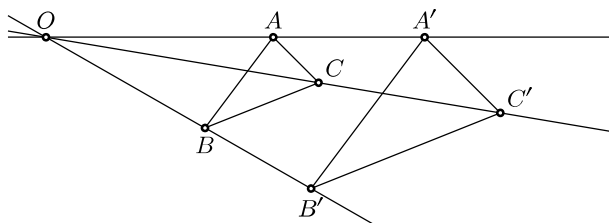


12.7 Podobnost

Središčni razteg

Definicija 12.128. *Središčni razteg ali homotetija s središčem v neki točki O in faktorjem $k \neq 0$ je podobnostna preslikava, ki daljico OA preslika v daljico OA' , pri čemer velja $|OA'| = |k| \cdot |OA|$.*



$$|OA'| : |OA| = k \quad |OB'| : |OB| = k \quad |OC'| : |OC| = k$$

$$|A'B'| : |AB| = k \quad |B'C'| : |BC| = k \quad |A'C'| : |AC| = k$$

Središčni razteg s središčem v točki O in faktorjem $k \neq 0$:

- ohranja velikosti kotov;
- vse razdalje pomnoži s $|k|$, pri čemer:
 - $|k| > 1$ pomeni razteg,
 - $k = 1$ pomeni identiteto,
 - $|k| < 1$ pomeni skrčitev,
 - $k = -1$ pomeni zrcaljenje čez točko O ;
- premico preslika v vzporedno premico;
- daljico AB preslika na vzporedno daljico $A'B'$;
- ohranja premice, ki gredo skozi točko O .

Podobnost

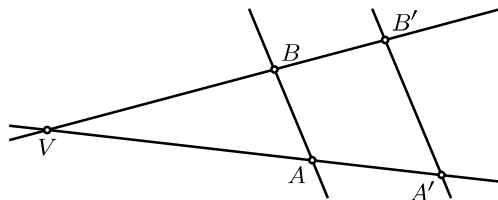
Definicija 12.129. *Podobnostna preslikava je preslikava, sestavljena iz togega premika in središčnega raztega.*

Definicija 12.130. *Dva lika sta podobna, če med njima obstaja podobnostna preslikava.*

Podobnost je v množici ravninskih likov ekvivalenčna relacija, saj je:

- *refleksivna*: $L \sim L$ – vsaka množica je podobna sami sebi (koeficient podobnosti $k = 1$);
- *simetrična*: $L \sim L' \Rightarrow L' \sim L$ – če je prva množica podobna drugi, je tudi druga podobna prvi (koeficienta podobnosti k in $\frac{1}{k}$);
- *tranzitivna*: $L \sim L' \wedge L' \sim L'' \rightarrow L \sim L''$ – če je prva množica podobna drugi in druga podobna tretji, je tudi prva množica podobna tretji množici (koeficienti podobnosti k_1, k_2 in $k_1 k_2$).

Izrek 12.131 (Talesov izrek o sorazmerjih). Če premici, ki se sekata v eni točki, sekamo z množico vzporednic, je razmerje odsekov na eni premici šopa enako razmerju enakoležnih odsekov na drugi premici istega šopa.



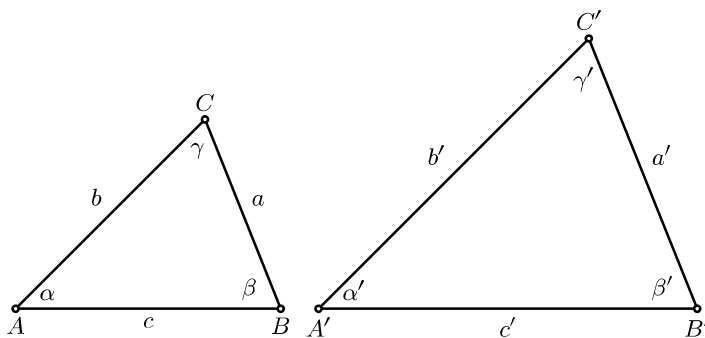
$$|VA| : |VA'| = |VB| : |VB'|$$

$$|VA| : |AB| = |VA'| : |A'B'|$$

$$|VA| : |AA'| = |VB| : |BB'|$$

Podobnost trikotnikov

Definicija 12.132. Trikotnika $\triangle ABC$ in $\triangle A'B'C'$ sta podobna, če imata enaka razmerja vseh istoležnih stranic in enake vse notranje kote.



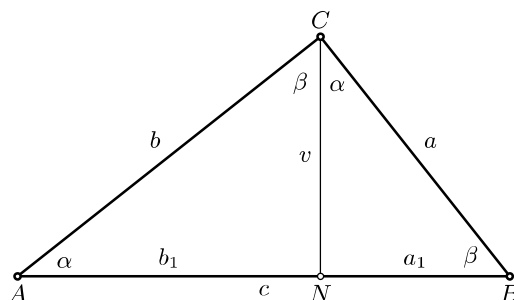
$$a : b : c = a' : b' : c' \quad \wedge \quad \alpha = \alpha', \beta = \beta', \gamma = \gamma' \quad \Rightarrow \quad \triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$$

Izrek 12.133 (o podobnosti trikotnikov). Dva trikotnika sta si podobna, če se ujemata:

1. v razmerjih po dveh enakoležnih stranic ($a : a' = b : b' = c : c' = k$);
2. v dveh notranjih kotih (npr. $\alpha = \alpha', \beta = \beta'$);
3. v razmerju dveh stranic in v vmesnem kotu (npr. $b : c = b' : c', \alpha = \alpha'$);
4. v razmerju dveh stranic in v kotu nasproti daljše.

Izrek 12.134. Podobna trikotnika imata sorazmerna obsega, koeficient podobnosti je k , isti kot za dolžine stranic. Sorazmerni sta tudi višini trikotnikov.

Ploščini podobnih trikotnikov sta sorazmerni s koeficientom podobnosti k^2 .

Izreki v pravokotnem trikotniku

Izrek 12.135 (višinski izrek). *Kvadrat višine v pravokotnem trikotniku je enak produktu pravo-
kotnih projekcij katet na hipotenuzo.*

$$v^2 = a_1 b_1$$

Izrek 12.136 (Evklidov izrek). *Kvadrat katete v pravokotnem trikotniku je enak produktu hi-
potenuze in pravokotne projekcije te katete na hipotenuzo.*

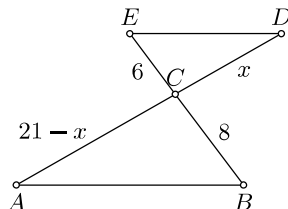
$$a^2 = a_1 c \quad \text{in} \quad b^2 = b_1 c$$

Izrek 12.137 (Pitagorov izrek). *Kvadrat hipotenuze v pravokotnem trikotniku je enak vsoti
kvadratov obeh katet.*

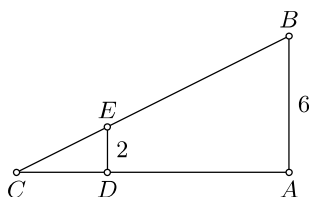
$$c^2 = a^2 + b^2$$

Naloga 12.138. Pomanjšajte trikotnik $\triangle ABC$ z dolžinami stranic $a = 4$ cm, $b = 8$ cm in $c = 6$ cm v razmerju $5 : 3$.

Naloga 12.139. Izračunajte vrednost števila x , če sta stranici AB in ED vzporedni.



Naloga 12.140. Dolžina daljice AC je 12. Izračunajte dolžino daljice AD .



Naloga 12.141. Trikotnika $\triangle ABC$ in $\triangle DEF$ imata po dva skladna kota. Stranice trikotnika $\triangle DEF$ merijo 14 cm, 18 cm in 12 cm. Koliko merita preostali dve stranici trikotnika $\triangle ABC$, če njegova najdaljša stranica meri 42 cm?

Naloga 12.142. V trapezu $ABCD$ z osnovnico $|AB| = 5$ in krakom $|AD| = 4$ se nosilki krakov sekata v točki E ter je $|DE| = 2$. Izračunajte dolžino stranice CD .

Naloga 12.143. Ivan stoji ponoči 5 m od vznožja 9 m visokega svetilnika. Ivanova senca je dolga 1 m. Določite Ivanovo višino.

Naloga 12.144. V pravokotnem trikotniku $\triangle ABC$ so dani nekateri podatki za dolžine določenih stranic ali višine. Izračunajte vrednosti neznanih dolžin stranic oziroma višine tako, da bodo določene vse izmed c , a , b , a_1 , b_1 in v .

- $a = 30$, $b = 40$
- $a = \sqrt{10}$, $v = \sqrt{6}$
- $b = \sqrt{35}$, $b_1 = 5$
- $c = 12$, $a = 6$
- $a_1 = 6$, $b_1 = 8$

Naloga 12.145. Izračunajte dolžine stranic pravokotnega trikotnika $\triangle ABC$, kjer sta a in b kateti, c pa hipotenuza: $a = 3x - 1$, $b = 5x$, $c = 6x - 1$.

Naloga 12.146. Izračunajte velikosti kotov x , y in z .

