MATEMATIKA

1. letnik – splošna gimnazija

Jan Kastelic

Gimnazija Antona Aškerca, Šolski center Ljubljana

3. december 2024

Vsebina

- Potence in izrazi
- 2 Deljivost

2/98

Section 1

Potence in izrazi



3/98

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

- Potence in izrazi
 - Potence z naravnim eksponentom
 - Pravila za računanje s potencami
 - Večkratniki
 - Algebrski izrazi
 - Računanje z algebrskimi izrazi
 - Potenciranje izrazov
 - Razstavljanje izrazov
- 2 Deljivost



4 / 98

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

Potenca z naravnim eksponentom

Potenca $\mathbf{x}^{\mathbf{n}}$ z **osnovo/bazo** x in **eksponentom/stopnjo** $n \in \mathbb{N}$, je produkt n faktorjev enakih x.



5 / 98

Potenca z naravnim eksponentom

Potenca $\mathbf{x}^{\mathbf{n}}$ z **osnovo/bazo** x in **eksponentom/stopnjo** $n \in \mathbb{N}$, je produkt n faktorjev enakih x.

$$\mathbf{x}^{\mathbf{n}} = \underbrace{\mathbf{x} \cdot \mathbf{x} \cdot \ldots \cdot \mathbf{x}}_{\mathbf{n} \text{ faktoriev}}$$



5 / 98

Potenca z naravnim eksponentom

Potenca $\mathbf{x}^{\mathbf{n}}$ z **osnovo/bazo** x in **eksponentom/stopnjo** $n \in \mathbb{N}$, je produkt n faktorjev enakih x.

$$\mathbf{x}^{\mathbf{n}} = \underbrace{x \cdot x \cdot \ldots \cdot x}_{\mathbf{n} \text{ faktorjev}}$$



5 / 98

Jan Kastelic (GAA)

Potenca z naravnim eksponentom

Potenca $\mathbf{x}^{\mathbf{n}}$ z **osnovo/bazo** x in **eksponentom/stopnjo** $n \in \mathbb{N}$, je produkt n faktorjev enakih x.

$$\mathbf{x}^{\mathbf{n}} = \underbrace{\mathbf{x} \cdot \mathbf{x} \cdot \ldots \cdot \mathbf{x}}_{\mathbf{n} \text{ faktoriev}}$$

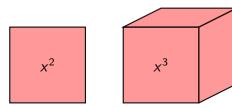


5 / 98

Potenca z naravnim eksponentom

Potenca $\mathbf{x}^{\mathbf{n}}$ z **osnovo/bazo** x in **eksponentom/stopnjo** $n \in \mathbb{N}$, je produkt n faktorjev enakih x.

$$\mathbf{x}^{\mathbf{n}} = \underbrace{\mathbf{x} \cdot \mathbf{x} \cdot \ldots \cdot \mathbf{x}}_{\mathbf{n} \text{ faktorjev}}$$



Χ

Jan Kastelic (GAA)

◆□▶ ◆□▶ ◆■▶ ◆■▶ ● 夕○○

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

6/98

$$x^n \cdot x^m =$$



Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

$$x^n \cdot x^m = \underbrace{(x \cdot x \cdot \dots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(x \cdot x \cdot \dots \cdot x)}_{\text{m faktorjev}} =$$

4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶

6/98

$$x^{n} \cdot x^{m} = \underbrace{(x \cdot x \cdot \dots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(x \cdot x \cdot \dots \cdot x)}_{\text{m faktorjev}} = x^{n+m}$$



6/98

$$x^{n} \cdot x^{m} = \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{m faktorjev}} = x^{n+m}$$

Dve potenci z isto osnovo zmnožimo tako, da osnovo ohranimo, eksponenta pa seštejemo.

(ロト 4년) + 4분 + 4분 + 1분 - 1900은

6 / 98

$$x^{n} \cdot x^{m} = \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{m faktorjev}} = x^{n+m}$$

Dve potenci z isto osnovo zmnožimo tako, da osnovo ohranimo, eksponenta pa seštejemo.

$$(x^n)^m =$$

◆□▶ ◆圖▶ ◆圖▶ ◆圖▶ ■ めの@

6 / 98

$$x^{n} \cdot x^{m} = \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{m faktorjev}} = x^{n+m}$$

Dve potenci z isto osnovo zmnožimo tako, da osnovo ohranimo, eksponenta pa seštejemo.

$$(x^n)^m = \underbrace{(x \cdot x \cdot \dots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(x \cdot x \cdot \dots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \dots \cdot \underbrace{(x \cdot x \cdot \dots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} = \underbrace{(x \cdot x \cdot \dots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}}$$

$$x^{n} \cdot x^{m} = \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{m faktorjev}} = x^{n+m}$$

Dve potenci z isto osnovo zmnožimo tako, da osnovo ohranimo, eksponenta pa seštejemo.

$$(x^n)^m = \underbrace{(x \cdot x \cdot \dots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(x \cdot x \cdot \dots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \dots \cdot \underbrace{(x \cdot x \cdot \dots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} = x^{n \cdot m}$$

(ロ) 《라) 《돌) 《돌) · (돌) 《 ()

6/98

$$x^{n} \cdot x^{m} = \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{m faktorjev}} = x^{n+m}$$

Dve potenci z isto osnovo zmnožimo tako, da osnovo ohranimo, eksponenta pa seštejemo.

$$(x^n)^m = \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \ldots \cdot \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} = x^{n \cdot m}$$

Potenco potenciramo tako, da osnovo ohranimo, ekponenta pa zmnožimo.

4 D > 4 A > 4 B > 4 B > B 9 Q Q

6/98

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 3. december 2024 7 / 98

$$(xy)^n =$$

3. december 2024

$$(xy)^n = \underbrace{(xy \cdot xy \cdot \ldots \cdot xy)}_{\text{n faktorjev}} = \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(y \cdot y \cdot \ldots \cdot y)}_{\text{n faktorjev}} =$$

4 - 1 4 - 1 4 - 1 4 - 1 4 - 1

7/98

$$(xy)^n = \underbrace{(xy \cdot xy \cdot \ldots \cdot xy)}_{\text{n faktorjev}} = \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(y \cdot y \cdot \ldots \cdot y)}_{\text{n faktorjev}} = x^n y^n$$

4 - 1 4 - 1 4 - 1 4 - 1 4 - 1

7/98

$$(xy)^n = \underbrace{(xy \cdot xy \cdot \ldots \cdot xy)}_{\text{n faktorjev}} = \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(y \cdot y \cdot \ldots \cdot y)}_{\text{n faktorjev}} = x^n y^n$$

□ ト 4個 ト 4 差 ト 4 差 ト 差 9000

$$(xy)^n = \underbrace{(xy \cdot xy \cdot \ldots \cdot xy)}_{\text{n faktorjev}} = \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(y \cdot y \cdot \ldots \cdot y)}_{\text{n faktorjev}} = x^n y^n$$

Za naravne eksponente velja še:

7 / 98

$$(xy)^n = \underbrace{(xy \cdot xy \cdot \ldots \cdot xy)}_{\text{n faktorjev}} = \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(y \cdot y \cdot \ldots \cdot y)}_{\text{n faktorjev}} = x^n y^n$$

Za naravne eksponente velja še:

$$(-x)^{2n} = x^{2n}$$



7 / 98

$$(xy)^n = \underbrace{(xy \cdot xy \cdot \ldots \cdot xy)}_{\text{n faktorjev}} = \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(y \cdot y \cdot \ldots \cdot y)}_{\text{n faktorjev}} = x^n y^n$$

Za naravne eksponente velja še:

$$(-x)^{2n} = x^{2n}$$

 $(-x)^{2n+1} = -x^{2n+1}$

7 / 98

$$(xy)^n = \underbrace{(xy \cdot xy \cdot \ldots \cdot xy)}_{\text{n faktorjev}} = \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(y \cdot y \cdot \ldots \cdot y)}_{\text{n faktorjev}} = x^n y^n$$

Za naravne eksponente velja še:

$$(-x)^{2n} = x^{2n}$$
$$(-x)^{2n+1} = -x^{2n+1}$$

$$(-1)^n = \begin{cases} 1; & n = 2k \\ -1; & n = 2k - 1 \end{cases}; k \in \mathbb{N}$$

7/98

8 / 98

Naloga

Števila -3^2 , $(-4)^2$, -2^4 , $(-1)^{2024}$, $(-2)^3$ in $(-3)^2$ uredite po velikosti od najmanjšega do največjega.

◆□▶ ◆□▶ ◆≧▶ ◆毫▶ ○毫 ○夕@◎

8/98

Naloga

Števila -3^2 , $(-4)^2$, -2^4 , $(-1)^{2024}$, $(-2)^3$ in $(-3)^2$ uredite po velikosti od najmanjšega do največjega.

Naloga

Poiščite podatke in jih zapišite na dva načina: s potenco in številom brez potence.

- Razdalja med Zemljo in Soncem
- Zemljina masa
- Masa Sonca
- Število zvezd v naši Galaksiji

4 D > 4 D > 4 B > 4 B > B = 900

8 / 98

9 / 98

Naloga

Izračunajte.



Jan Kastelic (GAA)

Naloga

Izračunajte.

•
$$(-3)^2 + 2^4$$

•
$$(5-3)^3+(-3)^2$$

•
$$(2^2+1)^2+(-3)^3+(-2)^4$$

•
$$(-1)^{2024} + ((-2)^5 + 5^2 - (7-3^2)^3)^2$$

$$-1^{2n-1}+(-1)^{2n-1}$$



9/98

10 / 98

Naloga

Poenostavite izraz.



Poenostavite izraz.

- $2^7 \cdot 2^3$
- $a^3 \cdot a^{12} \cdot a^5$
- $(2z)^3$
- $(m^2 \cdot m^4)^3$
- $a^3 + 2a^3 6a^3$
- $x^2 \cdot x^4 + (-2x^3)^2 2(-x)^6$

10 / 98

Pravila za računanje s potencami

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 3. december 2024 11/98

Izračunajte, rezultat zapišite s potenco.



11/98

Izračunajte, rezultat zapišite s potenco.

- \bullet 2 · 10³ · 3 · 10² · 5 · 10⁶
- $\bullet \ (10^3)^2 \cdot 5 \cdot 10^4 \cdot 2 \cdot 10^3$
- $(-2)^3 \cdot 2^7$
- $-2^3 \cdot (-2)^4 \cdot 2^3$
- $2^3 \cdot (-3)^2 \cdot 6^4 \cdot 3$
- $(-3)^3 \cdot (-7)^2 \cdot 21^7 \cdot 7$

11/98

Pravila za računanje s potencami

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 3. december 2024 12 / 98

Poenostavite.



Poenostavite.

•
$$2^3 \cdot 3^4 \cdot (2^4 \cdot 3^2)^5$$

•
$$(5^2 \cdot 7)^3 \cdot 5^2 \cdot 7^3$$

•
$$(-2^3 \cdot 3^5)^4 \cdot 2^6 \cdot 3^5$$

$$\bullet \ (-4)^2 \cdot (-7)^{13} \cdot (-28)^5 \cdot (-7^2)^3$$

$$\bullet$$
 $-6^2 \cdot (-3)^2 \cdot 8^5 \cdot (-3^2)^3$



12/98

Pravila za računanje s potencami

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 3. december 2024 13 / 98

Poenostavite.



Poenostavite.

$$\bullet \ a^3 \cdot b^2 \cdot a^7 \cdot b^3 \cdot b^5$$

•
$$4x^4 \cdot (2x^3)^2$$

•
$$(k^3 \cdot 2h^5)^2$$

•
$$(x^2y^4)^2 \cdot (x^3y)^3$$

•
$$(a^2b^5)^3(ab^3)^2$$

•
$$x^2y^3(x^3y^6)^2$$

Pravila za računanje s potencami

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 3. december 2024 14 / 98

Poenostavite.



3. december 2024

Poenostavite.

•
$$2^3 \cdot x^2 \cdot 3^2 \cdot (-x)^6$$

$$(-a^3b)^4(-a^2b^5a^3)^3$$

•
$$(2s^2 \cdot (-s^2)^5)^5$$

$$(-2(z^4)^2(-2z)^3z^5)^3$$

•
$$(-3ab^2)^3(-a^4b^2(a^3)^5)^2(ab^3)^2$$

•
$$(xy^2z)^3(x^3(-y^2)^5(-z))^3(x^2y^3(-z^2)^3)$$

Pravila za računanje s potencami

15 / 98

Odpravite oklepaje in poenostavite, če je mogoče.



15 / 98

Odpravite oklepaje in poenostavite, če je mogoče.

$$\bullet \ a^n \cdot a^{n+2} \cdot (-a)^3$$

$$(-x^n)^4 \cdot x^2$$

•
$$a^n \cdot (a^2 - a^3 + 2)$$

•
$$(x^2 + 3x^n - 5) \cdot x^{n+1}$$

15 / 98

Pravila za računanje s potencami

16 / 98

Poenostavite.



16 / 98

Poenostavite.

•
$$(2s(g^2)^2)^2 - 3(s^4g)g^7$$

$$(-4x^2xy^3)^2 + (xy)^5(-2^3xy)$$

•
$$a^2(a^3-b^2)-a^5+(-a)^2b^2$$

•
$$(p^2(q^3)^2)^2 - 2p^4q^{12} + 7(-p^3p)(q^4)^3 - (-2)^3(pq^3)^4$$

Pravila za računanje s potencami

17 / 98

Poenostavite.



3. december 2024

Poenostavite.

•
$$5a^{n+1} + 4a^{n+1} - 6a^{n+1}$$

•
$$3x^{n+2} + 5x^n \cdot x^2 + 2x \cdot x^{n+1}$$

•
$$3^{5x} \cdot 9^x - 3^{7x} + 27^x \cdot 9^{2x}$$

•
$$4^{2y} + 3 \cdot (2^y)^4 - 5 \cdot 8^y \cdot 2^y$$

•
$$5^p \cdot 125^p \cdot 25^p + 2(5^p)^6 - 4 \cdot 25^{3p}$$



17 / 98



18 / 98

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

Večkratnik ali tudi *k*-**kratnik** števila *x* je vsota *k* enakih sumandov *x*:



18 / 98

Večkratnik ali tudi *k*-**kratnik** števila *x* je vsota *k* enakih sumandov *x*:

$$k \cdot x = \underbrace{x + x + \ldots + x}_{k \text{ sumandov}}.$$



18 / 98

Večkratnik ali tudi *k*-**kratnik** števila *x* je vsota *k* enakih sumandov *x*:

$$k \cdot x = \underbrace{x + x + \ldots + x}_{k \text{ sumandov}}.$$

Vse večkratnike števila x dobimo tako, da število x zapored pomnožimo z vsemi celimi števili:

(ロト 4 個 ト 4 重 ト 4 重 ト 9 Q ()

18 / 98

Večkratnik ali tudi *k*-**kratnik** števila *x* je vsota *k* enakih sumandov *x*:

$$k \cdot x = \underbrace{x + x + \ldots + x}_{k \text{ sumandov}}.$$

Vse večkratnike števila x dobimo tako, da število x zapored pomnožimo z vsemi celimi števili:

$$\{\ldots, -5x, -4x, -3x, -2x, -x, 0, x, 2x, 3x, 4x, 5x, \ldots\} = \{kx; k, x \in \mathbb{Z}\} = x\mathbb{Z}.$$



18 / 98

Večkratnik ali tudi *k*-**kratnik** števila *x* je vsota *k* enakih sumandov *x*:

$$k \cdot x = \underbrace{x + x + \ldots + x}_{k \text{ sumandov}}.$$

Vse večkratnike števila x dobimo tako, da število x zapored pomnožimo z vsemi celimi števili:

$$\{\ldots, -5x, -4x, -3x, -2x, -x, 0, x, 2x, 3x, 4x, 5x, \ldots\} = \{kx; k, x \in \mathbb{Z}\} = x\mathbb{Z}.$$

Število \mathbf{k} je **koeficient** števila oziroma spremenljivke x.

18 / 98



Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

Algebrski izraz ali izraz je smiseln zapis sestavljen iz:



19 / 98

Algebrski izraz ali izraz je smiseln zapis sestavljen iz:

številk,



19 / 98

Algebrski izraz ali izraz je smiseln zapis sestavljen iz:

- številk,
- spremenljivk/parametrov, ki predstavljajo števila in jih označujemo s črkami,



19 / 98

Algebrski izraz ali izraz je smiseln zapis sestavljen iz:

- številk,
- spremenljivk/parametrov, ki predstavljajo števila in jih označujemo s črkami,
- oznak računskih operacij in funkcij, ki jih povezujejo,



19 / 98

Algebrski izraz ali izraz je smiseln zapis sestavljen iz:

- številk,
- spremenljivk/parametrov, ki predstavljajo števila in jih označujemo s črkami,
- oznak računskih operacij in funkcij, ki jih povezujejo,
- oklepajev, ki določajo vrstni red računanja.



19 / 98

Algebrski izraz ali izraz je smiseln zapis sestavljen iz:

- številk,
- spremenljivk/parametrov, ki predstavljajo števila in jih označujemo s črkami,
- oznak računskih operacij in funkcij, ki jih povezujejo,
- oklepajev, ki določajo vrstni red računanja.

Če v izraz namesto spremenljivk vstavimo konkretna števila in izračunamo rezultat, dobimo **vrednost izraza** (pri dani izbiri spremenljivk).



19 / 98

Algebrski izraz ali izraz je smiseln zapis sestavljen iz:

- številk,
- spremenljivk/parametrov, ki predstavljajo števila in jih označujemo s črkami,
- oznak računskih operacij in funkcij, ki jih povezujejo,
- oklepajev, ki določajo vrstni red računanja.

Če v izraz namesto spremenljivk vstavimo konkretna števila in izračunamo rezultat, dobimo **vrednost izraza** (pri dani izbiri spremenljivk).

Dva matematična izraza sta **enakovredna**, če imata pri katerikoli izbiri spremenljivk vedno enako vrednost.

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 3. december 2024 19 / 98



20 / 98

Pri poenostavljanju izrazov veljajo vsi računski zakoni, ki veljajo za računanje s števili.



20 / 98

Pri poenostavljanju izrazov veljajo vsi računski zakoni, ki veljajo za računanje s števili.

Komutativnost seštevanja



20 / 98

Pri poenostavljanju izrazov veljajo vsi računski zakoni, ki veljajo za računanje s števili.

Komutativnost seštevanja

$$x + y = y + x$$



20 / 98

Pri poenostavljanju izrazov veljajo vsi računski zakoni, ki veljajo za računanje s števili.

Komutativnost seštevanja

$$x + y = y + x$$

Asociativnost seštevanja



20 / 98

Pri poenostavljanju izrazov veljajo vsi računski zakoni, ki veljajo za računanje s števili.

Komutativnost seštevanja

$$\mathbf{x} + \mathbf{y} = \mathbf{y} + \mathbf{x}$$

Asociativnost seštevanja

$$(x + y) + z = x + (y + z)$$



20 / 98

Pri poenostavljanju izrazov veljajo vsi računski zakoni, ki veljajo za računanje s števili.

Komutativnost seštevanja

$$x + y = y + x$$

Asociativnost seštevanja

$$(x + y) + z = x + (y + z)$$

Komutativnost množenja



20 / 98

Pri poenostavljanju izrazov veljajo vsi računski zakoni, ki veljajo za računanje s števili.

Komutativnost seštevanja

$$x + y = y + x$$

Komutativnost množenja

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = \mathbf{y} \cdot \mathbf{x}$$

Asociativnost seštevanja

$$(x + y) + z = x + (y + z)$$



Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 3. december 2024 20 / 98

Pri poenostavljanju izrazov veljajo vsi računski zakoni, ki veljajo za računanje s števili.

Komutativnost seštevanja

$$x + y = y + x$$

Komutativnost množenja

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = \mathbf{y} \cdot \mathbf{x}$$

Asociativnost seštevanja

$$(x + y) + z = x + (y + z)$$

Asociativnost množenja



20 / 98

Pri poenostavljanju izrazov veljajo vsi računski zakoni, ki veljajo za računanje s števili.

Komutativnost seštevanja

$$x + y = y + x$$

Komutativnost množenja

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = \mathbf{y} \cdot \mathbf{x}$$

Asociativnost seštevanja

$$(x + y) + z = x + (y + z)$$

Asociativnost množenja

$$(\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}) \cdot \mathbf{z} = \mathbf{x} \cdot (\mathbf{y} \cdot \mathbf{z})$$

20 / 98

Pri poenostavljanju izrazov veljajo vsi računski zakoni, ki veljajo za računanje s števili.

Komutativnost seštevanja

$$x + y = y + x$$

Komutativnost množenja

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = \mathbf{y} \cdot \mathbf{x}$$

Asociativnost seštevanja

$$(x + y) + z = x + (y + z)$$

Asociativnost množenja

$$(\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}) \cdot \mathbf{z} = \mathbf{x} \cdot (\mathbf{y} \cdot \mathbf{z})$$

Distributivnost seštevanja in množenja

20 / 98

Pri poenostavljanju izrazov veljajo vsi računski zakoni, ki veljajo za računanje s števili.

Komutativnost seštevanja

$$x + y = y + x$$

Komutativnost množenja

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = \mathbf{y} \cdot \mathbf{x}$$

Asociativnost seštevanja

$$(x + y) + z = x + (y + z)$$

Asociativnost množenja

$$(\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}) \cdot \mathbf{z} = \mathbf{x} \cdot (\mathbf{y} \cdot \mathbf{z})$$

Distributivnost seštevanja in množenja

$$(x + y) \cdot z = \mathbf{x} \cdot \mathbf{z} + \mathbf{y} \cdot \mathbf{z}$$

21 / 98



21 / 98

Seštevanje in izpostavljanje izrazov



21 / 98

Seštevanje in izpostavljanje izrazov

Med seboj lahko seštevamo samo člene, ki se razlikujejo kvečjemu v koeficientu. To naredimo tako, da seštejemo koeficienta.



21/98

Seštevanje in izpostavljanje izrazov

Med seboj lahko seštevamo samo člene, ki se razlikujejo kvečjemu v koeficientu. To naredimo tako, da seštejemo koeficienta.

$$mx^2 + ny + kx^2 + ly = mx^2 + kx^2 + ny + ly = (m + k)x^2 + (n + l)y$$



21/98

Seštevanje in izpostavljanje izrazov

Med seboj lahko seštevamo samo člene, ki se razlikujejo kvečjemu v koeficientu. To naredimo tako, da seštejemo koeficienta.

$$mx^2 + ny + kx^2 + ly = mx^2 + kx^2 + ny + ly = (m + k)x^2 + (n + l)y$$

Množenje izrazov



21/98

Seštevanje in izpostavljanje izrazov

Med seboj lahko seštevamo samo člene, ki se razlikujejo kvečjemu v koeficientu. To naredimo tako, da seštejemo koeficienta.

$$mx^2 + ny + kx^2 + ly = mx^2 + kx^2 + ny + ly = (m + k)x^2 + (n + l)y$$

Množenje izrazov

Dva izraza zmnožimo tako, da vsak člen prvega izraza zmnožimo z vsakim členom drugega izraza. Potem pa seštejemo podobne člene.



21/98

Seštevanje in izpostavljanje izrazov

Med seboj lahko seštevamo samo člene, ki se razlikujejo kvečjemu v koeficientu. To naredimo tako, da seštejemo koeficienta.

$$mx^2 + ny + kx^2 + ly = mx^2 + kx^2 + ny + ly = (m + k)x^2 + (n + l)y$$

Množenje izrazov

Dva izraza zmnožimo tako, da vsak člen prvega izraza zmnožimo z vsakim členom drugega izraza. Potem pa seštejemo podobne člene.

$$(x+y)(z+w) = xz + xw + yz + yw$$

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 3. december 2024 21 / 98

22 / 98

Poenostavite.



Poenostavite.

•
$$3a + 2b - a + 7b$$

•
$$2a^2b - ab^2 + 3a^2b$$

•
$$5a^4 - (2a)^4 + (-3a^2)^2 - 3(a^2)^2$$

•
$$3(a-2(a+b))-2(b-a(-2)^2)$$

22 / 98

23 / 98

Zapišite izraz.



23 / 98

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 3

Zapišite izraz.

- Kvadrat razlike števil x in y.
- Razlika kvadratov števil x in y.
- Razlika petkratnika *m* in kvadrata števila 3.
- ullet Kub razlike sedemkratnika števila x in trikratnika števila y.

23 / 98

24 / 98

Izpostavite skupni faktor.



24 / 98

3. december 2024

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

Izpostavite skupni faktor.

- $3x + 12y^2$
- $m^3 + 8mp$
- $22a^3 33ab$
- $kr^2 rk^2$
- $4u^2v^3 6uv^2$
- $12a^2b 8(ab)^2 (2ab)^4$

25 / 98

Izpostavite skupni faktor.



25 / 98

Izpostavite skupni faktor.

•
$$3x(x+1) + 5(x+1)$$

•
$$(a-1)(a+1)+(a-1)$$

•
$$4(m-1)-(1-m)(a+b)$$

•
$$3(c-2) + 5c(2-c)$$

•
$$(-y + x)3a - (y - x)b$$



25 / 98

26 / 98

Izpostavite skupni faktor.



Izpostavite skupni faktor.

•
$$5^{11} - 5^{10} + 5^9$$

•
$$2 \cdot 3^8 + 5 \cdot 3^6$$

$$\bullet \ 4 \cdot 5^{10} - 10 \cdot 5^8 - 8 \cdot 5^9$$

•
$$7^5 - 7^6 + 7 \cdot 7^4$$

Jan Kastelic (GAA)

Izpostavite skupni faktor.



27 / 98

Izpostavite skupni faktor.

•
$$3^n - 2 \cdot 3^{n+1} + 3^{n+2}$$

•
$$2^{k+2} - 2^k$$

•
$$5 \cdot 3^m + 2 \cdot 3^{m+1}$$

$$2^{n-3} + 3 \cdot 2^{n-2} - 2^{n-1}$$

•
$$3 \cdot 5^{n+1} - 5^{n+2} + 4 \cdot 5^{n+3}$$

•
$$7^n + 2 \cdot 7^{n-1} - 3 \cdot 7^{n+1}$$

Računanje z algebrskimi izrazi

Izpostavite skupni faktor in izračunajte.



28 / 98

Izpostavite skupni faktor in izračunajte.

•
$$2^{2n} + 4^n + (2^n)^2$$

•
$$5^{2n+1} - 25^n + 3 \cdot 5^{2n-1}$$

•
$$5 \cdot 2^{3n} - 3 \cdot 8^{n-1}$$

•
$$49^n - 2 \cdot 7^{2n-1}$$



28 / 98

3. december 2024

Računanje z algebrskimi izrazi

Izpostavite skupni faktor.



29 / 98

Izpostavite skupni faktor.

- $4a^n + 6a^{n+1}$
- $b^n + b^{n+1} 2b^{n-1}$
- $a^{n-3} + 5a^n$
- $3x^{n+1} 15x^n + 18x^{n-1}$

Jan Kastelic (GAA)

Računanje z algebrskimi izrazi

Zmnožite.



Zmnožite.

•
$$(x-3)(x+2)$$

•
$$(2m+3)(5m-1)$$

•
$$(1-a)(1+a)$$

•
$$(x-3y)(2x+y)$$

•
$$(m-2k)(3m-k)$$

30 / 98

Računanje z algebrskimi izrazi

Zmnožite.



Zmnožite.

•
$$(a+b-1)(a-b)$$

$$(2x + y)(3x - 4y + 5)$$

•
$$(m+2n-k)(m+2n+k)$$

31 / 98

Računanje z algebrskimi izrazi

Zmnožite.



Zmnožite.

•
$$(x^2-3)(x^3+2)$$

•
$$(3x^2 - y)(5y^4 - 7x^3)$$

•
$$(u^3-1)(u^3+1)$$

$$(a^5b^2-4b)(3a^7+2a^2b)$$

•
$$(a-b)(a^2+ab+b^2)$$

•
$$(z + w)(z^2 - zw + w^2)$$

Računanje z algebrskimi izrazi

Poenostavite.



3. december 2024

Poenostavite.

•
$$(2x - y)(3 + y) + (y - 4)(y + 4) - 2xy + 3(y - 2x + 5)$$

•
$$(x-y)(x+y) - (x^2 + xy + y^2)(x-y) - (1-x)x^2 + (-y)y^2$$

•
$$2ab + (a-3b^2)(a+3b^2) + 2^3(-b^2)^2 - (a-b)(b-a) - 2a^3$$



33 / 98

↓□▶ ←□▶ ←□▶ ←□▶ □ ♥ ♀○

Kvadrat vsote in razlike binoma



34 / 98

Kvadrat vsote in razlike binoma

$$(x+y)^2 =$$



34 / 98

Kvadrat vsote in razlike binoma

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$



34 / 98

Kvadrat vsote in razlike binoma

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

 $(x - y)^2 =$



34 / 98

Kvadrat vsote in razlike binoma

$$(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

34 / 98

Kvadrat vsote in razlike binoma

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

 $(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$

Kub vsote in razlike binoma



34 / 98

Kvadrat vsote in razlike binoma

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

 $(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$

Kub vsote in razlike binoma

$$(x + y)^3 =$$



34 / 98

Kvadrat vsote in razlike binoma

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

 $(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$

Kub vsote in razlike binoma

$$(x+y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$



34 / 98

Kvadrat vsote in razlike binoma

$$(x + y)^{2} = x^{2} + 2xy + y^{2}$$
$$(x - y)^{2} = x^{2} - 2xy + y^{2}$$

Kub vsote in razlike binoma

$$(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$
$$(x - y)^3 =$$



34 / 98

Kvadrat vsote in razlike binoma

$$(x + y)^{2} = x^{2} + 2xy + y^{2}$$
$$(x - y)^{2} = x^{2} - 2xy + y^{2}$$

Kub vsote in razlike binoma

$$(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$
$$(x - y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$$



34 / 98

Kvadrat vsote in razlike binoma

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

 $(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$

Kub vsote in razlike binoma

$$(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$
$$(x - y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$$

Kvadrat trinoma



Kvadrat vsote in razlike binoma

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

 $(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$

Kub vsote in razlike binoma

$$(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$
$$(x - y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$$

Kvadrat trinoma

$$(x+y+z)^2 =$$

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 3. december 2024 34 / 98

Kvadrat vsote in razlike binoma

$$(x + y)^{2} = x^{2} + 2xy + y^{2}$$
$$(x - y)^{2} = x^{2} - 2xy + y^{2}$$

Kub vsote in razlike binoma

$$(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$
$$(x - y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$$

Kvadrat trinoma

$$(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz$$

Kvadrirajte.



Kvadrirajte.

- $(x+3)^2$
- $(y + 2x)^2$
- $(2a+3b)^2$
- $(x 3y)^2$
- $(1-a^2)^2$
- $(2x^2y^3 z^5)^2$

Potenciranje izrazov

36 / 98

Kvadrirajte.



Kvadrirajte.

•
$$(-a-b)^2$$

$$(-2x^5+y)^2$$

•
$$(a^{n+1}+b^n)^2$$

•
$$(a+b-3)^2$$

•
$$(z + 2x^3 - 1)^2$$

•
$$(2x^5 - 3m^6 + 2m^n)^2$$

Potenciranje izrazov

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 3. december 2024 37 / 98

Kubirajte.



3. december 2024

Kubirajte.

- $(x+1)^3$
- $(a-2)^3$
- $(2m+3)^3$
- $(-a+2b)^3$
- $(-z-2g)^3$
- $(a^4 2b^2)^3$

Potenciranje izrazov

38 / 98

Dopolnite do popolnega kvadrata in ga zapišite.



38 / 98

Dopolnite do popolnega kvadrata in ga zapišite.

•
$$x^2 + 8x + _ = (x + _)^2$$

•
$$x^2 + 12x + \underline{\hspace{0.2cm}} = (x + \underline{\hspace{0.2cm}})^2$$

•
$$a^2 - 10a + \underline{\hspace{0.2cm}} = (a - \underline{\hspace{0.2cm}})^2$$

•
$$m^2 - 2m + _ = (m - _)^2$$

38 / 98

Potenciranje izrazov

39 / 98

Poenostavite.



3. december 2024

Poenostavite.

•
$$(2a+5)^2 - (a-3)(a+5) - a(a+7) - 2a^2 - a$$

•
$$(x-2y)(x+2y)+4(y^2-3)-(x-4)^2+7(x+4)$$

•
$$(2m+1)(2m-1) - (3m^2-4m) - 2^4 - (m-2)^3 + (2m-3)^2 + m^2m$$

39 / 98



40 / 98

3. december 2024

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

Razstavljanje/razcepljanje/faktorizacija izraza je zapis izraza kot dveh ali več faktoriev.



40 / 98

Razstavljanje/razcepljanje/faktorizacija izraza je zapis izraza kot dveh ali več faktorjev.

Izpostavljanje skupnega faktorja



40 / 98

Razstavljanje/razcepljanje/faktorizacija izraza je zapis izraza kot dveh ali več faktorjev.

Izpostavljanje skupnega faktorja

$$xy + xz = x(y + z)$$



40 / 98

Razstavljanje/razcepljanje/faktorizacija izraza je zapis izraza kot dveh ali več faktorjev.

Izpostavljanje skupnega faktorja

$$xy + xz = x(y + z)$$

$$xy - xz = x(y - z)$$



40 / 98

Razstavljanje/razcepljanje/faktorizacija izraza je zapis izraza kot dveh ali več faktorjev.

Izpostavljanje skupnega faktorja

$$xy + xz = x(y + z)$$

$$xy - xz = x(y - z)$$

Pri razstavljanju smo vedno pozorni na to, da razstavimo vse, kar je mogoče.



40 / 98

41 / 98

$$x^2 - y^2 =$$



41 / 98

$$x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$$



41 / 98

$$x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$$

Razlika kubov

$$x^3 - y^3 =$$



41 / 98

$$x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$$

Razlika kubov

$$x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$$



41 / 98

$$x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$$

Razlika kubov

$$x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$$

Razlika četrtih potenc

$$x^4 - y^4 =$$



41 / 98

$$x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$$

Razlika kubov

$$x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$$

Razlika četrtih potenc

$$x^4 - y^4 = (x - y)(x + y)(x^2 + y^2)$$



41 / 98

$$x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$$

Razlika kubov

$$x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$$

Razlika četrtih potenc

$$x^4 - y^4 = (x - y)(x + y)(x^2 + y^2)$$

Razlika *n*-tih potenc

$$x^n - y^n =$$



41 / 98

$$x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$$

Razlika kubov

$$x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$$

Razlika četrtih potenc

$$x^4 - y^4 = (x - y)(x + y)(x^2 + y^2)$$

Razlika *n*-tih potenc

$$x^{n} - y^{n} = (x - y)(x^{n-1} + x^{n-2}y + x^{n-3}y^{2} + \dots + xy^{n-2} + y^{n-1})$$



41 / 98

42 / 98

Jan Kastelic (GAA)

Vsote kvadratov $x^2 + y^2$ ne moremo razstaviti v množici $\mathbb Z$ (oziroma $\mathbb R$).



42 / 98

Vsote kvadratov $x^2 + y^2$ ne moremo razstaviti v množici $\mathbb Z$ (oziroma $\mathbb R$).

Vsota kubov

$$x^3 + y^3 =$$



42 / 98

Vsote kvadratov $x^2 + y^2$ ne moremo razstaviti v množici $\mathbb Z$ (oziroma $\mathbb R$).

Vsota kubov

$$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$$



42 / 98

Vsote kvadratov $x^2 + y^2$ ne moremo razstaviti v množici $\mathbb Z$ (oziroma $\mathbb R$).

Vsota kubov

$$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$$

Vsota četrtih potenc



42 / 98

Vsote kvadratov $x^2 + y^2$ ne moremo razstaviti v množici $\mathbb Z$ (oziroma $\mathbb R$).

Vsota kubov

$$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$$

Vsota četrtih potenc

Vsote četrtih potenc $x^4 + y^4$ ne moremo razstaviti v množici \mathbb{Z} (oziroma \mathbb{R}).



42 / 98

Vsote kvadratov $x^2 + y^2$ ne moremo razstaviti v množici \mathbb{Z} (oziroma \mathbb{R}).

Vsota kubov

$$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$$

Vsota četrtih potenc

Vsote četrtih potenc $x^4 + y^4$ ne moremo razstaviti v množici \mathbb{Z} (oziroma \mathbb{R}).

Vsota *n*-tih potenc

$$x^n + y^n =$$



42 / 98

Vsota kvadratov

Vsote kvadratov $x^2 + y^2$ ne moremo razstaviti v množici \mathbb{Z} (oziroma \mathbb{R}).

Vsota kubov

$$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$$

Vsota četrtih potenc

Vsote četrtih potenc $x^4 + y^4$ ne moremo razstaviti v množici \mathbb{Z} (oziroma \mathbb{R}).

Vsota *n*-tih potenc

$$x^{n} + y^{n} = (x + y)(x^{n-1} - x^{n-2}y + x^{n-3}y^{2} - \dots - xy^{n-2} + y^{n-1})$$



42 / 98

Razstavljanje izrazov

4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶

43 / 98

Za nekatere trinome pa se lahko zgodi, da jih ne moremo razstaviti v množici $\mathbb Z$ (oziroma $\mathbb R$).



43 / 98

Za nekatere trinome pa se lahko zgodi, da jih ne moremo razstaviti v množici $\mathbb Z$ (oziroma $\mathbb R$).

Tričlenik, ki je kvadrat

$$x^2 + 2xy + y^2 =$$



43 / 98

Za nekatere trinome pa se lahko zgodi, da jih ne moremo razstaviti v množici $\mathbb Z$ (oziroma $\mathbb R$).

Tričlenik, ki je kvadrat

$$x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2$$



43 / 98

Za nekatere trinome pa se lahko zgodi, da jih ne moremo razstaviti v množici $\mathbb Z$ (oziroma $\mathbb R$).

Tričlenik, ki je kvadrat

$$x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2$$

Viétovo pravilo

$$x^2 + (a+b)x + ab =$$



43 / 98

Za nekatere trinome pa se lahko zgodi, da jih ne moremo razstaviti v množici $\mathbb Z$ (oziroma $\mathbb R$).

Tričlenik, ki je kvadrat

$$x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2$$

Viétovo pravilo

$$x^{2} + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$$



43 / 98

Za nekatere trinome pa se lahko zgodi, da jih ne moremo razstaviti v množici $\mathbb Z$ (oziroma \mathbb{R}).

Tričlenik, ki je kvadrat

$$x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2$$

Viétovo pravilo

$$x^{2} + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$$

Ugibanje

$$ax^2 + bx + c =$$



Za nekatere trinome pa se lahko zgodi, da jih ne moremo razstaviti v množici \mathbb{Z} (oziroma \mathbb{R}).

Tričlenik, ki je kvadrat

$$x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2$$

Viétovo pravilo

$$x^{2} + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$$

Ugibanje

$$ax^2 + bx + c = (dx + e)(fx + g)$$



$$xa + xb + ya + yb =$$



44 / 98

$$xa + xb + ya + yb = x(a + b) + y(a + b) = (a + b)(x + y)$$



44 / 98

$$xa + xb + ya + yb = x(a + b) + y(a + b) = (a + b)(x + y)$$

Razstavljanje štiričlenika – združitev 3 členi + 1 člen

$$a + 2ax + x^2 - b^2 =$$



44 / 98

$$xa + xb + ya + yb = x(a + b) + y(a + b) = (a + b)(x + y)$$

Razstavljanje štiričlenika – združitev 3 členi + 1 člen

$$a + 2ax + x^2 - b^2 = (a + x)^2 - b^2 = (a + x - b)(a + x + b)$$



44 / 98

Razstavite razliko kvadratov.



Jan Kastelic (GAA)

Razstavite razliko kvadratov.

- $x^2 25$
- $64 y^2$
- $16m^2 81$
- $25a^2 49b^2$
- $121u^2 36v^2$

45 / 98

Razstavite razliko kvadratov.



Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

Razstavite razliko kvadratov.

- $2z^2 8$
- $3b^2 12$
- $48 27h^2$
- $200t^2 8z^2$
- $a^2b 49b$
- $80x^2 45y^2$

Razstavite razliko kvadratov.



47 / 98

Razstavite razliko kvadratov.

- $162s^3 32sc^2$
- $f^4 9g^2$
- $16u^4 81v^4$
- $a^4 16$
- $-18a^2 + 2b^4$



Razstavite razliko kvadratov.



Jan Kastelic (GAA)

Razstavite razliko kvadratov.

•
$$(f+3)^2-25$$

•
$$(2-r)(2+r)$$

•
$$81x^4 - (y-2)^2$$

$$(x-y)^2-(2x+3y)^2$$

•
$$5(4-k)(4+k)$$

48 / 98

Razstavite in izračunajte.



Jan Kastelic (GAA)

Razstavite in izračunajte.

•
$$102^2 - 2^2$$

•
$$23^2 - 22^2$$

•
$$999^2 - 1$$

Razstavite vsoto ali razliko kubov.



50 / 98

Razstavite vsoto ali razliko kubov.

- $a^3 8b^3$
- $1 + x^3$
- $27m^3 + 8$
- \bullet 27 + 64 b^3
- $125x^3 64y^3$
- $64a^6 b^3$

Razstavite vsoto ali razliko kubov.



51/98

Razstavite vsoto ali razliko kubov.

- $a^3b^3 1$
- $8a^3 b^6c^9$
- $m^5 + 27g^3m^2$
- $(a+2)^3-b^3$

• $10^3 - (a+b)^3$

Razstavite.



3. december 2024

•
$$m^2 + 14m + 45$$

•
$$a^2 + 9a + 18$$

•
$$x^2 - 9x + 20$$

•
$$y^2 - 11y + 24$$

•
$$z^2 - 13z + 22$$

•
$$x^2 + 5x - 24$$



•
$$m^2 + m - 110$$

•
$$u^2 + 9u - 22$$

•
$$x^2 - 5x - 24$$

•
$$z^2 - 3z - 28$$

•
$$p^2 - 4p - 45$$

•
$$x^2 - 18x + 81$$



•
$$3x^2 + 87x + 300$$

•
$$2y^2 + 18y + 28$$

•
$$2x^2 - 30x + 108$$

•
$$7a^2 - 84a + 245$$

$$\bullet$$
 $6p^5 - 72p^4 + 216p^3$

•
$$2x^2 + 4x - 70$$



•
$$72y - 81 + 9y^2$$

•
$$3k^3 + 9k^2 - 12k$$

•
$$16t - 4t^2 + 84$$

•
$$p^3 + 13p^2 + 22p$$

•
$$50b + 125 + 5b^2$$

$$-7x^2 + 7x + 42$$



Razstavite.

•
$$x^2 + 16xy + 63y^2$$

•
$$a^2 - 2ab - 35b^2$$

•
$$p^2 + 3pk - 10k^2$$

$$2z^2 - 2zu - 24u^2$$

•
$$60c^3d^4 + 3c^5 - 27c^4d^2$$



Zapišite izraze kot popolne kvadrate.



57 / 98

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 3. december 2024

Zapišite izraze kot popolne kvadrate.

•
$$x^2 + 18x + 81$$

•
$$a^4 + 14a^2 + 49$$

•
$$m^2 - 10m + 25$$

•
$$100 - 20b + b^2$$

•
$$u^2 - 12uv + 36v^2$$

•
$$4y^2 - 12yz + 9z^2$$



Razstavite.

•
$$x^4 - 13x^2 + 36$$

•
$$b^4 - 26b^2 + 25$$

•
$$a^4 - 8a^2 - 9$$

•
$$n^4 - 17n^2 + 16$$

$$2y^6 + 10y^4 + 8y^2$$

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA



•
$$2a^2 + 7a - 4$$

•
$$2x^2 + 5x + 3$$

•
$$4m^2 + 10m - 24$$

•
$$4p^2 + 29p - 24$$

•
$$2f^2 + 9f - 5$$

•
$$7b^2 + 23b + 6$$



Razstavite.

•
$$5^{2x} - 30 \cdot 5^x + 125$$

•
$$3^{2x} + 6 \cdot 3^x - 27$$

•
$$16^x - 5 \cdot 4^x + 6$$

•
$$4^x - 18 \cdot 2^x + 32$$



Jan Kastelic (GAA)



Naloga

•
$$a^3 + 3a^2 - 4a - 12$$

•
$$c^3 - 4c^2 - c + 4$$

•
$$x^3 + 5x^2 - 4x - 20$$

•
$$a^2 + ab - 2a - 2b$$

•
$$a^2 + 3ab + 2a + 6b$$

•
$$2xy + x - 4y - 2$$



•
$$a^2 + 2a + 1 - b^2$$

•
$$m^2 - 6m + 9 - k^2$$

•
$$x^2 + 4xy + 4y^2 - 16$$

•
$$u^2 - z^2 - 8z - 16$$

•
$$x^2 - y^2 + 14y - 49$$

•
$$25 - y^2 + 2xy - x^2$$



- $a^5 b^5$
- $a^4 16$
- $x^4y^4 625$
- $a^5 + 32$
- $x^5 32$
- $81 x^4y^8$

3. december 2024

Razstavite.



Razstavite.

•
$$a^4 - 5a^3 - 24a^2$$

$$3x^3 + 6x^2 - 27x - 54$$

•
$$108m^4 - 3m^2$$

•
$$x^2 - 29xy + 100y^2$$

•
$$u^4 - 125uv^3$$

•
$$81 - 9b^2 + 12bc - 4c^2$$

Section 2

Deljivost



- Potence in izrazi
- ② Deljivost
 - Relacija deljivosti
 - Kriteriji deljivost
 - Osnovni izrek o deljenju
 - Praštevila in sestavljena števila
 - Osnovni izrek aritmetike
 - Največji skupni delitelj in najmanjši skupni večkratnik
 - Številski sestavi

66 / 98



67 / 98

Jan Kastelic (GAA)

Naravno število m je **delitelj** naravnega števila n (**deljenec**), če obstaja naravno število k (**kvocient**), da velja:

$$\mathbf{n} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{m}$$
.



67 / 98

Naravno število m je **delitelj** naravnega števila n (**deljenec**), če obstaja naravno število k (**kvocient**), da velja:

$$\mathbf{n} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{m}$$
.

Naravno število m deli naravno število n, ko je število n večkratnik števila m.

$$m \mid n \Leftrightarrow n = k \cdot m; \quad m, n, k \in \mathbb{N}$$



67/98

Naravno število m je **delitelj** naravnega števila n (**deljenec**), če obstaja naravno število k (**kvocient**), da velja:

$$\mathbf{n} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{m}$$
.

Naravno število m deli naravno število n, ko je število n večkratnik števila m.

$$m \mid n \Leftrightarrow n = k \cdot m; \quad m, n, k \in \mathbb{N}$$

Število m je delitelj samega sebe in vseh svojih večkratnikov.



67/98

Naravno število m je **delitelj** naravnega števila n (**deljenec**), če obstaja naravno število k (**kvocient**), da velja:

$$\mathbf{n} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{m}$$
.

Naravno število m deli naravno število n, ko je število n večkratnik števila m.

$$m \mid n \Leftrightarrow n = k \cdot m; \quad m, n, k \in \mathbb{N}$$

Število m je delitelj samega sebe in vseh svojih večkratnikov.

1 je delitelj vsakega naravnega števila.



67/98

Naravno število m je **delitelj** naravnega števila n (**deljenec**), če obstaja naravno število k (**kvocient**), da velja:

$$\mathbf{n} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{m}$$
.

Naravno število m deli naravno število n, ko je število n večkratnik števila m.

$$m \mid n \Leftrightarrow n = k \cdot m; \quad m, n, k \in \mathbb{N}$$

Število m je delitelj samega sebe in vseh svojih večkratnikov.

1 je delitelj vsakega naravnega števila.

Če d deli naravni števili m in $n,\ n>m$, potem d deli tudi vsoto in razliko števil m in n.

<ロ > < 回 > < 回 > < 巨 > < 巨 > 三 の < (で

Relacija deljivosti je:



Relacija deljivosti je:

refleksivna:

Relacija deljivosti je:

refleksivna:

 $n \mid n$;

Relacija deljivosti je:

refleksivna:

 $n \mid n$;

antisimetrična:

Relacija deljivosti je:

refleksivna:

$$n \mid n$$
;

antisimetrična:

$$m \mid n \wedge n \mid m \Rightarrow m = n;$$

Relacija deljivosti je:

refleksivna:

$$n \mid n$$
;

antisimetrična:

$$m \mid n \wedge n \mid m \Rightarrow m = n;$$

1 tranzitivna:

Relacija deljivosti je:

refleksivna:

$$n \mid n$$
;

antisimetrična:

$$m \mid n \wedge n \mid m \Rightarrow m = n;$$

1 tranzitivna:

$$m \mid n \wedge n \mid o \Rightarrow m \mid o$$
.



Relacija deljivosti je:

refleksivna:

$$n \mid n$$
;

antisimetrična:

$$m \mid n \wedge n \mid m \Rightarrow m = n;$$

tranzitivna:

$$m \mid n \wedge n \mid o \Rightarrow m \mid o$$
.

68 / 98

Relacija s temi lastnostmi je relacija **delne urejenosti**, zato relacija deljivosti delno ureja množico \mathbb{N} .

Zapišite vse delitelje števil.



Zapišite vse delitelje števil.

- 6
- 16
- 37
- 48
- 120

Pokažite, da trditev velja.



Pokažite, da trditev velja.

• Izraz x - 3 deli izraz $x^2 - 2x - 3$.

• Izraz x + 2 deli izraz $x^3 + x^2 - 4x - 4$.

• Izraz x - 2 deli izraz $x^3 - 8$.

Pokažite, da trditev velja.



Pokažite, da trditev velja.

•
$$19 \mid (3^{21} - 3^{20} + 3^{18})$$

$$\bullet$$
 7 | $(3 \cdot 4^{11} + 4^{12} + 7 \cdot 4^{10})$

• 14 |
$$(5 \cdot 3^6 + 2 \cdot 3^8 - 3 \cdot 3^7)$$

•
$$25 \mid (7 \cdot 2^{23} - 3 \cdot 2^{24} + 3 \cdot 2^{25} - 2^{22})$$

•
$$11 \mid (2 \cdot 10^6 + 3 \cdot 10^7 + 10^8)$$

•
$$35 \mid (6^{32} - 36^{15})$$

Pokažite, da trditev velja.



3. december 2024

Jan Kastelic (GAA)

Pokažite, da trditev velja.

•
$$3 \mid (2^{2n+1} - 5 \cdot 2^{2n} + 9 \cdot 2^{2n-1})$$

• 29 |
$$(5^{n+3} - 2 \cdot 5^{n+1} + 7 \cdot 5^{n+2})$$

• 10 |
$$(3 \cdot 7^{4n-1} - 4 \cdot 7^{4n-2} + 7^{4n+1})$$

•
$$10 \mid (9^{3n-1} + 9 \cdot 9^{3n+1} + 9^{3n} - 9^{3n+2})$$

•
$$5 \mid (7 \cdot 2^{4n-2} + 3 \cdot 4^{2n} - 16^n)$$



72 / 98

Pokažite, da je za poljubno naravno število u vrednost izraza

$$(u+7)(7-u)-3(3-u)(u+5)$$

večkratnik števila 4.



73 / 98

Kriteriji deljivosti



Jan Kastelic (GAA)

Deljivost z 2



3. december 2024

Jan Kastelic (GAA)

Deljivost z 2

Število je deljivo z 2 natanko takrat, ko so enice števila deljive z 2.



74 / 98

Deljivost z 2

Število je deljivo z 2 natanko takrat, ko so enice števila deljive z 2.

Deljivost s 3

Deljivost z 2

Število je deljivo z 2 natanko takrat, ko so enice števila deljive z 2.

Deljivost s 3

Število je deljivo s 3 natanko takrat, ko je vsota števk števila deljiva s 3.



74 / 98

Deljivost z 2

Število je deljivo z 2 natanko takrat, ko so enice števila deljive z 2.

Deljivost s 3

Število je deljivo s 3 natanko takrat, ko je vsota števk števila deljiva s 3.

Deljivost s 4 oziroma 25



74 / 98

Deljivost z 2

Število je deljivo z 2 natanko takrat, ko so enice števila deljive z 2.

Deljivost s 3

Število je deljivo s 3 natanko takrat, ko je vsota števk števila deljiva s 3.

Deljivost s 4 oziroma 25

Število je deljivo s 4 oziroma 25 natanko takrat, ko je dvomestni konec števila deljiv s 4 oziroma 25.



74 / 98

Deljivost z 2

Število je deljivo z 2 natanko takrat, ko so enice števila deljive z 2.

Deljivost s 3

Število je deljivo s 3 natanko takrat, ko je vsota števk števila deljiva s 3.

Deljivost s 4 oziroma 25

Število je deljivo s 4 oziroma 25 natanko takrat, ko je dvomestni konec števila deljiv s 4 oziroma 25.

Deljivost s 5

Deljivost z 2

Število je deljivo z 2 natanko takrat, ko so enice števila deljive z 2.

Deljivost s 3

Število je deljivo s 3 natanko takrat, ko je vsota števk števila deljiva s 3.

Deljivost s 4 oziroma 25

Število je deljivo s 4 oziroma 25 natanko takrat, ko je dvomestni konec števila deljiv s 4 oziroma 25.

Deljivost s 5

Število je deljivo s 5 natanko takrat, ko so enice števila enake 0 ali 5.



3. december 2024

Jan Kastelic (GAA)

Število je deljivo s 6 natanko takrat, ko je deljivo z 2 in s 3 hkrati.



75 / 98

Število je deljivo s 6 natanko takrat, ko je deljivo z 2 in s 3 hkrati.

Deljivost z 8 oziroma s 125



75 / 98

3. december 2024

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

Število je deljivo s 6 natanko takrat, ko je deljivo z 2 in s 3 hkrati.

Deljivost z 8 oziroma s 125

Število je deljivo z 8 oziroma s 125 natanko takrat, ko je trimestni konec števila deljiv z 8 oziroma s 125.



75 / 98

Število je deljivo s 6 natanko takrat, ko je deljivo z 2 in s 3 hkrati.

Deljivost z 8 oziroma s 125

Število je deljivo z 8 oziroma s 125 natanko takrat, ko je trimestni konec števila deljiv z 8 oziroma s 125.

Deljivost z 9



Število je deljivo s 6 natanko takrat, ko je deljivo z 2 in s 3 hkrati.

Deljivost z 8 oziroma s 125

Število je deljivo z 8 oziroma s 125 natanko takrat, ko je trimestni konec števila deljiv z 8 oziroma s 125.

Deljivost z 9

Število je deljivo z 9 natanko takrat, ko je vsota števk števila deljiva z 9.



75 / 98

Število je deljivo s 6 natanko takrat, ko je deljivo z 2 in s 3 hkrati.

Deljivost z 8 oziroma s 125

Število je deljivo z 8 oziroma s 125 natanko takrat, ko je trimestni konec števila deljiv z 8 oziroma s 125.

Deljivost z 9

Število je deljivo z 9 natanko takrat, ko je vsota števk števila deljiva z 9.

Deljivost z 10 oziroma 10ⁿ



3. december 2024

Število je deljivo s 6 natanko takrat, ko je deljivo z 2 in s 3 hkrati.

Deljivost z 8 oziroma s 125

Število je deljivo z 8 oziroma s 125 natanko takrat, ko je trimestni konec števila deljiv z 8 oziroma s 125.

Deljivost z 9

Število je deljivo z 9 natanko takrat, ko je vsota števk števila deljiva z 9.

Deljivost z 10 oziroma 10ⁿ

Število je deljivo z 10 natanko takrat, ko so enice števila enake 0.



75 / 98

Število je deljivo s 6 natanko takrat, ko je deljivo z 2 in s 3 hkrati.

Deljivost z 8 oziroma s 125

Število je deljivo z 8 oziroma s 125 natanko takrat, ko je trimestni konec števila deljiv z 8 oziroma s 125.

Deljivost z 9

Število je deljivo z 9 natanko takrat, ko je vsota števk števila deljiva z 9.

Deljivost z 10 oziroma 10ⁿ

Število je deljivo z 10 natanko takrat, ko so enice števila enake 0. Število je deljivo z 10^n natanko takrat, ko ima število na zadnjih n mestih števko 0.

<□ > < □ > < □ > < 亘 > < 亘 > □ ≥ < ⊙ < ⊙



3. december 2024

Jan Kastelic (GAA)

Število je deljivo z 11 natanko takrat, ko je alternirajoča vsota števk tega števila deljiva z 11.



76 / 98

Število je deljivo z 11 natanko takrat, ko je alternirajoča vsota števk tega števila deljiva z 11.

Deljivost s 7



76 / 98

Število je deljivo z 11 natanko takrat, ko je alternirajoča vsota števk tega števila deljiva z 11.

Deljivost s 7

Vzamemo enice danega števila in jih pomnožimo s 5,



76 / 98

Število je deljivo z 11 natanko takrat, ko je alternirajoča vsota števk tega števila deljiva z 11.

Deljivost s 7

- Vzamemo enice danega števila in jih pomnožimo s 5,
- 2 prvotnemu številu brez enic prištejemo dobljeni produkt,



76 / 98

Število je deljivo z 11 natanko takrat, ko je alternirajoča vsota števk tega števila deljiva z 11.

Deljivost s 7

- Vzamemo enice danega števila in jih pomnožimo s 5,
- 2 prvotnemu številu brez enic prištejemo dobljeni produkt,
- o vzamemo enice dobljene vsote in jih pomnožimo s 5 ...



Število je deljivo z 11 natanko takrat, ko je alternirajoča vsota števk tega števila deljiva z 11.

Deljivost s 7

- Vzamemo enice danega števila in jih pomnožimo s 5,
- 2 prvotnemu številu brez enic prištejemo dobljeni produkt,
- o vzamemo enice dobljene vsote in jih pomnožimo s 5 ...

Postopek ponavljamo, dokler ne dobimo dvomestnega števila – če je to deljivo s 7, je prvotno število deljivo s 7.

76 / 98

Število je deljivo z 11 natanko takrat, ko je alternirajoča vsota števk tega števila deljiva z 11.

Deljivost s 7

- Vzamemo enice danega števila in jih pomnožimo s 5,
- prvotnemu številu brez enic prištejemo dobljeni produkt,
- 3 vzamemo enice dobljene vsote in jih pomnožimo s 5 ...

Postopek ponavljamo, dokler ne dobimo dvomestnega števila – če je to deljivo s 7, je prvotno število deljivo s 7.

Deljivost s sestavljenim številom



76 / 98

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

Število je deljivo z 11 natanko takrat, ko je alternirajoča vsota števk tega števila deljiva z 11.

Deljivost s 7

- Vzamemo enice danega števila in jih pomnožimo s 5,
- prvotnemu številu brez enic prištejemo dobljeni produkt,
- o vzamemo enice dobljene vsote in jih pomnožimo s 5 ...

Postopek ponavljamo, dokler ne dobimo dvomestnega števila – če je to deljivo s 7, je prvotno število deljivo s 7.

Deljivost s sestavljenim številom

Število zapišemo kot produkt dveh (ali več) tujih števil in preverimo deljivost z vsakim faktorjem posebej.

Naloga

S katerimi od števil 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 so deljiva naslednja števila?



77 / 98

Naloga

S katerimi od števil 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 so deljiva naslednja števila?

• 84742

• 393948

• 12390

• 19401

Naloga

Določite vse možnosti za števko a, da je število $\overline{65833a}$:



78 / 98

Naloga

Določite vse možnosti za števko a, da je število 65833a:

- deljivo s 3,
- deljivo s 4,
- deljivo s 5,
- deljivo s 6.

Jan Kastelic (GAA)

Naloga

Določite vse možnosti za števko b, da je število $\overline{65b90b}$:



79 / 98

Določite vse možnosti za števko b, da je število $\overline{65b90b}$:

- deljivo z 2,
- deljivo s 3,
- deljivo s 6,
- deljivo z 9,
- deljivo z 10.



Kriteriji deljivost

Določite vse možnosti za števki c in d, da je število $\overline{115c1d}$ deljivo s 6.



Jan Kastelic (GAA)

Določite vse možnosti za števki c in d, da je število $\overline{115c1d}$ deljivo s 6.

Naloga

Določite vse možnosti za števki e in f, da je število $\overline{115e1f}$ deljivo z 8.



Kriteriji deljivost

Pokažite, da za vsako naravno število n 12 deli $n^4 - n^2$.



81 / 98

Pokažite, da za vsako naravno število n 12 deli $n^4 - n^2$.

Naloga

Preverite, ali je število 8641969 deljivo s 7.



81 / 98



82 / 98

Osnovni izrek o deljenju



82 / 98

3. december 2024

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

Osnovni izrek o deljenju

Za poljubni naravni števili \mathbf{m} (**deljenec**) in \mathbf{n} (**delitelj**), $m \ge n$, obstajata natanko določeni nenegativni števili \mathbf{k} (**količnik**/**kvocient**) in \mathbf{r} (**ostanek**), da velja:



82 / 98

Osnovni izrek o deljenju

Za poljubni naravni števili \mathbf{m} (**deljenec**) in \mathbf{n} (**delitelj**), $m \geq n$, obstajata natanko določeni nenegativni števili \mathbf{k} (**količnik**/**kvocient**) in \mathbf{r} (**ostanek**), da velja:

$$m = k \cdot n + r$$
; $0 \le r < n$; $m, n \in \mathbb{N}$; $k, r \in \mathbb{N}_0$.



82 / 98

Osnovni izrek o deljenju

Za poljubni naravni števili \mathbf{m} (**deljenec**) in \mathbf{n} (**delitelj**), $m \ge n$, obstajata natanko določeni nenegativni števili \mathbf{k} (**količnik**/**kvocient**) in \mathbf{r} (**ostanek**), da velja:

$$m = k \cdot n + r$$
; $0 \le r < n$; $m, n \in \mathbb{N}$; $k, r \in \mathbb{N}_0$.

Če je ostanek pri deljenju enak 0, je število m **večkratnik** števila n. Tedaj je število m deljivo s številom n. Pravimo, da n deli število m: $n \mid m$.



82 / 98

Določite, katera števila so lahko ostanki pri deljenju naravnega števila n s:



83 / 98

Določite, katera števila so lahko ostanki pri deljenju naravnega števila n s:

- številom 3;
- številom 7;
- številom 365.

Določite, katera števila so lahko ostanki pri deljenju naravnega števila n s:

- številom 3;
- številom 7;
- številom 365.

Naloga

Zapišite prvih nekaj naravnih števil, ki dajo:



Določite, katera števila so lahko ostanki pri deljenju naravnega števila n s:

- številom 3;
- številom 7;
- številom 365.

Naloga

Zapišite prvih nekaj naravnih števil, ki dajo:

- pri deljenju s 4 ostanek 3;
- pri deljenju s 7 ostanek 4;
- pri deljenju z 9 ostanek 4.



83 / 98

3. december 2024

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

Zapišite naravno število, ki da:



Zapišite naravno število, ki da:

- pri deljenju s 7 količnik 5 in ostanek 3;
- pri deljenju z 10 količnik 9 in ostanek 1;
- pri deljenju s 23 količnik 2 in ostanek 22.

84 / 98

Zapišite naravno število, ki da:

- pri deljenju s 7 količnik 5 in ostanek 3;
- pri deljenju z 10 količnik 9 in ostanek 1;
- pri deljenju s 23 količnik 2 in ostanek 22.

Naloga

Zapišite množico vseh naravnih števil *n*, ki dajo:



Zapišite naravno število, ki da:

- pri deljenju s 7 količnik 5 in ostanek 3;
- pri deljenju z 10 količnik 9 in ostanek 1;
- pri deljenju s 23 količnik 2 in ostanek 22.

Naloga

Zapišite množico vseh naravnih števil *n*, ki dajo:

- pri deljenju z 2 ostanek 1;
- pri deljenju z 2 ostanek 0;
- pri deljenju s 5 ostanek 2.



Katero število smo delili s 7, če smo dobili kvocient 3 in ostanek 5?



Katero število smo delili s 7, če smo dobili kvocient 3 in ostanek 5?

Naloga

S katerim številom smo delili število 73, če smo dobili kvocient 12 in ostanek 1?



3. december 2024

Katero število smo delili s 7, če smo dobili kvocient 3 in ostanek 5?

Naloga

S katerim številom smo delili število 73, če smo dobili kvocient 12 in ostanek 1?

Naloga

Marjeta ima čebulice tulipana, ki jih želi posaditi v več vrst. V vsaki od 3 vrst je izkopala po 8 jamic, potem pa ugotovila, da ji bosta 2 čebulici ostali. Koliko čebulic ima Marjeta?

Če neko število delimo z 8, dobimo ostanek 7. Kolikšen je ostanek, če to isto število delimo s 4?



86 / 98

Če neko število delimo z 8, dobimo ostanek 7. Kolikšen je ostanek, če to isto število delimo s 4?

Naloga

Če neko število delimo s 24 dobimo ostanek 21. Kolikšen je ostanek, če to isto število delimo s 3?

87 / 98

Glede na število deliteljev, lahko naravna števila razdelimo na tri skupine:



87 / 98

Glede na število deliteljev, lahko naravna števila razdelimo na tri skupine:

• **število** 1 – število, ki ima samo enega delitelja (samega sebe);



87 / 98

Glede na število deliteljev, lahko naravna števila razdelimo na tri skupine:

- **število** 1 število, ki ima samo enega delitelja (samega sebe);
- praštevila števila, ki imajo natanko dva delitelja (1 in samega sebe);

◆□▶ ◆御▶ ◆巻▶ ◆巻▶ - 巻 - 夕へ@

87 / 98

Glede na število deliteljev, lahko naravna števila razdelimo na tri skupine:

- **število** 1 število, ki ima samo enega delitelja (samega sebe);
- praštevila števila, ki imajo natanko dva delitelja (1 in samega sebe);
- sestavljena števila števila, ki imajo več kot dva delitelja.



87 / 98

Glede na število deliteljev, lahko naravna števila razdelimo na tri skupine:

- **število** 1 število, ki ima samo enega delitelja (samega sebe);
- praštevila števila, ki imajo natanko dva delitelja (1 in samega sebe);
- sestavljena števila števila, ki imajo več kot dva delitelja.

$$\mathbb{N} = \{1\} \cup \mathbb{P} \cup \{sestavljena \ števila\}$$



87 / 98

Glede na število deliteljev, lahko naravna števila razdelimo na tri skupine:

- **število** 1 število, ki ima samo enega delitelja (samega sebe);
- praštevila števila, ki imajo natanko dva delitelja (1 in samega sebe);
- sestavljena števila števila, ki imajo več kot dva delitelja.

$$\mathbb{N} = \{1\} \cup \mathbb{P} \cup \{sestavljena \ \mathsf{\check{s}}tevila\}$$

Praštevil je neskončno mnogo.



87 / 98

Praštevila in sestavljena števila

Glede na število deliteljev, lahko naravna števila razdelimo na tri skupine:

- **število** 1 število, ki ima samo enega delitelja (samega sebe);
- praštevila števila, ki imajo natanko dva delitelja (1 in samega sebe);
- sestavljena števila števila, ki imajo več kot dva delitelja.

$$\mathbb{N} = \{1\} \cup \mathbb{P} \cup \{sestavljena \ \mathsf{\check{s}}tevila\}$$

Praštevil je neskončno mnogo.

Število n je praštevilo, če ni deljivo z nobenim praštevilom, manjšim ali enakim \sqrt{n} .



87 / 98

Praštevila in sestavljena števila

Eratostenovo sito

3. december 2024

Jan Kastelic (GAA)

Eratostenovo sito

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100



Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 3. december 2024 88 / 98

Praštevila in sestavljena števila

Preverite, ali so dana števila praštevila.



Jan Kastelic (GAA)

Preverite, ali so dana števila praštevila.

- 103
- 163
- 137
- 197
- 147
- 559



Jan Kastelic (GAA)

Osnovni izrek aritmetike



3. december 2024

Jan Kastelic (GAA)

Osnovni izrek aritmetike

Vsako naravno število lahko enolično/na en sam način (do vrstnega reda faktorjev natančno) zapišemo kot produkt potenc s praštevilskimi osnovami:



90 / 98

Osnovni izrek aritmetike

Vsako naravno število lahko enolično/na en sam način (do vrstnega reda faktorjev natančno) zapišemo kot produkt potenc s praštevilskimi osnovami:

$$n=p_1^{k_1}\cdot p_2^{k_2}\cdot\ldots\cdot p_l^{k_l}.$$



90 / 98

Osnovni izrek aritmetike

Vsako naravno število lahko enolično/na en sam način (do vrstnega reda faktorjev natančno) zapišemo kot produkt potenc s praštevilskimi osnovami:

$$n=p_1^{k_1}\cdot p_2^{k_2}\cdot\ldots\cdot p_l^{k_l}.$$

Zapis naravnega števila kot produkt potenc s praštevilskimi osnovami imenujemo tudi **praštevilski razcep**.



90 / 98

Zapišite število 8755 kot produkt sami praštevil in njihovih potenc.



91 / 98

Zapišite število 8755 kot produkt sami praštevil in njihovih potenc.

Naloga

Razcepite število 3520 na prafaktorje.



91/98

Zapišite praštevilski razcep števila 38250.



Zapišite praštevilski razcep števila 38250.

Naloga

Zapišite praštevilski razcep števila 3150.



92 / 98

Razcepite število 66 na prafaktorje in zapišite vse njegove delitelje.



3. december 2024

Razcepite število 66 na prafaktorje in zapišite vse njegove delitelje.

Naloga

Razcepite število 204 na prafaktorje in zapišite vse njegove delitelje.



Zapišite vse izraze, ki delijo dani izraz.



94 / 98

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

Zapišite vse izraze, ki delijo dani izraz.

•
$$x^2 + x - 1$$

•
$$x^3 - x^2 - 4x + 4$$

•
$$x^3 - 27$$

Največji skupni delitelj in najmanjši skupni večkratnik

Največji skupni delitelj

Največji skupni delitelj števil m in n je največje število od tistih, ki delijo števili m in n. Oznaka: D(m, n).

Najmanjši skupni večkratnik

Najmanjši skupni večkratnik števil m in n je najmanjše število od tistih, ki so deljiva s številoma m in n.

Oznaka: v(m, n).

Števili m in n, katerih največji skupni delitelj je 1, sta **tuji števili**.

4□ > 4圖 > 4 = > 4 = > = 900

95 / 98

Računanje D in v s prafaktorizacijo števil

- Števili *m* in *n* prafaktoriziramo.
- Za D(m, n) vzamemo potence, ki so skupne obema številom v prafaktorizaciji.
- Za v(m, n) vzamemo vse potence, ki se pojavijo v prafaktorizaciji števil, z največjim eksponentom.

Za poljubni naravni števili m in n velja zveza $\mathbf{D}(\mathbf{m}, \mathbf{n}) \cdot \mathbf{v}(\mathbf{m}, \mathbf{n}) = \mathbf{m} \cdot \mathbf{n}$.

Evklidov algoritem

V tem algoritmu zapored uporabljamo osnovni izrek o deljenju. Najprej ga uporabimo na danih dveh številih. V naslednjem koraku deljenec postane prejšnji delitelj, delitelj pa prejšnji ostanek. V vsakem koraku immamo manjša števila, zato se algoritem konča v končno mnogo korakih. Največji skupni delitelj danih števil m in n je zadnji od 0 različen ostanek pri deljenju v Evklidovem algoritmu.

Izračunajte največji skupni delitelj in najmanjši skupni večkratnih danih parov števil.



97 / 98

Izračunajte največji skupni delitelj in najmanjši skupni večkratnih danih parov števil.

• 6 in 8

• 36 in 48

• 550 in 286



97 / 98

Številski sestavi



98 / 98

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA