

7.2 Kvadratni koren

Kvadratni koren \sqrt{a} realnega števila $a \geq 0$ je tisto nenegativno realno število x , katerega kvadrat je enak a .

$$\sqrt{a} = x \Leftrightarrow a = x^2; \quad a, x \in \mathbb{R}^+$$

Število a imenujemo **korenjenec**, simbol $\sqrt{}$ pa **korenski znak**.

Pravila za računanje s kvadratnimi koreni

- $(\sqrt{a})^2 = a; \quad a \geq 0$
- $\sqrt{a^2} = \begin{cases} a, & a \geq 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases}$
- $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}; \quad a, b \geq 0$
- $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}; \quad a \geq 0, b > 0$

Delno korenjenje poteka tako, da korenjenec zapišemo kot produkt dveh ali več faktorjev, od katerih je vsaj en popoln kvadrat (ga lahko korenimo).

Nato koren zapišemo kot produkt korenov in korenimo kar lahko.

$$\sqrt{a^2 b} = \sqrt{a^2} \sqrt{b} = a \sqrt{b}$$

Racionalizacija imenovalca pomeni, da ulomek zapišemo z enakovrednim ulomkom, ki v imenovalcu nima korena. To naredimo z razširjanjem ulomka.

Izraze s kvadratnimi koreni poenostavimo tako, da uporabimo že znane obrazce, delno korenimo in racionaliziramo imenovalce.

Naloga 7.1. Izračunajte.

- $\sqrt{49 \cdot 64}$
- $\sqrt{4 \cdot 324}$
- $\sqrt{361 \cdot 16}$
- $\sqrt{-16 \cdot 25}$
- $\sqrt{3 \cdot 12}$
- $\sqrt{\frac{225}{289}}$
- $\sqrt{\frac{169}{256}}$
- $\sqrt{\frac{49}{121}}$
- $\sqrt{\frac{18}{32}}$

Naloga 7.2. Izračunajte.

- $\sqrt{\sqrt{16}}$
- $\sqrt{\sqrt{81}}$
- $\sqrt{\sqrt{256}}$
- $\sqrt{\sqrt{1}}$
- $\sqrt{\sqrt{\sqrt{256}}}$

Naloga 7.3. Izračunajte.

- $\sqrt{x^4 y^8}$
- $\sqrt{e^{10} f^{26}}$
- $\sqrt{a^{20} b^4}$
- $\sqrt{(-x)^{20} y^4}$
- $\sqrt{3a^6 + a^6}$

Naloga 7.4. Izračunajte.

- $\sqrt{16 + 36 + 12}$
- $\sqrt{121} + \sqrt{81}$
- $\sqrt{10 + 21 + 69}$
- $\sqrt{10 + 11 - 21}$
- $\sqrt{9 + 4 - 4}$
- $\sqrt{3 \cdot 4 + 2 \cdot 2}$
- $\sqrt{5 \cdot 7 + 1}$
- $\sqrt{8 \cdot 7 - 5 \cdot 4}$
- $\sqrt{10 \cdot 8 - 4 \cdot 4}$
- $\sqrt{11 \cdot 5 + 2 \cdot 7 + 3 \cdot 4}$

Naloga 7.5. *Izračunajte.*

- $\sqrt{20}$
- $\sqrt{98}$
- $\sqrt{300}$
- $\sqrt{125}$
- $\sqrt{x^3}$
- $\sqrt{x^4 y^5 z^6}$
- $\sqrt{128 a^{13} b^9}$
- $\sqrt{100 x^2 y^5 + 62 x^2 y^5}; \quad x, y \geq 0$
- $\sqrt{8 a^6 b^5 - 12 a^4 b^6}; \quad a, b \geq 0$

Naloga 7.6. *Izračunajte.*

- $\sqrt{44} + \sqrt{99}$
- $\sqrt{192} + \sqrt{147}$
- $\sqrt{180} - \sqrt{245} + 2\sqrt{500}$
- $\sqrt{243 a^3 b} + 2a\sqrt{48 ab} - \sqrt{363 a^2 ab}; \quad a, b \geq 0$
- $\sqrt{3 a^6 + a^6}$

Naloga 7.7. *Racionalizirajte imenovalce.*

- $\frac{2}{\sqrt{3}}$
- $\frac{2 + \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$
- $\frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$
- $\frac{1 - \sqrt{2}}{1 + \sqrt{5}}$
- $\frac{2 + \sqrt{5}}{2 - \sqrt{3}}$
- $\frac{2 - \sqrt{3}}{3 + \sqrt{2}}$

Naloga 7.8. *Izračunajte.*

- $\frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{3}{\sqrt{2}}$
- $\frac{1 - \sqrt{2}}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$
- $(1 + \sqrt{5})^2$
- $(3 - \sqrt{2})^2$
- $(2 - \sqrt{3})^3$

Naloga 7.9. *Izračunajte.*

- $(2 - \sqrt{5})^3 - (1 + 2\sqrt{5})^2$
- $(2 - \sqrt{3})^2 + (2 + \sqrt{3})^3$
- $(1 + \sqrt{5})\sqrt{6 - 2\sqrt{5}}$
- $(3 - \sqrt{5})\sqrt{14 + 6\sqrt{5}}$
- $(\sqrt{3} + \sqrt{5})\sqrt{8 - 2\sqrt{15}}$