MATEMATIKA

1. letnik – splošna gimnazija

Jan Kastelic

Gimnazija Antona Aškerca,
Šolski center Ljubljana

2. oktober 2024

Vsebina

Section 1

Naravna in cela števila

1. Naravna in cela števila
   - Naravna števila
   - Računanje z naravnimi in celimi števili
   - Izraz, enačba, neenačba
   - Računanje s potencami z naravnimi eksponenti
   - Razčlenjevanje izrazov
   - Razstavljanje izrazov v množici $\mathbb{Z}$
   - Reševanje linearnih in razcepnih enačb v množici $\mathbb{Z}$
   - Reševanje linearnih neenačb v množici $\mathbb{Z}$

Naravna števila

Množica naravnih števil

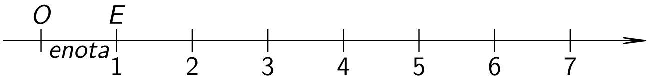
Naravna števila so števila s katerimi štejemo.

$$\mathbb{N} = \{\mathbf{1}, \mathbf{2}, \mathbf{3}, \mathbf{4}, \dots\}$$

Množico naravnih števil definirajo **Peanovi aksiomi**:

1. Vsako naravno število n ima svojega **naslednika** $n + 1$.
2. Število 1 je naravno število, ki ni naslednik nobenega naravnega števila.
3. Različni naravni števili imata različna naslednika: $n + 1 \neq m + 1; n \neq m$.
4. Če neka trditev velja z vsakim naravnim številom tudi za njegovega naslednika, velja za vsa naravna števila. (*aksiom/princip popolne indukcije*)

Naravna števila uredimo po velikosti in predstavimo s **točko** na **številski premici**.



Vsako število zapišemo s **številko**. Za zapis številke uporabljamo **števke**. Te so $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$.

Posamezne števke večmestnega števila od desne proti levi predstavljajo: **enice**, **desetice**, **stotice**, **tisočice**, ...

Število, ki je zapisano s črkovnimi oznakami števk označimo s črto nad zapsiom črkovne oznake.

$$\overline{xy} = 10x + y \qquad \overline{xyz} = 100x + 10y + z$$

Operacije v množici $\mathbb{N}$

Seštevanje

Poljubnima naravnima številoma a in b priredimo **vsoto** $\mathbf{a} + \mathbf{b}$.

Število a oziroma b imenujemo **seštevanec**/**sumand**.
Število $a + b$ pa imenujemo **vsota**/**summa**.

Vsota naravnih števil je naravno število: $a, b \in \mathbb{N} \Rightarrow a + b \in \mathbb{N}$.

Množenje

Poljubnima naravnima številoma a in b priredimo **produkt** $\mathbf{a \cdot b}$.

Produkt naravnih števil je naravno število: $a, b \in \mathbb{N} \Rightarrow a \cdot b \in \mathbb{N}$.

Seštevanje in množenje sta *dvočleni notranji operaciji*.

Osnovni računski zakoni

Lastnosti:

- ***komutativnost*** členov/zakon o zamenjavi členov: $a + b = b + a$.
- ***asociativnost*** členov/zakon o združevanju členov: $(a + b) + c = a + (b + c)$.

Lastnosti:

- ***komutativnost*** faktorjev/zakon o zamenjavi faktorjev: $a \cdot b = b \cdot a$.
- ***asociativnost*** faktorjev/zakon o združevanju faktorjev: $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$.
- ***distributivnost***/zakon o razčlenjevanju: $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$.
- zakon o nevtralnem elementu: $a \cdot 1 = a$.

Cela števila

Množica celih števil:

$$\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$$

Množica celih števil je definirana kot unija treh množic:

$$\mathbb{Z} = \mathbb{Z}^- \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}^+$$

- množica **pozitivnih celih števil** ($\mathbb{Z}^+$) – naravna števila;
- **število 0**;
- množica **negativnih celih števil** ($\mathbb{Z}^-$) – nasprotna števila vseh naravnih števil.

Nasprotno število števila a je $-a$.

Poleg seštevanja in množenja je kot notranja operacija množice celih števil definirano še **odštevanje**.

Odštevanje

Poljubnima naravnima številoma a in b priredimo **razliko** $\mathbf{a - b}$.

Odštevanje definiramo kot prištevanje nasprotne vrednosti: $a - b = a + (-b)$

Za odštevanje velja zakon ***distributivnosti***: $a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$.

Računski zakoni

- Komutativnostni zakon:

$$a + b = b + a \text{ in } a \cdot b = b \cdot a$$

- Asociativnostni zakon:

$$a + (b + c) = (a + b) + c \text{ in } a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$$

- Zakon o nevtralnem elementu:

$$a + 0 = a \text{ in } a \cdot 1 = a$$

- Zakon o inverznem/nasprotnem elementu:

$$a + (-a) = 0$$

- Distributivnostni zakon:

$$a \cdot (b \pm c) = a \cdot b \pm a \cdot c$$

Pravila za računanje s celimi števili

- $-(-a) = a$
- $0 \cdot a = 0$
- $-1 \cdot a = -a$
- $(-a) + (-b) = -(a + b)$
- $(-a) \cdot b = -(a \cdot b) = a \cdot (-b)$
- $(-a) \cdot (-b) = a \cdot b$

Računanje z naravnimi in celimi števili

Izraz, enačba, neenačba

Računanje s potencami z naravnimi eksponenti

Potenca $\mathbf{a^n}$, pri čemer je $n \in \mathbb{N}$, je produkt n faktorjev enakih a.

Pravila za računanje s potencami:

- $\mathbf{a^n \cdot b^n = (ab)^n}$ - potenci z enakima eksponentoma zmnožimo tako, da zmnožimo osnovi in prepišemo eksponent
- $\mathbf{a^m \cdot a^n = a^{m+n}}$ - potenci z enako osnovo zmnožimo tako, da osnovo prepišemo in seštejemo eksponenta
- $\mathbf{(a^n)^m = a^{nm}}$ - potenco potenciramo tako, da osnovo prepišemo in zmnožimo eksponenta

Razčlenjevanje izrazov

Razstavljanje izrazov v množici $\mathbb{Z}$

Reševanje linearnih in razcepnih enačb v množici $\mathbb{Z}$

Reševanje linearnih neenačb v množici $\mathbb{Z}$