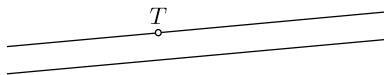


12.3 Vzporednost in pravokotnost

Vzporednost

Aksiom 12.59 (Aksiom o vzporednici). *Skozi izbrano točko, ki ne leži na premici, lahko tej premici načrtamo natanko eno vzporednico.*

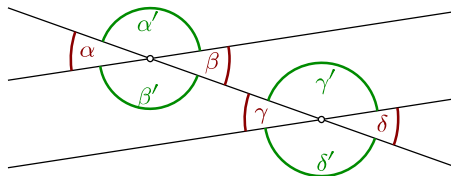


Vzporednost je v množici premic na ravnini *ekvivalenčna relacija*, saj je:

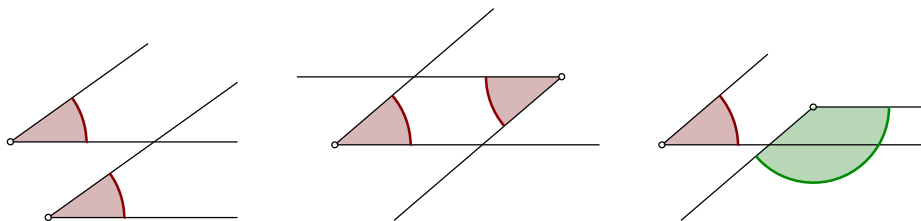
- *refleksivna*: $p \parallel p$ – vsaka premica je vzporedna sama sebi;
- *simetrična*: $p \parallel q \Rightarrow q \parallel p$ – če je premica p vzporedna premici q , je tudi premica q vzporedna premici p ;
- *tranzitivna*: $p \parallel q \wedge q \parallel r \rightarrow p \parallel r$ – če je premica p vzporedna premici q , premica q pa vzporedna premici r , je tudi premica p vzporedna premici r .

Če vzporednici sekamo s premico, dobimo dve presečišči, ob njiju pa pare **kotov z vzporednimi kraki**:

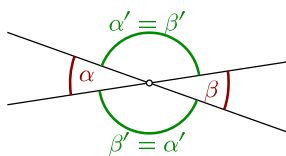
- pari kotov (α, γ) , (β, δ) , (α', γ') , (β', δ') imajo oba kraka vzporedna v isto smer;
- pari kotov z istim vrhom (α, β) ; (γ, δ) , (α', β') ; (γ', δ') imajo oba kraka vzporedna v nasprotno smer – **sovršni koti**;
- pari kotov (α, α') , (β, β') , (γ, γ') , (δ, δ') imajo en krak vzporeden v isto smer, drugi krak pa vzporeden v nasprotno smer.



Izrek 12.60. *Para konveksnih kotov z vzporednimi kraki sta bodisi skladna bodisi suplementarna.*



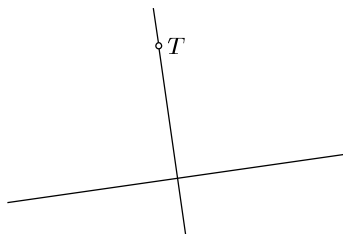
Sovršna kota sta skladna – imata isti sokot.



Pravokotnost

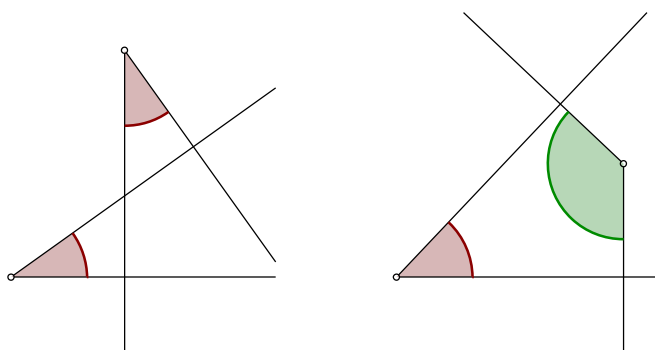
Definicija 12.61. *Pravokotnica* je premica, ki dano premico seka pod pravim kotom.

Izrek 12.62. *Skozi izbrano točko lahko na dano premico načrtamo natanko eno pravokotnico.*

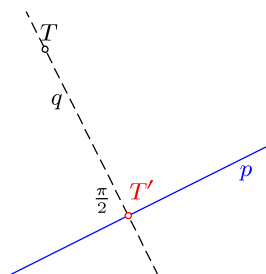


Kota s pravokotnimi kraki sta konveksna kota, katerih nosilki krakov enega kota sta pravokotni na nosilki krakov drugega kota.

Izrek 12.63. *Para konveksnih kotov s pravokotnimi kraki sta bodisi skladna bodisi suplementarna.*



Definicija 12.64. *Pravokotna projekcija* točke T na premico p je točka T' , ki leži na presečišču premice p in pravokotnice q skozi točko T na premico p . Točka T' je točki T najbližja točka premice p .



Pravokotna projekcija daljice AB na premico je daljica $A'B'$, katere krajišči sta pravokotni projekciji točk A in B .

Razdalja točke T od premice p je:

$$d(T, p) = d(T, T') = |TT'|.$$

Toge preslikave

Definicija 12.65. *Toga preslikava (izometrija) je preslikava v ravnini, ki ohranja razdalje.*

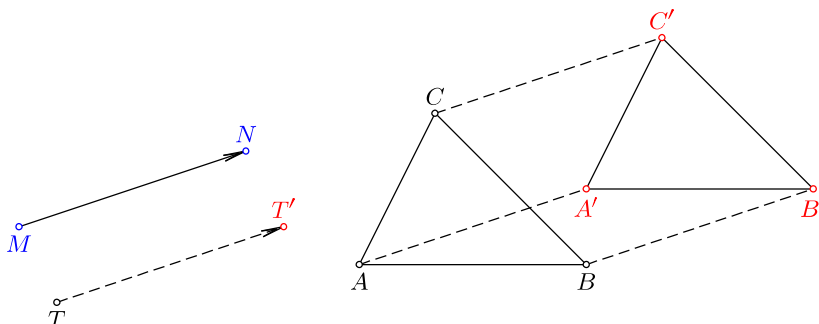
$$\begin{aligned}\tau : A &\mapsto A' \\ \tau : B &\mapsto B' \\ d(A, B) &= d(A', B')\end{aligned}$$

Med toge preslikave spadajo:

- **vzporedni premiki;**
- **zrcaljenje preko premice/premice;**
- **rotacija okoli točke.**

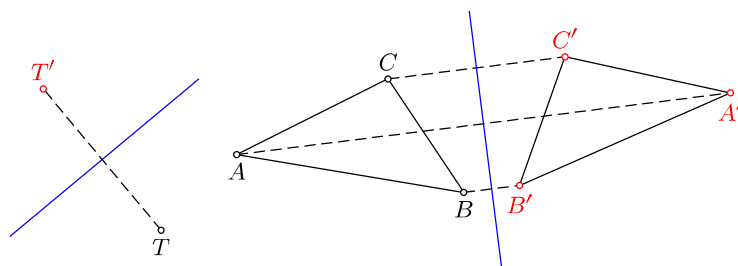
Če kombiniramo več togih preslikav, je dobljena preslikava spet toga preslikava.

Vzporedni premik ali **translacija** za dano usmerjeno daljico \overrightarrow{MN} preslika točko T v tako točko T' , da sta daljici TT' in MN enako dolgi, vzporedni in enako usmerjeni.



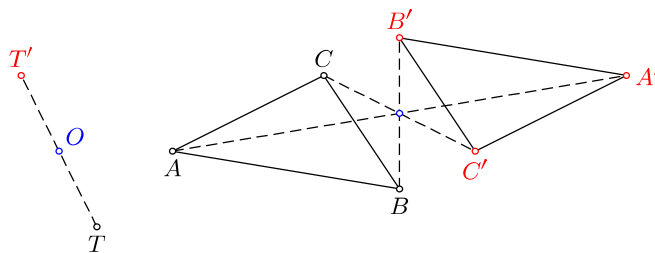
Vzporedni premik ohranja orientacijo likov, daljice preslika v enako dolge vzporedne daljice, ohranja velikost kotov, like preslika v skladne like, nima negibnih točk za $\overrightarrow{MN} \neq \vec{0}$.

Zrcaljenje čez premico p preslika točko T v tako točko T' , da premica p pod pravim kotom razpolavlja daljico TT' .



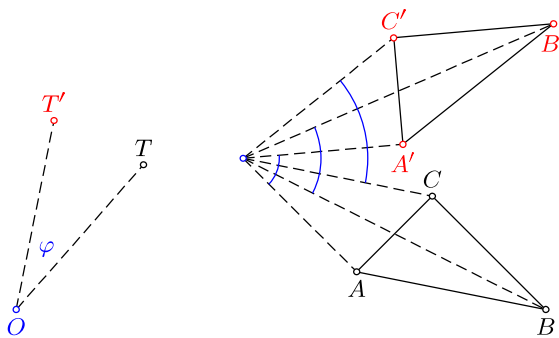
Zrcaljenje čez premico daljice preslika v enako dolge daljice, ohranja velikost kotov, ne ohranja orientacije likov, like preslika v skladne like, premic ne preslika v vzporedne premice.

Zrcaljenje čez točko O preslika točko T v tako točko T' , da je O razpolovišče daljice TT' . Ta preslikava je enaka vrtenju okrog točke za 180° .



Zrcaljenje čez točko daljice preslika v enako dolge daljice, ohranja velikosti kotov in orientacijo likov, like preslika v skladne like, premice preslika v vzporedne premice.

Vrtenje ali **zasuk** oziroma **rotacija** za kot φ okrog točke O preslika točko T v točko T' , da velja: $|OT| = |OT'|$ in $\angle TOT' = \varphi$.



Vrtenje okoli točke preslika daljice v enako dolge daljice, ohranja velikosti kotov in orientacijo likov, like preslika v skladne like, premic pa ne preslika v vzporedne premice.

Simetrija

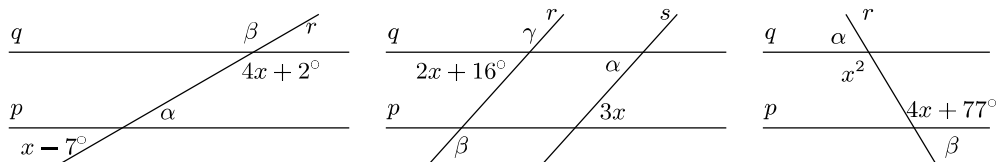
Množica točk \mathcal{M} je **simetrična/somerna glede na premico p** , če se pri zrcaljenju čez premico p preslika sama vase. Premico p imenujemo **simetrala/somernica/simetrijska os** množice \mathcal{M} .

Množica točk \mathcal{M} je **središčno simetrična/somerna glede na točko T** , če se pri zrcaljenju čez točko T preslika sama vase. Točko T imenujemo **center simetrije** množice \mathcal{M} .

Naloga 12.66. Narišite kvadrat s stranico dolžine 1 in ga:

- vzporedno premaknite vzdolž ordinatne osi za 3 enota;
- zavrtite okrog oglišča B za kot 45° v negativni smeri;
- zrcalite preko nosilke stranice CD .

Naloga 12.67. Izračunajte velikosti kotov α , β in γ . Podatke razberite iz skic. Velja $p \parallel q$ in $r \parallel s$.



Naloga 12.68. Izračunajte velikosti vseh notranjih in zunanjih kotov trikotnika $\triangle ABC$, če je vsota velikosti dveh zunanjih kotov $\alpha' + \gamma' = 230^\circ$, vsota velikosti dveh notranjih kotov pa $\alpha + \beta = 70^\circ$.

Naloga 12.69. S skice preberite ustrezne podatke ter izračunajte velikosti kotov α , β , γ in δ . Pri tem velja, da so premice p , q in r vzporedne.

