MATEMATIKA

1. letnik – splošna gimnazija

Jan Kastelic

Gimnazija Antona Aškerca, Šolski center Ljubljana

30. marec 2025

Vsebina

Pravokotni koordinatni sistem



2/23

Section 1

Pravokotni koordinatni sistem



3 / 23

- Pravokotni koordinatni sistem
 - Pravokotni koordinatni sistem
 - Razdalja med točkama in razpolovišče daljice
 - Ploščina trikotnika

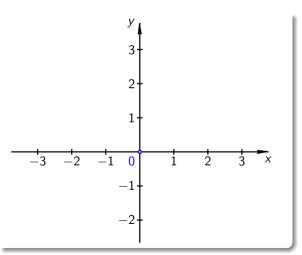


4/23

30. marec 2025

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

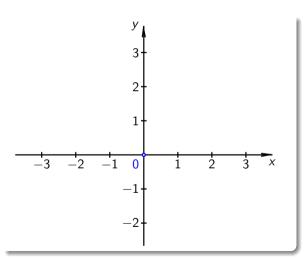
Pravokotni koordinatni sistem v ravnini oziroma kartezični ravninski koordinatni sistem določa par pravokotnih številskih premic (koordinatne osi), ki se sekata v koordinatnem izhodišču (O).



5/23

Pravokotni koordinatni sistem v ravnini oziroma kartezični ravninski koordinatni sistem določa par pravokotnih številskih premic (koordinatne osi), ki se sekata v koordinatnem izhodišču (O).

Koordinatni osi imenujemo:

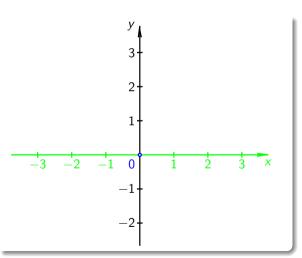


5/23

Pravokotni koordinatni sistem v ravnini oziroma kartezični ravninski koordinatni sistem določa par pravokotnih številskih premic (koordinatne osi), ki se sekata v koordinatnem izhodišču (O).

Koordinatni osi imenujemo:

• os x ali abscisna os.

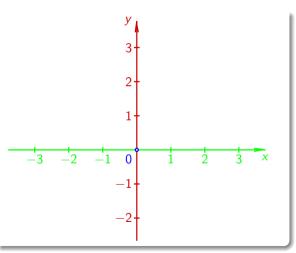


5/23

Pravokotni koordinatni sistem v ravnini oziroma kartezični ravninski koordinatni sistem določa par pravokotnih številskih premic (koordinatne osi), ki se sekata v koordinatnem izhodišču (O).

Koordinatni osi imenujemo:

- os x ali abscisna os.
- os y ali ordinatna os.

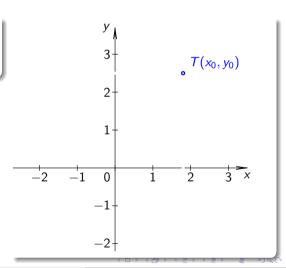


5/23

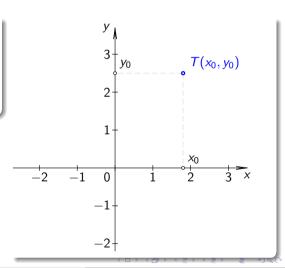
◆□▶ ◆□▶ ◆■▶ ◆■▶ ■ 900

6/23

Poljubni točki T v ravnini s pravokotnim koordinatnim sistemom lahko enolično določimo **koordinate točke**: $T(x_0, y_0)$.

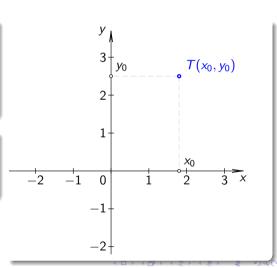


Poljubni točki T v ravnini s pravokotnim koordinatnim sistemom lahko enolično določimo **koordinate točke**: $T(x_0, y_0)$. To so števila, ki nam povedo, kje ležijo projekcije točke T na koordinatnih oseh.



Poljubni točki T v ravnini s pravokotnim koordinatnim sistemom lahko enolično določimo **koordinate točke**: $T(x_0, y_0)$. To so števila, ki nam povedo, kje ležijo projekcije točke T na koordinatnih oseh.

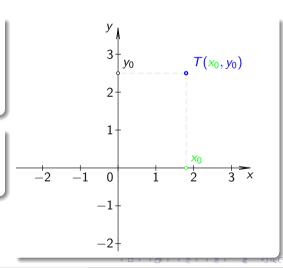
Koordinate točke imenujemo:



Poljubni točki T v ravnini s pravokotnim koordinatnim sistemom lahko enolično določimo **koordinate točke**: $T(x_0, y_0)$. To so števila, ki nam povedo, kje ležijo projekcije točke T na koordinatnih oseh.

Koordinate točke imenujemo:

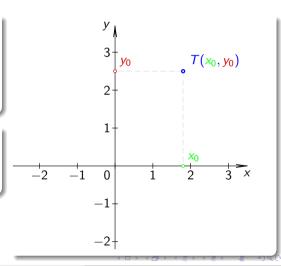
ullet prva koordinata x_0 je abscisa točke ${\mathcal T}$ in



Poljubni točki T v ravnini s pravokotnim koordinatnim sistemom lahko enolično določimo **koordinate točke**: $T(x_0, y_0)$. To so števila, ki nam povedo, kje ležijo projekcije točke T na koordinatnih oseh.

Koordinate točke imenujemo:

- prva koordinata x_0 je abscisa točke T in
- druga koordinata y_0 je ordinata točke T.



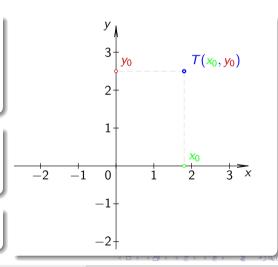
 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 30. marec 2025
 6/23

Poljubni točki T v ravnini s pravokotnim koordinatnim sistemom lahko enolično določimo **koordinate točke**: $T(x_0, y_0)$. To so števila, ki nam povedo, kje ležijo projekcije točke T na koordinatnih oseh.

Koordinate točke imenujemo:

- prva koordinata x_0 je abscisa točke T in
- druga koordinata y_0 je ordinata točke T.

Vsakemu urejenemu paru števil (x_0, y_0) ustreza natanko ena točka $T(x_0, y_0)$.



7 / 23

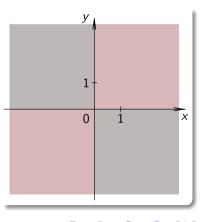
Vsaka premica v ravnini razdeli ravnino na dve polravnini.



7/23

Vsaka premica v ravnini razdeli ravnino na dve polravnini.

Koordinatni osi ravnino $\mathbb{R} \times \mathbb{R} = \mathbb{R}^2$ razdelita na štiri **kvadrante**.



Jan Kastelic (GAA)

MATEMATIKA

30. marec 2025

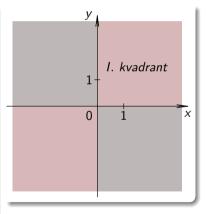
7/23

Vsaka premica v ravnini razdeli ravnino na dve polravnini.

Koordinatni osi ravnino $\mathbb{R} \times \mathbb{R} = \mathbb{R}^2$ razdelita na štiri **kvadrante**.

• *I*. kvadrant:

$$\{(x,y) \in \mathbb{R}^2; x > 0 \land y > 0\} = (0,\infty) \times (0,\infty)$$



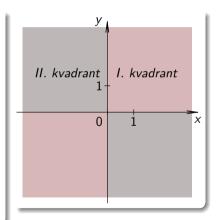
7 / 23

Vsaka premica v ravnini razdeli ravnino na dve polravnini.

Koordinatni osi ravnino $\mathbb{R} \times \mathbb{R} = \mathbb{R}^2$ razdelita na štiri **kvadrante**.

- 1. kvadrant:
 - $\{(x,y)\in\mathbb{R}^2;x>0\land y>0\}=(0,\infty)\times(0,\infty)$
- *II*. kvadrant:

$$\{(x,y) \in \mathbb{R}^2; x < 0 \land y > 0\} = (-\infty,0) \times (0,\infty)$$

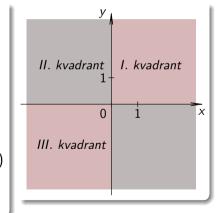


Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

Vsaka premica v ravnini razdeli ravnino na dve polravnini.

Koordinatni osi ravnino $\mathbb{R} \times \mathbb{R} = \mathbb{R}^2$ razdelita na štiri **kvadrante**.

- *I*. kvadrant: $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x > 0 \land y > 0\} = (0, \infty) \times (0, \infty)$
- *II.* kvadrant: $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x < 0 \land y > 0\} = (-\infty, 0) \times (0, \infty)$
- III. kvadrant: $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x < 0 \land y < 0\} = (-\infty, 0) \times (-\infty, 0)$



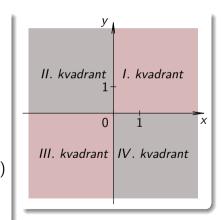
4 D > 4 D > 4 E > 4 E > E 990

30. marec 2025

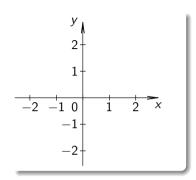
Vsaka premica v ravnini razdeli ravnino na dve **polravnini**.

Koordinatni osi ravnino $\mathbb{R} \times \mathbb{R} = \mathbb{R}^2$ razdelita na štiri kvadrante.

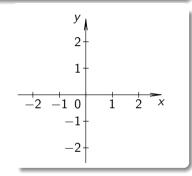
- I. kvadrant: $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x > 0 \land y > 0\} = (0, \infty) \times (0, \infty)$
- # II kyadrant: $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x < 0 \land y > 0\} = (-\infty,0) \times (0,\infty)$
- III kvadrant: $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2; x < 0 \land y < 0\} = (-\infty,0) \times (-\infty,0)$
- IV. kvadrant: $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2; x > 0 \land y < 0\} = (0,\infty) \times (-\infty,0)$



30. marec 2025

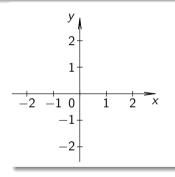


Na abscisni osi ležijo točke, ki imajo ordinato enako nič – so oblike T(x,0); $x \in \mathbb{R}$.





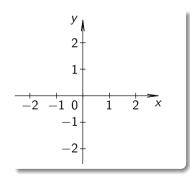
Na abscisni osi ležijo točke, ki imajo ordinato enako nič – so oblike $T(x,0); x \in \mathbb{R}$. $\left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2; y=0\right\} = \mathbb{R} \times \{0\}$



Jan Kastelic (GAA)

Na abscisni osi ležijo točke, ki imajo ordinato enako nič – so oblike $T(x,0); x \in \mathbb{R}$. $\left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2; y=0\right\} = \mathbb{R} \times \{0\}$

Na ordinatni osi ležijo točke, ki imajo absciso enako nič – so oblike T(0, y); $y \in \mathbb{R}$.

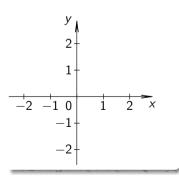


Jan Kastelic (GAA)

Na abscisni osi ležijo točke, ki imajo ordinato enako nič – so oblike T(x,0); $x \in \mathbb{R}$.

$$\left\{ (x,y) \in \mathbb{R}^2; y=0 \right\} = \mathbb{R} \times \{0\}$$

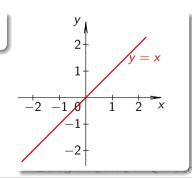
Na ordinatni osi ležijo točke, ki imajo absciso enako nič – so oblike $T(0,y);\ y\in\mathbb{R}.$ $\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2;x=0\right\}=\{0\}\times\mathbb{R}$



Na abscisni osi ležijo točke, ki imajo ordinato enako nič – so oblike $T(x,0); x \in \mathbb{R}$. $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2; y=0\} = \mathbb{R} \times \{0\}$

Na ordinatni osi ležijo točke, ki imajo absciso enako nič – so oblike
$$T(0,y);\ y\in\mathbb{R}.$$
 $\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2;x=0\right\}=\{0\}\times\mathbb{R}$

Množico točk $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2; y = x\}$ imenujemo **simetrala lihih kvadrantov**.



Jan Kastelic (GAA)MATEMATIKA30. marec 20258/23

Na abscisni osi ležijo točke, ki imajo ordinato enako nič – so oblike T(x,0); $x \in \mathbb{R}$.

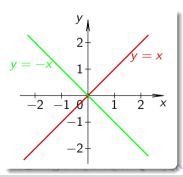
$$\left\{ (x,y) \in \mathbb{R}^2; y=0 \right\} = \mathbb{R} \times \{0\}$$

Na ordinatni osi ležijo točke, ki imajo absciso enako nič – so oblike T(0,y); $y \in \mathbb{R}$.

$$\left\{ \left(x,y
ight) \in \mathbb{R}^2 ; x=0
ight\} = \left\{ 0
ight\} imes \mathbb{R}$$

Množico točk $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2; y = x\}$ imenujemo **simetrala lihih kvadrantov**.

Množico točk $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2; y = -x\}$ imenujemo **simetrala** sodih kvadrantov.

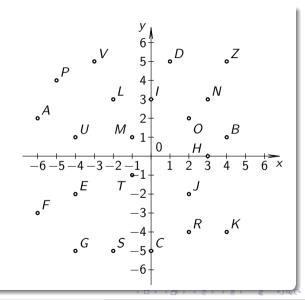


9/23

Naloga

V koordinatnem sistemu je narisanih 22 točk.

- Zapišite koordinate vseh točk, ki ležijo v II. kvadrantu.
- Zapišite koordinate vseh točk, ki ležijo v III. kvadrantu.
- V koordinatni sistem narišite še točke X(2,-1), Y(-3,-4), W(5,-3).
- Poimenujte točke.
 _(2,-4), _(-6,2), _(1,5),
 (-2,-5), (-4,-2), (0,3)



10 / 23

Naloga

Narišite množico točk.

•
$$\{T(x,y); x \ge -1\}$$

•
$$\{T(x,y); y \leq 3\}$$

•
$$\{T(x,y); x \leq 4 \land y < -1\}$$

•
$$\{T(x,y); x \ge -2 \land y < 1\}$$

•
$$\{T(x,y); -2 < x \le 4 \land -3 < y < 1\}$$

•
$$\{T(x,y); 0 \le x < 4 \land -3 \le y < 3\}$$

•
$$\{T(x,y); x < 4 \land y < -1\}$$

•
$$\{T(x,y); |x| < 3\}$$

•
$$\{T(x,y); x \geq 1 \land |y| < 1\}$$

•
$$\{T(x,y); |x-3| < 1 \land y \ge 1\}$$

•
$$\{T(x,y); |x| < 2 \land |y+3| \le 1\}$$

•
$$\{T(x,y); x = y\}$$

$$\bullet \ \{T(x,y); \ x \geq y\}$$

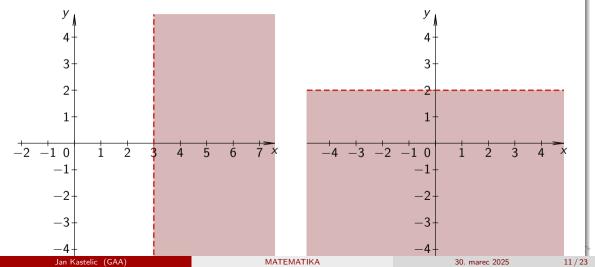
•
$$\{T(x,y); xy \ge 0\}$$

10 / 23



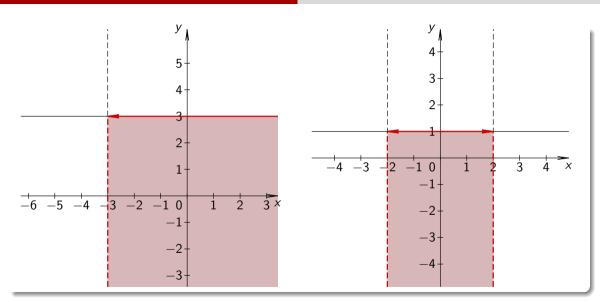
Naloga

Zapišite množico točk, ki je upodobljena v koordinatnem sistemu.



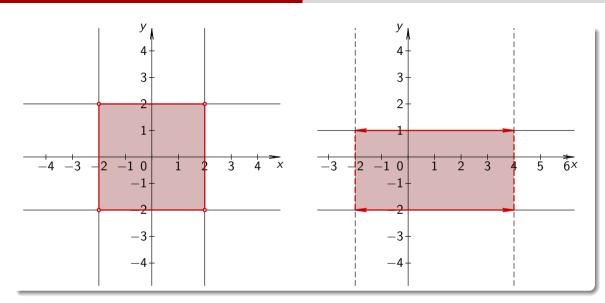
Pravokotni koordinatni sistem

12 / 23





Pravokotni koordinatni sistem



◆□▶ ◆□▶ ◆壹▶ ◆壹▶ 壹 めの○

Pravokotni koordinatni sistem

V koordinatnem sistemu narišite točke A(-2,3), B(0,4), C(0.5,-1) in D(-3,-1).

- Točke A, B, C in D prezrcalite čez abscisno os in zapišite koordinate točk A_1 , B_1 , C_1 in D_1 .
- Točke A, B, C in D prezrcalite čez ordinatno os in zapišite koordinate točk A_2 , B_2 , C_2 in D_2 .
- Točke A, B, C in D prezrcalite čez koordinatno izhodišče in zapišite koordinate točk A_3 , B_3 , C_3 in D_3 .

14 / 23

Pravokotni koordinatni sistem

15 / 23

30. marec 2025

V koordinatni sistem narišite točke (x, y) kartezičnega produkta.

- $[-2,3) \times [-5,-1]$
- $(-1,2) \times [2,3]$
- $\{2\} \times (3,5]$
- $[-2,3] \times \{3,4\}$
- $\bullet \ \{1,2,3\} \times \{-1,1\}$
- \bullet $(0,\infty)\times(1,2)$
- $[-1,3] \times (-\infty,3]$
- $(-1,3] \times \{2\}$



Jan Kastelic (GAA)



16 / 23

Razdalja med točkama



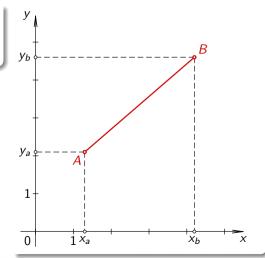
16 / 23

30. marec 2025

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

Razdalja med točkama

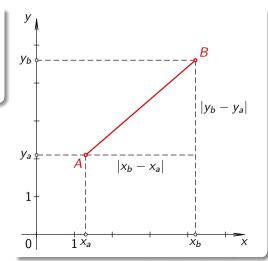
Razdalja d(A, B) med dvema točkama $A(x_a, y_a)$ in $B(x_b, y_b)$ v ravnini je



Razdalja med točkama

Razdalja d(A, B) med dvema točkama $A(x_a, y_a)$ in $B(x_b, y_b)$ v ravnini je

$$d(A, B) = \sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2}.$$

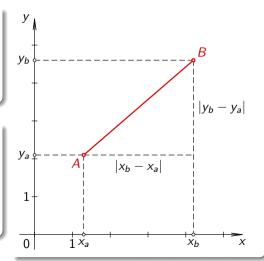


Razdalja med točkama

Razdalja d(A, B) med dvema točkama $A(x_a, y_a)$ in $B(x_b, y_b)$ v ravnini je

$$d(A, B) = \sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2}.$$

Lastnosti razdalje



16 / 23

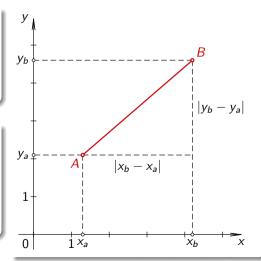
Razdalja med točkama

Razdalja d(A, B) med dvema točkama $A(x_a, y_a)$ in $B(x_b, y_b)$ v ravnini je

$$d(A, B) = \sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2}.$$

Lastnosti razdalje

• $d(A, B) \ge 0$



16 / 23

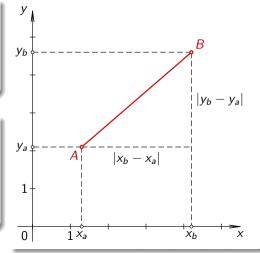
Razdalja med točkama

Razdalja d(A, B) med dvema točkama $A(x_a, y_a)$ in $B(x_b, y_b)$ v ravnini je

$$d(A, B) = \sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2}.$$

Lastnosti razdalje

- $d(A, B) \ge 0$
- $d(A, B) = 0 \Leftrightarrow A = B$



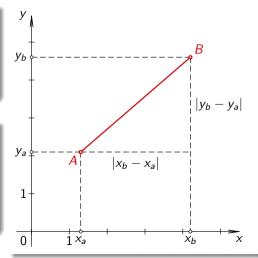
Razdalja med točkama

Razdalja d(A, B) med dvema točkama $A(x_a, y_a)$ in $B(x_b, y_b)$ v ravnini je

$$d(A, B) = \sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2}.$$

Lastnosti razdalje

- $d(A, B) \ge 0$
- $d(A, B) = 0 \Leftrightarrow A = B$
- d(A, B) = d(B, A)



Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 30. marec 2025 16 / 23

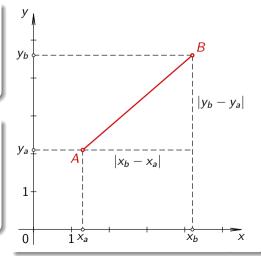
Razdalja med točkama

Razdalja d(A, B) med dvema točkama $A(x_a, y_a)$ in $B(x_b, y_b)$ v ravnini je

$$d(A, B) = \sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2}.$$

Lastnosti razdalje

- $d(A, B) \ge 0$
- $d(A, B) = 0 \Leftrightarrow A = B$
- d(A, B) = d(B, A)
- $d(A, C) \leq d(A, B) + d(B, C)$



16 / 23



Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 3

Razpolovišče daljice

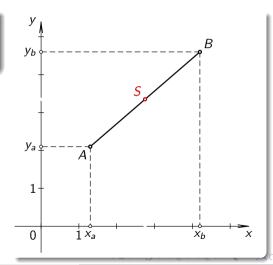


30. marec 2025

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

Razpolovišče daljice

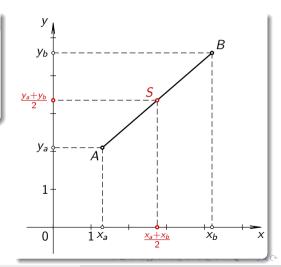
Razpolovišče S daljice AB s krajiščema $A(x_a, y_a)$ in $B(x_b, y_b)$ v ravnini je



Razpolovišče daljice

Razpolovišče S daljice AB s krajiščema $A(x_a, y_a)$ in $B(x_b, y_b)$ v ravnini je

$$S\left(\frac{x_a+x_b}{2},\frac{y_a+y_b}{2}\right).$$



Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 30. marec 2025 18 / 23

Razdalja med točkama in razpolovišče daljice

Izračunajte razdaljo med točkama.

- A(2,-1) in B(4,2)
- C(-3, -4) in D(3, -3)
- $E(\sqrt{3}, -7)$ in F(0, -3)
- $G(-\frac{3}{4},\frac{1}{2})$ in $H(\frac{1}{4},-\frac{1}{2})$

18 / 23

Izračunajte razdaljo med točkama.

- A(2,-1) in B(4,2)
- C(-3, -4) in D(3, -3)
- $E(\sqrt{3}, -7)$ in F(0, -3)
- $G(-\frac{3}{4}, \frac{1}{2})$ in $H(\frac{1}{4}, -\frac{1}{2})$

Naloga

Izračunajte koordinati razpolovišča S daljice XY.

- X(3,-2) in Y(5,4)
- X(-3,4) in Y(-2,-6)
- $X(\frac{2}{3}, -\frac{1}{2})$ in $Y(-\frac{8}{3}, 1)$
- $X(2\sqrt{3}, -8)$ in $Y(8\sqrt{3}, 2)$
- $X(5+\sqrt{7},-4)$ in $Y(3-\sqrt{7},0)$

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 30. marec 2025 18/23



Razdalja med točkama in razpolovišče daljice

Ali je trikotnik $\triangle ABC$, kjer je A(-2, -3), B(8, 1) in C(1, 4), enakostraničen? Izračunajte njegov obseg.



19 / 23

Ali je trikotnik $\triangle ABC$, kjer je A(-2, -3), B(8, 1) in C(1, 4), enakostraničen? Izračunajte njegov obseg.

Naloga

Izračunajte obseg kvadrata $\Box ABCD$, kjer je A(4, -4) in C(10, -2).



19 / 23

Ali je trikotnik $\triangle ABC$, kjer je A(-2, -3), B(8, 1) in C(1, 4), enakostraničen? Izračunajte njegov obseg.

Naloga

Izračunajte obseg kvadrata $\square ABCD$, kjer je A(4, -4) in C(10, -2).

Naloga

Izračunajte višino na osnovnico c v enakokrakem trikotnik $\triangle ABC$, kjer je A(-2, -7), B(4, -3) in C(3, -8).



19 / 23

Razdalja med točkama in razpolovišče daljice

Dani sta točki M(-6,2) in N(x,11). Izračunajte absciso x točke tako, da bo dolžina daljice MN enaka $9\sqrt{2}$.

20 / 23

Dani sta točki M(-6,2) in N(x,11). Izračunajte absciso x točke tako, da bo dolžina daljice MN enaka $9\sqrt{2}$.

Naloga

Izračunajte koordinati točke X in Y na abscisni in ordinatni osi, ki sta enako oddaljeni od točk G(-3, -6) in H(9, 6).

20/23

Dani sta točki M(-6,2) in N(x,11). Izračunajte absciso x točke tako, da bo dolžina daljice MN enaka $9\sqrt{2}$.

Naloga

Izračunajte koordinati točke X in Y na abscisni in ordinatni osi, ki sta enako oddaljeni od točk G(-3, -6) in H(9, 6).

Naloga

Določite točko U, ki leži na simetrali lihih kvadrantov in je enako oddaljena od točk P(-3, -5) in R(3, -7).

20/23

30. marec 2025

21 / 23

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

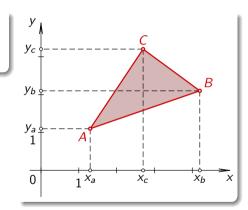
Ploščina trikotnika



Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

Ploščina trikotnika

Ploščina trikotnika $\triangle ABC$ z oglišči $A(x_a, y_a)$, $B(x_b, y_b)$ in $C(x_c, y_c)$ je

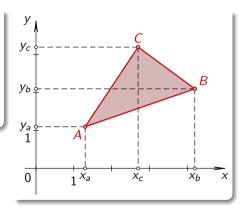


21 / 23

Ploščina trikotnika

Ploščina trikotnika $\triangle ABC$ z oglišči $A(x_a, y_a)$, $B(x_b, y_b)$ in $C(x_c, y_c)$ je

$$S = rac{1}{2} \cdot orient \cdot \begin{vmatrix} x_b - x_a & y_b - y_a \\ x_c - x_a & y_c - y_a \end{vmatrix},$$

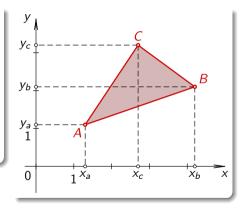


21 / 23

Ploščina trikotnika

Ploščina trikotnika $\triangle ABC$ z oglišči $A(x_a, y_a)$, $B(x_b, y_b)$ in $C(x_c, y_c)$ je

$$S = \frac{1}{2} \cdot orient \cdot \begin{vmatrix} x_b - x_a & y_b - y_a \\ x_c - x_a & y_c - y_a \end{vmatrix}$$
$$= \frac{orient}{2} \left[(x_b - x_a)(y_c - y_a) - (y_b - y_a)(x_c - x_a) \right],$$



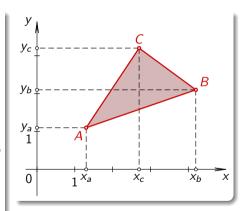
21 / 23

Ploščina trikotnika

Ploščina trikotnika $\triangle ABC$ z oglišči $A(x_a, y_a)$, $B(x_b, y_b)$ in $C(x_c, y_c)$ je

$$\begin{split} S &= \frac{1}{2} \cdot orient \cdot \begin{vmatrix} x_b - x_a & y_b - y_a \\ x_c - x_a & y_c - y_a \end{vmatrix} \\ &= \frac{orient}{2} \left[(x_b - x_a)(y_c - y_a) - (y_b - y_a)(x_c - x_a) \right], \end{split}$$

$$\textit{kjer je} \\ \textit{orient} = \begin{cases} 1; & \triangle \textit{ABC pozitvno orientiran} \\ -1; & \triangle \textit{ABC negativno orientiran} \end{cases}.$$



◆□▶ ◆□▶ ◆□▶ ◆□▶ □ りゅ○

21 / 23

Narišite trikotnik $\triangle ABC$ in izračunajte njegovo ploščino.

- A(-4, -2), B(5, 1) in C(-2, 5)
- A(2,1), B(-5,1) in C(2,6)



22 / 23

Narišite trikotnik $\triangle ABC$ in izračunajte njegovo ploščino.

- A(-4,-2), B(5,1) in C(-2,5)
- A(2,1), B(-5,1) in C(2,6)

Naloga

Ali so točke kolinearne?

- P(-4, -5), Q(4, -1) in R(10, 2)
- X(1,-7), Y(-2,2) in Z(3,2)

22 / 23



23 / 23

Določite x tako, da bo trikotnik $\triangle ABC$, z oglišči v A(-2, -3), B(5, 3) in C(x, -1) negativno orientiran in bo imel ploščino 17.



23 / 23

Določite x tako, da bo trikotnik $\triangle ABC$, z oglišči v A(-2, -3), B(5, 3) in C(x, -1) negativno orientiran in bo imel ploščino 17.

Naloga

Določite p tako, da bo imel trikotnik $\triangle ABC$, z oglišči v A(2,3), B(p,-3) in C(-1,6), ploščino 18.



23 / 23

Določite x tako, da bo trikotnik $\triangle ABC$, z oglišči v A(-2, -3), B(5, 3) in C(x, -1) negativno orientiran in bo imel ploščino 17.

Naloga

Določite p tako, da bo imel trikotnik $\triangle ABC$, z oglišči v A(2,3), B(p,-3) in C(-1,6), ploščino 18.

Naloga

Dani sta točki A(2, -4) in B(8,3). Določite koordinati točke C, ki leži na simetrali lihih kvadrantov, da bo trikotnik $\triangle ABC$ pozitivno orientiran in bo imel ploščino 17.



23 / 23