9.4 Graf funkcije

Graf Γ_f funkcije $f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ je množica urejenih parov $(x, y) \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y}$, kjer element x preteče celotno definicijsko območje D_f funkcije, element y pa je slika pripadajočega x, torej $y = f(x)$.

$$\Gamma_f = \{(x, y) \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y}; x \in D_f \wedge y = f(x)\}$$

Urejene pare iz množice Γ_f lahko upodobimo v koordinatnem sistemu.

Vsakemu elementu $(x, f(x))$ iz zgornje množice pripada natanko ena točka v koordinatnem sistemu, katere abscisa je enaka x, ordinata pa je njegova slika $f(x)$.

V ničli graf funkcije seka abscisno os, v začetni vrednosti pa ordinatno os.

9.5 Naraščanje in padanje

Naraščajoča funkcija

Funkcija f je na intervalu (a, b) **naraščajoča**, če za poljubna $x_1, x_2 \in (a, b)$, kjer je $x_1 < x_2$, velja $f(x_1) \leqslant f(x_2)$.

Funkcija f je na intervalu (a, b) **strogo naraščajoča**, če za poljubna $x_1, x_2 \in (a, b)$, kjer je $x_1 < x_2$, velja $f(x_1) < f(x_2)$.

Padajoča funkcija

Funkcija f je na intervalu (a, b) **padajoča**, če za poljubna $x_1, x_2 \in (a, b)$, kjer je $x_1 < x_2$, velja $f(x_1) \geqslant f(x_2)$.

Funkcija f je na intervalu (a, b) **strogo padajoča**, če za poljubna $x_1, x_2 \in (a, b)$, kjer je $x_1 < x_2$, velja $f(x_1) > f(x_2)$.

9.6 Injektivnost in surjektivnost

Surjektivnost

Funkcija $f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ je **surjektivna**, če je zaloga vrednosti Z_f funkcije enaka njeni kodomeni $\mathcal{Y}$ – vsak element kodomene $\mathcal{Y}$ je slika vsaj enega elementa iz domene $\mathcal{X}$.

$$\forall y \in \mathcal{Y}. \exists x \in \mathcal{X} \ni: f(x) = y$$

Injektivnost

Funkcija $f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ je **injektivna**, če se dva poljubna različna originala iz domene $\mathcal{X}$ preslikata v različni sliki v kodomeni $\mathcal{Y}$ – vsak element kodomene $\mathcal{Y}$ je slika kvečjemu enega elementa iz domene $\mathcal{X}$.

$$\forall x, y \in \mathcal{X} : f(x) = f(y) \Rightarrow x = y$$

Funkcija $f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ je **bijektivna**, če je injektivna in surjektivna hkrati – vsak element iz kodomene $\mathcal{Y}$ je slika natanko enega elementa domene $\mathcal{X}$.

Naloga 9.6. *Zapišite in narišite grafe funkcij ter zapišite začetne vrednosti in ničle funkcije. Določite, kje je funkcija naraščajoča oziroma padajoča, ter preverite surjektivnost in injektivnost.*

- $f(x) = x \qquad D_f = \mathbb{R}$
- $g(x) = -2x + 1 \qquad D_g = \mathbb{R}$
- $h(x) = x^2 - 1 \qquad D_h = \mathbb{R}$
- $i(x) = \dfrac{1}{x^2} \qquad D_i = \left\{-2, -1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1, 2\right\}$
- $j(x) = \dfrac{x+2}{x-3} \qquad D_j = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$