MATEMATIKA

2. letnik – splošna gimnazija

Jan Kastelic

Gimnazija Antona Aškerca,
Šolski center Ljubljana

22. februar 2026

Vsebina

Section 1

Funkcije

Preslikava

Preslikava

Preslikava

Preslikava

Preslikava

Naj bosta $\mathcal{X}$ in $\mathcal{Y}$ neprazni množici.

Preslikava

Preslikava

Naj bosta $\mathcal{X}$ in $\mathcal{Y}$ neprazni množici.
Preslikava f sestoji iz:

f :

Preslikava

Preslikava

Naj bosta $\mathcal{X}$ in $\mathcal{Y}$ neprazni množici.
Preslikava f sestoji iz:

- množice $\mathcal{X}$, ki ji pravimo **domena**,

$$f : \mathcal{X}$$

Preslikava

Preslikava

Naj bosta $\mathcal{X}$ in $\mathcal{Y}$ neprazni množici.
Preslikava f sestoji iz:

- množice $\mathcal{X}$, ki ji pravimo **domena**,
- množice $\mathcal{Y}$, ki ji pravimo **kodomena** in

$$f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$$

Preslikava

Preslikava

Naj bosta $\mathcal{X}$ in $\mathcal{Y}$ neprazni množici.
Preslikava f sestoji iz:

- množice $\mathcal{X}$, ki ji pravimo **domena**,
- množice $\mathcal{Y}$, ki ji pravimo **kodomena** in
- **prirejanja**, ki vsakemu elementu x domene priredi natanko en element y kodomene.

$$f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$$
$$f : x \mapsto y$$

Preslikava

Preslikava

Naj bosta $\mathcal{X}$ in $\mathcal{Y}$ neprazni množici.
Preslikava f sestoji iz:

- množice $\mathcal{X}$, ki ji pravimo **domena**,
- množice $\mathcal{Y}$, ki ji pravimo **kodomena** in
- **prirejanja**, ki vsakemu elementu x domene priredi natanko en element y kodomene.

$$f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$$
$$f : x \mapsto y$$

Elemente x kodomene $\mathcal{X}$ imenujemo **originali** preslikave.

Preslikava

Preslikava

Naj bosta $\mathcal{X}$ in $\mathcal{Y}$ neprazni množici.
Preslikava f sestoji iz:

- množice $\mathcal{X}$, ki ji pravimo **domena**,
- množice $\mathcal{Y}$, ki ji pravimo **kodomena** in
- **prirejanja**, ki vsakemu elementu x domene priredi natanko en element y kodomene.

$$f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$$
$$f : x \mapsto y$$

Elemente x kodomene $\mathcal{X}$ imenujemo **originali** preslikave.
Če elementu x priredimo element y iz kodomene, potem y imenujemo **slika** elemeta x.

Preslikava

Preslikava

Naj bosta $\mathcal{X}$ in $\mathcal{Y}$ neprazni množici.
Preslikava f sestoji iz:

- množice $\mathcal{X}$, ki ji pravimo **domena**,
- množice $\mathcal{Y}$, ki ji pravimo **kodomena** in
- **prirejanja**, ki vsakemu elementu x domene priredi natanko en element y kodomene.

$$f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$$
$$f : x \mapsto y$$

Elemente x kodomene $\mathcal{X}$ imenujemo **originali** preslikave.
Če elementu x priredimo element y iz kodomene, potem y imenujemo **slika** elemeta x.

Preslikavo lahko podamo s predpisom, puščičnim diagramom, besednim opisom ...

Funkcija

Funkcija

Funkcija

Funkcija

Funkcija

Naj bosta $\mathcal{X}$ in $\mathcal{Y}$ neprazni številski množici.

Funkcija

Funkcija

Naj bosta $\mathcal{X}$ in $\mathcal{Y}$ neprazni številski množici.
Funkcija f je preslikava med številskima množicama $\mathcal{X}$ in $\mathcal{Y}$:

Funkcija

Funkcija

Naj bosta $\mathcal{X}$ in $\mathcal{Y}$ neprazni številski množici.
Funkcija f je preslikava med številskima množicama $\mathcal{X}$ in $\mathcal{Y}$:

$$f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}.$$

Funkcija

Funkcija

Naj bosta $\mathcal{X}$ in $\mathcal{Y}$ neprazni številski množici.
Funkcija f je preslikava med številskima množicama $\mathcal{X}$ in $\mathcal{Y}$:

$$f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}.$$

Število y je **funkcijska vrednost** števila x, če se število x preslika v število y.

$$f(x) = y$$

Funkcija

Funkcija

Naj bosta $\mathcal{X}$ in $\mathcal{Y}$ neprazni številski množici.
Funkcija f je preslikava med številskima množicama $\mathcal{X}$ in $\mathcal{Y}$:

$$f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}.$$

Število y je **funkcijska vrednost** števila x, če se število x preslika v število y.

$$f(x) = y$$

x je neodvisna spremenljivka, $f(x)$ je od x odvisna spremenljivka.

V nekaterih primerih za opis funkcije uporabimo poseben izraz:

V nekaterih primerih za opis funkcije uporabimo poseben izraz:

- $f : \mathcal{X} \to \mathbb{R}; \mathcal{X} \subseteq \mathbb{R}$ – realna funkcija realne spremenljivke;

V nekaterih primerih za opis funkcije uporabimo poseben izraz:

- $f : \mathcal{X} \to \mathbb{R}; \mathcal{X} \subseteq \mathbb{R}$ – realna funkcija realne spremenljivke;
- $f : \mathcal{X} \to \mathbb{R}; \mathcal{X} \subseteq \mathbb{N}$ – realna funkcija naravne spremenljivke;

V nekaterih primerih za opis funkcije uporabimo poseben izraz:

- $f : \mathcal{X} \to \mathbb{R}; \mathcal{X} \subseteq \mathbb{R}$ – realna funkcija realne spremenljivke;
- $f : \mathcal{X} \to \mathbb{R}; \mathcal{X} \subseteq \mathbb{N}$ – realna funkcija naravne spremenljivke;
- $f : \mathcal{X} \to \mathbb{N}; \mathcal{X} \subseteq \mathbb{R}$ – naravna funkcija realne spremenljivke;

V nekaterih primerih za opis funkcije uporabimo poseben izraz:

- $f : \mathcal{X} \to \mathbb{R}; \mathcal{X} \subseteq \mathbb{R}$ – realna funkcija realne spremenljivke;
- $f : \mathcal{X} \to \mathbb{R}; \mathcal{X} \subseteq \mathbb{N}$ – realna funkcija naravne spremenljivke;
- $f : \mathcal{X} \to \mathbb{N}; \mathcal{X} \subseteq \mathbb{R}$ – naravna funkcija realne spremenljivke;
- $f : \mathcal{X} \to \mathbb{N}; \mathcal{X} \subseteq \mathbb{N}$ – naravna funkcija naravne spremenljivke.

Definicijsko območje in zaloga vrednosti funkcije

Definicijsko območje in zaloga vrednosti funkcije

Definicijsko območje

Definicijsko območje in zaloga vrednosti funkcije

Definicijsko območje

Definicijsko območje D_f preslikave ali funkcije $f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ je množica vseh originalov, ki jih v danem primeru opazujemo.

Definicijsko območje in zaloga vrednosti funkcije

Definicijsko območje

Definicijsko območje D_f preslikave ali funkcije $f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ je množica vseh originalov, ki jih v danem primeru opazujemo.

Za definicijsko območje navadno vzamemo največjo možno množico, za katero je predpis funkcije veljaven/definiran.

Definicijsko območje in zaloga vrednosti funkcije

Definicijsko območje

Definicijsko območje D_f preslikave ali funkcije $f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ je množica vseh originalov, ki jih v danem primeru opazujemo.

Za definicijsko območje navadno vzamemo največjo možno množico, za katero je predpis funkcije veljaven/definiran.

Zaloga vrednosti

Definicijsko območje in zaloga vrednosti funkcije

Definicijsko območje

Definicijsko območje D_f preslikave ali funkcije $f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ je množica vseh originalov, ki jih v danem primeru opazujemo.

Za definicijsko območje navadno vzamemo največjo možno množico, za katero je predpis funkcije veljaven/definiran.

Zaloga vrednosti

Zaloga vrednosti Z_f preslikave ali funkcije $f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ je množica vseh slik oziroma funkcijskih vrednosti.

Definicijsko območje in zaloga vrednosti funkcije

Definicijsko območje

Definicijsko območje D_f preslikave ali funkcije $f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ je množica vseh originalov, ki jih v danem primeru opazujemo.

Za definicijsko območje navadno vzamemo največjo možno množico, za katero je predpis funkcije veljaven/definiran.

Zaloga vrednosti

Zaloga vrednosti Z_f preslikave ali funkcije $f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ je množica vseh slik oziroma funkcijskih vrednosti.

Zaloga vrednosti Z_f je podmnožica kodomene $\mathcal{Y}$: $Z_f \subseteq \mathcal{Y}$.

Ničla in začetna vrednost funkcije

Ničla in začetna vrednost funkcije

Ničla funkcije

Ničla in začetna vrednost funkcije

Ničla funkcije

Ničla funkcije $f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ je tista vrednost $x_0 \in \mathcal{X}$ neodvisne spremenljivke, pri kateri je vrednost funkcije f enaka 0: $f(x_0) = 0$.

Ničla in začetna vrednost funkcije

Ničla funkcije

Ničla funkcije $f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ je tista vrednost $x_0 \in \mathcal{X}$ neodvisne spremenljivke, pri kateri je vrednost funkcije f enaka 0: $f(x_0) = 0$.

Ničle funkcije f poiščemo tako, da rešimo enačbo $f(x) = 0$.

Ničla in začetna vrednost funkcije

Ničla funkcije

Ničla funkcije $f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ je tista vrednost $x_0 \in \mathcal{X}$ neodvisne spremenljivke, pri kateri je vrednost funkcije f enaka 0: $f(x_0) = 0$.

Ničle funkcije f poiščemo tako, da rešimo enačbo $f(x) = 0$.
Ničle so le tiste izmed vrednosti, ki ležijo v definicijskem območju D_f funkcije f.

Ničla in začetna vrednost funkcije

Ničla funkcije

Ničla funkcije $f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ je tista vrednost $x_0 \in \mathcal{X}$ neodvisne spremenljivke, pri kateri je vrednost funkcije f enaka 0: $f(x_0) = 0$.

Ničle funkcije f poiščemo tako, da rešimo enačbo $f(x) = 0$.
Ničle so le tiste izmed vrednosti, ki ležijo v definicijskem območju D_f funkcije f.

Začetna vrednost

Ničla in začetna vrednost funkcije

Ničla funkcije

Ničla funkcije $f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ je tista vrednost $x_0 \in \mathcal{X}$ neodvisne spremenljivke, pri kateri je vrednost funkcije f enaka 0: $f(x_0) = 0$.

Ničle funkcije f poiščemo tako, da rešimo enačbo $f(x) = 0$.
Ničle so le tiste izmed vrednosti, ki ležijo v definicijskem območju D_f funkcije f.

Začetna vrednost

Začetna vrednost funkcije $f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ je funkcijska vrednost pri $x = 0$, to je $f(0)$.

Ničla in začetna vrednost funkcije

Ničla funkcije

Ničla funkcije $f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ je tista vrednost $x_0 \in \mathcal{X}$ neodvisne spremenljivke, pri kateri je vrednost funkcije f enaka 0: $f(x_0) = 0$.

Ničle funkcije f poiščemo tako, da rešimo enačbo $f(x) = 0$.
Ničle so le tiste izmed vrednosti, ki ležijo v definicijskem območju D_f funkcije f.

Začetna vrednost

Začetna vrednost funkcije $f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ je funkcijska vrednost pri $x = 0$, to je $f(0)$.

Začetna vrednost obstaja le, če je 0 v definicijskem območju funkcije f: $0 \in D_f$.

Graf funkcije

Graf funkcije

Graf funkcije

Graf funkcije

Graf funkcije

Graf Γ_f funkcije $f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ je množica urejenih parov $(x, y) \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y}$, kjer element x preteče celotno definicijsko območje D_f funkcije, element y pa je slika pripadajočega x, torej $y = f(x)$.

Graf funkcije

Graf funkcije

Graf Γ_f funkcije $f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ je množica urejenih parov $(x, y) \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y}$, kjer element x preteče celotno definicijsko območje D_f funkcije, element y pa je slika pripadajočega x, torej $y = f(x)$.

$$\Gamma_f = \{(x, y) \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y}; x \in D_f \wedge y = f(x)\}$$

Graf funkcije

Graf funkcije

Graf Γ_f funkcije $f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ je množica urejenih parov $(x, y) \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y}$, kjer element x preteče celotno definicijsko območje D_f funkcije, element y pa je slika pripadajočega x, torej $y = f(x)$.

$$\Gamma_f = \{(x, y) \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y}; x \in D_f \wedge y = f(x)\}$$

Urejene pare iz množice Γ_f lahko upodobimo v koordinatnem sistemu.

Graf funkcije

Graf funkcije

Graf Γ_f funkcije $f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ je množica urejenih parov $(x, y) \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y}$, kjer element x preteče celotno definicijsko območje D_f funkcije, element y pa je slika pripadajočega x, torej $y = f(x)$.

$$\Gamma_f = \{(x, y) \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y}; x \in D_f \wedge y = f(x)\}$$

Urejene pare iz množice Γ_f lahko upodobimo v koordinatnem sistemu.
Vsakemu elementu $(x, f(x))$ iz zgornje množice pripada natanko ena točka v koordinatnem sistemu, katere abscisa je enaka x, ordinata pa je njegova slika $f(x)$.

Graf funkcije

Graf funkcije

Graf Γ_f funkcije $f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ je množica urejenih parov $(x, y) \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y}$, kjer element x preteče celotno definicijsko območje D_f funkcije, element y pa je slika pripadajočega x, torej $y = f(x)$.

$$\Gamma_f = \{(x, y) \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y}; x \in D_f \wedge y = f(x)\}$$

Urejene pare iz množice Γ_f lahko upodobimo v koordinatnem sistemu.
Vsakemu elementu $(x, f(x))$ iz zgornje množice pripada natanko ena točka v koordinatnem sistemu, katere abscisa je enaka x, ordinata pa je njegova slika $f(x)$.

V ničli, če obstaja, graf funkcije seka ali se dotika abscisne osi, v začetni vrednosti, če obstaja, pa seka ordinatno os.

Naraščanje in padanje funkcije

Naraščanje in padanje funkcije

Naraščajoča funkcija

Naraščanje in padanje funkcije

Naraščajoča funkcija

Funkcija f je na intervalu (a, b) **naraščajoča**, če za poljubna $x_1, x_2 \in (a, b)$, kjer je $x_1 < x_2$, velja $f(x_1) \leq f(x_2)$.

Naraščanje in padanje funkcije

Naraščajoča funkcija

Funkcija f je na intervalu (a, b) **naraščajoča**, če za poljubna $x_1, x_2 \in (a, b)$, kjer je $x_1 < x_2$, velja $f(x_1) \leq f(x_2)$.
Funkcija f je na intervalu (a, b) **strogo naraščajoča**, če za poljubna $x_1, x_2 \in (a, b)$, kjer je $x_1 < x_2$, velja $f(x_1) < f(x_2)$.

Naraščanje in padanje funkcije

Naraščajoča funkcija

Funkcija f je na intervalu (a, b) **naraščajoča**, če za poljubna $x_1, x_2 \in (a, b)$, kjer je $x_1 < x_2$, velja $f(x_1) \leq f(x_2)$.
Funkcija f je na intervalu (a, b) **strogo naraščajoča**, če za poljubna $x_1, x_2 \in (a, b)$, kjer je $x_1 < x_2$, velja $f(x_1) < f(x_2)$.

Padajoča funkcija

Naraščanje in padanje funkcije

Naraščajoča funkcija

Funkcija f je na intervalu (a, b) **naraščajoča**, če za poljubna $x_1, x_2 \in (a, b)$, kjer je $x_1 < x_2$, velja $f(x_1) \leq f(x_2)$.
Funkcija f je na intervalu (a, b) **strogo naraščajoča**, če za poljubna $x_1, x_2 \in (a, b)$, kjer je $x_1 < x_2$, velja $f(x_1) < f(x_2)$.

Padajoča funkcija

Funkcija f je na intervalu (a, b) **padajoča**, če za poljubna $x_1, x_2 \in (a, b)$, kjer je $x_1 < x_2$, velja $f(x_1) \geq f(x_2)$.

Naraščanje in padanje funkcije

Naraščajoča funkcija

Funkcija f je na intervalu (a, b) **naraščajoča**, če za poljubna $x_1, x_2 \in (a, b)$, kjer je $x_1 < x_2$, velja $f(x_1) \leq f(x_2)$.
Funkcija f je na intervalu (a, b) **strogo naraščajoča**, če za poljubna $x_1, x_2 \in (a, b)$, kjer je $x_1 < x_2$, velja $f(x_1) < f(x_2)$.

Padajoča funkcija

Funkcija f je na intervalu (a, b) **padajoča**, če za poljubna $x_1, x_2 \in (a, b)$, kjer je $x_1 < x_2$, velja $f(x_1) \geq f(x_2)$.
Funkcija f je na intervalu (a, b) **strogo padajoča**, če za poljubna $x_1, x_2 \in (a, b)$, kjer je $x_1 < x_2$, velja $f(x_1) > f(x_2)$.

Injektivnost in surjektivnost

Injektivnost in surjektivnost

Surjektivnost

Injektivnost in surjektivnost

Surjektivnost

Funkcija $f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ je **surjektivna**, če je zaloga vrednosti Z_f funkcije enaka njeni kodomeni $\mathcal{Y}$ – vsak element kodomene $\mathcal{Y}$ je slika vsaj enega elementa iz domene $\mathcal{X}$.

Injektivnost in surjektivnost

Surjektivnost

Funkcija $f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ je **surjektivna**, če je zaloga vrednosti Z_f funkcije enaka njeni kodomeni $\mathcal{Y}$ – vsak element kodomene $\mathcal{Y}$ je slika vsaj enega elementa iz domene $\mathcal{X}$.

$$\forall y \in \mathcal{Y}. \exists x \in \mathcal{X} \ni: f(x) = y$$

Injektivnost in surjektivnost

Surjektivnost

Funkcija $f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ je **surjektivna**, če je zaloga vrednosti Z_f funkcije enaka njeni kodomeni $\mathcal{Y}$ – vsak element kodomene $\mathcal{Y}$ je slika vsaj enega elementa iz domene $\mathcal{X}$.

$$\forall y \in \mathcal{Y}. \exists x \in \mathcal{X} \ni: f(x) = y$$

Injektivnost

Injektivnost in surjektivnost

Surjektivnost

Funkcija $f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ je **surjektivna**, če je zaloga vrednosti Z_f funkcije enaka njeni kodomeni $\mathcal{Y}$ – vsak element kodomene $\mathcal{Y}$ je slika vsaj enega elementa iz domene $\mathcal{X}$.

$$\forall y \in \mathcal{Y}. \exists x \in \mathcal{X} \ni: f(x) = y$$

Injektivnost

Funkcija $f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ je **injektivna**, če se dva poljubna različna originala iz domene $\mathcal{X}$ preslikata v različni sliki v kodomeni $\mathcal{Y}$ – vsak element kodomene $\mathcal{Y}$ je slika kvečjemu enega elementa iz domene $\mathcal{X}$.

Injektivnost in surjektivnost

Surjektivnost

Funkcija $f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ je **surjektivna**, če je zaloga vrednosti Z_f funkcije enaka njeni kodomeni $\mathcal{Y}$ – vsak element kodomene $\mathcal{Y}$ je slika vsaj enega elementa iz domene $\mathcal{X}$.

$$\forall y \in \mathcal{Y}. \exists x \in \mathcal{X} \ni: f(x) = y$$

Injektivnost

Funkcija $f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ je **injektivna**, če se dva poljubna različna originala iz domene $\mathcal{X}$ preslikata v različni sliki v kodomeni $\mathcal{Y}$ – vsak element kodomene $\mathcal{Y}$ je slika kvečjemu enega elementa iz domene $\mathcal{X}$.

$$\forall x, y \in \mathcal{X} : f(x) = f(y) \Rightarrow x = y$$

Injektivnost in surjektivnost

Surjektivnost

Funkcija $f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ je **surjektivna**, če je zaloga vrednosti Z_f funkcije enaka njeni kodomeni $\mathcal{Y}$ – vsak element kodomene $\mathcal{Y}$ je slika vsaj enega elementa iz domene $\mathcal{X}$.

$$\forall y \in \mathcal{Y}. \exists x \in \mathcal{X} \ni : f(x) = y$$

Injektivnost

Funkcija $f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ je **injektivna**, če se dva poljubna različna originala iz domene $\mathcal{X}$ preslikata v različni sliki v kodomeni $\mathcal{Y}$ – vsak element kodomene $\mathcal{Y}$ je slika kvečjemu enega elementa iz domene $\mathcal{X}$.

$$\forall x, y \in \mathcal{X} : f(x) = f(y) \Rightarrow x = y$$

Funkcija $f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ je **bijektivna**, če je injektivna in surjektivna hkrati – vsak element iz kodomene $\mathcal{Y}$ je slika natanko enega elementa domene $\mathcal{X}$.

Omejenost funckije

Omejenost funckije

Omejenost navzgor

Omejenost funckije

Omejenost navzgor

Funkcija f je **navzgor omejena**, če obstaja tako realno število M, da je $f(x) \leq M$ za vsak $x \in D_f$. Število M imenujemo *zgornja meja*.

Omejenost funckije

Omejenost navzgor

Funkcija f je **navzgor omejena**, če obstaja tako realno število M, da je $f(x) \leq M$ za vsak $x \in D_f$. Število M imenujemo *zgornja meja*.

$$\exists M \in \mathbb{R}. \forall x \in D_f \ni : f(x) \leq M$$

Omejenost funckije

Omejenost navzgor

Funkcija f je **navzgor omejena**, če obstaja tako realno število M, da je $f(x) \leq M$ za vsak $x \in D_f$. Število M imenujemo *zgornja meja*.

$$\exists M \in \mathbb{R}. \forall x \in D_f \ni : f(x) \leq M$$

Omejenost navzdol

Omejenost funckije

Omejenost navzgor

Funkcija f je **navzgor omejena**, če obstaja tako realno število M, da je $f(x) \leq M$ za vsak $x \in D_f$. Število M imenujemo *zgornja meja*.

$$\exists M \in \mathbb{R}. \forall x \in D_f \ni : f(x) \leq M$$

Omejenost navzdol

Funkcija f je **navzdol omejena**, če obstaja tako realno število m, da je $f(x) \geq m$ za vsak $x \in D_f$. Število m imenujemo *spodnja meja*.

Omejenost funckije

Omejenost navzgor

Funkcija f je **navzgor omejena**, če obstaja tako realno število M, da je $f(x) \leq M$ za vsak $x \in D_f$. Število M imenujemo *zgornja meja*.

$$\exists M \in \mathbb{R}.\forall x \in D_f \ni: f(x) \leq M$$

Omejenost navzdol

Funkcija f je **navzdol omejena**, če obstaja tako realno število m, da je $f(x) \geq m$ za vsak $x \in D_f$. Število m imenujemo *spodnja meja*.

$$\exists m \in \mathbb{R}.\forall x \in D_f \ni: f(x) \geq m$$

Omejenost funckije

Omejenost navzgor

Funkcija f je **navzgor omejena**, če obstaja tako realno število M, da je $f(x) \leq M$ za vsak $x \in D_f$. Število M imenujemo *zgornja meja*.

$$\exists M \in \mathbb{R}.\forall x \in D_f \ni: f(x) \leq M$$

Omejenost navzdol

Funkcija f je **navzdol omejena**, če obstaja tako realno število m, da je $f(x) \geq m$ za vsak $x \in D_f$. Število m imenujemo *spodnja meja*.

$$\exists m \in \mathbb{R}.\forall x \in D_f \ni: f(x) \geq m$$

Omejenost

Omejenost funckije

Omejenost navzgor

Funkcija f je **navzgor omejena**, če obstaja tako realno število M, da je $f(x) \leq M$ za vsak $x \in D_f$. Število M imenujemo *zgornja meja*.

$$\exists M \in \mathbb{R}.\forall x \in D_f \ni: f(x) \leq M$$

Omejenost navzdol

Funkcija f je **navzdol omejena**, če obstaja tako realno število m, da je $f(x) \geq m$ za vsak $x \in D_f$. Število m imenujemo *spodnja meja*.

$$\exists m \in \mathbb{R}.\forall x \in D_f \ni: f(x) \geq m$$

Omejenost

Funkcija f je **omejena**, če je navzgor omejena in navzdol omejena.

Omejenost funckije

Omejenost navzgor

Funkcija f je **navzgor omejena**, če obstaja tako realno število M, da je $f(x) \leq M$ za vsak $x \in D_f$. Število M imenujemo *zgornja meja*.

$$\exists M \in \mathbb{R}.\forall x \in D_f \ni: f(x) \leq M$$

Omejenost navzdol

Funkcija f je **navzdol omejena**, če obstaja tako realno število m, da je $f(x) \geq m$ za vsak $x \in D_f$. Število m imenujemo *spodnja meja*.

$$\exists m \in \mathbb{R}.\forall x \in D_f \ni: f(x) \geq m$$

Omejenost

Funkcija f je **omejena**, če je navzgor omejena in navzdol omejena.

$$\exists m, M \in \mathbb{R}.\forall x \in D_f \ni: f(x) \in [m, M]$$

Neomejenost navzgor

Neomejenost navzgor

Funkcija f je **navzgor neomejena**, če za vsako pozitivno realno število M obstaja tak $x \in D_f$, da je $f(x) > M$.

Neomejenost navzgor

Funkcija f je **navzgor neomejena**, če za vsako pozitivno realno število M obstaja tak $x \in D_f$, da je $f(x) > M$.

$$\forall M \in \mathbb{R}^+ . \exists x \in D_f \ni : f(x) > M$$

Neomejenost navzgor

Funkcija f je **navzgor neomejena**, če za vsako pozitivno realno število M obstaja tak $x \in D_f$, da je $f(x) > M$.

$$\forall M \in \mathbb{R}^+ . \exists x \in D_f \ni : f(x) > M$$

Neomejenost navzdol

Neomejenost navzgor

Funkcija f je **navzgor neomejena**, če za vsako pozitivno realno število M obstaja tak $x \in D_f$, da je $f(x) > M$.

$$\forall M \in \mathbb{R}^+ . \exists x \in D_f \ni : f(x) > M$$

Neomejenost navzdol

Funkcija f je **navzdol neomejena**, če za vsako negativno realno število N obstaja tak $x \in D_f$, da je $f(x) < N$.

Neomejenost navzgor

Funkcija f je **navzgor neomejena**, če za vsako pozitivno realno število M obstaja tak $x \in D_f$, da je $f(x) > M$.

$$\forall M \in \mathbb{R}^+ . \exists x \in D_f \ni : f(x) > M$$

Neomejenost navzdol

Funkcija f je **navzdol neomejena**, če za vsako negativno realno število N obstaja tak $x \in D_f$, da je $f(x) < N$.

$$\forall N \in \mathbb{R}^- . \exists x \in D_f \ni : f(x) < N$$

Neomejenost navzgor

Funkcija f je **navzgor neomejena**, če za vsako pozitivno realno število M obstaja tak $x \in D_f$, da je $f(x) > M$.

$$\forall M \in \mathbb{R}^+ . \exists x \in D_f \ni : f(x) > M$$

Neomejenost navzdol

Funkcija f je **navzdol neomejena**, če za vsako negativno realno število N obstaja tak $x \in D_f$, da je $f(x) < N$.

$$\forall N \in \mathbb{R}^- . \exists x \in D_f \ni : f(x) < N$$

Neomejenost

Neomejenost navzgor

Funkcija f je **navzgor neomejena**, če za vsako pozitivno realno število M obstaja tak $x \in D_f$, da je $f(x) > M$.

$$\forall M \in \mathbb{R}^+ . \exists x \in D_f \ni : f(x) > M$$

Neomejenost navzdol

Funkcija f je **navzdol neomejena**, če za vsako negativno realno število N obstaja tak $x \in D_f$, da je $f(x) < N$.

$$\forall N \in \mathbb{R}^- . \exists x \in D_f \ni : f(x) < N$$

Neomejenost

Funkcija f je **neomejena**, če je navzgor neomejena in navzdol neomejena.

Predznak funkcije

Predznak funkcije

Pozitivnost

Predznak funkcije

Pozitivnost

Funkcija f je na intervalu (a, b) **pozitivna**, če za vsak $x \in (a, b)$ velja $f(x) > 0$.

Predznak funkcije

Pozitivnost

Funkcija f je na intervalu (a, b) **pozitivna**, če za vsak $x \in (a, b)$ velja $f(x) > 0$.

$$\forall x \in (a, b) \cap D_f \ni: f(x) > 0$$

Predznak funkcije

Pozitivnost

Funkcija f je na intervalu (a, b) **pozitivna**, če za vsak $x \in (a, b)$ velja $f(x) > 0$.

$$\forall x \in (a, b) \cap D_f \ni: f(x) > 0$$

Negativnost

Predznak funkcije

Pozitivnost

Funkcija f je na intervalu (a,b) **pozitivna**, če za vsak $x \in (a,b)$ velja $f(x) > 0$.

$$\forall x \in (a,b) \cap D_f \ni: f(x) > 0$$

Negativnost

Funkcija f je na intervalu (a,b) **negativna**, če za vsak $x \in (a,b)$ velja $f(x) < 0$.

Predznak funkcije

Pozitivnost

Funkcija f je na intervalu (a, b) **pozitivna**, če za vsak $x \in (a, b)$ velja $f(x) > 0$.

$$\forall x \in (a, b) \cap D_f \ni: f(x) > 0$$

Negativnost

Funkcija f je na intervalu (a, b) **negativna**, če za vsak $x \in (a, b)$ velja $f(x) < 0$.

$$\forall x \in (a, b) \cap D_f \ni: f(x) > 0$$

Sodost in lihost funkcije

Sodost in lihost funkcije

Sodost

Sodost in lihost funkcije

Sodost

Funkcija f je **soda**, če za vsak $x \in D_f$ velja $f(-x) = f(x)$.

Sodost in lihost funkcije

Sodost

Funkcija f je **soda**, če za vsak $x \in D_f$ velja $f(-x) = f(x)$.

$$\forall x \in D_f : f(-x) = f(x)$$

Sodost in lihost funkcije

Sodost

Funkcija f je **soda**, če za vsak $x \in D_f$ velja $f(-x) = f(x)$.

$$\forall x \in D_f : f(-x) = f(x)$$

Graf sode funkcije je simetričen glede na ordinatno os.

Sodost in lihost funkcije

Sodost

Funkcija f je **soda**, če za vsak $x \in D_f$ velja $f(-x) = f(x)$.

$$\forall x \in D_f : f(-x) = f(x)$$

Graf sode funkcije je simetričen glede na ordinatno os.

Lihost

Sodost in lihost funkcije

Sodost

Funkcija f je **soda**, če za vsak $x \in D_f$ velja $f(-x) = f(x)$.

$$\forall x \in D_f : f(-x) = f(x)$$

Graf sode funkcije je simetričen glede na ordinatno os.

Lihost

Funkcija f je **liha**, če za vsak $x \in D_f$ velja $f(-x) = -f(x)$.

Sodost in lihost funkcije

Sodost

Funkcija f je **soda**, če za vsak $x \in D_f$ velja $f(-x) = f(x)$.

$$\forall x \in D_f : f(-x) = f(x)$$

Graf sode funkcije je simetričen glede na ordinatno os.

Lihost

Funkcija f je **liha**, če za vsak $x \in D_f$ velja $f(-x) = -f(x)$.

$$\forall x \in D_f : f(-x) = -f(x)$$

Sodost in lihost funkcije

Sodost

Funkcija f je **soda**, če za vsak $x \in D_f$ velja $f(-x) = f(x)$.

$$\forall x \in D_f : f(-x) = f(x)$$

Graf sode funkcije je simetričen glede na ordinatno os.

Lihost

Funkcija f je **liha**, če za vsak $x \in D_f$ velja $f(-x) = -f(x)$.

$$\forall x \in D_f : f(-x) = -f(x)$$

Graf lihe funkcije je simetričen glede na koordinatno izhodišče.

Konveksnost in konkavnost funkcije

Konveksnost in konkavnost funkcije

Konveksnost

Konveksnost in konkavnost funkcije

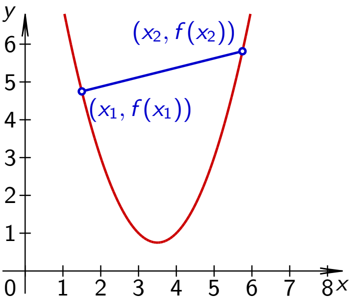
Konveksnost

Funkcija f je na intervalu (a, b) **konveksna**, če za poljubna $x_1, x_2 \in (a, b)$ velja, da je graf funkcije pod zveznico točk $(x_1, f(x_1))$ in $(x_2, f(x_2))$.

Konveksnost in konkavnost funkcije

Konveksnost

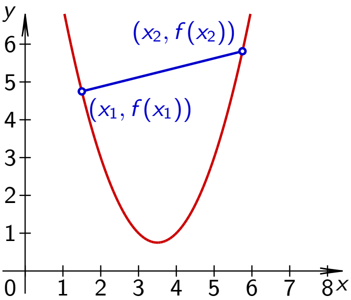
Funkcija f je na intervalu (a, b) **konveksna**, če za poljubna $x_1, x_2 \in (a, b)$ velja, da je graf funkcije pod zveznico točk $(x_1, f(x_1))$ in $(x_2, f(x_2))$.



Konveksnost in konkavnost funkcije

Konveksnost

Funkcija f je na intervalu (a, b) **konveksna**, če za poljubna $x_1, x_2 \in (a, b)$ velja, da je graf funkcije pod zveznico točk $(x_1, f(x_1))$ in $(x_2, f(x_2))$.

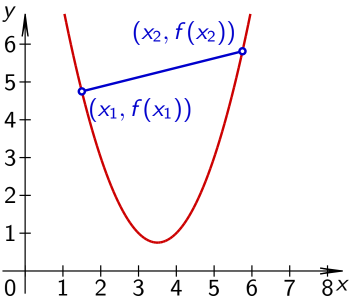


Konkavnost

Konveksnost in konkavnost funkcije

Konveksnost

Funkcija f je na intervalu (a, b) **konveksna**, če za poljubna $x_1, x_2 \in (a, b)$ velja, da je graf funkcije pod zveznico točk $(x_1, f(x_1))$ in $(x_2, f(x_2))$.



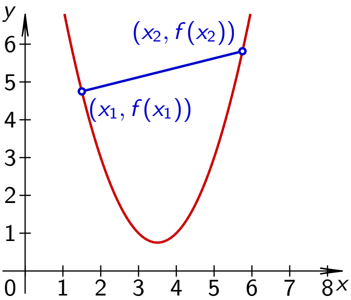
Konkavnost

Funkcija f je na intervalu (a, b) **konkavna**, če za poljubna $x_1, x_2 \in (a, b)$ velja, da je graf funkcije nad zveznico točk $(x_1, f(x_1))$ in $(x_2, f(x_2))$.

Konveksnost in konkavnost funkcije

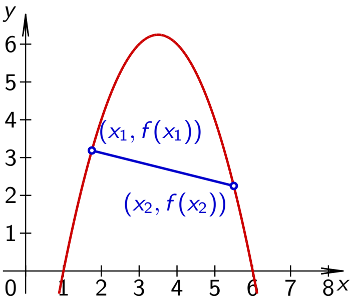
Konveksnost

Funkcija f je na intervalu (a, b) **konveksna**, če za poljubna $x_1, x_2 \in (a, b)$ velja, da je graf funkcije pod zveznico točk $(x_1, f(x_1))$ in $(x_2, f(x_2))$.



Konkavnost

Funkcija f je na intervalu (a, b) **konkavna**, če za poljubna $x_1, x_2 \in (a, b)$ velja, da je graf funkcije nad zveznico točk $(x_1, f(x_1))$ in $(x_2, f(x_2))$.



Naloga

Za katere x je dana funkcija definirana? Zapišite definicijsko območje.

- $f(x) = \frac{1}{x}$
- $g(x) = 2x - 3$
- $h(x) = \frac{x}{x-3}$
- $i(x) = x^2 - 2x + 1$
- $j(x) = \frac{x-1}{x+1}$
- $k(x) = \sqrt{x-4}$
- $l(x) = (x-3)^{-2}$
- $m(x) = \sqrt{3x+4}$
- $n(x) = \frac{x-1}{x^2+5x+6}$
- $o(x) = \sqrt{3-6x}$

Naloga

Izračunajte začetno vrednost in ničle funkcije.

- $f(x) = 2x - 4$
- $g(x) = x^2 - 4$
- $h(x) = 5x + 2$
- $i(x) = \dfrac{x+3}{x-3}$
- $j(x) = (x-1)^{-2} - 1$
- $k(x) = \dfrac{1}{x}$
- $l(x) = \dfrac{2x+4}{2x^2-1}$
- $m(x) = \sqrt{x+5}$
- $n(x) = \sqrt{2x+6}$

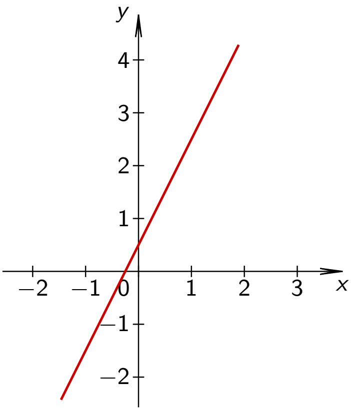
Naloga

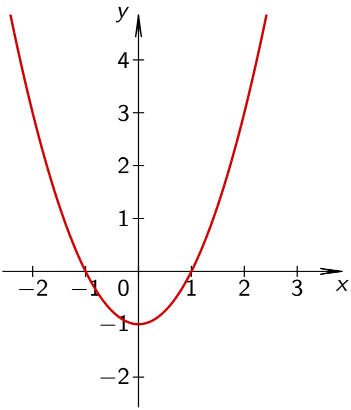
Narišite graf funkcije. Izračunajte ničle in začetno vrednost ter vrednosti preverite na grafu.

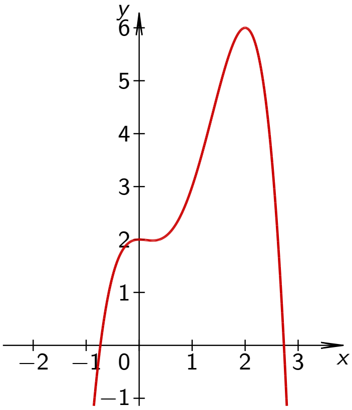
- $f(x) = x - 3$
- $g(x) = 2x + 1$
- $h(x) = -2x + 1$
- $p(x) = -\frac{1}{2}x + 1$
- $q(x) = \dfrac{2-x}{4}$
- $r(x) = |2x - 4| - 1$

Naloga

Z grafa funkcije razberite, kam funkcija preslika originale $x = -1$, $x = 0$, $x = 1$ in $x = 2$.



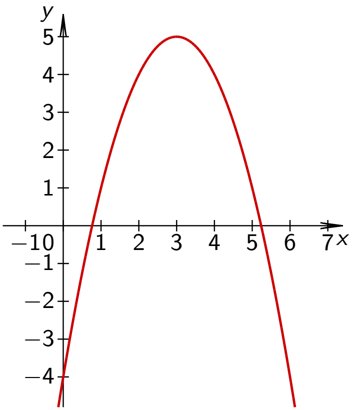




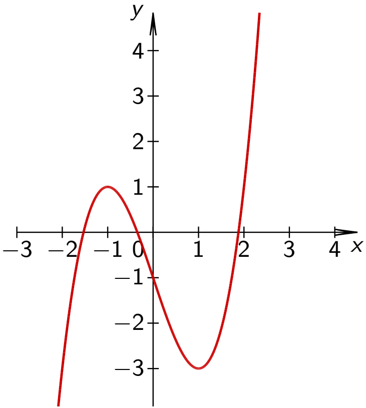
Naloga

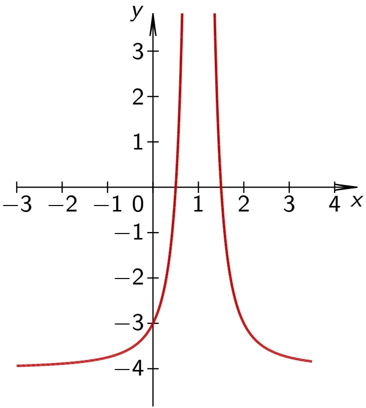
Narisan je graf funkcije. Zapišite:

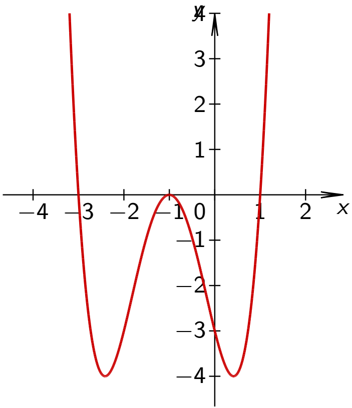
- začetno vrednost funkcije,
- intervale, kjer funkcija narašča oziroma pada,
- natančno zgornjo in spodnjo mejo, če je funkcija navzgor ali navzdol omejena.



Naloga


y
4
3
2
1
−3 −2 −1 0 1 2 3 4 x
−1
−2
−3


y
3
2
1
−3 −2 −1 0 1 2 3 4 x
−1
−2
−3
−4


y
4
3
2
1
−4 −3 −2 −1 0 1 2 x
−1
−2
−3
−4

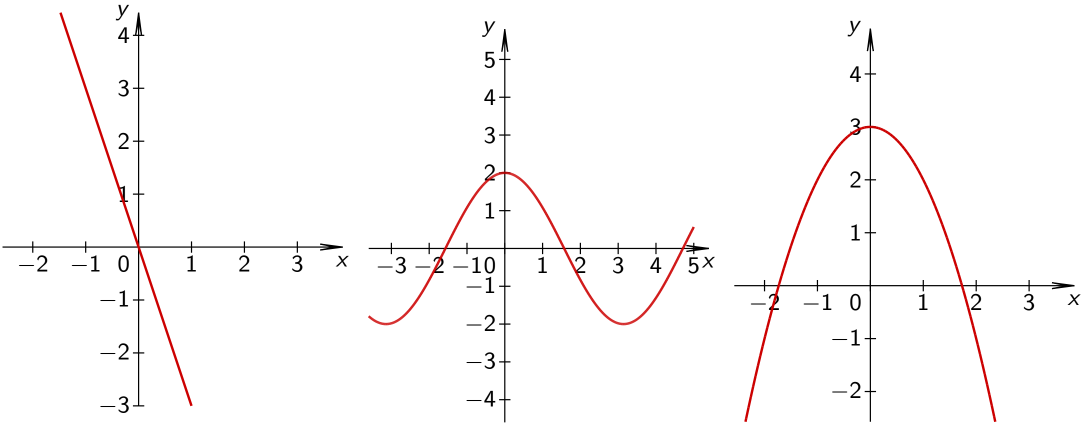
Naloga

Računsko preverite, ali je dana funkcija soda ali liha.

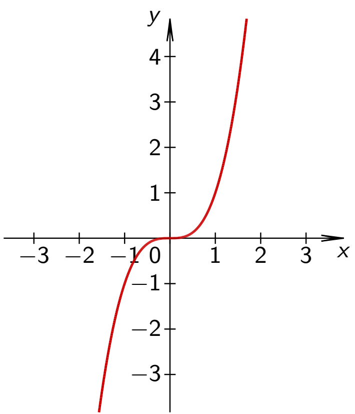
- $f(x) = 3x$
- $g(x) = -3x + 1$
- $h(x) = 2|x| + 4$
- $i(x) = x^2 + 1$
- $j(x) = x^2 + 3x - 1$
- $k(x) = x^3 + 2x$
- $l(x) = 5x^3 - 4x + 1$
- $m(x) = \dfrac{x^3 - 2x}{7x^3 + x}$

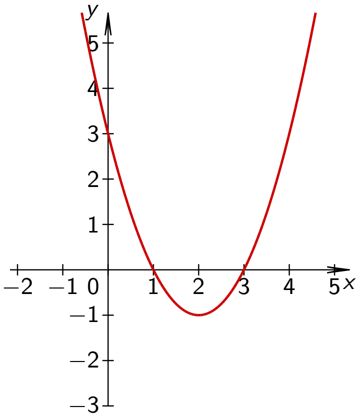
Naloga

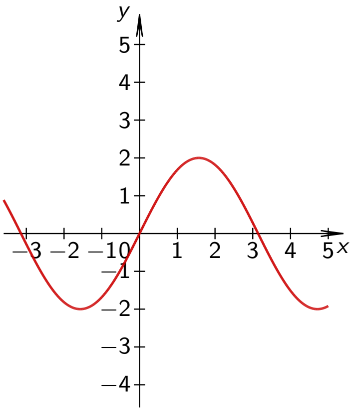
Z grafa funkcije razberite, ali je funkcija soda ali liha.



Naloga

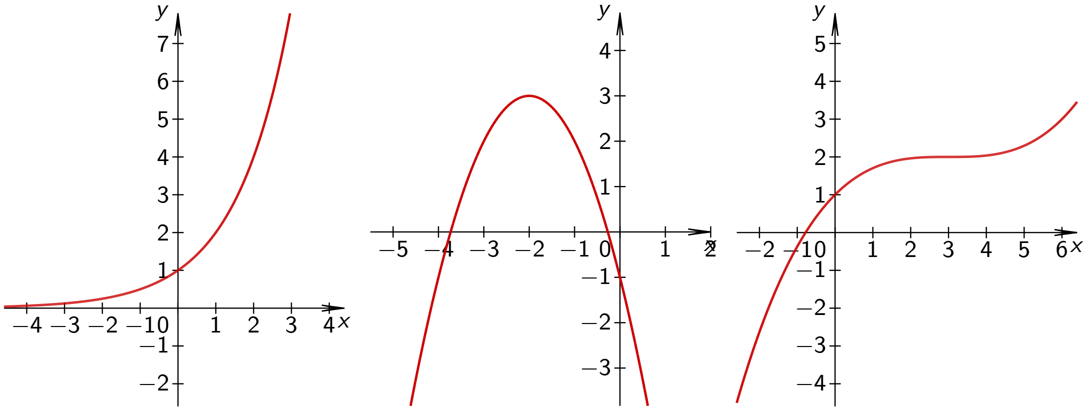

y
4
3
2
1
−3 −2 −1 0 1 2 3 x
−1
−2
−3


y
5
4
3
2
1
−2 −1 0 1 2 3 4 5 x
−1
−2
−3


y
5
4
3
2
1
−3 −2 −1 0 1 2 3 4 5 x
−1
−2
−3
−4

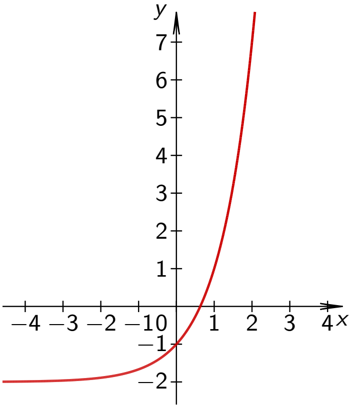
Naloga

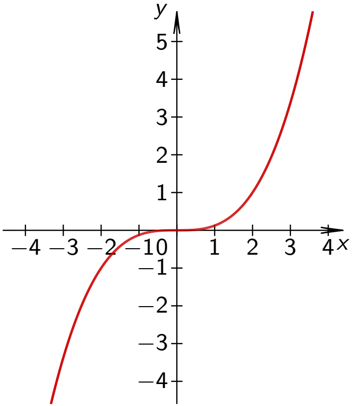
Z grafa funkcije razberite, na katerih intervalih je funkcija konveksna in na katerih konkavna.

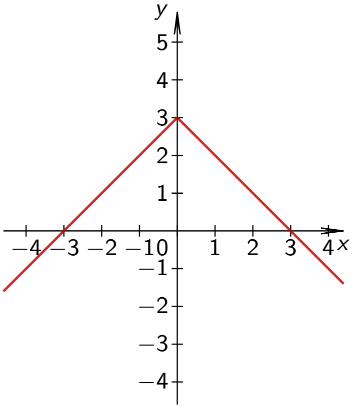


Naloga

Z grafa funkcije razberite, ali je realna funkcija realne spremenljivke injektivna, surjektivna, bijektivna.







Zrcaljenja

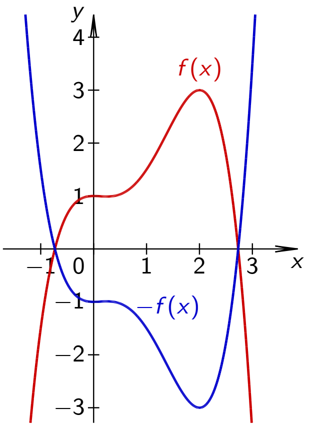
Zrcaljenje preko abscisne osi

Zrcaljenje preko abscisne osi vsako točko $T(x, y)$ grafa funkcije preslika v točko $T'(x, -y)$.

$$Z_x : (x, y) \mapsto (x, -y)$$

Do prezrcaljene funkcije f preko abscisne osi pridemo tako, da funkcijo f pomnožimo z -1

$$Z_x : f(x) \mapsto -f(x)$$



Zrcaljenja

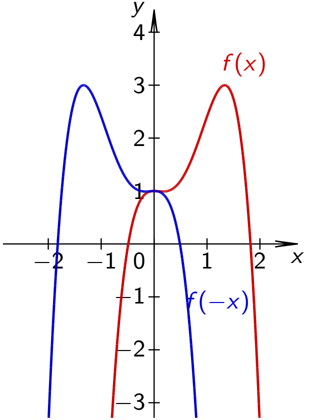
Zrcaljenje preko ordinatne osi

Zrcaljenje preko ordinatne osi vsako točko $T(x, y)$ grafa funkcije preslika v točko $T'(-x, y)$.

$$Z_y : (x, y) \mapsto (-x, y)$$

Do prezrcaljene funkcije f preko ordinatne osi pridemo tako, da neodvisno spremenljivko x funkcije f pomnožimo z -1

$$Z_y : f(x) \mapsto f(-x)$$



Zrcaljenja

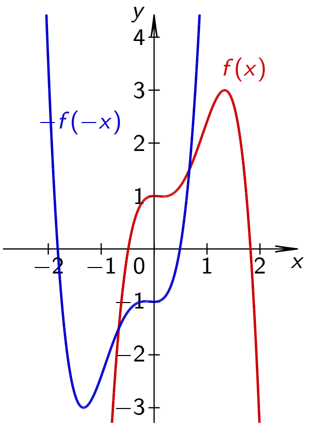
Zrcaljenje preko izhodišča

Zrcaljenje preko izhodišča vsako točko $T(x, y)$ grafa funkcije preslika v točko $T'(-x, -y)$.

$$Z_i : (x, y) \mapsto (-x, -y)$$

Do prezrcaljene funkcije f preko izhodišča pridemo tako, da neodvisno spremenljivko x funkcije f in funkcijo f pomnožimo z -1

$$Z_i : f(x) \mapsto -f(-x)$$



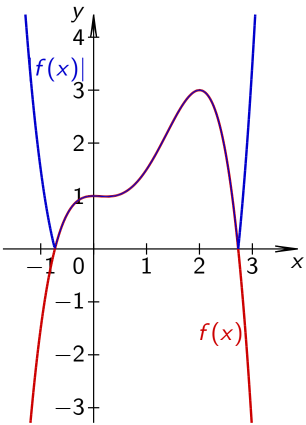
Zrcaljenja

Absolutna vrednost funkcije

Absolutna vrednost funkcije f vse negativne vrednosti funkcije f pomnoži z -1, pozitivne vrednosti pa ohrani.

$$T_1 : f(x) \mapsto |f(x)|$$

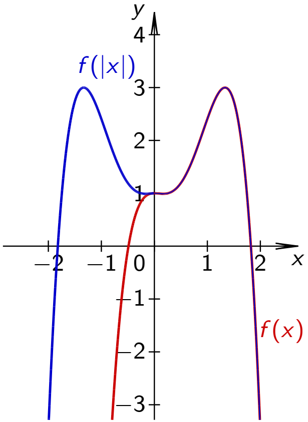
Tisti del grafa funkcije f, ki leži pod abscisno osjo, se preslika preko abscisne osi. Del grafa, ki leži nad abscisno osjo se ohrani.
Dobimo nenegativno funkcijo.



Zrcaljenja

Če v funkciji $f(x)$ neodvisno spremenljivko x nadomestimo z $|x|$, dobimo novo funkcijo, ki je soda.

$$T_2 : f(x) \mapsto f(|x|)$$



Premiki

Vzporedni premik vzdolž ordinatne osi

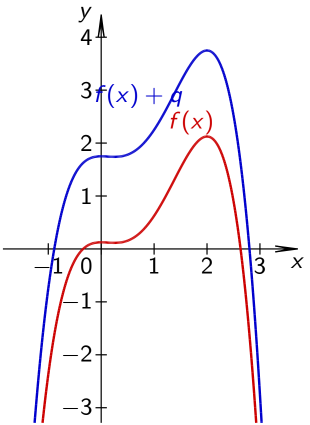
Vzporedni premik v smeri ordinatne osi za q vsako točko $T(x, y)$ grafa funkcije preslika v točko $T'(x, y + q)$.

$$P_y : (x, y) \mapsto (x, y + q)$$

Do premaknjene funkcije f vzdolž ordinatne osi pridemo tako, da funkciji f prištejemo q.

$$P_y : f(x) \mapsto f(x) + q$$

Pri $q > 0$ se graf premakne v pozitivni smeri ordinatne osi (navzgor), pri $q < 0$ se graf premakne v negativni smeri ordinatne osi (navzdol).



Premiki

Vzporedni premik vzdolž abscisne osi

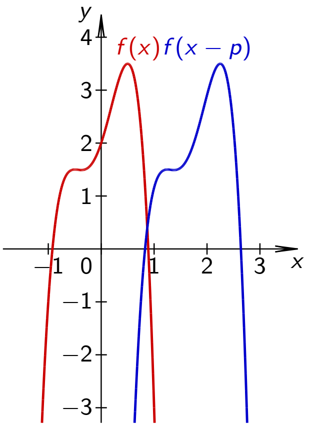
Vzporedni premik v smeri abscisne osi za p vsako točko $T(x, y)$ grafa funkcije preslika v točko $T'(x + p, y)$.

$$P_x : (x, y) \mapsto (x + p, y)$$

Do premaknjene funkcije f vzdolž abscisne osi pridemo tako, da neodvisni spremenljivki x funkcije odštejemo p.

$$P_x : f(x) \mapsto f(x - p)$$

Pri $p > 0$ se graf premakne v pozitivni smeri abscisne osi (v desno), pri $p < 0$ se graf premakne v negativni smeri abscisne osi (v levo).



Premiki

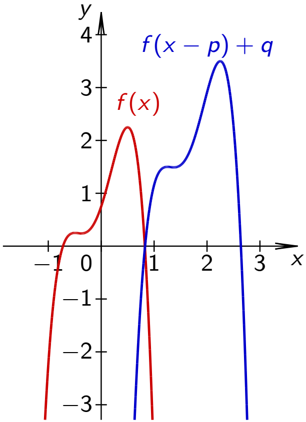
Premik za vektor

Premik za vektor (p, q) vsako točko $T(x, y)$ grafa funkcije preslika v točko $T'(x + p, y + q)$.

$$P_v : (x, y) \mapsto (x + p, y + q)$$

Do premaknjene funkcije f za vektor (p, q) pridemo tako, da funkciji f prištejemo q, neodvisni spremenljivki x funkcije f pa odštejemo p.

$$P_v : f(x) \mapsto f(x - p) + q$$



Raztegi

Razteg vzdolž ordinatne osi

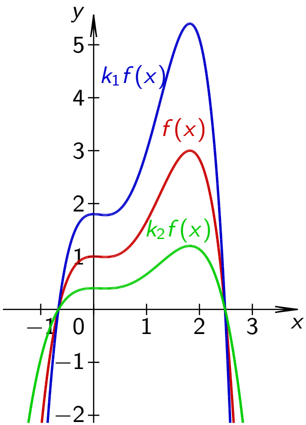
Razteg za faktor $k \in \mathbb{R}^*$ vzdolž ordinatne osi vsako točko $T(x, y)$ grafa funkcije preslika v točko $T'(x, ky)$.

$$R_y : (x, y) \mapsto (x, ky)$$

Do raztegnjene funkcije f za faktor $k \in \mathbb{R}^*$ vzdolž ordinatne osi pridemo tako, da funkcijo pomnožimo s k.

$$R_y : f(x) \mapsto kf(x)$$

Pri $|k| > 1$ se graf funkcije raztegne pri $|k| < 1$ pa skrči vzdolž ordinatne osi. Za $k = 1$ se graf funkcije ohrani – identična preslikava.



Raztegi

Razteg vzdolž abscisne osi

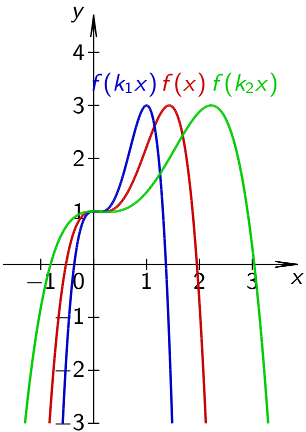
Razteg za faktor $k \in \mathbb{R}^*$ vzdolž abscisne osi vsako točko $T(x, y)$ grafa funkcije preslika v točko $T'(\frac{x}{k}, y)$.

$$R_x : (x, y) \mapsto (\frac{x}{k}, y)$$

Do raztegnjene funkcije f za faktor $k \in \mathbb{R}^*$ vzdolž abscisne osi pridemo tako, da neodvisno spremenljivko x funkcije f pomnožimo s k.

$$R_x : f(x) \mapsto f(kx)$$

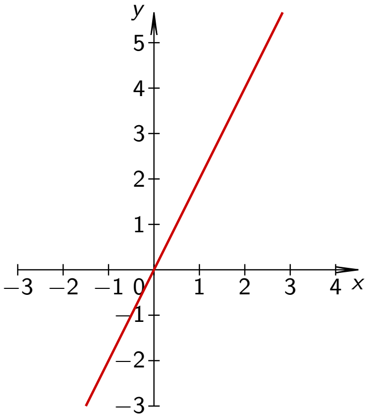
Pri $|k| > 1$ se graf funkcije skrči pri $|k| < 1$ pa raztegne vzdolž abscisne osi. Za $k = 1$ se graf funkcije ohrani – identična preslikava.



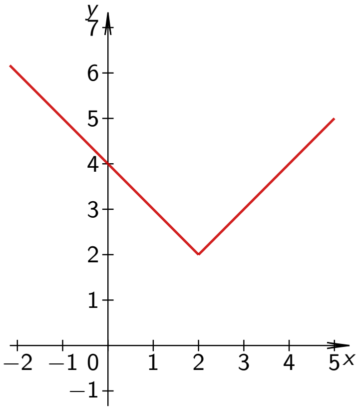
Naloga

V koordinatnem sistemu je narisan graf funkcije $f(x)$. Narišite graf funckije $g(x) = f(x) + k$ in zapišite predpis nove funkcije, ki ji pripada premaknjeni graf.

- $f(x) = 2x$, $k = 2$

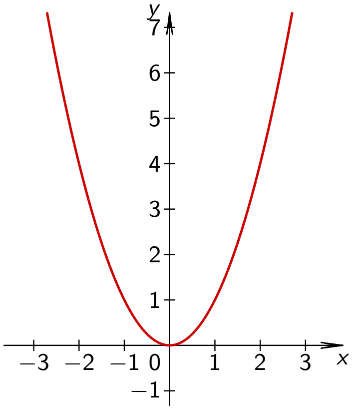


- $f(x) = |x-2| + 2$, $k = -3$

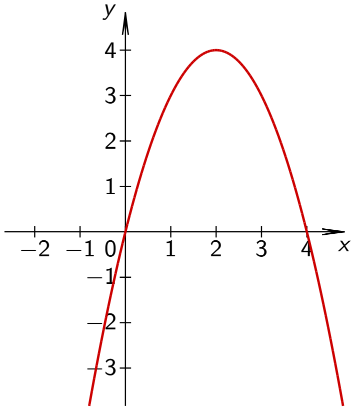


Naloga

- $f(x) = x^2$, $k = 2$



- $f(x) = -x^2 + 4x$, $k = -2$



Naloga

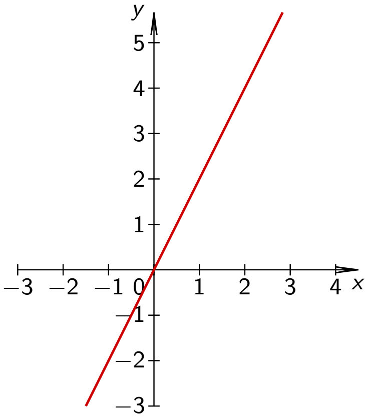
Graf funkcije f togo premaknemo za k navzgor ali navzdol in dobimo graf funkcije g. Zapišite predpis funkcije g.

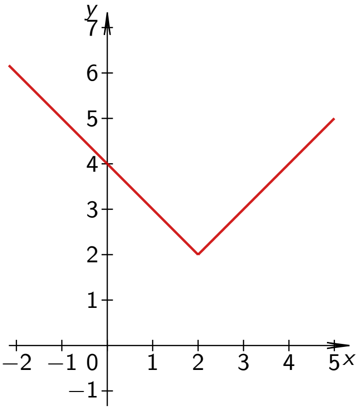
- $f(x) = 4x - 1$, togi premik za 3 navzgor
- $f(x) = -2x + 3$, togi premik za 1 navzdol
- $f(x) = \dfrac{5 - x}{2}$, togi premik za 4 navzgor
- $f(x) = \sqrt{x - 1}$, togi premik za 7 navzdol

Naloga

V koordinatnem sistemu je narisan graf funkcije $f(x)$. Narišite graf funckije $g(x) = f(x-k)$ in zapišite predpis nove funkcije, ki ji pripada premaknjeni graf.

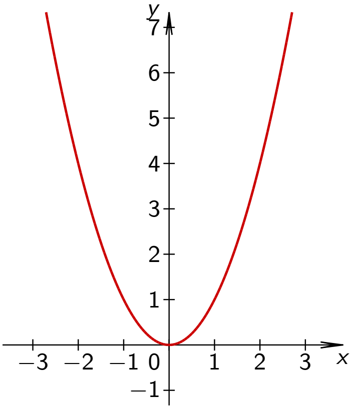
- $f(x) = 2x$, $k = -2$
- $f(x) = |x-2| + 2$, $k = 2$



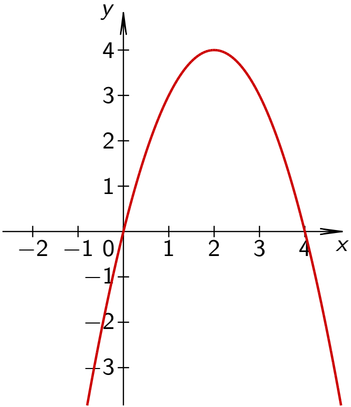


Naloga

- $f(x) = x^2,\ k = 2$



- $f(x) = -x^2 + 4x,\ k = 3$



Naloga

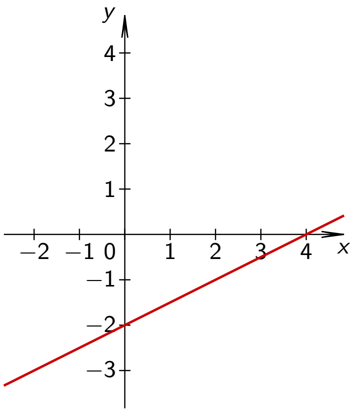
Graf funkcije f togo premaknemo za k v levo ali desno in dobimo graf funkcije g. Zapišite predpis funkcije g.

- $f(x) = 4x - 1$, togi premik za 3 v levo
- $f(x) = -2x + 3$, togi premik za 1 v desno
- $f(x) = \dfrac{5 - x}{2}$, togi premik za 4 v desno
- $f(x) = \sqrt{x - 1}$, togi premik za 7 v levo

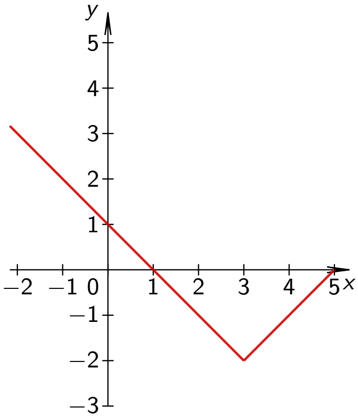
Naloga

V koordinatnem sistemu je narisan graf funkcije $f(x)$. Narišite graf funckije $g(x) = -f(x)$ in zapišite predpis funkcije $g(x)$.

- $f(x) = \frac{1}{2}x - 2$

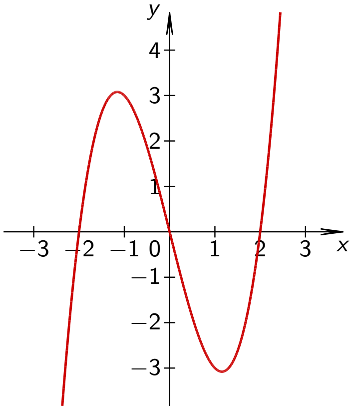


- $f(x) = |x - 3| - 2$

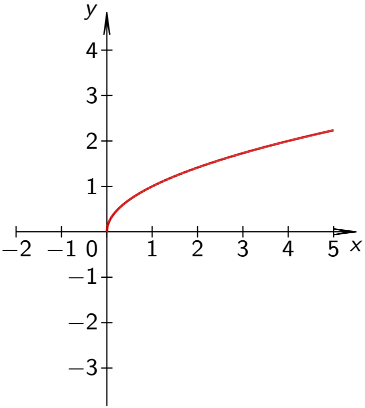


Naloga

- $f(x) = x^3 - 4x$



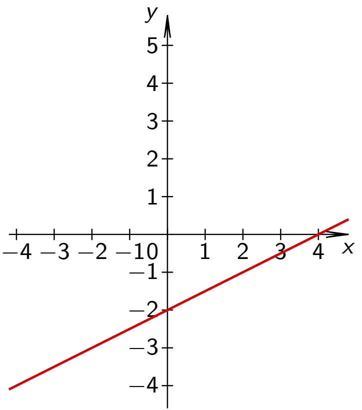
- $f(x) = \sqrt{x}$



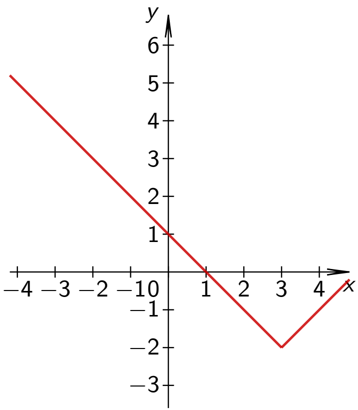
Naloga

V koordinatnem sistemu je narisan graf funkcije $f(x)$. Narišite graf funckije $g(x) = f(-x)$ in zapišite predpis funkcije $g(x)$.

- $f(x) = \frac{1}{2}x - 2$

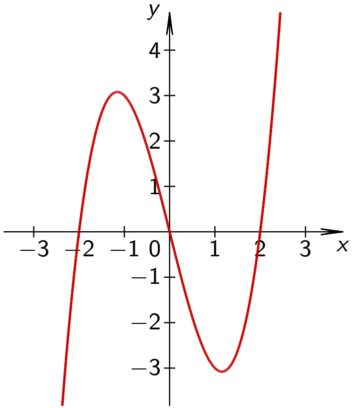


- $f(x) = |x - 3| - 2$

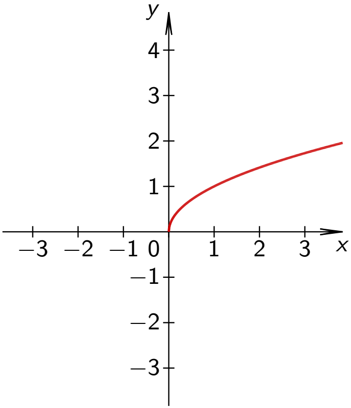


Naloga

- $f(x) = x^3 - 4x$



- $f(x) = \sqrt{x}$



Naloga

Če graf funkcije f prezrcalimo čez abscisno os, dobimo graf funkcije g. Če pa graf funkcije f prezrcalimo čez ordinatno os, dobimo graf funkcije h. Zapišite predpisa funkcije g in funkcije h.

- $f(x) = 4x - 1$
- $f(x) = -2x + 2$
- $f(x) = \dfrac{5 - x}{2}$
- $f(x) = \sqrt{x - 1}$
- $f(x) = x^2 - 3x$

Naloga

Dan je predpis funkcije $f(x)$. Če graf funkcije premaknemo in zrcalimo po navodilu, dobimo graf funkcije g. Zapišite predpis funkcije $g(x)$.

- $f(x) = 2x - 1$, togi premik za 5 v desno in za 2 navzdol
- $f(x) = -3x + 5$, togi premik za 4 v levo in za 3 navzgor
- $f(x) = |x| + 1$, togi premik za 3 v desno in za 1 navzdol
- $f(x) = -2x + 1$, zrcaljenje čez abscisno os
- $f(x) = 4x - 1$, zrcaljenje čez ordinatno os
- $f(x) = -7x - 6$, togi premik za 2 v desno in za 3 navzdol, zrcaljenje čez abscisno os

Naloga

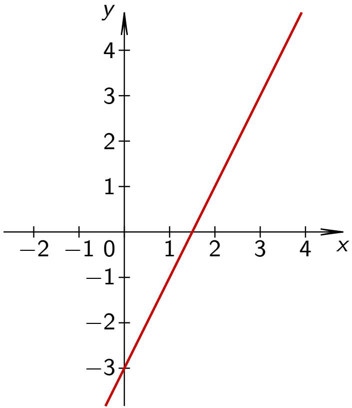
Dan je predpis funkcije $f(x)$. Če graf funkcije premaknemo in zrcalimo po navodilu, dobimo graf funkcije g. Zapišite predpis funkcije $g(x)$.

- $f(x) = x^2 - 1$, togi premik za 2 v desno in za 1 navzdol
- $f(x) = -x^3 + 2x - 1$, togi premik za 1 v levo in za 2 navzgor
- $f(x) = 3x^2 - 7$, zrcaljenje čez abscisno os
- $f(x) = -2x^2 + 3$, zrcaljenje čez ordinatno os
- $f(x) = x^{-2}$, togi premik za 2 v desno in za 1 navzdol
- $f(x) = (x-1)^{-2} + 1$, togi premik za 1 v levo in za 1 navzdol

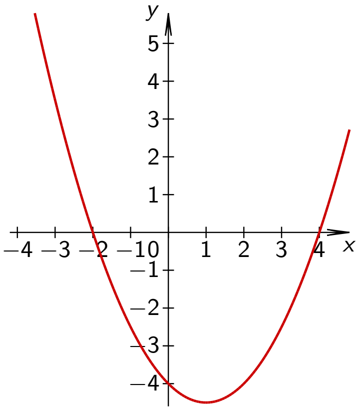
Naloga

V koordinatnem sistemu je narisan graf funkcije $f(x)$. Narišite grafa funckij $g(x) = |f(x)|$ in $h(x) = f(|x|)$.

- $f(x) = 2x - 3$

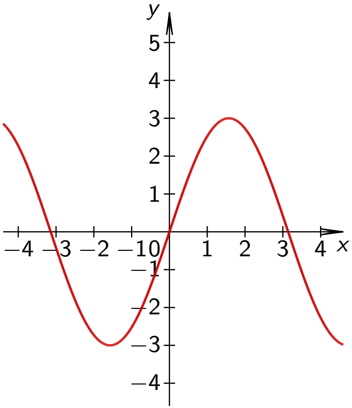


- $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x - 4$

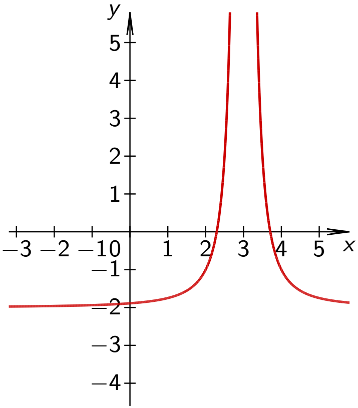


Naloga

- $f(x) = \sin x$



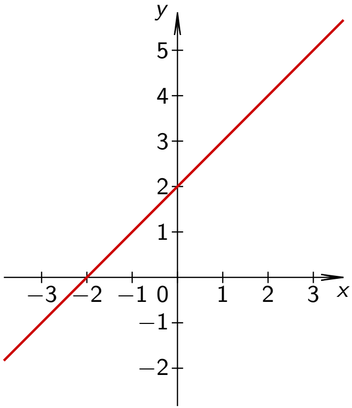
- $f(x) = (x-3)^{-2} - 2$

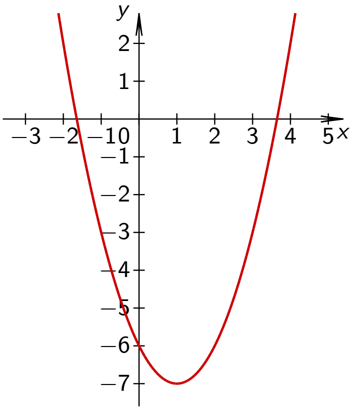


Naloga

V koordinatnem sistemu je narisan graf funkcije $f(x)$. Narišite grafa funckij $g(x) = kf(x)$ in $h(x) = f(kx)$ ter zapišite njuna predpisa.

- $f(x) = x + 2,\ k = 2$
- $f(x) = x^2 - 2x - 6,\ k = \frac{1}{2}$





Naloga

Graf funkcije f raztegnemo ali skrčimo za faktor k v smeri abscisne ali ordinatne osi. Dobimo graf funkcije g. Zapišite predpis funkcije g.

- $f(x) = 4x - 1$, razteg v smeri ordinatne osi za faktor 2
- $f(x) = -2x + 3$, skrčitev v smeri abscisne osi za faktor 2 in zrcaljenje čez abscisno os
- $f(X) = \dfrac{5-x}{2}$, razteg v smeri ordinatne osi za faktor 4
- $f(x) = \sqrt{x-1}$, skrčitev v smeri abscisne osi za faktor 2

Naloga

Če graf funkcije f transformiramo po navodilu, dobimo graf funkcije g. Zapišite predpis funkcije g.

- $f(x) = 5x - 1$, togi premik za 4 v desno, zrcaljenje čez abscisno os
- $f(x) = 6 - 3x$, razteg za faktor 2 v smeri ordinatne osi in togi premik za 4 navzgor
- $f(x) = 7x + 2$, zrcaljenje čez abscisno in čez ordinatno os
- $f(X) = -4x + 1$, skrčitev za faktor 2 v smeri abscisne osi in togi premik za 3 v levo
- $f(x) = 2x + 3$, razteg v smeri abscisne osi za faktor 2 in zrcaljenje čez abscisno os

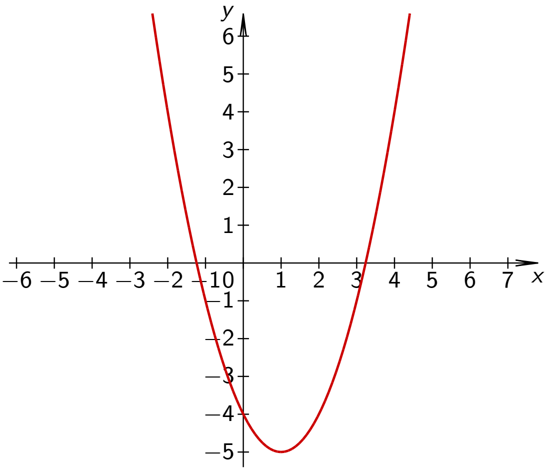
Naloga

Če graf funkcije f transformiramo po navodilu, dobimo graf funkcije g. Zapišite predpis funkcije g.

- $f(x) = x^2$, togi premik za 3 v levo in 2 navzgor
- $f(x) = x^3$, togi premik za 2 v desno, zrcaljenje čez ordinatno os
- $f(X) = \dfrac{x}{x+1}$, togi premik za za 2 v levo in za 5 navzgor
- $f(x) = \dfrac{x}{x+1}$, zracljenje čez abscisno in čez ordinatno os

Naloga

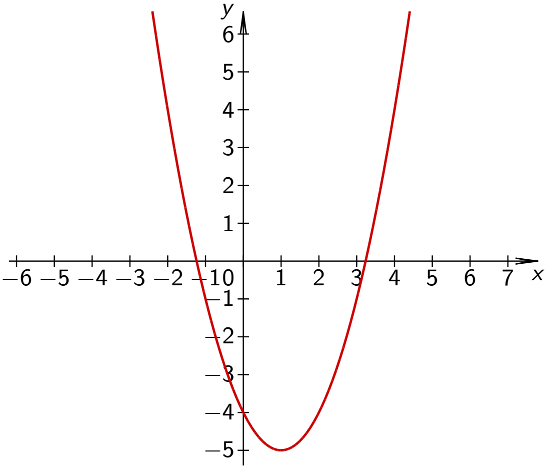
Narisan je graf funkcije $f(x) = x^2 - 2x - 4$.



- Narišite graf funkcije $g(x) = f(x-3) + 2$ in zapišite predpis funkcije.
- Narišite graf funkcije $h(x) = |f(x+4)|$ in zapišite predpis funkcije.
- Narišite graf funkcije $i(x) = f(|x|) + 2$ in zapišite predpis funkcije.
- Narišite graf funkcije $j(x) = f(-x) + 2$ in zapišite predpis funkcije.

Naloga

Narisan je graf funkcije $f(x) = x^2 - 2x - 4$.

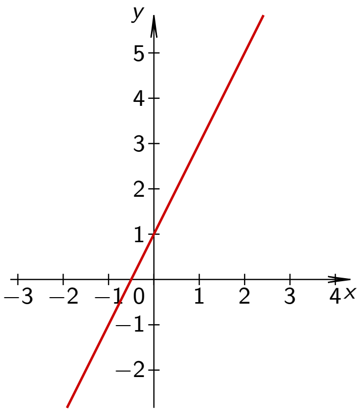


- Narišite graf funkcije $k(x) = -\frac{1}{2}f(x)$ in zapišite predpis funkcije.
- Narišite graf funkcije $l(x) = f(\frac{1}{2}x)$ in zapišite predpis funkcije.
- Narišite graf funkcije $m(x) = |f(2x)|$ in zapišite predpis funkcije.
- Narišite graf funkcije $n(x) = -f(-x)$ in zapišite predpis funkcije.

Naloga

Narisan je graf funkcije $f(x)$.

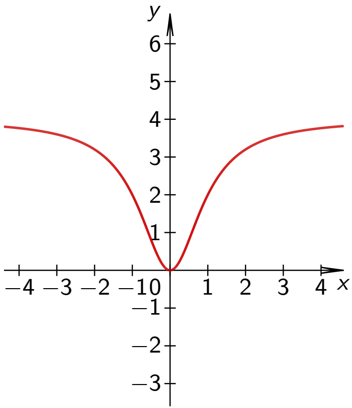
- Narišite graf funkcije $g(x) = f(-x) + 4$ in zapišite predpis funkcije.



Naloga

Narisan je graf funkcije $f(x)$.

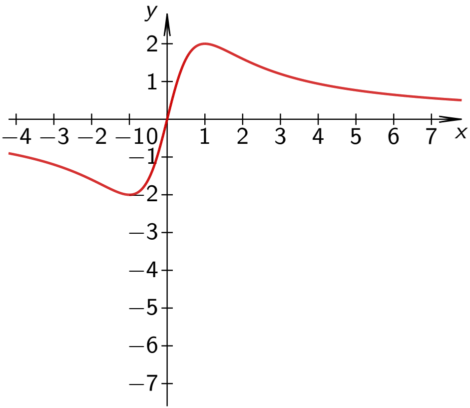
- Narišite graf funkcije $h(x) = -f(x) + 4$ in zapišite predpis funkcije.



Naloga

Narisan je graf funkcije $f(x)$.

- Narišite graf funkcije $e(x) = f(x-3) - 4$ in zapišite predpis funkcije.



Inverzna funkcija

Inverzna funkcija

Inverzna funkcija

Inverzna funkcija

Inverzna funkcija

Naj bo $f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ bijektivna funkcija, ki vsakemu originalu $x \in \mathcal{X}$ priredi sliko $y = f(x) \in \mathcal{Y}$.

Inverzna funkcija

Inverzna funkcija

Naj bo $f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ bijektivna funkcija, ki vsakemu originalu $x \in \mathcal{X}$ priredi sliko $y = f(x) \in \mathcal{Y}$. **Inverzna funkcija** f^{-1} je funkcija, ki slika iz množice $\mathcal{Y}$ v množico $\mathcal{X}$ in sliki y priredi original x: $f^{-1}(y) = x$.

Inverzna funkcija

Inverzna funkcija

Naj bo $f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ bijektivna funkcija, ki vsakemu originalu $x \in \mathcal{X}$ priredi sliko $y = f(x) \in \mathcal{Y}$. **Inverzna funkcija** f^{-1} je funkcija, ki slika iz množice $\mathcal{Y}$ v množico $\mathcal{X}$ in sliki y priredi original x: $f^{-1}(y) = x$.

$$\begin{aligned} f &: \mathcal{X} \to \mathcal{Y} & \qquad f^{-1} &: \mathcal{Y} \to \mathcal{X} \\ f &: x \mapsto y & \qquad f^{-1} &: y \mapsto x \end{aligned}$$

Inverzna funkcija

Inverzna funkcija

Naj bo $f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ bijektivna funkcija, ki vsakemu originalu $x \in \mathcal{X}$ priredi sliko $y = f(x) \in \mathcal{Y}$. **Inverzna funkcija** f^{-1} je funkcija, ki slika iz množice $\mathcal{Y}$ v množico $\mathcal{X}$ in sliki y priredi original x: $f^{-1}(y) = x$.

$$\begin{aligned} f &: \mathcal{X} \to \mathcal{Y} & \qquad f^{-1} &: \mathcal{Y} \to \mathcal{X} \\ f &: x \mapsto y & \qquad f^{-1} &: y \mapsto x \end{aligned}$$

Definicijsko območje funkcije f^{-1} je množica $\mathcal{Y}$, njena zaloga vrednosti pa množica $\mathcal{X}$.

Inverzna funkcija

Inverzna funkcija

Naj bo $f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ bijektivna funkcija, ki vsakemu originalu $x \in \mathcal{X}$ priredi sliko $y = f(x) \in \mathcal{Y}$. **Inverzna funkcija** f^{-1} je funkcija, ki slika iz množice $\mathcal{Y}$ v množico $\mathcal{X}$ in sliki y priredi original x: $f^{-1}(y) = x$.

$$\begin{aligned} f &: \mathcal{X} \to \mathcal{Y} \qquad & f^{-1} &: \ \mathcal{Y} \to \mathcal{X} \\ f &: x \mapsto y \qquad & f^{-1} &: \ y \mapsto x \end{aligned}$$

Definicijsko območje funkcije f^{-1} je množica $\mathcal{Y}$, njena zaloga vrednosti pa množica $\mathcal{X}$.

Graf inverzne funkcije f^{-1} je simetričen grafu funkcije f glede na simetralo lihih kvadrantov $y = x$. Če je točka $T(x_0, y_0) \in \Gamma_f$, potem je točka $T'(y_0, x_0) \in \Gamma_{f^{-1}}$.

Inverzna funkcija

Inverzna funkcija $f^{-1} : \mathcal{Y} \to \mathcal{X}$ funkcije $f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ obstaja natanko tedaj, ko je funkcija f bijektivna.

Inverzna funkcija

Inverzna funkcija $f^{-1} : \mathcal{Y} \to \mathcal{X}$ funkcije $f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ obstaja natanko tedaj, ko je funkcija f bijektivna.

Če je funkcija $f : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$ injektivna, ni pa surjektivna, obstaja inverzna funkcija $f^{-1} : Z_f \to \mathcal{X}$ in je $Z_f \subset \mathcal{Y}$.

Naloga

Linearni funkciji zapišite predpis inverzne funkcije.

- $f(x) = -4x + 2$
- $g(x) = 2x - 1$
- $h(x) = 3x - \frac{7}{4}$
- $i(x) = \frac{3}{4}x - \frac{1}{2}$
- $j(x) = \dfrac{x+5}{3}$

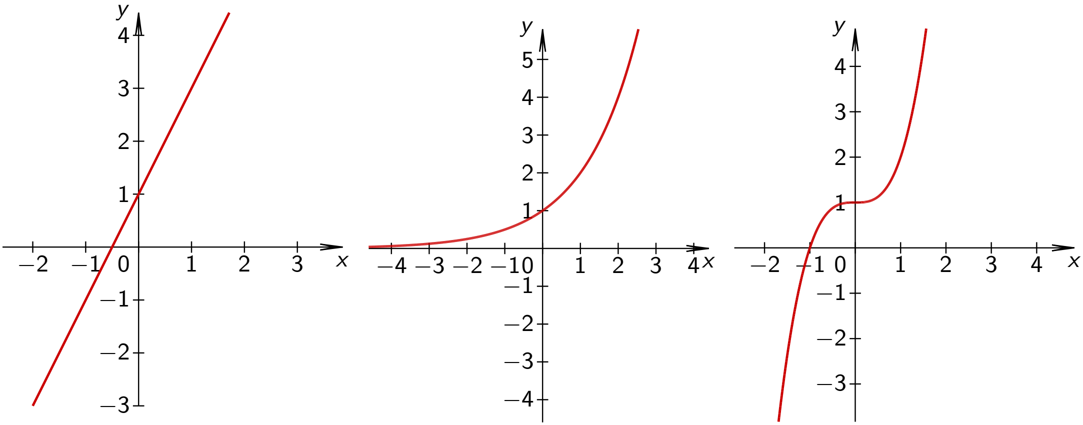
Naloga

Bijektivni funkciji zapišite funkcijski predpis inverzne funkcije.

- $f(x) = x^3$
- $g(x) = x^5 - 2$
- $h(x) = (x-1)^3$
- $i(x) = 5x + 27$
- $j(x) = (x+5)^3$
- $k(x) = x^3 + 5$
- $l(x) = \dfrac{x+1}{x-7}$
- $m(x) = \dfrac{3x-2}{x+1}$
- $n(x) = \dfrac{5x-3}{4x-1}$

Naloga

Grafu bijektivne funckije na sliki narišite graf inverzne funkcije.



Section 2

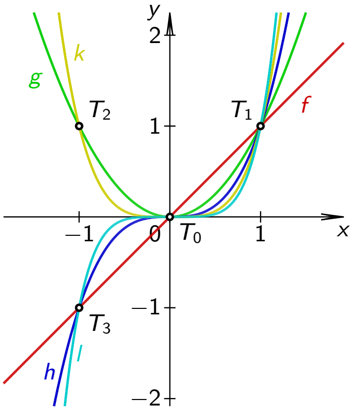
Potenčna funkcija

Potenčna funkcija z naravnim eksponentom

Potenčna funkcija z naravnim eksponentom

Potenčna funkcija z naravnim eksponentom

Potenčna funkcija z naravnim eksponentom je realna funkcija realne spremenljivke,

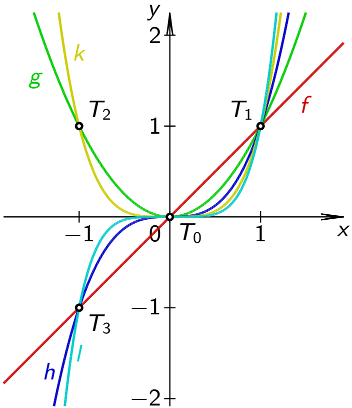


Potenčna funkcija z naravnim eksponentom

Potenčna funkcija z naravnim eksponentom

Potenčna funkcija z naravnim eksponentom je realna funkcija realne spremenljivke, podana s predpisom

$$f(x) = x^n; \quad n \in \mathbb{R}.$$



Potenčna funkcija z naravnim eksponentom

Potenčna funkcija z naravnim eksponentom

Potenčna funkcija z naravnim eksponentom je realna funkcija realne spremenljivke, podana s predpisom

$$f(x) = x^n; \quad n \in \mathbb{R}.$$

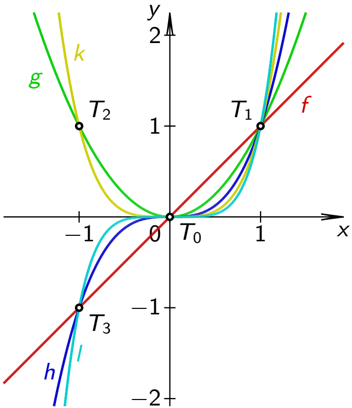
$$f(x) = x$$

$$g(x) = x^2$$

$$h(x) = x^3$$

$$k(x) = x^4$$

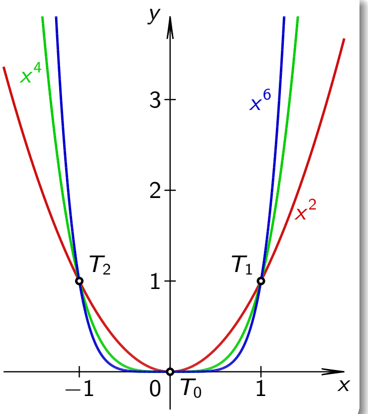
$$l(x) = x^5$$



Lastnosti potenčnih funkcij

Lastnosti potenčnih funkcij z naravnim sodim eksponentom

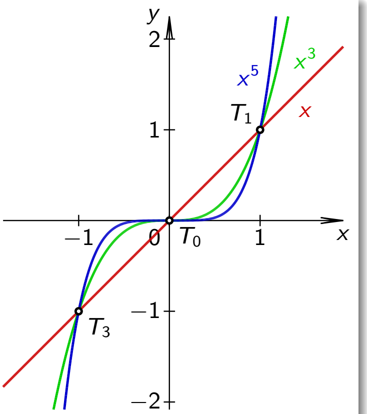
- $D_f = \mathbb{R}$
- $Z_f = [0, \infty)$
- Graf je parabola sode stopnje.
- Vse parabole potekajo skozi točke $T_0(0,0)$, $T_1(1,1)$ in $T_2(-1,1)$.
- So padajoče za $x \in (-\infty, 0)$ in naraščajoče za $x \in (0, \infty)$.
- So sode – grafi so simetrični glede na ordinatno os.
- So konveksne.
- Imajo večkratno ničlo sode stopnje $x = 0$.
- Imajo teme v točki $T_0(0,0)$.



Lastnosti potenčnih funkcij

Lastnosti potenčnih funkcij z naravnim lihim eksponentom, večjim od 1

- $D_f = \mathbb{R}$
- $Z_f = \mathbb{R}$
- Graf je parabola lihe stopnje.
- Vse parabole potekajo skozi točke $T_0(0,0)$, $T_1(1,1)$ in $T_3(-1,-1)$.
- So naraščajoče za vse $x \in \mathbb{R}$.
- So lihe – grafi simetrični glede na koordinatno izhodišče.
- So konveksne za $x \in (0,\infty)$ in konkavne za $x \in (-\infty,0)$.
- Imajo večkratno ničlo lihe stopnje $x = 0$.
- So bijektivne.



Naloga

Katere izmed točk $(1, 27)$, $(-1, 9)$, $(10, 157)$ ležijo na grafu funkcije $f(x) = 2(x-3)^4 - 5$?

Naloga

Katere izmed točk $(1, 27)$, $(-1, 9)$, $(10, 157)$ ležijo na grafu funkcije $f(x) = 2(x-3)^4 - 5$?

Naloga

Dana je funkcija $f(x) = x^3$. Zapišite predpis za funkcijo g, katere graf je premaknjen:

- za 2 v levo in za 3 navzgor;
- za 3 v desno in za 2 navzgor;
- za 1 v levo in za 5 navzdol;
- za 4 v desno in za 1 nvazdol.

Naloga

Dana je funkcija $f(x) = (x+3)^3 + 1$. Zapišite predpis za funkcijo g, katere graf je premaknjen:

- za 2 v levo in za 3 navzgor;
- za 3 v desno in za 2 navzgor;
- za 1 v levo in za 5 navzdol;
- za 4 v desno in za 1 nvazdol;
- za 1 v desno in za 3 navzdol;
- za 5 v levo in za 4 navzdol.

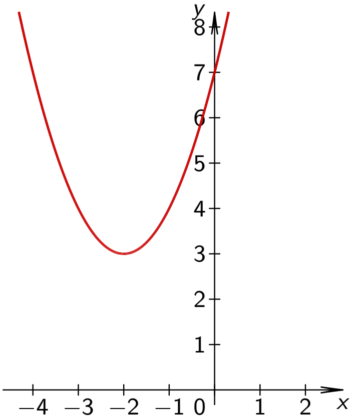
Naloga

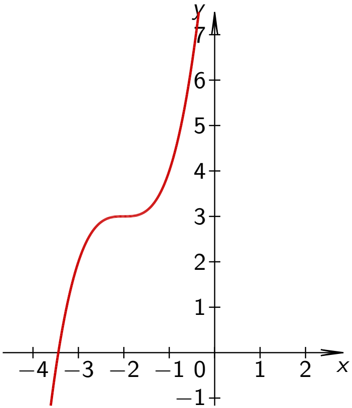
Graf funkcije g smo dobili s togim premikom grafa funkcije $f(x) = x^2$. Zapišite vektor premika. Narišite graf. V kateri točki ima funkcija g teme?

- $g(x) = (x-3)^2 + 1$
- $g(x) = (x-2)^2 - 1$
- $g(x) = (x+3)^2 + 4$
- $g(x) = (x+1)^2 - 5$

Naloga

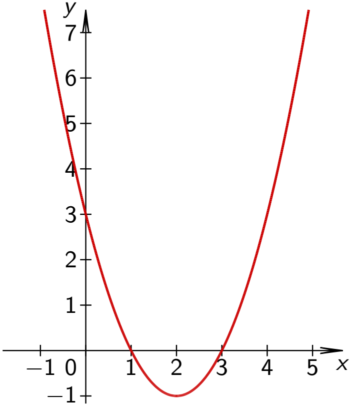
Z grafa funkcije $f(x) = (x + a)^n + b$ razberite vrednosti parametrov a, b in n.

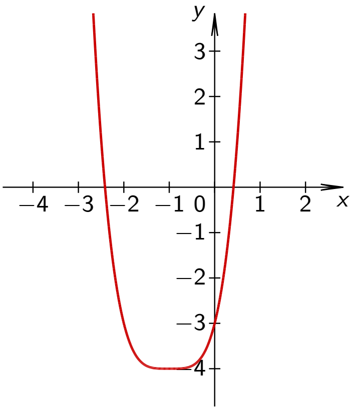




Naloga

Z grafa funkcije $f(x) = (x + a)^n + b$ razberite vrednosti parametrov a, b in n.





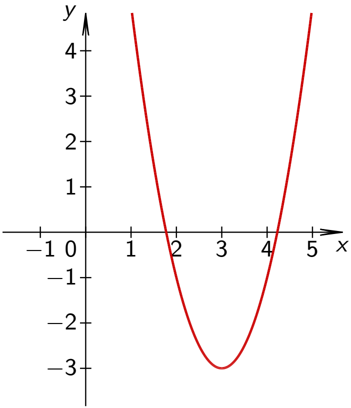
Naloga

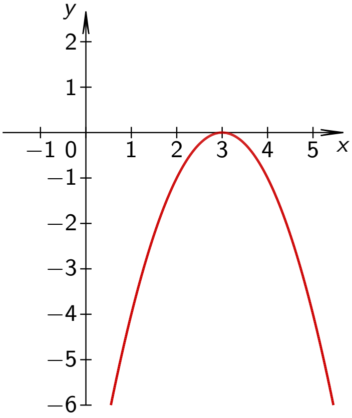
Narišite graf funkcije f, potem pa v isti koordinatni sistem še graf funkcije g.

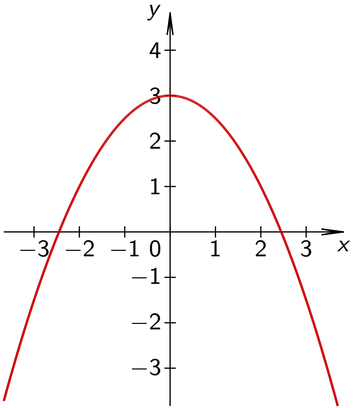
- $f(x) = x^3$, $g(x) = \frac{1}{2}x^3$
- $f(x) = x^2$, $g(x) = -2x^2$
- $f(x) = x^4$, $g(x) = -x^4$
- $f(x) = x^3$, $g(x) = |2x^3|$

Naloga

Z grafa funkcije $f(x) = a(x-p)^2 + q$ razberite vrednosti parametrov a, p in q.

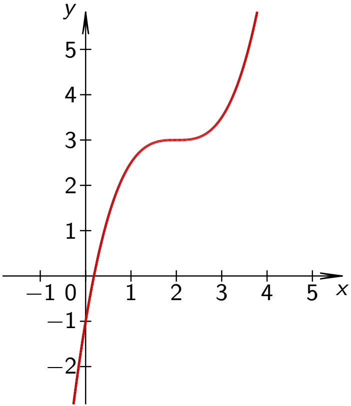


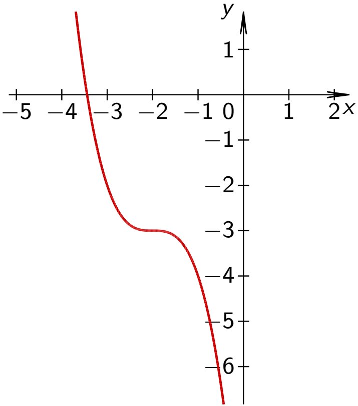


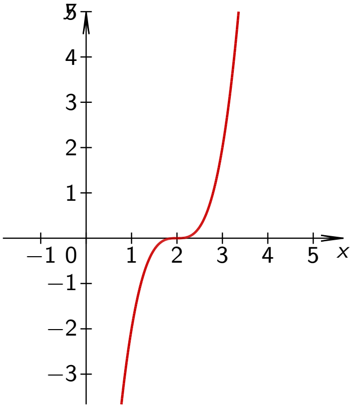


Naloga

Z grafa funkcije $f(x) = a(x-p)^3 + q$ razberite vrednosti parametrov a, p in q.







Naloga

Izračunajte presečišče grafa dane funkcije f in dane premice.

- $f(x) = (x-3)^2 - 2$ in $y = -2x + 4$
- $f(x) = 2(x-1)^2 + 4$ in $y = 6$
- $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 3$ in $y = x - 1$

Naloga

Izračunajte presečišče grafa dane funkcije f in dane premice.

- $f(x) = (x-3)^2 - 2$ in $y = -2x + 4$
- $f(x) = 2\,(x-1)^2 + 4$ in $y = 6$
- $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 3$ in $y = x - 1$

Naloga

Izračunajte presečišče grafov danih funkcij f in g.

- $f(x) = (x-3)^2$ in $g(x) = x^2 + 3$
- $f(x) = (x-3)^2 - 2$ in $g(x) = (x-4)^2 + 1$
- $f(x) = -x^2 + 2$ in $g(x) = (x-1)^2 + 1$

Naloga

Naj bo prvič funkcija f dana s predpisom $f(x) = x^2$, drugič pa s $f(x) = x^3$. Zapišite predpis funkcije g za oba primera in narišite oba grafa.

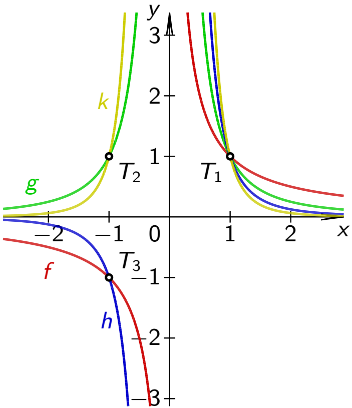
- $g(x) = f(x-2)$
- $g(x) = f(x+1)$
- $g(x) = f(x) + 1$
- $g(x) = f(x) - 2$
- $g(x) = f(x+1) - 3$
- $g(x) = -f(x) + 1$
- $g(x) = -f(x-2) + 1$
- $g(x) = |f(x) - 1|$
- $g(x) = 2f(x)$
- $g(x) = f(|x|) + 1$

Potenčna funkcija z negativnim celim eksponentom

Potenčna funkcija z negativnim celim eksponentom

Potenčna funkcija z negatvnim celim eksponentom

Potenčna funkcija z negativnim celim eksponentom je realna funkcija realne spremenljivke,

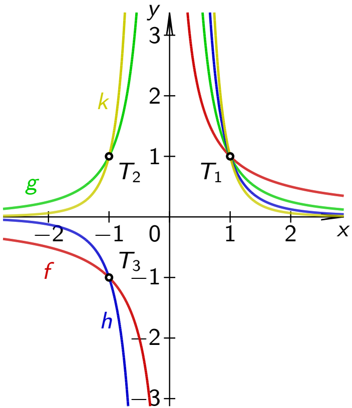


Potenčna funkcija z negativnim celim eksponentom

Potenčna funkcija z negatvnim celim eksponentom

Potenčna funkcija z negativnim celim eksponentom je realna funkcija realne spremenljivke, podana s predpisom

$$f(x) = x^{-n} = \frac{1}{x^n}; \quad n \in \mathbb{R} \setminus \{0\}.$$



Potenčna funkcija z negativnim celim eksponentom

Potenčna funkcija z negatvnim celim eksponentom

Potenčna funkcija z negativnim celim eksponentom je realna funkcija realne spremenljivke, podana s predpisom

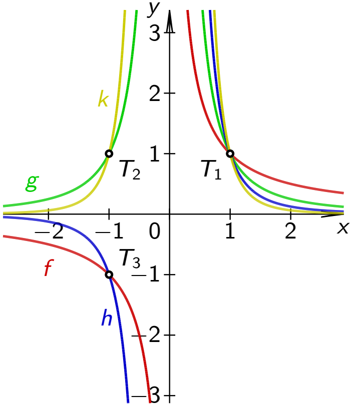
$$f(x) = x^{-n} = \frac{1}{x^n}; \quad n \in \mathbb{R} \setminus \{0\}.$$

$$f(x) = x^{-1}$$

$$g(x) = x^{-2}$$

$$h(x) = x^{-3}$$

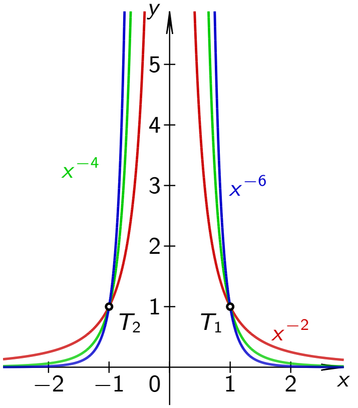
$$k(x) = x^{-4}$$



Lastnosti potenčnih funkcij

Lastnosti potenčnih funkcij z negativnim sodim eksponentom

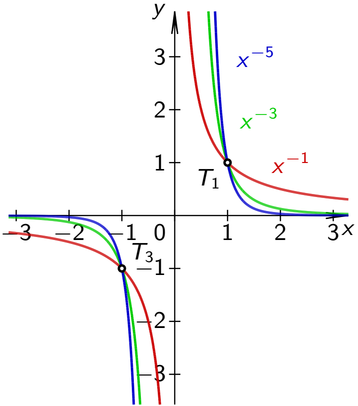
- $D_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$
- $Z_f = (0, \infty)$
- Grafi potekajo skozi točki $T_1(1,1)$ in $T_2(-1,1)$.
- So naraščajoče za $x \in (-\infty, 0)$ in padajoče za $x \in (0, \infty)$.
- So sode – grafi so simetrični glede na ordinatno os.
- So konveksne za $x \in (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$.
- Nimajo ničel.
- $x = 0$ je navpična asimptota, $y = 0$ je vodoravna asimptota.



Lastnosti potenčnih funkcij

Lastnosti potenčnih funkcij z negativnim lihim eksponentom

- $D_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$
- $Z_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$
- Grafi potekajo skozi točki $T_1(1, 1)$ in $T_3(-1, -1)$.
- So padajoče za $x \in (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$.
- So lihe – grafi so simetrični glede na koordinatno izhodišče.
- So konkavne za $x \in (-\infty, 0)$ in konveksne za $x \in (0, \infty)$.
- Nimajo ničel.
- $x = 0$ je navpična asimptota, $y = 0$ je vodoravna asimptota.



Naloga

Katere izmed točk $(0, 5)$, $(-1, \frac{11}{4})$, $(2, -5)$ ležijo na grafu funkcije $f(x) = 2(x-1)^{-3} + 3$?

Naloga

Katere izmed točk $(0,5)$, $(-1,\frac{11}{4})$, $(2,-5)$ ležijo na grafu funkcije $f(x)=2\,(x-1)^{-3}+3$?

Naloga

Naj bo $f(x)=x^{-2}$. Če graf funkcije f premaknemo po navodilu, dobimo graf funkcije g. Zapišite predpis funkcije g, njeno definicijsko območje, zalogo vrednosti, enačbi navpične in vodoravne asimptote, izračunajte ničle ter začetno vrednost in narišite njen graf.

- prmeik za 2 v levo in za 3 navzdol
- premik za 2 v desno in za 1 navzdol
- premik za 1 v desno in za 2 navzgor
- premik za 2 v levo in zrcaljenje čez ordinatno os
- premik za 2 v levo in zrcaljenje čez abscisno os
- premik za 2 navzgor, razteg za faktor 0.5 in zrcaljenje čez abscisno os

Naloga

Naj bo $f(x) = x^{-3}$. Če graf funkcije f premaknemo po navodilu, dobimo graf funkcije g. Zapišite predpis funkcije g, njeno definicijsko območje, zalogo vrednosti, enačbi navpične in vodoravne asimptote, izračunajte ničle ter začetno vrednost in narišite njen graf.

- za 2 v levo in za 3 navzdol
- za 2 v desno in za 1 navzdol
- za 1 v levo in za 2 navzgor
- za 2 v levo in zrcaljenje čez abscisno os
- za 2 v levo in zrcaljenje čez ordinatno os
- za 3 navzdol in zrcaljenje čez abscisno os
- premik za 1 navzgor in zrcaljenje čez koordinatno izhodišče

Naloga

Graf funkcije g smo dobili s togim premikom grafa funkcije $f(x) = x^{-2}$. Zapišite vektor premika ter enačbi navpične in vodoravne asimptote.

- $g(x) = (x-3)^{-2} + 1$
- $g(x) = (x-2)^{-2} - 1$
- $g(x) = (x+3)^{-2} + 4$
- $g(x) = (x+1)^{-2} - 5$

Naloga

Graf funkcije g smo dobili s togim premikom grafa funkcije $f(x) = x^{-2}$. Zapišite vektor premika ter enačbi navpične in vodoravne asimptote.

- $g(x) = (x-3)^{-2} + 1$
- $g(x) = (x-2)^{-2} - 1$
- $g(x) = (x+3)^{-2} + 4$
- $g(x) = (x+1)^{-2} - 5$

Naloga

Izračunajte presečišče grafa dane funkcije f in dane premice.

- $f(x) = (x-3)^{-1} - 2$ in $y = -1$
- $f(x) = 2(x-1)^{-2} + 4$ in $y = 6$
- $f(x) = -\frac{1}{2}x^{-2} + 3$ in $y = 1$

Naloga

Naj bo $f(x) = x^{-1}$. Zapišite predpis funkcije g in narišite njen graf.

- $g(x) = f(x-2)$
- $g(x) = f(x+1)$
- $g(x) = f(x)+1$
- $g(x) = f(x)-2$
- $g(x) = f(x+2)-1$
- $g(x) = -f(x)+1$
- $g(x) = -f(x-2)+1$
- $g(x) = |f(x)-1|$
- $g(x) = 2f(x)$
- $g(x) = f(|x|)+1$

Naloga

Naj bo $f(x) = x^{-2}$. Zapišite predpis funkcije g in narišite njen graf.

- $g(x) = f(x-2)$
- $g(x) = f(x+1)$
- $g(x) = f(x)+1$
- $g(x) = f(x)-2$
- $g(x) = f(x+2)-3$
- $g(x) = -f(x)+1$
- $g(x) = -f(x-2)+1$
- $g(x) = |f(x)-1|$
- $g(x) = 2f(x)$
- $g(x) = f(|x|)+1$

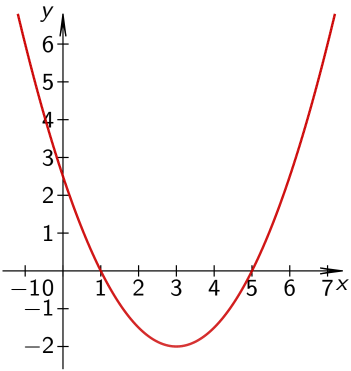
Naloga

Dana je funkcija $f(x)$. Narišite graf funkcije $g(x)$.

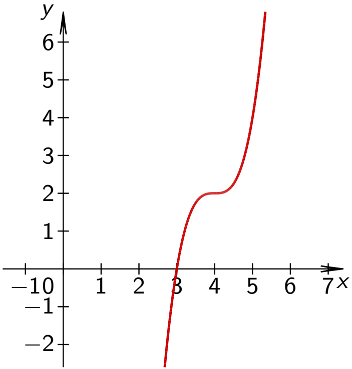
- $f(x) = x^{-1}$, $g(x) = -f(x)$
- $f(x) = x^{-2}$, $g(x) = 0.5f(x)$
- $f(x) = x^2$ $g(x) = -f(x-1)$
- $f(x) = x^3$, $g(x) = -2f(x)$
- $f(x) = x^{-2}$, $g(x) = 2f(x+1)$
- $f(x) = x^{-1}$, $g(x) = 3f(x-2) - 1$
- $f(x) = x^3$, $g(x) = 2f(x+1) + 3$

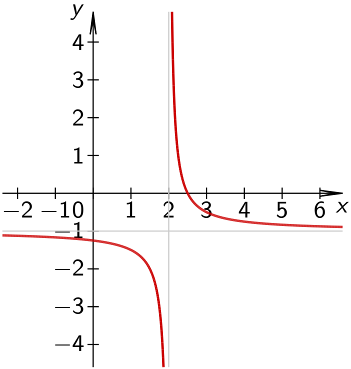
Naloga

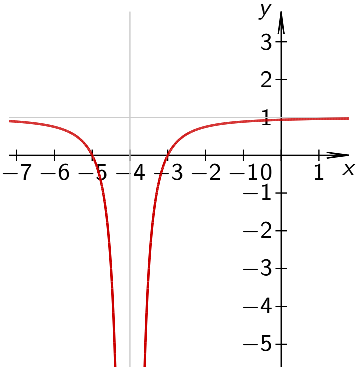
Graf ene od potenčnih funkcij (x^2, x^3, x^{-1}, x^{-2}) smo raztegnili v smeri ordinatne osi in ga premaknili v smeri abscisne ter ordinatne osi in tako dobili graf na sliki. Zapišite funkcijo, katere graf je narisan. Z grafa razberite, če je mogoče, definicijsko območje, ničle, začetno vrednost in interval, kjer funkcija narašča. Ali je funkcija injektivna?



Naloga


y
6
5
4
3
2
1
−1
−2
−1 0 1 2 3 4 5 6 7 x


y
4
3
2
1
−1
−2
−3
−4
−2 −1 0 1 2 3 4 5 6 x


y
3
2
1
−1
−2
−3
−4
−5
−7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 0 1 x

Section 3

Korenska funkcija

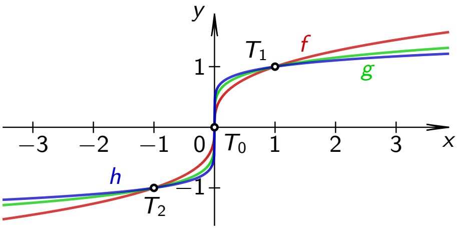
1. Funkcije
2. Potenčna funkcija
3. Korenska funkcija
   - Korenska funkcija z lihim korenskim eksponentom
   - Korenska funkcija s sodim korenskim eksponentom

Korenska funkcija z lihim korenskim eksponentom

Korenska funkcija z lihim korenskim eksponentom

Korenska funkcija z lihim korenskim eksponentom

Vse potenčne funkcije z lihim naravnim eksponentom $f(x) = x^{2k+1}; k \in \mathbb{N}$ so bijektivne, zato jim lahko priredimo inverzne funkcije – to so **korenske funkcije z lihim korenskim eksponentom**,

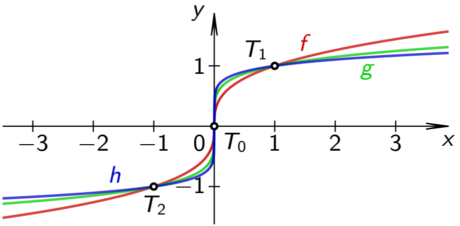


Korenska funkcija z lihim korenskim eksponentom

Korenska funkcija z lihim korenskim eksponentom

Vse potenčne funkcije z lihim naravnim eksponentom $f(x) = x^{2k+1}$; $k \in \mathbb{N}$ so bijektivne, zato jim lahko priredimo inverzne funkcije – to so **korenske funkcije z lihim korenskim eksponentom**, podane s predpisom

$$f^{-1}(x) = \sqrt[2k+1]{x}; \quad k \in \mathbb{N}.$$

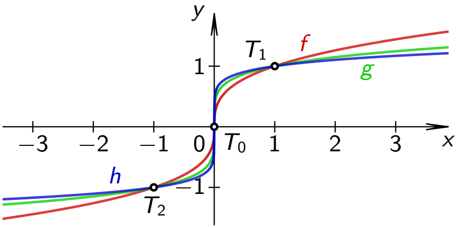


Korenska funkcija z lihim korenskim eksponentom

Korenska funkcija z lihim korenskim eksponentom

Vse potenčne funkcije z lihim naravnim eksponentom $f(x) = x^{2k+1}$; $k \in \mathbb{N}$ so bijektivne, zato jim lahko priredimo inverzne funkcije – to so **korenske funkcije z lihim korenskim eksponentom**, podane s predpisom

$$f^{-1}(x) = \sqrt[2k+1]{x}; \quad k \in \mathbb{N}.$$



$f(x) = \sqrt[3]{x}$

$g(x) = \sqrt[5]{x}$

$h(x) = \sqrt[7]{x}$

Lastnosti korenskih funkcij

Lastnosti korenskih funkcij z lihim korenskim eksponentom

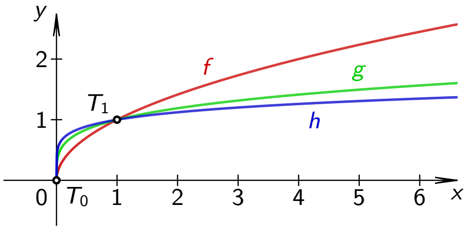
- $D_f = \mathbb{R}$
- $Z_f = \mathbb{R}$
- So naraščajoče za vse $x \in \mathbb{R}$.
- Grafi potekajo skozi točke $T_0(0,0)$, $T_1(1,1)$ in $T_2(-1,-1)$.
- So negativne za $x \in (-\infty, 0)$ in pozitivne za $x \in (0, \infty)$.
- So neomejene.
- So lihe – grafi so simetrični glede na koordinatno izhodišče.
- So konveksne za $x \in (-\infty, 0)$ in konkavne za $x \in (0, \infty)$.
- Imajo ničlo pri $x = 0$.
- Tangenta na krivuljo v ničli je ordinatna os.

Korenska funkcija z lihim korenskim eksponentom

Korenska funkcija z lihim korenskim eksponentom

Korenska funkcija s sodim korenskim eksponentom

Ptenčne funkcije s sodim naravnim eksponentom $f(x) = x^{2k}; k \in \mathbb{N}$ niso bijektivne. Če jim hočemo prirediti inverzne funkcije, moramo skrčiti definicijsko območje na interval $[0, \infty)$. Tako dobimo **korenske funkcije s sodim korenskim eksponentom**,

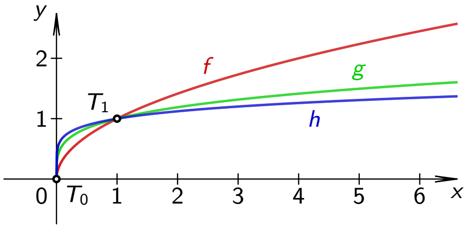


Korenska funkcija z lihim korenskim eksponentom

Korenska funkcija s sodim korenskim eksponentom

Ptenčne funkcije s sodim naravnim eksponentom $f(x) = x^{2k}; k \in \mathbb{N}$ niso bijektivne. Če jim hočemo prirediti inverzne funkcije, moramo skrčiti definicijsko območje na interval $[0, \infty)$. Tako dobimo **korenske funkcije s sodim korenskim eksponentom**, podane s predpisom

$$f^{-1}(x) = \sqrt[2k]{x}; \quad k \in \mathbb{N}.$$

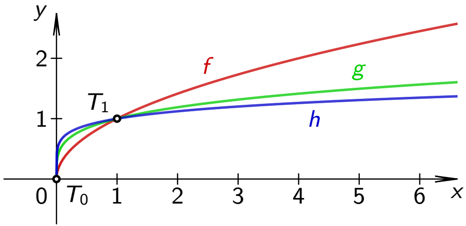


Korenska funkcija z lihim korenskim eksponentom

Korenska funkcija s sodim korenskim eksponentom

Ptenčne funkcije s sodim naravnim eksponentom $f(x) = x^{2k}; k \in \mathbb{N}$ niso bijektivne. Če jim hočemo prirediti inverzne funkcije, moramo skrčiti definicijsko območje na interval $[0, \infty)$. Tako dobimo **korenske funkcije s sodim korenskim eksponentom**, podane s predpisom

$$f^{-1}(x) = \sqrt[2k]{x}; \quad k \in \mathbb{N}.$$



$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$g(x) = \sqrt[4]{x}$$

$$h(x) = \sqrt[6]{x}$$

Lastnosti korenskih funkcij

Lastnosti korenskih funkcij s sodim korenskim eksponentom

- $D_f = [0, \infty)$
- $Z_f = [0, \infty)$
- So naraščajoče za vse $x \in \mathbb{R}$.
- Grafi potekajo skozi točki $T_0(0, 0)$ in $T_1(1, 1)$.
- So pozitivne za vse $x \in (0, \infty)$.
- So navzdol omejene z $y = 0$ in navzgor neomejene.
- So konkavne za $x \in (0, \infty)$.
- Imajo ničlo pri $x = 0$.
- Tangenta na krivuljo v ničli je ordinatna os.

Naloga

Zapišite definicijsko območje funkcije, izračunajte ničlo in začetno vrednost funkcije ter narišite njen graf.

- $f(x) = \sqrt{x+2}$
- $g(x) = \sqrt{x} - 2$
- $h(x) = \sqrt{x-1} - 3$
- $i(x) = \sqrt{-x}$
- $j(x) = \sqrt{2x-1}$
- $k(x) = 2\sqrt{x+4}$
- $l(x) = \sqrt{8-4x}$
- $m(x) = 1 - \sqrt{4-2x}$
- $n(x) = -\sqrt[3]{x}$
- $o(x) = \sqrt[3]{x-2}$
- $p(x) = \sqrt[3]{x} + 1$
- $q(x) = \sqrt[3]{x-1} - 2$
- $r(x) = \sqrt[3]{|x-2|}$
- $s(x) = |\sqrt{x} - 1|$

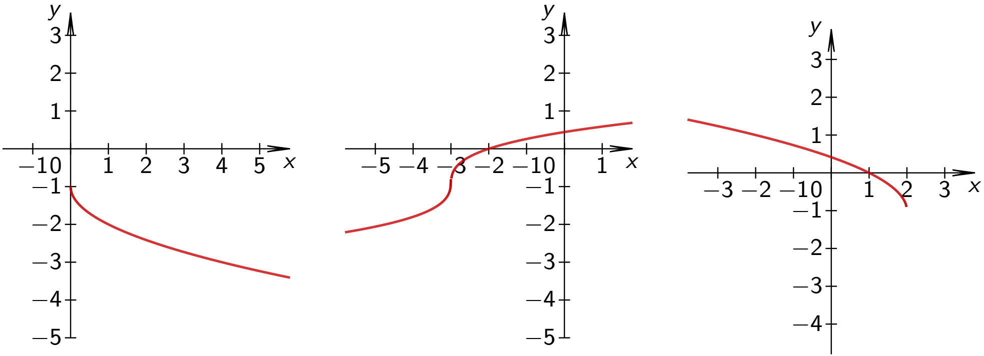
Naloga

Zapišite predpis za funkcijo, katere graf dobimo, če krivuljo $y = \sqrt{x}$ premaknemo in raztegnemo ali skrčimo po navodilih.

- Togo premaknemo za 3 v desno in 1 navzdol.
- Togo premaknemo za 2 v levo in jo skrčimo za faktor 5 v smeri ordinatne osi.
- Togo premaknemo za 4 navzdol in jo zrcalimo čez abscisno os.
- Togo premaknemo za 3 navzgor in jo zrcalimo čez ordinatno os.

Naloga

Zapišite predpis funkcije, katere graf je na sliki.



Naloga

Zapišite predpis inverzne funkcije dani funkciji.

- $$\begin{aligned} f : [0, \infty) &\to (-\infty, 3] \\ x &\mapsto -x^2 + 3 \end{aligned}$$
- $$\begin{aligned} g : [-9, \infty) &\to [-4, \infty) \\ x &\mapsto (x + 9)^2 - 4 \end{aligned}$$
- $$\begin{aligned} h : \mathbb{R} &\to \mathbb{R} \\ x &\mapsto (2x - 11)^3 + 5 \end{aligned}$$
- $$\begin{aligned} i : [23, \infty) &\to [-31, \infty) \\ x &\mapsto 3\,(x - 23)^2 - 31 \end{aligned}$$
- $$\begin{aligned} j : [-1, \infty) &\to [-8, \infty) \\ x &\mapsto \sqrt{x + 1} - 8 \end{aligned}$$
- $$\begin{aligned} k : \mathbb{R} &\to \mathbb{R} \\ x &\mapsto \sqrt[3]{x - 1} - 7 \end{aligned}$$
- $$\begin{aligned} l : [-0.5, \infty) &\to [0, \infty) \\ x &\mapsto 3\sqrt{2x + 1} \end{aligned}$$
- $$\begin{aligned} m : \mathbb{R} &\to \mathbb{R} \\ x &\mapsto 5\sqrt[3]{7x + 12} - 1 \end{aligned}$$