MATEMATIKA

1. letnik – splošna gimnazija

Jan Kastelic

Gimnazija Antona Aškerca, Šolski center Ljubljana

13. maj 2025

 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 13. maj 2025
 1/21

Vsebina

Premica



2/21

Section 1

Premica



3/21

Jan Kastelic (GAA)

- Premica
 - Enačba premice
 - Presečišče premic



4/21

Enačba premice

Eksplicitna oblika enačbe premice

$$y = kx + n; k, n \in \mathbb{R},$$

kjer je k je **smerni koeficient**, ki ga izračunamo kot

$$k=\frac{\Delta x}{\Delta y}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1},$$

n pa je **začetna vrednost**.

Z eksplicitno obliko enačbe premice lahko zapišemo vse premice, razen tistih, ki so vzporedne ordinatni osi.

5/21

Dana je premica, ki poteka skozi točki (x_1, y_1) in (x_2, y_2) . Smerni koeficient izračunamo po formuli

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}.$$

Iz $y_1 = kx_1 + n$ izrazimo

$$n=y_1-kx_1$$

in vstavimo v prvotno enačbo

$$y = kx + y_1 - kx_1$$

ter preuredimo do oblike

$$\mathbf{y}-\mathbf{y}_1=\mathbf{k}(\mathbf{x}-\mathbf{x}_1).$$



Jan Kastelic (GAA)

Odsekovna/segmentna oblika enačbe premice

Denimo, da premica seka koordinatni osi v točkah M(m,0) in N(0,n). Uporabimo eksplicitno obliko enačbe premice, v katero vstavimo znani točki

$$y - 0 = \frac{n - 0}{0 - m}(x - m)$$
$$y = -\frac{n}{m}x + n,$$

in jo preoblikujemo do odsekovne oblike enačbe premice:

$$\frac{\mathbf{x}}{\mathbf{m}} + \frac{\mathbf{y}}{\mathbf{n}} = \mathbf{1}; \ m, n \in \mathbb{R} \setminus \{0\}.$$

Vrednosti m in n določata **odseka**/**segmenta** na koordinatnih oseh.

4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶

7 / 21

Enačba premice

Z odsekovno obliko enačbe premice lahko zapišemo vse premice, razen tistih, ki potekajo skozi koordinatno izhodišče (0,0) ali pa so vzporedne eni od koordinatnih osi.

Implicitna oblika enačbe premice

Vsako premico lahko zapišemo z implicitno obliko enačbe premice:

$$\mathbf{ax} + \mathbf{by} + \mathbf{c} = \mathbf{0}$$
; $(a, b, c \in \mathbb{R}) \wedge (a \text{ in } b \text{ ne hkrati } \mathbf{0})$.



8 / 21

Narišite premico z dano eksplicitno obliko enačbe.

•
$$y = -2x + 1$$

$$y = \frac{1}{2}x + 2$$

•
$$y = 2x + \frac{3}{4}$$

Jan Kastelic (GAA)

Narišite premico z dano eksplicitno obliko enačbe.

•
$$y = -2x + 1$$

•
$$y = \frac{1}{2}x + 2$$

•
$$y = 2x + \frac{3}{4}$$

Naloga

Narišite premico z dano odsekovno obliko enačbe.

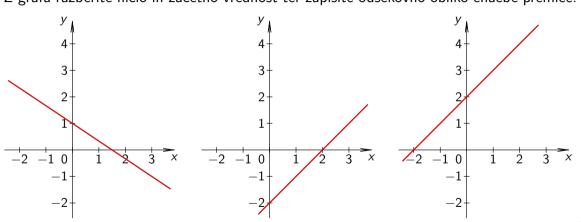
$$\bullet \ \frac{x}{3} + \frac{y}{5} = 1$$

•
$$\frac{x}{2} + \frac{2y}{5} = 1$$

$$\bullet \ \frac{x}{2} - \frac{y}{4} = 1$$

$$\bullet \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = -1$$

Z grafa razberite ničlo in začetno vrednost ter zapišite odsekovno obliko enačbe premice.





Dano enačbo premice zapišite v eksplicitni in odsekovni obliki ter premico narišite.

•
$$x + 4y - 8 = 0$$

•
$$3x - 2y + 6 = 0$$

•
$$2x + 5y + 5 = 0$$

$$\bullet \ \frac{1}{2}x + 3y - 6 = 0$$

•
$$x + 1 = 0$$

•
$$y - 2 = 0$$

11 / 21

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

Dano enačbo premice zapišite v eksplicitni in odsekovni obliki ter premico narišite.

•
$$x + 4y - 8 = 0$$

•
$$3x - 2y + 6 = 0$$

•
$$2x + 5y + 5 = 0$$

•
$$x + 1 = 0$$

•
$$y - 2 = 0$$

Naloga

Izračunajte ploščino trikotnika, ki jo premica oklepa s koordinatnima osema.

•
$$y = -2x + 4$$

•
$$\frac{x}{2} + \frac{y}{-3} = 1$$

•
$$2x + 4y - 3 = 0$$

•
$$x - y + 1 = 0$$

11 / 21

Zapišite enačbo premice, ki gre skozi dani točki.

- A(2,3) in B(4,5)
- C(1,-2) in D(-3,-4)
- E(7,2) in F(-7,-5)

12 / 21

Zapišite enačbo premice, ki gre skozi dani točki.

- A(2,3) in B(4,5)
- C(1,-2) in D(-3,-4)
- E(7,2) in F(-7,-5)

Naloga

Določite neznano koordinato tako, da bodo dane točke kolinearne.

- A(3, y), B(-4, 1) in C(2, 2)
- D(-1,7), E(x,5) in F(3,-4)



12 / 21

13 / 21

Ugotovite, ali sta dani premici vzporedni.

•
$$y = \frac{3}{4}x - 1$$
 in $y = -\frac{3}{4}x + 1$

•
$$x - 2y + 1 = 0$$
 in $2x + y + 1 = 0$

•
$$\frac{x}{3} - \frac{y}{6} = 1$$
 in $\frac{x}{2} + \frac{y}{4} = 1$

•
$$\frac{x}{4} + \frac{y}{2} = 1$$
 in $4x + 2y + 1 = 0$



Jan Kastelic (GAA)

14 / 21

Dani sta premici z enačbama y = 4x + 9 in ax - 3y + 3 = 0. Določite parameter a tako, da bosta premici vzporedni.



14 / 21

Dani sta premici z enačbama y = 4x + 9 in ax - 3y + 3 = 0. Določite parameter a tako, da bosta premici vzporedni.

Naloga

Dani sta premici z enačbama $\frac{x}{2} - \frac{y}{7} = 1$ in -6x + by + 1 = 0. Določite parameter b tako, da bosta premici vzporedni.



14 / 21

Dani sta premici z enačbama y = 4x + 9 in ax - 3y + 3 = 0. Določite parameter a tako, da bosta premici vzporedni.

Naloga

Dani sta premici z enačbama $\frac{x}{2} - \frac{y}{7} = 1$ in -6x + by + 1 = 0. Določite parameter b tako, da bosta premici vzporedni.

Naloga

Dani sta premici z enačbama 3x - 2y + 4 = 0 in (c - 2)x + 4y + 3 = 0. Določite parameter c tako, da bosta premici vzporedni.



14 / 21

Zapišite enačbo premice, ki je vzporedna dani premici in poteka skozi dano točko.

- y = 2x 1, T(1, -3)
- 2x 4y + 3 = 0, U(-4, 5)
- $\frac{x}{4} + \frac{y}{8} = 1$, V(8, -8)



15 / 21

Zapišite enačbo premice, ki je vzporedna dani premici in poteka skozi dano točko.

- y = 2x 1, T(1, -3)
- 2x 4y + 3 = 0, U(-4, 5)
- $\frac{x}{4} + \frac{y}{8} = 1$, V(8, -8)

Naloga

Iz snopa premic z enačbo y=-3x+n določite enačbo tiste premice, ki poteka skozi točko (1,4).



15/21

Zapišite enačbo premice, ki je vzporedna dani premici in poteka skozi dano točko.

- y = 2x 1, T(1, -3)
- 2x 4y + 3 = 0, U(-4, 5)
- $\frac{x}{4} + \frac{y}{8} = 1$, V(8, -8)

Naloga

Iz snopa premic z enačbo y=-3x+n določite enačbo tiste premice, ki poteka skozi točko (1,4).

Naloga

Iz šopa premic z enačbo y=kx+2 določite enačbo tiste premice, ki gre skozi točko (3,-4).

Zapišite enačbo pravokotnice na dano premico, ki poteka skozi dano točko.

•
$$y = x + 2$$
, $T(3, -4)$

•
$$y = 2x + 3$$
, $U(4,5)$

•
$$y = \frac{1}{3}x + 5$$
, $V(-1,4)$

•
$$y = -\frac{2}{3}x + \frac{4}{5}$$
, $Z(-6,3)$



Jan Kastelic (GAA)

Presečišče premic

Dve premici v ravnini se lahko **sekata** ali sta **vzporedni**.

Glede na to dobimo različne rešitve sistemov dveh linearnih enačb z dvema neznankama.

$$a_1x + b_1y + c_1 = 0$$

 $a_2x + b_2y + c_2 = 0$

- Če se premici sekata, dobimo kot rešitev sistema urejen par (x, y) oziroma točko $\mathcal{T}(x, y)$, v kateri se sekata.
- Če sta premici vzporedni imamo dve možnosti:
 - sistem ima neskončno mnogo (premico) rešitev, če premici sovpadata (sta identični),
 - sistem nima rešitve, če sta premici različni.

17/21

Presečišče premic

Izračunajte presečišče premic, rezultat preverite s sliko.

$$\begin{array}{c}
2x - 3x - 3 = 0 \\
x = 3
\end{array}$$

$$y = 3x + 3$$

$$y = \frac{x}{2} + 3$$

$$x + 3y - 9 = 0 x - 3y - 3 = 0$$

$$\frac{x}{3} - \frac{y}{6} = 1$$

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{5} = 1$$

19 / 21

Zapišite enačbo premice, ki gre skozi presečišče premic y=2x+1 in $y=-\frac{1}{2}x+6$ ter seka ordinatno os pri y=4.



19 / 21

Zapišite enačbo premice, ki gre skozi presečišče premic y=2x+1 in $y=-\frac{1}{2}x+6$ ter seka ordinatno os pri y=4.

Naloga

Zapišite enačbo premice, ki gre skozi presečišče premic y = 3x + 1 in y = -x + 5 ter ima smerni koeficient k = 2.



19 / 21

Zapišite enačbo premice, ki gre skozi presečišče premic y=2x+1 in $y=-\frac{1}{2}x+6$ ter seka ordinatno os pri y=4.

Naloga

Zapišite enačbo premice, ki gre skozi presečišče premicy = 3x + 1 in y = -x + 5 ter ima smerni koeficientk = 2.

Naloga

Zapišite implicitno enačbo premice, ki gre skozi presečišče premic 2x - y - 13 = 0 in 2x + 3y - 1 = 0 ter seka abscisno os pri $x = \frac{7}{2}$.



19 / 21

Presečišče premic

Zapišite enačbo premice, ki gre skozi presečišče premic 3x + 4y - 11 = 0 in 2x - 7y + 41 = 0 ter je vzporedna ordinatni osi.



20 / 21

Zapišite enačbo premice, ki gre skozi presečišče premic3x + 4y - 11 = 0 in 2x - 7y + 41 = 0 ter je vzporedna ordinatni osi.

Naloga

Zapišite eksplicitno enačbo premice, ki gre skozi presečišče premic5x - 7y + 3 = 0 in 2x + y - 14 = 0 ter je vzporedna premici z enačbo 3x - 2y + 1 = 0.



20 / 21

Zapišite enačbo premice, ki gre skozi presečišče premic3x + 4y - 11 = 0 in 2x - 7y + 41 = 0 ter je vzporedna ordinatni osi.

Naloga

Zapišite eksplicitno enačbo premice, ki gre skozi presečišče premic5x - 7y + 3 = 0 in 2x + y - 14 = 0 ter je vzporedna premici z enačbo 3x - 2y + 1 = 0.

Naloga

Izračunajte smerni koeficient k tako, da se premici z enačbama y=2x+6 in $y=kx+\frac{5}{2}$ sekata na simetrali sodih kvadrantov.



20 / 21

Presečišče premic

Stranice trikotnika ležijo na premicah z enačbami x+y=0, 3x-2y=0 in x-4y+10=0. Izračunajte oglišča trikotnika ter njegov obseg in ploščino. Premice in trikotnik narišite v pravokotnem koordinatnem sistemu.



21 / 21

Stranice trikotnika ležijo na premicah z enačbami x+y=0, 3x-2y=0 in x-4y+10=0. Izračunajte oglišča trikotnika ter njegov obseg in ploščino. Premice in trikotnik narišite v pravokotnem koordinatnem sistemu.

Naloga

Dani sta dve oglišči A in B trikotnika $\triangle ABC$, orientacija in ploščina. Izračunajte kooridnati tretjega oglišča C, če leži na dani premici.

- A(-6,1), B(2,-1); pozitivna orientacija, S=25; C leži na y=-2x+4
- A(-4,0), B(4,2); pozitivna orientacija, S=7; C leži na y=5-2x