MATEMATIKA

1. letnik – splošna gimnazija

Jan Kastelic

Gimnazija Antona Aškerca, Šolski center Ljubljana

28. november 2024

1/92

Vsebina

- Potence in izrazi
- 2 Deljivost

2/92

Section 1

Potence in izrazi



3/92

- Potence in izrazi
 - Potence z naravnim eksponentom
 - Pravila za računanje s potencami
 - Večkratniki
 - Algebrski izrazi
 - Računanje z algebrskimi izrazi
 - Potenciranje izrazov
 - Razstavljanje izrazov
- 2 Deljivost



4/92

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

Potenca z naravnim eksponentom

Potenca $\mathbf{x}^{\mathbf{n}}$ z **osnovo/bazo** x in **eksponentom/stopnjo** $n \in \mathbb{N}$, je produkt n faktorjev enakih x.



5/92

Potenca z naravnim eksponentom

Potenca $\mathbf{x}^{\mathbf{n}}$ z **osnovo/bazo** x in **eksponentom/stopnjo** $n \in \mathbb{N}$, je produkt n faktorjev enakih x.

$$\mathbf{x}^{\mathbf{n}} = \underbrace{\mathbf{x} \cdot \mathbf{x} \cdot \ldots \cdot \mathbf{x}}_{\mathbf{n} \text{ faktoriev}}$$

(ロト 4년) + 4분 + 4분 + 1분 - 1900은

5/92

Potenca z naravnim eksponentom

Potenca $\mathbf{x}^{\mathbf{n}}$ z **osnovo/bazo** x in **eksponentom/stopnjo** $n \in \mathbb{N}$, je produkt n faktorjev enakih x.

$$\mathbf{x}^{\mathbf{n}} = \underbrace{x \cdot x \cdot \ldots \cdot x}_{\mathbf{n} \text{ faktorjev}}$$

Jan Kastelic (GAA)

Potenca z naravnim eksponentom

Potenca $\mathbf{x}^{\mathbf{n}}$ z **osnovo/bazo** x in **eksponentom/stopnjo** $n \in \mathbb{N}$, je produkt n faktorjev enakih x.

$$\mathbf{x}^{\mathbf{n}} = \underbrace{\mathbf{x} \cdot \mathbf{x} \cdot \ldots \cdot \mathbf{x}}_{\mathbf{n} \text{ faktoriev}}$$



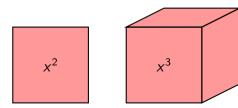
<ロ > < @ > < @ > < き > く き > く き * り へ ○

Jan Kastelic (GAA)

Potenca z naravnim eksponentom

Potenca $\mathbf{x}^{\mathbf{n}}$ z **osnovo/bazo** x in **eksponentom/stopnjo** $n \in \mathbb{N}$, je produkt n faktorjev enakih x.

$$\mathbf{x}^{\mathbf{n}} = \underbrace{\mathbf{x} \cdot \mathbf{x} \cdot \ldots \cdot \mathbf{x}}_{\mathbf{n} \text{ faktorjev}}$$



X



6/92

$$x^n \cdot x^m =$$



6/92

$$x^n \cdot x^m = \underbrace{(x \cdot x \cdot \dots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(x \cdot x \cdot \dots \cdot x)}_{\text{m faktorjev}} =$$



$$x^{n} \cdot x^{m} = \underbrace{(x \cdot x \cdot \dots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(x \cdot x \cdot \dots \cdot x)}_{\text{m faktorjev}} = x^{n+m}$$



$$x^{n} \cdot x^{m} = \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{m faktorjev}} = x^{n+m}$$

Dve potenci z isto osnovo zmnožimo tako, da osnovo ohranimo, eksponenta pa seštejemo.

(ロト 4년) + 4분 + 4분 + 1분 - 1900은

6/92

$$x^{n} \cdot x^{m} = \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{m faktorjev}} = x^{n+m}$$

Dve potenci z isto osnovo zmnožimo tako, da osnovo ohranimo, eksponenta pa seštejemo.

$$(x^n)^m =$$

4□ ▶ 4□ ▶ 4 = ▶ 4 = ▶ = 90

6/92

$$x^{n} \cdot x^{m} = \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{m faktorjev}} = x^{n+m}$$

Dve potenci z isto osnovo zmnožimo tako, da osnovo ohranimo, eksponenta pa seštejemo.

$$(x^n)^m = \underbrace{(x \cdot x \cdot \dots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(x \cdot x \cdot \dots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \dots \cdot \underbrace{(x \cdot x \cdot \dots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} = \underbrace{(x \cdot x \cdot \dots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}}$$

ロト 4回 ト 4 重 ト 4 重 ト 重 の 9 (で

$$x^{n} \cdot x^{m} = \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{m faktorjev}} = x^{n+m}$$

Dve potenci z isto osnovo zmnožimo tako, da osnovo ohranimo, eksponenta pa seštejemo.

$$(x^n)^m = \underbrace{(x \cdot x \cdot \dots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(x \cdot x \cdot \dots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \dots \cdot \underbrace{(x \cdot x \cdot \dots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} = x^{n \cdot m}$$

(ロト 4回 ト 4 差 ト 4 差 ト) 美 | かく()

6/92

$$x^{n} \cdot x^{m} = \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{m faktorjev}} = x^{n+m}$$

Dve potenci z isto osnovo zmnožimo tako, da osnovo ohranimo, eksponenta pa seštejemo.

$$(x^n)^m = \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \ldots \cdot \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} = x^{n \cdot m}$$

Potenco potenciramo tako, da osnovo ohranimo, ekponenta pa zmnožimo.

4 D > 4 D > 4 B > 4 B > B 9 9 9

6/92

$$(xy)^n =$$



Jan Kastelic (GAA)

$$(xy)^n = \underbrace{(xy \cdot xy \cdot \ldots \cdot xy)}_{\text{n faktorjev}} = \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(y \cdot y \cdot \ldots \cdot y)}_{\text{n faktorjev}} =$$

4 D > 4 P > 4 E > 4 E >

7/92

$$(xy)^n = \underbrace{(xy \cdot xy \cdot \ldots \cdot xy)}_{\text{n faktorjev}} = \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(y \cdot y \cdot \ldots \cdot y)}_{\text{n faktorjev}} = x^n y^n$$

4 D > 4 P > 4 E > 4 E >

7/92

$$(xy)^n = \underbrace{(xy \cdot xy \cdot \ldots \cdot xy)}_{\text{n faktorjev}} = \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(y \cdot y \cdot \ldots \cdot y)}_{\text{n faktorjev}} = x^n y^n$$

(D) (B) (E) (E) (E) (900

7/92

$$(xy)^n = \underbrace{(xy \cdot xy \cdot \ldots \cdot xy)}_{\text{n faktorjev}} = \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(y \cdot y \cdot \ldots \cdot y)}_{\text{n faktorjev}} = x^n y^n$$

Za naravne eksponente velja še:

| □ ▶ ◀ ∰ ▶ ◀ 불 ▶ ◀ 불 ▶ □ 불 □ ♥ Q (~)

7/92

$$(xy)^n = \underbrace{(xy \cdot xy \cdot \ldots \cdot xy)}_{\text{n faktorjev}} = \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(y \cdot y \cdot \ldots \cdot y)}_{\text{n faktorjev}} = x^n y^n$$

Za naravne eksponente velja še:

$$(-x)^{2n} = x^{2n}$$



7/92

$$(xy)^n = \underbrace{(xy \cdot xy \cdot \ldots \cdot xy)}_{\text{n faktorjev}} = \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(y \cdot y \cdot \ldots \cdot y)}_{\text{n faktorjev}} = x^n y^n$$

Za naravne eksponente velja še:

$$(-x)^{2n} = x^{2n}$$

 $(-x)^{2n+1} = -x^{2n+1}$

(ロト 4回 ト 4 E ト 4 E ト) E り 9 Q (で

7 / 92

$$(xy)^n = \underbrace{(xy \cdot xy \cdot \ldots \cdot xy)}_{\text{n faktorjev}} = \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(y \cdot y \cdot \ldots \cdot y)}_{\text{n faktorjev}} = x^n y^n$$

Za naravne eksponente velja še:

$$(-x)^{2n} = x^{2n}$$
$$(-x)^{2n+1} = -x^{2n+1}$$

$$(-1)^n = \begin{cases} 1; & n = 2k \\ -1; & n = 2k - 1 \end{cases}; k \in \mathbb{N}$$

◆□▶ ◆□▶ ◆臺▶ ◆臺▶ · 臺 · 釣९ⓒ

7/92

8/92

Naloga

Števila -3^2 , $(-4)^2$, -2^4 , $(-1)^{2024}$, $(-2)^3$ in $(-3)^2$ uredite po velikosti od najmanjšega do največjega.

8/92

Naloga

Števila -3^2 , $(-4)^2$, -2^4 , $(-1)^{2024}$, $(-2)^3$ in $(-3)^2$ uredite po velikosti od najmanjšega do največjega.

Naloga

Poiščite podatke in jih zapišite na dva načina: s potenco in številom brez potence.

- Razdalja med Zemljo in Soncem
- Zemljina masa
- Masa Sonca
- Število zvezd v naši Galaksiji

4 D > 4 D > 4 B > 4 B > B 9 9 0

8 / 92

9 / 92

Naloga

Izračunajte.



Naloga

Izračunajte.

•
$$(-3)^2 + 2^4$$

•
$$(5-3)^3+(-3)^2$$

•
$$(2^2+1)^2+(-3)^3+(-2)^4$$

•
$$(-1)^{2024} + ((-2)^5 + 5^2 - (7-3^2)^3)^2$$

$$-1^{2n-1}+(-1)^{2n-1}$$



9/92

10 / 92

Naloga

Poenostavite izraz.



Poenostavite izraz.

- $2^7 \cdot 2^3$
- $a^3 \cdot a^{12} \cdot a^5$
- $(2z)^3$
- $(m^2 \cdot m^4)^3$
- $a^3 + 2a^3 6a^3$
- $x^2 \cdot x^4 + (-2x^3)^2 2(-x)^6$

Pravila za računanje s potencami

Izračunajte, rezultat zapišite s potenco.



11/92

Izračunajte, rezultat zapišite s potenco.

$$\bullet$$
 2 · 10³ · 3 · 10² · 5 · 10⁶

$$\bullet \ (10^3)^2 \cdot 5 \cdot 10^4 \cdot 2 \cdot 10^3$$

•
$$(-2)^3 \cdot 2^7$$

$$\bullet$$
 $-2^3 \cdot (-2)^4 \cdot 2^3$

•
$$2^3 \cdot (-3)^2 \cdot 6^4 \cdot 3$$

$$(-3)^3 \cdot (-7)^2 \cdot 21^7 \cdot 7$$

Pravila za računanje s potencami

Poenostavite.



Poenostavite.

•
$$2^3 \cdot 3^4 \cdot (2^4 \cdot 3^2)^5$$

•
$$(5^2 \cdot 7)^3 \cdot 5^2 \cdot 7^3$$

•
$$(-2^3 \cdot 3^5)^4 \cdot 2^6 \cdot 3^5$$

$$\bullet \ (-4)^2 \cdot (-7)^{13} \cdot (-28)^5 \cdot (-7^2)^3$$

$$\bullet$$
 $-6^2 \cdot (-3)^2 \cdot 8^5 \cdot (-3^2)^3$



12/92

Pravila za računanje s potencami

Poenostavite.



Poenostavite.

$$\bullet \ a^3 \cdot b^2 \cdot a^7 \cdot b^3 \cdot b^5$$

- $4x^4 \cdot (2x^3)^2$
- $(k^3 \cdot 2h^5)^2$
- $(x^2y^4)^2 \cdot (x^3y)^3$
- $(a^2b^5)^3(ab^3)^2$
- $x^2y^3(x^3y^6)^2$

Pravila za računanje s potencami

Poenostavite.



Poenostavite.

•
$$2^3 \cdot x^2 \cdot 3^2 \cdot (-x)^6$$

$$(-a^3b)^4(-a^2b^5a^3)^3$$

•
$$(2s^2 \cdot (-s^2)^5)^5$$

$$(-2(z^4)^2(-2z)^3z^5)^3$$

•
$$(-3ab^2)^3(-a^4b^2(a^3)^5)^2(ab^3)^2$$

•
$$(xy^2z)^3(x^3(-y^2)^5(-z))^3(x^2y^3(-z^2)^3)$$

Pravila za računanje s potencami

Odpravite oklepaje in poenostavite, če je mogoče.



15 / 92

15 / 92

Naloga

Odpravite oklepaje in poenostavite, če je mogoče.

$$\bullet \ a^n \cdot a^{n+2} \cdot (-a)^3$$

$$(-x^n)^4 \cdot x^2$$

•
$$a^n \cdot (a^2 - a^3 + 2)$$

•
$$(x^2 + 3x^n - 5) \cdot x^{n+1}$$

Pravila za računanje s potencami

Poenostavite.



16 / 92

Naloga

Poenostavite.

•
$$(2s(g^2)^2)^2 - 3(s^4g)g^7$$

$$(-4x^2xy^3)^2 + (xy)^5(-2^3xy)$$

•
$$a^2(a^3-b^2)-a^5+(-a)^2b^2$$

•
$$(p^2(q^3)^2)^2 - 2p^4q^{12} + 7(-p^3p)(q^4)^3 - (-2)^3(pq^3)^4$$

Pravila za računanje s potencami

Poenostavite.



Poenostavite.

•
$$5a^{n+1} + 4a^{n+1} - 6a^{n+1}$$

•
$$3x^{n+2} + 5x^n \cdot x^2 + 2x \cdot x^{n+1}$$

•
$$3^{5x} \cdot 9^x - 3^{7x} + 27^x \cdot 9^{2x}$$

•
$$4^{2y} + 3 \cdot (2^y)^4 - 5 \cdot 8^y \cdot 2^y$$

$$\bullet \ 5^p \cdot 125^p \cdot 25^p + 2(5^p)^6 - 4 \cdot 25^{3p}$$



17 / 92



18 / 92

Večkratnik ali tudi *k*-**kratnik** števila *x* je vsota *k* enakih sumandov *x*:



18 / 92

Večkratnik ali tudi *k*-**kratnik** števila *x* je vsota *k* enakih sumandov *x*:

$$k \cdot x = \underbrace{x + x + \ldots + x}_{k \text{ sumandov}}.$$



18 / 92

Večkratnik ali tudi *k*-**kratnik** števila *x* je vsota *k* enakih sumandov *x*:

$$k \cdot x = \underbrace{x + x + \ldots + x}_{k \text{ sumandov}}.$$

Vse večkratnike števila x dobimo tako, da število x zapored pomnožimo z vsemi celimi števili:



18 / 92

Večkratnik ali tudi *k*-**kratnik** števila *x* je vsota *k* enakih sumandov *x*:

$$k \cdot x = \underbrace{x + x + \ldots + x}_{k \text{ sumandov}}.$$

Vse večkratnike števila x dobimo tako, da število x zapored pomnožimo z vsemi celimi števili:

$$\{\ldots, -5x, -4x, -3x, -2x, -x, 0, x, 2x, 3x, 4x, 5x, \ldots\} = \{kx; k, x \in \mathbb{Z}\} = x\mathbb{Z}.$$



18 / 92

Večkratnik ali tudi *k*-**kratnik** števila *x* je vsota *k* enakih sumandov *x*:

$$k \cdot x = \underbrace{x + x + \ldots + x}_{k \text{ sumandov}}.$$

Vse večkratnike števila x dobimo tako, da število x zapored pomnožimo z vsemi celimi števili:

$$\{\ldots, -5x, -4x, -3x, -2x, -x, 0, x, 2x, 3x, 4x, 5x, \ldots\} = \{kx; k, x \in \mathbb{Z}\} = x\mathbb{Z}.$$

Število \mathbf{k} je **koeficient** števila oziroma spremenljivke x.



18 / 92



19 / 92

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 28

Algebrski izraz ali izraz je smiseln zapis sestavljen iz:



19 / 92

Algebrski izraz ali izraz je smiseln zapis sestavljen iz:

številk,



19 / 92

Algebrski izraz ali izraz je smiseln zapis sestavljen iz:

- številk,
- spremenljivk/parametrov, ki predstavljajo števila in jih označujemo s črkami,



19 / 92

Algebrski izraz ali izraz je smiseln zapis sestavljen iz:

- številk,
- spremenljivk/parametrov, ki predstavljajo števila in jih označujemo s črkami,
- oznak računskih operacij in funkcij, ki jih povezujejo,



19 / 92

Algebrski izraz ali izraz je smiseln zapis sestavljen iz:

- številk,
- spremenljivk/parametrov, ki predstavljajo števila in jih označujemo s črkami,
- oznak računskih operacij in funkcij, ki jih povezujejo,
- oklepajev, ki določajo vrstni red računanja.



19 / 92

Algebrski izraz ali izraz je smiseln zapis sestavljen iz:

- številk,
- spremenljivk/parametrov, ki predstavljajo števila in jih označujemo s črkami,
- oznak računskih operacij in funkcij, ki jih povezujejo,
- oklepajev, ki določajo vrstni red računanja.

Če v izraz namesto spremenljivk vstavimo konkretna števila in izračunamo rezultat, dobimo **vrednost izraza** (pri dani izbiri spremenljivk).



19 / 92

Algebrski izraz ali izraz je smiseln zapis sestavljen iz:

- številk,
- spremenljivk/parametrov, ki predstavljajo števila in jih označujemo s črkami,
- oznak računskih operacij in funkcij, ki jih povezujejo,
- oklepajev, ki določajo vrstni red računanja.

Če v izraz namesto spremenljivk vstavimo konkretna števila in izračunamo rezultat, dobimo **vrednost izraza** (pri dani izbiri spremenljivk).

Dva matematična izraza sta **enakovredna**, če imata pri katerikoli izbiri spremenljivk vedno enako vrednost.

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 28. november 2024 19 / 92



20 / 92

Pri poenostavljanju izrazov veljajo vsi računski zakoni, ki veljajo za računanje s števili.



20 / 92

Pri poenostavljanju izrazov veljajo vsi računski zakoni, ki veljajo za računanje s števili.

Komutativnost seštevanja



20 / 92

Pri poenostavljanju izrazov veljajo vsi računski zakoni, ki veljajo za računanje s števili.

Komutativnost seštevanja

$$x + y = y + x$$



20 / 92

Pri poenostavljanju izrazov veljajo vsi računski zakoni, ki veljajo za računanje s števili.

Komutativnost seštevanja

$$x + y = y + x$$

Asociativnost seštevanja



20 / 92

Pri poenostavljanju izrazov veljajo vsi računski zakoni, ki veljajo za računanje s števili.

Komutativnost seštevanja

$$\mathbf{x} + \mathbf{y} = \mathbf{y} + \mathbf{x}$$

Asociativnost seštevanja

$$(x + y) + z = x + (y + z)$$



20 / 92

Pri poenostavljanju izrazov veljajo vsi računski zakoni, ki veljajo za računanje s števili.

Komutativnost seštevanja

$$x + y = y + x$$

Asociativnost seštevanja

$$(x + y) + z = x + (y + z)$$

Komutativnost množenja



20 / 92

Pri poenostavljanju izrazov veljajo vsi računski zakoni, ki veljajo za računanje s števili.

Komutativnost seštevanja

$$x + y = y + x$$

Komutativnost množenja

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = \mathbf{y} \cdot \mathbf{x}$$

Asociativnost seštevanja

$$(x + y) + z = x + (y + z)$$



20 / 92

Pri poenostavljanju izrazov veljajo vsi računski zakoni, ki veljajo za računanje s števili.

Komutativnost seštevanja

$$x + y = y + x$$

Komutativnost množenja

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = \mathbf{y} \cdot \mathbf{x}$$

Asociativnost seštevanja

$$(x + y) + z = x + (y + z)$$

Asociativnost množenja



20 / 92

Pri poenostavljanju izrazov veljajo vsi računski zakoni, ki veljajo za računanje s števili.

Komutativnost seštevanja

$$x + y = y + x$$

Komutativnost množenja

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = \mathbf{y} \cdot \mathbf{x}$$

Asociativnost seštevanja

$$(x + y) + z = x + (y + z)$$

Asociativnost množenja

$$(\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}) \cdot \mathbf{z} = \mathbf{x} \cdot (\mathbf{y} \cdot \mathbf{z})$$

20 / 92

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

Pri poenostavljanju izrazov veljajo vsi računski zakoni, ki veljajo za računanje s števili.

Komutativnost seštevanja

$$x + y = y + x$$

Komutativnost množenja

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = \mathbf{y} \cdot \mathbf{x}$$

Asociativnost seštevanja

$$(x + y) + z = x + (y + z)$$

Asociativnost množenja

$$(\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}) \cdot \mathbf{z} = \mathbf{x} \cdot (\mathbf{y} \cdot \mathbf{z})$$

Distributivnost seštevanja in množenja

20 / 92

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

Pri poenostavljanju izrazov veljajo vsi računski zakoni, ki veljajo za računanje s števili.

Komutativnost seštevanja

$$x + y = y + x$$

Komutativnost množenja

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = \mathbf{y} \cdot \mathbf{x}$$

Asociativnost seštevanja

$$(x + y) + z = x + (y + z)$$

Asociativnost množenja

$$(\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}) \cdot \mathbf{z} = \mathbf{x} \cdot (\mathbf{y} \cdot \mathbf{z})$$

20 / 92

Distributivnost seštevanja in množenja

$$(x + y) \cdot z = \mathbf{x} \cdot \mathbf{z} + \mathbf{y} \cdot \mathbf{z}$$



21 / 92

Seštevanje in izpostavljanje izrazov



21 / 92

Seštevanje in izpostavljanje izrazov

Med seboj lahko seštevamo samo člene, ki se razlikujejo kvečjemu v koeficientu. To naredimo tako, da seštejemo koeficienta.



21 / 92

Seštevanje in izpostavljanje izrazov

Med seboj lahko seštevamo samo člene, ki se razlikujejo kvečjemu v koeficientu. To naredimo tako, da seštejemo koeficienta.

$$mx^2 + ny + kx^2 + ly = mx^2 + kx^2 + ny + ly = (m + k)x^2 + (n + l)y$$



21/92

Seštevanje in izpostavljanje izrazov

Med seboj lahko seštevamo samo člene, ki se razlikujejo kvečjemu v koeficientu. To naredimo tako, da seštejemo koeficienta.

$$mx^2 + ny + kx^2 + ly = mx^2 + kx^2 + ny + ly = (m + k)x^2 + (n + l)y$$

Množenje izrazov

|ロト 4回 ト 4 m ト 4 m ト 9 m 9 q 0 c

21/92

Seštevanje in izpostavljanje izrazov

Med seboj lahko seštevamo samo člene, ki se razlikujejo kvečjemu v koeficientu. To naredimo tako, da seštejemo koeficienta.

$$mx^2 + ny + kx^2 + ly = mx^2 + kx^2 + ny + ly = (m + k)x^2 + (n + l)y$$

Množenje izrazov

Dva izraza zmnožimo tako, da vsak člen prvega izraza zmnožimo z vsakim členom drugega izraza. Potem pa seštejemo podobne člene.



21/92

Seštevanje in izpostavljanje izrazov

Med seboj lahko seštevamo samo člene, ki se razlikujejo kvečjemu v koeficientu. To naredimo tako, da seštejemo koeficienta.

$$mx^2 + ny + kx^2 + ly = mx^2 + kx^2 + ny + ly = (m + k)x^2 + (n + l)y$$

Množenje izrazov

Dva izraza zmnožimo tako, da vsak člen prvega izraza zmnožimo z vsakim členom drugega izraza. Potem pa seštejemo podobne člene.

$$(x+y)(z+w) = xz + xw + yz + yw$$

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 28. november 2024

Poenostavite.



Poenostavite.

•
$$3a + 2b - a + 7b$$

•
$$2a^2b - ab^2 + 3a^2b$$

•
$$5a^4 - (2a)^4 + (-3a^2)^2 - 3(a^2)^2$$

•
$$3(a-2(a+b))-2(b-a(-2)^2)$$

22 / 92

Zapišite izraz.



Jan Kastelic (GAA)

Zapišite izraz.

- Kvadrat razlike števil x in y.
- Razlika kvadratov števil x in y.
- Razlika petkratnika *m* in kvadrata števila 3.
- ullet Kub razlike sedemkratnika števila x in trikratnika števila y.

23 / 92

Izpostavite skupni faktor.



Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

Izpostavite skupni faktor.

- $3x + 12y^2$
- $m^3 + 8mp$
- $22a^3 33ab$
- $kr^2 rk^2$
- $4u^2v^3 6uv^2$
- $12a^2b 8(ab)^2 (2ab)^4$

Izpostavite skupni faktor.



Izpostavite skupni faktor.

•
$$3x(x+1) + 5(x+1)$$

•
$$(a-1)(a+1)+(a-1)$$

•
$$4(m-1)-(1-m)(a+b)$$

•
$$3(c-2) + 5c(2-c)$$

•
$$(-y + x)3a - (y - x)b$$



Izpostavite skupni faktor.



26 / 92

Izpostavite skupni faktor.

•
$$5^{11} - 5^{10} + 5^9$$

•
$$2 \cdot 3^8 + 5 \cdot 3^6$$

$$\bullet \ 4 \cdot 5^{10} - 10 \cdot 5^8 - 8 \cdot 5^9$$

•
$$7^5 - 7^6 + 7 \cdot 7^4$$

Izpostavite skupni faktor.



27 / 92

Izpostavite skupni faktor.

•
$$3^n - 2 \cdot 3^{n+1} + 3^{n+2}$$

•
$$2^{k+2}-2^k$$

•
$$5 \cdot 3^m + 2 \cdot 3^{m+1}$$

$$2^{n-3} + 3 \cdot 2^{n-2} - 2^{n-1}$$

•
$$3 \cdot 5^{n+1} - 5^{n+2} + 4 \cdot 5^{n+3}$$

•
$$7^n + 2 \cdot 7^{n-1} - 3 \cdot 7^{n+1}$$

Računanje z algebrskimi izrazi

Izpostavite skupni faktor in izračunajte.



28 / 92

Izpostavite skupni faktor in izračunajte.

•
$$2^{2n} + 4^n + (2^n)^2$$

•
$$5^{2n+1} - 25^n + 3 \cdot 5^{2n-1}$$

•
$$5 \cdot 2^{3n} - 3 \cdot 8^{n-1}$$

•
$$49^n - 2 \cdot 7^{2n-1}$$

Računanje z algebrskimi izrazi

Izpostavite skupni faktor.



29 / 92

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

Izpostavite skupni faktor.

•
$$4a^n + 6a^{n+1}$$

•
$$b^n + b^{n+1} - 2b^{n-1}$$

•
$$a^{n-3} + 5a^n$$

•
$$3x^{n+1} - 15x^n + 18x^{n-1}$$

Jan Kastelic (GAA)

Računanje z algebrskimi izrazi

Zmnožite.



Zmnožite.

•
$$(x-3)(x+2)$$

•
$$(2m+3)(5m-1)$$

•
$$(1-a)(1+a)$$

•
$$(x-3y)(2x+y)$$

•
$$(m-2k)(3m-k)$$



30 / 92

Računanje z algebrskimi izrazi

Zmnožite.



Zmnožite.

•
$$(a+b-1)(a-b)$$

•
$$(2x + y)(3x - 4y + 5)$$

•
$$(m+2n-k)(m+2n+k)$$

31 / 92

Računanje z algebrskimi izrazi

Zmnožite.



Zmnožite.

•
$$(x^2-3)(x^3+2)$$

•
$$(3x^2 - y)(5y^4 - 7x^3)$$

•
$$(u^3-1)(u^3+1)$$

$$(a^5b^2-4b)(3a^7+2a^2b)$$

•
$$(a-b)(a^2+ab+b^2)$$

•
$$(z + w)(z^2 - zw + w^2)$$

Računanje z algebrskimi izrazi

Poenostavite.



Poenostavite.

•
$$(2x - y)(3 + y) + (y - 4)(y + 4) - 2xy + 3(y - 2x + 5)$$

•
$$(x-y)(x+y) - (x^2 + xy + y^2)(x-y) - (1-x)x^2 + (-y)y^2$$

•
$$2ab + (a-3b^2)(a+3b^2) + 2^3(-b^2)^2 - (a-b)(b-a) - 2a^3$$



33 / 92



34 / 92

Kvadrat vsote in razlike binoma



34 / 92

Kvadrat vsote in razlike binoma

$$(x+y)^2 =$$



34 / 92

Kvadrat vsote in razlike binoma

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$



Kvadrat vsote in razlike binoma

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

 $(x - y)^2 =$



34 / 92

Kvadrat vsote in razlike binoma

$$(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$



34 / 92

Kvadrat vsote in razlike binoma

$$(x + y)^{2} = x^{2} + 2xy + y^{2}$$
$$(x - y)^{2} = x^{2} - 2xy + y^{2}$$

Kub vsote in razlike binoma



34 / 92

Kvadrat vsote in razlike binoma

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

 $(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$

Kub vsote in razlike binoma

$$(x + y)^3 =$$



34 / 92

Kvadrat vsote in razlike binoma

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

 $(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$

Kub vsote in razlike binoma

$$(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$



34 / 92

Kvadrat vsote in razlike binoma

$$(x + y)^{2} = x^{2} + 2xy + y^{2}$$
$$(x - y)^{2} = x^{2} - 2xy + y^{2}$$

Kub vsote in razlike binoma

$$(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$
$$(x - y)^3 =$$



34 / 92

Kvadrat vsote in razlike binoma

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

 $(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$

Kub vsote in razlike binoma

$$(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$
$$(x - y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$$



34 / 92

Kvadrat vsote in razlike binoma

$$(x + y)^{2} = x^{2} + 2xy + y^{2}$$
$$(x - y)^{2} = x^{2} - 2xy + y^{2}$$

Kub vsote in razlike binoma

$$(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$
$$(x - y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$$

Kvadrat trinoma



Kvadrat vsote in razlike binoma

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

 $(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$

Kub vsote in razlike binoma

$$(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$
$$(x - y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$$

Kvadrat trinoma

$$(x+y+z)^2 =$$

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 28. november 2024

Kvadrat vsote in razlike binoma

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

 $(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$

Kub vsote in razlike binoma

$$(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$
$$(x - y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$$

Kvadrat trinoma

$$(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz$$

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 28. november 2024

Kvadrirajte.



Kvadrirajte.

- $(x+3)^2$
- $(y + 2x)^2$
- $(2a+3b)^2$
- $(x 3y)^2$
- $(1-a^2)^2$
- $(2x^2y^3 z^5)^2$

Potenciranje izrazov

Kvadrirajte.



Kvadrirajte.

•
$$(-a-b)^2$$

•
$$(-2x^5 + y)^2$$

•
$$(a^{n+1}+b^n)^2$$

•
$$(a+b-3)^2$$

•
$$(z + 2x^3 - 1)^2$$

•
$$(2x^5 - 3m^6 + 2m^n)^2$$

Potenciranje izrazov

Kubirajte.



Kubirajte.

- $(x+1)^3$
- $(a-2)^3$
- $(2m+3)^3$
- $(-a+2b)^3$
- $(-z-2g)^3$
- $(a^4 2b^2)^3$

Potenciranje izrazov

Dopolnite do popolnega kvadrata in ga zapišite.



38 / 92

Dopolnite do popolnega kvadrata in ga zapišite.

•
$$x^2 + 8x + _ = (x + _)^2$$

•
$$x^2 + 12x + \underline{} = (x + \underline{})^2$$

•
$$a^2 - 10a + \underline{\hspace{0.2cm}} = (a - \underline{\hspace{0.2cm}})^2$$

•
$$m^2 - 2m + _ = (m - _)^2$$

Potenciranje izrazov

Poenostavite.



Poenostavite.

•
$$(2a+5)^2 - (a-3)(a+5) - a(a+7) - 2a^2 - a$$

•
$$(x-2y)(x+2y)+4(y^2-3)-(x-4)^2+7(x+4)$$

•
$$(2m+1)(2m-1) - (3m^2-4m) - 2^4 - (m-2)^3 + (2m-3)^2 + m^2m$$



Jan Kastelic (GAA)

Razstavljanje/razcepljanje/faktorizacija izraza je zapis izraza kot dveh ali več faktoriev.



40 / 92

Razstavljanje/razcepljanje/faktorizacija izraza je zapis izraza kot dveh ali več faktorjev.

Izpostavljanje skupnega faktorja



40 / 92

Razstavljanje/razcepljanje/faktorizacija izraza je zapis izraza kot dveh ali več faktorjev.

Izpostavljanje skupnega faktorja

$$xy + xz = x(y + z)$$



40 / 92

Razstavljanje/razcepljanje/faktorizacija izraza je zapis izraza kot dveh ali več faktorjev.

Izpostavljanje skupnega faktorja

$$xy + xz = x(y + z)$$

$$xy - xz = x(y - z)$$



40 / 92

Razstavljanje/razcepljanje/faktorizacija izraza je zapis izraza kot dveh ali več faktorjev.

Izpostavljanje skupnega faktorja

$$xy + xz = x(y + z)$$

$$xy - xz = x(y - z)$$

Pri razstavljanju smo vedno pozorni na to, da razstavimo vse, kar je mogoče.



40 / 92

$$x^2 - y^2 =$$



41 / 92

$$x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$$



41 / 92

$$x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$$

Razlika kubov

$$x^3 - y^3 =$$



$$x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$$

Razlika kubov

$$x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$$



41 / 92

$$x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$$

Razlika kubov

$$x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$$

Razlika četrtih potenc

$$x^4 - y^4 =$$



41 / 92

$$x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$$

Razlika kubov

$$x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$$

Razlika četrtih potenc

$$x^4 - y^4 = (x - y)(x + y)(x^2 + y^2)$$



41 / 92

$$x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$$

Razlika kubov

$$x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$$

Razlika četrtih potenc

$$x^4 - y^4 = (x - y)(x + y)(x^2 + y^2)$$

Razlika *n*-tih potenc

$$x^n - y^n =$$



$$x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$$

Razlika kubov

$$x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$$

Razlika četrtih potenc

$$x^4 - y^4 = (x - y)(x + y)(x^2 + y^2)$$

Razlika *n*-tih potenc

$$x^{n} - y^{n} = (x - y)(x^{n-1} + x^{n-2}y + x^{n-3}y^{2} + ... + xy^{n-2} + y^{n-1})$$



41 / 92



28. november 2024

Vsote kvadratov $x^2 + y^2$ ne moremo razstaviti v množici $\mathbb Z$ (oziroma $\mathbb R$).



42 / 92

Vsote kvadratov $x^2 + y^2$ ne moremo razstaviti v množici $\mathbb Z$ (oziroma $\mathbb R$).

Vsota kubov

$$x^3 + y^3 =$$



42 / 92

Vsote kvadratov $x^2 + y^2$ ne moremo razstaviti v množici $\mathbb Z$ (oziroma $\mathbb R$).

Vsota kubov

$$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$$



Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 28. november 2024 42 / 92

Vsote kvadratov $x^2 + y^2$ ne moremo razstaviti v množici $\mathbb Z$ (oziroma $\mathbb R$).

Vsota kubov

$$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$$

Vsota četrtih potenc



42 / 92

Vsote kvadratov $x^2 + y^2$ ne moremo razstaviti v množici \mathbb{Z} (oziroma \mathbb{R}).

Vsota kubov

$$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$$

Vsota četrtih potenc

Vsote četrtih potenc $x^4 + y^4$ ne moremo razstaviti v množici \mathbb{Z} (oziroma \mathbb{R}).



Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 28. november 2024 42 / 92

Vsote kvadratov $x^2 + y^2$ ne moremo razstaviti v množici $\mathbb Z$ (oziroma $\mathbb R$).

Vsota kubov

$$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$$

Vsota četrtih potenc

Vsote četrtih potenc $x^4 + y^4$ ne moremo razstaviti v množici $\mathbb Z$ (oziroma $\mathbb R$).

Vsota *n*-tih potenc

$$x^n + y^n =$$



42 / 92

Vsota kvadratov

Vsote kvadratov $x^2 + y^2$ ne moremo razstaviti v množici \mathbb{Z} (oziroma \mathbb{R}).

Vsota kubov

$$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$$

Vsota četrtih potenc

Vsote četrtih potenc $x^4 + y^4$ ne moremo razstaviti v množici \mathbb{Z} (oziroma \mathbb{R}).

Vsota *n*-tih potenc

$$x^{n} + y^{n} = (x + y)(x^{n-1} - x^{n-2}y + x^{n-3}y^{2} - \dots - xy^{n-2} + y^{n-1})$$



42 / 92



43 / 92

Za nekatere trinome pa se lahko zgodi, da jih ne moremo razstaviti v množici $\mathbb Z$ (oziroma $\mathbb R$).



43 / 92

Za nekatere trinome pa se lahko zgodi, da jih ne moremo razstaviti v množici $\mathbb Z$ (oziroma \mathbb{R}).

Tričlenik, ki je kvadrat

$$x^2 + 2xy + y^2 =$$



43 / 92

Za nekatere trinome pa se lahko zgodi, da jih ne moremo razstaviti v množici $\mathbb Z$ (oziroma \mathbb{R}).

Tričlenik, ki je kvadrat

$$x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2$$



43 / 92

Za nekatere trinome pa se lahko zgodi, da jih ne moremo razstaviti v množici \mathbb{Z} (oziroma \mathbb{R}).

Tričlenik, ki je kvadrat

$$x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2$$

Viétovo pravilo

$$x^2 + (a+b)x + ab =$$



43 / 92

Za nekatere trinome pa se lahko zgodi, da jih ne moremo razstaviti v množici $\mathbb Z$ (oziroma $\mathbb R$).

Tričlenik, ki je kvadrat

$$x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2$$

Viétovo pravilo

$$x^{2} + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$$



43 / 92

Za nekatere trinome pa se lahko zgodi, da jih ne moremo razstaviti v množici $\mathbb Z$ (oziroma \mathbb{R}).

Tričlenik, ki je kvadrat

$$x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2$$

Viétovo pravilo

$$x^{2} + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$$

Ugibanje

$$ax^2 + bx + c =$$



Za nekatere trinome pa se lahko zgodi, da jih ne moremo razstaviti v množici $\mathbb Z$ (oziroma $\mathbb R$).

Tričlenik, ki je kvadrat

$$x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2$$

Viétovo pravilo

$$x^{2} + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$$

Ugibanje

$$ax^2 + bx + c = (dx + e)(fx + g)$$



$$xa + xb + ya + yb =$$



44 / 92

$$xa + xb + ya + yb = x(a + b) + y(a + b) = (a + b)(x + y)$$



44 / 92

$$xa + xb + ya + yb = x(a + b) + y(a + b) = (a + b)(x + y)$$

Razstavljanje štiričlenika – združitev 3 členi + 1 člen

$$a + 2ax + x^2 - b^2 =$$



44 / 92

$$xa + xb + ya + yb = x(a + b) + y(a + b) = (a + b)(x + y)$$

Razstavljanje štiričlenika – združitev 3 členi + 1 člen

$$a + 2ax + x^2 - b^2 = (a + x)^2 - b^2 = (a + x - b)(a + x + b)$$



44 / 92

Razstavljanje izrazov

Razstavite razliko kvadratov.



Razstavite razliko kvadratov.

- $x^2 25$
- $64 y^2$
- $16m^2 81$
- $25a^2 49b^2$
- $121u^2 36v^2$

Razstavljanje izrazov

Razstavite razliko kvadratov.



Jan Kastelic (GAA)

Razstavite razliko kvadratov.

•
$$2z^2 - 8$$

•
$$3b^2 - 12$$

•
$$48 - 27h^2$$

•
$$200t^2 - 8z^2$$

•
$$a^2b - 49b$$

•
$$80x^2 - 45y^2$$

Razstavljanje izrazov

MATEMATIKA

Naloga

Razstavite razliko kvadratov.



47 / 92

Jan Kastelic (GAA)

Razstavite razliko kvadratov.

- $162s^3 32sc^2$
- $f^4 9g^2$
- $16u^4 81v^4$
- $a^4 16$
- $-18a^2 + 2b^4$



28. november 2024

Razstavite razliko kvadratov.



Razstavite razliko kvadratov.

•
$$(f+3)^2-25$$

•
$$(2-r)(2+r)$$

•
$$81x^4 - (y-2)^2$$

$$(x-y)^2-(2x+3y)^2$$

•
$$5(4-k)(4+k)$$



Razstavljanje izrazov

Razstavite in izračunajte.



Jan Kastelic (GAA)

Razstavite in izračunajte.

• $102^2 - 2^2$

• $23^2 - 22^2$

• $999^2 - 1$

Razstavljanje izrazov

Razstavite vsoto ali razliko kubov.



50 / 92

Razstavite vsoto ali razliko kubov.

- $a^3 8b^3$
- $1 + x^3$
- $27m^3 + 8$
- \bullet 27 + 64 b^3
- $125x^3 64y^3$
- $64a^6 b^3$

Razstavite vsoto ali razliko kubov.



51/92

Razstavite vsoto ali razliko kubov.

- $a^3b^3 1$
- $8a^3 b^6c^9$
- $m^5 + 27g^3m^2$
- $(a+2)^3-b^3$

• $10^3 - (a+b)^3$



Razstavite.

•
$$m^2 + 14m + 45$$

•
$$a^2 + 9a + 18$$

•
$$x^2 - 9x + 20$$

•
$$y^2 - 11y + 24$$

•
$$z^2 - 13z + 22$$

•
$$x^2 + 5x - 24$$



•
$$m^2 + m - 110$$

•
$$u^2 + 9u - 22$$

•
$$x^2 - 5x - 24$$

•
$$z^2 - 3z - 28$$

•
$$p^2 - 4p - 45$$

•
$$x^2 - 18x + 81$$



Razstavite.

•
$$3x^2 + 87x + 300$$

•
$$2y^2 + 18y + 28$$

•
$$2x^2 - 30x + 108$$

•
$$7a^2 - 84a + 245$$

$$\bullet$$
 $6p^5 - 72p^4 + 216p^3$

•
$$2x^2 + 4x - 70$$



•
$$72y - 81 + 9y^2$$

•
$$3k^3 + 9k^2 - 12k$$

•
$$16t - 4t^2 + 84$$

•
$$p^3 + 13p^2 + 22p$$

•
$$50b + 125 + 5b^2$$

$$-7x^2 + 7x + 42$$



Razstavite.

•
$$x^2 + 16xy + 63y^2$$

•
$$a^2 - 2ab - 35b^2$$

•
$$p^2 + 3pk - 10k^2$$

•
$$2z^2 - 2zu - 24u^2$$

•
$$60c^3d^4 + 3c^5 - 27c^4d^2$$



56 / 92

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 28. november 2024

Zapišite izraze kot popolne kvadrate.



57 / 92

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 28. november 2024

Zapišite izraze kot popolne kvadrate.

•
$$x^2 + 18x + 81$$

•
$$a^4 + 14a^2 + 49$$

•
$$m^2 - 10m + 25$$

•
$$100 - 20b + b^2$$

•
$$u^2 - 12uv + 36v^2$$

•
$$4y^2 - 12yz + 9z^2$$



•
$$x^4 - 13x^2 + 36$$

•
$$b^4 - 26b^2 + 25$$

•
$$a^4 - 8a^2 - 9$$

•
$$n^4 - 17n^2 + 16$$

$$2y^6 + 10y^4 + 8y^2$$



•
$$2a^2 + 7a - 4$$

•
$$2x^2 + 5x + 3$$

•
$$4m^2 + 10m - 24$$

•
$$4p^2 + 29p - 24$$

•
$$2f^2 + 9f - 5$$

•
$$7b^2 + 23b + 6$$

Razstavite.



Razstavite.

•
$$5^{2x} - 30 \cdot 5^x + 125$$

•
$$3^{2x} + 6 \cdot 3^x - 27$$

•
$$16^x - 5 \cdot 4^x + 6$$

•
$$4^x - 18 \cdot 2^x + 32$$

Jan Kastelic (GAA)



Razstavite.

•
$$a^3 + 3a^2 - 4a - 12$$

•
$$c^3 - 4c^2 - c + 4$$

•
$$x^3 + 5x^2 - 4x - 20$$

•
$$a^2 + ab - 2a - 2b$$

•
$$a^2 + 3ab + 2a + 6b$$

•
$$2xy + x - 4y - 2$$



Razstavite.

•
$$a^2 + 2a + 1 - b^2$$

•
$$m^2 - 6m + 9 - k^2$$

•
$$x^2 + 4xy + 4y^2 - 16$$

•
$$u^2 - z^2 - 8z - 16$$

•
$$x^2 - y^2 + 14y - 49$$

•
$$25 - y^2 + 2xy - x^2$$



- $a^5 b^5$
- $a^4 16$
- $x^4y^4 625$
- $a^5 + 32$
- $x^5 32$
- $81 x^4y^8$

Razstavljanje izrazov

Razstavite.



Razstavite.

•
$$a^4 - 5a^3 - 24a^2$$

•
$$3x^3 + 6x^2 - 27x - 54$$

•
$$108m^4 - 3m^2$$

•
$$x^2 - 29xy + 100y^2$$

•
$$u^4 - 125uv^3$$

•
$$81 - 9b^2 + 12bc - 4c^2$$

Section 2

Deljivost



- Potence in izraz
- ② Deljivost
 - Relacija deljivosti
 - Kriteriji deljivost
 - Osnovni izrek o deljenju
 - Praštevila in sestavljena števila
 - Osnovni izrek aritmetike
 - Največji skupni delitelj in najmanjši skupni večkratnik
 - Evklidov algoritem in zveza Dv = ab
 - Številski sestavi



66/92



Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

Naravno število n je **delitelj** naravnega števila n (**deljenec**), če obstaja naravno število k (**kvocient**), da velja:

$$\mathbf{n} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{m}$$
.



67 / 92

Naravno število n je **delitelj** naravnega števila n (**deljenec**), če obstaja naravno število k (**kvocient**), da velja:

$$\mathbf{n} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{m}$$
.

Naravno število m deli naravno število n, ko je število n večkratnik števila m.

$$m \mid n \Leftrightarrow n = k \cdot m; \quad m, n, k \in \mathbb{N}$$



67/92

Naravno število n je **delitelj** naravnega števila n (**deljenec**), če obstaja naravno število k (**kvocient**), da velja:

$$\mathbf{n} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{m}$$
.

Naravno število m deli naravno število n, ko je število n večkratnik števila m.

$$m \mid n \Leftrightarrow n = k \cdot m; \quad m, n, k \in \mathbb{N}$$

Število m je delitelj samega sebe in vseh svojih večkratnikov.



67/92

Naravno število n je **delitelj** naravnega števila n (**deljenec**), če obstaja naravno število k (**kvocient**), da velja:

$$\mathbf{n} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{m}$$
.

Naravno število m deli naravno število n, ko je število n večkratnik števila m.

$$m \mid n \Leftrightarrow n = k \cdot m; \quad m, n, k \in \mathbb{N}$$

Število m je delitelj samega sebe in vseh svojih večkratnikov.

1 je delitelj vsakega naravnega števila.



Naravno število n je **delitelj** naravnega števila n (**deljenec**), če obstaja naravno število k (**kvocient**), da velja:

$$\mathbf{n} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{m}$$
.

Naravno število m deli naravno število n, ko je število n večkratnik števila m.

$$m \mid n \Leftrightarrow n = k \cdot m; \quad m, n, k \in \mathbb{N}$$

Število m je delitelj samega sebe in vseh svojih večkratnikov.

1 je delitelj vsakega naravnega števila.

Če d deli naravni števili m in $n,\ n>m$, potem d deli tudi vsoto in razliko števil m in n.



68 / 92

Relacija deljivosti je:



Relacija deljivosti je:

refleksivna:

28. november 2024

Relacija deljivosti je:

• refleksivna:

 $n \mid n$;

Relacija deljivosti je:

refleksivna:

 $n \mid n$;

antisimetrična:

Relacija deljivosti je:

refleksivna:

$$n \mid n$$
;

antisimetrična:

$$m \mid n \wedge n \mid m \Rightarrow m = n;$$

Relacija deljivosti je:

refleksivna:

$$n \mid n$$
;

antisimetrična:

$$m \mid n \wedge n \mid m \Rightarrow m = n;$$

1 tranzitivna:

Relacija deljivosti je:

refleksivna:

$$n \mid n$$
;

antisimetrična:

$$m \mid n \wedge n \mid m \Rightarrow m = n;$$

1 tranzitivna:

$$m \mid n \wedge n \mid o \Rightarrow m \mid o$$
.

68 / 92

Pri deljenju poljubnega naravnega števila n z naravnim številom m imamo dve možnosti: n je deljivo z m ali n ni deljivo z m.

Relacija deljivosti je:

refleksivna:

$$n \mid n$$
;

antisimetrična:

$$m \mid n \wedge n \mid m \Rightarrow m = n;$$

tranzitivna:

$$m \mid n \wedge n \mid o \Rightarrow m \mid o$$
.

Relacija s temi lastnostmi je relacija **delne urejenosti**, zato relacija deljivosti delno ureja množico \mathbb{N} .

Zapišite vse delitelje števil.



Zapišite vse delitelje števil.

- 6
- 16
- 37
- 48
- 120

Pokažite, da trditev velja.



Pokažite, da trditev velja.

• Izraz x - 3 deli izraz $x^2 - 2x - 3$.

• Izraz x + 2 deli izraz $x^3 + x^2 - 4x - 4$.

• Izraz x - 2 deli izraz $x^3 - 8$.

Pokažite, da trditev velja.



Pokažite, da trditev velja.

•
$$19 \mid (3^{21} - 3^{20} + 3^{18})$$

$$\bullet$$
 7 | $(3 \cdot 4^{11} + 4^{12} + 7 \cdot 4^{10})$

• 14 |
$$(5 \cdot 3^6 + 2 \cdot 3^8 - 3 \cdot 3^7)$$

•
$$25 \mid (7 \cdot 2^{23} - 3 \cdot 2^{24} + 3 \cdot 2^{25} - 2^{22})$$

•
$$11 \mid (2 \cdot 10^6 + 3 \cdot 10^7 + 10^8)$$

•
$$35 \mid (6^{32} - 36^{15})$$

Pokažite, da trditev velja.



Pokažite, da trditev velja.

•
$$3 \mid (2^{2n+1} - 5 \cdot 2^{2n} + 9 \cdot 2^{2n-1})$$

• 29 |
$$(5^{n+3} - 2 \cdot 5^{n+1} + 7 \cdot 5^{n+2})$$

• 10 |
$$(3 \cdot 7^{4n-1} - 4 \cdot 7^{4n-2} + 7^{4n+1})$$

•
$$10 \mid (9^{3n-1} + 9 \cdot 9^{3n+1} + 9^{3n} - 9^{3n+2})$$

•
$$5 \mid (7 \cdot 2^{4n-2} + 3 \cdot 4^{2n} - 16^n)$$



72 / 92

Pokažite, da je za poljubno naravno število u vrednost izraza

$$(u+7)(7-u)-3(3-u)(u+5)$$

večkratnik števila 4.



73 / 92

Kriteriji deljivosti



28. november 2024

Jan Kastelic (GAA)

Deljivost z 2



Jan Kastelic (GAA)

Deljivost z 2

Število je deljivo z 2 natanko takrat, ko so enice števila deljive z 2.



74 / 92

Deljivost z 2

Število je deljivo z 2 natanko takrat, ko so enice števila deljive z 2.

Deljivost s 3

Deljivost z 2

Število je deljivo z 2 natanko takrat, ko so enice števila deljive z 2.

Deljivost s 3

Število je deljivo s 3 natanko takrat, ko je vsota števk števila deljiva s 3.



74 / 92

Deljivost z 2

Število je deljivo z 2 natanko takrat, ko so enice števila deljive z 2.

Deljivost s 3

Število je deljivo s 3 natanko takrat, ko je vsota števk števila deljiva s 3.

Deljivost s 4 oziroma 25



74 / 92

Deljivost z 2

Število je deljivo z 2 natanko takrat, ko so enice števila deljive z 2.

Deljivost s 3

Število je deljivo s 3 natanko takrat, ko je vsota števk števila deljiva s 3.

Deljivost s 4 oziroma 25

Število je deljivo s 4 oziroma 25 natanko takrat, ko je dvomestni konec števila deljiv s 4 oziroma 25.



Deljivost z 2

Število je deljivo z 2 natanko takrat, ko so enice števila deljive z 2.

Deljivost s 3

Število je deljivo s 3 natanko takrat, ko je vsota števk števila deljiva s 3.

Deljivost s 4 oziroma 25

Število je deljivo s 4 oziroma 25 natanko takrat, ko je dvomestni konec števila deljiv s 4 oziroma 25.

Deljivost s 5

Deljivost z 2

Število je deljivo z 2 natanko takrat, ko so enice števila deljive z 2.

Deljivost s 3

Število je deljivo s 3 natanko takrat, ko je vsota števk števila deljiva s 3.

Deljivost s 4 oziroma 25

Število je deljivo s 4 oziroma 25 natanko takrat, ko je dvomestni konec števila deljiv s 4 oziroma 25.

Deljivost s 5

Število je deljivo s 5 natanko takrat, ko so enice števila enake 0 ali 5.



Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

Število je deljivo s 6 natanko takrat, ko je deljivo z 2 in s 3 hkrati.



75 / 92

Število je deljivo s 6 natanko takrat, ko je deljivo z 2 in s 3 hkrati.

Deljivost z 8 oziroma s 125



75 / 92

Število je deljivo s 6 natanko takrat, ko je deljivo z 2 in s 3 hkrati.

Deljivost z 8 oziroma s 125

Število je deljivo z 8 oziroma s 125 natanko takrat, ko je trimestni konec števila deljiv z 8 oziroma s 125.



75 / 92

Število je deljivo s 6 natanko takrat, ko je deljivo z 2 in s 3 hkrati.

Deljivost z 8 oziroma s 125

Število je deljivo z 8 oziroma s 125 natanko takrat, ko je trimestni konec števila deljiv z 8 oziroma s 125.

Deljivost z 9



Število je deljivo s 6 natanko takrat, ko je deljivo z 2 in s 3 hkrati.

Deljivost z 8 oziroma s 125

Število je deljivo z 8 oziroma s 125 natanko takrat, ko je trimestni konec števila deljiv z 8 oziroma s 125.

Deljivost z 9

Število je deljivo z 9 natanko takrat, ko je vsota števk števila deljiva z 9.



Število je deljivo s 6 natanko takrat, ko je deljivo z 2 in s 3 hkrati.

Deljivost z 8 oziroma s 125

Število je deljivo z 8 oziroma s 125 natanko takrat, ko je trimestni konec števila deljiv z 8 oziroma s 125.

Deljivost z 9

Število je deljivo z 9 natanko takrat, ko je vsota števk števila deljiva z 9.

Deljivost z 10 oziroma 10ⁿ



Število je deljivo s 6 natanko takrat, ko je deljivo z 2 in s 3 hkrati.

Deljivost z 8 oziroma s 125

Število je deljivo z 8 oziroma s 125 natanko takrat, ko je trimestni konec števila deljiv z 8 oziroma s 125.

Deljivost z 9

Število je deljivo z 9 natanko takrat, ko je vsota števk števila deljiva z 9.

Deljivost z 10 oziroma 10ⁿ

Število je deljivo z 10 natanko takrat, ko so enice števila enake 0.



Število je deljivo s 6 natanko takrat, ko je deljivo z 2 in s 3 hkrati.

Deljivost z 8 oziroma s 125

Število je deljivo z 8 oziroma s 125 natanko takrat, ko je trimestni konec števila deljiv z 8 oziroma s 125.

Deljivost z 9

Število je deljivo z 9 natanko takrat, ko je vsota števk števila deljiva z 9.

Deljivost z 10 oziroma 10ⁿ

Število je deljivo z 10 natanko takrat, ko so enice števila enake 0. Število je deljivo z 10^n natanko takrat, ko ima število na zadnjih n mestih števko 0.



Jan Kastelic (GAA)

Število je deljivo z 11 natanko takrat, ko je alternirajoča vsota števk tega števila deljiva z 11.



76 / 92

Število je deljivo z 11 natanko takrat, ko je alternirajoča vsota števk tega števila deljiva z 11.

Deljivost s 7



76 / 92

Število je deljivo z 11 natanko takrat, ko je alternirajoča vsota števk tega števila deljiva z 11.

Deljivost s 7

Vzamemo enice danega števila in jih pomnožimo s 5,



76 / 92

Število je deljivo z 11 natanko takrat, ko je alternirajoča vsota števk tega števila deljiva z 11.

Deljivost s 7

- Vzamemo enice danega števila in jih pomnožimo s 5,
- 2 prvotnemu številu brez enic prištejemo dobljeni produkt,



76 / 92

Število je deljivo z 11 natanko takrat, ko je alternirajoča vsota števk tega števila deljiva z 11.

Deljivost s 7

- Vzamemo enice danega števila in jih pomnožimo s 5,
- 2 prvotnemu številu brez enic prištejemo dobljeni produkt,
- vzamemo enice dobljene vsote in jih pomnožimo s 5 ...



Število je deljivo z 11 natanko takrat, ko je alternirajoča vsota števk tega števila deljiva z 11.

Deljivost s 7

- Vzamemo enice danega števila in jih pomnožimo s 5,
- prvotnemu številu brez enic prištejemo dobljeni produkt,
- o vzamemo enice dobljene vsote in jih pomnožimo s 5 ...

Postopek ponavljamo, dokler ne dobimo dvomestnega števila – če je to deljivo s 7, je prvotno število deljivo s 7.

76 / 92

Število je deljivo z 11 natanko takrat, ko je alternirajoča vsota števk tega števila deljiva z 11.

Deljivost s 7

- Vzamemo enice danega števila in jih pomnožimo s 5,
- prvotnemu številu brez enic prištejemo dobljeni produkt,
- o vzamemo enice dobljene vsote in jih pomnožimo s 5 ...

Postopek ponavljamo, dokler ne dobimo dvomestnega števila – če je to deljivo s 7, je prvotno število deljivo s 7.

Deljivost s sestavljenim številom



76 / 92

Jan Kastelic (GAA)

Število je deljivo z 11 natanko takrat, ko je alternirajoča vsota števk tega števila deljiva z 11.

Deljivost s 7

- Vzamemo enice danega števila in jih pomnožimo s 5,
- prvotnemu številu brez enic prištejemo dobljeni produkt,
- o vzamemo enice dobljene vsote in jih pomnožimo s 5 ...

Postopek ponavljamo, dokler ne dobimo dvomestnega števila – če je to deljivo s 7, je prvotno število deljivo s 7.

Deljivost s sestavljenim številom

Število zapišemo kot produkt dveh (ali več) tujih števil in preverimo deljivost z vsakim faktorjem posebej.

Naloga

S katerimi od števil 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 so deljiva naslednja števila?



77 / 92

Naloga

S katerimi od števil 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 so deljiva naslednja števila?

• 84742

• 393948

• 12390

• 19401

Naloga

Določite vse možnosti za števko a, da je število $\overline{65833}a$:



Naloga

Določite vse možnosti za števko a, da je število 65833a:

- deljivo s 3,
- deljivo s 4,
- deljivo s 5,
- deljivo s 6.

Naloga

Določite vse možnosti za števko b, da je število $\overline{65b90b}$:



79 / 92

Določite vse možnosti za števko b, da je število $\overline{65b90b}$:

- deljivo z 2,
- deljivo s 3,
- deljivo s 6,
- deljivo z 9,
- deljivo z 10.

Kriteriji deljivost

Določite vse možnosti za števki c in d, da je število $\overline{115c1d}$ deljivo s 6.



Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

Določite vse možnosti za števki c in d, da je število $\overline{115c1d}$ deljivo s 6.

Naloga

Določite vse možnosti za števki e in f, da je število $\overline{115e1f}$ deljivo z 8.



Kriteriji deljivost

Pokažite, da za vsako naravno število n 12 deli $n^4 - n^2$.



81 / 92

Pokažite, da za vsako naravno število n 12 deli $n^4 - n^2$.

Naloga

Preverite, ali je število 8641969 deljivo s 7.



81 / 92



82 / 92

Osnovni izrek o deljenju



82 / 92

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

Osnovni izrek o deljenju

Za poljubni naravni števili \mathbf{m} (**deljenec**) in \mathbf{n} (**delitelj**), $m \ge n$, obstajata natanko določeni nenegativni števili \mathbf{k} (**količnik/kvocient**) in \mathbf{r} (**ostanek**), da velja:



82 / 92

Osnovni izrek o deljenju

Za poljubni naravni števili \mathbf{m} (**deljenec**) in \mathbf{n} (**delitelj**), $m \geq n$, obstajata natanko določeni nenegativni števili \mathbf{k} (**količnik**/**kvocient**) in \mathbf{r} (**ostanek**), da velja:

$$m = k \cdot n + r$$
; $0 \le r < n$; $m, n \in \mathbb{N}$; $k, r \in \mathbb{N}_0$.



82 / 92

Osnovni izrek o deljenju

Za poljubni naravni števili \mathbf{m} (**deljenec**) in \mathbf{n} (**delitelj**), $m \ge n$, obstajata natanko določeni nenegativni števili \mathbf{k} (**količnik**/**kvocient**) in \mathbf{r} (**ostanek**), da velja:

$$m = k \cdot n + r$$
; $0 \le r < n$; $m, n \in \mathbb{N}$; $k, r \in \mathbb{N}_0$.

Če je ostanek pri deljenju enak 0, je število m **večkratnik** števila n. Tedaj je število m deljivo s številom n. Pravimo, da n deli število m: $n \mid m$.



82 / 92

Določite, katera števila so lahko ostanki pri deljenju naravnega števila n s:



Določite, katera števila so lahko ostanki pri deljenju naravnega števila n s:

- številom 3;
- številom 7;
- številom 365.

Določite, katera števila so lahko ostanki pri deljenju naravnega števila n s:

- številom 3;
- številom 7;
- številom 365.

Naloga

Zapišite prvih nekaj naravnih števil, ki dajo:



Določite, katera števila so lahko ostanki pri deljenju naravnega števila n s:

- številom 3;
- številom 7;
- številom 365.

Naloga

Zapišite prvih nekaj naravnih števil, ki dajo:

- pri deljenju s 4 ostanek 3;
- pri deljenju s 7 ostanek 4;
- pri deljenju z 9 ostanek 4.



Osnovni izrek o deljenju

Zapišite naravno število, ki da:



Zapišite naravno število, ki da:

- pri deljenju s 7 količnik 5 in ostanek 3;
- pri deljenju z 10 količnik 9 in ostanek 1;
- pri deljenju s 23 količnik 2 in ostanek 22.

84 / 92

Zapišite naravno število, ki da:

- pri deljenju s 7 količnik 5 in ostanek 3;
- pri deljenju z 10 količnik 9 in ostanek 1;
- pri deljenju s 23 količnik 2 in ostanek 22.

Naloga

Zapišite množico vseh naravnih števil *n*, ki dajo:



Zapišite naravno število, ki da:

- pri deljenju s 7 količnik 5 in ostanek 3;
- pri deljenju z 10 količnik 9 in ostanek 1;
- pri deljenju s 23 količnik 2 in ostanek 22.

Naloga

Zapišite množico vseh naravnih števil *n*, ki dajo:

- pri deljenju z 2 ostanek 1;
- pri deljenju z 2 ostanek 0;
- pri deljenju s 5 ostanek 2.



Katero število smo delili s 7, če smo dobili kvocient 3 in ostanek 5?



Katero število smo delili s 7, če smo dobili kvocient 3 in ostanek 5?

Naloga

S katerim številom smo delili število 73, če smo dobili kvocient 12 in ostanek 1?



Katero število smo delili s 7, če smo dobili kvocient 3 in ostanek 5?

Naloga

S katerim številom smo delili število 73, če smo dobili kvocient 12 in ostanek 1?

Naloga

Marjeta ima čebulice tulipana, ki jih želi posaditi v več vrst. V vsaki od 3 vrst je izkopala po 8 jamic, potem pa ugotovila, da ji bosta 2 čebulici ostali. Koliko čebulic ima Marjeta?

Če neko število delimo z 8, dobimo ostanek 7. Kolikšen je ostanek, če to isto število delimo s 4?



86 / 92

Če neko število delimo z 8, dobimo ostanek 7. Kolikšen je ostanek, če to isto število delimo s 4?

Naloga

Če neko število delimo s 24 dobimo ostanek 21. Kolikšen je ostanek, če to isto število delimo s 3?

◆□▶ ◆□▶ ◆■▶ ◆■▶ ● 900

28. november 2024

Jan Kastelic (GAA)

Glede na število deliteljev, lahko naravna števila razdelimo na tri skupine:



87 / 92

Glede na število deliteljev, lahko naravna števila razdelimo na tri skupine:

• število 1 – število, ki ima samo enega delitelja;



87 / 92

Glede na število deliteljev, lahko naravna števila razdelimo na tri skupine:

- **število** 1 število, ki ima samo enega delitelja;
- praštevila števila, ki imajo natanko dva delitelja (1 in samega sebe);

87 / 92

Glede na število deliteljev, lahko naravna števila razdelimo na tri skupine:

- **število** 1 število, ki ima samo enega delitelja;
- praštevila števila, ki imajo natanko dva delitelja (1 in samega sebe);
- sestavljena števila števila, ki imajo več kot dva delitelja.



87 / 92

Glede na število deliteljev, lahko naravna števila razdelimo na tri skupine:

- **število** 1 število, ki ima samo enega delitelja;
- praštevila števila, ki imajo natanko dva delitelja (1 in samega sebe);
- sestavljena števila števila, ki imajo več kot dva delitelja.

$$\mathbb{N} = \{1\} \cup \mathbb{P} \cup \{sestavljena \ \mathsf{\check{s}}tevil\}$$



87 / 92

Glede na število deliteljev, lahko naravna števila razdelimo na tri skupine:

- število 1 število, ki ima samo enega delitelja;
- praštevila števila, ki imajo natanko dva delitelja (1 in samega sebe);
- sestavljena števila števila, ki imajo več kot dva delitelja.

$$\mathbb{N} = \{1\} \cup \mathbb{P} \cup \{sestavljena \ \mathsf{\check{s}}tevil\}$$

Praštevil je neskončno mnogo.



87 / 92

Eratostenovo sito

Eratostenovo sito

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100



 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 28. november 2024
 88 / 92

Osnovni izrek aritmetike



89 / 92

Jan Kastelic (GAA)

Največji skupni delitelj in najmanjši skupni večkratnik



90 / 92

Evklidov algoritem in zveza Dv = ab



91/92

Številski sestavi



28. november 2024

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA