MATEMATIKA

2. letnik – splošna gimnazija

Jan Kastelic

Gimnazija Antona Aškerca,
Šolski center Ljubljana

25. julij 2025

Vsebina

Section 1

Geometrija v ravnini

Osnovni geometrijski pojmi

Naloga

Izračunajte število diagonal: 17-kotnika, 31-kotnika in 28-kotnika.

Naloga

Izračunajte število diagonal: 17-kotnika, 31-kotnika in 28-kotnika.

Naloga

Ugotovite, ali obstaja *n*-kotnika, ki ima desetino toliko diagonal kot 28-kotnik. Če obstaja, izračunajte, koliko stranic ima.

Naloga

Izračunajte število diagonal: 17-kotnika, 31-kotnika in 28-kotnika.

Naloga

Ugotovite, ali obstaja n-kotnika, ki ima desetino toliko diagonal kot 28-kotnik. Če obstaja, izračunajte, koliko stranic ima.

Naloga

Kateri n-kotnik ima štirikrat toliko diagonal kot stranic?

Naloga

Izračunajte število diagonal: 17-kotnika, 31-kotnika in 28-kotnika.

Naloga

Ugotovite, ali obstaja n-kotnika, ki ima desetino toliko diagonal kot 28-kotnik. Če obstaja, izračunajte, koliko stranic ima.

Naloga

Kateri n-kotnik ima štirikrat toliko diagonal kot stranic?

Naloga

Izračunajte, kateri n-kotnik ima: 104 diagonale, 230 diagonal, $2n - 5$ diagonal.

Naloga

Izračunajte število diagonal: 17-kotnika, 31-kotnika in 28-kotnika.

Naloga

Ugotovite, ali obstaja n-kotnika, ki ima desetino toliko diagonal kot 28-kotnik. Če obstaja, izračunajte, koliko stranic ima.

Naloga

Kateri n-kotnik ima štirikrat toliko diagonal kot stranic?

Naloga

Izračunajte, kateri n-kotnik ima: 104 diagonale, 230 diagonal, $2n - 5$ diagonal.

Naloga

Pokažite, da ne obstaja n-kotnik, ki ima 13 diagonal.

Naloga

Za vsako od spodnjih izjav ugotovite, ali je pravilna ali nepravilna.

- Tri različne točke, so vedno nekolinearne.
- Petkotnik ima enako število diagonal in stranic.
- Štiri različne premice se sekajo v največ 4 različnih točkah.
- Skozi štiri kolinearne točke gredo tri različne premice.
- Vzporedni premici imata lahko neskončno mnogo skupnih točk.

Naloga

Za vsako od spodnjih izjav ugotovite, ali je pravilna ali nepravilna.

- Tri različne točke, so vedno nekolinearne.
- Petkotnik ima enako število diagonal in stranic.
- Štiri različne premice se sekajo v največ 4 različnih točkah.
- Skozi štiri kolinearne točke gredo tri različne premice.
- Vzporedni premici imata lahko neskončno mnogo skupnih točk.

Naloga

Pokažite, da je število diagonal 25-kotnika večkratnik števila njegovih stranic.

Naloga

Za vsako od spodnjih izjav ugotovite, ali je pravilna ali nepravilna.

- Tri različne točke, so vedno nekolinearne.
- Petkotnik ima enako število diagonal in stranic.
- Štiri različne premice se sekajo v največ 4 različnih točkah.
- Skozi štiri kolinearne točke gredo tri različne premice.
- Vzporedni premici imata lahko neskončno mnogo skupnih točk.

Naloga

Pokažite, da je število diagonal 25-kotnika večkratnik števila njegovih stranic.

Naloga

Vsota števila stranic in diagonal n-kotnika je 105? Kateri n-kotnik je to?

Naloga

Izračunajte, kateri n-kotnik ima toliko diagonal kot stranic.

Naloga

Izračunajte, kateri n-kotnik ima toliko diagonal kot stranic.

Naloga

Člani filatelističnega društva so se domenili, da si bodo za praznike spet pošiljali voščilnice po klasični pošti. Ko so se dobili po novem letu, so prinesli vse voščilnice in jih našteli 132. Izračunajte, koliko članov društva, si je medseboj poslalo voščilnice.

Kot

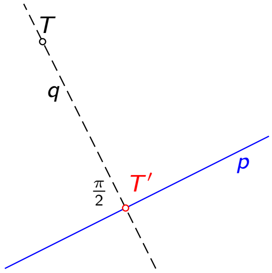
Preslikave na ravnini

Pravokotna projekcija

Dani sta točka T in premica p. Naj bo q tista pravokotnica na premico p, ki poteka skozi točko T. Presečišče T' premice q s premico p imenujemo **pravokotna projekcija** točke T na premico p. Točka T' je točki T najbližja točka premice p.

Razdalja točke T od premice p je:

$$d(T, p) = d(T, T') = |TT'|.$$



Pravokotna projekcija daljice AB na premico je daljica $A'B'$, katere krajišči sta pravokotni projekciji točk A in B.

Toge preslikave

Toga preslikava (izometrija) je preslikava v ravnini, ki ohranja razdalje.

$$\tau : A \mapsto A'$$
$$\tau : B \mapsto B'$$
$$d(A, B) = d(A', B')$$

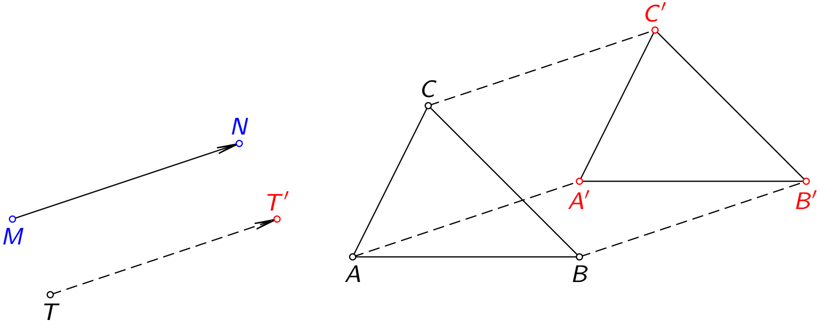
Med toge preslikave spadajo:

- **vzporedni premiki**;
- **zrcaljenje preko premice**;
- **zrcaljenje preko točke**;
- **rotacija okoli točke**.

Če kombiniramo več togih preslikav, je dobljena preslikava spet toga preslikava.

Vzporedni premik/translacija

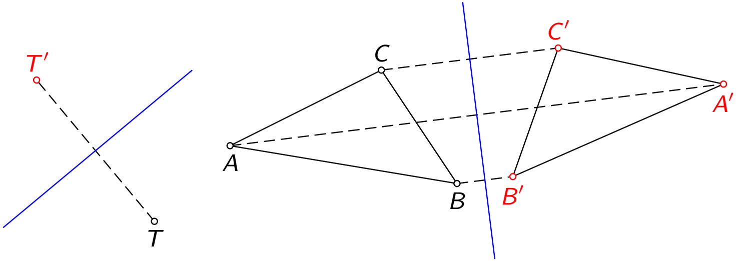
Vzporedni premik ali **translacija** za dano usmerjeno daljico $\overrightarrow{MN}$ preslika točko T v tako točko T', da sta daljici TT' in MN enako dolgi, vzporedni in enako usmerjeni.



Vzporedni premik ohranja orientacijo likov, daljice preslika v enako dolge vzporedne daljice, ohranja velikost kotov, like preslika v skladne like, nima negibnih točk za $\overrightarrow{MN} \neq \overrightarrow{0}$.

Zrcaljenje preko premice

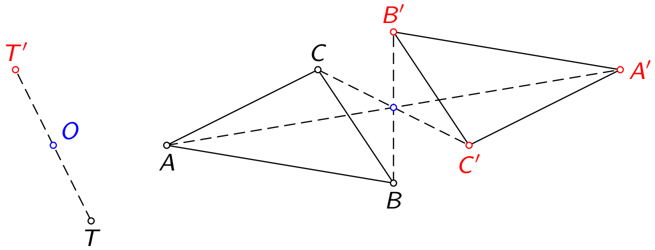
Zrcaljenje čez premico p preslika točko T v tako točko T', da premica p pod pravim kotom razpolavlja daljico TT'.



Zrcaljenje čez premico daljice preslika v enako dolge daljice, ohranja velikost kotov, ne ohranja orientacije likov, like preslika v skladne like, premic ne preslika v vzporedne premice.

Zrcaljenje preko točke

Zrcaljenje čez točko O preslika točko T v tako točko T', da je O razpolovišče daljice TT'. Ta preslikava je enaka vrtenju okrog točke za 180°.



Zrcaljenje čez točko daljice preslika v enako dolge daljice, ohranja velikosti kotov in orientacijo likov, like preslika v skladne like, premice preslika v vzporedne premice.

Simetrija

Množica točk $\mathcal{M}$ je **simetrična/somerna glede na premico** p, če se pri zrcaljenju čez premico p preslika sama vase. Premico p imenujemo **simetrala**, **somernica**, **simetrijska os** množice $\mathcal{M}$.

Množica točk $\mathcal{M}$ je **središčno simetrična/somerna glede na točko** T, če se pri zrcaljenju čez točko T preslika sama vase. Točko T imenujemo **center simetrije** množice $\mathcal{M}$.

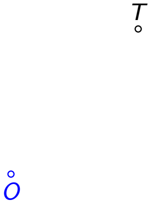
Rotacija/vrtenje okoli točke

Rotacija/vrtenje okoli točke

Vrtenje ali **zasuk** oziroma **rotacija** za kot φ okrog točke O preslika točko T v točko T', da velja: $|OT| = |OT'|$ in $\angle TOT' = \varphi$.

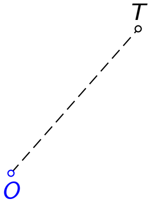
Rotacija/vrtenje okoli točke

Vrtenje ali **zasuk** oziroma **rotacija** za kot φ okrog točke O preslika točko T v točko T', da velja: $|OT| = |OT'|$ in $\angle TOT' = \varphi$.



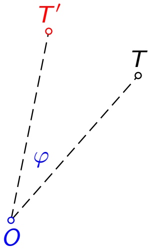
Rotacija/vrtenje okoli točke

Vrtenje ali **zasuk** oziroma **rotacija** za kot φ okrog točke O preslika točko T v točko T', da velja: $|OT| = |OT'|$ in $\angle TOT' = \varphi$.



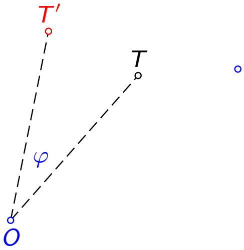
Rotacija/vrtenje okoli točke

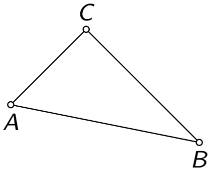
Vrtenje ali **zasuk** oziroma **rotacija** za kot φ okrog točke O preslika točko T v točko T', da velja: $|OT| = |OT'|$ in $\angle TOT' = \varphi$.



Rotacija/vrtenje okoli točke

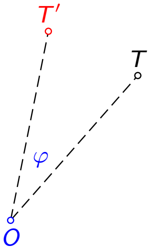
Vrtenje ali **zasuk** oziroma **rotacija** za kot φ okrog točke O preslika točko T v točko T', da velja: $|OT| = |OT'|$ in $\angle TOT' = \varphi$.

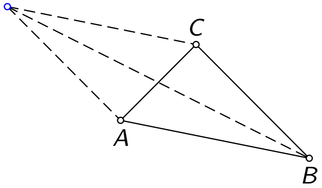




Rotacija/vrtenje okoli točke

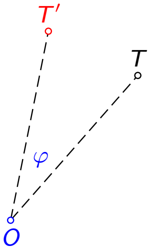
Vrtenje ali **zasuk** oziroma **rotacija** za kot φ okrog točke O preslika točko T v točko T', da velja: $|OT| = |OT'|$ in $\angle TOT' = \varphi$.

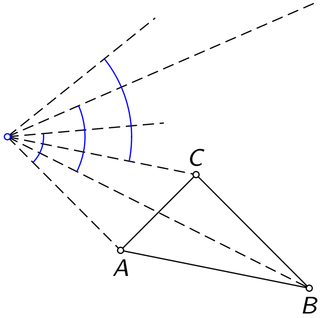




Rotacija/vrtenje okoli točke

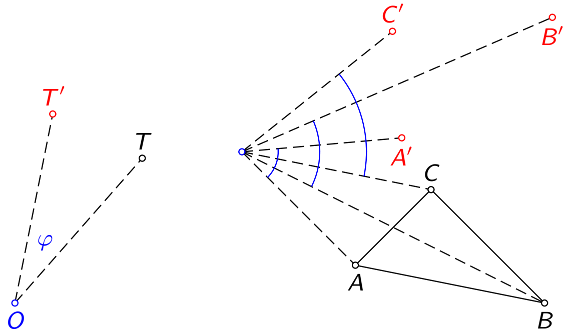
Vrtenje ali **zasuk** oziroma **rotacija** za kot φ okrog točke O preslika točko T v točko T', da velja: $|OT| = |OT'|$ in $\angle TOT' = \varphi$.





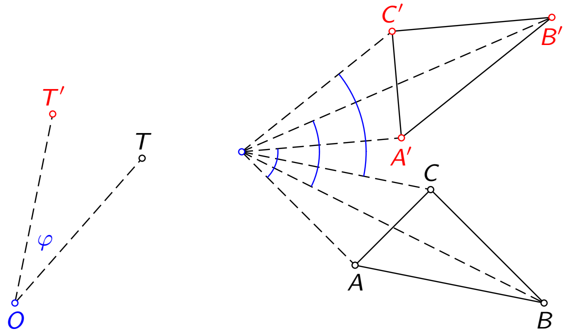
Rotacija/vrtenje okoli točke

Vrtenje ali **zasuk** oziroma **rotacija** za kot φ okrog točke O preslika točko T v točko T', da velja: $|OT| = |OT'|$ in $\angle TOT' = \varphi$.



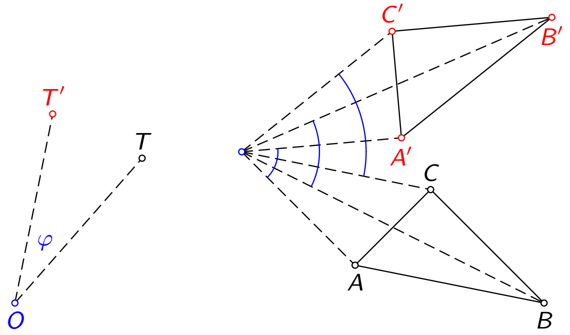
Rotacija/vrtenje okoli točke

Vrtenje ali **zasuk** oziroma **rotacija** za kot φ okrog točke O preslika točko T v točko T', da velja: $|OT| = |OT'|$ in $\angle TOT' = \varphi$.



Rotacija/vrtenje okoli točke

Vrtenje ali **zasuk** oziroma **rotacija** za kot φ okrog točke O preslika točko T v točko T', da velja: $|OT| = |OT'|$ in $\angle TOT' = \varphi$.



Vrtenje okoli točke preslika daljice v enako dolge daljice, ohranja velikosti kotov in orientacijo likov, like preslika v skladne like, premic pa ne preslika v vzporedne premice.

Naloga

Izračunajte dolžino daljice, če ena polovica meri $2x - 7$ enot, druga polovica pa $x + 8$ enot.

Naloga

Izračunajte dolžino daljice, če ena polovica meri $2x - 7$ enot, druga polovica pa $x + 8$ enot.

Naloga

Izračunaj dolžino x daljice AB, če je točka S njeno razpolovišče, točka R pa razpolovišče daljice SB in je $|SR| = \frac{x}{3} - 1$.

Naloga

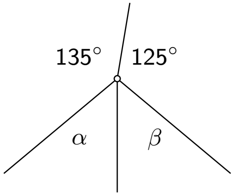
Izračunajte dolžino daljice, če ena polovica meri $2x - 7$ enot, druga polovica pa $x + 8$ enot.

Naloga

Izračunaj dolžino x daljice AB, če je točka S njeno razpolovišče, točka R pa razpolovišče daljice SB in je $|SR| = \dfrac{x}{3} - 1$.

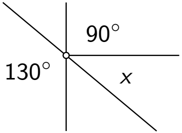
Naloga

Izračunajte velikosti kotov α in β, če je $\alpha = \beta$. Podatke razberite s skice.



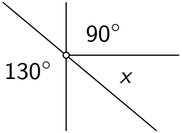
Naloga

Iz podatkov na skici izračunajte neznano velikost kota x.



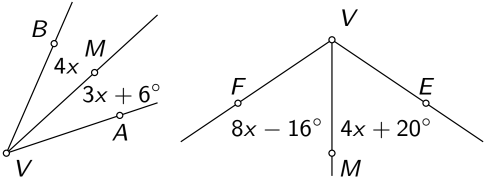
Naloga

Iz podatkov na skici izračunajte neznano velikost kota x.



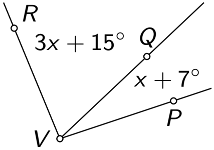
Naloga

Izračunajte velikosti kotov $\angle AVM$ in $\angle FVE$, če poltrak VM obakrat razpolavlja kot.



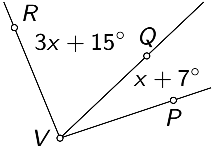
Naloga

Izračunajte velikost kota $\angle PVQ$, če je $\angle PVR = 94^\circ$.



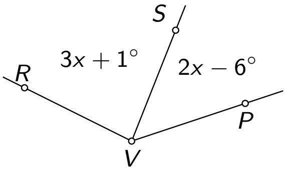
Naloga

Izračunajte velikost kota $\angle PVQ$, če je $\angle PVR = 94^\circ$.



Naloga

Izračunajte velikost kota $\angle SVR$, če je $\angle QVS = 50^\circ$.



Naloga

Za vsako od spodnjih izjav ugotovite, ali je pravilna ali nepravilna.

- Sokota sta suplementarna.
- Kot z velikostjo 45° je komplementaren samemu sebi.
- Dve premici, ki se sekata, lahko določata kota z velikostjo 43° in 137°.
- Vsota velikosti dveh komplementarnih kotov je pravi kot.
- Suplementarna kota sta vedno tudi sokota.

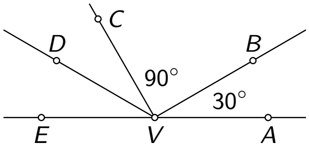
Naloga

Za vsako od spodnjih izjav ugotovite, ali je pravilna ali nepravilna.

- Sokota sta suplementarna.
- Kot z velikostjo 45° je komplementaren samemu sebi.
- Dve premici, ki se sekata, lahko določata kota z velikostjo 43° in 137°.
- Vsota velikosti dveh komplementarnih kotov je pravi kot.
- Suplementarna kota sta vedno tudi sokota.

Naloga

Poltrak VD razpolavlja $\angle CVE$, $\angle BVC$ je pravi kot. Določite velikosti kotov $\angle AVD$ in $\angle BVE$.

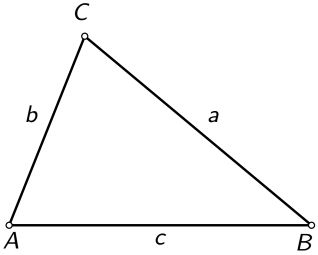


Vzporednost

Trikotnik

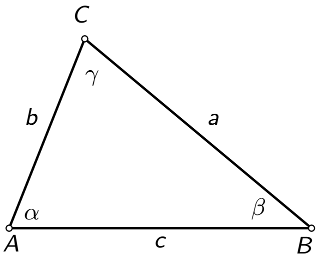
Trikotnik

Trikotnik je lik/množica točk v ravnini, omejena s tremi daljicami – **stranice** (a, b, c), ki povezujejo tri nekolinearne točke (A, B, C) v ravnini. Te točke imenujemo **oglišča** trikotnika.



Trikotnik

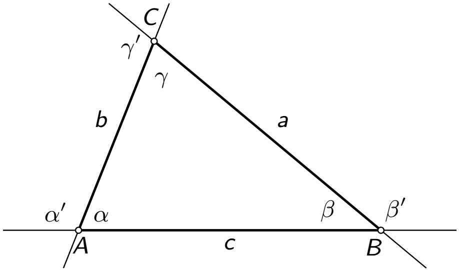
Trikotnik je lik/množica točk v ravnini, omejena s tremi daljicami – **stranice** (a, b, c), ki povezujejo tri nekolinearne točke (A, B, C) v ravnini. Te točke imenujemo **oglišča** trikotnika.



V trikotniku $\triangle ABC$ so α, β in γ **notranji koti**,

Trikotnik

Trikotnik je lik/množica točk v ravnini, omejena s tremi daljicami – **stranice** (a, b, c), ki povezujejo tri nekolinearne točke (A, B, C) v ravnini. Te točke imenujemo **oglišča** trikotnika.



V trikotniku $\triangle ABC$ so α, β in γ **notranji koti**, njihovi sokoti α', β' in γ' pa so **zunanji koti**.

Vsota notranjih kotov trikotnika je 180°:

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ.$$

Vsota notranjih kotov trikotnika je 180°:

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ.$$

Zunanji kot trikotnika je enak vsoti notranjih nepriležnih kotov:

$$\alpha' = \beta + \gamma$$
$$\beta' = \alpha + \gamma$$
$$\gamma' = \alpha + \beta$$

Vsota notranjih kotov trikotnika je 180°:

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ.$$

Zunanji kot trikotnika je enak vsoti notranjih nepriležnih kotov:

$$\alpha' = \beta + \gamma$$
$$\beta' = \alpha + \gamma$$
$$\gamma' = \alpha + \beta$$

Vsota zunanjih kotov trikotnika je 360°:

$$\alpha' + \beta' + \gamma' = 360^\circ.$$

Naloga 65

Izračunaj velikosti notranjih in zunanjih kotov trikotnika $\triangle ABC$, če je $\alpha = 67°13'$ in $\beta' = 133°25'$.

Naloga 65

Izračunaj velikosti notranjih in zunanjih kotov trikotnika $\triangle ABC$, če je $\alpha = 67^\circ 13'$ in $\beta' = 133^\circ 25'$.

Naloga 68

Velikosti notranjih kotov trikotnika so v razmerju $2 : 5 : 11$. V kolikšnem razmerju so velikosti zunanjih kotov tega trikotnika?

Naloga 65

Izračunaj velikosti notranjih in zunanjih kotov trikotnika $\triangle ABC$, če je $\alpha = 67^\circ 13'$ in $\beta' = 133^\circ 25'$.

Naloga 68

Velikosti notranjih kotov trikotnika so v razmerju $2 : 5 : 11$. V kolikšnem razmerju so velikosti zunanjih kotov tega trikotnika?

Naloga 70

Notranji kot ob oglišču A trikotnika $\triangle ABC$ je za 1° manjši od velikosti notranjega kota ob oglišču C. Zunanji kot v oglišču C je za 1° večji od dvakratnika velikosti notranjega kota ob oglišču A. Izračunaj velikosti notranjih kotov trikotnika $\triangle ABC$.

Nasproti daljše stranice trikotnika leži večji notranji kot, nasproti krajše stranice pa manjši notranji kot trikotnika.

$$a > b \Leftrightarrow \alpha > \beta$$

Nasproti daljše stranice trikotnika leži večji notranji kot, nasproti krajše stranice pa manjši notranji kot trikotnika.

$$a > b \Leftrightarrow \alpha > \beta$$

Trikotniška neenakost

Vsaka stranica trikotnika je krajša od vsote dolžin drugih dveh stranic.

$$a < b + c$$
$$b < a + c$$
$$c < a + b$$

Naloga 76

Ali obstaja trikotnik z danimi dolžinami stranic?

1. $a = 4\ cm,\ \ b = 5\ cm,\ \ c = 10\ cm;$
2. $a = 4\ cm,\ \ b = 5\ cm,\ \ c = 8\ cm;$
3. $a = 5\ cm,\ \ b = 12\ cm,\ \ c = 6\ cm.$

Naloga 76

Ali obstaja trikotnik z danimi dolžinami stranic?

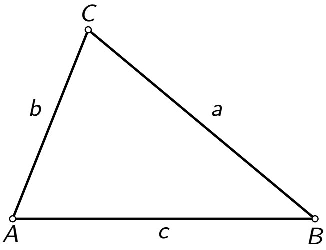
1. $a = 4\ cm,\ \ b = 5\ cm,\ \ c = 10\ cm;$
2. $a = 4\ cm,\ \ b = 5\ cm,\ \ c = 8\ cm;$
3. $a = 5\ cm,\ \ b = 12\ cm,\ \ c = 6\ cm.$

Naloga 77

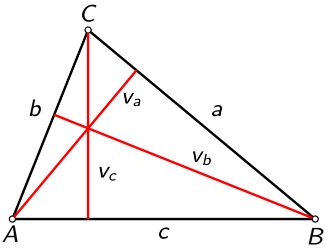
Po velikosti uredi notranje kote trikotnika $\triangle ABC$.

1. $a = 33\ dm,\ \ b = 22\ dm,\ \ c = 28\ dm;$
2. $a = 32\ m,\ \ b = 35\ m,\ \ c = 38\ m;$

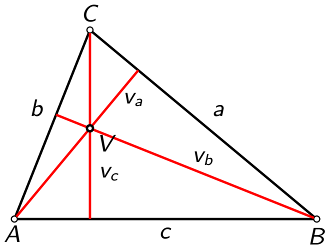
Višina na stranico trikotnika je daljica, ki povezuje nosilko te stranice z nasprotnim ogliščem in je pravokotna na to nosilko. Njena dolžina je razdalja oglišča od nasprotne stranice.



Višina na stranico trikotnika je daljica, ki povezuje nosilko te stranice z nasprotnim ogliščem in je pravokotna na to nosilko. Njena dolžina je razdalja oglišča od nasprotne stranice.

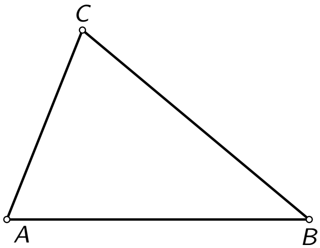


Višina na stranico trikotnika je daljica, ki povezuje nosilko te stranice z nasprotnim oglišččem in je pravokotna na to nosilko. Njena dolžina je razdalja oglišča od nasprotne stranice.

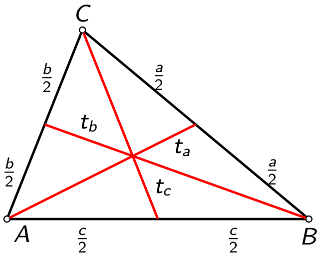


Nosilke vseh treh višin na stranice trikotnika se sekajo v eni točki, ki jo imenujemo **višinska točka** ali **ortocenter**.

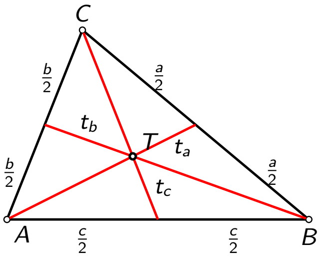
Težiščnica na stranico trikotnika je daljica, ki povezuje razpolovišče te stranice z nasprotnim ogliščem.



Težiščnica na stranico trikotnika je daljica, ki povezuje razpolovišče te stranice z nasprotnim ogliščem.

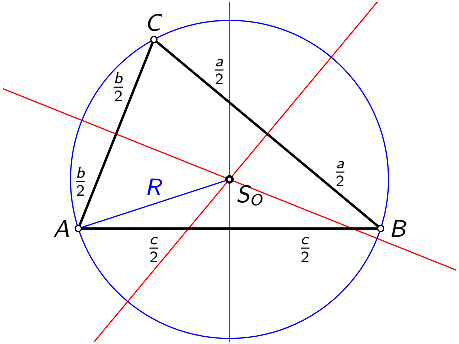


Težiščnica na stranico trikotnika je daljica, ki povezuje razpolovišče te stranice z nasprotnim ogliščem.

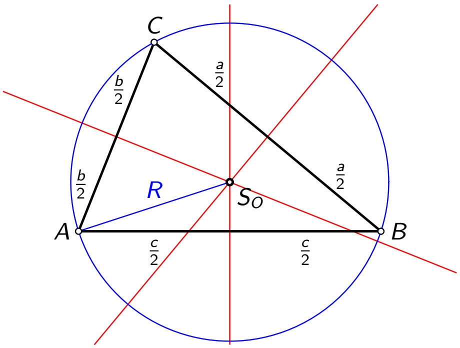


Vse tri trikotnikove težiščnice se sekajo v eni točki – **težišču** ali **baricentru** trikotnika. Težišče deli težiščnico v razmerju 1 : 2.

Simetrale vseh treh stranic trikotnika se sekajo v eni točki. Ta točka je **središče trikotniku očrtane krožnice**.

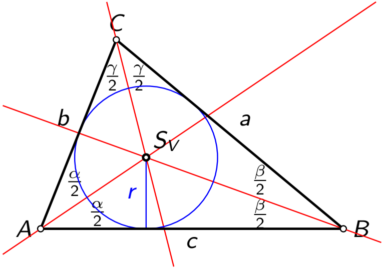


Simetrale vseh treh stranic trikotnika se sekajo v eni točki. Ta točka je **središče trikotniku očrtane krožnice**.

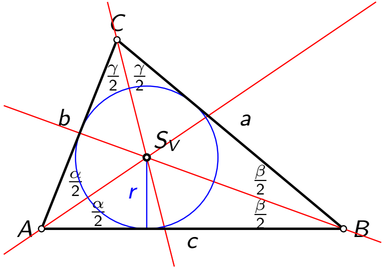


Očrtana krožnica poteka skozi vsa tri oglišča trikotnika. Vse tri stranice trikotnika so tetive te krožnice.

Simetrale notranjih kotov trikotnika se sekajo v eni točki. Ta točka je **središče trikotniku včrtane krožnice**.



Simetrale notranjih kotov trikotnika se sekajo v eni točki. Ta točka je **središče trikotniku včrtane krožnice**.

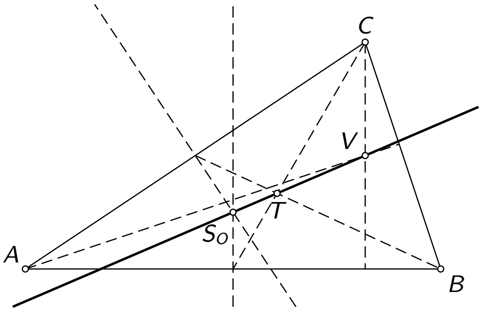


Včrtana krožnica ima vse tri stranice trikotnika za tangente.

Težišče, središče trikotniku očrtane kroznice, središče trikotniku včrtane krožnice in višinska točka so **znamenite točke trikotnika**.

Težišče, središče trikotniku očrtane kroznice, središče trikotniku včrtane krožnice in višinska točka so **znamenite točke trikotnika**.

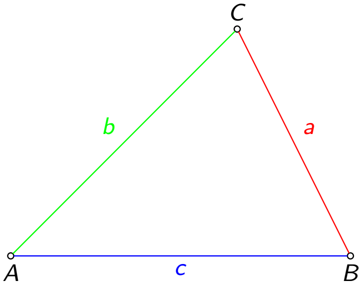
Višinska točka, središče očrtane krožnice in težišče so vedno kolinearne. Premico, ki jih povezuje, imenujemo **Eulerjeva premica**.



Vrste trikotnikov – glede na stranice

Vrste trikotnikov – glede na stranice

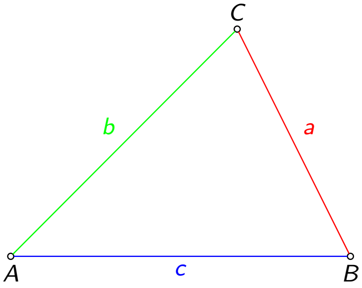
RAZNOSTRANIČNI TRIKOTNIK



vse tri stranice različno dolge

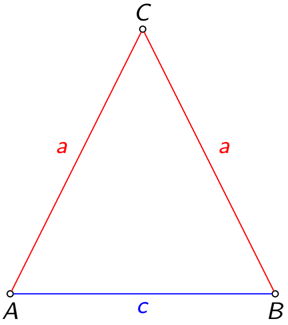
Vrste trikotnikov – glede na stranice

RAZNOSTRANIČNI TRIKOTNIK



vse tri stranice različno dolge

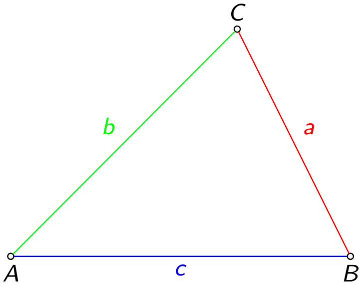
ENAKOKRAKI TRIKOTNIK



dve stranici enako dolgi

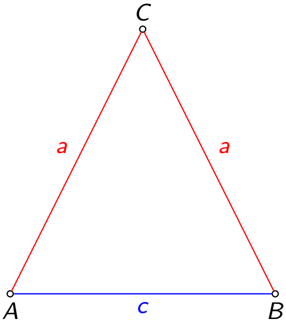
Vrste trikotnikov – glede na stranice

RAZNOSTRANIČNI TRIKOTNIK



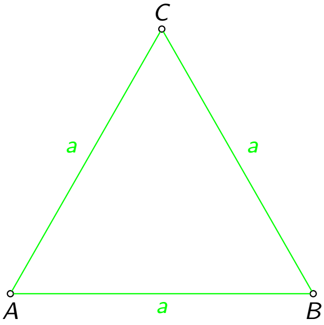
vse tri stranice različno dolge

ENAKOKRAKI TRIKOTNIK



dve stranici enako dolgi

ENAKOSTRANIČNI ali PRAVILNI TRIKOTNIK

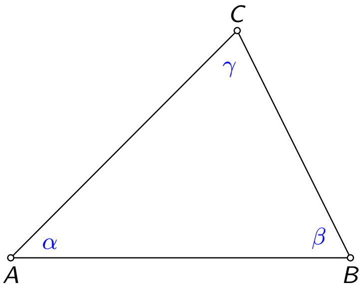


vse tri stranice enako dolge

Vrste trikotnikov – glede na kote

Vrste trikotnikov – glede na kote

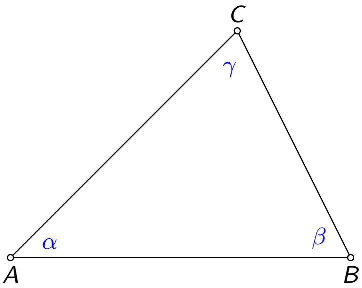
OSTROKOTNI TRIKOTNIK



ima tri ostre notranje kote

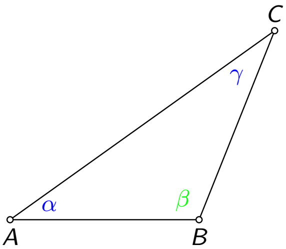
Vrste trikotnikov – glede na kote

OSTROKOTNI TRIKOTNIK



ima tri ostre notranje kote

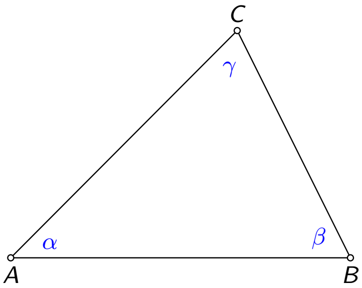
TOPOKOTNI TRIKOTNIK



ima en topi notranji kot, ostala dva kota ostra

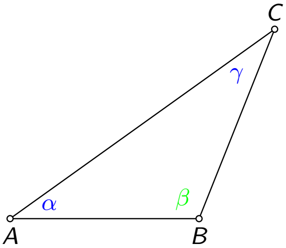
Vrste trikotnikov – glede na kote

OSTROKOTNI TRIKOTNIK



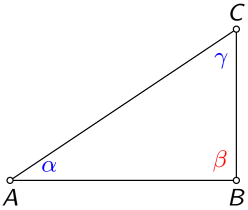
ima tri ostre notranje kote

TOPOKOTNI TRIKOTNIK



ima en topi notranji kot, ostala dva kota ostra

PRAVOKOTNI TRIKOTNIK



ima en pravi notranji kot, ostala dva kot ostra

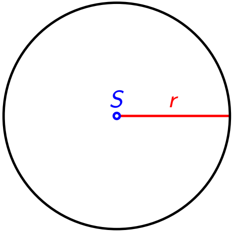
Krog

Krog

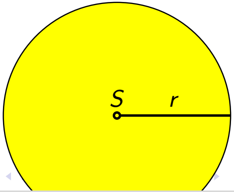
Krožnica je množica ravninskih točk, ki so enako oddaljene od dane točke S. Točko S imenujemo **središče** krožnice, razdalja r med središčem in poljubno točko na krožnici pa je **polmer** ali **radij** krožnice.

Krog

Krožnica je množica ravninskih točk, ki so enako oddaljene od dane točke S. Točko S imenujemo **središče** krožnice, razdalja r med središčem in poljubno točko na krožnici pa je **polmer** ali **radij** krožnice.



Krog s središčem S in polmerom r je množica ravninskih točk, katerih oddaljenost od središča je manjša ali enaka r. To pomeni, da je krog del ravnine omejen s krožnico.



Štirikotnik

Večkotnik

Podobnost

Podobnost v pravokotnem trikotniku