

16.2 Transformacije funkcij

16.2.1 Zrcaljenja

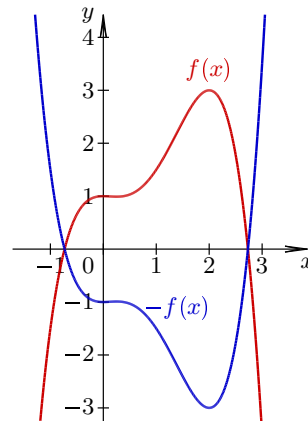
Zrcaljenje preko abscisne osi

Zrcaljenje preko abscisne osi vsako točko $T(x, y)$ grafa funkcije preslika v točko $T'(x, -y)$.

$$Z_x : (x, y) \mapsto (x, -y)$$

Do prezrcaljene funkcije f preko abscisne osi pridemo tako, da funkcijo f pomnožimo z -1

$$Z_x : f(x) \mapsto -f(x)$$



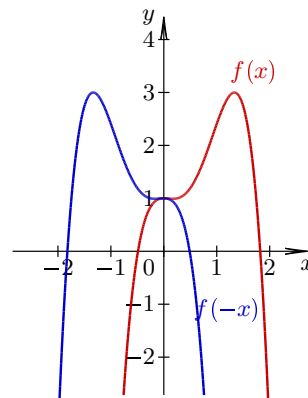
Zrcaljenje preko ordinatne osi

Zrcaljenje preko ordinatne osi vsako točko $T(x, y)$ grafa funkcije preslika v točko $T'(-x, y)$.

$$Z_y : (x, y) \mapsto (-x, y)$$

Do prezrcaljene funkcije f preko ordinatne osi pridemo tako, da neodvisno spremenljivko x funkcije f pomnožimo z -1

$$Z_y : f(x) \mapsto f(-x)$$



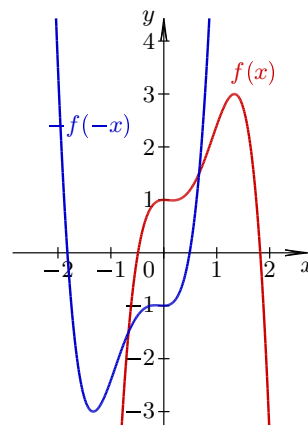
Zrcaljenje preko izhodišča

Zrcaljenje preko izhodišča vsako točko $T(x, y)$ grafa funkcije preslika v točko $T'(-x, -y)$.

$$Z_i : (x, y) \mapsto (-x, -y)$$

Do prezrcaljene funkcije f preko izhodišča pridemo tako, da neodvisno spremenljivko x funkcije f in funkcijo f pomnožimo z -1

$$Z_i : f(x) \mapsto -f(-x)$$

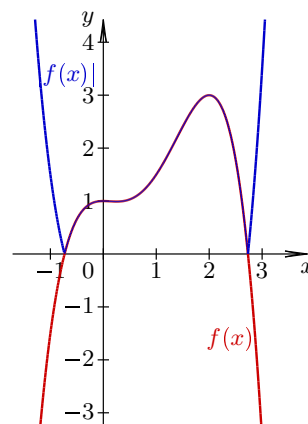


Absolutna vrednost funkcije

Absolutna vrednost funkcije f vse negativne vrednosti funkcije f pomnoži z -1 , pozitivne vrednosti pa ohrani.

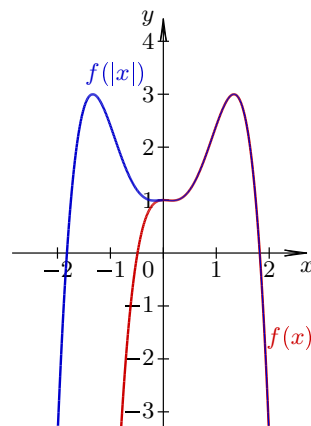
$$T_1 : f(x) \mapsto |f(x)|$$

Tisti del grafa funkcije f , ki leži pod abscisno osjo, se preslika preko abscisne osi. Del grafa, ki leži nad abscisno osjo se ohrani.



Če v funkciji $f(x)$ neodvisno spremenljivko x nadomestimo z $|x|$, dobimo novo funkcijo, ki je soda.

$$T_2 : f(x) \mapsto f(|x|)$$



16.2.2 Premiki

Vzporedni premik vzdolž ordinatne osi

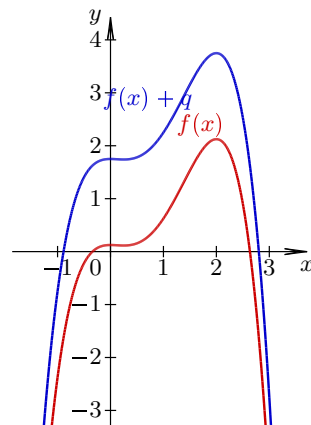
Vzporedni premik v smeri ordinatne osi za q vsako točko $T(x, y)$ grafa funkcije preslika v točko $T'(x, y + q)$.

$$P_y : (x, y) \mapsto (x, y + q)$$

Do premaknjene funkcije f vzdolž ordinatne osi pridemo tako, da funkciji f prištejemo q .

$$P_y : f(x) \mapsto f(x) + q$$

Pri $q > 0$ se graf premakne v pozitivni smeri ordinatne osi (navzgor), pri $q < 0$ se graf premakne v negativni smeri ordinatne osi (navzdol).



Vzporedni premik vzdolž abscisne osi

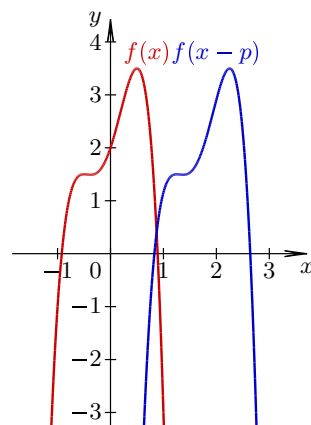
Vzporedni premik v smeri abscisne osi za p vsako točko $T(x, y)$ grafa funkcije preslika v točko $T'(x + p, y)$.

$$P_x : (x, y) \mapsto (x + p, y)$$

Do premaknjene funkcije f vzdolž abscisne osi pridemo tako, da neodvisni spremenljivki x funkcije odštejemo p .

$$P_x : f(x) \mapsto f(x - p)$$

Pri $p > 0$ se graf premakne v pozitivni smeri abscisne osi (v desno), pri $p < 0$ se graf premakne v negativni smeri abscisne osi (v levo).



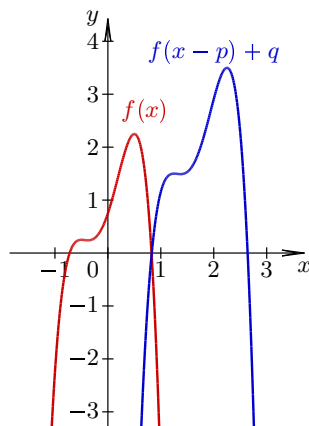
Premik za vektor

Premik za vektor (p, q) vsako točko $T(x, y)$ grafa funkcije preslika v točko $T'(x + p, y + q)$.

$$P_v : (x, y) \mapsto (x + p, y + q)$$

Do premaknjene funkcije f za vektor (p, q) pridemo tako, da funkciji f prištejemo q , neodvisni spremenljivki x funkcije pa odštejemo p .

$$P_v : f(x) \mapsto f(x - p) + q$$



16.2.3 Raztegi

Razteg vzdolž ordinatne osi

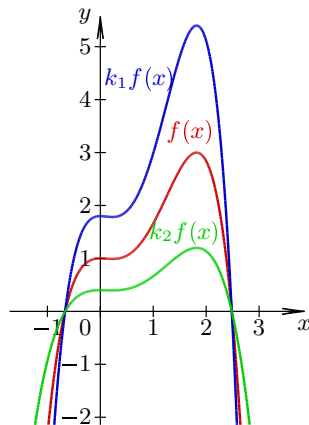
Razteg za faktor $k \in \mathbb{R}^*$ vzdolž ordinatne osi vsako točko $T(x, y)$ grafa funkcije preslika v točko $T'(x, ky)$.

$$R_y : (x, y) \mapsto (x, ky)$$

Do raztegnjene funkcije f za faktor $k \in \mathbb{R}^*$ vzdolž ordinatne osi pridemo tako, da funkcijo pomnožimo s k .

$$R_y : f(x) \mapsto kf(x)$$

Pri $|k| > 1$ se graf funkcije raztegne pri $|k| < 1$ pa skrči vzdolž ordinatne osi. Za $k = 1$ se graf funkcije ohrani – identična preslikava.



Razteg vzdolž abscisne osi

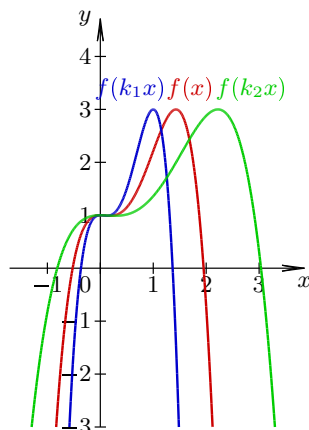
Razteg za faktor $k \in \mathbb{R}^*$ vzdolž abscisne osi vsako točko $T(x, y)$ grafa funkcije preslika v točko $T'(\frac{x}{k}, y)$.

$$R_x : (x, y) \mapsto (\frac{x}{k}, y)$$

Do raztegnjene funkcije f za faktor $k \in \mathbb{R}^*$ vzdolž abscisne osi pridemo tako, da neodvisno spremenljivko x funkcije f pomnožimo s k .

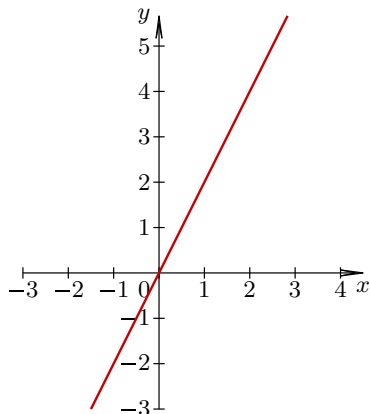
$$R_x : f(x) \mapsto f(kx)$$

Pri $|k| > 1$ se graf funkcije skrči pri $|k| < 1$ pa raztegne vzdolž abscisne osi. Za $k = 1$ se graf funkcije ohrani – identična preslikava.

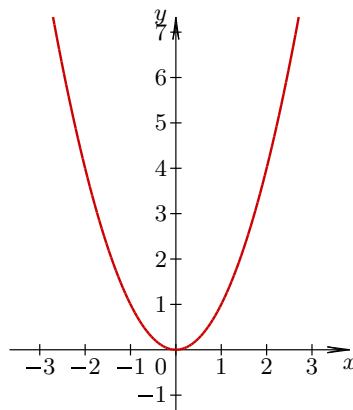


Naloga 16.10. V koordinatnem sistemu je narisana graf funkcije $f(x)$. Narišite graf funkcije $g(x) = f(x) + k$ in zapišite predpis nove funkcije, ki ji pripada premaknjeni graf.

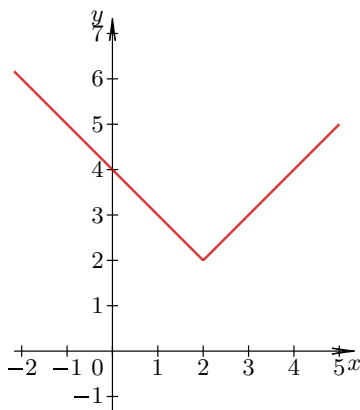
• $f(x) = 2x, k = 2$



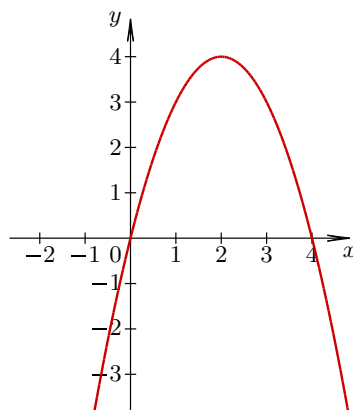
• $f(x) = x^2, k = 2$



• $f(x) = |x - 2| + 2, k = -3$



• $f(x) = -x^2 + 4x, k = -2$



Naloga 16.11. Graf funkcije f toga premaknemo za k navzgor ali navzdol in dobimo graf funkcije g . Zapišite predpis funkcije g .

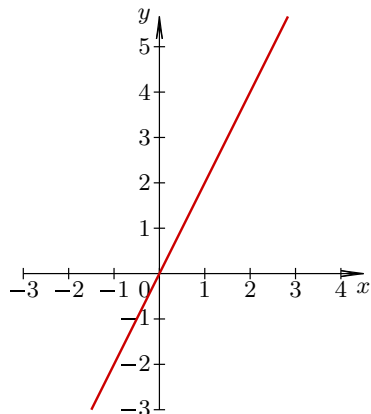
- $f(x) = 4x - 1$, togi premik za 3 navzgor
- $f(x) = -2x + 3$, togi premik za 1 navzdol
- $f(x) = \frac{5-x}{2}$, togi premik za 4 navzgor
- $f(x) = \sqrt{x-1}$, togi premik za 7 navzdol

Naloga 16.12. Graf funkcije f toga premaknemo za k v levo ali desno in dobimo graf funkcije g . Zapišite predpis funkcije g .

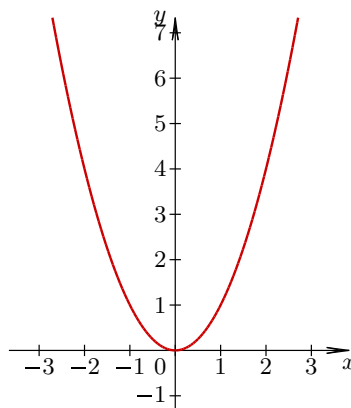
- $f(x) = 4x - 1$, togi premik za 3 v levo
- $f(x) = -2x + 3$, togi premik za 1 v desno
- $f(x) = \frac{5-x}{2}$, togi premik za 4 v desno
- $f(x) = \sqrt{x-1}$, togi premik za 7 v levo

Naloga 16.13. V koordinatnem sistemu je narisana graf funkcije $f(x)$. Narišite graf funkcije $g(x) = f(x - k)$ in zapišite predpis nove funkcije, ki ji pripada premaknjeni graf.

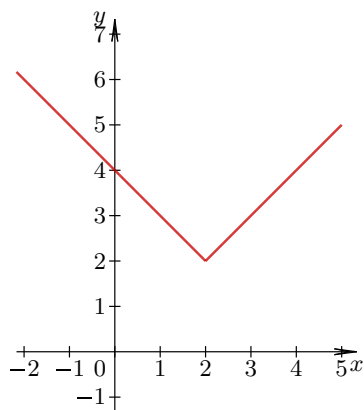
- $f(x) = 2x, k = -2$



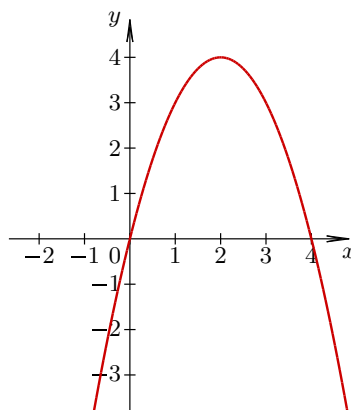
- $f(x) = x^2, k = 2$



- $f(x) = |x - 2| + 2, k = 2$

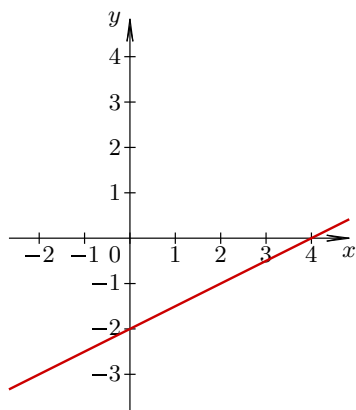


- $f(x) = -x^2 + 4x, k = 3$

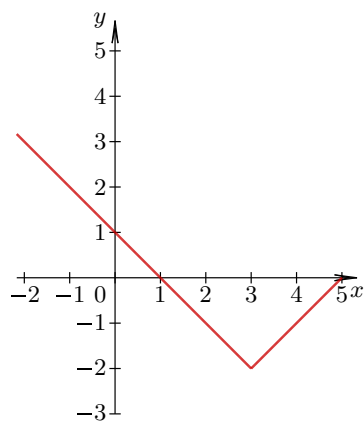


Naloga 16.14. V koordinatnem sistemu je narisana graf funkcije $f(x)$. Narišite graf funkcije $g(x) = -f(x)$ in zapišite predpis funkcije $g(x)$.

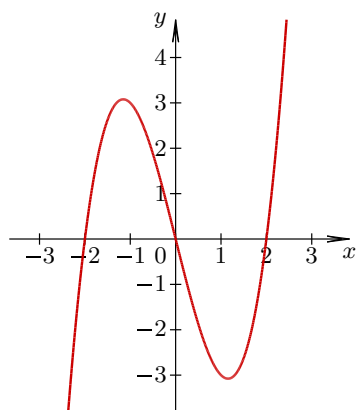
- $f(x) = \frac{1}{2}x - 2$



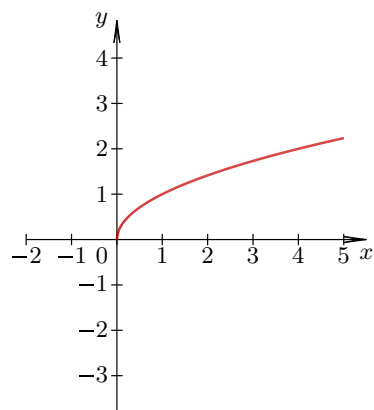
- $f(x) = |x - 3| - 2$



- $f(x) = x^3 - 4x$

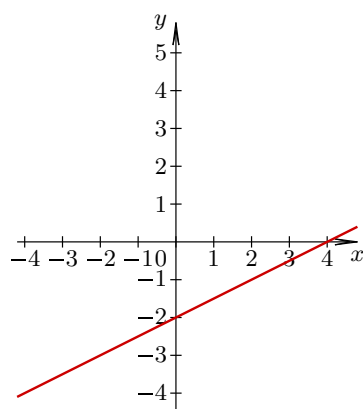


- $f(x) = \sqrt{x}$

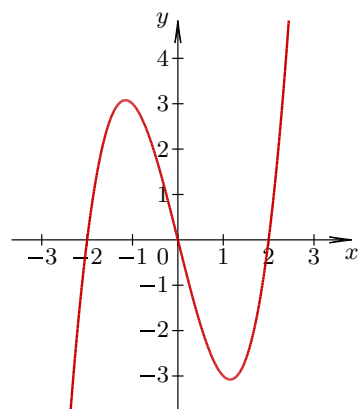


Naloga 16.15. V koordinatnem sistemu je narisana graf funkcije $f(x)$. Narišite graf funkcije $g(x) = f(-x)$ in zapišite predpis funkcije $g(x)$.

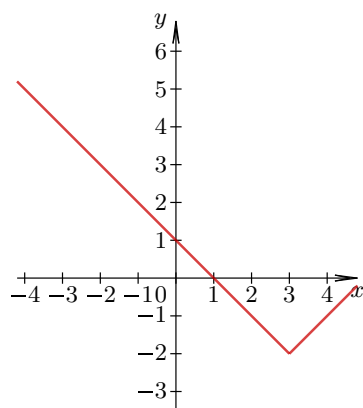
- $f(x) = \frac{1}{2}x - 2$



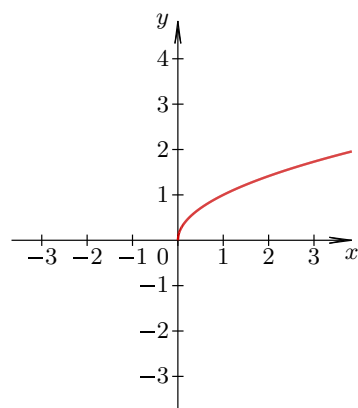
- $f(x) = x^3 - 4x$



- $f(x) = |x - 3| - 2$



- $f(x) = \sqrt{x}$



Naloga 16.16. Če graf funkcije f prezrcalimo čez abscisno os, dobimo graf funkcije g . Če pa graf funkcije f prezrcalimo čez ordinatno os, dobimo graf funkcije h . Zapišite predpisa funkcije g in funkcije h .

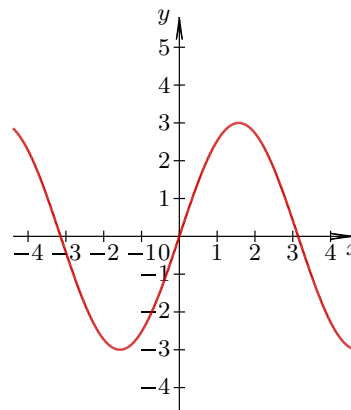
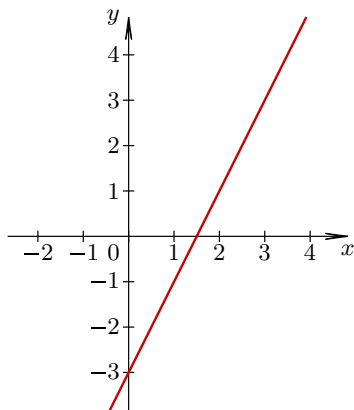
- $f(x) = 4x - 1$
- $f(x) = -2x + 2$
- $f(x) = \frac{5-x}{2}$
- $f(x) = \sqrt{x-1}$
- $f(x) = x^2 - 3x$

Naloga 16.17. Dan je predpis funkcije $f(x)$. Če graf funkcije premaknemo in zrcalimo po navodilu, dobimo graf funkcije g . Zapišite predpis funkcije $g(x)$.

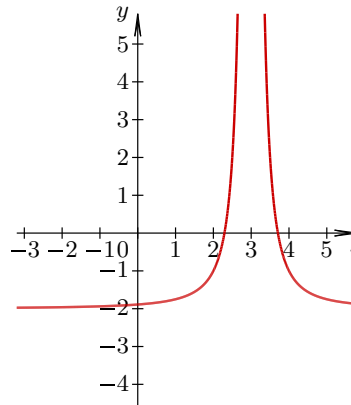
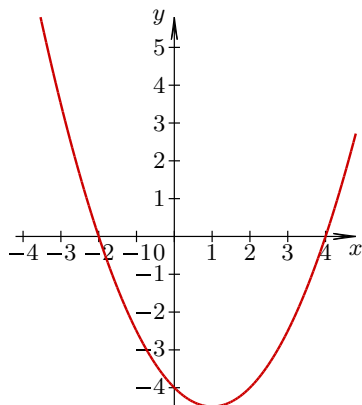
- $f(x) = 2x - 1$, togi premik za 5 v desno in za 2 navzdol
- $f(x) = -3x + 5$, togi premik za 4 v levo in za 3 navzgor
- $f(x) = |x| + 1$, togi premik za 3 v desno in za 1 navzdol
- $f(x) = -2x + 1$, zrcaljenje čez abscisno os
- $f(x) = 4x - 1$, zrcaljenje čez ordinatno os
- $f(x) = -7x - 6$, togi premik za 2 v desno in za 3 navzdol, zrcaljenje čez abscisno os
- $f(x) = x^2 - 1$, togi premik za 2 v desno in za 1 navzdol
- $f(x) = -x^3 + 2x - 1$, togi premik za 1 v levo in za 2 navzgor
- $f(x) = 3x^2 - 7$, zrcaljenje čez abscisno os
- $f(x) = -2x^2 + 3$, zrcaljenje čez ordinatno os
- $f(x) = x^{-2}$, togi premik za 2 v desno in za 1 navzdol
- $f(x) = (x-1)^{-2} + 1$, togi premik za 1 v levo in za 1 navzdol

Naloga 16.18. V koordinatnem sistemu je narisana graf funkcije $f(x)$. Narišite grafa funkcij $g(x) = |f(x)|$ in $h(x) = f(|x|)$.

- $f(x) = 2x - 3$
- $f(x) = \sin x$



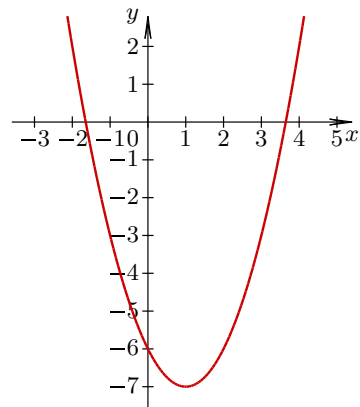
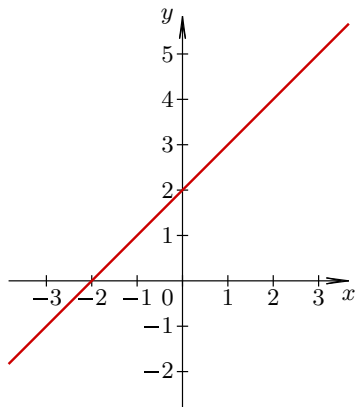
- $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x - 4$
- $f(x) = (x-3)^{-2} - 2$



Naloga 16.19. V koordinatnem sistemu je narisana graf funkcije $f(x)$. Narišite grafa funkcij $g(x) = kf(x)$ in $h(x) = f(kx)$ ter zapišite njuna predpisa.

• $f(x) = x + 2, k = 2$

• $f(x) = x^2 - 2x - 6, k = \frac{1}{2}$



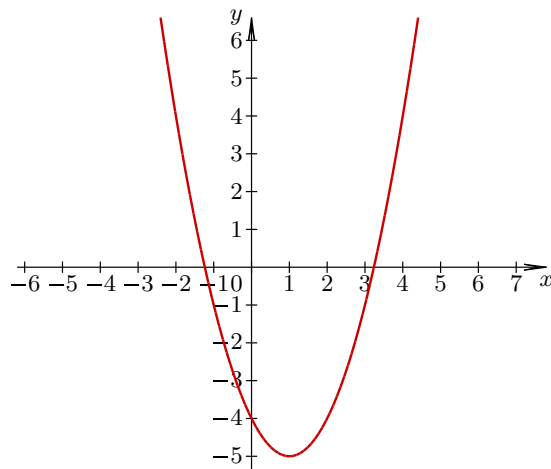
Naloga 16.20. Graf funkcije f razegnemo ali skrčimo za faktor k v smeri abscisne ali ordinatne osi. Dobimo graf funkcije g . Zapišite predpis funkcije g .

- $f(x) = 4x - 1$, razteg v smeri ordinatne osi za faktor 2
- $f(x) = -2x + 3$, skrčitev v smeri abscisne osi za faktor 2 in zrcaljenje čez abscisno os
- $f(x) = \frac{5-x}{2}$, razteg v smeri ordinatne osi za faktor 4
- $f(x) = \sqrt{x-1}$, skrčitev v smeri abscisne osi za faktor 2

Naloga 16.21. Če graf funkcije f transformiramo po navodilu, dobimo graf funkcije g . Zapišite predpis funkcije g .

- $f(x) = 5x - 1$, togi premik za 4 v desno, zrcaljenje čez abscisno os
- $f(x) = 6 - 3x$, razteg za faktor 2 v smeri ordinatne osi in togi premik za 4 navzgor
- $f(x) = 7x + 2$, zrcaljenje čez abscisno in čez ordinatno os
- $f(x) = -4x + 1$, skrčitev za faktor 2 v smeri abscisne osi in togi premik za 3 v levo
- $f(x) = 2x + 3$, razteg v smeri abscisne osi za faktor 2 in zrcaljenje čez abscisno os
- $f(x) = x^2$, togi premik za 3 v levo in 2 navzgor
- $f(x) = x^3$, togi premik za 2 v desno, zrcaljenje čez ordinatno os
- $f(x) = \frac{x}{x+1}$, togi premik za 2 v levo in za 5 navzgor
- $f(x) = \frac{x}{x+1}$, zrcaljenje čez abscisno in čez ordinatno os

Naloga 16.22. Narisan je graf funkcije $f(x) = x^2 - 2x - 4$.



- Narišite graf funkcije $g(x) = f(x - 3) + 2$ in zapišite predpis funkcije.
- Narišite graf funkcije $h(x) = |f(x + 4)|$ in zapišite predpis funkcije.
- Narišite graf funkcije $i(x) = f(|x|) + 2$ in zapišite predpis funkcije.
- Narišite graf funkcije $j(x) = f(-x) + 2$ in zapišite predpis funkcije.
- Narišite graf funkcije $k(x) = -\frac{1}{2}f(x)$ in zapišite predpis funkcije.
- Narišite graf funkcije $l(x) = f(\frac{1}{2}x)$ in zapišite predpis funkcije.
- Narišite graf funkcije $m(x) = |f(2x)|$ in zapišite predpis funkcije.
- Narišite graf funkcije $n(x) = -f(-x)$ in zapišite predpis funkcije.

Naloga 16.23. Narisan je graf funkcije $f(x)$.

- | | | |
|---|---|--|
| • Narišite graf funkcije $g(x) = f(-x) + 4$ in zapišite predpis funkcije. | • Narišite graf funkcije $h(x) = -f(x) + 4$ in zapišite predpis funkcije. | • Narišite graf funkcije $e(x) = f(x - 3) - 4$ in zapišite predpis funkcije. |
|---|---|--|

