MATEMATIKA

1. letnik – splošna gimnazija

Jan Kastelic

Gimnazija Antona Aškerca, Šolski center Ljubljana

25. september 2024

1/40

Vsebina

Osnove logike in teorije množice

2 / 40

Section 1

Osnove logike in teorije množice



3 / 40

- Osnove logike in teorije množice
 - Osnove logike
 - Osnove teorije množic

4 / 40

Matematična izjava



Jan Kastelic (GAA)

Matematična izjava

Matematična izjava je vsaka smiselna poved, za katero lahko določimo resničnost oziroma pravilnost.



5 / 40

Matematična izjava

Matematična izjava je vsaka smiselna poved, za katero lahko določimo resničnost oziroma pravilnost.

Logična vrednost matematične izjave

5 / 40

Matematična izjava

Matematična izjava je vsaka smiselna poved, za katero lahko določimo resničnost oziroma pravilnost.

Logična vrednost matematične izjave

Matematična izjava lahko zavzame dve logični vrednosti:



5 / 40

Matematična izjava

Matematična izjava je vsaka smiselna poved, za katero lahko določimo resničnost oziroma pravilnost.

Logična vrednost matematične izjave

Matematična izjava lahko zavzame dve logični vrednosti:

• izjava je **resnična/pravilna**, oznaka R/P/1/T;

5 / 40

Matematična izjava

Matematična izjava je vsaka smiselna poved, za katero lahko določimo resničnost oziroma pravilnost.

Logična vrednost matematične izjave

Matematična izjava lahko zavzame dve logični vrednosti:

- izjava je **resnična/pravilna**, oznaka R/P/1/T;
- izjava je **neresnična/nepravilna**, oznaka $N/0/\bot$.

5 / 40

Matematična izjava

Matematična izjava je vsaka smiselna poved, za katero lahko določimo resničnost oziroma pravilnost.

Logična vrednost matematične izjave

Matematična izjava lahko zavzame dve logični vrednosti:

- izjava je **resnična/pravilna**, oznaka R/P/1/T;
- izjava je **neresnična/nepravilna**, oznaka $N/0/\bot$.

Izjave označujemo z velikimi tiskanimi črkami (A, B, C ...).



5 / 40

Naloga

Ali so naslednje povedi izjave?



6 / 40

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

Naloga

Ali so naslednje povedi izjave?

- Danes sije sonce.
- Koliko je ura?
- Piramida je geometrijski lik.
- Daj mi jabolko.
- Število 12 deli število 3.
- Število 3 deli število 10.
- Ali si pisal matematični test odlično?
- Matematični test si pisal odlično.
- Ali je 10 *dl* isto kot 1 *l*?
- Število 41 je praštevilo.



6 / 40

Osnove logike

Naloga

Spodnjim izjavam določite logične vrednosti.



7 / 40

Naloga

Spodnjim izjavam določite logične vrednosti.

- A: Najvišja gora v Evropi je Mont Blanc.
- B: Število je deljivo s 4 natanko takrat, ko je vsota števk deljiva s 4.
- C: Ostanek pri deljenju s 4 je lahko 1, 2 ali 3.
- D: Mesec februar ima 28 dni.
- E: Vsa praštevila so liha števila.
- F: Število 1 je naravno število.
- G: Praštevil je neskončno mnogo.

7 / 40



Izjave delimo med:



Izjave delimo med:

• elementarne/enostavne izjave – ne moremo jih razstaviti na bolj enostavne;

8 / 40

Izjave delimo med:

- elementarne/enostavne izjave ne moremo jih razstaviti na bolj enostavne;
- **sestavljene izjave** sestavljene iz elementarnih izjav, ki jih med seboj povezujejo **logične operacije** (imenovane tudi izjavne povezave oziroma logična vezja).

8 / 40

Izjave delimo med:

- elementarne/enostavne izjave ne moremo jih razstaviti na bolj enostavne;
- **sestavljene izjave** sestavljene iz elementarnih izjav, ki jih med seboj povezujejo **logične operacije** (imenovane tudi izjavne povezave oziroma logična vezja).

Vrednost sestavljene izjave izračunamo glede na vrednosti elementarnih izjav in izjavnih povezav med njimi.

8 / 40

Izjave delimo med:

- elementarne/enostavne izjave ne moremo jih razstaviti na bolj enostavne;
- **sestavljene izjave** sestavljene iz elementarnih izjav, ki jih med seboj povezujejo **logične operacije** (imenovane tudi izjavne povezave oziroma logična vezja).

Vrednost sestavljene izjave izračunamo glede na vrednosti elementarnih izjav in izjavnih povezav med njimi.

Pravilnost sestavljenih izjav nazorno prikazujejo resničnostne/pravilnostne tabele.

8 / 40

Jan Kastelic (GAA)

Negacija



Jan Kastelic (GAA)

Negacija

Negacija izjave A je izjava, ki **trdi nasprotno** kot izjava A.



9 / 40

Negacija

Negacija izjave A je izjava, ki trdi nasprotno kot izjava A.

¬**A Ni res**, da velja izjava A.

9 / 40

Negacija

Negacija izjave A je izjava, ki trdi nasprotno kot izjava A.

¬**A Ni res**, da velja izjava A.

Če je izjava A pravilna, je $\neg A$ nepravilna in obratno: če je $\neg A$ pravilna, je A nepravilna.

9 / 40

Negacija

Negacija izjave A je izjava, ki trdi nasprotno kot izjava A.

¬**A Ni res**, da velja izjava A.

Če je izjava A pravilna, je $\neg A$ nepravilna in obratno: če je $\neg A$ pravilna, je A nepravilna.



9 / 40

Negacija

Negacija izjave A je izjava, ki trdi nasprotno kot izjava A.

¬**A Ni res**, da velja izjava A.

Če je izjava A pravilna, je $\neg A$ nepravilna in obratno: če je $\neg A$ pravilna, je A nepravilna.

Negacija negacije izjave je potrditev izjave. $\neg(\neg A) = A$



Jan Kastelic (GAA)

Osnove logike

Naloga

Izjavam določite logično vrednost, potem jih zanikajte in določite logično vrednost negacij.



10 / 40

Naloga

Izjavam določite logično vrednost, potem jih zanikajte in določite logično vrednost negacij.

- $A: 5 \cdot 8 = 30$
- B: Število 3 je praštevilo.
- C: Največje dvomestno število je 99.
- D: Število 62 je večratnik števila 4.
- E: Praštevil je neskončno mnogo.
- *F*: 7 ≤ 5
- G: Naša pisava je cirilica.



Osnove logike

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 25. september 2024 11 / 40



Konjunkcija izjav A in B nastane tako, da povežemo izjavi A in B z in (hkrati).



11 / 40

Konjunkcija izjav A in B nastane tako, da povežemo izjavi A in B z **in (hkrati)**.

 $A \wedge B$ Velja izjava A in (hkrati) izjava B.



11 / 40

Konjunkcija izjav A in B nastane tako, da povežemo izjavi A in B z **in (hkrati)**.

 $A \wedge B$ Velja izjava A in (hkrati) izjava B.

Če sta izjavi A in B pravilni, je pravilna tudi njuna konjunkcija, če je pa ena od izjav nepravilna, je nepravilna tudi njuna konjunkcija.

11 / 40

Konjunkcija izjav A in B nastane tako, da povežemo izjavi A in B z in (hkrati).

 $A \wedge B$ Velja izjava A in (hkrati) izjava B.

Če sta izjavi A in B pravilni, je pravilna tudi njuna konjunkcija, če je pa ena od izjav nepravilna, je nepravilna tudi njuna konjunkcija.

Α	В	$A \wedge B$
P	Р	Р
Р	Ν	Ν
N	Р	N
Ν	Ν	Ν

Naloga

Določite logično vrednost konjunkcijam.



Naloga

Določite logično vrednost konjunkcijam.

- Število 28 je večratnik števila 3 in večkratnik števila 8.
- Število 7 je praštevilo in je deljivo s številom 1.
- Vsakemu celemu številu lahko pripišemo nasprotno število in obratno število.
- Ostanki pri deljenju števila s 3 so lahko 0, 1 ali 2, pri deljenju s 5 pa 0, 1, 2, 3 ali 4.
- Število je deljivo s 3, če je vsota števk deljiva s 3, in je deljivo z 9, če je vsota števk deljiva z 9.

12 / 40

Osnove logike



Disjunkcija izjav A in B nastane s povezavo **ali**.



13 / 40

Disjunkcija izjav A in B nastane s povezavo **ali**.

A ∨ **B** Velja izjava A **ali** izjava B (lahko tudi obe hkrati).

13 / 40

Disjunkcija izjav A in B nastane s povezavo **ali**.

 $\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ Velja izjava A **ali** izjava B (lahko tudi obe hkrati).

Disjunkcija je nepravilna, če sta nepravilni obe izjavi, ki jo sestavljata, v preostalih treh primerih je pravilna.

Disjunkcija izjav A in B nastane s povezavo ali.

 $\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ Velja izjava A **ali** izjava B (lahko tudi obe hkrati).

Disjunkcija je nepravilna, če sta nepravilni obe izjavi, ki jo sestavljata, v preostalih treh primerih je pravilna.

Α	В	$A \vee B$
Р	Р	Р
Р	Ν	Р
Ν	Р	Р
Ν	Ν	Ν

Osnove logike

Naloga

Določite logično vrednost disjunkcijam.



14 / 40

Naloga

Določite logično vrednost disjunkcijam.

- Število 24 je večratnik števila 3 ali 8.
- Število 35 ni večratnik števila 7 ali 6.
- Število 5 deli število 16 ali 18.
- Ploščina kvadrata s stranico a je a^2 ali obseg kvadrata je 4a.
- Ni res, da je vsota notranjih kotov trikotnika 160°, ali ni res, da Pitagorov izrek velja v poljubnem trikotniku.

14 / 40



15 / 40

$$A \wedge B = B \wedge A$$

$$A \lor B = B \lor A$$



$$A \wedge B = B \wedge A$$

$$A \lor B = B \lor A$$

Asociativnost konjunkcije in disjunkcije



15 / 40

$$A \wedge B = B \wedge A$$

$$A \lor B = B \lor A$$

Asociativnost konjunkcije in disjunkcije

$$(A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C)$$

$$(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$$

$$A \wedge B = B \wedge A$$

$$A \lor B = B \lor A$$

Asociativnost konjunkcije in disjunkcije

$$(A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C)$$

$$(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$$

Distributivnostna zakona za konjunkcijo in disjunkcijo



15 / 40

$$A \wedge B = B \wedge A$$

$$A \lor B = B \lor A$$

Asociativnost konjunkcije in disjunkcije

$$(A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C)$$

$$(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$$

Distributivnostna zakona za konjunkcijo in disjunkcijo

$$(A \lor B) \land C = (A \land C) \lor (B \land C)$$

$$(A \wedge B) \vee C = (A \vee C) \wedge (B \vee C)$$



15 / 40

$$A \wedge B = B \wedge A$$

$$A \lor B = B \lor A$$

Asociativnost konjunkcije in disjunkcije

$$(A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C)$$

$$(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$$

Distributivnostna zakona za konjunkcijo in disjunkcijo

$$(A \lor B) \land C = (A \land C) \lor (B \land C)$$

$$(A \wedge B) \vee C = (A \vee C) \wedge (B \vee C)$$

De Morganova zakona

Jan Kastelic (GAA)

$$A \wedge B = B \wedge A$$

$$A \lor B = B \lor A$$

Asociativnost konjunkcije in disjunkcije

$$(A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C)$$

$$(A \lor B) \lor C = A \lor (B \lor C)$$

Distributivnostna zakona za konjunkcijo in disjunkcijo

$$(A \lor B) \land C = (A \land C) \lor (B \land C)$$

$$(A \wedge B) \vee C = (A \vee C) \wedge (B \vee C)$$

De Morganova zakona

• negacija konjunkcije je disjunkcija negacij: $\neg(A \land B) = \neg A \lor \neg B$

◆□▶◆□▶◆壹▶◆壹▶ 夏 かなの

$$A \wedge B = B \wedge A$$

$$A \lor B = B \lor A$$

Asociativnost konjunkcije in disjunkcije

$$(A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C)$$

$$(A \lor B) \lor C = A \lor (B \lor C)$$

Distributivnostna zakona za konjunkcijo in disjunkcijo

$$(A \lor B) \land C = (A \land C) \lor (B \land C)$$

$$(A \wedge B) \vee C = (A \vee C) \wedge (B \vee C)$$

De Morganova zakona

- negacija konjunkcije je disjunkcija negacij: $\neg(A \land B) = \neg A \lor \neg B$
- negacija disjunkcije je konjunkcija negacij: $\neg(A \lor B) = \neg A \land \neg B$

Naloga

Katere od spodnjih izjav so pravilne in katere nepravilne?



Naloga

Katere od spodnjih izjav so pravilne in katere nepravilne?

- $(3 \cdot 4 = 12) \wedge (12 : 4 = 3)$
- $(a^3 \cdot a^5 = a^{15}) \vee (a^3 \cdot a^5 = a^8)$
- (3|30) ∧ (3|26)
- (3|30) ∨ (3|26)
- $(2^3 = 9) \lor (3^2 = 9)$
- $((-2)^2 = 4) \land \neg (-2^2 = 4)$

16 / 40

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

Osnove logike

Implikacija izjav A in B je sestavljena izjava, ki jo lahko beremo na različne načine.



17 / 40

Implikacija izjavA in B je sestavljena izjava, ki jo lahko beremo na različne načine.

 $A \Rightarrow B$ Če velja izjava A, potem velja izjava B. / Iz A sledi B.

17 / 40

Implikacija izjavA in B je sestavljena izjava, ki jo lahko beremo na različne načine.

 $\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B}$ Če velja izjava A, **potem** velja izjava B. / Iz A sledi B.

Izjava A je **pogoj** ali **privzetek**, izjava B pa (logična) posledica izjave A.

17 / 40

Implikacija izjav A in B je sestavljena izjava, ki jo lahko beremo na različne načine.

 $\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B}$ Če velja izjava A, **potem** velja izjava B. / Iz A sledi B.

Izjava A je **pogoj** ali **privzetek**, izjava B pa (logična) posledica izjave A.

Implikacija je nepravilna, ko je izjava A pravilna, izjava B pa nepravilna, v preostalih treh primerih je pravilna.

17 / 40

Implikacija

Implikacija izjav A in B je sestavljena izjava, ki jo lahko beremo na različne načine.

 $\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B}$ Če velja izjava A, **potem** velja izjava B. / Iz A sledi B.

Izjava A je **pogoj** ali **privzetek**, izjava B pa (logična) posledica izjave A.

Implikacija je nepravilna, ko je izjava A pravilna, izjava B pa nepravilna, v preostalih treh primerih je pravilna.

Α	В	$A \Rightarrow B$
Р	Р	Р
Р	Ν	Ν
Ν	Р	Р
Ν	N	Р

Osnove logike

Naloga

Določite, ali so izjave pravilne.



Naloga

Določite, ali so izjave pravilne.

- Če je število deljivo s 100, je deljivo tudi s 4.
- Če je štirikotnik pravokotnik, se diagonali razpolavljata.
- Če je štirikotnik kvadrat, se diagonali sekata pod pravim kotom.
- Če sta števili 2 in 3 lihi števili, potem je produk teh dveh števil sodo število.
- Če je število 18 deljivo z 9, potem je deljivo s 3.
- Če je 7 večkratnik števila 7, potem 7 deli število 43.
- Če je število deljivo s 4, potem je deljivo z 2.

18 / 40

Osnove logike

Jan Kastelic (GAA)

Ekvivalenca izjavi A in B poveže s če in samo če oziroma natanko tedaj, ko.



19 / 40

Ekvivalenca izjavi A in B poveže s če in samo če oziroma natanko tedaj, ko.

A ⇔ B Izjava A velja, če in samo če velja izjava B./Izjava A velja natanko tedaj, ko velja izjava B.

19 / 40

Ekvivalenca izjavi A in B poveže s če in samo če oziroma natanko tedaj, ko.

A ⇔ B Izjava A velja, če in samo če velja izjava B./Izjava A velja natanko tedaj, ko velja izjava B.

Ekvivalenca dveh izjav je pravilna, če imata obe izjavi enako vrednost (ali sta obe pravilni ali obe nepravilni), in nepravilna, če imata izjavi različno vrednost.

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 25. september 2024 19 / 40

Ekvivalenca izjavi A in B poveže s če in samo če oziroma natanko tedaj, ko.

A ⇔ B Izjava A velja, če in samo če velja izjava B./Izjava A velja natanko tedaj, ko velja izjava B.

Ekvivalenca dveh izjav je pravilna, če imata obe izjavi enako vrednost (ali sta obe pravilni ali obe nepravilni), in nepravilna, če imata izjavi različno vrednost.

Α	В	$A \Leftrightarrow B$
Р	Р	Р
Р	Ν	Ν
Ν	Р	Ν
Ν	Ν	Р

Ekvivalenca izjavi A in B poveže s če in samo če oziroma natanko tedaj, ko.

A ⇔ B Izjava A velja, če in samo če velja izjava B./Izjava A velja natanko tedaj, ko velja izjava B.

Ekvivalenca dveh izjav je pravilna, če imata obe izjavi enako vrednost (ali sta obe pravilni ali obe nepravilni), in nepravilna, če imata izjavi različno vrednost.

Ekvivalentni/enakovredni izjavi pomenita eno in isto, lahko ju nadomestimo drugo z drugo.

Α	В	$A \Leftrightarrow B$
P	Р	Р
Р	Ν	Ν
Ν	Р	Ν
Ν	Ν	Р

Naloga

Določite, ali so naslednje izjave pravilne.



Naloga

Določite, ali so naslednje izjave pravilne.

- Število je deljivo z 12 natanko takrat, ko je deljivo s 3 in 4 hkrati.
- Število je deljivo s 24 natanko takrat, ko je deljivo s 4 in 6 hkrati.
- Število je praštevilo natanko takrat, ko ima natanko dva delitelja.
- Štirikotnik je kvadrat natanko tedaj, ko se diagonali sekata pod pravim kotom.
- Število je sodo natanko tedaj, ko je deljivo z 2.

20 / 40

MATEMATIKA



Kadar so izjave povezane z več izjavnimi povezavami, pri določanju logične vrednosti upoštevamo oklepaje in naslednji **vrstni red** oziroma **prioriteto izjavnih povezav**:

21 / 40

Kadar so izjave povezane z več izjavnimi povezavami, pri določanju logične vrednosti upoštevamo oklepaje in naslednji **vrstni red** oziroma **prioriteto izjavnih povezav**:

negacija,

Kadar so izjave povezane z več izjavnimi povezavami, pri določanju logične vrednosti upoštevamo oklepaje in naslednji **vrstni red** oziroma **prioriteto izjavnih povezav**:

- negacija,
- konjunkcija,

Kadar so izjave povezane z več izjavnimi povezavami, pri določanju logične vrednosti upoštevamo oklepaje in naslednji **vrstni red** oziroma **prioriteto izjavnih povezav**:

- negacija,
- konjunkcija,
- disjunkcija,

Kadar so izjave povezane z več izjavnimi povezavami, pri določanju logične vrednosti upoštevamo oklepaje in naslednji **vrstni red** oziroma **prioriteto izjavnih povezav**:

- negacija,
- konjunkcija,
- disjunkcija,
- implikacija,

Kadar so izjave povezane z več izjavnimi povezavami, pri določanju logične vrednosti upoštevamo oklepaje in naslednji **vrstni red** oziroma **prioriteto izjavnih povezav**:

- negacija,
- konjunkcija,
- disjunkcija,
- implikacija,
- ekvivalenca.

Kadar so izjave povezane z več izjavnimi povezavami, pri določanju logične vrednosti upoštevamo oklepaje in naslednji **vrstni red** oziroma **prioriteto izjavnih povezav**:

- negacija,
- konjunkcija,
- disjunkcija,
- implikacija,
- ekvivalenca.

Če moramo zapored izvesti več enakih izjavnih povezav, velja pravilo združevanja od leve proti desni.



Naloga

V sestavljeni izjavi zapišite oklepaje, ki bodo predstavljali vrstni red operacij. Nato tvorite pravilnostno tabelo za sestavljeno izjavo glede na različne logične vrednosti elementarnih izjav.



22 / 40

Naloga

V sestavljeni izjavi zapišite oklepaje, ki bodo predstavljali vrstni red operacij. Nato tvorite pravilnostno tabelo za sestavljeno izjavo glede na različne logične vrednosti elementarnih izjav.

- $A \lor B \Leftrightarrow \neg A \Rightarrow \neg B$
- $A \lor \neg A \Rightarrow \neg B \land (\neg A \Rightarrow B)$
- $A \Rightarrow B \Leftrightarrow \neg B \Rightarrow \neg A$
- $A \land \neg B \Leftrightarrow A \Rightarrow B$
- $C \Rightarrow A \lor \neg B \Leftrightarrow \neg A \land C$
- $\neg A \lor \neg B \Leftrightarrow B \land (C \Leftrightarrow \neg A)$



22 / 40

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

Osnove logike

25. september 2024

Tavtologija ali **logično pravilna izjava** je sestavljena izjava, ki je pri vseh naborih vrednosti elementarnih izjav, iz katerih je sestavjena, pravilna.

23 / 40

Tavtologija ali **logično pravilna izjava** je sestavljena izjava, ki je pri vseh naborih vrednosti elementarnih izjav, iz katerih je sestavjena, pravilna.

Protislovje

23 / 40

Tavtologija ali **logično pravilna izjava** je sestavljena izjava, ki je pri vseh naborih vrednosti elementarnih izjav, iz katerih je sestavjena, pravilna.

Protislovje

Protislovje je sestavljena izjava, ki ni nikoli pravilna.

23 / 40

Tavtologija ali **logično pravilna izjava** je sestavljena izjava, ki je pri vseh naborih vrednosti elementarnih izjav, iz katerih je sestavjena, pravilna.

Protislovje

Protislovje je sestavljena izjava, ki ni nikoli pravilna.

Kvantifikatorja

Tavtologija ali **logično pravilna izjava** je sestavljena izjava, ki je pri vseh naborih vrednosti elementarnih izjav, iz katerih je sestavjena, pravilna.

Protislovje

Protislovje je sestavljena izjava, ki ni nikoli pravilna.

Kvantifikatorja

• ∀ (beri '(za) vsak') – izjava velja za vsak element dane množice



Tavtologija ali **logično pravilna izjava** je sestavljena izjava, ki je pri vseh naborih vrednosti elementarnih izjav, iz katerih je sestavjena, pravilna.

Protislovje

Protislovje je sestavljena izjava, ki ni nikoli pravilna.

Kvantifikatorja

- ∀ (beri '(za) vsak') izjava velja za vsak element dane množice
- ullet (beri 'obstaja' ali 'eksistira') izjava je pravilna za vsaj en element dane množice

23 / 40

Pomen izjav v matematiki



Jan Kastelic (GAA)

Pomen izjav v matematiki

Aksiomi so najpreprostejše izjave, ki so očitno pravilne in zato njihove pravilnosti ni treba dokazovati.



24 / 40

Pomen izjav v matematiki

Aksiomi so najpreprostejše izjave, ki so očitno pravilne in zato njihove pravilnosti ni treba dokazovati.

Izreki ali **teoremi** so izjave, ki so pravilne, vendar pa njihova pravilnost ni očitna. Pravilnost izreka (teorema) moramo potrditi z dokazom, ki temelji na aksiomih in na preprostejših že prej dokazanih izrekih.

24 / 40

Pomen izjav v matematiki

Aksiomi so najpreprostejše izjave, ki so očitno pravilne in zato njihove pravilnosti ni treba dokazovati.

Izreki ali **teoremi** so izjave, ki so pravilne, vendar pa njihova pravilnost ni očitna. Pravilnost izreka (teorema) moramo potrditi z dokazom, ki temelji na aksiomih in na preprostejših že prej dokazanih izrekih.

Definicije so izjave, s katerimi uvajamo nove pojme. Najpreprostejših pojmov v matematiki ne opisujemo z definicijami (to so pojmi kot npr.: število, premica ipd.); vsak nadaljnji pojem pa moramo definirati, zato da se nedvoumno ve, o čem govorimo.

24 / 40

∢□▶∢圖▶∢臺▶∢臺▶

Množica



Jan Kastelic (GAA)

Množica

Množica je skupek elementov, ki imajo neko skupno lastnost.



25 / 40

Množica

Množica je skupek elementov, ki imajo neko skupno lastnost.

Množica je določena, če:

25 / 40

Množica

Množica je skupek elementov, ki imajo neko skupno lastnost.

Množica je določena, če:

• lahko naštejemo vse njene elemente ali

25 / 40

Množica

Množica je skupek elementov, ki imajo neko skupno lastnost.

Množica je določena, če:

- lahko naštejemo vse njene elemente ali
- poznamo pravilo/skupno lastnost, ki pove, kateri elementi so v množici.

25 / 40

Množica

Množica je skupek elementov, ki imajo neko skupno lastnost.

Množica je določena, če:

- lahko naštejemo vse njene elemente ali
- poznamo pravilo/skupno lastnost, ki pove, kateri elementi so v množici.

Označujemo jih z velikimi črkami (A, B, C... ali A, B, C...).



25/40

Množica

Množica je skupek elementov, ki imajo neko skupno lastnost.

Množica je določena, če:

- lahko naštejemo vse njene elemente ali
- poznamo pravilo/skupno lastnost, ki pove, kateri elementi so v množici.

Označujemo jih z velikimi črkami (A, B, C... ali A, B, C...).

Univerzalna množica



25/40

Množica

Množica je skupek elementov, ki imajo neko skupno lastnost.

Množica je določena, če:

- lahko naštejemo vse njene elemente ali
- poznamo pravilo/skupno lastnost, ki pove, kateri elementi so v množici.

Označujemo jih z velikimi črkami (A, B, C... ali A, B, C...).

Univerzalna množica

Univerzalna množica ali **univerzum** (\mathcal{U}) je množica vseh elementov, ki v danem primeru nastopajo oziroma jih opazujemo.

Element množice je objekt v množici.



26 / 40

Element množice je objekt v množici.

Označujemo jih z malimi črkami $(a, b, c \dots)$.

Element množice je objekt v množici.

Označujemo jih z malimi črkami $(a, b, c \dots)$.

Elemente množice zapisujemo v zavitem oklepaju (npr. $A = \{a, b, c\}$).

Element množice je objekt v množici.

Označujemo jih z malimi črkami $(a, b, c \dots)$.

Elemente množice zapisujemo v zavitem oklepaju (npr. $A = \{a, b, c\}$).

Element je lahko vsebovan v množici (npr. $a \in A$) ali pa v množici ni vsebovan (npr. $d \notin A$).



Element množice je objekt v množici.

Označujemo jih z malimi črkami $(a, b, c \dots)$.

Elemente množice zapisujemo v zavitem oklepaju (npr. $A = \{a, b, c\}$).

Element je lahko vsebovan v množici (npr. $a \in A$) ali pa v množici ni vsebovan (npr. $d \notin A$).

Prazna množica



Jan Kastelic (GAA)

Element množice je objekt v množici.

Označujemo jih z malimi črkami $(a, b, c \dots)$.

Elemente množice zapisujemo v zavitem oklepaju (npr. $A = \{a, b, c\}$).

Element je lahko vsebovan v množici (npr. $a \in A$) ali pa v množici ni vsebovan (npr. $d \notin A$).

Prazna množica

Prazna množica $(\emptyset, \{\})$ je množica, ki ne vsebuje nobenega elementa.

Jan Kastelic (GAA)

▼ロト ▼御ト ▼重ト ▼重ト ・ 重・ 夕9℃

Moč množice



27 / 40

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

Moč množice

Število elementov v množici predstavlja moč množice.



27 / 40

Moč množice

Število elementov v množici predstavlja **moč množice**. Oznaka: $\mathbf{m}(A)$ ali |A|.

27 / 40

Moč množice

Število elementov v množici predstavlja **moč množice**. Oznaka: $\mathbf{m}(A)$ ali |A|.

Množica je lahko:

Moč množice

Število elementov v množici predstavlja **moč množice**. Oznaka: $\mathbf{m}(\mathcal{A})$ ali $|\mathcal{A}|$.

Množica je lahko:

• končna množica – vsebuje končno mnogo elementov: $\mathbf{m}(\mathcal{A}) = \mathbf{n}$;



27 / 40

Moč množice

Število elementov v množici predstavlja **moč množice**. Oznaka: $\mathbf{m}(\mathcal{A})$ ali $|\mathcal{A}|$.

Množica je lahko:

- končna množica vsebuje končno mnogo elementov: $\mathbf{m}(A) = \mathbf{n}$;
- neskončna množica vsebuje neskončno mnogo elementov: $\mathbf{m}(A) = \infty$.

27 / 40

Moč množice

Število elementov v množici predstavlja **moč množice**. Oznaka: $\mathbf{m}(\mathcal{A})$ ali $|\mathcal{A}|$.

Množica je lahko:

- **končna množica** vsebuje končno mnogo elementov: $\mathbf{m}(A) = \mathbf{n}$;
- neskončna množica vsebuje neskončno mnogo elementov: $\mathbf{m}(A) = \infty$.

Če ima množica toliko elementov, kot jih ima množica naravnih števil, je ta števno neskončna.

Moč množice

Število elementov v množici predstavlja **moč množice**. Oznaka: $\mathbf{m}(\mathcal{A})$ ali $|\mathcal{A}|$.

Množica je lahko:

- **končna množica** vsebuje končno mnogo elementov: $\mathbf{m}(A) = \mathbf{n}$;
- neskončna množica vsebuje neskončno mnogo elementov: $\mathbf{m}(\mathcal{A}) = \infty$.

Če ima množica toliko elementov, kot jih ima množica naravnih števil, je ta števno neskončna. Njeno moč pišemo kot: $m(A) = \aleph_0$.

Moč množice

Število elementov v množici predstavlja **moč množice**. Oznaka: $\mathbf{m}(\mathcal{A})$ ali $|\mathcal{A}|$.

Množica je lahko:

- **končna množica** vsebuje končno mnogo elementov: $\mathbf{m}(A) = \mathbf{n}$;
- neskončna množica vsebuje neskončno mnogo elementov: $\mathbf{m}(\mathcal{A}) = \infty$.

Če ima množica toliko elementov, kot jih ima množica naravnih števil, je ta števno neskončna. Njeno moč pišemo kot: $m(A) = \aleph_0$.

Za množici, ki imata isto moč, rečemo, da sta **ekvipolentni** oziroma **ekvipotentni**.

Osnove teorije množic

Naštejte elemente množice in zapišite njeno moč, če je $\mathcal{U}=\mathbb{N}.$



28 / 40

Naštejte elemente množice in zapišite njeno moč, če je $\mathcal{U}=\mathbb{N}.$

- $A = \{x; x \mid 24\}$
- $\mathcal{B} = \{x; 3 < x \le 7\}$
- $C = \{x; x = 4k \land k \in \mathbb{N} \land k \leq 5\}$
- $\mathcal{D} = \{x; x = 3k + 2 \land k \in \mathbb{N} \land (4 < k \le 8)\}$

28 / 40

Naštejte elemente množice in zapišite njeno moč, če je $\mathcal{U}=\mathbb{N}.$

- $A = \{x; x \mid 24\}$
- $\mathcal{B} = \{x; 3 < x \le 7\}$
- $C = \{x; x = 4k \land k \in \mathbb{N} \land k \leq 5\}$
- $\mathcal{D} = \{x; x = 3k + 2 \land k \in \mathbb{N} \land (4 < k \le 8)\}$

Naloga

Naj bo $\mathcal{U}=\mathbb{N}$. Zapišite množico tako, da našteješ njene elemente. Določite še njeno moč.

28 / 40

Naštejte elemente množice in zapišite njeno moč, če je $\mathcal{U}=\mathbb{N}.$

- $A = \{x; x \mid 24\}$
- $\mathcal{B} = \{x; 3 < x \le 7\}$
- $C = \{x; x = 4k \land k \in \mathbb{N} \land k \leq 5\}$
- $\mathcal{D} = \{x; x = 3k + 2 \land k \in \mathbb{N} \land (4 < k \le 8)\}$

Naloga

Naj bo $\mathcal{U}=\mathbb{N}$. Zapišite množico tako, da našteješ njene elemente. Določite še njeno moč

- Množica vseh deliteljev števila 18.
- Množica praštevil, ki so manjša od 20.
- Množica večkratnikov števila 5, ki so večji od 50 in manjši ali enaki 70.

Zapišite množico s simboli.



Zapišite množico s simboli.

- Množica vseh sodih naravnih števil.
- Množica vseh naravnih števil, ki dajo pri deljenju s 7 ostanek 5.

29 / 40

Zapišite množico s simboli.

- Množica vseh sodih naravnih števil.
- Množica vseh naravnih števil, ki dajo pri deljenju s 7 ostanek 5.

Naloga

Podane so množice tako, da so našteti njihovi elementi. Množice zapišite s simboli.

Zapišite množico s simboli.

- Množica vseh sodih naravnih števil.
- Množica vseh naravnih števil, ki dajo pri deljenju s 7 ostanek 5.

Naloga

Podane so množice tako, da so našteti njihovi elementi. Množice zapišite s simboli.

- $A = \{1, 2, 3, 6\}$
- $\mathcal{B} = \{6, 12, 18, 24, 30\}$
- \bullet $C = \{10, 12, 14, 16, 18, 20\}$
- $\mathcal{D} = \{2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024\}$
- \bullet $\mathcal{E} = \{1, 4, 9, 16, 25, 36, 49\}$

4D > 4 P > 4 E > 4 E > E 900

Osnove teorije množic



30 / 40

Množica $\mathcal B$ je **podmnožica** množice $\mathcal A$, če za vsak element iz $\mathcal B$ velja, da je tudi element množice $\mathcal A$.

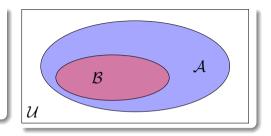
Množica $\mathcal B$ je **podmnožica** množice $\mathcal A$, če za vsak element iz $\mathcal B$ velja, da je tudi element množice $\mathcal A$.

$$\mathcal{B} \subseteq \mathcal{A} \Leftrightarrow \forall x \in \mathcal{B} \Rightarrow x \in \mathcal{A}$$

30 / 40

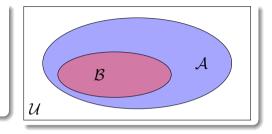
Množica $\mathcal B$ je **podmnožica** množice $\mathcal A$, če za vsak element iz $\mathcal B$ velja, da je tudi element množice $\mathcal A$.

$$\mathcal{B} \subseteq \mathcal{A} \Leftrightarrow \forall x \in \mathcal{B} \Rightarrow x \in \mathcal{A}$$



Množica $\mathcal B$ je **podmnožica** množice $\mathcal A$, če za vsak element iz $\mathcal B$ velja, da je tudi element množice $\mathcal A$.

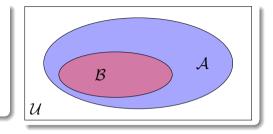
$$\mathcal{B} \subseteq \mathcal{A} \Leftrightarrow \forall x \in \mathcal{B} \Rightarrow x \in \mathcal{A}$$



• $\forall \mathcal{A}: \mathcal{A} \subseteq \mathcal{A}$ – Vsaka množica je podmnožica same sebe.

Množica $\mathcal B$ je **podmnožica** množice $\mathcal A$, če za vsak element iz $\mathcal B$ velja, da je tudi element množice $\mathcal A$.

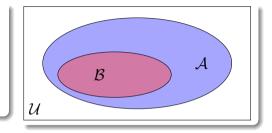
$$\mathcal{B} \subseteq \mathcal{A} \Leftrightarrow \forall x \in \mathcal{B} \Rightarrow x \in \mathcal{A}$$



- $\forall \mathcal{A}: \mathcal{A} \subseteq \mathcal{A}$ Vsaka množica je podmnožica same sebe.
- $\forall A : \emptyset \subseteq A$ Prazna množica je podmnožica vsake množice.

Množica $\mathcal B$ je **podmnožica** množice $\mathcal A$, če za vsak element iz $\mathcal B$ velja, da je tudi element množice $\mathcal A$.

$$\mathcal{B} \subseteq \mathcal{A} \Leftrightarrow \forall x \in \mathcal{B} \Rightarrow x \in \mathcal{A}$$

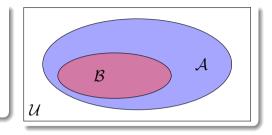


- $\forall A : A \subseteq A$ Vsaka množica je podmnožica same sebe.
- $\forall A : \emptyset \subseteq A$ Prazna množica je podmnožica vsake množice.

Moč podmnožice \mathcal{B} množice \mathcal{A} je manjša ali enaka moči množice \mathcal{A} :

Množica \mathcal{B} je **podmnožica** množice \mathcal{A} , če za vsak element iz \mathcal{B} velja, da je tudi element množice A

$$\mathcal{B} \subseteq \mathcal{A} \Leftrightarrow \forall x \in \mathcal{B} \Rightarrow x \in \mathcal{A}$$



- $\forall A : A \subseteq A$ Vsaka množica je podmnožica same sebe.
- $\forall \mathcal{A} : \emptyset \subseteq \mathcal{A}$ Prazna množica je podmnožica vsake množice.

Moč podmnožice \mathcal{B} množice \mathcal{A} je manjša ali enaka moči množice \mathcal{A} :

$$\mathcal{B} \subseteq \mathcal{A} \Rightarrow m(\mathcal{B}) \leq m(\mathcal{A})$$

4 - > 4 - - > 4 - - > 4 - - >

MATEMATIKA

4日 → 4団 → 4 三 → 4 三 → 9 Q ©

$$\mathcal{A} = \mathcal{B} \Leftrightarrow (\mathcal{A} \subseteq \mathcal{B}) \wedge (\mathcal{B} \subseteq \mathcal{A})$$



31 / 40

$$\mathcal{A} = \mathcal{B} \Leftrightarrow (\mathcal{A} \subseteq \mathcal{B}) \wedge (\mathcal{B} \subseteq \mathcal{A})$$

Podmnožica \mathcal{B} množice \mathcal{A} , ki ni enaka množici \mathcal{A} , je **prava podmnožica** množice \mathcal{A} .



31 / 40

$$\mathcal{A} = \mathcal{B} \Leftrightarrow (\mathcal{A} \subseteq \mathcal{B}) \wedge (\mathcal{B} \subseteq \mathcal{A})$$

Podmnožica \mathcal{B} množice \mathcal{A} , ki ni enaka množici \mathcal{A} , je **prava podmnožica** množice \mathcal{A} .

Potenčna množica



31 / 40

$$\mathcal{A} = \mathcal{B} \Leftrightarrow (\mathcal{A} \subseteq \mathcal{B}) \wedge (\mathcal{B} \subseteq \mathcal{A})$$

Podmnožica \mathcal{B} množice \mathcal{A} , ki ni enaka množici \mathcal{A} , je **prava podmnožica** množice \mathcal{A} .

Potenčna množica

Potenčna množica množice A je množica vseh podmnožic množice A.



31 / 40

$$\mathcal{A} = \mathcal{B} \Leftrightarrow (\mathcal{A} \subseteq \mathcal{B}) \wedge (\mathcal{B} \subseteq \mathcal{A})$$

Podmnožica \mathcal{B} množice \mathcal{A} , ki ni enaka množici \mathcal{A} , je **prava podmnožica** množice \mathcal{A} .

Potenčna množica

Potenčna množica množice \mathcal{A} je množica vseh podmnožic množice \mathcal{A} .

Oznaka: $\mathcal{PA} / \mathcal{P}(\mathcal{A})$.



31 / 40

$$\mathcal{A} = \mathcal{B} \Leftrightarrow (\mathcal{A} \subseteq \mathcal{B}) \wedge (\mathcal{B} \subseteq \mathcal{A})$$

Podmnožica \mathcal{B} množice \mathcal{A} , ki ni enaka množici \mathcal{A} , je **prava podmnožica** množice \mathcal{A} .

Potenčna množica

Potenčna množica množice \mathcal{A} je množica vseh podmnožic množice \mathcal{A} .

Oznaka: $\mathcal{PA} / \mathcal{P}(\mathcal{A})$.

$$\mathcal{PA} = \{\mathcal{X}; \mathcal{X} \subseteq \mathcal{A}\}$$



31 / 40

$$\mathcal{A} = \mathcal{B} \Leftrightarrow (\mathcal{A} \subseteq \mathcal{B}) \wedge (\mathcal{B} \subseteq \mathcal{A})$$

Podmnožica \mathcal{B} množice \mathcal{A} , ki ni enaka množici \mathcal{A} , je **prava podmnožica** množice \mathcal{A} .

Potenčna množica

Potenčna množica množice \mathcal{A} je množica vseh podmnožic množice \mathcal{A} .

Oznaka: $\mathcal{PA} / \mathcal{P}(\mathcal{A})$.

$$\mathcal{P}\mathcal{A} = \{\mathcal{X}; \mathcal{X} \subseteq \mathcal{A}\}$$

$$m(\mathcal{P}\mathcal{A})=2^{m(\mathcal{A})}$$

4 D > 4 D > 4 B > 4 B > B = 900

31 / 40

$$\mathcal{A} = \mathcal{B} \Leftrightarrow (\mathcal{A} \subseteq \mathcal{B}) \wedge (\mathcal{B} \subseteq \mathcal{A})$$

Podmnožica \mathcal{B} množice \mathcal{A} , ki ni enaka množici \mathcal{A} , je **prava podmnožica** množice \mathcal{A} .

Potenčna množica

Potenčna množica množice \mathcal{A} je množica vseh podmnožic množice \mathcal{A} .

Oznaka: $\mathcal{PA} / \mathcal{P}(\mathcal{A})$.

$$\mathcal{P}\mathcal{A} = \{\mathcal{X}; \mathcal{X} \subseteq \mathcal{A}\}$$

$$m(\mathcal{P}\mathcal{A})=2^{m(\mathcal{A})}$$

Potenčna množica ni nikoli prazna – vsebuje vsaj prazno množico.

Osnove teorije množic

???



${\sf Naloga}$

???



Osnove teorije množic

???



???

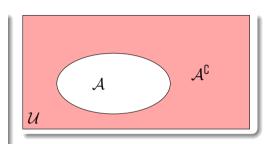
- (

Operacije z množicami

Komplement množice

Komplement množice \mathcal{A} (glede na izbrani univerzum \mathcal{U}) je množica vseh elementov, ki so v množici \mathcal{U} in niso v množici \mathcal{A} . Oznaka: $\mathcal{A}^{\complement} / \mathcal{A}'$.

$$\mathcal{A}^{\complement} = \{x; x \in \mathcal{U} \land x \notin \mathcal{A}\}$$



$$\left(\mathcal{A}^{\complement}
ight)^{\complement}=\mathcal{A}$$

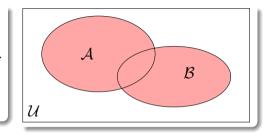


34 / 40

Unija množic

Unija množic \mathcal{A} in \mathcal{B} je množica vseh elementov, ki pripadajo množici \mathcal{A} ali množici \mathcal{B} . Oznaka: $\mathcal{A} \cup \mathcal{B}$.

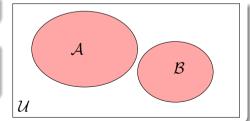
$$\mathcal{A} \cup \mathcal{B} = \{x; x \in \mathcal{A} \lor x \in \mathcal{B}\}$$



$$\mathcal{A}\cup\mathcal{A}^\complement=\mathcal{U}$$

$$A \cup \emptyset = A$$

$$A \cup \mathcal{U} = \mathcal{U}$$

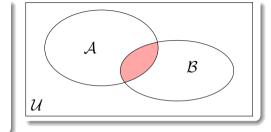


Presek množic

Presek množic \mathcal{A} in \mathcal{B} je množica vseh elementov, ki hkrati pripadajo množici \mathcal{A} in množici \mathcal{B} .

Oznaka: $A \cap B$.

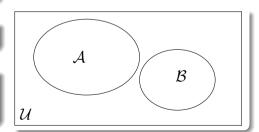
$$A \cap B = \{x; x \in A \land x \in B\}$$



$$\mathcal{A}\cap\mathcal{A}^\complement=\emptyset$$

$$\mathcal{A} \cap \emptyset = \emptyset$$

$$A \cap \mathcal{U} = A$$



Za množici ${\mathcal A}$ in ${\mathcal B}$ velja:

$$m(A \cup B) = m(A) + m(B) - m(A \cap B)$$

Množici, katerih presek je prazna množica, sta disjunktni množici.

$$A \cap B = \emptyset \Rightarrow m(A \cap B) = 0$$

$$A \cap B = \emptyset \Rightarrow m(A \cup B) = m(A) + m(B)$$

Komutativnost unije in preseka

$$A \cup B = B \cup A$$

$$A \cap B = B \cap A$$

Asociativnost unije in preseka

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$$

Distribustvnostna zakona za unijo in presek

$$(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$$

$$(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$$

De Morganova zakona

Komplement preseka dveh množic je enak uniji komplementov obeh množic:

$$(\mathcal{A}\cap\mathcal{B})^{\complement}=\mathcal{A}^{\complement}\cup\mathcal{B}^{\complement}.$$

Komplement unije dveh množic je enak preseku komplementov obeh množic:

$$(\mathcal{A}\cup\mathcal{B})^{\complement}=\mathcal{A}^{\complement}\cap\mathcal{B}^{\complement}.$$

25. september 2024

Razlika množic

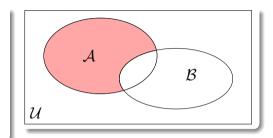
Razlika množic \mathcal{A} in \mathcal{B} je množica tistih elementov, ki pripadajo množici ${\cal A}$ in hkrati ne pripadajo množici \mathcal{B} .

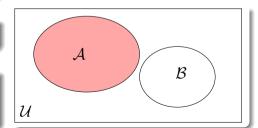
Oznaka: $A \setminus B / A - B$.

$$A \setminus B = \{x; x \in A \land x \notin B\}$$

$$\mathcal{A}\setminus\mathcal{B}=\mathcal{A}\cap\mathcal{B}^\complement$$

$$A \setminus B \neq B \setminus A$$
 $A \setminus A = \emptyset$





Kartezični produkt množic

Kartezični produkt (nepraznih) množic \mathcal{A} in \mathcal{B} je množica urejenih parov (x, y), pri čemer je $x \in \mathcal{A}$ in $y \in \mathcal{B}$.

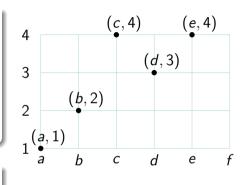
Oznaka: $A \times B$.

$$\mathcal{A} \times \mathcal{B} = \{(x, y); x \in \mathcal{A} \land y \in \mathcal{B}\}$$

$$x \neq y \Rightarrow (x, y) \neq (y, x)$$

 $A \neq B \Rightarrow A \times B \neq B \times A$

$$m(A \times B) = m(A) \cdot m(B)$$



$$\mathcal{A} \times \mathcal{B}$$

$$\mathcal{A} = \{a, b, c, d, e, f\}$$

$$\mathcal{B} = \{1, 2, 3, 4\}$$