

MATEMATIKA

2. letnik – splošna gimnazija

Jan Kastelic

Fakulteta za matematiko in fiziko,
Univerza v Ljubljani

23. oktober 2023

Vsebina

- 1 Geometrija na ravnini in v prostoru
- 2 Vektorji
- 3 Koreni, lastnosti funkcij, potenčna funkcija
- 4 Kvadratna funkcija, kompleksna števila
- 5 Eksponentna in logaritemska funkcija

Section 1

Geometrija na ravnini in v prostoru

1 Geometrija na ravnini in v prostoru

- Osnovni geometrijski pojmi
- Kot
- Konstrukcije matematičnih objektov
- Preslikave na ravnini
- Trikotnik
- Krog
- Štirikotnik
- Večkotnik
- Podobnost
- Podobnost v pravokotnem trikotniku
- Kotne funkcije kotov, velikih od 0° do 90°
- Kotne funkcije kotov, velikih od 0° do 160°

2 Vektorji

Osnovni geometrijski pojmi

Kot

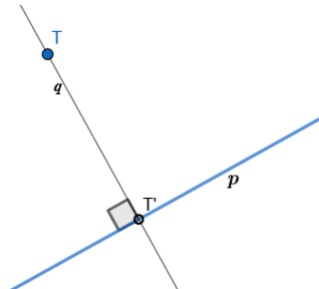
Konstrukcije matematičnih objektov

Preslikave na ravnini

Pravokotna projekcija

Dani sta točka T in premica p . Naj bo q tista pravokotnica na premico p , ki poteka skozi točko T . Presečišče T' premice q s premico p imenujemo **pravokotna projekcija** točke T na premico p . Točka T' je točki T najbližja točka premice p .

Razdalja točke T od premice p je: $d(T, p) = |TT'|$.



Toge preslikave

Preslikave v ravnini, ki ohranjajo razdaljo so **toge preslikave**.

$$d(A, B) = d(A', B')$$

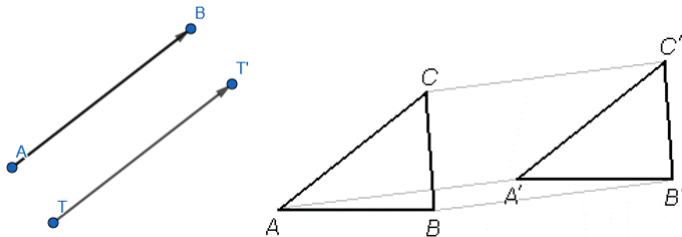
Med toge preslikave spadajo:

- **vzporedni premiki;**
- **zrcaljenje preko premice;**
- **zrcaljenje preko točke;**
- **rotacija okoli točke.**

Če kombiniramo več togih premikov, je dobljena preslikava spet togi premik.

Vzporedni premik/translacija

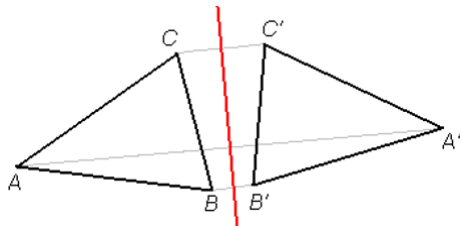
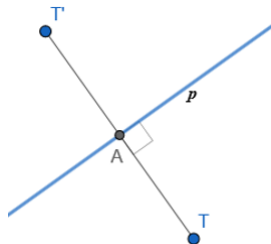
Vzporedni premik ali **translacija** za usmerjeno daljico (vektor) \overrightarrow{AB} preslika točko T v tako točko T' , da sta daljici TT' in AB enako dolgi, vzporedni in enako usmerjeni (vektorja $\overrightarrow{TT'}$ in \overrightarrow{AB} sta enaka).



Vzporedni premik ohranja orientacijo likov, daljice preslika v enako dolge vzporedne daljice, ohranja velikost kotov, like preslika v skladne like, nima negibnih točk za $\overrightarrow{MN} \neq \vec{0}$.

Zrcaljenje preko premice

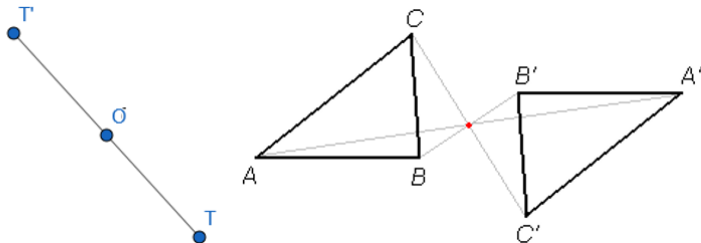
Zrcaljenje čez premico p preslika točko T v tako točko T' , da premica p pod pravim kotom razpolavlja daljico TT' .



Zrcaljenje čez premico daljice preslika v enako dolge daljice, ohranja velikost kotov, ne ohranja orientacije likov, like preslika v skladne like, premic ne preslika v vzporedne premice.

Zrcaljenje preko točke

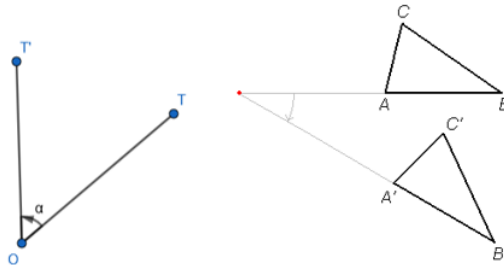
Zrcaljenje čez točko O preslika točko T v tako točko T' , da je O razpolovišče daljice TT' . Ta preslikava je enaka vrtenju okrog točke za 180° .



Zrcaljenje čez točko daljice preslika v enako dolge daljice, ohranja velikosti kotov in orientacijo likov, like preslika v skladne like, premice preslika v vzporedne premice.

Rotacija/vrtenje okoli točke

Vrtenje ali **zasuk** oziroma **rotacija** za kot α okrog točke O preslika točko T v točko T' , da velja: $|OT| = |OT'|$ in $\angle TOT' = \alpha$.



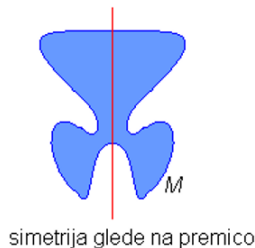
Če smo kot odmerili v smeri, ki je nasprotna smeri vrtenja urinega kazalca, smo točko T zavrteli v **pozitivni smeri** za kot α , sicer pa v **negativni smeri**. Namesto smeri vrtenja lahko usmerimo kot: vrtenju v pozitivni smeri ustreza **pozitivni kot**, vrtenju v negativni smeri pa **negativni kot**.

Vrtenje okoli točke preslika daljice v enako dolge daljice, ohranja velikosti kotov in orientacijo likov, like preslika v skladne like, premice pa ne preslika v vzporedne premice.

Simetrija

Množica točk \mathcal{M} je **simetrična/somerna glede na premico** p , če se pri zrcaljenju čez premico p preslika sama vase. Premico p imenujemo **simetrala** (somernica, simetrijska os) množice \mathcal{M} .

Množica točk \mathcal{M} je (središčno) **simetrična/somerna glede na točko** T , če se pri zrcaljenju čez točko T preslika sama vase. Točko T imenujemo **center simetrije** množice \mathcal{M} .



Trikotnik

Krog

Štirikotnik

Večkotnik

Podobnost

Podobnost v pravokotnem trikotniku

Kotne funkcije kotov, velikih od 0° do 90°

Kotne funkcije kotov, velikih od 0° do 360°

Section 2

Vektorji

1 Geometrija na ravnini in v prostoru

2 Vektorji

- Vektorske količine
- Računanje z vektorji
- Linearna kombinacija vektorjev, baza
- Skalarni produkt vektorjev
- Vektorji v koordinatnem sistemu
- Skalarni produkt v koordinatnem sistemu
- (i) Vektorski produkt
- (i) Premice v prostoru
- (i) Ravnine v prostoru

3 Koreni, lastnosti funkcij, potenčna funkcija

4 Kvadratna funkcija, kompleksna števila

Vektorske količine

Računanje z vektorji

Linearna kombinacija vektorjev, baza

Skalarni produkt vektorjev

Vektorji v koordinatnem sistemu

Skalarni produkt v koordinatnem sistemu

(i) Vektorski produkt

(i) Premice v prostoru

(i) Ravnine v prostoru

Section 3

Koreni, lastnosti funkcij, potenčna funkcija

1 Geometrija na ravnini in v prostoru

2 Vektorji

3 Koreni, lastnosti funkcij, potenčna funkcija

- Koreni poljubnih stopenj
- Potence z racionalnimi eksponenti
- Lastnosti funkcij
- Transformacije na ravnini
- Inverzna funkcija
- Potenčna funkcija z naravnim eksponentom
- Potenčna funkcija z negativnim celim eksponentom
- Korenska funkcija
- Modeliranje s korensko in potenčno funkcijo

4 Kvadratna funkcija, kompleksna števila

Koreni poljubnih stopenj

Potence z racionalnimi eksponenti

Lastnosti funkcij

Transformacije na ravnini

Inverzna funkcija

Potenčna funkcija z naravnim eksponentom

Potenčna funkcija z negativnim celim eksponentom

Korenska funkcija

Modeliranje s korensko in potenčno funkcijo

Section 4

Kvadratna funkcija, kompleksna števila

- 1 Geometrija na ravnini in v prostoru
- 2 Vektorji
- 3 Koreni, lastnosti funkcij, potenčna funkcija
- 4 Kvadratna funkcija, kompleksna števila
 - Kvadratna enačba
 - Kvadratna funkcija in parabola
 - Presečišča parabol
 - Kvadratna neenačba
 - Modeliranje s kvadratno funkcijo in ekstremalni problemi
 - Množica kompleksnih števil
 - Računanje s kompleksnimi števili

Kvadratna enačba

Kvadratna funkcija in parabola

Presečišča parabol

Kvadratna neenačba

Modeliranje s kvadratno funkcijo in ekstremalni problemi

Množica kompleksnih števil

Računanje s kompleksnimi števili

Section 5

Eksponentna in logaritemska funkcija

- 1 Geometrija na ravnini in v prostoru
- 2 Vektorji
- 3 Koreni, lastnosti funkcij, potenčna funkcija
- 4 Kvadratna funkcija, kompleksna števila
- 5 EkspONENTNA IN LOGARITEMSKA FUNKCIJA**
 - EkspONENTNA ENAČBA
 - LOGARITEM
 - Pravila za računanje z logaritmi
 - Logaritemska enačba
 - EkspONENTNA IN LOGARITEMSKA FUNKCIJA
 - Modeliranje z eksponentno in logaritemsko funkcijo
 - Sprememba osnove logaritma

Eksponentna enačba

Logaritem

Pravila za računanje z logaritmi

Logaritemska enačba

Eksponentna in logaritemska funkcija

Modeliranje z eksponentno in logaritemsko funkcijo

Sprememba osnove logaritma

Eksponentna in logaritemska neenačba