

MATEMATIKA

1. letnik – splošna gimnazija

Jan Kastelic

Gimnazija Antona Aškerca,
Šolski center Ljubljana

2. april 2025

1 Funkcija

Section 1

Funkcija

1 Funkcija

- Funkcija
- Linearna funkcija
- Predpis linearne funkcije
- Graf linearne funkcije

Preslikava

Preslikava

Preslikava

Preslikava

Preslikava

Naj bosta \mathcal{X} in \mathcal{Y} neprazni množici.

Preslikava

Preslikava

Naj bosta \mathcal{X} in \mathcal{Y} neprazni množici.

Preslikava f sestoji iz:

$f :$

Preslikava

Preslikava

Naj bosta \mathcal{X} in \mathcal{Y} neprazni množici.

Preslikava f sestoji iz:

- množice \mathcal{X} , ki ji pravimo **domena**,

$$f : \mathcal{X}$$

Preslikava

Preslikava

Naj bosta \mathcal{X} in \mathcal{Y} neprazni množici.

Preslikava f sestoji iz:

- množice \mathcal{X} , ki ji pravimo **domena**,
- množice \mathcal{Y} , ki ji pravimo **kodomena** in

$$f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$$

Preslikava

Preslikava

Naj bosta \mathcal{X} in \mathcal{Y} neprazni množici.

Preslikava f sestoji iz:

- množice \mathcal{X} , ki ji pravimo **domena**,
- množice \mathcal{Y} , ki ji pravimo **kodomena** in
- **prirejanja**, ki vsakemu elementu x domene priredi natanko en element y kodomene.

$$f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$$

$$f : x \mapsto y$$

Preslikava

Preslikava

Naj bosta \mathcal{X} in \mathcal{Y} neprazni množici.

Preslikava f sestoji iz:

- množice \mathcal{X} , ki ji pravimo **domena**,
- množice \mathcal{Y} , ki ji pravimo **kodomena** in
- **prirejanja**, ki vsakemu elementu x domene priredi natanko en element y kodomene.

$$f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$$

$$f : x \mapsto y$$

Elemente x kodomene \mathcal{X} imenujemo **originali** preslikave.

Preslikava

Preslikava

Naj bosta \mathcal{X} in \mathcal{Y} neprazni množici.

Preslikava f sestoji iz:

- množice \mathcal{X} , ki ji pravimo **domena**,
- množice \mathcal{Y} , ki ji pravimo **kodomena** in
- **prirejanja**, ki vsakemu elementu x domene priredi natanko en element y kodomene.

$$f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$$

$$f : x \mapsto y$$

Elemente x kodomene \mathcal{X} imenujemo **originali** preslikave.

Če elementu x priredimo element y iz kodomene, potem y imenujemo **slika** elementa x .

Preslikava

Preslikava

Naj bosta \mathcal{X} in \mathcal{Y} neprazni množici.

Preslikava f sestoji iz:

- množice \mathcal{X} , ki ji pravimo **domena**,
- množice \mathcal{Y} , ki ji pravimo **kodomena** in
- **prirejanja**, ki vsakemu elementu x domene priredi natanko en element y kodomene.

$$f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$$

$$f : x \mapsto y$$

Elemente x kodomene \mathcal{X} imenujemo **originali** preslikave.

Če elementu x priredimo element y iz kodomene, potem y imenujemo **slika** elementa x .

Preslikavo lahko podamo s predpisom, puščičnim diagramom, besednim opisom ...

Funkcija

Funkcija

Funkcija

Funkcija

Funkcija

Naj bosta \mathcal{X} in \mathcal{Y} neprazni številski množici.

Funkcija

Funkcija

Naj bosta \mathcal{X} in \mathcal{Y} neprazni številski množici.

Funkcija f je preslikava med številskima množicama \mathcal{X} in \mathcal{Y} :

Funkcija

Funkcija

Naj bosta \mathcal{X} in \mathcal{Y} neprazni številski množici.

Funkcija f je preslikava med številskima množicama \mathcal{X} in \mathcal{Y} :

$$f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}.$$

Funkcija

Funkcija

Naj bosta \mathcal{X} in \mathcal{Y} neprazni številski množici.

Funkcija f je preslikava med številskima množicama \mathcal{X} in \mathcal{Y} :

$$f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}.$$

Število y je **funkcijska vrednost** števila x , če se število x preslika v število y .

$$f(x) = y$$

Funkcija

Funkcija

Naj bosta \mathcal{X} in \mathcal{Y} neprazni številske množici.

Funkcija f je preslikava med številskima množicama \mathcal{X} in \mathcal{Y} :

$$f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}.$$

Število y je **funkcijska vrednost** števila x , če se število x preslika v število y .

$$f(x) = y$$

x je neodvisna spremenljivka, $f(x)$ je od x odvisna spremenljivka.

V nekaterih primerih za opis funkcije uporabimo poseben izraz:

V nekaterih primerih za opis funkcije uporabimo poseben izraz:

- $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}; \mathcal{X} \subseteq \mathbb{R}$ – realna funkcija realne spremenljivke;

V nekaterih primerih za opis funkcije uporabimo poseben izraz:

- $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}; \mathcal{X} \subseteq \mathbb{R}$ – realna funkcija realne spremenljivke;
- $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}; \mathcal{X} \subseteq \mathbb{N}$ – realna funkcija naravne spremenljivke;

V nekaterih primerih za opis funkcije uporabimo poseben izraz:

- $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}; \mathcal{X} \subseteq \mathbb{R}$ – realna funkcija realne spremenljivke;
- $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}; \mathcal{X} \subseteq \mathbb{N}$ – realna funkcija naravne spremenljivke;
- $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{N}; \mathcal{X} \subseteq \mathbb{R}$ – naravna funkcija realne spremenljivke;

V nekaterih primerih za opis funkcije uporabimo poseben izraz:

- $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}; \mathcal{X} \subseteq \mathbb{R}$ – realna funkcija realne spremenljivke;
- $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}; \mathcal{X} \subseteq \mathbb{N}$ – realna funkcija naravne spremenljivke;
- $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{N}; \mathcal{X} \subseteq \mathbb{R}$ – naravna funkcija realne spremenljivke;
- $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{N}; \mathcal{X} \subseteq \mathbb{N}$ – naravna funkcija naravne spremenljivke.

Definicijsko območje in zaloga vrednosti

Definicijsko območje in zaloga vrednosti

Definicijsko območje

Definicijsko območje in zaloga vrednosti

Definicijsko območje

Definicijsko območje preslikave ali funkcije $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$ je množica vseh originalov, ki jih v danem primeru opazujemo. Oznaka: D_f .

Definicijsko območje in zaloga vrednosti

Definicijsko območje

Definicijsko območje preslikave ali funkcije $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$ je množica vseh originalov, ki jih v danem primeru opazujemo. Oznaka: D_f .

Za definicijsko območje navadno vzamemo največjo možno množico, za katero je predpis funkcije veljaven/definiran.

Definicijsko območje in zaloga vrednosti

Definicijsko območje

Definicijsko območje preslikave ali funkcije $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$ je množica vseh originalov, ki jih v danem primeru opazujemo. Oznaka: D_f .

Za definicijsko območje navadno vzamemo največjo možno množico, za katero je predpis funkcije veljaven/definiran.

Zaloga vrednosti

Definicijsko območje in zaloga vrednosti

Definicijsko območje

Definicijsko območje preslikave ali funkcije $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$ je množica vseh originalov, ki jih v danem primeru opazujemo. Oznaka: D_f .

Za definicijsko območje navadno vzamemo največjo možno množico, za katero je predpis funkcije veljaven/definiran.

Zaloga vrednosti

Zaloga vrednosti preslikave ali funkcije $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$ je množica vseh slik oziroma funkcijskih vrednosti. Oznaka: Z_f .

Definicijsko območje in zaloga vrednosti

Definicijsko območje

Definicijsko območje preslikave ali funkcije $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$ je množica vseh originalov, ki jih v danem primeru opazujemo. Oznaka: D_f .

Za definicijsko območje navadno vzamemo največjo možno množico, za katero je predpis funkcije veljaven/definiran.

Zaloga vrednosti

Zaloga vrednosti preslikave ali funkcije $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$ je množica vseh slik oziroma funkcijskih vrednosti. Oznaka: Z_f .

Zaloga vrednosti Z_f je podmnožica kodomene \mathcal{Y} : $Z_f \subseteq \mathcal{Y}$.

Naloga

Funkcijo $f : A \rightarrow B$ predstavite s tabelo. Izračunajte, kam posamezna funkcija preslika $x = 1$.

- $A = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$, $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, $f(x) = |x| + 1$

- $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \mathbb{N}$, $f(x) = 2x + 1$

- $A = B = \{\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1, 2, 3\}$, $f(x) = \frac{1}{x}$

Naloga

Funkcijo $f : A \rightarrow B$ predstavite s tabelo. Izračunajte, kam posamezna funkcija preslika $x = 1$.

- $A = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$, $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, $f(x) = |x| + 1$
- $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \mathbb{N}$, $f(x) = 2x + 1$
- $A = B = \{\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1, 2, 3\}$, $f(x) = \frac{1}{x}$

Naloga

Tabelirajte funkcijo $g(x) = 2x + |x|$ od -3 do 3 s korakom 1 .

Naloga

Zapišite definicijska območja funkcij.

- $f(x) = \frac{-7}{x+1}$

- $g(x) = \frac{1}{(x+2)(x+6)}$

- $h(x) = \frac{3x^2+1}{5}$

- $i(x) = \sqrt{x-2}$

- $j(x) = x^3 - \frac{2}{3}$

- $k(x) = \sqrt{x^2+7}$

- $l(x) = \frac{3}{x}$

- $m(x) = \frac{x^2+1}{x^2-5x-6}$

Nižla in začetna vrednost funkcije

Nižla in začetna vrednost funkcije

Nižla funkcije

Nižla in začetna vrednost funkcije

Nižla funkcije

Nižla funkcije $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$ je tista vrednost $x_0 \in \mathcal{X}$ neodvisne spremenljivke, pri kateri je vrednost funkcije f enaka 0: $f(x_0) = 0$.

Ničla in začetna vrednost funkcije

Ničla funkcije

Ničla funkcije $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$ je tista vrednost $x_0 \in \mathcal{X}$ neodvisne spremenljivke, pri kateri je vrednost funkcije f enaka 0: $f(x_0) = 0$.

Ničle funkcije f poiščemo tako, da rešimo enačbo $f(x) = 0$.

Ničla in začetna vrednost funkcije

Ničla funkcije

Ničla funkcije $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$ je tista vrednost $x_0 \in \mathcal{X}$ neodvisne spremenljivke, pri kateri je vrednost funkcije f enaka 0: $f(x_0) = 0$.

Ničle funkcije f poiščemo tako, da rešimo enačbo $f(x) = 0$.

Ničle so le tiste izmed vrednosti, ki ležijo v definicijskem območju D_f funkcije f .

Ničla in začetna vrednost funkcije

Ničla funkcije

Ničla funkcije $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$ je tista vrednost $x_0 \in \mathcal{X}$ neodvisne spremenljivke, pri kateri je vrednost funkcije f enaka 0: $f(x_0) = 0$.

Ničle funkcije f poiščemo tako, da rešimo enačbo $f(x) = 0$.

Ničle so le tiste izmed vrednosti, ki ležijo v definicijskem območju D_f funkcije f .

Začetna vrednost

Ničla in začetna vrednost funkcije

Ničla funkcije

Ničla funkcije $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$ je tista vrednost $x_0 \in \mathcal{X}$ neodvisne spremenljivke, pri kateri je vrednost funkcije f enaka 0: $f(x_0) = 0$.

Ničle funkcije f poiščemo tako, da rešimo enačbo $f(x) = 0$.

Ničle so le tiste izmed vrednosti, ki ležijo v definicijskem območju D_f funkcije f .

Začetna vrednost

Začetna vrednost funkcije $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$ je funkcijska vrednost pri $x = 0$, to je $f(0)$.

Ničla in začetna vrednost funkcije

Ničla funkcije

Ničla funkcije $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$ je tista vrednost $x_0 \in \mathcal{X}$ neodvisne spremenljivke, pri kateri je vrednost funkcije f enaka 0: $f(x_0) = 0$.

Ničle funkcije f poiščemo tako, da rešimo enačbo $f(x) = 0$.

Ničle so le tiste izmed vrednosti, ki ležijo v definicijskem območju D_f funkcije f .

Začetna vrednost

Začetna vrednost funkcije $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$ je funkcijska vrednost pri $x = 0$, to je $f(0)$.

Začetna vrednost obstaja le, če je 0 v definicijskem območju funkcije f : $0 \in D_f$.

Naloga

Izračunajte ničle funkcij.

- $f(x) = \frac{4}{5} - 6x$

- $g(x) = x^2 - 7x + 12$

- $h(x) = \frac{3x + 6}{5}$

- $i(x) = x^2 - 9$

- $j(x) = x^2 + 1$

- $k(x) = x^2 - 3x^2 - 4x + 12$

- $l(x) = \sqrt{x + 7}$

- $m(x) = \frac{3}{x}$

Naloga

Izračunajte začetne vrednosti funkcij.

- $f(x) = \frac{4}{5} - 6x$

- $g(x) = x^2 - 7x + 12$

- $h(x) = \frac{3x + 6}{5}$

- $i(x) = x^2 - 9$

- $j(x) = x^2 - 3x^2 - 4x + 12$

- $k(x) = \sqrt{x + 7}$

- $l(x) = \frac{3}{x}$

- $m(x) = \frac{x^3 - 2x^2 - 4}{x^4 + 2x^3 + 3}$

Graf funkcije

Graf funkcije

Graf Γ_f funkcije $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$ je množica urejenih parov $(x, y) \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y}$, kjer element x preteče celotno definicijsko območje D_f funkcije, element y pa je slika pripadajočega x , torej $y = f(x)$.

$$\Gamma_f = \{(x, y) \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y}; x \in D_f \wedge y = f(x)\}$$

Urejene pare iz množice Γ_f lahko upodobimo v koordinatnem sistemu. Vsakemu elementu $(x, f(x))$ iz zgornje množice priprada natanko ena točka v koordinatnem sistemu, katere abscisa je enaka x , ordinata pa je njegova slika $f(x)$.

Naloga

Zapišite in narišite grafe funkcij ter zapišite začetne vrednosti in ničle, če jih funkcija ima.

- $f(x) = x$ $D_f = \mathbb{R}$

- $g(x) = -2x + 1$ $D_g = \mathbb{R}$

- $h(x) = x^2 - 1$ $D_h = \mathbb{R}$

- $i(x) = \frac{1}{x^2}$ $D_i = \left\{-2, -1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1, 2\right\}$

- $j(x) = \frac{x+2}{x-3}$ $D_j = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

Naraščanje in padanje

Naraščajoča funkcija

Funkcija f je na intervalu (a, b) **naraščajoča**, če za poljubna $x_1, x_2 \in (a, b)$; $x_1 < x_2$, velja $f(x_1) \leq f(x_2)$.

Funkcija f je na intervalu (a, b) **strogo naraščajoča**, če za vsaka $x_1, x_2 \in (a, b)$; $x_1 < x_2$, velja $f(x_1) < f(x_2)$.

Padajoča funkcija

Funkcija f je na intervalu (a, b) **padajoča**, če za poljubna $x_1, x_2 \in (a, b)$; $x_1 < x_2$, velja $f(x_1) \geq f(x_2)$.

Funkcija f je na intervalu (a, b) **strogo padajoča**, če za vsaka $x_1, x_2 \in (a, b)$; $x_1 < x_2$, velja $f(x_1) > f(x_2)$.

Injektivnost in surjektivnost

Predpis linearne funkcije

Naloga

Ugotovite, ali je dana funkcija linearna. Linearnim funkcijam določite smerni koeficient in začetno vrednost.

- $f(x) = \frac{1}{7x} - \frac{3}{4}$

- $g(x) = \frac{2}{3} - \pi x$

- $h(x) = \frac{8 + 6x}{24}$

- $i(x) = 0.\overline{3}x + 1$

- $j(x) = \frac{x^2 - 3}{5}$

- $k(x) = -\sqrt{2}x + \frac{2}{3}$

- $l(x) = 2$

Naloga

Zapišite predpis linearne funkcije f , ki ima začetno vrednost 5 in diferenčni količnik -3 .

Naloga

Zapišite predpis linearne funkcije f , ki ima začetno vrednost 5 in diferenčni količnik -3 .

Naloga

Dana je linearna funkcija $f(x) = 3x - 4$. Izračunaj $f(-2)$, $f(0)$; $f(5)$ in $f(\sqrt{2})$.

Naloga

Zapišite predpis linearne funkcije f , ki ima začetno vrednost 5 in diferenčni količnik -3 .

Naloga

Dana je linearna funkcija $f(x) = 3x - 4$. Izračunaj $f(-2)$, $f(0)$; $f(5)$ in $f(\sqrt{2})$.

Naloga

Zapišite predpis linearne funkcije, za katero je $u(-2) = 10$ in $u(0) = 2$.

Naloga

Ali je funkcija naraščajoča ali padajoča?

- $f(x) = 3x + 5$

- $g(x) = -2x + 7$

- $h(x) = 10 - \frac{1}{2}x$

- $i(x) = \frac{x-1}{2}$

- $j(x) = \frac{5-2x}{3}$

- $k(x) = \frac{-\sqrt{3}x+1}{3}$

- $l(x) = -\frac{2-4x}{17}$

Naloga

Izračunajte ničlo linearne funkcije.

- $f(x) = 6x + 12$

- $g(x) = 5x + 2$

- $h(x) = 3x - 12$

- $i(x) = -4x + 8$

- $j(x) = -3x + 2$

- $k(x) = -x - 7$

- $l(x) = \frac{1}{4}x - \frac{1}{4}$

- $m(x) = -\frac{2x + 3}{6}$

- $n(x) = \frac{1 - 4x}{2}$

- $o(x) = \frac{\pi x + 4}{3}$

- $p(x) = \sqrt{2}x + 1$

- $r(x) = 4$

Predpis linearne funkcije

Graf linearne funkcije