MATEMATIKA

1. letnik – splošna gimnazija

Jan Kastelic

Gimnazija Antona Aškerca,
Šolski center Ljubljana

5. december 2024

Vsebina

Section 1

Deljivost

1. Deljivost
   - Relacija deljivosti
   - Kriteriji deljivost
   - Osnovni izrek o deljenju
   - Praštevila in sestavljena števila
   - Osnovni izrek aritmetike
   - Največji skupni delitelj in najmanjši skupni večkratnik
   - Številski sestavi

Relacija deljivosti

Relacija deljivosti

Naravno število m je **delitelj** naravnega števila n (**deljenec**), če obstaja naravno število k (**kvocient**), da velja:

$$\mathbf{n} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{m}.$$

Relacija deljivosti

Naravno število m je **delitelj** naravnega števila n (**deljenec**), če obstaja naravno število k (**kvocient**), da velja:

$$\mathbf{n} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{m}.$$

Naravno število m deli naravno število n, ko je število n večkratnik števila m.

$$m \mid n \Leftrightarrow n = k \cdot m; \quad m, n, k \in \mathbb{N}$$

Relacija deljivosti

Naravno število m je **delitelj** naravnega števila n (**deljenec**), če obstaja naravno število k (**kvocient**), da velja:

$$\mathbf{n} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{m}.$$

Naravno število m deli naravno število n, ko je število n večkratnik števila m.

$$m \mid n \Leftrightarrow n = k \cdot m; \quad m, n, k \in \mathbb{N}$$

Število m je delitelj samega sebe in vseh svojih večkratnikov.

Relacija deljivosti

Naravno število m je **delitelj** naravnega števila n (**deljenec**), če obstaja naravno število k (**kvocient**), da velja:

$$\mathbf{n} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{m}.$$

Naravno število m deli naravno število n, ko je število n večkratnik števila m.

$$m \mid n \Leftrightarrow n = k \cdot m; \quad m, n, k \in \mathbb{N}$$

Število m je delitelj samega sebe in vseh svojih večkratnikov.

1 je delitelj vsakega naravnega števila.

Relacija deljivosti

Naravno število m je **delitelj** naravnega števila n (**deljenec**), če obstaja naravno število k (**kvocient**), da velja:

$$\mathbf{n} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{m}.$$

Naravno število m deli naravno število n, ko je število n večkratnik števila m.

$$m \mid n \Leftrightarrow n = k \cdot m; \quad m, n, k \in \mathbb{N}$$

Število m je delitelj samega sebe in vseh svojih večkratnikov.

1 je delitelj vsakega naravnega števila.

Če d deli naravni števili m in n, $n > m$, potem d deli tudi vsoto in razliko števil m in n.

Pri deljenju poljubnega naravnega števila n z naravnim številom m imamo dve možnosti: n je deljivo z m ali n ni deljivo z m.

Pri deljenju poljubnega naravnega števila n z naravnim številom m imamo dve možnosti: n je deljivo z m ali n ni deljivo z m.

Relacija deljivosti je:

Pri deljenju poljubnega naravnega števila n z naravnim številom m imamo dve možnosti: n je deljivo z m ali n ni deljivo z m.

Relacija deljivosti je:

1. **refleksivna**:

Pri deljenju poljubnega naravnega števila n z naravnim številom m imamo dve možnosti: n je deljivo z m ali n ni deljivo z m.

Relacija deljivosti je:

1. **refleksivna**:

$$n \mid n;$$

Pri deljenju poljubnega naravnega števila n z naravnim številom m imamo dve možnosti: n je deljivo z m ali n ni deljivo z m.

Relacija deljivosti je:

1. **refleksivna**:
$$n \mid n;$$
2. **antisimetrična**:

Pri deljenju poljubnega naravnega števila n z naravnim številom m imamo dve možnosti: n je deljivo z m ali n ni deljivo z m.

Relacija deljivosti je:

1. **refleksivna**:
$$n \mid n;$$
2. **antisimetrična**:
$$m \mid n \wedge n \mid m \Rightarrow m = n;$$

Pri deljenju poljubnega naravnega števila n z naravnim številom m imamo dve možnosti: n je deljivo z m ali n ni deljivo z m.

Relacija deljivosti je:

1. **refleksivna**:
$$n \mid n;$$
2. **antisimetrična**:
$$m \mid n \land n \mid m \Rightarrow m = n;$$
3. **tranzitivna**:

Pri deljenju poljubnega naravnega števila n z naravnim številom m imamo dve možnosti: n je deljivo z m ali n ni deljivo z m.

Relacija deljivosti je:

1. **refleksivna**:
$$n \mid n;$$
2. **antisimetrična**:
$$m \mid n \wedge n \mid m \Rightarrow m = n;$$
3. **tranzitivna**:
$$m \mid n \wedge n \mid o \Rightarrow m \mid o.$$

Pri deljenju poljubnega naravnega števila n z naravnim številom m imamo dve možnosti: n je deljivo z m ali n ni deljivo z m.

Relacija deljivosti je:

1. **refleksivna**:
$$n \mid n;$$
2. **antisimetrična**:
$$m \mid n \wedge n \mid m \Rightarrow m = n;$$
3. **tranzitivna**:
$$m \mid n \wedge n \mid o \Rightarrow m \mid o.$$

Relacija s temi lastnostmi je relacija **delne urejenosti**, zato relacija deljivosti delno ureja množico $\mathbb{N}$.

Naloga

Zapišite vse delitelje števil.

Naloga

Zapišite vse delitelje števil.

- 6
- 16
- 37
- 48
- 120

Naloga

Pokažite, da trditev velja.

Naloga

Pokažite, da trditev velja.

- Izraz $x-3$ deli izraz x^2-2x-3.
- Izraz $x+2$ deli izraz x^3+x^2-4x-4.
- Izraz $x-2$ deli izraz x^3-8.

Naloga

Pokažite, da trditev velja.

Naloga

Pokažite, da trditev velja.

- $19 \mid (3^{21} - 3^{20} + 3^{18})$
- $7 \mid (3 \cdot 4^{11} + 4^{12} + 7 \cdot 4^{10})$
- $14 \mid (5 \cdot 3^{6} + 2 \cdot 3^{8} - 3 \cdot 3^{7})$
- $25 \mid (7 \cdot 2^{23} - 3 \cdot 2^{24} + 3 \cdot 2^{25} - 2^{22})$
- $11 \mid (2 \cdot 10^{6} + 3 \cdot 10^{7} + 10^{8})$
- $35 \mid (6^{32} - 36^{15})$

Naloga

Pokažite, da trditev velja.

Naloga

Pokažite, da trditev velja.

- $3 \mid (2^{2n+1} - 5 \cdot 2^{2n} + 9 \cdot 2^{2n-1})$
- $29 \mid (5^{n+3} - 2 \cdot 5^{n+1} + 7 \cdot 5^{n+2})$
- $10 \mid (3 \cdot 7^{4n-1} - 4 \cdot 7^{4n-2} + 7^{4n+1})$
- $10 \mid (9^{3n-1} + 9 \cdot 9^{3n+1} + 9^{3n} - 9^{3n+2})$
- $5 \mid (7 \cdot 2^{4n-2} + 3 \cdot 4^{2n} - 16^{n})$

Naloga

Pokažite, da je za poljubno naravno število u vrednost izraza

$$(u+7)(7-u)-3(3-u)(u+5)$$

večkratnik števila 4.

Kriteriji deljivosti

Kriteriji deljivosti

Deljivost z 2

Kriteriji deljivosti

Deljivost z 2

Število je deljivo z 2 natanko takrat, ko so enice števila deljive z 2.

Kriteriji deljivosti

Deljivost z 2

Število je deljivo z 2 natanko takrat, ko so enice števila deljive z 2.

Deljivost s 3

Kriteriji deljivosti

Deljivost z 2

Število je deljivo z 2 natanko takrat, ko so enice števila deljive z 2.

Deljivost s 3

Število je deljivo s 3 natanko takrat, ko je vsota števk števila deljiva s 3.

Kriteriji deljivosti

Deljivost z 2

Število je deljivo z 2 natanko takrat, ko so enice števila deljive z 2.

Deljivost s 3

Število je deljivo s 3 natanko takrat, ko je vsota števk števila deljiva s 3.

Deljivost s 4 oziroma 25

Kriteriji deljivosti

Deljivost z 2

Število je deljivo z 2 natanko takrat, ko so enice števila deljive z 2.

Deljivost s 3

Število je deljivo s 3 natanko takrat, ko je vsota števk števila deljiva s 3.

Deljivost s 4 oziroma 25

Število je deljivo s 4 oziroma 25 natanko takrat, ko je dvomestni konec števila deljiv s 4 oziroma 25.

Kriteriji deljivosti

Deljivost z 2

Število je deljivo z 2 natanko takrat, ko so enice števila deljive z 2.

Deljivost s 3

Število je deljivo s 3 natanko takrat, ko je vsota števk števila deljiva s 3.

Deljivost s 4 oziroma 25

Število je deljivo s 4 oziroma 25 natanko takrat, ko je dvomestni konec števila deljiv s 4 oziroma 25.

Deljivost s 5

Kriteriji deljivosti

Deljivost z 2

Število je deljivo z 2 natanko takrat, ko so enice števila deljive z 2.

Deljivost s 3

Število je deljivo s 3 natanko takrat, ko je vsota števk števila deljiva s 3.

Deljivost s 4 oziroma 25

Število je deljivo s 4 oziroma 25 natanko takrat, ko je dvomestni konec števila deljiv s 4 oziroma 25.

Deljivost s 5

Število je deljivo s 5 natanko takrat, ko so enice števila enake 0 ali 5.

Deljivost s 6

Deljivost s 6

Število je deljivo s 6 natanko takrat, ko je deljivo z 2 in s 3 hkrati.

Deljivost s 6

Število je deljivo s 6 natanko takrat, ko je deljivo z 2 in s 3 hkrati.

Deljivost z 8 oziroma s 125

Deljivost s 6

Število je deljivo s 6 natanko takrat, ko je deljivo z 2 in s 3 hkrati.

Deljivost z 8 oziroma s 125

Število je deljivo z 8 oziroma s 125 natanko takrat, ko je trimestni konec števila deljiv z 8 oziroma s 125.

Deljivost s 6

Število je deljivo s 6 natanko takrat, ko je deljivo z 2 in s 3 hkrati.

Deljivost z 8 oziroma s 125

Število je deljivo z 8 oziroma s 125 natanko takrat, ko je trimestni konec števila deljiv z 8 oziroma s 125.

Deljivost z 9

Deljivost s 6

Število je deljivo s 6 natanko takrat, ko je deljivo z 2 in s 3 hkrati.

Deljivost z 8 oziroma s 125

Število je deljivo z 8 oziroma s 125 natanko takrat, ko je trimestni konec števila deljiv z 8 oziroma s 125.

Deljivost z 9

Število je deljivo z 9 natanko takrat, ko je vsota števk števila deljiva z 9.

Deljivost s 6

Število je deljivo s 6 natanko takrat, ko je deljivo z 2 in s 3 hkrati.

Deljivost z 8 oziroma s 125

Število je deljivo z 8 oziroma s 125 natanko takrat, ko je trimestni konec števila deljiv z 8 oziroma s 125.

Deljivost z 9

Število je deljivo z 9 natanko takrat, ko je vsota števk števila deljiva z 9.

Deljivost z 10 oziroma 10^n

Deljivost s 6

Število je deljivo s 6 natanko takrat, ko je deljivo z 2 in s 3 hkrati.

Deljivost z 8 oziroma s 125

Število je deljivo z 8 oziroma s 125 natanko takrat, ko je trimestni konec števila deljiv z 8 oziroma s 125.

Deljivost z 9

Število je deljivo z 9 natanko takrat, ko je vsota števk števila deljiva z 9.

Deljivost z 10 oziroma 10^n

Število je deljivo z 10 natanko takrat, ko so enice števila enake 0.

Deljivost s 6

Število je deljivo s 6 natanko takrat, ko je deljivo z 2 in s 3 hkrati.

Deljivost z 8 oziroma s 125

Število je deljivo z 8 oziroma s 125 natanko takrat, ko je trimestni konec števila deljiv z 8 oziroma s 125.

Deljivost z 9

Število je deljivo z 9 natanko takrat, ko je vsota števk števila deljiva z 9.

Deljivost z 10 oziroma 10^n

Število je deljivo z 10 natanko takrat, ko so enice števila enake 0. Število je deljivo z 10^n natanko takrat, ko ima število na zadnjih n mestih števko 0.

Deljivost z 11

Deljivost z 11

Število je deljivo z 11 natanko takrat, ko je alternirajoča vsota števk tega števila deljiva z 11.

Deljivost z 11

Število je deljivo z 11 natanko takrat, ko je alternirajoča vsota števk tega števila deljiva z 11.

Deljivost s 7

Deljivost z 11

Število je deljivo z 11 natanko takrat, ko je alternirajoča vsota števk tega števila deljiva z 11.

Deljivost s 7

1. Vzamemo enice danega števila in jih pomnožimo s 5,

Deljivost z 11

Število je deljivo z 11 natanko takrat, ko je alternirajoča vsota števk tega števila deljiva z 11.

Deljivost s 7

1. Vzamemo enice danega števila in jih pomnožimo s 5,
2. prvotnemu številu brez enic prištejemo dobljeni produkt,

Deljivost z 11

Število je deljivo z 11 natanko takrat, ko je alternirajoča vsota števk tega števila deljiva z 11.

Deljivost s 7

1. Vzamemo enice danega števila in jih pomnožimo s 5,
2. prvotnemu številu brez enic prištejemo dobljeni produkt,
3. vzamemo enice dobljene vsote in jih pomnožimo s 5 ...

Deljivost z 11

Število je deljivo z 11 natanko takrat, ko je alternirajoča vsota števk tega števila deljiva z 11.

Deljivost s 7

1. Vzamemo enice danega števila in jih pomnožimo s 5,
2. prvotnemu številu brez enic prištejemo dobljeni produkt,
3. vzamemo enice dobljene vsote in jih pomnožimo s 5 ...

Postopek ponavljamo, dokler ne dobimo dvomestnega števila – če je to deljivo s 7, je prvotno število deljivo s 7.

Deljivost z 11

Število je deljivo z 11 natanko takrat, ko je alternirajoča vsota števk tega števila deljiva z 11.

Deljivost s 7

1. Vzamemo enice danega števila in jih pomnožimo s 5,
2. prvotnemu številu brez enic prištejemo dobljeni produkt,
3. vzamemo enice dobljene vsote in jih pomnožimo s 5 ...

Postopek ponavljamo, dokler ne dobimo dvomestnega števila – če je to deljivo s 7, je prvotno število deljivo s 7.

Deljivost s sestavljenim številom

Deljivost z 11

Število je deljivo z 11 natanko takrat, ko je alternirajoča vsota števk tega števila deljiva z 11.

Deljivost s 7

1. Vzamemo enice danega števila in jih pomnožimo s 5,
2. prvotnemu številu brez enic prištejemo dobljeni produkt,
3. vzamemo enice dobljene vsote in jih pomnožimo s 5 ...

Postopek ponavljamo, dokler ne dobimo dvomestnega števila – če je to deljivo s 7, je prvotno število deljivo s 7.

Deljivost s sestavljenim številom

Število zapišemo kot produkt dveh (ali več) tujih števil in preverimo deljivost z vsakim faktorjem posebej.

Naloga

S katerimi od števil 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 so deljiva naslednja števila?

Naloga

S katerimi od števil 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 so deljiva naslednja števila?

- 84742
- 393948
- 12390
- 19401

Naloga

Določite vse možnosti za števko a, da je število $\overline{65833a}$:

Naloga

Določite vse možnosti za števko a, da je število $\overline{65833a}$:

- deljivo s 3,
- deljivo s 4,
- deljivo s 5,
- deljivo s 6.

Naloga

Določite vse možnosti za števko b, da je število $\overline{65b90b}$:

Naloga

Določite vse možnosti za števko b, da je število $\overline{65b90b}$:

- deljivo z 2,
- deljivo s 3,
- deljivo s 6,
- deljivo z 9,
- deljivo z 10.

Naloga

Določite vse možnosti za števki c in d, da je število $\overline{115c1d}$ deljivo s 6.

Naloga

Določite vse možnosti za števki c in d, da je število $\overline{115c1d}$ deljivo s 6.

Naloga

Določite vse možnosti za števki e in f, da je število $\overline{115e1f}$ deljivo z 8.

Naloga

Pokažite, da za vsako naravno število n 12 deli $n^4 - n^2$.

Naloga

Pokažite, da za vsako naravno število n 12 deli $n^4 - n^2$.

Naloga

Preverite, ali je število 8641969 deljivo s 7.

Osnovni izrek o deljenju naravnih števil

Osnovni izrek o deljenju naravnih števil

Osnovni izrek o deljenju

Osnovni izrek o deljenju naravnih števil

Osnovni izrek o deljenju

Za poljubni naravni števili **m** (**deljenec**) in **n** (**delitelj**), $m \geq n$, obstajata natanko določeni nenegativni števili **k** (**količnik**/**kvocient**) in **r** (**ostanek**), da velja:

Osnovni izrek o deljenju naravnih števil

Osnovni izrek o deljenju

Za poljubni naravni števili **m** (**deljenec**) in **n** (**delitelj**), $m \geq n$, obstajata natanko določeni nenegativni števili **k** (**količnik**/**kvocient**) in **r** (**ostanek**), da velja:

$$m = k \cdot n + r; \quad 0 \leq r < n; \quad m, n \in \mathbb{N}; k, r \in \mathbb{N}_0.$$

Osnovni izrek o deljenju naravnih števil

Osnovni izrek o deljenju

Za poljubni naravni števili **m** (**deljenec**) in **n** (**delitelj**), $m \geq n$, obstajata natanko določeni nenegativni števili **k** (**količnik**/**kvocient**) in **r** (**ostanek**), da velja:

$$m = k \cdot n + r; \quad 0 \leq r < n; \quad m, n \in \mathbb{N}; k, r \in \mathbb{N}_0.$$

Če je ostanek pri deljenju enak 0, je število m **večkratnik** števila n.
Tedaj je število m deljivo s številom n. Pravimo, da n deli število m: $n \mid m$.

Naloga

Določite, katera števila so lahko ostanki pri deljenju naravnega števila n s:

Naloga

Določite, katera števila so lahko ostanki pri deljenju naravnega števila n s:

- številom 3;
- številom 7;
- številom 365.

Naloga

Določite, katera števila so lahko ostanki pri deljenju naravnega števila n s:

- številom 3;
- številom 7;
- številom 365.

Naloga

Zapišite prvih nekaj naravnih števil, ki dajo:

Naloga

Določite, katera števila so lahko ostanki pri deljenju naravnega števila n s:

- številom 3;
- številom 7;
- številom 365.

Naloga

Zapišite prvih nekaj naravnih števil, ki dajo:

- pri deljenju s 4 ostanek 3;
- pri deljenju s 7 ostanek 4;
- pri deljenju z 9 ostanek 4.

Naloga

Zapišite naravno število, ki da:

Naloga

Zapišite naravno število, ki da:

- pri deljenju s 7 količnik 5 in ostanek 3;
- pri deljenju z 10 količnik 9 in ostanek 1;
- pri deljenju s 23 količnik 2 in ostanek 22.

Naloga

Zapišite naravno število, ki da:

- pri deljenju s 7 količnik 5 in ostanek 3;
- pri deljenju z 10 količnik 9 in ostanek 1;
- pri deljenju s 23 količnik 2 in ostanek 22.

Naloga

Zapišite množico vseh naravnih števil n, ki dajo:

Naloga

Zapišite naravno število, ki da:

- pri deljenju s 7 količnik 5 in ostanek 3;
- pri deljenju z 10 količnik 9 in ostanek 1;
- pri deljenju s 23 količnik 2 in ostanek 22.

Naloga

Zapišite množico vseh naravnih števil n, ki dajo:

- pri deljenju z 2 ostanek 1;
- pri deljenju z 2 ostanek 0;
- pri deljenju s 5 ostanek 2.

Naloga

Katero število smo delili s 7, če smo dobili kvocient 3 in ostanek 5?

Naloga

Katero število smo delili s 7, če smo dobili kvocient 3 in ostanek 5?

Naloga

S katerim številom smo delili število 73, če smo dobili kvocient 12 in ostanek 1?

Naloga

Katero število smo delili s 7, če smo dobili kvocient 3 in ostanek 5?

Naloga

S katerim številom smo delili število 73, če smo dobili kvocient 12 in ostanek 1?

Naloga

Marjeta ima čebulice tulipana, ki jih želi posaditi v več vrst. V vsaki od 3 vrst je izkopala po 8 jamic, potem pa ugotovila, da ji bosta 2 čebulici ostali. Koliko čebulic ima Marjeta?

Naloga

Če neko število delimo z 8, dobimo ostanek 7. Kolikšen je ostanek, če to isto število delimo s 4?

Naloga

Če neko število delimo z 8, dobimo ostanek 7. Kolikšen je ostanek, če to isto število delimo s 4?

Naloga

Če neko število delimo s 24 dobimo ostanek 21. Kolikšen je ostanek, če to isto število delimo s 3?

Praštevila in sestavljena števila

Praštevila in sestavljena števila

Glede na število deliteljev, lahko naravna števila razdelimo na tri skupine:

Praštevila in sestavljena števila

Glede na število deliteljev, lahko naravna števila razdelimo na tri skupine:

- **število** 1 – število, ki ima samo enega delitelja (samega sebe);

Praštevila in sestavljena števila

Glede na število deliteljev, lahko naravna števila razdelimo na tri skupine:

- **število** 1 – število, ki ima samo enega delitelja (samega sebe);
- **praštevila** – števila, ki imajo natanko dva delitelja (1 in samega sebe);

Praštevila in sestavljena števila

Glede na število deliteljev, lahko naravna števila razdelimo na tri skupine:

- **število** 1 – število, ki ima samo enega delitelja (samega sebe);
- **praštevila** – števila, ki imajo natanko dva delitelja (1 in samega sebe);
- **sestavljena števila** – števila, ki imajo več kot dva delitelja.

Praštevila in sestavljena števila

Glede na število deliteljev, lahko naravna števila razdelimo na tri skupine:

- **število** 1 – število, ki ima samo enega delitelja (samega sebe);
- **praštevila** – števila, ki imajo natanko dva delitelja (1 in samega sebe);
- **sestavljena števila** – števila, ki imajo več kot dva delitelja.

$$\mathbb{N} = \{1\} \cup \mathbb{P} \cup \{sestavljena\ števila\}$$

Praštevila in sestavljena števila

Glede na število deliteljev, lahko naravna števila razdelimo na tri skupine:

- **število** 1 – število, ki ima samo enega delitelja (samega sebe);
- **praštevila** – števila, ki imajo natanko dva delitelja (1 in samega sebe);
- **sestavljena števila** – števila, ki imajo več kot dva delitelja.

$$\mathbb{N} = \{1\} \cup \mathbb{P} \cup \{\textit{sestavljena števila}\}$$

Praštevil je neskončno mnogo.

Praštevila in sestavljena števila

Glede na število deliteljev, lahko naravna števila razdelimo na tri skupine:

- **število** 1 – število, ki ima samo enega delitelja (samega sebe);
- **praštevila** – števila, ki imajo natanko dva delitelja (1 in samega sebe);
- **sestavljena števila** – števila, ki imajo več kot dva delitelja.

$$\mathbb{N} = \{1\} \cup \mathbb{P} \cup \{\textit{sestavljena števila}\}$$

Praštevil je neskončno mnogo.

Število n je praštevilo, če ni deljivo z nobenim praštevilom, manjšim ali enakim $\sqrt{n}$.

Eratostenovo sito

Eratostenovo sito

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Naloga

Preverite, ali so dana števila praštevila.

Naloga

Preverite, ali so dana števila praštevila.

- 103
- 163
- 137
- 197
- 147
- 559

Osnovni izrek aritmetike

Osnovni izrek aritmetike

Osnovni izrek aritmetike

Osnovni izrek aritmetike

Osnovni izrek aritmetike

Vsako naravno število lahko enolično/na en sam način (do vrstnega reda faktorjev natančno) zapišemo kot produkt potenc s praštevilskimi osnovami:

Osnovni izrek aritmetike

Osnovni izrek aritmetike

Vsako naravno število lahko enolično/na en sam način (do vrstnega reda faktorjev natančno) zapišemo kot produkt potenc s praštevilskimi osnovami:

$$n = p_1^{k_1} \cdot p_2^{k_2} \cdot \ldots \cdot p_l^{k_l}.$$

Osnovni izrek aritmetike

Osnovni izrek aritmetike

Vsako naravno število lahko enolično/na en sam način (do vrstnega reda faktorjev natančno) zapišemo kot produkt potenc s praštevilskimi osnovami:

$$n = p_1^{k_1} \cdot p_2^{k_2} \cdot \ldots \cdot p_l^{k_l}.$$

Zapis naravnega števila kot produkt potenc s praštevilskimi osnovami imenujemo tudi **praštevilski razcep**.

Naloga

Zapišite število 8755 kot produkt sami praštevil in njihovih potenc.

Naloga

Zapišite število 8755 kot produkt sami praštevil in njihovih potenc.

Naloga

Razcepite število 3520 na prafaktorje.

Naloga

Zapišite praštevilski razcep števila 38250.

Naloga

Zapišite praštevilski razcep števila 38250.

Naloga

Zapišite praštevilski razcep števila 3150.

Naloga

Razcepite število 66 na prafaktorje in zapišite vse njegove delitelje.

Naloga

Razcepite število 66 na prafaktorje in zapišite vse njegove delitelje.

Naloga

Razcepite število 204 na prafaktorje in zapišite vse njegove delitelje.

Naloga

Zapišite vse izraze, ki delijo dani izraz.

Naloga

Zapišite vse izraze, ki delijo dani izraz.

- $x^2 + x - 1$
- $x^3 - x^2 - 4x + 4$
- $x^3 - 27$

Največji skupni delitelj in najmanjši skupni večkratnik

Največji skupni delitelj in najmanjši skupni večkratnik

Največji skupni delitelj

Največji skupni delitelj in najmanjši skupni večkratnik

Največji skupni delitelj

Največji skupni delitelj števil m in n je največje število od tistih, ki delijo števili m in n.
Oznaka: $D(m,n)$.

Največji skupni delitelj in najmanjši skupni večkratnik

Največji skupni delitelj

Največji skupni delitelj števil m in n je največje število od tistih, ki delijo števili m in n.
Oznaka: $D(m, n)$.

Najmanjši skupni večkratnik

Največji skupni delitelj in najmanjši skupni večkratnik

Največji skupni delitelj

Največji skupni delitelj števil m in n je največje število od tistih, ki delijo števili m in n.
Oznaka: $D(m,n)$.

Najmanjši skupni večkratnik

Najmanjši skupni večkratnik števil m in n je najmanjše število od tistih, ki so deljiva s številoma m in n.
Oznaka: $v(m,n)$.

Največji skupni delitelj in najmanjši skupni večkratnik

Največji skupni delitelj

Največji skupni delitelj števil m in n je največje število od tistih, ki delijo števili m in n.
Oznaka: $D(m, n)$.

Najmanjši skupni večkratnik

Najmanjši skupni večkratnik števil m in n je najmanjše število od tistih, ki so deljiva s številoma m in n.
Oznaka: $v(m, n)$.

Števili m in n, katerih največji skupni delitelj je 1, sta **tuji števili**.

Računanje D in v s prafaktorizacijo števil

Računanje D in v s prafaktorizacijo števil

- Števili m in n prafaktoriziramo.

Računanje D in v s prafaktorizacijo števil

- Števili m in n prafaktoriziramo.
- Za $D(m, n)$ vzamemo potence, ki so skupne obema številom v prafaktorizaciji.

Računanje D in v s prafaktorizacijo števil

- Števili m in n prafaktoriziramo.
- Za $D(m, n)$ vzamemo potence, ki so skupne obema številom v prafaktorizaciji.
- Za $v(m, n)$ vzamemo vse potence, ki se pojavijo v prafaktorizaciji števil, z največjim eksponentom.

Računanje D in v s prafaktorizacijo števil

- Števili m in n prafaktoriziramo.
- Za $D(m, n)$ vzamemo potence, ki so skupne obema številom v prafaktorizaciji.
- Za $v(m, n)$ vzamemo vse potence, ki se pojavijo v prafaktorizaciji števil, z največjim eksponentom.

Za poljubni naravni števili m in n velja zveza $\mathbf{D(m, n) \cdot v(m, n) = m \cdot n}$.

Računanje D in v s prafaktorizacijo števil

- Števili m in n prafaktoriziramo.
- Za $D(m,n)$ vzamemo potence, ki so skupne obema številom v prafaktorizaciji.
- Za $v(m,n)$ vzamemo vse potence, ki se pojavijo v prafaktorizaciji števil, z največjim eksponentom.

Za poljubni naravni števili m in n velja zveza $\mathbf{D(m,n)\cdot v(m,n) = m\cdot n}$.

Evklidov algoritem

Računanje D in v s prafaktorizacijo števil

- Števili m in n prafaktoriziramo.
- Za $D(m, n)$ vzamemo potence, ki so skupne obema številom v prafaktorizaciji.
- Za $v(m, n)$ vzamemo vse potence, ki se pojavijo v prafaktorizaciji števil, z največjim eksponentom.

Za poljubni naravni števili m in n velja zveza $\mathbf{D(m, n) \cdot v(m, n) = m \cdot n}$.

Evklidov algoritem

V tem algoritmu zapored uporabljamo osnovni izrek o deljenju. Najprej ga uporabimo na danih dveh številih.

Računanje D in v s prafaktorizacijo števil

- Števili m in n prafaktoriziramo.
- Za $D(m, n)$ vzamemo potence, ki so skupne obema številom v prafaktorizaciji.
- Za $v(m, n)$ vzamemo vse potence, ki se pojavijo v prafaktorizaciji števil, z največjim eksponentom.

Za poljubni naravni števili m in n velja zveza $\mathbf{D(m, n) \cdot v(m, n) = m \cdot n}$.

Evklidov algoritem

V tem algoritmu zapored uporabljamo osnovni izrek o deljenju. Najprej ga uporabimo na danih dveh številih. V naslednjem koraku deljenec postane prejšnji delitelj, delitelj pa prejšnji ostanek.

Računanje D in v s prafaktorizacijo števil

- Števili m in n prafaktoriziramo.
- Za $D(m, n)$ vzamemo potence, ki so skupne obema številom v prafaktorizaciji.
- Za $v(m, n)$ vzamemo vse potence, ki se pojavijo v prafaktorizaciji števil, z največjim eksponentom.

Za poljubni naravni števili m in n velja zveza $\mathbf{D(m,n)\cdot v(m,n) = m\cdot n}$.

Evklidov algoritem

V tem algoritmu zapored uporabljamo osnovni izrek o deljenju. Najprej ga uporabimo na danih dveh številih. V naslednjem koraku deljenec postane prejšnji delitelj, delitelj pa prejšnji ostanek. V vsakem koraku immamo manjša števila, zato se algoritem konča v končno mnogo korakih.

Računanje D in v s prafaktorizacijo števil

- Števili m in n prafaktoriziramo.
- Za $D(m,n)$ vzamemo potence, ki so skupne obema številom v prafaktorizaciji.
- Za $v(m,n)$ vzamemo vse potence, ki se pojavijo v prafaktorizaciji števil, z največjim eksponentom.

Za poljubni naravni števili m in n velja zveza $\mathbf{D(m,n)\cdot v(m,n)=m\cdot n}$.

Evklidov algoritem

V tem algoritmu zapored uporabljamo osnovni izrek o deljenju. Najprej ga uporabimo na danih dveh številih. V naslednjem koraku deljenec postane prejšnji delitelj, delitelj pa prejšnji ostanek. V vsakem koraku immamo manjša števila, zato se algoritem konča v končno mnogo korakih. Največji skupni delitelj danih števil m in n je zadnji od 0 različen ostanek pri deljenju v Evklidovem algoritmu.

Naloga

Izračunajte največji skupni delitelj in najmanjši skupni večkratnih danih parov števil.

Naloga

Izračunajte največji skupni delitelj in najmanjši skupni večkratnih danih parov števil.

- 6 in 8
- 36 in 48
- 550 in 286
- 6120 in 4158

Naloga

Preverite, ali sta števili 522 in 4025 tuji števili.

Naloga

Preverite, ali sta števili 522 in 4025 tuji števili.

Naloga

Izračunajte največji skupni delitelj in najmanjši skupni večkratnik treh števil.

Naloga

Preverite, ali sta števili 522 in 4025 tuji števili.

Naloga

Izračunajte največji skupni delitelj in najmanjši skupni večkratnik treh števil.

- 1320, 6732 in 297
- 372, 190 in 11264

Naloga

Z Evklidovim algoritmom izračunajte največji skupni delitelj parov števil.

Naloga

Z Evklidovim algoritmom izračunajte največji skupni delitelj parov števil.

- 754 in 3146
- 4446 in 6325

Naloga

Z Evklidovim algoritmom izračunajte največji skupni delitelj parov števil.

- 754 in 3146

- 4446 in 6325

Naloga

Izračuanjte število b, če velja: $D(78166, b) = 418$ in $v(78166, b) = 1485154$.

Naloga

Določite največji skupni delitelj izrazov.

Naloga

Določite največji skupni delitelj izrazov.

- $x^3 - 5x^2 - 24x$ in $x^2 - 64$
- $x^2 + 3x + 10$, $x^3 - 4x$ in $x^3 - 8$
- $x^2 - 15$ in $x^3 - 27$

Naloga

Določite najmanjši skupni večkratnik izrazov.

Naloga

Določite najmanjši skupni večkratnik izrazov.

- $x^2 - 64$ in $x + 8$
- x, $8 - x$ in $x^2 - 64$
- $x^2 + 3x - 10$, $2x$ in $x^2 + 5x$

Številski sestavi