MATEMATIKA

1. letnik – splošna gimnazija

Jan Kastelic

Gimnazija Antona Aškerca, Šolski center Ljubljana

25. september 2024

Vsebina

- Osnove logike in teorije množice
- 2 Naravna in cela števila, izrazi, enačbe in neenačbe
- 3 Deljivost, izjave, množice
- Racionalna števila
- Realna števila, statistika
- o Pravokotni koordinatni sistem, linearna funkcija

◆ロト ◆個 ト ◆ 差 ト ◆ 差 ・ 釣 へ ○

Section 1

Osnove logike in teorije množice



3/113

- Osnove logike in teorije množice
 - Osnove logike
 - Osnove teorije množic
- 2 Naravna in cela števila, izrazi, enačbe in neenačbe
- Deljivost, izjave, množice
- Racionalna števila
- Realna števila, statistika
- 🌀 Pravokotni koordinatni sistem, linearna funkcija





Matematična izjava



Matematična izjava

Matematična izjava je vsaka smiselna poved, za katero lahko določimo resničnost oziroma pravilnost.



5/113

Matematična izjava

Matematična izjava je vsaka smiselna poved, za katero lahko določimo resničnost oziroma pravilnost.

Logična vrednost matematične izjave

5 / 113

Matematična izjava

Matematična izjava je vsaka smiselna poved, za katero lahko določimo resničnost oziroma pravilnost.

Logična vrednost matematične izjave

Matematična izjava lahko zavzame dve logični vrednosti:



5 / 113

Matematična izjava

Matematična izjava je vsaka smiselna poved, za katero lahko določimo resničnost oziroma pravilnost.

Logična vrednost matematične izjave

Matematična izjava lahko zavzame dve logični vrednosti:

• izjava je **resnična/pravilna**, oznaka R/P/1/T;



5 / 113

Matematična izjava

Matematična izjava je vsaka smiselna poved, za katero lahko določimo resničnost oziroma pravilnost.

Logična vrednost matematične izjave

Matematična izjava lahko zavzame dve logični vrednosti:

- izjava je **resnična/pravilna**, oznaka R/P/1/T;
- izjava je **neresnična/nepravilna**, oznaka $N/0/\bot$.

5/113

Matematična izjava

Matematična izjava je vsaka smiselna poved, za katero lahko določimo resničnost oziroma pravilnost.

Logična vrednost matematične izjave

Matematična izjava lahko zavzame dve logični vrednosti:

- izjava je **resnična/pravilna**, oznaka R/P/1/T;
- izjava je **neresnična/nepravilna**, oznaka $N/0/\bot$.

Izjave označujemo z velikimi tiskanimi črkami (A, B, C ...).



5/113

Naloga

Ali so naslednje povedi izjave?



Naloga

Ali so naslednje povedi izjave?

- Danes sije sonce.
- Koliko je ura?
- Piramida je geometrijski lik.
- Daj mi jabolko.
- Število 12 deli število 3.
- Število 3 deli število 10.
- Ali si pisal matematični test odlično?
- Matematični test si pisal odlično.
- Ali je 10 *dl* isto kot 1 *l*?
- Število 41 je praštevilo.



Naloga

Spodnjim izjavam določite logične vrednosti.



7/113

Naloga

Spodnjim izjavam določite logične vrednosti.

- A: Najvišja gora v Evropi je Mont Blanc.
- B: Število je deljivo s 4 natanko takrat, ko je vsota števk deljiva s 4.
- C: Ostanek pri deljenju s 4 je lahko 1, 2 ali 3.
- D: Mesec februar ima 28 dni.
- E: Vsa praštevila so liha števila.
- F: Število 1 je naravno število.
- G: Praštevil je neskončno mnogo.

7/113

Osnove logike



Izjave delimo med:



Izjave delimo med:

• elementarne/enostavne izjave – ne moremo jih razstaviti na bolj enostavne;



8 / 113

Izjave delimo med:

- elementarne/enostavne izjave ne moremo jih razstaviti na bolj enostavne;
- **sestavljene izjave** sestavljene iz elementarnih izjav, ki jih med seboj povezujejo **logične operacije** (imenovane tudi izjavne povezave oziroma logična vezja).

8 / 113

Izjave delimo med:

- elementarne/enostavne izjave ne moremo jih razstaviti na bolj enostavne;
- sestavljene izjave sestavljene iz elementarnih izjav, ki jih med seboj povezujejo logične operacije (imenovane tudi izjavne povezave oziroma logična vezja).

Vrednost sestavljene izjave izračunamo glede na vrednosti elementarnih izjav in izjavnih povezav med njimi.

8 / 113

Izjave delimo med:

- elementarne/enostavne izjave ne moremo jih razstaviti na bolj enostavne;
- **sestavljene izjave** sestavljene iz elementarnih izjav, ki jih med seboj povezujejo **logične operacije** (imenovane tudi izjavne povezave oziroma logična vezja).

Vrednost sestavljene izjave izračunamo glede na vrednosti elementarnih izjav in izjavnih povezav med njimi.

Pravilnost sestavljenih izjav nazorno prikazujejo **resničnostne/pravilnostne tabele**.

8 / 113



Jan Kastelic (GAA)

Negacija



Jan Kastelic (GAA)

Negacija

Negacija izjave A je izjava, ki **trdi nasprotno** kot izjava A.



9/113

Negacija

Negacija izjave A je izjava, ki trdi nasprotno kot izjava A.

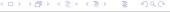
¬**A Ni res**, da velja izjava A.

Negacija

Negacija izjave A je izjava, ki trdi nasprotno kot izjava A.

¬**A Ni res**, da velja izjava A.

Če je izjava A pravilna, je $\neg A$ nepravilna in obratno: če je $\neg A$ pravilna, je A nepravilna.



9/113

Negacija

Negacija izjave A je izjava, ki trdi nasprotno kot izjava A.

¬**A Ni res**, da velja izjava A.

Če je izjava A pravilna, je $\neg A$ nepravilna in obratno: če je $\neg A$ pravilna, je A nepravilna.



Negacija

Negacija izjave A je izjava, ki trdi nasprotno kot izjava A.

¬**A Ni res**, da velja izjava A.

Če je izjava A pravilna, je $\neg A$ nepravilna in obratno: če je $\neg A$ pravilna, je A nepravilna.

Negacija negacije izjave je potrditev izjave. $\neg(\neg A) = A$



Naloga

Izjavam določite logično vrednost, potem jih zanikajte in določite logično vrednost negacij.



Naloga

Izjavam določite logično vrednost, potem jih zanikajte in določite logično vrednost negacij.

- $A: 5 \cdot 8 = 30$
- B: Število 3 je praštevilo.
- C: Največje dvomestno število je 99.
- D: Število 62 je večratnik števila 4.
- E: Praštevil je neskončno mnogo.
- *F*: 7 ≤ 5
- G: Naša pisava je cirilica.



25. september 2024



11 / 113

Konjunkcija izjav A in B nastane tako, da povežemo izjavi A in B z in (hkrati).



11 / 113

Konjunkcija izjav A in B nastane tako, da povežemo izjavi A in B z **in (hkrati)**.

A ∧ **B** Velja izjava A **in (hkrati)** izjava B.



11 / 113

Konjunkcija izjav A in B nastane tako, da povežemo izjavi A in B z **in (hkrati)**.

A ∧ **B** Velja izjava A **in (hkrati)** izjava B.

Če sta izjavi A in B pravilni, je pravilna tudi njuna konjunkcija, če je pa ena od izjav nepravilna, je nepravilna tudi njuna konjunkcija.

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 25. september 2024 11 / 113

Konjunkcija izjav A in B nastane tako, da povežemo izjavi A in B z in (hkrati).

 $A \wedge B$ Velja izjava A in (hkrati) izjava B.

Če sta izjavi A in B pravilni, je pravilna tudi njuna konjunkcija, če je pa ena od izjav nepravilna, je nepravilna tudi njuna konjunkcija.

A	В	$A \wedge B$
Р	Р	Р
Р	Ν	Ν
Ν	Р	N
Ν	Ν	Ν

Naloga

Določite logično vrednost konjunkcijam.



Naloga

Določite logično vrednost konjunkcijam.

- Število 28 je večratnik števila 3 in večkratnik števila 8.
- Število 7 je praštevilo in je deljivo s številom 1.
- Vsakemu celemu številu lahko pripišemo nasprotno število in obratno število.
- Ostanki pri deljenju števila s 3 so lahko 0, 1 ali 2, pri deljenju s 5 pa 0, 1, 2, 3 ali 4.
- Število je deljivo s 3, če je vsota števk deljiva s 3, in je deljivo z 9, če je vsota števk deljiva z 9.

12 / 113

Osnove logike



25. september 2024

Disjunkcija izjav A in B nastane s povezavo **ali**.



13 / 113

Disjunkcija izjav A in B nastane s povezavo **ali**.

A ∨ **B** Velja izjava A **ali** izjava B (lahko tudi obe hkrati).

13 / 113

Disjunkcija izjav A in B nastane s povezavo ali.

 $\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ Velja izjava A ali izjava B (lahko tudi obe hkrati).

Disjunkcija je nepravilna, če sta nepravilni obe izjavi, ki jo sestavljata, v preostalih treh primerih je pravilna.

Disjunkcija izjav A in B nastane s povezavo **ali**.

 $\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ Velja izjava A **ali** izjava B (lahko tudi obe hkrati).

Disjunkcija je nepravilna, če sta nepravilni obe izjavi, ki jo sestavljata, v preostalih treh primerih je pravilna.

Α	В	$A \vee B$
P	Р	Р
Р	Ν	Р
Ν	Р	Р
Ν	Ν	Ν

25. september 2024

Osnove logike

Naloga

Določite logično vrednost disjunkcijam.



Naloga

Določite logično vrednost disjunkcijam.

- Število 24 je večratnik števila 3 ali 8.
- Število 35 ni večratnik števila 7 ali 6.
- Število 5 deli število 16 ali 18.
- Ploščina kvadrata s stranico a je a^2 ali obseg kvadrata je 4a.
- Ni res, da je vsota notranjih kotov trikotnika 160°, ali ni res, da Pitagorov izrek velja v poljubnem trikotniku.

14 / 113

Osnove logike

25. september 2024



Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 25. september 2024 15 / 113

$$A \wedge B = B \wedge A$$

$$A \lor B = B \lor A$$



Jan Kastelic (GAA)

$$A \wedge B = B \wedge A$$

$$A \lor B = B \lor A$$

Asociativnost konjunkcije in disjunkcije



Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 25. september 2024 15 / 113

$$A \wedge B = B \wedge A$$

$$A \lor B = B \lor A$$

Asociativnost konjunkcije in disjunkcije

$$(A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C)$$

$$(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$$

$$A \wedge B = B \wedge A$$

$$A \lor B = B \lor A$$

Asociativnost konjunkcije in disjunkcije

$$(A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C)$$

$$(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$$

Distributivnostna zakona za konjunkcijo in disjunkcijo



Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 25. september 2024 15 / 113

$$A \wedge B = B \wedge A$$

$$A \lor B = B \lor A$$

Asociativnost konjunkcije in disjunkcije

$$(A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C)$$

$$(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$$

Distributivnostna zakona za konjunkcijo in disjunkcijo

$$(A \lor B) \land C = (A \land C) \lor (B \land C)$$

$$(A \wedge B) \vee C = (A \vee C) \wedge (B \vee C)$$

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 25. september 2024 15 / 113

$$A \wedge B = B \wedge A$$

$$A \lor B = B \lor A$$

Asociativnost konjunkcije in disjunkcije

$$(A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C)$$

$$(A \lor B) \lor C = A \lor (B \lor C)$$

Distributivnostna zakona za konjunkcijo in disjunkcijo

$$(A \lor B) \land C = (A \land C) \lor (B \land C)$$

$$(A \wedge B) \vee C = (A \vee C) \wedge (B \vee C)$$

De Morganova zakona



25. september 2024

$$A \wedge B = B \wedge A$$

$$A \lor B = B \lor A$$

Asociativnost konjunkcije in disjunkcije

$$(A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C)$$

$$(A \lor B) \lor C = A \lor (B \lor C)$$

Distributivnostna zakona za konjunkcijo in disjunkcijo

$$(A \lor B) \land C = (A \land C) \lor (B \land C)$$

$$(A \wedge B) \vee C = (A \vee C) \wedge (B \vee C)$$

De Morganova zakona

• negacija konjunkcije je disjunkcija negacij: $\neg(A \land B) = \neg A \lor \neg B$

$$A \wedge B = B \wedge A$$

$$A \lor B = B \lor A$$

Asociativnost konjunkcije in disjunkcije

$$(A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C)$$

$$(A \lor B) \lor C = A \lor (B \lor C)$$

Distributivnostna zakona za konjunkcijo in disjunkcijo

$$(A \lor B) \land C = (A \land C) \lor (B \land C)$$

$$(A \wedge B) \vee C = (A \vee C) \wedge (B \vee C)$$

De Morganova zakona

- negacija konjunkcije je disjunkcija negacij: $\neg(A \land B) = \neg A \lor \neg B$
- negacija disjunkcije je konjunkcija negacij: $\neg(A \lor B) = \neg A \land \neg B$

4□ > 4団 > 4 豆 > 4 豆 > 豆 * 9 Q (?)

Naloga

Katere od spodnjih izjav so pravilne in katere nepravilne?



16 / 113

Naloga

Katere od spodnjih izjav so pravilne in katere nepravilne?

- $(3 \cdot 4 = 12) \wedge (12 : 4 = 3)$
- $(a^3 \cdot a^5 = a^{15}) \vee (a^3 \cdot a^5 = a^8)$
- (3|30) ∧ (3|26)
- (3|30) ∨ (3|26)
- $(2^3 = 9) \lor (3^2 = 9)$
- $((-2)^2 = 4) \land \neg (-2^2 = 4)$



16 / 113

Osnove logike



25. september 2024

Implikacija izjav A in B je sestavljena izjava, ki jo lahko beremo na različne načine.



17 / 113

Implikacija izjav A in B je sestavljena izjava, ki jo lahko beremo na različne načine.

 $A \Rightarrow B$ Če velja izjava A, potem velja izjava B. / Iz A sledi B.

Jan Kastelic (GAA)MATEMATIKA25. september 202417 / 113

Implikacija izjavA in B je sestavljena izjava, ki jo lahko beremo na različne načine.

 $\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B}$ Če velja izjava A, **potem** velja izjava B. / Iz A sledi B.

Izjava A je **pogoj** ali **privzetek**, izjava B pa (logična) posledica izjave A.

 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 25. september 2024
 17 / 113

Implikacija izjav A in B je sestavljena izjava, ki jo lahko beremo na različne načine.

 $\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B}$ Če velja izjava A, **potem** velja izjava B. / Iz A sledi B.

Izjava A je **pogoj** ali **privzetek**, izjava B pa (logična) posledica izjave A.

Implikacija je nepravilna, ko je izjava A pravilna, izjava B pa nepravilna, v preostalih treh primerih je pravilna.

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 25. september 2024 17 / 113

Implikacija

Implikacija izjav A in B je sestavljena izjava, ki jo lahko beremo na različne načine.

 $\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B}$ Če velja izjava A, **potem** velja izjava B. / Iz A sledi B.

Izjava A je **pogoj** ali **privzetek**, izjava B pa (logična) posledica izjave A.

Implikacija je nepravilna, ko je izjava A pravilna, izjava B pa nepravilna, v preostalih treh primerih je pravilna.

Α	В	$A \Rightarrow B$
Р	Р	Р
Р	Ν	N
Ν	Р	Р
Ν	N	Р

Naloga

Določite, ali so izjave pravilne.



Naloga

Določite, ali so izjave pravilne.

- Če je število deljivo s 100, je deljivo tudi s 4.
- Če je štirikotnik pravokotnik, se diagonali razpolavljata.
- Če je štirikotnik kvadrat, se diagonali sekata pod pravim kotom.
- Če sta števili 2 in 3 lihi števili, potem je produk teh dveh števil sodo število.
- Če je število 18 deljivo z 9, potem je deljivo s 3.
- Če je 7 večkratnik števila 7, potem 7 deli število 43.
- Če je število deljivo s 4, potem je deljivo z 2.

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 25. september 2024 18 / 113



25. september 2024

Ekvivalenca izjavi A in B poveže s če in samo če oziroma natanko tedaj, ko.



19 / 113

Ekvivalenca izjavi A in B poveže s če in samo če oziroma natanko tedaj, ko.

A ⇔ B Izjava A velja, če in samo če velja izjava B./Izjava A velja natanko tedaj, ko velja izjava B.

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 25. september 2024 19 / 113

Ekvivalenca izjavi A in B poveže s če in samo če oziroma natanko tedaj, ko.

A ⇔ B Izjava A velja, če in samo če velja izjava B./Izjava A velja natanko tedaj, ko velja izjava B.

Ekvivalenca dveh izjav je pravilna, če imata obe izjavi enako vrednost (ali sta obe pravilni ali obe nepravilni), in nepravilna, če imata izjavi različno vrednost.

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 25. september 2024 19 / 113

Ekvivalenca izjavi A in B poveže s če in samo če oziroma natanko tedaj, ko.

A ⇔ B Izjava A velja, če in samo če velja izjava B./Izjava A velja natanko tedaj, ko velja izjava B.

Ekvivalenca dveh izjav je pravilna, če imata obe izjavi enako vrednost (ali sta obe pravilni ali obe nepravilni), in nepravilna, če imata izjavi različno vrednost.

Α	В	$A \Leftrightarrow B$
Р	Р	Р
Р	Ν	Ν
Ν	Р	Ν
Ν	Ν	Р

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 25. september 2024 19 / 113

Ekvivalenca izjavi A in B poveže s če in samo če oziroma natanko tedaj, ko.

A ⇔ B Izjava A velja, če in samo če velja izjava B./Izjava A velja natanko tedaj, ko velja izjava B.

Ekvivalenca dveh izjav je pravilna, če imata obe izjavi enako vrednost (ali sta obe pravilni ali obe nepravilni), in nepravilna, če imata izjavi različno vrednost.

Ekvivalentni/enakovredni izjavi pomenita eno in isto, lahko ju nadomestimo drugo z drugo.

Α	В	$A \Leftrightarrow B$
Р	Р	Р
Р	Ν	N
Ν	Р	Ν
Ν	N	Р

Osnove logike

Naloga

Določite, ali so naslednje izjave pravilne.



25. september 2024

Naloga

Določite, ali so naslednje izjave pravilne.

- Število je deljivo z 12 natanko takrat, ko je deljivo s 3 in 4 hkrati.
- Število je deljivo s 24 natanko takrat, ko je deljivo s 4 in 6 hkrati.
- Število je praštevilo natanko takrat, ko ima natanko dva delitelja.
- Štirikotnik je kvadrat natanko tedaj, ko se diagonali sekata pod pravim kotom.
- Število je sodo natanko tedaj, ko je deljivo z 2.

20 / 113

Osnove logike



Kadar so izjave povezane z več izjavnimi povezavami, pri določanju logične vrednosti upoštevamo oklepaje in naslednji **vrstni red** oziroma **prioriteto izjavnih povezav**:



Kadar so izjave povezane z več izjavnimi povezavami, pri določanju logične vrednosti upoštevamo oklepaje in naslednji **vrstni red** oziroma **prioriteto izjavnih povezav**:

negacija,

21 / 113

Kadar so izjave povezane z več izjavnimi povezavami, pri določanju logične vrednosti upoštevamo oklepaje in naslednji **vrstni red** oziroma **prioriteto izjavnih povezav**:

- negacija,
- konjunkcija,

21 / 113

Kadar so izjave povezane z več izjavnimi povezavami, pri določanju logične vrednosti upoštevamo oklepaje in naslednji **vrstni red** oziroma **prioriteto izjavnih povezav**:

- negacija,
- konjunkcija,
- disjunkcija,

Kadar so izjave povezane z več izjavnimi povezavami, pri določanju logične vrednosti upoštevamo oklepaje in naslednji **vrstni red** oziroma **prioriteto izjavnih povezav**:

- negacija,
- konjunkcija,
- disjunkcija,
- implikacija,

21 / 113

Kadar so izjave povezane z več izjavnimi povezavami, pri določanju logične vrednosti upoštevamo oklepaje in naslednji **vrstni red** oziroma **prioriteto izjavnih povezav**:

- negacija,
- konjunkcija,
- disjunkcija,
- implikacija,
- ekvivalenca.

Kadar so izjave povezane z več izjavnimi povezavami, pri določanju logične vrednosti upoštevamo oklepaje in naslednji **vrstni red** oziroma **prioriteto izjavnih povezav**:

- negacija,
- konjunkcija,
- disjunkcija,
- implikacija,
- ekvivalenca.

Če moramo zapored izvesti več enakih izjavnih povezav, velja pravilo združevanja od leve proti desni.



Naloga

V sestavljeni izjavi zapišite oklepaje, ki bodo predstavljali vrstni red operacij. Nato tvorite pravilnostno tabelo za sestavljeno izjavo glede na različne logične vrednosti elementarnih izjav.



 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 25. september 2024
 22 / 113

Naloga

V sestavljeni izjavi zapišite oklepaje, ki bodo predstavljali vrstni red operacij. Nato tvorite pravilnostno tabelo za sestavljeno izjavo glede na različne logične vrednosti elementarnih izjav.

- $A \lor B \Leftrightarrow \neg A \Rightarrow \neg B$
- $A \lor \neg A \Rightarrow \neg B \land (\neg A \Rightarrow B)$
- $A \Rightarrow B \Leftrightarrow \neg B \Rightarrow \neg A$
- $A \land \neg B \Leftrightarrow A \Rightarrow B$
- $C \Rightarrow A \lor \neg B \Leftrightarrow \neg A \land C$
- $\neg A \lor \neg B \Leftrightarrow B \land (C \Leftrightarrow \neg A)$

Jan Kastelic (GAA)



Tavtologija ali **logično pravilna izjava** je sestavljena izjava, ki je pri vseh naborih vrednosti elementarnih izjav, iz katerih je sestavjena, pravilna.



Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 25. september 2024 23 / 113

Tavtologija ali **logično pravilna izjava** je sestavljena izjava, ki je pri vseh naborih vrednosti elementarnih izjav, iz katerih je sestavjena, pravilna.

Protislovje



23 / 113

Tavtologija ali **logično pravilna izjava** je sestavljena izjava, ki je pri vseh naborih vrednosti elementarnih izjav, iz katerih je sestavjena, pravilna.

Protislovje

Protislovje je sestavljena izjava, ki ni nikoli pravilna.

23 / 113

Tavtologija ali **logično pravilna izjava** je sestavljena izjava, ki je pri vseh naborih vrednosti elementarnih izjav, iz katerih je sestavjena, pravilna.

Protislovje

Protislovje je sestavljena izjava, ki ni nikoli pravilna.

Kvantifikatorja



Tavtologija ali **logično pravilna izjava** je sestavljena izjava, ki je pri vseh naborih vrednosti elementarnih izjav, iz katerih je sestavjena, pravilna.

Protislovje

Protislovje je sestavljena izjava, ki ni nikoli pravilna.

Kvantifikatorja

• ∀ (beri '(za) vsak') – izjava velja za vsak element dane množice



23 / 113

Tavtologija ali **logično pravilna izjava** je sestavljena izjava, ki je pri vseh naborih vrednosti elementarnih izjav, iz katerih je sestavjena, pravilna.

Protislovje

Protislovje je sestavljena izjava, ki ni nikoli pravilna.

Kvantifikatorja

- ∀ (beri '(za) vsak') izjava velja za vsak element dane množice
- ullet (beri 'obstaja' ali 'eksistira') izjava je pravilna za vsaj en element dane množice

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 25. september 2024 23 / 113

Pomen izjav v matematiki



24 / 113

Pomen izjav v matematiki

Aksiomi so najpreprostejše izjave, ki so očitno pravilne in zato njihove pravilnosti ni treba dokazovati.



24 / 113

Pomen izjav v matematiki

Aksiomi so najpreprostejše izjave, ki so očitno pravilne in zato njihove pravilnosti ni treba dokazovati.

Izreki ali **teoremi** so izjave, ki so pravilne, vendar pa njihova pravilnost ni očitna. Pravilnost izreka (teorema) moramo potrditi z dokazom, ki temelji na aksiomih in na preprostejših že prej dokazanih izrekih.

24 / 113

Pomen izjav v matematiki

Aksiomi so najpreprostejše izjave, ki so očitno pravilne in zato njihove pravilnosti ni treba dokazovati.

Izreki ali **teoremi** so izjave, ki so pravilne, vendar pa njihova pravilnost ni očitna. Pravilnost izreka (teorema) moramo potrditi z dokazom, ki temelji na aksiomih in na preprostejših že prej dokazanih izrekih.

Definicije so izjave, s katerimi uvajamo nove pojme. Najpreprostejših pojmov v matematiki ne opisujemo z definicijami (to so pojmi kot npr.: število, premica ipd.); vsak nadaljnji pojem pa moramo definirati, zato da se nedvoumno ve, o čem govorimo.

24 / 113



Množica



Množica

Množica je skupek elementov, ki imajo neko skupno lastnost.



 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 25. september 2024
 25 / 113

Množica

Množica je skupek elementov, ki imajo neko skupno lastnost.

Množica je določena, če:

 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 25. september 2024
 25 / 113

Množica

Množica je skupek elementov, ki imajo neko skupno lastnost.

Množica je določena, če:

• lahko naštejemo vse njene elemente ali

 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 25. september 2024
 25 / 113

Množica

Množica je skupek elementov, ki imajo neko skupno lastnost.

Množica je določena, če:

- lahko naštejemo vse njene elemente ali
- poznamo pravilo/skupno lastnost, ki pove, kateri elementi so v množici.

25 / 113

Množica

Množica je skupek elementov, ki imajo neko skupno lastnost.

Množica je določena, če:

- lahko naštejemo vse njene elemente ali
- poznamo pravilo/skupno lastnost, ki pove, kateri elementi so v množici.

Označujemo jih z velikimi črkami (A, B, C... ali A, B, C...).



25 / 113

Množica

Množica je skupek elementov, ki imajo neko skupno lastnost.

Množica je določena, če:

- lahko naštejemo vse njene elemente ali
- poznamo pravilo/skupno lastnost, ki pove, kateri elementi so v množici.

Označujemo jih z velikimi črkami $(A, B, C \dots \text{ ali } A, B, C \dots)$.

Univerzalna množica



25 / 113

Množica

Množica je skupek elementov, ki imajo neko skupno lastnost.

Množica je določena, če:

- lahko naštejemo vse njene elemente ali
- poznamo pravilo/skupno lastnost, ki pove, kateri elementi so v množici.

Označujemo jih z velikimi črkami ($A, B, C \dots$ ali $A, B, C \dots$).

Univerzalna množica

Univerzalna množica ali **univerzum** (\mathcal{U}) je množica vseh elementov, ki v danem primeru nastopajo oziroma jih opazujemo.

26 / 113



25. september 2024

Element množice je objekt v množici.



26 / 113

Element množice je objekt v množici.

Označujemo jih z malimi črkami $(a, b, c \dots)$.

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 25. september 2024 26 / 113

Element množice je objekt v množici.

Označujemo jih z malimi črkami $(a, b, c \dots)$.

Elemente množice zapisujemo v zavitem oklepaju (npr. $A = \{a, b, c\}$).

26 / 113

Element množice je objekt v množici.

Označujemo jih z malimi črkami $(a, b, c \dots)$.

Elemente množice zapisujemo v zavitem oklepaju (npr. $A = \{a, b, c\}$).

Element je lahko vsebovan v množici (npr. $a \in A$) ali pa v množici ni vsebovan (npr. $d \notin A$).



Element množice je objekt v množici.

Označujemo jih z malimi črkami $(a, b, c \dots)$.

Elemente množice zapisujemo v zavitem oklepaju (npr. $A = \{a, b, c\}$).

Element je lahko vsebovan v množici (npr. $a \in A$) ali pa v množici ni vsebovan (npr. $d \notin A$).

Prazna množica



25. september 2024

Element množice je objekt v množici.

Označujemo jih z malimi črkami $(a, b, c \dots)$.

Elemente množice zapisujemo v zavitem oklepaju (npr. $A = \{a, b, c\}$).

Element je lahko vsebovan v množici (npr. $a \in A$) ali pa v množici ni vsebovan (npr. $d \notin A$).

Prazna množica

Prazna množica $(\emptyset, \{\})$ je množica, ki ne vsebuje nobenega elementa.



26 / 113

Moč množice

Moč množice

Število elementov v množici predstavlja **moč množice**. Oznaka: $\mathbf{m}(\mathcal{A})$ ali $|\mathcal{A}|$.

Množica je lahko:

- končna množica vsebuje končno mnogo elementov: $\mathbf{m}(\mathcal{A}) = \mathbf{n}$;
- neskončna množica vsebuje neskončno mnogo elementov: $\mathbf{m}(\mathcal{A}) = \infty$.

Če ima množica toliko elementov, kot jih ima množica naravnih števil, je ta števno neskončna. Njeno moč pišemo kot: $m(A) = \aleph_0$.

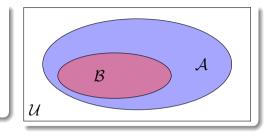
Za množici, ki imata isto moč, rečemo, da sta ekvipolentni oziroma ekvipotentni.

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 25. september 2024 27 / 113

Podmnožica

Množica $\mathcal B$ je **podmnožica** množice $\mathcal A$, če za vsak element iz $\mathcal B$ velja, da je tudi element množice $\mathcal A$.

$$\mathcal{B} \subseteq \mathcal{A} \Leftrightarrow \forall x \in \mathcal{B} \Rightarrow x \in \mathcal{A}$$



- $\forall A : A \subseteq A$ Vsaka množica je podmnožica same sebe.
- $\forall A : \emptyset \subseteq A$ Prazna množica je podmnožica vsake množice.

Moč podmnožice \mathcal{B} množice \mathcal{A} je manjša ali enaka moči množice \mathcal{A} :

$$\mathcal{B} \subseteq \mathcal{A} \Rightarrow m(\mathcal{B}) \leq m(\mathcal{A})$$

4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶

Množici \mathcal{A} in \mathcal{B} sta **enaki**, če imata iste elemente; sta druga drugi podmnožici.

$$\mathcal{A} = \mathcal{B} \Leftrightarrow (\mathcal{A} \subseteq \mathcal{B}) \wedge (\mathcal{B} \subseteq \mathcal{A})$$

Podmnožica \mathcal{B} množice \mathcal{A} , ki ni enaka množici \mathcal{A} , je **prava podmnožica** množice \mathcal{A} .

Potenčna množica

Potenčna množica množice \mathcal{A} je množica vseh podmnožic množice \mathcal{A} .

Oznaka: $\mathcal{PA} / \mathcal{P}(\mathcal{A})$.

$$\mathcal{P}\mathcal{A} = \{\mathcal{X}; \mathcal{X} \subseteq \mathcal{A}\}$$

$$m(\mathcal{P}\mathcal{A})=2^{m(\mathcal{A})}$$

Potenčna množica ni nikoli prazna – vsebuje vsaj prazno množico.

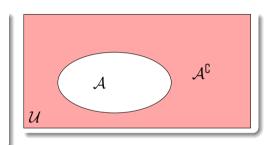
Operacije z množicami

Komplement množice

Komplement množice \mathcal{A} (glede na izbrani univerzum \mathcal{U}) je množica vseh elementov, ki so v množici \mathcal{U} in niso v množici \mathcal{A} .

Oznaka: $\mathcal{A}^{\complement} / \mathcal{A}'$.

$$\mathcal{A}^{\complement} = \{x; x \in \mathcal{U} \land x \notin \mathcal{A}\}$$



$$\left(\mathcal{A}^{\complement}
ight)^{\complement}=\mathcal{A}$$

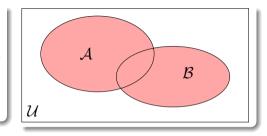


30 / 113

Unija množic

Unija množic \mathcal{A} in \mathcal{B} je množica vseh elementov, ki pripadajo množici \mathcal{A} ali množici \mathcal{B} . Oznaka: $\mathcal{A} \cup \mathcal{B}$.

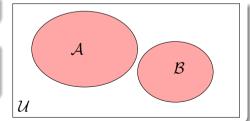
$$\mathcal{A} \cup \mathcal{B} = \{x; x \in \mathcal{A} \lor x \in \mathcal{B}\}$$



$$\mathcal{A}\cup\mathcal{A}^\complement=\mathcal{U}$$

$$A \cup \emptyset = A$$

$$A \cup \mathcal{U} = \mathcal{U}$$



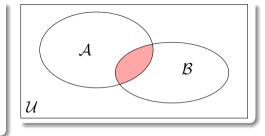
31 / 113

Presek množic

Presek množic \mathcal{A} in \mathcal{B} je množica vseh elementov, ki hkrati pripadajo množici \mathcal{A} in množici \mathcal{B} .

Oznaka: $A \cap B$.

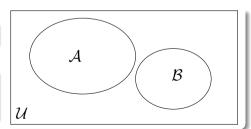
$$A \cap B = \{x; x \in A \land x \in B\}$$



$$\mathcal{A}\cap\mathcal{A}^\complement=\emptyset$$

$$\mathcal{A} \cap \emptyset = \emptyset$$

$$A \cap \mathcal{U} = A$$



Za množici ${\mathcal A}$ in ${\mathcal B}$ velja:

$$m(A \cup B) = m(A) + m(B) - m(A \cap B)$$

Množici, katerih presek je prazna množica, sta disjunktni množici.

$$A \cap B = \emptyset \Rightarrow m(A \cap B) = 0$$

$$A \cap B = \emptyset \Rightarrow m(A \cup B) = m(A) + m(B)$$

Komutativnost unije in preseka

$$A \cup B = B \cup A$$

$$A \cap B = B \cap A$$

Asociativnost unije in preseka

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$$

Distribustvnostna zakona za unijo in presek

$$(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$$

$$(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$$

De Morganova zakona

Komplement preseka dveh množic je enak uniji komplementov obeh množic:

$$(\mathcal{A}\cap\mathcal{B})^{\complement}=\mathcal{A}^{\complement}\cup\mathcal{B}^{\complement}.$$

Komplement unije dveh množic je enak preseku komplementov obeh množic:

$$(\mathcal{A}\cup\mathcal{B})^\complement=\mathcal{A}^\complement\cap\mathcal{B}^\complement.$$



34 / 113

Razlika množic

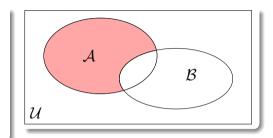
Razlika množic \mathcal{A} in \mathcal{B} je množica tistih elementov, ki pripadajo množici \mathcal{A} in hkrati ne pripadajo množici \mathcal{B} .

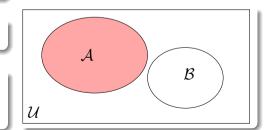
Oznaka: $A \setminus B / A - B$.

$$A \setminus B = \{x; x \in A \land x \notin B\}$$

$$\mathcal{A}\setminus\mathcal{B}=\mathcal{A}\cap\mathcal{B}^\complement$$

$$\mathcal{A} \setminus \mathcal{B} \neq \mathcal{B} \setminus \mathcal{A}$$
 $\mathcal{A} \setminus \mathcal{A} = \emptyset$





Kartezični produkt množic

Kartezični produkt (nepraznih) množic \mathcal{A} in \mathcal{B} je množica urejenih parov (x, y), pri čemer je $x \in \mathcal{A}$ in $y \in \mathcal{B}$.

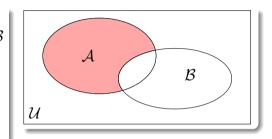
Oznaka: $A \times B$.

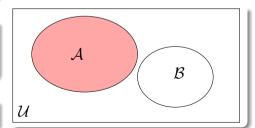
$$\mathcal{A} \times \mathcal{B} = \{(x, y); x \in \mathcal{A} \land y \in \mathcal{B}\}$$

$$x \neq y \Rightarrow (x,y) \neq (y,x)$$

$$x = y \Rightarrow (x, y) = (y, x)$$

$$\mathcal{A} \times \mathcal{B} \neq \mathcal{B} \times \mathcal{A}$$





Section 2

Naravna in cela števila, izrazi, enačbe in neenačbe

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 25. september 2024 37 / 113

- 1) Osnove logike in teorije množice
- 💿 Naravna in cela števila, izrazi, enačbe in neenačbe
 - Naravna in cela števila
 - Računanje z naravnimi in celimi števili
 - Izraz, enačba, neenačba
 - Računanje s potencami z naravnimi eksponenti
 - Razčlenjevanje izrazov
 - ullet Razstavljanje izrazov v množici $\mathbb Z$
 - ullet Reševanje linearnih in razcepnih enačb v množici $\mathbb Z$
 - Reševanje linearnih neenačb v množici Z
- Deljivost, izjave, množice

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 25. september 2024 38 / 113

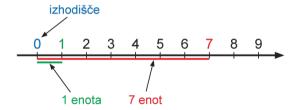
Naravna števila

Množica naravnih števil:

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \ldots\}$$

Naravna števila so števila s katerimi štejemo.

Naravna števila lahko predstavimo s točko na številski premici.



39 / 113

Množico naravnih števil definirajo Peanovi aksiomi:

- Vsako naravno število (n) ima svojega naslednika (n+1).
- Število 1 ni naslednik nobenega naravnega števila.
- Različni naravni števili imata različna naslednika: $(n+1 \neq m+1; n \neq m)$.
- Če neka trditev velja za vsako naravno število in tudi za njegovega naslednika, velja za vsa naravna števila princip popolne indukcije.

V množici $\mathbb N$ sta definirani notranji operaciji: **seštevanje** in **množenje**.

40 / 113

Seštevanje

Poljubnima naravnima številoma a in b priredimo **vsoto** a + b.

Vsota naravnih števil je naravno število: $a, b \in \mathbb{N} \Rightarrow a + b \in \mathbb{N}$.

Lastnosti:

- **komutativnost** členov/zakon o zamenjavi členov: a + b = b + a.
- asociativnost členov/zakon o združevanju členov: (a + b) + c = a + (b + c).

 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 25. september 2024
 41 / 113

Množenje

Poljubnima naravnima številoma a in b priredimo **produkt** $a \cdot b$.

Produkt naravnih števil je naravno število: $a, b \in \mathbb{N} \Rightarrow a \cdot b \in \mathbb{N}$.

Lastnosti:

- **komutativnost** faktorjev/zakon o zamenjavi faktorjev: $a \cdot b = b \cdot a$.
- asociativnost faktorjev/zakon o združevanju faktorjev: $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$.
- **distributivnost**/zakon o razčlenjevanju: $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$.
- zakon o nevtralnem elementu: $a \cdot 1 = a$.

42 / 113

Cela števila

Množica celih števil:

$$\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$$

Množica celih števil je definirana kot unija treh množic:

$$\mathbb{Z} = \mathbb{Z}^- \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}^+$$

- množica **pozitivnih celih števil** (\mathbb{Z}^+) naravna števila;
- število 0;
- ullet množica **negativnih celih števil** (\mathbb{Z}^-) nasprotna števila vseh naravnih števil.

Nasprotno število število a je -a.



Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 25. september 2024 43 / 113

Poleg seštevanja in množenja je kot notranja operacija množice celih števil definirano še **odštevanje**.

Odštevanje

Poljubnima naravnima številoma a in b priredimo **razliko** a - b.

Odštevanje definiramo kot prištevanje nasprotne vrednosti: a-b=a+(-b)

Za odštevanje velja zakon **distributivnosti**: $a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$.



44 / 113

Računski zakoni

Komutativnostni zakon:

$$a+b=b+a$$
 in $a\cdot b=b\cdot a$

Asociativnostni zakon:

$$a + (b + c) = (a + b) + c$$
 in $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$

Zakon o nevtralnem elementu:

$$a+0=a$$
 in $a\cdot 1=a$

• Zakon o inverznem/nasprotnem elementu:

$$a + (-a) = 0$$

Distributivnostni zakon:

$$a \cdot (b \pm c) = a \cdot b \pm a \cdot c$$

(ロト 4個 b 4 분 b 4 분 b -) 원 - 이익()

Pravila za računanje s celimi števili

•
$$-(-a) = a$$

- $0 \cdot a = 0$
- \bullet $-1 \cdot a = -a$
- (-a) + (-b) = -(a+b)
- $\bullet (-a) \cdot b = -(a \cdot b) = a \cdot (-b)$
- $(-a) \cdot (-b) = a \cdot b$

46 / 113

Računanje z naravnimi in celimi števili

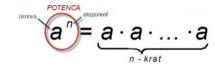


48 / 113

Izraz, enačba, neenačba

Računanje s potencami z naravnimi eksponenti

Potenca $\mathbf{a}^{\mathbf{n}}$, pri čemer je $n \in \mathbb{N}$, je produkt n faktorjev enakih a.



Pravila za računanje s potencami:

- $\mathbf{a^n} \cdot \mathbf{b^n} = (\mathbf{ab})^\mathbf{n}$ potenci z enakima eksponentoma zmnožimo tako, da zmnožimo osnovi in prepišemo eksponent
- $oldsymbol{a^m}\cdot oldsymbol{a^n}=oldsymbol{a^{m+n}}$ potenci z enako osnovo zmnožimo tako, da osnovo prepišemo in seštejemo eksponenta
- $(a^n)^m = a^{nm}$ potenco potenciramo tako, da osnovo prepišemo in zmnožimo eksponenta

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 25. september 2024 50 / 113

Razčlenjevanje izrazov



51 / 113

Razstavljanje izrazov v množici $\mathbb Z$

52 / 113

Reševanje linearnih in razcepnih enačb v množici Z

53 / 113

Reševanje linearnih neenačb v množici Z



 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 25. september 2024
 54 / 113

Section 3

Deljivost, izjave, množice



 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 25. september 2024
 55 / 113

- 1 Osnove logike in teorije množice
- 2 Naravna in cela števila, izrazi, enačbe in neenačbe
- Oeljivost, izjave, množice
 - Relacija deljivosti
 - Pravila za deljivost
 - Praštevila in sestavljena števila
 - Največji skupni delitelj in najmanjši skupni večkratnik
 - Osnovni izrek o deljenju
 - Evklidov algoritem in zveza Dv = ab
 - Številski sestavi
 - Izjave
 - Množice



25. september 2024

Relacija deljivosti



25. september 2024

Jan Kastelic (GAA)

Pravila za deljivost



58 / 113

Praštevila in sestavljena števila



 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 25. september 2024
 59 / 113

Največji skupni delitelj in najmanjši skupni večkratnik



60 / 113

Osnovni izrek o deljenju



61 / 113

Evklidov algoritem in zveza Dv = ab



62 / 113

Številski sestavi

4日 → 4団 → 4 重 → 4 重 → 9 9 ○

63 / 113

Izjave

4□ > 4□ > 4 = > 4 = > = 9 < 0</p>

Množice

4□ > 4□ > 4 = > 4 = > = 9 < 0</p>

Section 4

Racionalna števila



Jan Kastelic (GAA)

- Osnove logike in teorije množice
- Naravna in cela števila, izrazi, enačbe in neenačbe
- 3 Deljivost, izjave, množice
- 🐠 Racionalna števila
 - Številski ulomki
 - Racionalna števila
 - Urejenost racionalnih števil
 - Algebrski ulomki
 - Računanje z ulomki
 - Potence s celimi eksponenti
 - Pravila za računanje s potencami s celimi eksponenti



25. september 2024

Številski ulomki



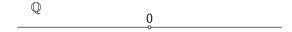
68 / 113



69 / 113

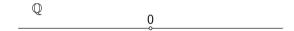


70 / 113





25. september 2024



Glede na predznak razdelimo racionalna števila v tri množice:

$$\mathbb{Q} =$$





Glede na predznak razdelimo racionalna števila v tri množice:

• množico negativnih racionalnih števil Q-,

$$\mathbb{Q} = \mathbb{Q}^-$$





Glede na predznak razdelimo racionalna števila v tri množice:

- množico negativnih racionalnih števil Q⁻,
- množico z elementom nič: $\{\mathbf{0}\}$ in

$$\mathbb{Q} = \mathbb{Q}^- \cup \{0\}$$



70 / 113

Jan Kastelic (GAA)



Glede na predznak razdelimo racionalna števila v tri množice:

- množico negativnih racionalnih števil Q⁻,
- množico z elementom nič: $\{\mathbf{0}\}$ in
- množico pozitivnih racionalnih števil: Q⁺.

$$\mathbb{Q} = \mathbb{Q}^- \cup \{0\} \cup \mathbb{Q}^+$$



70 / 113

Jan Kastelic (GAA)



 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 25. september 2024
 71 / 113

Množica racionalnih števil je **linearno urejena** z relacijo *biti manjši* (<) oziroma *biti večji* (>). Za ulomka $\frac{a}{b}$ in $\frac{c}{d}$ ($b,d \in \mathbb{N}$) velja natanko ena izmed treh možnosti:



71 / 113

Množica racionalnih števil je **linearno urejena** z relacijo *biti manjši* (<) oziroma *biti večji* (>). Za ulomka $\frac{a}{b}$ in $\frac{c}{d}$ ($b,d \in \mathbb{N}$) velja natanko ena izmed treh možnosti:

• prvi ulomek je večji od drugega $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$ natanko tedaj, ko je ad > bc;



71 / 113

Množica racionalnih števil je **linearno urejena** z relacijo *biti manjši* (<) oziroma *biti* $ve\check{c}ji$ (>). Za ulomka $\frac{a}{b}$ in $\frac{c}{d}$ ($b,d\in\mathbb{N}$) velja natanko ena izmed treh možnosti:

- prvi ulomek je večji od drugega $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$ natanko tedaj, ko je ad > bc;
- ② drugi ulomek je večji od prvega $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ natanko tedaj, ko je ad < bc;



71 / 113

Množica racionalnih števil je **linearno urejena** z relacijo *biti manjši* (<) oziroma *biti večji* (>). Za ulomka $\frac{a}{b}$ in $\frac{c}{d}$ ($b,d \in \mathbb{N}$) velja natanko ena izmed treh možnosti:

- prvi ulomek je večji od drugega $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$ natanko tedaj, ko je ad > bc;
- ② drugi ulomek je večji od prvega $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ natanko tedaj, ko je ad < bc;
- o ulomka sta enaka $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ natanko tedaj, ko je ad = bc.



71 / 113

Množica racionalnih števil je **linearno urejena** z relacijo *biti manjši* (<) oziroma *biti večji* (>). Za ulomka $\frac{a}{b}$ in $\frac{c}{d}$ ($b,d \in \mathbb{N}$) velja natanko ena izmed treh možnosti:

- prvi ulomek je večji od drugega $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$ natanko tedaj, ko je ad > bc;
- ② drugi ulomek je večji od prvega $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ natanko tedaj, ko je ad < bc;
- **3** ulomka sta enaka $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ natanko tedaj, ko je ad = bc.

Enaka ulomka predstavljata isto racionalno število.



71 / 113

72 / 113

4 ロ ト 4 回 ト 4 直 ト 4 直 ・ り 9 0 0

72 / 113



25. september 2024



Slike pozitivnih racionalnih števil ležijo desno, slike negativnih racionalnih števil pa levo od koordinatnega izhodišča.

72 / 113



Slike pozitivnih racionalnih števil ležijo desno, slike negativnih racionalnih števil pa levo od koordinatnega izhodišča.

$$\mathbb{Q}^ \mathbb{Q}^+$$
negativna števila pozitivna števila



Slike pozitivnih racionalnih števil ležijo desno, slike negativnih racionalnih števil pa levo od koordinatnega izhodišča.

V množici ulomkov velja, da je vsak negativen ulomek manjši od vsakega pozitivnega ulomka.

4□ > 4□ > 4 = > 4 = > = 90

25. september 2024



73 / 113

Monotonost vsote



73 / 113

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

Monotonost vsote

Če na obeh straneh neenakosti prištejemo isto število, se neenakost ohrani.



73 / 113

Monotonost vsote

Če na obeh straneh neenakosti prištejemo isto število, se neenakost ohrani.

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \quad \Rightarrow \quad \frac{a}{b} + \frac{e}{f} < \frac{c}{d} + \frac{e}{f}$$

 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 25. september 2024
 73 / 113

Monotonost vsote

Če na obeh straneh neenakosti prištejemo isto število, se neenakost ohrani.

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \quad \Rightarrow \quad \frac{a}{b} + \frac{e}{f} < \frac{c}{d} + \frac{e}{f}$$



73 / 113

Monotonost vsote

Če na obeh straneh neenakosti prištejemo isto število, se neenakost ohrani.

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \quad \Rightarrow \quad \frac{a}{b} + \frac{e}{f} < \frac{c}{d} + \frac{e}{f}$$

Tranzitivnost



73 / 113

Monotonost vsote

Če na obeh straneh neenakosti prištejemo isto število, se neenakost ohrani.

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \quad \Rightarrow \quad \frac{a}{b} + \frac{e}{f} < \frac{c}{d} + \frac{e}{f}$$

Tranzitivnost

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \quad \wedge \quad \frac{c}{d} < \frac{e}{f} \quad \Rightarrow \quad \frac{a}{b} < \frac{e}{f}$$



Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 25. september 2024 73 / 113

74 / 113



74 / 113

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \quad \wedge \quad \frac{e}{f} > 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{e}{f} < \frac{c}{d} \cdot \frac{e}{f}$$

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \quad \wedge \quad \frac{e}{f} > 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{e}{f} < \frac{c}{d} \cdot \frac{e}{f}$$

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \quad \wedge \quad \frac{e}{f} > 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{e}{f} < \frac{c}{d} \cdot \frac{e}{f}$$

Pri množenju neenakosti s negativnim številom se znak neenakosti obrne.



$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \quad \wedge \quad \frac{e}{f} > 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{e}{f} < \frac{c}{d} \cdot \frac{e}{f}$$

Pri množenju neenakosti s negativnim številom se znak neenakosti obrne.

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \quad \wedge \quad \frac{e}{f} < 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{e}{f} > \frac{c}{d} \cdot \frac{e}{f}$$

74 / 113

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \quad \wedge \quad \frac{e}{f} > 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{e}{f} < \frac{c}{d} \cdot \frac{e}{f}$$

Pri množenju neenakosti s negativnim številom se znak neenakosti obrne.

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \quad \wedge \quad \frac{e}{f} < 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{e}{f} > \frac{c}{d} \cdot \frac{e}{f}$$

25. september 2024

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \quad \wedge \quad \frac{e}{f} > 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{e}{f} < \frac{c}{d} \cdot \frac{e}{f}$$

Pri množenju neenakosti s negativnim številom se znak neenakosti obrne.

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \quad \wedge \quad \frac{e}{f} < 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{e}{f} > \frac{c}{d} \cdot \frac{e}{f}$$

Pri prehodu na nasprotno vrednost se neenačaj obrne:

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \quad \wedge \quad \frac{e}{f} > 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{e}{f} < \frac{c}{d} \cdot \frac{e}{f}$$

Pri množenju neenakosti s negativnim številom se znak neenakosti obrne.

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \quad \wedge \quad \frac{e}{f} < 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{e}{f} > \frac{c}{d} \cdot \frac{e}{f}$$

Pri prehodu na nasprotno vrednost se neenačaj obrne:

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \quad \Rightarrow \quad -\frac{a}{b} > -\frac{c}{d}$$

75 / 113



75 / 113

• prvi ulomek je večji ali enak od drugega $\frac{a}{b} \ge \frac{c}{d}$ natanko tedaj, ko je $ad \ge bc$;

75 / 113

- prvi ulomek je večji ali enak od drugega $\frac{a}{b} \ge \frac{c}{d}$ natanko tedaj, ko je $ad \ge bc$;
- ② drugi ulomek je večji ali enak od prvega $\frac{a}{b} \geq \frac{c}{d}$ natanko tedaj, ko je $ad \leq bc$;

75 / 113

- prvi ulomek je večji ali enak od drugega $\frac{a}{b} \ge \frac{c}{d}$ natanko tedaj, ko je $ad \ge bc$;
- ② drugi ulomek je večji ali enak od prvega $\frac{a}{b} \ge \frac{c}{d}$ natanko tedaj, ko je $ad \le bc$;

Za (zgornjo) relacijo delne urejenosti veljajo naslednje lastnosti:



75 / 113

- prvi ulomek je večji ali enak od drugega $\frac{a}{b} \ge \frac{c}{d}$ natanko tedaj, ko je $ad \ge bc$;
- ② drugi ulomek je večji ali enak od prvega $\frac{a}{b} \ge \frac{c}{d}$ natanko tedaj, ko je $ad \le bc$;

Za (zgornjo) relacijo delne urejenosti veljajo naslednje lastnosti:

• $\frac{a}{b} \leq \frac{a}{b}$ - refleksivnost;



75 / 113

- prvi ulomek je večji ali enak od drugega $\frac{a}{b} \ge \frac{c}{d}$ natanko tedaj, ko je $ad \ge bc$;
- ② drugi ulomek je večji ali enak od prvega $\frac{a}{b} \ge \frac{c}{d}$ natanko tedaj, ko je $ad \le bc$;

Za (zgornjo) relacijo delne urejenosti veljajo naslednje lastnosti:

- $\frac{a}{b} \leq \frac{a}{b}$ refleksivnost;
- $\frac{a}{b} \le \frac{c}{d} \land \frac{c}{d} \le \frac{a}{b} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ antisimetričnost in



75 / 113

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

- prvi ulomek je večji ali enak od drugega $\frac{a}{b} \ge \frac{c}{d}$ natanko tedaj, ko je $ad \ge bc$;
- ② drugi ulomek je večji ali enak od prvega $\frac{a}{b} \ge \frac{c}{d}$ natanko tedaj, ko je $ad \le bc$;

Za (zgornjo) relacijo delne urejenosti veljajo naslednje lastnosti:

- $\frac{a}{b} \leq \frac{a}{b}$ refleksivnost;
- $\frac{a}{b} \le \frac{c}{d} \land \frac{c}{d} \le \frac{a}{b} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ antisimetričnost in
- $\frac{a}{b} \le \frac{c}{d} \land \frac{c}{d} \le \frac{e}{f} \Rightarrow \frac{a}{b} \le \frac{e}{f}$ tranzitivnost.



Algebrski ulomki



Računanje z ulomki



Potence s celimi eksponenti



 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 25. september 2024
 78 / 113

Pravila za računanje s celimi eksponenti



 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 25. september 2024
 79 / 113

Premo in obratno sorazmerje



80 / 113

Odstotki



81 / 113

Jan Kastelic (GAA)

Section 5

Realna števila, statistika



 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 25. september 2024
 82 / 113

- Osnove logike in teorije množice
- Naravna in cela števila, izrazi, enačbe in neenačbe
- 3 Deljivost, izjave, množice
- Racionalna števila
- 💿 Realna števila, statistika
 - Realna števila
 - Kvadratni in kubični koren
 - Intervali
 - Absolutna vrednost
 - Sistem linearnih enačb



25. september 2024

Realna števila



84 / 113

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

Kvadratni in kubični koren

85 / 113

(b)
$$4\sqrt{8} - (2\sqrt{5} + 3\sqrt{8})\sqrt{10}$$

(b)
$$4\sqrt{8} - (2\sqrt{5} + 3\sqrt{8})\sqrt{10}$$

$$\left(\check{c}\right)\;\left(5\sqrt{3}+2\sqrt{27}\right)\left(\sqrt{75}-4\sqrt{12}+\sqrt{147}\right)$$

(b)
$$4\sqrt{8} - (2\sqrt{5} + 3\sqrt{8})\sqrt{10}$$

$$\left(\breve{c}\right)\;\left(5\sqrt{3}+2\sqrt{27}\right)\left(\sqrt{75}-4\sqrt{12}+\sqrt{147}\right)$$

$$\left(g\right)\ 8\sqrt{3}\left(\sqrt{2}-1\right)-\left(\sqrt{5}+2\sqrt{6}\right)\left(4-2\sqrt{2}\right)$$

(b)
$$4\sqrt{8} - (2\sqrt{5} + 3\sqrt{8})\sqrt{10}$$

$$\left(\breve{c}\right)\ \left(5\sqrt{3}+2\sqrt{27}\right)\left(\sqrt{75}-4\sqrt{12}+\sqrt{147}\right)$$

$$\text{(g) }8\sqrt{3}\left(\sqrt{2}-1\right)-\left(\sqrt{5}+2\sqrt{6}\right)\left(4-2\sqrt{2}\right)$$

(j)
$$(2-4\sqrt{3})\cdot 3\sqrt{2}-(2\sqrt{2}-3\sqrt{3})^2$$

(b)
$$4\sqrt{8} - (2\sqrt{5} + 3\sqrt{8})\sqrt{10}$$

$$\left(\breve{c}\right)\ \left(5\sqrt{3}+2\sqrt{27}\right)\left(\sqrt{75}-4\sqrt{12}+\sqrt{147}\right)$$

(g)
$$8\sqrt{3}\left(\sqrt{2}-1\right)-\left(\sqrt{5}+2\sqrt{6}\right)\left(4-2\sqrt{2}\right)$$

(j)
$$(2-4\sqrt{3})\cdot 3\sqrt{2}-(2\sqrt{2}-3\sqrt{3})^2$$

(I)
$$(3-2\sqrt{2})^3 - (\sqrt{8}-5\sqrt{2})(-3\sqrt{2})$$

(b)
$$4\sqrt{8} - (2\sqrt{5} + 3\sqrt{8})\sqrt{10}$$

$$\left(\breve{c}\right)\;\left(5\sqrt{3}+2\sqrt{27}\right)\left(\sqrt{75}-4\sqrt{12}+\sqrt{147}\right)$$

$$\text{(g) }8\sqrt{3}\left(\sqrt{2}-1\right)-\left(\sqrt{5}+2\sqrt{6}\right)\left(4-2\sqrt{2}\right)$$

(j)
$$(2-4\sqrt{3})\cdot 3\sqrt{2}-(2\sqrt{2}-3\sqrt{3})^2$$

(I)
$$(3-2\sqrt{2})^3 - (\sqrt{8}-5\sqrt{2})(-3\sqrt{2})$$

(o)
$$\sqrt{300} - \sqrt{5 - 2\sqrt{6}} \cdot \sqrt{5 + 2\sqrt{6}} + \sqrt{5^4}$$

(b)
$$4\sqrt{8} - (2\sqrt{5} + 3\sqrt{8})\sqrt{10}$$

$$\left(\breve{c}\right)\ \left(5\sqrt{3}+2\sqrt{27}\right)\left(\sqrt{75}-4\sqrt{12}+\sqrt{147}\right)$$

$$\text{(g) }8\sqrt{3}\left(\sqrt{2}-1\right)-\left(\sqrt{5}+2\sqrt{6}\right)\left(4-2\sqrt{2}\right)$$

(j)
$$(2-4\sqrt{3})\cdot 3\sqrt{2}-(2\sqrt{2}-3\sqrt{3})^2$$

(I)
$$(3-2\sqrt{2})^3 - (\sqrt{8}-5\sqrt{2})(-3\sqrt{2})$$

(o)
$$\sqrt{300} - \sqrt{5 - 2\sqrt{6}} \cdot \sqrt{5 + 2\sqrt{6}} + \sqrt{5^4}$$

(r)
$$\sqrt{5\sqrt{3}-5} \cdot \sqrt{2\sqrt{3}+2} - (\sqrt{5})^3$$

(b)
$$4\sqrt{8} - (2\sqrt{5} + 3\sqrt{8})\sqrt{10}$$

(č)
$$\left(5\sqrt{3} + 2\sqrt{27}\right)\left(\sqrt{75} - 4\sqrt{12} + \sqrt{147}\right)$$

(g)
$$8\sqrt{3}\left(\sqrt{2}-1\right)-\left(\sqrt{5}+2\sqrt{6}\right)\left(4-2\sqrt{2}\right)$$

(j)
$$(2-4\sqrt{3}) \cdot 3\sqrt{2} - (2\sqrt{2}-3\sqrt{3})^2$$

(I)
$$(3-2\sqrt{2})^3 - (\sqrt{8}-5\sqrt{2})(-3\sqrt{2})$$

(o)
$$\sqrt{300} - \sqrt{5 - 2\sqrt{6}} \cdot \sqrt{5 + 2\sqrt{6}} + \sqrt{5^4}$$

(r)
$$\sqrt{5\sqrt{3}-5} \cdot \sqrt{2\sqrt{3}+2} - (\sqrt{5})^3$$

(u)
$$(\sqrt{17}-3)\sqrt{26+6\sqrt{17}}-\sqrt{2}(\sqrt{2}+\sqrt{6})$$



87 / 113

Interval je množica vseh realnih števil, ki ležijo med dvema danima številoma a in b, a < b. Števili a in b imenujemo **krajišči intervala**.

87 / 113

Interval je množica vseh realnih števil, ki ležijo med dvema danima številoma a in b, a < b.

Števili a in b imenujemo **krajišči intervala**.

Vključenost krajišč



87 / 113

Interval je množica vseh realnih števil, ki ležijo med dvema danima številoma a in b, a < b.

Števili a in b imenujemo krajišči intervala.

Vključenost krajišč

• Simbola "[" in "]" označujeta krajišče, ki spada k intervalu.



87 / 113

Interval je množica vseh realnih števil, ki ležijo med dvema danima številoma a in b, a < b.

Števili a in b imenujemo krajišči intervala.

Vključenost krajišč

- Simbola "[" in "]" označujeta krajišče, ki spada k intervalu.
- Simbola "(" in ")" označujeta krajišče, ki ne spada k intervalu.

87 / 113

Interval je množica vseh realnih števil, ki ležijo med dvema danima številoma a in b, a < b.

Števili a in b imenujemo **krajišči intervala**.

Vključenost krajišč

- Simbola "[" in "]" označujeta krajišče, ki spada k intervalu.
- Simbola "(" in ")" označujeta krajišče, ki ne spada k intervalu.

Pri zapisu intervalov moramo biti pozorni na zapis vrstnega reda števil, ki določata krajišči.

$$[a,b] \neq [b,a]$$



87 / 113



88 / 113

Zaprti interval



Zaprti interval



Vsebuje vsa realna števila med a in b, vključno s krajiščema a in b.



88 / 113

Zaprti interval

$$[\mathbf{a},\mathbf{b}] = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}; \mathbf{a} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{b}\}$$

Vsebuje vsa realna števila med a in b, vključno s krajiščema a in b.

Odprti interval



25. september 2024

Zaprti interval

$$[\mathbf{a},\mathbf{b}] = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}; \mathbf{a} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{b}\}$$

Vsebuje vsa realna števila med a in b, vključno s krajiščema a in b.

Odprti interval

$$(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}; \mathbf{a} < \mathbf{x} < \mathbf{b}\}$$

Vsebuje vsa realna števila med a in b, vendar ne vsebuje krajišč a in b.

←□ → ←□ → ← □ → ← □ → ←□

25. september 2024

Polodprti/polzaprti interval



Polodprti/polzaprti interval



$$[\mathsf{a},\mathsf{b})=\{\mathsf{x}\in\mathbb{R};\mathsf{a}\leq\mathsf{x}<\mathsf{b}\}$$

Vsebuje vsa realna števila med a in b, vključno s krajiščem a, vendar ne vsebuje krajišča b.

89 / 113

Polodprti/polzaprti interval



Vsebuje vsa realna števila med a in b, vključno s krajiščem a, vendar ne vsebuje krajišča b.



Vsebuje vsa realna števila med a in b, vključno s krajiščem b, vendar ne vsebuje krajišča a.



89 / 113



90 / 113

$$\bullet \ [\mathbf{a}, \infty) = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}; \mathbf{x} \geq \mathbf{a}\}$$

90 / 113

- $\bullet \ [\mathbf{a}, \infty) = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}; \mathbf{x} \geq \mathbf{a}\}$
- $\bullet \ (\mathsf{a},\infty) = \{\mathsf{x} \in \mathbb{R}; \mathsf{x} > \mathsf{a}\}$

- $\bullet \ [\mathbf{a}, \infty) = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}; \mathbf{x} \geq \mathbf{a}\}$
- $\bullet \ (\mathsf{a},\infty) = \{\mathsf{x} \in \mathbb{R}; \frac{\mathsf{x} > \mathsf{a}\}}{\mathsf{a}}$
- $\bullet \ (-\infty, \mathbf{b}] = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}; \mathbf{x} \leq \mathbf{b}\}$

25. september 2024

$$\bullet \ [\mathbf{a}, \infty) = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}; \mathbf{x} \geq \mathbf{a}\}$$

$$\bullet \ (\mathsf{a},\infty) = \{\mathsf{x} \in \mathbb{R}; \underbrace{\mathsf{x} > \mathsf{a}}_{\mathsf{a}}\}$$

$$\bullet \ \ (-\infty, \mathbf{b}] = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}; \mathbf{x} \le \mathbf{b}\}$$

b

$$\bullet \ (-\infty, \mathbf{b}) = \{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}; \mathbf{x} < \mathbf{b} \}$$



90 / 113

Neomejeni/neskončni intervali

$$\bullet \ [\mathbf{a}, \infty) = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}; \mathbf{x} \geq \mathbf{a}\}$$

$$\bullet \ (\mathsf{a},\infty) = \{\mathsf{x} \in \mathbb{R}; \frac{\mathsf{x} > \mathsf{a}\}}{\mathsf{a}}$$

$$\bullet \ (-\infty, \mathbf{b}] = \{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}; \mathbf{x} \le \mathbf{b} \}$$

$$ullet$$
 $(-\infty, \mathbf{b}) = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}; \mathbf{x} < \mathbf{b}\}$

$$ullet$$
 $(-\infty,\infty)=\{\mathbf{x};\mathbf{x}\in\mathbb{R}\}=\mathbb{R}$



25. september 2024

b

Zapišite množico vseh neengativnih realnih števil, ki so manjša od 6, ter iskano množico predstavite na številski premici.



91 / 113

Zapišite množico vseh neengativnih realnih števil, ki so manjša od 6, ter iskano množico predstavite na številski premici.

Naloga 585

Dana sta intervala I = [-2, 5) in J = (3, 6).



91 / 113

Zapišite množico vseh neengativnih realnih števil, ki so manjša od 6, ter iskano množico predstavite na številski premici.

Naloga 585

Dana sta intervala I = [-2, 5) in J = (3, 6).

• Zapiši $I \cap J$ in $I \cup J$.



91 / 113

Zapišite množico vseh neengativnih realnih števil, ki so manjša od 6, ter iskano množico predstavite na številski premici.

Naloga 585

Dana sta intervala I = [-2, 5) in J = (3, 6).

- Zapiši $I \cap J$ in $I \cup J$.
- ullet Izračunaj vsoto največjega celega števila iz I in najmanjšega celega števila iz J.

91 / 113

Zapišite množico vseh neengativnih realnih števil, ki so manjša od 6, ter iskano množico predstavite na številski premici.

Naloga 585

Dana sta intervala I = [-2, 5) in J = (3, 6).

- Zapiši $I \cap J$ in $I \cup J$.
- ullet Izračunaj vsoto največjega celega števila iz I in najmanjšega celega števila iz J.

Naloga 583

Zapiši unijo in presek danih intervalov.

Zapišite množico vseh neengativnih realnih števil, ki so maniša od 6. ter iskano množico predstavite na številski premici.

Naloga 585

Dana sta intervala I = [-2, 5) in J = (3, 6).

- Zapiši $I \cap J$ in $I \cup J$.
- \bullet Izračunaj vsoto največjega celega števila iz I in najmanjšega celega števila iz J.

Naloga 583

Zapiši unijo in presek danih intervalov.

25. september 2024 Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 91 / 113

Zapišite množico vseh neengativnih realnih števil, ki so manjša od 6, ter iskano množico predstavite na številski premici.

Naloga 585

Dana sta intervala I = [-2, 5) in J = (3, 6).

- Zapiši $I \cap J$ in $I \cup J$.
- ullet Izračunaj vsoto največjega celega števila iz I in najmanjšega celega števila iz J.

Naloga 583

Zapiši unijo in presek danih intervalov.

- (c) [4,8] in (3,5]
- (f) [-2,4] in $(2,\infty)$

Zapišite množico vseh neengativnih realnih števil, ki so manjša od 6, ter iskano množico predstavite na številski premici.

Naloga 585

Dana sta intervala I = [-2, 5) in J = (3, 6).

- Zapiši $I \cap J$ in $I \cup J$.
- ullet Izračunaj vsoto največjega celega števila iz I in najmanjšega celega števila iz J.

Naloga 583

Zapiši unijo in presek danih intervalov.

- (c) [4,8] in (3,5]
- (f) [-2,4] in $(2,\infty)$
- (g) $(-\infty, 3]$ in (-1, 5]



Jan Kastelic (GAA)

Linearna neenačba ima v splošnem obliko: $\mathbf{ax} + \mathbf{b} < \mathbf{cx} + \mathbf{d}$; $a, b, c, d \in \mathbb{R}$.



92 / 113

Linearna neenačba ima v splošnem obliko: $\mathbf{ax} + \mathbf{b} < \mathbf{cx} + \mathbf{d}$; $a, b, c, d \in \mathbb{R}$.

Reševanje linearne neenačbe

Neenačbo rešimo tako, da ji po korakih prirejamo enostavnejšo ekvivalentno neenačbo, dokler ne pridemo do rešitve. Množica rešitve linearne neenačbe je interval, množica intervalov, točka, množica točk ali pa nima rešitve.



92 / 113

Linearna neenačba ima v splošnem obliko: $\mathbf{ax} + \mathbf{b} < \mathbf{cx} + \mathbf{d}$; $a, b, c, d \in \mathbb{R}$.

Reševanje linearne neenačbe

Neenačbo rešimo tako, da ji po korakih prirejamo enostavnejšo ekvivalentno neenačbo, dokler ne pridemo do rešitve. Množica rešitev linearne neenačbe je interval, množica intervalov, točka, množica točk ali pa nima rešitve.

Pravila preoblikovanja

Linearna neenačba ima v splošnem obliko: $\mathbf{ax} + \mathbf{b} < \mathbf{cx} + \mathbf{d}$; $a, b, c, d \in \mathbb{R}$.

Reševanje linearne neenačbe

Neenačbo rešimo tako, da ji po korakih prirejamo enostavnejšo ekvivalentno neenačbo, dokler ne pridemo do rešitve. Množica rešitev linearne neenačbe je interval, množica intervalov, točka, množica točk ali pa nima rešitve.

Pravila preoblikovanja

• na levi in desni strani neenačbe lahko prištejemo (ali odštejemo) isto število;

 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 25. september 2024
 92 / 113

Linearna neenačba ima v splošnem obliko: $\mathbf{ax} + \mathbf{b} < \mathbf{cx} + \mathbf{d}$; $a, b, c, d \in \mathbb{R}$.

Reševanje linearne neenačbe

Neenačbo rešimo tako, da ji po korakih prirejamo enostavnejšo ekvivalentno neenačbo, dokler ne pridemo do rešitve. Množica rešitev linearne neenačbe je interval, množica intervalov, točka, množica točk ali pa nima rešitve.

Pravila preoblikovanja

- na levi in desni strani neenačbe lahko prištejemo (ali odštejemo) isto število;
- levo in desno stran neenačbe lahko pomnožimo z istim (pozitivnim) številom;

 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 25. september 2024
 92 / 113

Linearna neenačba ima v splošnem obliko: $\mathbf{ax} + \mathbf{b} < \mathbf{cx} + \mathbf{d}$; $a, b, c, d \in \mathbb{R}$.

Reševanje linearne neenačbe

Neenačbo rešimo tako, da ji po korakih prirejamo enostavnejšo ekvivalentno neenačbo, dokler ne pridemo do rešitve. Množica rešitev linearne neenačbe je interval, množica intervalov, točka, množica točk ali pa nima rešitve.

Pravila preoblikovanja

- na levi in desni strani neenačbe lahko prištejemo (ali odštejemo) isto število;
- levo in desno stran neenačbe lahko pomnožimo z istim (pozitivnim) številom;
- če levo in desno stran neenačbe pomnožimo z negativnim številom, se znak neenakosti obrne.

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 25. september 2024 92 / 113

Intervali

Reši neenačbo in rešitev zapiši z intervalom.



Jan Kastelic (GAA)

Reši neenačbo in rešitev zapiši z intervalom.

(f)
$$3 - (2 - 2x)^2 > 4x(1 - x)$$

93 / 113

Reši neenačbo in rešitev zapiši z intervalom.

(f)
$$3 - (2 - 2x)^2 > 4x(1 - x)$$

(I)
$$\frac{x+3}{8} \ge \frac{2x-9}{4}$$



93 / 113

Reši neenačbo in rešitev zapiši z intervalom.

(f)
$$3 - (2 - 2x)^2 > 4x(1 - x)$$

(I)
$$\frac{x+3}{8} \ge \frac{2x-9}{4}$$

(p)
$$\frac{x+3}{6} - \frac{2x-1}{12} \le (3+4)^0 + \frac{3x-2}{8}$$



93 / 113

Reši neenačbo in rešitev zapiši z intervalom.

(f)
$$3 - (2 - 2x)^2 > 4x(1 - x)$$

(I)
$$\frac{x+3}{8} \ge \frac{2x-9}{4}$$

(p)
$$\frac{x+3}{6} - \frac{2x-1}{12} \le (3+4)^0 + \frac{3x-2}{8}$$

Naloga 584

Reši sistem neenačb in rešitev zapiši z intervalom.



 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 25. september 2024
 93 / 113

Reši neenačbo in rešitev zapiši z intervalom.

(f)
$$3 - (2 - 2x)^2 > 4x(1 - x)$$

(I)
$$\frac{x+3}{8} \ge \frac{2x-9}{4}$$

(p)
$$\frac{x+3}{6} - \frac{2x-1}{12} \le (3+4)^0 + \frac{3x-2}{8}$$

Naloga 584

Reši sistem neenačb in rešitev zapiši z intervalom.

(č)
$$x + 4 \le 8$$
; $5 - x < 8$



93 / 113

Reši neenačbo in rešitev zapiši z intervalom.

(f)
$$3 - (2 - 2x)^2 > 4x(1 - x)$$

(I)
$$\frac{x+3}{9} \ge \frac{2x-9}{4}$$

(p)
$$\frac{x+3}{6} - \frac{2x-1}{12} \le (3+4)^0 + \frac{3x-2}{8}$$

Naloga 584

Reši sistem neenačb in rešitev zapiši z intervalom.

(č)
$$x + 4 \le 8$$
; $5 - x < 8$

(h)
$$3 - (2 + 4x) < x^2 - (2 - x)^2$$
; $2 - (2 - x)(x + 2) \ge x^2$



93 / 113

Reši neenačbo in rešitev zapiši z intervalom.

(f)
$$3 - (2 - 2x)^2 > 4x(1 - x)$$

(I)
$$\frac{x+3}{8} \ge \frac{2x-9}{4}$$

(p)
$$\frac{x+3}{6} - \frac{2x-1}{12} \le (3+4)^0 + \frac{3x-2}{8}$$

Naloga 584

Reši sistem neenačb in rešitev zapiši z intervalom.

(č)
$$x + 4 \le 8$$
; $5 - x < 8$

(h)
$$3 - (2 + 4x) < x^2 - (2 - x)^2$$
; $2 - (2 - x)(x + 2) \ge x^2$

(e)
$$5x - 3 \ge 4$$
; $11 - 10x \ge -3$



25. september 2024

Jan Kastelic (GAA)

Intervali



94 / 113

Reši neenačbo $4 - (2x + 3)^3 \ge -101 - 4(x + 1)(2x^2 + 7x)$ v množici:

- realnih števil in rešitev ponazori na številski premici,
- naravnih števil in rešitev ponazori na številski premici,
- celih števil in rešitev ponazori na številski premici.



94 / 113

Reši neenačbo $4 - (2x + 3)^3 \ge -101 - 4(x + 1)(2x^2 + 7x)$ v množici:

- realnih števil in rešitev ponazori na številski premici,
- naravnih števil in rešitev ponazori na številski premici,
- celih števil in rešitev ponazori na številski premici.

Naloga 588

Dana sta izraza
$$A=3-(2x-1)^2+4x(x+2)$$
 in $B=2-\frac{x+1}{3}$. Za katere x je:



94 / 113

Reši neenačbo $4 - (2x + 3)^3 \ge -101 - 4(x + 1)(2x^2 + 7x)$ v množici:

- realnih števil in rešitev ponazori na številski premici,
- naravnih števil in rešitev ponazori na številski premici,
- celih števil in rešitev ponazori na številski premici.

Naloga 588

Dana sta izraza $A=3-(2x-1)^2+4x(x+2)$ in $B=2-\frac{x+1}{3}$. Za katere x je:

vrednost izraza A negativna,



 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 25. september 2024
 94 / 113

Reši neenačbo $4 - (2x + 3)^3 \ge -101 - 4(x + 1)(2x^2 + 7x)$ v množici:

- realnih števil in rešitev ponazori na številski premici,
- naravnih števil in rešitev ponazori na številski premici,
- celih števil in rešitev ponazori na številski premici.

Naloga 588

Dana sta izraza $A = 3 - (2x - 1)^2 + 4x(x + 2)$ in $B = 2 - \frac{x+1}{3}$. Za katere x je:

- vrednost izraza A negativna,
- vrednost izraza B vsaj -88,



94 / 113

Reši neenačbo $4 - (2x + 3)^3 \ge -101 - 4(x + 1)(2x^2 + 7x)$ v množici:

- realnih števil in rešitev ponazori na številski premici,
- naravnih števil in rešitev ponazori na številski premici,
- celih števil in rešitev ponazori na številski premici.

Naloga 588

Dana sta izraza $A = 3 - (2x - 1)^2 + 4x(x + 2)$ in $B = 2 - \frac{x+1}{3}$. Za katere x je:

- vrednost izraza A negativna,
- vrednost izraza B vsaj -88,
- vrednost izraza B za 20 manjša od vrednosti izraza A?



94 / 113

Absolutna vrednost



Sistem linearnih enačb



Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

Obravnavanje linearnih enačb, neenačb, sistemov

97 / 113

Absolutna in relativna napaka



98 / 113

Sredine



Jan Kastelic (GAA)

Razpršenost podatkov



 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 25. september 2024
 100 / 113

Prikazi



Jan Kastelic (GAA)

Section 6

Pravokotni koordinatni sistem, linearna funkcija

 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 25. september 2024
 102 / 113

- Osnove logike in teorije množice
- 2 Naravna in cela števila, izrazi, enačbe in neenačbe
- 3 Deljivost, izjave, množice
- 4 Racionalna števila
- Realna števila, statistika
- Pravokotni koordinatni sistem, linearna funkcija
 - Pravokotni koordinatni sistem
 - Razdalja med točkama in razpolovišče daljice
 - Ploščina trikotnika
 Jan Kastelic (GAA)



25. september 2024

Pravokotni koordinatni sistem

◆□▶ ◆□▶ ◆■▶ ◆■▶ ■ 900

104 / 113

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 25. september 2024

Razdalja med točkama in razpolovišče daljice



 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 25. september 2024
 105 / 113

Ploščina trikotnika

◆□▶ ◆□▶ ◆■▶ ◆■▶ ■ 900

106 / 113

Osnovno o funkcijah



 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 25. september 2024
 107 / 113

Linearna funkcija in premica



 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 25. september 2024
 108 / 113

Oblike enačbe premice



 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 25. september 2024
 109 / 113

Presešišče premic

110 / 113

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 25. september 2024

Sistem linearnih neenačb



Jan Kastelic (GAA)MATEMATIKA25. september 2024111 / 113

Modeliranje z linearno funkcijo



 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 25. september 2024
 112 / 113

(i) Linearno programiranje



Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 25. september 2024 113/113