$

#### Racionalizacija imenovalca

Racionalizacija imenovalca pomeni, da ulomek zapišemo z enakovrednim ulomkom, ki v imenovalcu nima korena. To naredimo z razširjanjem ulomka.

Izraze s kvadratnimi koreni poenostavimo tako, da uporabimo že znane obrazce, delno korenimo in racionaliziramo imenovalce.



10 / 92

Izračunajte.



# Izračunajte.

• 
$$\sqrt{49 \cdot 64}$$

• 
$$\sqrt{4 \cdot 324}$$

• 
$$\sqrt{361 \cdot 16}$$

• 
$$\sqrt{-16 \cdot 25}$$

• 
$$\sqrt{3 \cdot 12}$$

• 
$$\sqrt{\frac{225}{289}}$$

• 
$$\sqrt{\frac{169}{256}}$$

• 
$$\sqrt{\frac{49}{123}}$$

• 
$$\sqrt{\frac{18}{32}}$$

20. marec 2025

Izračunajte.



### Izračunajte.

$$\bullet \sqrt{\sqrt{16}}$$

• 
$$\sqrt{\sqrt{81}}$$

• 
$$\sqrt{\sqrt{256}}$$

• 
$$\sqrt{\sqrt{1}}$$

$$\bullet \sqrt{\sqrt{256}}$$



Izračunajte.



13 / 92

#### Izračunajte.

• 
$$\sqrt{e^{10}f^{26}}$$

• 
$$\sqrt{a^{20}b^4}$$

• 
$$\sqrt{(-x)^{20}y^4}$$

• 
$$\sqrt{3a^6 + a^6}$$



20. marec 2025

Izračunajte.



Jan Kastelic (GAA)

### Izračunajte.

• 
$$\sqrt{16+36+12}$$

• 
$$\sqrt{121} + \sqrt{81}$$

• 
$$\sqrt{10+21+69}$$

• 
$$\sqrt{10+11-21}$$

• 
$$\sqrt{9+4-4}$$

• 
$$\sqrt{3 \cdot 4 + 2 \cdot 2}$$

$$\bullet$$
  $\sqrt{5\cdot7+1}$ 

$$\bullet \ \sqrt{8 \cdot 7 - 5 \cdot 4}$$

$$\bullet \sqrt{10 \cdot 8 - 4 \cdot 4}$$

$$\sqrt{11 \cdot 5 + 2 \cdot 7 + 3 \cdot 4}$$

20. marec 2025

Izračunajte.



15 / 92

### Izračunajte.

- $\bullet$   $\sqrt{20}$
- √98
- √300
- √125
- $\sqrt{x^3}$

• 
$$\sqrt{128a^{13}b^9}$$

• 
$$\sqrt{100x^2y^5 + 62x^2y^5}$$
;  $x, y \ge 0$ 

• 
$$\sqrt{8a^6b^5-12a^4b^6}$$
;  $a,b\geq 0$ 

20. marec 2025

Izračunajte.



16 / 92

#### Izračunajte.

• 
$$\sqrt{44} + \sqrt{99}$$

• 
$$\sqrt{192} + \sqrt{147}$$

• 
$$\sqrt{180} - \sqrt{245} + 2\sqrt{500}$$

• 
$$\sqrt{243a^3b} + 2a\sqrt{48ab} - \sqrt{363a^2} \cdot \sqrt{ab}$$
;  $a, b \ge 0$ 

• 
$$\sqrt{3a^6 + a^6}$$



16 / 92

MATEMATIKA

### Naloga

Racionalizirajte imenovalec.



Jan Kastelic (GAA)

Racionalizirajte imenovalec.

$$\frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

• 
$$\frac{2}{5\sqrt{3}}$$

$$\bullet \ \frac{\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}$$

• 
$$\frac{1+\sqrt{5}}{2+\sqrt{5}}$$

• 
$$\frac{2-\sqrt{3}}{3+\sqrt{2}}$$

20. marec 2025

18 / 92

Izračunajte.



18 / 92

Izračunajte.

• 
$$\frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{3}{\sqrt{2}}$$

$$\bullet \ \frac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{3}}-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$$

• 
$$(2-\sqrt{3})^3$$

Izračunajte.



#### Izračunajte.

• 
$$(2-\sqrt{5})^3-(1+2\sqrt{5})^2$$

• 
$$(2-\sqrt{3})^2+(2+\sqrt{3})^3$$

$$\bullet \left(1+\sqrt{5}\right)\sqrt{6-2\sqrt{5}}$$

• 
$$(3-\sqrt{5})\sqrt{14+6\sqrt{5}}$$

$$\bullet \left(\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)\sqrt{8-2\sqrt{15}}$$

Jan Kastelic (GAA)



Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

**Kubični koren**  $\sqrt[3]{a}$  realnega števila a je tisto realno število x, katerega kub je enak a.



20 / 92

**Kubični koren**  $\sqrt[3]{a}$  realnega števila a je tisto realno število x, katerega kub je enak a.

$$\sqrt[3]{a} = x \Leftrightarrow a = x^3; \quad a, x \in \mathbb{R}$$



20 / 92

**Kubični koren**  $\sqrt[3]{a}$  realnega števila a je tisto realno število x, katerega kub je enak a.

$$\sqrt[3]{a} = x \Leftrightarrow a = x^3; \quad a, x \in \mathbb{R}$$

Število a imenujemo **korenjenec**, simbol  $\sqrt{}$  **korenski znak**, število 3 pa **korenski eksponent**.



20 / 92

**Kubični koren**  $\sqrt[3]{a}$  realnega števila a je tisto realno število x, katerega kub je enak a.

$$\sqrt[3]{a} = x \Leftrightarrow a = x^3; \quad a, x \in \mathbb{R}$$

Število a imenujemo korenjenec, simbol  $\sqrt{}$  korenski znak, število 3 pa korenski eksponent.

Pravila za računanje s kubičnimi koreni



20 / 92

**Kubični koren**  $\sqrt[3]{a}$  realnega števila a je tisto realno število x, katerega kub je enak a.

$$\sqrt[3]{a} = x \Leftrightarrow a = x^3; \quad a, x \in \mathbb{R}$$

Število a imenujemo korenjenec, simbol  $\sqrt{}$  korenski znak, število 3 pa korenski eksponent.

Pravila za računanje s kubičnimi koreni

• 
$$(\sqrt[3]{a})^3 = a$$



20 / 92

**Kubični koren**  $\sqrt[3]{a}$  realnega števila a je tisto realno število x, katerega kub je enak a.

$$\sqrt[3]{a} = x \Leftrightarrow a = x^3; \quad a, x \in \mathbb{R}$$

Število a imenujemo korenjenec, simbol  $\sqrt{\phantom{a}}$  korenski znak, število 3 pa korenski eksponent.

Pravila za računanje s kubičnimi koreni

- $(\sqrt[3]{a})^3 = a$   $\sqrt[3]{a^3} = a$



20 / 92

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

**Kubični koren**  $\sqrt[3]{a}$  realnega števila a je tisto realno število x, katerega kub je enak a.

$$\sqrt[3]{a} = x \Leftrightarrow a = x^3; \quad a, x \in \mathbb{R}$$

Število a imenujemo korenjenec, simbol  $\sqrt{}$  korenski znak, število 3 pa korenski eksponent.

Pravila za računanje s kubičnimi koreni

- $(\sqrt[3]{a})^3 = a$
- $\sqrt[3]{a^3} = a$

 $\sqrt[3]{a \cdot b} = \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b}$ 



20 / 92

**Kubični koren**  $\sqrt[3]{a}$  realnega števila a je tisto realno število x, katerega kub je enak a.

$$\sqrt[3]{a} = x \Leftrightarrow a = x^3; \quad a, x \in \mathbb{R}$$

Število a imenujemo korenjenec, simbol  $\sqrt{\phantom{a}}$  korenski znak, število 3 pa korenski eksponent.

Pravila za računanje s kubičnimi koreni

• 
$$(\sqrt[3]{a})^3 = a$$
  
•  $\sqrt[3]{a^3} = a$ 

• 
$$\sqrt[3]{a^3} = a$$

$$\sqrt[3]{a \cdot b} = \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b}$$

• 
$$\sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}}; \ b \neq 0$$

MATEMATIKA Jan Kastelic (GAA) 20. marec 2025 20 / 92

MATEMATIKA

Kubični koren

21/92

Izračunajte.



20. marec 2025

## Izračunajte.

• 
$$\sqrt[3]{-1}$$

• 
$$\sqrt[3]{216}$$

• 
$$\sqrt[3]{\frac{64}{125}}$$

• 
$$\sqrt[3]{-\frac{27}{343}}$$

• 
$$\sqrt[3]{1\frac{488}{512}}$$

20. marec 2025

Izračunajte.



20. marec 2025

Izračunajte.

• 
$$\sqrt{\sqrt{256}} - \frac{3 - \sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1} + \sqrt[3]{-8} + (2 - \sqrt{2})^2$$

$$\bullet \ \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1} + \sqrt{0.16} + \sqrt{0.64} - \sqrt[3]{-27} + \sqrt{48} - \sqrt{27}$$

• 
$$(1-\sqrt{5})^2-(1+\sqrt{5})^2+\frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2}-\sqrt{125}+\sqrt{245}$$



22 / 92



20. marec 2025

**Interval** je množica vseh realnih števil, ki ležijo med dvema danima številoma a in b, kjer je a < b.

Števili a in b imenujemo **krajišči intervala**.



23 / 92

**Interval** je množica vseh realnih števil, ki ležijo med dvema danima številoma a in b, kjer je a < b.

Števili a in b imenujemo **krajišči intervala**.

Vključenost krajišč



23 / 92

**Interval** je množica vseh realnih števil, ki ležijo med dvema danima številoma a in b, kjer je a < b.

Števili a in b imenujemo krajišči intervala.

### Vključenost krajišč

• Simbola "[" in "]" označujeta krajišče, ki spada k intervalu.



23 / 92

**Interval** je množica vseh realnih števil, ki ležijo med dvema danima številoma a in b, kjer je a < b.

Števili a in b imenujemo **krajišči intervala**.

### Vključenost krajišč

- Simbola "[" in "]" označujeta krajišče, ki spada k intervalu.
- Simbola "(" in ")" označujeta krajišče, ki ne spada k intervalu.



23 / 92

**Interval** je množica vseh realnih števil, ki ležijo med dvema danima številoma a in b, kjer je a < b.

Števili a in b imenujemo **krajišči intervala**.

### Vključenost krajišč

- Simbola "[" in "]" označujeta krajišče, ki spada k intervalu.
- Simbola "(" in ")" označujeta krajišče, ki ne spada k intervalu.

Pri zapisu intervalov moramo biti pozorni na zapis vrstnega reda števil, ki določata krajišči.

$$[a,b] \neq [b,a]$$



23 / 92



Jan Kastelic (GAA)

### Zaprti interval



Jan Kastelic (GAA)

#### Zaprti interval



Vsebuje vsa realna števila med a in b, vključno s krajiščema a in b.



24 / 92

#### Zaprti interval

$$[\mathbf{a},\mathbf{b}] = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}; \mathbf{a} \le \mathbf{x} \le \mathbf{b}\}$$

Vsebuje vsa realna števila med a in b, vključno s krajiščema a in b.

#### Odprti interval



Jan Kastelic (GAA)

#### Zaprti interval

$$[\mathbf{a},\mathbf{b}] = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}; \mathbf{a} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{b}\}$$

Vsebuje vsa realna števila med a in b, vključno s krajiščema a in b.

#### Odprti interval

$$(\mathbf{a},\mathbf{b}) = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}; \mathbf{a} < \mathbf{x} < \mathbf{b}\}$$

Vsebuje vsa realna števila med a in b, vendar ne vsebuje krajišč a in b.

4□ ▶ ◆□ ▶ ◆□ ▶ ◆□ ▶ ◆□ ♥ ○

24 / 92

25 / 92

### Polodprti/polzaprti interval



#### Polodprti/polzaprti interval





Vsebuje vsa realna števila med a in b, vključno s krajiščem a, vendar ne vsebuje krajišča b.



25 / 92

#### Polodprti/polzaprti interval



Vsebuje vsa realna števila med a in b, vključno s krajiščem a, vendar ne vsebuje krajišča b.



Vsebuje vsa realna števila med a in b, vključno s krajiščem b, vendar ne vsebuje krajišča a.



25/92

26 / 92



26 / 92

$$\bullet \ [\mathbf{a}, \infty) = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}; \mathbf{x} \geq \mathbf{a}\}$$



26 / 92

- $[\mathbf{a}, \infty) = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}; \mathbf{x} \geq \mathbf{a}\}$
- $\bullet \ (\mathsf{a},\infty) = \{\mathsf{x} \in \mathbb{R}; \mathsf{x} > \mathsf{a}\}$

- $\bullet [\mathbf{a}, \infty) = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}; \mathbf{x} \geq \mathbf{a}\}$
- $\bullet \ (\mathsf{a},\infty) = \{\mathsf{x} \in \mathbb{R}; \frac{\mathsf{x} > \mathsf{a}\}}{\mathsf{a}}$
- $\bullet \ (-\infty, \mathbf{b}] = \{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}; \mathbf{x} \le \mathbf{b} \}$

$$\bullet \ [\mathbf{a}, \infty) = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}; \mathbf{x} \geq \mathbf{a}\}$$

$$\bullet \ (\mathsf{a},\infty) = \{\mathsf{x} \in \mathbb{R}; \mathsf{x} > \mathsf{a}\}$$

$$\bullet \ (-\infty, \mathbf{b}] = \{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}; \mathbf{x} \le \mathbf{b} \}$$

b

$$\bullet \ (-\infty, \mathbf{b}) = \{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}; \mathbf{x} < \mathbf{b} \}$$



$$\bullet \ [\mathbf{a}, \infty) = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}; \mathbf{x} \geq \mathbf{a}\}$$

$$\bullet \ (\mathsf{a},\infty) = \{\mathsf{x} \in \mathbb{R}; \frac{\mathsf{x} > \mathsf{a}\}}{\mathsf{a}}$$

$$ullet$$
  $(-\infty,\mathbf{b}]=\{\mathbf{x}\in\mathbb{R};\mathbf{x}\leq\mathbf{b}\}$ 

$$ullet \; (-\infty, \mathbf{b}) = \{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}; \mathbf{x} < \mathbf{b} \}$$

$$\bullet \ \ (-\infty,\infty)=\{\mathbf{x};\mathbf{x}\in\mathbb{R}\}=\mathbb{R}$$



20. marec 2025

b

Zapišite kot interval.



27 / 92

Zapišite kot interval.

• 
$$\{x \in \mathbb{R}; -2 < x < 2\}$$

• 
$$\{x \in \mathbb{R}; 4 \le x \le 2\}$$

• 
$$\{x \in \mathbb{R}; -14 < x \le -9\}$$



20. marec 2025

Jan Kastelic (GAA)

Zapišite interval, ki je narisan na sliki.



28 / 92

Zapišite interval, ki je narisan na sliki.

0

•

•



Zapišite presek intervalov.



Jan Kastelic (GAA)

Zapišite presek intervalov.

• 
$$[0,2) \cap (-1,1]$$

• 
$$[-3,5] \cap (-3,5)$$

• 
$$[2,5) \cap [5,7)$$

• 
$$[-1,3) \cap (-4,-1]$$

• 
$$[4,6] \cap [-1,4]$$

• 
$$(-1,3) \cap [1,2)$$

30 / 92

Zapišite unijo intervalov.



Jan Kastelic (GAA)

Zapišite unijo intervalov.

•  $[0,2) \cup (-1,1]$ 

•  $[-3,5] \cup (-3,5)$ 

•  $[2,5) \cup [5,7)$ 

•  $[-1,3) \cup (-4,1]$ 

31/92

Zapišite razliko intervalov.



31/92

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

Zapišite razliko intervalov.

•  $[2,3] \setminus [3,4)$ 

•  $(1,3) \setminus (3,4)$ 

•  $[2,5) \setminus (-1,2]$ 

•  $(2,8) \setminus [5,6)$ 

32 / 92

Izračunajte.



32 / 92

Izračunajte.

• 
$$([1,3) \setminus (1,4]) \cup (1,2)$$

• 
$$[-2,4] \setminus ((-1,2] \cap [0,3))$$

• 
$$((-2,3] \setminus [-3,2)) \cap [3,5)$$



Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA



33 / 92

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

Enačba



20. marec 2025

Jan Kastelic (GAA)

#### Enačba

**Enačba** je enakost dveh izrazov, pri čemer vsaj v enem nastopa **neznanka**, ki je ponavadi označena s črko x.



33 / 92

#### Enačba

**Enačba** je enakost dveh izrazov, pri čemer vsaj v enem nastopa **neznanka**, ki je ponavadi označena s črko x.

**Rešitev enačbe** je vsaka vrednost neznanke, za katero sta vrednosti leve in desne strani enačbe enaki.



33 / 92

#### Enačba

**Enačba** je enakost dveh izrazov, pri čemer vsaj v enem nastopa **neznanka**, ki je ponavadi označena s črko x.

**Rešitev enačbe** je vsaka vrednost neznanke, za katero sta vrednosti leve in desne strani enačbe enaki.

### Reševanje enačbe



33 / 92

#### Enačba

**Enačba** je enakost dveh izrazov, pri čemer vsaj v enem nastopa **neznanka**, ki je ponavadi označena s črko x.

**Rešitev enačbe** je vsaka vrednost neznanke, za katero sta vrednosti leve in desne strani enačbe enaki.

### Reševanje enačbe

Enačbo rešujemo tako, da jo preoblikujemo v ekvivalentno enačbo, iz katere preberemo rešitve.



33 / 92

#### Enačba

**Enačba** je enakost dveh izrazov, pri čemer vsaj v enem nastopa **neznanka**, ki je ponavadi označena s črko x.

**Rešitev enačbe** je vsaka vrednost neznanke, za katero sta vrednosti leve in desne strani enačbe enaki.

#### Reševanje enačbe

Enačbo rešujemo tako, da jo preoblikujemo v ekvivalentno enačbo, iz katere preberemo rešitve.

Ekvivalentno enačbo dobimo, če:



33 / 92

#### Enačba

**Enačba** je enakost dveh izrazov, pri čemer vsaj v enem nastopa **neznanka**, ki je ponavadi označena s črko x.

**Rešitev enačbe** je vsaka vrednost neznanke, za katero sta vrednosti leve in desne strani enačbe enaki.

#### Reševanje enačbe

Enačbo rešujemo tako, da jo preoblikujemo v ekvivalentno enačbo, iz katere preberemo rešitve.

Ekvivalentno enačbo dobimo, če:

na obeh straneh enačbe prištejemo isto število ali izraz;

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 20. marec 2025 33/92

#### Enačba

**Enačba** je enakost dveh izrazov, pri čemer vsaj v enem nastopa **neznanka**, ki je ponavadi označena s črko x.

**Rešitev enačbe** je vsaka vrednost neznanke, za katero sta vrednosti leve in desne strani enačbe enaki.

#### Reševanje enačbe

Enačbo rešujemo tako, da jo preoblikujemo v ekvivalentno enačbo, iz katere preberemo rešitve.

Ekvivalentno enačbo dobimo, če:

- na obeh straneh enačbe prištejemo isto število ali izraz;
- obe strani enačbe množimo z istim neničelnim številom ali izrazom.

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 20. marec 2025 33/92

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 20. marec 2025 34 / 92



34 / 92

**Linearna enačba** je enačba oblike ax + b = 0;  $a, b \in \mathbb{R}$ .



34 / 92

**Linearna enačba** je enačba oblike ax + b = 0;  $a, b \in \mathbb{R}$ .

Rešujemo jo tako, da jo preoblikujemo v ekvivalentno enačbo, ki ima na eni strani samo neznanko.



34 / 92

**Linearna enačba** je enačba oblike ax + b = 0;  $a, b \in \mathbb{R}$ .

Rešujemo jo tako, da jo preoblikujemo v ekvivalentno enačbo, ki ima na eni strani samo neznanko.

## Razcepna enačba



34 / 92

**Linearna enačba** je enačba oblike ax + b = 0;  $a, b \in \mathbb{R}$ .

Rešujemo jo tako, da jo preoblikujemo v ekvivalentno enačbo, ki ima na eni strani samo neznanko.

## Razcepna enačba

**Razcepna enačba** je enačba, v kateri nastopajo potence neznanke (na primer  $x^2$ ,  $x^3$ ) in jo je mogoče zapisati kot produkt (linearnih) faktorjev.



34 / 92

**Linearna enačba** je enačba oblike ax + b = 0;  $a, b \in \mathbb{R}$ .

Rešujemo jo tako, da jo preoblikujemo v ekvivalentno enačbo, ki ima na eni strani samo neznanko.

## Razcepna enačba

**Razcepna enačba** je enačba, v kateri nastopajo potence neznanke (na primer  $x^2$ ,  $x^3$ ) in jo je mogoče zapisati kot produkt (linearnih) faktorjev.

Preoblikujemo jo v ekvivalentno enačbo, ki ima vse člene na eni strani neenačaja, na drugi pa 0. Izraz (neničelna stran) razstavimo, kolikor je mogoče, in preberemo rešitve.

34 / 92

**Linearna enačba** je enačba oblike ax + b = 0;  $a, b \in \mathbb{R}$ .

Rešujemo jo tako, da jo preoblikujemo v ekvivalentno enačbo, ki ima na eni strani samo neznanko.

#### Razcepna enačba

**Razcepna enačba** je enačba, v kateri nastopajo potence neznanke (na primer  $x^2$ ,  $x^3$ ) in jo je mogoče zapisati kot produkt (linearnih) faktorjev.

Preoblikujemo jo v ekvivalentno enačbo, ki ima vse člene na eni strani neenačaja, na drugi pa 0. Izraz (neničelna stran) razstavimo, kolikor je mogoče, in preberemo rešitve.

#### Racionalna enačba



34 / 92

**Linearna enačba** je enačba oblike ax + b = 0;  $a, b \in \mathbb{R}$ .

Rešujemo jo tako, da jo preoblikujemo v ekvivalentno enačbo, ki ima na eni strani samo neznanko.

## Razcepna enačba

**Razcepna enačba** je enačba, v kateri nastopajo potence neznanke (na primer  $x^2$ ,  $x^3$ ) in jo je mogoče zapisati kot produkt (linearnih) faktorjev.

Preoblikujemo jo v ekvivalentno enačbo, ki ima vse člene na eni strani neenačaja, na drugi pa 0. Izraz (neničelna stran) razstavimo, kolikor je mogoče, in preberemo rešitve.

#### Racionalna enačba

Racionalna enačba je enačba, v kateri nastopajo neznake (tudi) v imenovalcu, pri tem smo pozorni na obstoj ulomkov. Nato enačbo preoblikujemo v ekvivalentno enačbo.

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 20. marec 2025 34/92



Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 20. marec 2025 35 / 92

Rešite enačbe.



35 / 92

Rešite enačbe.

• 
$$3(2a-1)-5(a-2)=9$$

• 
$$2(y-2)+3(1-y)=7$$

• 
$$3(3-2(t-1))=3(5-t)$$

$$-(2-x)+3(x+1)=x-5$$

Rešite enačbe.



36 / 92

Rešite enačbe.

$$\frac{1}{5} - \frac{x-1}{2} = \frac{7}{10}$$

$$a-1 \over 3 + a+2 \over 6 = \frac{1}{2}$$

$$2\frac{2}{3} - \frac{3t+1}{6} = 0$$

Rešite razcepne enačbe.



Rešite razcepne enačbe.

• 
$$x^2 - 3x = -2$$

• 
$$(x+2)^3 - (x-1)^3 = 8x^2 + x + 2$$

• 
$$x^4 = 16x^2$$

• 
$$(x^2 - 4x + 5)^2 - (x^2 + 4x + 1)^2 - 78 = 2x^2(x + 30) - 18(x + 1)^3$$

• 
$$x^3 - 4x^2 + 4 = x$$

• 
$$x^5 = 3x^4 - 2x^3$$

37 / 92

38 / 92

Rešite enačbe.



20. marec 2025

Rešite enačbe.

$$\bullet \ \frac{x-1}{x+2} = \frac{x+1}{x-3}$$

$$\bullet \ \frac{1}{a-1} - \frac{3}{a} = \frac{2}{a-1}$$

$$\bullet \ \frac{1}{3a-1} + \frac{1}{3a+1} = \frac{a-1}{9a^2-1}$$

39 / 92

Neznano število smo delili s 4 in dobljenemu količniku prišteli 1. Dobili smo enako, kot če bi istemu številu prišteli 10. Izračunajte neznano število.



39 / 92

Neznano število smo delili s 4 in dobljenemu količniku prišteli 1. Dobili smo enako, kot če bi istemu številu prišteli 10. Izračunajte neznano število.

## Naloga

Kvadrat neznanega števila je za 4 manjši od njegovega štirikratnika. Izračunajte neznano število.



39 / 92

Avtomobil vozi s povprečno hitrostjo 50  $\frac{km}{h}$ , kolesar s povprečno hitrostjo 20  $\frac{km}{h}$ . Avtomobil gre iz Lendave v Ormož (približno 50 km), kolesar vozi v obratno smer. Koliko časa pred avtomobilom mora na pot kolesar, da se bosta srečala na polovici poti?



40 / 92

Avtomobil vozi s povprečno hitrostjo 50  $\frac{km}{h}$ , kolesar s povprečno hitrostjo 20  $\frac{km}{h}$ . Avtomobil gre iz Lendave v Ormož (približno 50 km), kolesar vozi v obratno smer. Koliko časa pred avtomobilom mora na pot kolesar, da se bosta srečala na polovici poti?

## Naloga

Vsota števk dvomestnega števila je 3. Če zamenjamo njegovi števki, dobimo za 9 manjše število. Katero število je to?

40 / 92

Andreja je bila ob rojstvu hčere Eve stara 38 let. Čez koliko let bo Andreja stara trikrat toliko kot Eva?



41 / 92

Andreja je bila ob rojstvu hčere Eve stara 38 let. Čez koliko let bo Andreja stara trikrat toliko kot Eva?

## Naloga

Prvi delavec sam pozida steno v 10 urah, drugi v 12 urah, tretji v 8 urah. Delavci skupaj začnejo zidati steno. Po dveh urah tretji delavec odide, pridruži pa se četrti delavec. Skupaj s prvim in drugim delavcem nato končajo steno v eni uri. V kolikšnem času četrti delavec pozida steno?

41 / 92



20. marec 2025

42 / 92

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

Neenačba



20. marec 2025

Jan Kastelic (GAA)

#### Neenačba

**Neenačba** je neenakost dveh izrazov, pri čemer vsaj v enem nastopa neznanka. Med levo in desno stranjo je postavljen eden od neenačajev: <, >, < ali >.



42 / 92

#### Neenačba

**Neenačba** je neenakost dveh izrazov, pri čemer vsaj v enem nastopa neznanka. Med levo in desno stranjo je postavljen eden od neenačajev: <, >,  $\le$  ali  $\ge$ .

Reševanje neenačbe



42 / 92

#### Neenačba

**Neenačba** je neenakost dveh izrazov, pri čemer vsaj v enem nastopa neznanka. Med levo in desno stranjo je postavljen eden od neenačajev: <, >,  $\le$  ali  $\ge$ .

### Reševanje neenačbe

Neenačbo rešujemo tako, da jo preoblikujemo v ekvivalentno neenačbo. To dobimo, če:



42 / 92

#### Neenačba

**Neenačba** je neenakost dveh izrazov, pri čemer vsaj v enem nastopa neznanka. Med levo in desno stranjo je postavljen eden od neenačajev: <, >,  $\le$  ali  $\ge$ .

### Reševanje neenačbe

Neenačbo rešujemo tako, da jo preoblikujemo v ekvivalentno neenačbo. To dobimo, če:

prištejemo isto število ali izraz na obeh straneh neenačbe;



42 / 92

#### Neenačba

**Neenačba** je neenakost dveh izrazov, pri čemer vsaj v enem nastopa neznanka. Med levo in desno stranjo je postavljen eden od neenačajev: <, >,  $\le$  ali  $\ge$ .

### Reševanje neenačbe

Neenačbo rešujemo tako, da jo preoblikujemo v ekvivalentno neenačbo. To dobimo, če:

- prištejemo isto število ali izraz na obeh straneh neenačbe;
- množimo obe strani neenačbe z istim pozitivnim številom ali izrazom;



42 / 92

#### Neenačba

**Neenačba** je neenakost dveh izrazov, pri čemer vsaj v enem nastopa neznanka. Med levo in desno stranjo je postavljen eden od neenačajev: <, >,  $\le$  ali  $\ge$ .

### Reševanje neenačbe

Neenačbo rešujemo tako, da jo preoblikujemo v ekvivalentno neenačbo. To dobimo, če:

- prištejemo isto število ali izraz na obeh straneh neenačbe;
- množimo obe strani neenačbe z istim pozitivnim številom ali izrazom;
- množimo obe strani neenačbe z istim negativnim številom ali izrazom in se pri tem neenačaj obrne.



42 / 92

#### Neenačba

**Neenačba** je neenakost dveh izrazov, pri čemer vsaj v enem nastopa neznanka. Med levo in desno stranjo je postavljen eden od neenačajev: <, >,  $\le$  ali  $\ge$ .

### Reševanje neenačbe

Neenačbo rešujemo tako, da jo preoblikujemo v ekvivalentno neenačbo. To dobimo, če:

- prištejemo isto število ali izraz na obeh straneh neenačbe;
- množimo obe strani neenačbe z istim pozitivnim številom ali izrazom;
- množimo obe strani neenačbe z istim negativnim številom ali izrazom in se pri tem neenačaj obrne.

**Linearna neenačba** je oblike ax + b < 0, ali pa nastopa drug neenačaj: >,  $\leq$ ,  $\geq$ .

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 20. marec 2025 42 / 92

43 / 92

Poiščite vsa realna števila, ki ustrezajo pogoju.



43 / 92

Poiščite vsa realna števila, ki ustrezajo pogoju.

• 
$$3a + 2 < 2a - 1$$

• 
$$7t + 8 \ge 8(t - 2)$$

• 
$$5x - 2 > 2(x + 1) - 3$$

• 
$$x-1 \le 2(x-3)-x$$

43 / 92

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 20. marec 2025 44 / 92

Rešite neenačbe.



Jan Kastelic (GAA)

44 / 92

Rešite neenačbe.

• 
$$\frac{x}{2} + \frac{2}{3} < \frac{8}{3}$$

$$\bullet \ \frac{4+5a}{34} - \frac{4}{51} \ge 2 + \frac{2-a}{51}$$

$$x + \frac{x-2}{3} < \frac{x-3}{4} + \frac{x-1}{2}$$

Rešite sisteme neenačb.



Jan Kastelic (GAA)

Rešite sisteme neenačb.

• 
$$-2 < y - 2 < 1$$

• 
$$-4 \le 5a - 9 \le 1$$

• 
$$(x+1>3) \land (2x \le 3(x-1))$$

• 
$$(3x - 5 < x + 3) \lor (2x \ge x + 6)$$

45 / 92

↓□▶ ←□▶ ←□▶ ←□▶ □ ♥ ♀○

46 / 92

Sistem dveh linearnih enačb z dvema neznankama



46 / 92

#### Sistem dveh linearnih enačb z dvema neznankama

Sistem dveh linearnih enačb z dvema neznankama ali sistem  $2 \times 2$  je v splošnem oblike:

$$a_1x+b_1y=c_1$$

$$a_2x+b_2y=c_2$$



46 / 92

#### Sistem dveh linearnih enačb z dvema neznankama

Sistem dveh linearnih enačb z dvema neznankama ali sistem  $2 \times 2$  je v splošnem oblike:

$$a_1x+b_1y=c_1$$

$$a_2x+b_2y=c_2$$

x in y sta **neznanki**,  $a_i, b_i, c_i \in \mathbb{R}$  so **koeficienti**.



46 / 92

#### Sistem dveh linearnih enačb z dvema neznankama

Sistem dveh linearnih enačb z dvema neznankama ali sistem  $2 \times 2$  je v splošnem oblike:

$$a_1x + b_1y = c_1$$
$$a_2x + b_2y = c_2$$

x in y sta **neznanki**,  $a_i, b_i, c_i \in \mathbb{R}$  so **koeficienti**.

**Rešitev sistema** je **urejen par** števil (x, y), ki zadoščajo obema enačbama.

46 / 92

#### Sistem dveh linearnih enačb z dvema neznankama

Sistem dveh linearnih enačb z dvema neznankama ali sistem  $2 \times 2$  je v splošnem oblike:

$$a_1x + b_1y = c_1$$
$$a_2x + b_2y = c_2$$

x in y sta **neznanki**,  $a_i, b_i, c_i \in \mathbb{R}$  so **koeficienti**.

**Rešitev sistema** je **urejen par** števil (x, y), ki zadoščajo obema enačbama.

Sistem  $2 \times 2$  ima lahko eno rešitev, nima rešitve ali ima neskončno rešitev.

4 D > 4 D > 4 E > 4 E > E 990

46 / 92

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 20. marec 2025 47 / 92 Sistem lahko rešujemo s primerjalnim načinom, zamenjalnim načinom ali z metodo nasprotnih koeficientov.

4□ > 4□ > 4□ > 4 = > 4 = > 4 = 900

47 / 92

Sistem lahko rešujemo s primerjalnim načinom, zamenjalnim načinom ali z metodo nasprotnih koeficientov.

### Primerjalni način

Iz obeh enačb izrazimo isto neznanko, nato njuni vrednosti enačimo.



47 / 92

Sistem lahko rešujemo s primerjalnim načinom, zamenjalnim načinom ali z metodo nasprotnih koeficientov.

### Primerjalni način

Iz obeh enačb izrazimo isto neznanko, nato njuni vrednosti enačimo.

## Zamenjalni način

Iz ene enačbe izrazimo eno izmed neznank (preverimo, če je kateri od koeficientov pri neznankah enak 1 – takšno neznanko hitro izrazimo) in izraženo vrednost vstavimo v drugo enačbo.

47 / 92

Sistem lahko rešujemo s primerjalnim načinom, zamenjalnim načinom ali z metodo nasprotnih koeficientov.

### Primerjalni način

Iz obeh enačb izrazimo isto neznanko, nato njuni vrednosti enačimo.

## Zamenjalni način

Iz ene enačbe izrazimo eno izmed neznank (preverimo, če je kateri od koeficientov pri neznankah enak 1 – takšno neznanko hitro izrazimo) in izraženo vrednost vstavimo v drugo enačbo.

### Metoda nasprotnih koeficientov

Eno ali obe enačbi pomnožimo s takimi števili, da bosta pri eni izmed neznank koeficienta nasprotni števili, nato enačbi seštejemo. Ostane ena enačba z eno neznanko.



Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 20. marec 2025 48 / 92

Rešite sisteme enačb.



Jan Kastelic (GAA)

Rešite sisteme enačb.

$$\begin{array}{c}
2x + y = 9 \\
x - 3y = 8
\end{array}$$

$$x - y = 5$$

$$y - x = 3$$

$$2x - 3y = 5$$
$$-4x + 6y = -10$$

$$3x - y = 5$$
$$6x - 10 = 2y$$

Z zamenjalnim načinom rešite sisteme enačb.



49 / 92

Z zamenjalnim načinom rešite sisteme enačb.

$$2x + 5y = -2$$
$$x - 3y = -1$$

$$3x - 2y = 1$$

$$x + y = \frac{7}{6}$$

$$0.5x + 0.2y = 2$$

$$\frac{3}{2}x - \frac{2}{5}y = 1$$

49 / 92

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 20. marec 2025 50 / 92

Z metodo nasprotnih koeficientov rešite sisteme enačb.



50 / 92

Z metodo nasprotnih koeficientov rešite sisteme enačb.

$$\begin{array}{c}
2x + 3y = 3 \\
-4x + 3y = 0
\end{array}$$

$$4x - 3y = -2$$
$$-8x + y = -1$$

$$3x - 2y = 2$$
$$2x - 3y = -2$$

$$x - y = -5$$

$$0.6x + 0.4y = 7$$

50 / 92

V bloku je 26 stanovanj. Vsako stanovanje ima 2 ali 3 sobe. Koliko je posameznih vrst stanovanj, če je v bloku 61 sob?



51/92

V bloku je 26 stanovanj. Vsako stanovanje ima 2 ali 3 sobe. Koliko je posameznih vrst stanovanj, če je v bloku 61 sob?

## Naloga

Kmet ima v ogradi 20 živali. Če so v ogradi le race in koze, koliko je posameznih živali, če smo našteli 50 nog?

51/92

Reševanje sistemov enačb

Razredničarka na sladoled pelje svojih 30 dijakov. Naročili so lahko 2 ali 3 kepice sladoleda. Koliko dijakov je naročilo dve in koliko tri kepice sladoleda, če razredničarka ni jedla sladoleda, plačala pa je 79 kepic sladoleda?

52 / 92

Razredničarka na sladoled pelje svojih 30 dijakov. Naročili so lahko 2 ali 3 kepice sladoleda. Koliko dijakov je naročilo dve in koliko tri kepice sladoleda, če razredničarka ni jedla sladoleda, plačala pa je 79 kepic sladoleda?

### Naloga

Babica ima dvakrat toliko vnukinj kot vnukov. Vnukinjam je podarila po tri bombone, vnukom pa po štiri bombone. Koliko vnukinj in vnukov ima, če je podarila 70 bombonov?

Reševanje sistemov enačb

53 / 92



53 / 92

Sistem treh linearnih enačb z tremi neznankami ali sistem  $3 \times 3$  je v splošnem oblike:

$$a_1x + b_1y + c_1z = d_1$$
  
 $a_2x + b_2y + c_2z = d_2$   
 $a_3x + b_3y + c_3z = d_3$ 



53 / 92

Sistem treh linearnih enačb z tremi neznankami ali sistem  $3 \times 3$  je v splošnem oblike:

$$a_1x + b_1y + c_1z = d_1$$
  
 $a_2x + b_2y + c_2z = d_2$   
 $a_3x + b_3y + c_3z = d_3$ 

x, y in z so **neznanke**,  $a_i, b_i, c_i \in \mathbb{R}$  so **koeficienti**.



53 / 92

Sistem treh linearnih enačb z tremi neznankami ali sistem  $3 \times 3$  je v splošnem oblike:

$$a_1x + b_1y + c_1z = d_1$$
  
 $a_2x + b_2y + c_2z = d_2$   
 $a_3x + b_3y + c_3z = d_3$ 

x, y in z so **neznanke**,  $a_i, b_i, c_i \in \mathbb{R}$  so **koeficienti**.

**Rešitev sistema** je **urejena trojka** števil (x, y, z), ki zadoščajo vsem trem enačbam.



53 / 92

Sistem treh linearnih enačb z tremi neznankami ali sistem  $3 \times 3$  je v splošnem oblike:

$$a_1x + b_1y + c_1z = d_1$$
  
 $a_2x + b_2y + c_2z = d_2$   
 $a_3x + b_3y + c_3z = d_3$ 

x, y in z so **neznanke**,  $a_i, b_i, c_i \in \mathbb{R}$  so **koeficienti**.

**Rešitev sistema** je **urejena trojka** števil (x, y, z), ki zadoščajo vsem trem enačbam.

Sistem  $3 \times 3$  rečujemo z istimi postopki kot sisteme  $2 \times 2$ , le da postopek ponovimo večkrat.



53 / 92

Reševanje sistemov enačb

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 20. marec 2025 54 / 92

Rešite sisteme enačb.



Jan Kastelic (GAA)

Rešite sisteme enačb.

$$2x + y - 3z = 5$$

$$x + 2y + 2z = 1$$

$$-x + y + z = -4$$

$$x - 2y + 6z = 5$$

$$-x + 3z = -1$$

$$4y - 3z = -3$$

$$x + y - z = 0$$

$$x - y - 3z = 2$$

$$2x + y - 3z = 1$$

$$2x - 4y + z = 3$$

$$4x - y + 2z = 4$$

$$-8x + 2y - 4z = 7$$



55 / 92

20. marec 2025

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

Kadar v enačbi oziroma neenačbi poleg neznake x nastopajo tudi druge črke, na primer a,b,c,k,l..., le-te označujejo števila, ki imajo poljubno realno vrednost. Imenujemo jih parametri.



55 / 92

Kadar v enačbi oziroma neenačbi poleg neznake x nastopajo tudi druge črke, na primer a,b,c,k,l..., le-te označujejo števila, ki imajo poljubno realno vrednost. Imenujemo jih **parametri**.

Vrednost parametrov vpliva na rešitev enačbe oziroma neenačbe, zato moramo enačbo reševati glede na vrednosti parametrov. Temu postopku rečemo **obravnava enačbe** oziroma **obravnava neenačbe**.

55 / 92

Obravnavajte enačbe.



56 / 92

# Naloga

Obravnavajte enačbe.

• 
$$2(ax - 3) + 3 = ax$$

$$-4x - b(x-2)^2 = 3 - bx^2 - 7b$$

• 
$$3(a-2)(x-2) = a^2(x-1) - 4x + 7$$

$$(b-3)^2x - 3 = 4x - 3b$$

Obravnavajte neenačbe.



Obravnavajte neenačbe.

• 
$$a(x-2) \le 4$$

• 
$$mx + 4 > m^2 - 2x$$

• 
$$a(a-3x+1) \ge a(x-4) + a^2x$$

• 
$$(k-1)^2x \le kx + 2(k+1) + 5x$$

57 / 92



58 / 92

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

Pri sklepnem računu obravnavamo situacije, v katerih nastopata dve količini, ki sta premo sorazmerni ali obratno sorazmerni.



58 / 92

Pri sklepnem računu obravnavamo situacije, v katerih nastopata dve količini, ki sta premo sorazmerni ali obratno sorazmerni.

Premo sorazmerje



58 / 92

Pri sklepnem računu obravnavamo situacije, v katerih nastopata dve količini, ki sta premo sorazmerni ali obratno sorazmerni.

#### Premo sorazmerje

Količini x in y sta **premo sorazmerni**, če obstaja takšno neničelno število  $k \in \mathbb{R}^*$ , da je  $x = k \cdot y$ .



58 / 92

Pri sklepnem računu obravnavamo situacije, v katerih nastopata dve količini, ki sta premo sorazmerni ali obratno sorazmerni.

#### Premo sorazmerje

Količini x in y sta **premo sorazmerni**, če obstaja takšno neničelno število  $k \in \mathbb{R}^*$ , da je  $x = k \cdot y$ .

## Obratno sorazmerje



58 / 92

Pri sklepnem računu obravnavamo situacije, v katerih nastopata dve količini, ki sta premo sorazmerni ali obratno sorazmerni.

#### Premo sorazmerje

Količini x in y sta **premo sorazmerni**, če obstaja takšno neničelno število  $k \in \mathbb{R}^*$ , da je  $x = k \cdot y$ .

### Obratno sorazmerje

Količini x in y sta **obratno sorazmerni**, če obstaja takšno neničelno število  $k \in \mathbb{R}^*$ , da k

je 
$$x = \frac{k}{y}$$
.



58 / 92

59 / 92

Delavec v štirih urah zasluži 10 €. Koliko zasluži v dvanajstih urah?



59 / 92

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

Delavec v štirih urah zasluži 10 €. Koliko zasluži v dvanajstih urah?

# Naloga

Tiskalnik v sedmih minutah natisne 42 strani. Koliko časa potrebuje za 108 strani?



Delavec v štirih urah zasluži 10 €. Koliko zasluži v dvanajstih urah?

## Naloga

Tiskalnik v sedmih minutah natisne 42 strani. Koliko časa potrebuje za 108 strani?

## Naloga

Tri čebele v treh dneh oprašijo devetsto cvetov. Koliko cvetov v šestih dneh opraši šest čebel?

59 / 92

Kolesar od Ljubljane do Geometrijskega središča Slovenije potuje dve uri s hitrostjo  $20 \ km/h$ . Kako hitro bi moral peljati, da bi pot prevozil v eni uri in petnajstih minutah?



60 / 92

Kolesar od Ljubljane do Geometrijskega središča Slovenije potuje dve uri s hitrostjo  $20 \ km/h$ . Kako hitro bi moral peljati, da bi pot prevozil v eni uri in petnajstih minutah?

## Naloga

En računalnik za pripravo posebnih efektov filma potrebuje 14 ur. Koliko časa bi potrebovali trije taki računalniki, za pripravo posebnih efektov za šest filmov?



60/92

Kolesar od Ljubljane do Geometrijskega središča Slovenije potuje dve uri s hitrostjo  $20 \ km/h$ . Kako hitro bi moral peljati, da bi pot prevozil v eni uri in petnajstih minutah?

## Naloga

En računalnik za pripravo posebnih efektov filma potrebuje 14 ur. Koliko časa bi potrebovali trije taki računalniki, za pripravo posebnih efektov za šest filmov?

# Naloga

Sedem pleskarjev pleska hišo 15 dni. Po petih dneh dva delavca premestijo na drugo delovišče. Koliko časa bodo preostali delavci pleskali hišo?



60 / 92



Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

Količine pri odstotnem računu so povezane s sklepnim računim, in sicer so v premem sorazmerju.



61/92

Količine pri odstotnem računu so povezane s sklepnim računim, in sicer so v premem sorazmerju.

Odstotek (ali procent) % celote definiramo kot stotino celote,

$$1\ \% = rac{1}{100}$$



61/92

Količine pri odstotnem računu so povezane s sklepnim računim, in sicer so v premem sorazmerju.

**Odstotek** (ali procent) % celote definiramo kot stotino celote, **odtisoček** (ali promil) % kot tisočino celote.

$$1 \% = \frac{1}{100}$$
  $1 \% = \frac{1}{1000}$ 



61/92

Količine pri odstotnem računu so povezane s sklepnim računim, in sicer so v premem sorazmerju.

**Odstotek** (ali procent) % celote definiramo kot stotino celote, **odtisoček** (ali promil) % kot tisočino celote.

$$1 \% = \frac{1}{100}$$
  $1 \% = \frac{1}{1000}$ 

**Relativni delež** je kvocient med deležem in osnovo:  $r = \frac{d}{o}$ .



61/92

Zapišite z okrajšanim ulomkom oziroma odstotkom.



62 / 92

Zapišite z okrajšanim ulomkom oziroma odstotkom.

- 12 %
- 20 % a
- 250 %
- 0.5 % b
- 12 %<sub>0</sub>

- $\bullet$   $\frac{3}{4}a$
- $\bullet \ \frac{7}{20}x$
- $\frac{31}{10}y$ 
  - 0.8z
  - $\frac{25}{8}m$

20. marec 2025

63 / 92

20. marec 2025

Izračunajte.



### Izračunajte.

- Koliko je 20 % od 10 kg?
- Koliko je 25 % od 20 €?
- Koliko je 10 % od 1 /?
- Koliko je 250 % od 12 *g*?
- Koliko je 1 ‰ od 2350 *kg*?
- Koliko je 17 ‰ od 100 *m*?



64 / 92

Pri ekološki pridelavi kmet pridela 3 tone pšenice na hektar. Zaradi toče je bil letošnji pridelek le 2450 kg pšenice. Za koliko odstotkov se je zmanjšala količina pridelka zaradi toče?



64 / 92

Pri ekološki pridelavi kmet pridela 3 tone pšenice na hektar. Zaradi toče je bil letošnji pridelek le 2450 kg pšenice. Za koliko odstotkov se je zmanjšala količina pridelka zaradi toče?

# Naloga

V 5 kg raztopine je 120 g soli. Koliko odstotna je ta raztopina?



64/92

Pri ekološki pridelavi kmet pridela 3 tone pšenice na hektar. Zaradi toče je bil letošnji pridelek le 2450 kg pšenice. Za koliko odstotkov se je zmanjšala količina pridelka zaradi toče?

## Naloga

V 5 kg raztopine je 120 g soli. Koliko odstotna je ta raztopina?

# Naloga

V tovarni čevljev so povečali proizvodnjo s 1250 parov tedensko na 1700 parov. Koliko odstotno je to povečanje?



64/92

65 / 92

20. marec 2025

Kokoši nesnice znesejo 270 jajc letno. Koliko odstotna je njihova nesnost?



65 / 92

Kokoši nesnice znesejo 270 jajc letno. Koliko odstotna je njihova nesnost?

## Naloga

V trgovini stane izdelek 120 €. Koliko stane po:

- 5 % podražitvi,
- 20 % pocenitvi?



65 / 92

Kokoši nesnice znesejo 270 jajc letno. Koliko odstotna je njihova nesnost?

## Naloga

V trgovini stane izdelek 120 €. Koliko stane po:

- 5 % podražitvi,
- 20 % pocenitvi?

# Naloga

Jošt je natipkal besedilo na list A4 formata v pisava Arial, velikosti 12, in ugotovil, da je bilo na strani 3150 znakov s presledki. Če bi pisavo zmanjšal na velikost 10, bi na stran prišlo 28 % več znakov. Koliko?

Dizelsko gorivo je stalo v Sloveniji 1.421 €, v Italijo 1.748 €, v Avstriji pa 1.751 €. Za koliko odstotkov je bilo gorivo v Italiji dražje od goriva v naši državi in za koliko odstotkov je bilo naše gorivo cenejše od goriva v Avstriji?



66 / 92

Dizelsko gorivo je stalo v Sloveniji 1.421 €, v Italijo 1.748 €, v Avstriji pa 1.751 €. Za koliko odstotkov je bilo gorivo v Italiji dražje od goriva v naši državi in za koliko odstotkov je bilo naše gorivo cenejše od goriva v Avstriji?

## Naloga

Prenočitvene zmogljivosti na Bledu so 8880 ležišč. Pred prvomajskimi prazniki so se turistični delavci pohvalili, da je zasedenost kapacitet 90 %. Koliko turistov še lahko sprejmejo na nočitev?

66 / 92

Dizelsko gorivo je stalo v Sloveniji 1.421 €, v Italijo 1.748 €, v Avstriji pa 1.751 €. Za koliko odstotkov je bilo gorivo v Italiji dražje od goriva v naši državi in za koliko odstotkov je bilo naše gorivo cenejše od goriva v Avstriji?

#### Naloga

Prenočitvene zmogljivosti na Bledu so 8880 ležišč. Pred prvomajskimi prazniki so se turistični delavci pohvalili, da je zasedenost kapacitet 90 %. Koliko turistov še lahko sprejmejo na nočitev?

#### Naloga

Maksov avto porabi  $5.6\ l$  goriva na prevoženih  $100\ km$ . Z varčno vožnjo lahko zniža porabo za  $15\ \%$ . Koliko kilometrov bo tako prevozil s polnim rezervoarjem, ki drži  $55\ l$ .

67 / 92

Kavču, ki je stal 652 €, so ceno znižali za 10 %, na sejmu pa so ponudili na to ceno še 12 % sejemskega popusta. Koliko bomo odšteli za kavč na sejmu? Za koliko odstotkov je cena na sejmu nižja od prvotne cene kavča?



67 / 92

Kavču, ki je stal 652 €, so ceno znižali za 10 %, na sejmu pa so ponudili na to ceno še 12 % sejemskega popusta. Koliko bomo odšteli za kavč na sejmu? Za koliko odstotkov je cena na sejmu nižja od prvotne cene kavča?

## Naloga

Servis so najprej podražili za 10 %, potem pa se je ena skodelica okrušila in so ga pocenili za 30 %. Koliko je servis stal na začetku, če ga danes lahko kupimo za 115.5 €?

67/92

Kavču, ki je stal 652 €, so ceno znižali za 10 %, na sejmu pa so ponudili na to ceno še 12 % sejemskega popusta. Koliko bomo odšteli za kavč na sejmu? Za koliko odstotkov je cena na sejmu nižja od prvotne cene kavča?

## Naloga

Servis so najprej podražili za 10 %, potem pa se je ena skodelica okrušila in so ga pocenili za 30 %. Koliko je servis stal na začetku, če ga danes lahko kupimo za 115.5 €?

## Naloga

Izdelek je imel napako, zato so ga pocenili za 20 %. Ko so napako skoraj v celoti odpravili, so ga podražili za 20 %. Kolikšna je bila začetna cena izdelka, če po poravilu stane  $192 \in$ ?

Koliko vode moramo priliti 3 kg 45 % raztopine, da bomo koncentracijo znižali na 20 %?



68 / 92

Koliko vode moramo priliti 3 kg 45 % raztopine, da bomo koncentracijo znižali na 20 %?

## Naloga

Kolikšno koncentracijo raztopine dobimo, če zmešamo 2 kg 60 % raztopine in 3 kg 40 % raztopine?



Koliko vode moramo priliti 3 kg 45 % raztopine, da bomo koncentracijo znižali na 20 %?

## Naloga

Kolikšno koncentracijo raztopine dobimo, če zmešamo 2 kg 60 % raztopine in 3 kg 40 % raztopine?

## Naloga

Koliko kg 12 % raztopine moramo priliti k 30 kg 24 % raztopine, da bomo dobili raztopino z 20 % koncentracijo?



20. marec 2025

# Absolutna vrednost



Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

# Absolutna vrednost

**Absolutna vrednost** |x| števila x geometrijsko predstavlja oddaljenost točke, ki predstavlja število x, od izhodišča na številski premici.



69 / 92

Realna števila

# Absolutna vrednost

**Absolutna vrednost** |x| števila x geometrijsko predstavlja oddaljenost točke, ki predstavlja število x, od izhodišča na številski premici.

$$|x| = \begin{cases} x & x \ge 0; \\ -x & x < 0. \end{cases}$$

69 / 92

# Absolutna vrednost

**Absolutna vrednost** |x| števila x geometrijsko predstavlja oddaljenost točke, ki predstavlja število x, od izhodišča na številski premici.

$$|x| = \begin{cases} x & x \ge 0; \\ -x & x < 0. \end{cases}$$

Lastnosti absolutne vrednosti



69 / 92

# Absolutna vrednost

**Absolutna vrednost** |x| števila x geometrijsko predstavlja oddaljenost točke, ki predstavlja število x, od izhodišča na številski premici.

$$|x| = \begin{cases} x & x \ge 0; \\ -x & x < 0. \end{cases}$$

#### Lastnosti absolutne vrednosti

• 
$$|x| \ge 0$$



69 / 92

**Absolutna vrednost** |x| števila x geometrijsko predstavlja oddaljenost točke, ki predstavlja število x, od izhodišča na številski premici.

$$|x| = \begin{cases} x & x \ge 0; \\ -x & x < 0. \end{cases}$$

#### Lastnosti absolutne vrednosti

- $|x| \ge 0$
- $|x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$



69 / 92

**Absolutna vrednost** |x| števila x geometrijsko predstavlja oddaljenost točke, ki predstavlja število x, od izhodišča na številski premici.

$$|x| = \begin{cases} x & x \ge 0; \\ -x & x < 0. \end{cases}$$

#### Lastnosti absolutne vrednosti

- $|x| \ge 0$
- $|x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$
- |-x| = |x|



69 / 92

**Absolutna vrednost** |x| števila x geometrijsko predstavlja oddaljenost točke, ki predstavlja število x, od izhodišča na številski premici.

$$|x| = \begin{cases} x & x \ge 0; \\ -x & x < 0. \end{cases}$$

#### Lastnosti absolutne vrednosti

• 
$$|x| \ge 0$$

• 
$$|x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

• 
$$|-x| = |x|$$

$$|x \cdot y| = |x| \cdot |y|$$



69 / 92

**Absolutna vrednost** |x| števila x geometrijsko predstavlja oddaljenost točke, ki predstavlja število x, od izhodišča na številski premici.

$$|x| = \begin{cases} x & x \ge 0; \\ -x & x < 0. \end{cases}$$

#### Lastnosti absolutne vrednosti

• 
$$|x| \ge 0$$

• 
$$|x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

• 
$$|-x| = |x|$$

$$|x \cdot y| = |x| \cdot |y|$$

• 
$$|x + y| \le |x| + |y|$$
 - trikotniška neenakost

69 / 92

**Absolutna vrednost** |x| števila x geometrijsko predstavlja oddaljenost točke, ki predstavlja število x, od izhodišča na številski premici.

$$|x| = \begin{cases} x & x \ge 0; \\ -x & x < 0. \end{cases}$$

#### Lastnosti absolutne vrednosti

• 
$$|x| \ge 0$$

• 
$$|x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

• 
$$|-x| = |x|$$

$$|x \cdot y| = |x| \cdot |y|$$

• 
$$|x + y| \le |x| + |y|$$
 - trikotniška neenakost

Z absolutno vrednostjo izračunamo tudi razdaljo med x in y kot |x-y| ali |y-x|.

40 1 4 4 5 1 4 5 1 5 9 9 0

69 / 92



Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 20. marec 2025 70 / 92

Izračunajte.



#### Izračunajte.

- |13|
- | − 5|
- $|-2| \cdot |4|$
- |-3|-|5|
- $|-1| \cdot |-6|$
- $\bullet$  -|3| + | 9|

• 
$$\left| \frac{1}{5} - 5 \right|$$

$$\left| -\frac{3}{4} - \frac{2}{3} \right|$$

• 
$$|\sqrt{5}-3|$$

$$\bullet \left| -1 + \sqrt{2} \right|$$

• 
$$|1 - |\sqrt{6} - 3|$$

• 
$$||\sqrt{2}-2|-|1-\sqrt{2}||$$

Odpravite absolutno vrednost.



71 / 92

Odpravite absolutno vrednost.

• 
$$|2 + e|$$

• 
$$|x + 1|$$

• 
$$-|1-y|$$

• 
$$|4 - b|$$

• 
$$-|3+6y|$$

20. marec 2025

Poenostavite izraze.



72 / 92

Poenostavite izraze.

• 
$$x - 2 + |x|$$

• 
$$3 \cdot |x-2| + x - 1$$

• 
$$|a-2|+|a|$$

• 
$$3 \cdot |b-2| + |b-1|$$

• 
$$||x-2|+x|$$

• 
$$3 \cdot ||y-2|+|y-1||$$

20. marec 2025

Rešite enačbe.



73 / 92

#### Rešite enačbe.

• 
$$|x-2|=3$$

• 
$$|3 - x| = 5$$

• 
$$1 + |x - 7| = -6$$

• 
$$|a+3|=7-|a+2|$$

$$|b-1|=2+|b+3|$$

$$|x-1|+|x+2|=3$$

20. marec 2025

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 20. marec 2025 74 / 92

Rešite neenačbe.



20. marec 2025

Rešite neenačbe.

• 
$$|x-2| > 3$$

• 
$$|3 - x| < 5$$

• 
$$1 + |x - 7| \le -6$$

• 
$$|a+3| < 7 - |a+2|$$

• 
$$|b-1| \ge 2 + |b+3|$$

• 
$$||x-3|+2|<1$$

• 
$$|x - |x - 3|| \ge 1$$

• 
$$|x - |2x - 1| \ge 2$$



75 / 92

Pravila zaokroževanja



75 / 92

20. marec 2025

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

#### Pravila zaokroževanja

• Zadnjo števko pustimo enako, če je prva izbrisana števka manjša od 5;

(ㅁㅏㅓ@ㅏㅓㅌㅏㅓㅌㅏ = - 쒸٩@

75 / 92

#### Pravila zaokroževanja

- Zadnjo števko pustimo enako, če je prva izbrisana števka manjša od 5;
- zadnjo števko povečamo za 1, če je prva izbrisana števka 5 ali več.

(ㅁㅏㅓ@ㅏㅓㅌㅏㅓㅌㅏ = - 쒸٩@

75 / 92

#### Pravila zaokroževanja

- Zadnjo števko pustimo enako, če je prva izbrisana števka manjša od 5;
- zadnjo števko povečamo za 1, če je prva izbrisana števka 5 ali več.

Zaokroževanje na *n* **decimalnih mest** pomeni:



75 / 92

#### Pravila zaokroževanja

- Zadnjo števko pustimo enako, če je prva izbrisana števka manjša od 5;
- zadnjo števko povečamo za 1, če je prva izbrisana števka 5 ali več.

Zaokroževanje na *n* **decimalnih mest** pomeni: opustiti vse decimalke od *n*-tega mesta dalje in zaokrožiti.



75 / 92

#### Pravila zaokroževanja

- Zadnjo števko pustimo enako, če je prva izbrisana števka manjša od 5;
- zadnjo števko povečamo za 1, če je prva izbrisana števka 5 ali več.

Zaokroževanje na *n* **decimalnih mest** pomeni: opustiti vse decimalke od *n*-tega mesta dalje in zaokrožiti. Primer:  $\sqrt{2} \doteq 1.41$  (na 2 decimalni mesti).

75 / 92

#### Pravila zaokroževanja

- Zadnjo števko pustimo enako, če je prva izbrisana števka manjša od 5;
- zadnjo števko povečamo za 1, če je prva izbrisana števka 5 ali več.

Zaokroževanje na *n* **decimalnih mest** pomeni: opustiti vse decimalke od *n*-tega mesta dalje in zaokrožiti. Primer:  $\sqrt{2} \doteq 1.41$  (na 2 decimalni mesti).

Zaokroževanje na *n* **mest** pomeni,

( D ) ( D ) ( E ) ( E ) ( E ) 990

 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 20. marec 2025
 75 / 92

#### Pravila zaokroževanja

- Zadnjo števko pustimo enako, če je prva izbrisana števka manjša od 5;
- zadnjo števko povečamo za 1, če je prva izbrisana števka 5 ali več.

Zaokroževanje na *n* decimalnih mest pomeni: opustiti vse decimalke od *n*-tega mesta dalje in zaokrožiti. Primer:  $\sqrt{2} \doteq 1.41$  (na 2 decimalni mesti).

Zaokroževanje na n **mest** pomeni, da ima število v svojem zapisu n števk, pri pogoju, da ne štejemo ničel na začetku in na koncu.

75 / 92

#### Pravila zaokroževanja

- Zadnjo števko pustimo enako, če je prva izbrisana števka manjša od 5;
- zadnjo števko povečamo za 1, če je prva izbrisana števka 5 ali več.

Zaokroževanje na *n* **decimalnih mest** pomeni: opustiti vse decimalke od *n*-tega mesta dalje in zaokrožiti. Primer:  $\sqrt{2} \doteq 1.41$  (na 2 decimalni mesti).

Zaokroževanje na n **mest** pomeni, da ima število v svojem zapisu n števk, pri pogoju, da ne štejemo ničel na začetku in na koncu. Primer:  $\sqrt{2} \doteq 1.41$  (na 3 mesta).

75 / 92

#### Pravila zaokroževanja

- Zadnjo števko pustimo enako, če je prva izbrisana števka manjša od 5;
- zadnjo števko povečamo za 1, če je prva izbrisana števka 5 ali več.

Zaokroževanje na *n* **decimalnih mest** pomeni: opustiti vse decimalke od *n*-tega mesta dalje in zaokrožiti. Primer:  $\sqrt{2} \doteq 1.41$  (na 2 decimalni mesti).

Zaokroževanje na n **mest** pomeni, da ima število v svojem zapisu n števk, pri pogoju, da ne štejemo ničel na začetku in na koncu. Primer:  $\sqrt{2} \doteq 1.41$  (na 3 mesta).

Pri zapisu uporabimo ≐, kar označuje, da smo rezultat zapisali približno in ne natančno.

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 20. marec 2025

75 / 92

Naj bo x točna vrednost in X njen **približek**.



76 / 92

Naj bo x točna vrednost in X njen **približek**.

Absolutna napaka približka je

$$|X-x|$$
;

76 / 92

Naj bo x točna vrednost in X njen **približek**.

Absolutna napaka približka je

$$|X-x|$$
;

relativna napaka je

$$\frac{|X-x|}{x}$$

20. marec 2025

Naj bo x točna vrednost in X njen **približek**.

Absolutna napaka približka je

$$|X-x|$$
;

relativna napaka je

$$\frac{|X-x|}{x}$$
.

Absolutno napako zapišemo tudi  $X=x\pm\epsilon$ , kar pomeni, da se absolutna napaka približka X razlikuje od točne vrednosti x kvečjemu za  $\epsilon$ .

76 / 92

Zaokroževanje, približki, napake

Na kartonski škatli je oznaka velikosti  $50 \pm 3$  cm. Koliko je največja in koliko najmanjša velikost škatle, ki ustreza tej oznaki? Ali je lahko relativna napaka velikosti 8 %?

77 / 92

Na kartonski škatli je oznaka velikosti  $50 \pm 3$  cm. Koliko je največja in koliko najmanjša velikost škatle, ki ustreza tej oznaki? Ali je lahko relativna napaka velikosti 8 %?

### Naloga

Pri 200 m vrvi smemo narediti 7 % napako. Ali je lahko takšna vrv dolga 230 m? Kako dolgi bosta najkrajša in najdaljša vrv, ki še ustrezata?

77 / 92

Na kartonski škatli je oznaka velikosti  $50 \pm 3$  cm. Koliko je največja in koliko najmanjša velikost škatle, ki ustreza tej oznaki? Ali je lahko relativna napaka velikosti 8 %?

### Naloga

Pri 200 m vrvi smemo narediti 7 % napako. Ali je lahko takšna vrv dolga 230 m? Kako dolgi bosta najkrajša in najdaljša vrv, ki še ustrezata?

### Naloga

V EU morajo biti banane za prodajo dolge najmanj 14 cm. V trgovino dobijo novo pošiljko banan, ki jih izmerijo, da so dolžine 13.7 cm. Njihov meter ima 5 % odstopanje. Ali lahko prodajajo takšne banane?

## Section 2

## Pravokotni koordinatni sistem



78 / 92

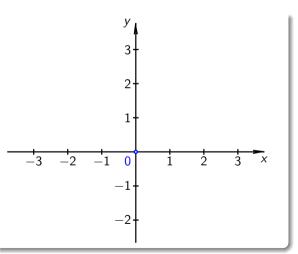
- Realna števila
- Pravokotni koordinatni sistem
  - Množice v pravokotnem koordinatnem sistemu
  - Razdalja med točkama in razpolovišče daljice
  - Ploščina trikotnika
  - Funkcija



79 / 92

80 / 92

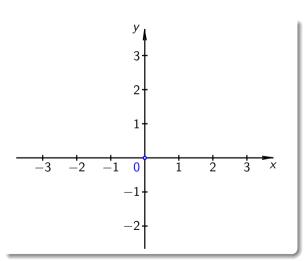
Pravokotni koordinatni sistem v ravnini oziroma kartezični ravninski koordinatni sistem določa par pravokotnih številskih premic (koordinatne osi), ki se sekata v koordinatnem izhodišču (O).



80 / 92

Pravokotni koordinatni sistem v ravnini oziroma kartezični ravninski koordinatni sistem določa par pravokotnih številskih premic (koordinatne osi), ki se sekata v koordinatnem izhodišču (*O*).

Koordinatni osi imenujemo:

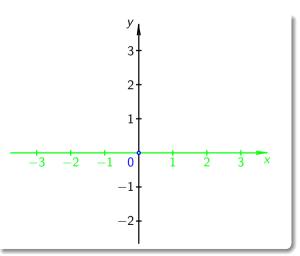


80 / 92

Pravokotni koordinatni sistem v ravnini oziroma kartezični ravninski koordinatni sistem določa par pravokotnih številskih premic (koordinatne osi), ki se sekata v koordinatnem izhodišču (O).

#### Koordinatni osi imenujemo:

• os x ali abscisna os.

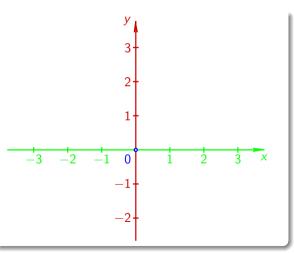


80 / 92

Pravokotni koordinatni sistem v ravnini oziroma kartezični ravninski koordinatni sistem določa par pravokotnih številskih premic (koordinatne osi), ki se sekata v koordinatnem izhodišču (O).

#### Koordinatni osi imenujemo:

- os x ali abscisna os.
- os v ali ordinatna os.

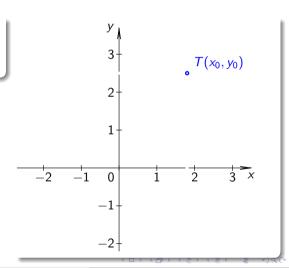


80 / 92



81 / 92

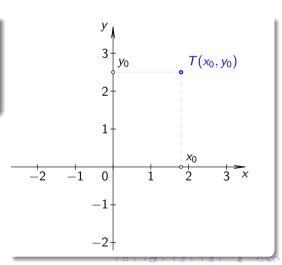
Poljubni točki T v ravnini s pravokotnim koordinatnim sistemom lahko določimo **koordinate točke**:  $T(x_0, y_0)$ .



 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 20. marec 2025
 81/92

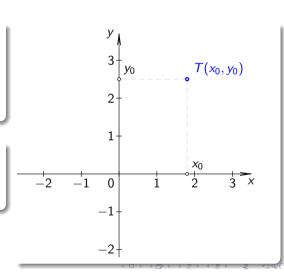
Poljubni točki T v ravnini s pravokotnim koordinatnim sistemom lahko določimo **koordinate točke**:  $T(x_0, y_0)$ .

To so števila, ki nam povedo, kje ležijo projekcije točke T na koordinatnih oseh.



Poljubni točki T v ravnini s pravokotnim koordinatnim sistemom lahko določimo **koordinate točke**:  $T(x_0, y_0)$ . To so števila, ki nam povedo, kje ležijo projekcije točke T na koordinatnih oseh.

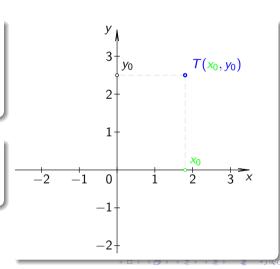
Koordinate točke imenujemo:



Poljubni točki T v ravnini s pravokotnim koordinatnim sistemom lahko določimo **koordinate točke**:  $T(x_0, y_0)$ . To so števila, ki nam povedo, kje ležijo projekcije točke T na koordinatnih oseh.

Koordinate točke imenujemo:

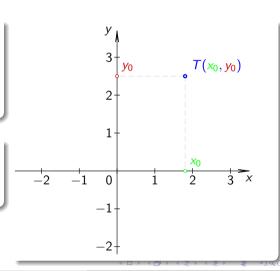
ullet prva koordinata  $x_0$  je abscisa točke T in



Poljubni točki T v ravnini s pravokotnim koordinatnim sistemom lahko določimo **koordinate točke**:  $T(x_0, y_0)$ . To so števila, ki nam povedo, kje ležijo projekcije točke T na koordinatnih oseh.

Koordinate točke imenujemo:

- prva koordinata  $x_0$  je abscisa točke T in
- druga koordinata  $y_0$  je ordinata točke T.



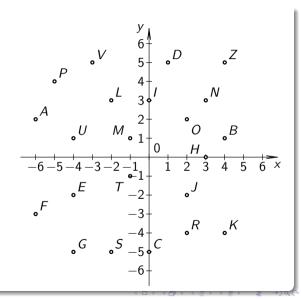
## Množice v pravokotnem koordinatnem sistemu

82 / 92

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 20. marec 2025 83/92

V koordinatnem sistemu je narisanih 22 točk.

- Zapišite koordinate vseh točk, ki ležijo v II. kvadrantu.
- Zapišite koordinate vseh točk, ki ležijo v III. kvadrantu.
- V koordinatni sistem narišite še točke X(2,-1), Y(-3,-4), W(5,-3).
- Poimenujte točke.
  \_(2,-4), \_(-6,2), \_(1,5),
  \_(-2,-5), \_(-4,-2), \_(0,3)



Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 20. marec 2025 84 / 92

Narišite množico točk.

• 
$$\{T(x,y); x \ge -1\}$$

• 
$$\{T(x,y); y \leq 3\}$$

• 
$$\{T(x,y); x \leq 4 \land y < -1\}$$

• 
$$\{T(x,y); x \ge -2 \land y < 1\}$$

• 
$$\{T(x,y); -2 < x \le 4 \land -3 < y < 1\}$$

• 
$$\{T(x,y); 0 \le x < 4 \land -3 \le y < 3\}$$

• 
$$\{T(x,y); x < 4 \land y < -1\}$$

• 
$$\{T(x,y); |x| < 3\}$$

• 
$$\{T(x,y); x \ge 1 \land |y| < 1\}$$

• 
$$\{T(x,y); |x-3| < 1 \land y \ge 1\}$$

• 
$$\{T(x,y); |x| < 2 \land |y+3| \le 1\}$$

• 
$$\{T(x,y); x = y\}$$

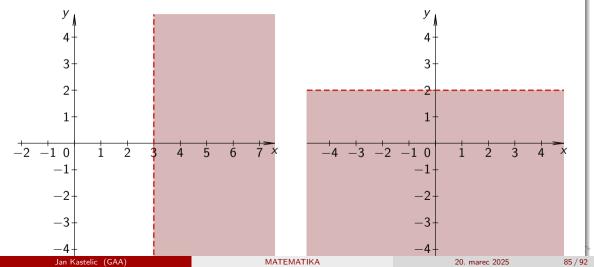
$$\bullet \ \{T(x,y); \ x \geq y\}$$

• 
$$\{T(x,y); xy \ge 0\}$$

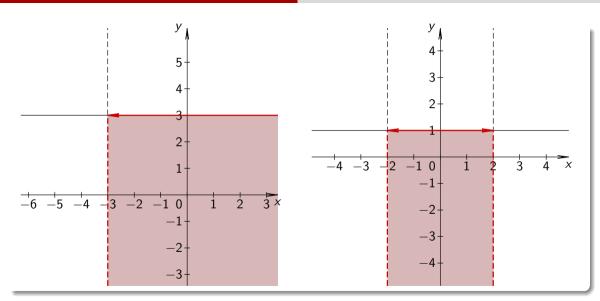
84 / 92

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 20. marec 2025 85 / 92

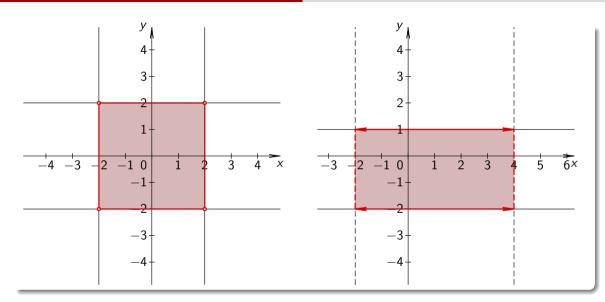
Zapišite množico točk, ki je upodobljena v koordinatnem sistemu.



Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 20. marec 2025 86 / 92



Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 20. marec 2025 87 / 92



<ロト <部ト < 意と < 意と 。 意

V koordinatnem sistemu narišite točke A(-2,3), B(0,4), C(0.5,-1) in D(-3,-1).

- Točke A, B, C in D prezrcalite čez abscisno os in zapišite koordinate točk  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $C_1$  in  $D_1$ .
- Točke A, B, C in D prezrcalite čez ordinatno os in zapišite koordinate točk  $A_2$ ,  $B_2$ ,  $C_2$  in  $D_2$ .
- Točke A, B, C in D prezrcalite čez koordinatno izhodišče in zapišite koordinate točk  $A_3$ ,  $B_3$ ,  $C_3$  in  $D_3$ .

88 / 92

V koordinatni sistem narišite točke (x, y) kartezičnega produkta.

- $[-2,3) \times [-5,-1]$
- $(-1,2) \times [2,3]$
- $\{2\} \times (3,5]$
- $[-2,3] \times \{3,4\}$
- $\{1,2,3\} \times \{-1,1\}$
- $\bullet$   $(0,\infty)\times(1,2)$
- $[-1,3] \times (-\infty,3]$
- $(-1,3] \times \{2\}$

89 / 92

## Razdalja med točkama in razpolovišče daljice



90 / 92

## Ploščina trikotnika

20. marec 2025

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

# Funkcija

◆ロト ◆団 ト ◆ 恵 ト ◆ 恵 ・ 夕 へ ○

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA