#### MATEMATIKA

1. letnik – splošna gimnazija

#### Jan Kastelic

Fakulteta za matematiko in fiziko, Univerza v Ljubljani

11. april 2024

### Vsebina

- 1 Naravna in cela števila, izrazi, enačbe in neenačbe
- Deljivost, izjave, množice
- Racionalna števila
- Realna števila, statistika
- Pravokotni koordinatni sistem, linearna funkcija

Jan Kastelic (FMF) MATEMATIKA 11. april 2024 2 / 72

#### Section 1

Naravna in cela števila, izrazi, enačbe in neenačbe



3/72

- Naravna in cela števila, izrazi, enačbe in neenačbe
  - Naravna in cela števila
  - Računanje z naravnimi in celimi števili
  - Izraz, enačba, neenačba
  - Računanje s potencami z naravnimi eksponenti
  - Razčlenjevanje izrazov
  - ullet Razstavljanje izrazov v množici  $\mathbb Z$
  - ullet Reševanje linearnih in razcepnih enačb v množici  ${\mathbb Z}$
  - Reševanje linearnih neenačb v množici Z
- Deljivost, izjave, množice
- Racionalna števila



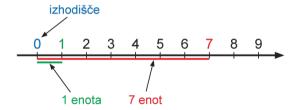
### Naravna števila

#### Množica naravnih števil:

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \ldots\}$$

Naravna števila so števila s katerimi štejemo.

Naravna števila lahko predstavimo s točko na številski premici.



4□ > 4回 > 4 直 > 4 直 > 直 の 9 ○ ○

Jan Kastelic (FMF) MATEMATIKA 11. april 2024 5 / 72

#### Množico naravnih števil definirajo Peanovi aksiomi:

- Vsako naravno število (n) ima svojega naslednika (n+1).
- Število 1 ni naslednik nobenega naravnega števila.
- Različni naravni števili imata različna naslednika:  $(n+1 \neq m+1; n \neq m)$ .
- Če neka trditev velja za vsako naravno število in tudi za njegovega naslednika, velja za vsa naravna števila princip popolne indukcije.

V množici  $\mathbb N$  sta definirani notranji operaciji: **seštevanje** in **množenje**.



6/72

## Seštevanje

Poljubnima naravnima številoma a in b priredimo **vsoto** a + b.

Vsota naravnih števil je naravno število:  $a, b \in \mathbb{N} \Rightarrow a + b \in \mathbb{N}$ .

#### Lastnosti:

- **komutativnost** členov/zakon o zamenjavi členov: a + b = b + a.
- asociativnost členov/zakon o združevanju členov: (a + b) + c = a + (b + c).

<□ > <□ > <□ > <□ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □

7 / 72

## Množenje

Poljubnima naravnima številoma a in b priredimo **produkt**  $a \cdot b$ .

Produkt naravnih števil je naravno število:  $a, b \in \mathbb{N} \Rightarrow a \cdot b \in \mathbb{N}$ .

#### Lastnosti:

- **komutativnost** faktorjev/zakon o zamenjavi faktorjev:  $a \cdot b = b \cdot a$ .
- asociativnost faktorjev/zakon o združevanju faktorjev:  $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$ .
- **distributivnost**/zakon o razčlenjevanju:  $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ .
- zakon o nevtralnem elementu:  $a \cdot 1 = a$ .

<□ > <□ > <□ > <□ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □

8 / 72

### Cela števila

#### Množica celih števil:

$$\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$$

Množica celih števil je definirana kot unija treh množic:

$$\mathbb{Z} = \mathbb{Z}^- \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}^+$$

- množica **pozitivnih celih števil** ( $\mathbb{Z}^+$ ) naravna števila;
- število 0;
- ullet množica **negativnih celih števil** ( $\mathbb{Z}^-$ ) nasprotna števila vseh naravnih števil.

Nasprotno število število a je -a.



Jan Kastelic (FMF) MATEMATIKA 11. april 2024 9 / 72

Poleg seštevanja in množenja je kot notranja operacija množice celih števil definirano še **odštevanje**.

### Odštevanje

Poljubnima naravnima številoma a in b priredimo razliko a - b.

Odštevanje definiramo kot prištevanje nasprotne vrednosti: a-b=a+(-b)

Za odštevanje velja zakon **distributivnosti**:  $a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$ .



10 / 72

#### Računski zakoni

Komutativnostni zakon:

$$a + b = b + a$$
 in  $a \cdot b = b \cdot a$ 

Asociativnostni zakon:

$$a + (b + c) = (a + b) + c$$
 in  $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$ 

Zakon o nevtralnem elementu:

$$a+0=a$$
 in  $a\cdot 1=a$ 

• Zakon o inverznem/nasprotnem elementu:

$$a + (-a) = 0$$

Distributivnostni zakon:

$$a \cdot (b \pm c) = a \cdot b \pm a \cdot c$$

(ロト 4回 ト 4 重 ト 4 重 ト ) 重 り 9 (で)

11 / 72

### Pravila za računanje s celimi števili

• 
$$-(-a) = a$$

- $\mathbf{o} \cdot 0 \cdot a = 0$
- $\bullet$   $-1 \cdot a = -a$
- (-a) + (-b) = -(a+b)
- $\bullet (-a) \cdot b = -(a \cdot b) = a \cdot (-b)$
- $(-a) \cdot (-b) = a \cdot b$



12 / 72

13 / 72

## Računanje z naravnimi in celimi števili

4日 → 4団 → 4 三 → 4 三 → 9 Q ©

 Jan Kastelic (FMF)
 MATEMATIKA
 11. april 2024
 14/72

## Izraz, enačba, neenačba



 Jan Kastelic (FMF)
 MATEMATIKA
 11. april 2024
 15/72

## Računanje s potencami z naravnimi eksponenti

Potenca  $\mathbf{a}^{\mathbf{n}}$ , pri čemer je  $n \in \mathbb{N}$ , je produkt n faktorjev enakih a.



#### Pravila za računanje s potencami:

- $\mathbf{a^n} \cdot \mathbf{b^n} = (\mathbf{ab})^\mathbf{n}$  potenci z enakima eksponentoma zmnožimo tako, da zmnožimo osnovi in prepišemo eksponent
- $oldsymbol{a^m}\cdot oldsymbol{a^n}=oldsymbol{a^{m+n}}$  potenci z enako osnovo zmnožimo tako, da osnovo prepišemo in seštejemo eksponenta
- $(a^n)^m = a^{nm}$  potenco potenciramo tako, da osnovo prepišemo in zmnožimo eksponenta

Jan Kastelic (FMF) MATEMATIKA 11. april 2024 16/72

# Razčlenjevanje izrazov

17 / 72

## Razstavljanje izrazov v množici $\mathbb Z$

18 / 72

## Reševanje linearnih in razcepnih enačb v množici Z

4日 > 4周 > 4 恵 > 4 恵 > ・ 恵 ・ 夕 Q ⊙

19 / 72

## Reševanje linearnih neenačb v množici Z



 Jan Kastelic (FMF)
 MATEMATIKA
 11. april 2024
 20 / 72

### Section 2

Deljivost, izjave, množice



21 / 72

- Naravna in cela števila, izrazi, enačbe in neenačbe
- Deljivost, izjave, množice
  - Relacija deljivosti
  - Pravila za deljivost
  - Praštevila in sestavljena števila
  - Največji skupni delitelj in najmanjši skupni večkratnik
  - Osnovni izrek o deljenju
  - Evklidov algoritem in zveza Dv = ab
  - Številski sestavi
  - Izjave
  - Množice
- Racionalna števila



22 / 72

# Relacija deljivosti



23 / 72

# Pravila za deljivost

24 / 72

Jan Kastelic (FMF) MATEMATIKA

## Praštevila in sestavljena števila

◆□▶ ◆□▶ ◆■▶ ◆■▶ ■ 900

25 / 72

11. april 2024

Jan Kastelic (FMF) MATEMATIKA

# Največji skupni delitelj in najmanjši skupni večkratnik

4日 > 4周 > 4 厘 > 4 厘 > 厘 9 9 9 6

26 / 72

## Osnovni izrek o deljenju

◆□▶ ◆□▶ ◆■▶ ◆■▶ ■ 900

11. april 2024

27 / 72

Jan Kastelic (FMF) MATEMATIKA

## Evklidov algoritem in zveza Dv = ab



28 / 72

# Številski sestavi

Jan Kastelic (FMF) MATEMATIKA

# Izjave

◆ロト ◆団 ト ◆ 恵 ト ◆ 恵 ・ 夕 へ ○

11. april 2024

Jan Kastelic (FMF)

## Množice

◆ロト ◆団 ト ◆ 恵 ト ◆ 恵 ・ 夕 へ ○

Jan Kastelic (FMF) MATEMATIKA

### Section 3

## Racionalna števila



32 / 72

- Naravna in cela števila, izrazi, enačbe in neenačbe
- Deljivost, izjave, množice
- Racionalna števila
  - Številski ulomki
  - Racionalna števila
  - Urejenost racionalnih števil
  - Algebrski ulomki
  - Računanje z ulomki
  - Potence s celimi eksponenti
  - Pravila za računanje s potencami s celimi eksponenti
  - Premo in obratno sorazmerje
  - Odstotki



11. april 2024

# Številski ulomki



34 / 72

## Racionalna števila

◆ロト ◆個 ト ◆ 恵 ト ◆ 恵 ・ り へ ○

11. april 2024

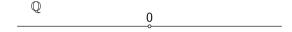
35 / 72

Jan Kastelic (FMF) MATEMATIKA

## Racionalna števila



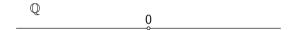
Jan Kastelic (FMF) MATEMATIKA 11. april 2024 36/72





11. april 2024

Jan Kastelic (FMF)



Glede na predznak razdelimo racionalna števila v tri množice:

$$\mathbb{Q} =$$



11. april 2024



Glede na predznak razdelimo racionalna števila v tri množice:

• množico negativnih racionalnih števil Q-,

$$\mathbb{Q} = \mathbb{Q}^-$$



Jan Kastelic (FMF)

36 / 72



Glede na predznak razdelimo racionalna števila v tri množice:

- ullet množico negativnih racionalnih števil  $\mathbb{Q}^-$ ,
- množico z elementom nič:  $\{\mathbf{0}\}$  in

$$\mathbb{Q} = \mathbb{Q}^- \cup \{0\}$$



36 / 72

Jan Kastelic (FMF) MATEMATIKA



Glede na predznak razdelimo racionalna števila v tri množice:

- množico negativnih racionalnih števil Q<sup>-</sup>,
- množico z elementom nič:  $\{\mathbf{0}\}$  in
- množico pozitivnih racionalnih števil: Q<sup>+</sup>.

$$\mathbb{Q} = \mathbb{Q}^- \cup \{0\} \cup \mathbb{Q}^+$$



36 / 72

◆ロ → ← 荷 → ← き → ← ● ・ り へ ○

37 / 72

11. april 2024

Jan Kastelic (FMF) MATEMATIKA

Množica racionalnih števil je **linearno urejena** z relacijo *biti manjši* (<) oziroma *biti večji* (>). Za ulomka  $\frac{a}{b}$  in  $\frac{c}{d}$  ( $b, d \in \mathbb{N}$ ) velja natanko ena izmed treh možnosti:



37 / 72

Množica racionalnih števil je **linearno urejena** z relacijo *biti manjši* (<) oziroma *biti večji* (>). Za ulomka  $\frac{a}{b}$  in  $\frac{c}{d}$  ( $b,d \in \mathbb{N}$ ) velja natanko ena izmed treh možnosti:

• prvi ulomek je večji od drugega  $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$  natanko tedaj, ko je ad > bc;

(ロ) (型) (注) (注) (注) (2) (の)

37 / 72

Množica racionalnih števil je **linearno urejena** z relacijo *biti manjši* (<) oziroma *biti večji* (>). Za ulomka  $\frac{a}{b}$  in  $\frac{c}{d}$  ( $b,d \in \mathbb{N}$ ) velja natanko ena izmed treh možnosti:

- prvi ulomek je večji od drugega  $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$  natanko tedaj, ko je ad > bc;
- ② drugi ulomek je večji od prvega  $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$  natanko tedaj, ko je ad < bc;

37 / 72

Množica racionalnih števil je **linearno urejena** z relacijo *biti manjši* (<) oziroma *biti večji* (>). Za ulomka  $\frac{a}{b}$  in  $\frac{c}{d}$  ( $b,d \in \mathbb{N}$ ) velja natanko ena izmed treh možnosti:

- prvi ulomek je večji od drugega  $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$  natanko tedaj, ko je ad > bc;
- ② drugi ulomek je večji od prvega  $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$  natanko tedaj, ko je ad < bc;
- o ulomka sta enaka  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  natanko tedaj, ko je ad = bc.

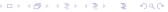


37 / 72

Množica racionalnih števil je **linearno urejena** z relacijo *biti manjši* (<) oziroma *biti večji* (>). Za ulomka  $\frac{a}{b}$  in  $\frac{c}{d}$  ( $b,d \in \mathbb{N}$ ) velja natanko ena izmed treh možnosti:

- prvi ulomek je večji od drugega  $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$  natanko tedaj, ko je ad > bc;
- ② drugi ulomek je večji od prvega  $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$  natanko tedaj, ko je ad < bc;
- o ulomka sta enaka  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  natanko tedaj, ko je ad = bc.

Enaka ulomka predstavljata isto racionalno število.



37 / 72

Jan Kastelic (FMF)

(ロト 4回 ト 4 重 ト 4 重 ト ) 重 り 9 0 0

38 / 72



38 / 72



Slike pozitivnih racionalnih števil ležijo desno, slike negativnih racionalnih števil pa levo od koordinatnega izhodišča.

38 / 72



Slike pozitivnih racionalnih števil ležijo desno, slike negativnih racionalnih števil pa levo od koordinatnega izhodišča.

$$\mathbb{Q}^ \mathbb{Q}^+$$
negativna števila pozitivna števila



38 / 72



Slike pozitivnih racionalnih števil ležijo desno, slike negativnih racionalnih števil pa levo od koordinatnega izhodišča.

$$\mathbb{Q}^ \mathbb{Q}^+$$
negativna števila pozitivna števila

V množici ulomkov velja, da je vsak negativen ulomek manjši od vsakega pozitivnega ulomka.

38 / 72

◆ロ → ← 荷 → ← き → ← ● ・ り へ ○

39 / 72

Monotonost vsote



39 / 72

11. april 2024

Jan Kastelic (FMF) MATEMATIKA

#### Monotonost vsote

Če na obeh straneh neenakosti prištejemo isto število, se neenakost ohrani.



39 / 72

#### Monotonost vsote

Če na obeh straneh neenakosti prištejemo isto število, se neenakost ohrani.

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \quad \Rightarrow \quad \frac{a}{b} + \frac{e}{f} < \frac{c}{d} + \frac{e}{f}$$

ロトオ団トオミトオミト ミ めので

39 / 72

#### Monotonost vsote

Če na obeh straneh neenakosti prištejemo isto število, se neenakost ohrani.

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \quad \Rightarrow \quad \frac{a}{b} + \frac{e}{f} < \frac{c}{d} + \frac{e}{f}$$

ロトオ団トオミトオミト ミ めので

39 / 72

#### Monotonost vsote

Če na obeh straneh neenakosti prištejemo isto število, se neenakost ohrani.

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \quad \Rightarrow \quad \frac{a}{b} + \frac{e}{f} < \frac{c}{d} + \frac{e}{f}$$

#### **Tranzitivnost**



39 / 72

#### Monotonost vsote

Če na obeh straneh neenakosti prištejemo isto število, se neenakost ohrani.

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \quad \Rightarrow \quad \frac{a}{b} + \frac{e}{f} < \frac{c}{d} + \frac{e}{f}$$

#### **Tranzitivnost**

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \quad \wedge \quad \frac{c}{d} < \frac{e}{f} \quad \Rightarrow \quad \frac{a}{b} < \frac{e}{f}$$



39 / 72

40 / 72



40 / 72

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \quad \wedge \quad \frac{e}{f} > 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{e}{f} < \frac{c}{d} \cdot \frac{e}{f}$$

11. april 2024

Jan Kastelic (FMF)

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \quad \wedge \quad \frac{e}{f} > 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{e}{f} < \frac{c}{d} \cdot \frac{e}{f}$$

11. april 2024

Jan Kastelic (FMF)

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \quad \wedge \quad \frac{e}{f} > 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{e}{f} < \frac{c}{d} \cdot \frac{e}{f}$$

Pri množenju neenakosti s negativnim številom se znak neenakosti obrne.



40 / 72

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \quad \wedge \quad \frac{e}{f} > 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{e}{f} < \frac{c}{d} \cdot \frac{e}{f}$$

Pri množenju neenakosti s negativnim številom se znak neenakosti obrne.

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \quad \wedge \quad \frac{e}{f} < 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{e}{f} > \frac{c}{d} \cdot \frac{e}{f}$$

Jan Kastelic (FMF)

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \quad \wedge \quad \frac{e}{f} > 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{e}{f} < \frac{c}{d} \cdot \frac{e}{f}$$

Pri množenju neenakosti s negativnim številom se znak neenakosti obrne.

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \quad \wedge \quad \frac{e}{f} < 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{e}{f} > \frac{c}{d} \cdot \frac{e}{f}$$

Jan Kastelic (FMF)

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \quad \wedge \quad \frac{e}{f} > 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{e}{f} < \frac{c}{d} \cdot \frac{e}{f}$$

Pri množenju neenakosti s negativnim številom se znak neenakosti obrne.

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \quad \wedge \quad \frac{e}{f} < 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{e}{f} > \frac{c}{d} \cdot \frac{e}{f}$$

Pri prehodu na nasprotno vrednost se neenačaj obrne:

Jan Kastelic (FMF) MATEMATIKA

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \quad \wedge \quad \frac{e}{f} > 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{e}{f} < \frac{c}{d} \cdot \frac{e}{f}$$

Pri množenju neenakosti s negativnim številom se znak neenakosti obrne.

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \quad \wedge \quad \frac{e}{f} < 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{e}{f} > \frac{c}{d} \cdot \frac{e}{f}$$

Pri prehodu na nasprotno vrednost se neenačaj obrne:

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \quad \Rightarrow \quad -\frac{a}{b} > -\frac{c}{d}$$

11. april 2024

Jan Kastelic (FMF) MATEMATIKA 11. april 2024 41 / 72 Množica racionalnih števil pa je tudi **delno urejena**, in sicer z relacijo *biti manjši ali enak* ( $\leq$ ) oziroma *biti večji ali enak* ( $\geq$ ). Za ulomka  $\frac{a}{b}$  in  $\frac{c}{d}$  ( $b,d\in\mathbb{N}$ ) velja vsaj ena izmed možnosti:

(ㅁㅏㅓ@ㅏㅓㅌㅏㅓㅌㅏ = - 쒸٩@

41 / 72

Množica racionalnih števil pa je tudi **delno urejena**, in sicer z relacijo *biti manjši ali enak* ( $\leq$ ) oziroma *biti večji ali enak* ( $\geq$ ). Za ulomka  $\frac{a}{b}$  in  $\frac{c}{d}$  ( $b,d\in\mathbb{N}$ ) velja vsaj ena izmed možnosti:

• prvi ulomek je večji ali enak od drugega  $\frac{a}{b} \ge \frac{c}{d}$  natanko tedaj, ko je  $ad \ge bc$ ;

(□▶◀圖▶◀불▶◀불▶ · 불 · 쒸٩@

41 / 72

- prvi ulomek je večji ali enak od drugega  $\frac{a}{b} \ge \frac{c}{d}$  natanko tedaj, ko je  $ad \ge bc$ ;
- ② drugi ulomek je večji ali enak od prvega  $\frac{a}{b} \geq \frac{c}{d}$  natanko tedaj, ko je  $ad \leq bc$ ;

<ロト 4回ト 4 直ト 4 直ト - 直 - 釣り()

41 / 72

- prvi ulomek je večji ali enak od drugega  $\frac{a}{b} \ge \frac{c}{d}$  natanko tedaj, ko je  $ad \ge bc$ ;
- ② drugi ulomek je večji ali enak od prvega  $\frac{a}{b} \ge \frac{c}{d}$  natanko tedaj, ko je  $ad \le bc$ ;

Za (zgornjo) relacijo delne urejenosti veljajo naslednje lastnosti:



41 / 72

- prvi ulomek je večji ali enak od drugega  $\frac{a}{b} \ge \frac{c}{d}$  natanko tedaj, ko je  $ad \ge bc$ ;
- ② drugi ulomek je večji ali enak od prvega  $\frac{a}{b} \ge \frac{c}{d}$  natanko tedaj, ko je  $ad \le bc$ ;

Za (zgornjo) relacijo delne urejenosti veljajo naslednje lastnosti:

•  $\frac{a}{b} \leq \frac{a}{b}$  - refleksivnost;



41 / 72

- prvi ulomek je večji ali enak od drugega  $\frac{a}{b} \ge \frac{c}{d}$  natanko tedaj, ko je  $ad \ge bc$ ;
- ② drugi ulomek je večji ali enak od prvega  $\frac{a}{b} \ge \frac{c}{d}$  natanko tedaj, ko je  $ad \le bc$ ;

Za (zgornjo) relacijo delne urejenosti veljajo naslednje lastnosti:

- $\frac{a}{b} \leq \frac{a}{b}$  refleksivnost;
- $\frac{a}{b} \le \frac{c}{d} \land \frac{c}{d} \le \frac{a}{b} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  antisimetričnost in



41 / 72

- prvi ulomek je večji ali enak od drugega  $\frac{a}{b} \ge \frac{c}{d}$  natanko tedaj, ko je  $ad \ge bc$ ;
- ② drugi ulomek je večji ali enak od prvega  $\frac{a}{b} \ge \frac{c}{d}$  natanko tedaj, ko je  $ad \le bc$ ;

Za (zgornjo) relacijo delne urejenosti veljajo naslednje lastnosti:

- $\frac{a}{b} \leq \frac{a}{b}$  refleksivnost;
- $\frac{a}{b} \le \frac{c}{d} \land \frac{c}{d} \le \frac{a}{b} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  antisimetričnost in
- $\frac{a}{b} \le \frac{c}{d} \land \frac{c}{d} \le \frac{e}{f} \Rightarrow \frac{a}{b} \le \frac{e}{f}$  tranzitivnost.



41 / 72

## Algebrski ulomki

◆ロト ◆園 ト ◆ 恵 ト ◆ 恵 ・ り へ ⊙

## Računanje z ulomki



11. april 2024

43 / 72

## Potence s celimi eksponenti

◆ロト ◆御 ト ◆ 恵 ト ◆ 恵 ・ 夕 へ ○

## Pravila za računanje s celimi eksponenti

◆□▶ ◆□▶ ◆■▶ ◆■▶ ● 夕○○

45 / 72

### Premo in obratno sorazmerje



46 / 72

### Odstotki



47 / 72

#### Section 4

## Realna števila, statistika



48 / 72

- Naravna in cela števila, izrazi, enačbe in neenačbe
- Deljivost, izjave, množice
- Racionalna števila
- Realna števila, statistika
  - Realna števila
  - Kvadratni in kubični koren
  - Intervali
  - Absolutna vrednost
  - Sistem linearnih enačb
  - Obravnavanje linearnih enačb, neenačb, sistemov
  - Absolutna in relativna napaka



11. april 2024

Jan Kastelic (FMF)

### Realna števila

50 / 72

### Kvadratni in kubični koren

◆□▶ ◆□▶ ◆■▶ ◆■▶ ■ 900

51 / 72

(b) 
$$4\sqrt{8} - \left(2\sqrt{5} + 3\sqrt{8}\right)\sqrt{10}$$

(b) 
$$4\sqrt{8} - (2\sqrt{5} + 3\sqrt{8})\sqrt{10}$$

$$\left(\check{c}\right)\;\left(5\sqrt{3}+2\sqrt{27}\right)\left(\sqrt{5}-4\sqrt{12}+\sqrt{147}\right)$$

(b) 
$$4\sqrt{8} - (2\sqrt{5} + 3\sqrt{8})\sqrt{10}$$

$$\left( \breve{c} \right) \; \left( 5\sqrt{3} + 2\sqrt{27} \right) \left( \sqrt{5} - 4\sqrt{12} + \sqrt{147} \right)$$

$$\left(g\right)\ 8\sqrt{3}\left(\sqrt{2}-1\right)-\left(\sqrt{5}+2\sqrt{6}\right)\left(4-2\sqrt{2}\right)$$

(b) 
$$4\sqrt{8} - (2\sqrt{5} + 3\sqrt{8})\sqrt{10}$$

$$\left( \breve{c} \right) \; \left( 5\sqrt{3} + 2\sqrt{27} \right) \left( \sqrt{5} - 4\sqrt{12} + \sqrt{147} \right)$$

$$\text{(g) }8\sqrt{3}\left(\sqrt{2}-1\right)-\left(\sqrt{5}+2\sqrt{6}\right)\left(4-2\sqrt{2}\right)$$

(j) 
$$(2-4\sqrt{3})\cdot 3\sqrt{2}-(2\sqrt{2}-3\sqrt{3})^2$$

(b) 
$$4\sqrt{8} - (2\sqrt{5} + 3\sqrt{8})\sqrt{10}$$

$$\left(\breve{c}\right)\ \left(5\sqrt{3}+2\sqrt{27}\right)\left(\sqrt{5}-4\sqrt{12}+\sqrt{147}\right)$$

(g) 
$$8\sqrt{3}(\sqrt{2}-1)-(\sqrt{5}+2\sqrt{6})(4-2\sqrt{2})$$

(j) 
$$(2-4\sqrt{3})\cdot 3\sqrt{2}-(2\sqrt{2}-3\sqrt{3})^2$$

(I) 
$$(3-2\sqrt{2})^3 - (\sqrt{8}-5\sqrt{2})(-3\sqrt{2})$$

(b) 
$$4\sqrt{8} - (2\sqrt{5} + 3\sqrt{8})\sqrt{10}$$

$$\left(\breve{c}\right)\ \left(5\sqrt{3}+2\sqrt{27}\right)\left(\sqrt{5}-4\sqrt{12}+\sqrt{147}\right)$$

$$\text{(g) }8\sqrt{3}\left(\sqrt{2}-1\right)-\left(\sqrt{5}+2\sqrt{6}\right)\left(4-2\sqrt{2}\right)$$

(j) 
$$(2-4\sqrt{3})\cdot 3\sqrt{2}-(2\sqrt{2}-3\sqrt{3})^2$$

(I) 
$$(3-2\sqrt{2})^3 - (\sqrt{8}-5\sqrt{2})(-3\sqrt{2})$$

(o) 
$$\sqrt{300} - \sqrt{5 - 2\sqrt{6}} \cdot \sqrt{5 + 2\sqrt{6}} + \sqrt{5^4}$$

(b) 
$$4\sqrt{8} - (2\sqrt{5} + 3\sqrt{8})\sqrt{10}$$

$$\left(\breve{c}\right)\ \left(5\sqrt{3}+2\sqrt{27}\right)\left(\sqrt{5}-4\sqrt{12}+\sqrt{147}\right)$$

(g) 
$$8\sqrt{3}\left(\sqrt{2}-1\right)-\left(\sqrt{5}+2\sqrt{6}\right)\left(4-2\sqrt{2}\right)$$

(j) 
$$(2-4\sqrt{3})\cdot 3\sqrt{2}-(2\sqrt{2}-3\sqrt{3})^2$$

(I) 
$$(3-2\sqrt{2})^3 - (\sqrt{8}-5\sqrt{2})(-3\sqrt{2})$$

(o) 
$$\sqrt{300} - \sqrt{5 - 2\sqrt{6}} \cdot \sqrt{5 + 2\sqrt{6}} + \sqrt{5^4}$$

(r) 
$$\sqrt{5\sqrt{3}-5} \cdot \sqrt{2\sqrt{3}+2} - (\sqrt{5})^3$$

(b) 
$$4\sqrt{8} - (2\sqrt{5} + 3\sqrt{8})\sqrt{10}$$

$$\left(\breve{c}\right)\ \left(5\sqrt{3}+2\sqrt{27}\right)\left(\sqrt{5}-4\sqrt{12}+\sqrt{147}\right)$$

(g) 
$$8\sqrt{3}\left(\sqrt{2}-1\right)-\left(\sqrt{5}+2\sqrt{6}\right)\left(4-2\sqrt{2}\right)$$

(j) 
$$(2-4\sqrt{3}) \cdot 3\sqrt{2} - (2\sqrt{2}-3\sqrt{3})^2$$

(I) 
$$(3-2\sqrt{2})^3 - (\sqrt{8}-5\sqrt{2})(-3\sqrt{2})$$

(o) 
$$\sqrt{300} - \sqrt{5 - 2\sqrt{6}} \cdot \sqrt{5 + 2\sqrt{6}} + \sqrt{5^4}$$

(r) 
$$\sqrt{5\sqrt{3}-5} \cdot \sqrt{2\sqrt{3}+2} - (\sqrt{5})^3$$

(u) 
$$(\sqrt{17}-3)\sqrt{26+6\sqrt{17}}-\sqrt{2}(\sqrt{2}+\sqrt{6})$$

### Intervali



11. april 2024

Jan Kastelic (FMF)

### Absolutna vrednost



#### Sistem linearnih enačb

11. april 2024

55 / 72

### Obravnavanje linearnih enačb, neenačb, sistemov

<ロ > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 る の へ ○ < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回

56 / 72

### Absolutna in relativna napaka



57 / 72

MATEMATIKA

### **Sredine**



Jan Kastelic (FMF)

## Razpršenost podatkov

◆□▶◆問▶◆臣▶◆臣▶ 臣 めの○

59 / 72

### Prikazi



11. april 2024

Jan Kastelic (FMF)

#### Section 5

Pravokotni koordinatni sistem, linearna funkcija



61 / 72

- Naravna in cela števila, izrazi, enačbe in neenačbe
- 2 Deljivost, izjave, množice
- Racionalna števila
- 4 Realna števila, statistika
- 🏮 Pravokotni koordinatni sistem, linearna funkcija
  - Pravokotni koordinatni sistem
  - Razdalja med točkama in razpolovišče daljice
  - Ploščina trikotnika
  - Osnovno o funkcijah
  - Linearna funkcija in premica



62 / 72

#### Pravokotni koordinatni sistem

◆□▶ ◆□▶ ◆■▶ ◆■▶ ■ 900

63 / 72

### Razdalja med točkama in razpolovišče daljice



 Jan Kastelic (FMF)
 MATEMATIKA
 11. april 2024
 64 / 72

### Ploščina trikotnika

◆ロ → ← 荷 → ← き → ← ● ・ り へ ○

Jan Kastelic (FMF) MATEMATIKA 11. april 2024 65/72

## Osnovno o funkcijah



 Jan Kastelic (FMF)
 MATEMATIKA
 11. april 2024
 66 / 72

## Linearna funkcija in premica

4日 > 4団 > 4 団 > 4 団 > 1 目 り 9 0 0

67 / 72

## Oblike enačbe premice

◆ロト ◆問 ト ◆ 豆 ト ◆ 豆 ・ 夕 Q Q

68 / 72

# Presešišče premic



69 / 72

#### Sistem linearnih neenačb



 Jan Kastelic (FMF)
 MATEMATIKA
 11. april 2024
 70 / 72

## Modeliranje z linearno funkcijo

4□ > 4□ > 4 = > 4 = > = 900

71 / 72

## (i) Linearno programiranje

4 ロ ト 4 回 ト 4 直 ト 4 直 ・ 9 Q @

72 / 72