17.2 Potenčna funkcija z negativnim celim eksponentom

Potenčna funkcija z negativnim celim eksponentom je realna funkcija realne spremenljivke, podana s predpisom

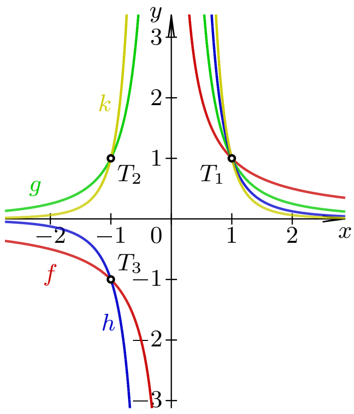
$$f(x) = x^{-n} = \frac{1}{x^n}; \quad n \in \mathbb{R}\backslash\{0\}.$$

$f(x) = x^{-1}$

$g(x) = x^{-2}$

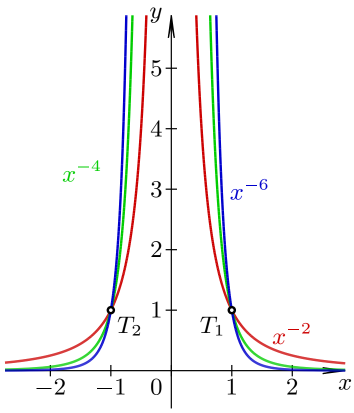
$h(x) = x^{-3}$

$k(x) = x^{-4}$



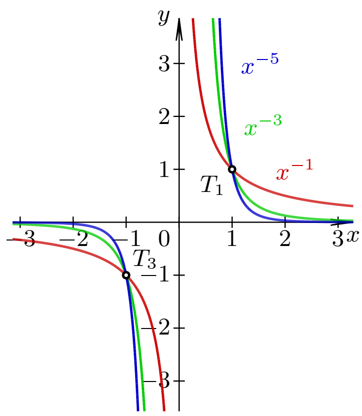
Lastnosti potenčnih funkcij z negativnim sodim eksponentom

- $D_f = \mathbb{R}\backslash\{0\}$
- $Z_f = (0, \infty)$
- Grafi potekajo skozi točki $T_1(1,1)$ in $T_2(-1,1)$.
- So naraščajoče za $x \in (-\infty, 0)$ in padajoče za $x \in (0, \infty)$.
- So sode – grafi so simetrični glede na ordinatno os.
- So konveksne za $x \in (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$.
- Nimajo ničel.
- $x = 0$ je navpična asimptota, $y = 0$ je vodoravna asimptota.



Lastnosti potenčnih funkcij z negativnim lihim eksponentom

- $D_f = \mathbb{R}\backslash\{0\}$
- $Z_f = \mathbb{R}\backslash\{0\}$
- Grafi potekajo skozi točki $T_1(1,1)$ in $T_3(-1,-1)$.
- So padajoče za $x \in (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$.
- So lihe – grafi so simetrični glede na koordinatno izhodišče.
- So konkavne za $x \in (-\infty, 0)$ in konveksne za $x \in (0, \infty)$.
- Nimajo ničel.
- $x = 0$ je navpična asimptota, $y = 0$ je vodoravna asimptota.



Naloga 17.13. *Katere izmed točk* $(0,5)$, $(-1, \frac{11}{4})$, $(2,-5)$ *ležijo na grafu funkcije* $f(x) = 2\,(x-1)^{-3} + 3$*?*

Naloga 17.14. *Naj bo* $f(x) = x^{-2}$*. Če graf funkcije* f *premaknemo po navodilu, dobimo graf funkcije* g*. Zapišite predpis funkcije* g*, njeno definicijsko območje, zalogo vrednosti, enačbi navpične in vodoravne asimptote, izračunajte ničle ter začetno vrednost in narišite njen graf.*

- *prmeik za* 2 *v levo in za* 3 *navzdol*
- *premik za* 2 *v desno in za* 1 *navzdol*
- *premik za* 1 *v desno in za* 2 *navzgor*
- *premik za* 2 *v levo in zrcaljenje čez ordinatno os*
- *premik za* 2 *v levo in zrcaljenje čez abscisno os*
- *premik za* 2 *navzgor, razteg za faktor* 0.5 *in zrcaljenje čez abscisno os*

Naloga 17.15. *Naj bo* $f(x) = x^{-3}$*. Če graf funkcije* f *premaknemo po navodilu, dobimo graf funkcije* g*. Zapišite predpis funkcije* g*, njeno definicijsko območje, zalogo vrednosti, enačbi navpične in vodoravne asimptote, izračunajte ničle ter začetno vrednost in narišite njen graf.*

- *za* 2 *v levo in za* 3 *navzdol*
- *za* 2 *v desno in za* 1 *navzdol*
- *za* 1 *v levo in za* 2 *navzgor*
- *za* 2 *v levo in zrcaljenje čez abscisno os*
- *za* 2 *v levo in zrcaljenje čez ordinatno os*
- *za* 3 *navzdol in zrcaljenje čez abscisno os*
- *premik za* 1 *navzgor in zrcaljenje čez koordinatno izhodišče*

Naloga 17.16. *Graf funkcije* g *smo dobili s togim premikom grafa funkcije* $f(x) = x^{-2}$*. Zapišite vektor premika ter enačbi navpične in vodoravne asimptote.*

- $g(x) = (x-3)^{-2} + 1$
- $g(x) = (x-2)^{-2} - 1$
- $g(x) = (x+3)^{-2} + 4$
- $g(x) = (x+1)^{-2} - 5$

Naloga 17.17. *Izračunajte presečišče grafa dane funkcije* f *in dane premice.*

- $f(x) = (x-3)^{-1} - 2$ *in* $y = -1$
- $f(x) = 2\,(x-1)^{-2} + 4$ *in* $y = 6$
- $f(x) = -\frac{1}{2}x^{-2} + 3$ *in* $y = 1$

Naloga 17.18. *Naj bo* $f(x) = x^{-1}$*. Zapišite predpis funkcije* g *in narišite njen graf.*

- $g(x) = f(x-2)$
- $g(x) = f(x+1)$
- $g(x) = f(x) + 1$
- $g(x) = f(x) - 2$
- $g(x) = f(x+2) - 1$
- $g(x) = -f(x) + 1$
- $g(x) = -f(x-2) + 1$
- $g(x) = |f(x) - 1|$
- $g(x) = 2f(x)$
- $g(x) = f(|x|) + 1$

Naloga 17.19. *Naj bo* $f(x) = x^{-2}$*. Zapišite predpis funkcije* g *in narišite njen graf.*

- $g(x) = f(x-2)$
- $g(x) = f(x+1)$
- $g(x) = f(x) + 1$
- $g(x) = f(x) - 2$
- $g(x) = f(x+2) - 3$
- $g(x) = -f(x) + 1$
- $g(x) = -f(x-2) + 1$
- $g(x) = |f(x) - 1|$
- $g(x) = 2f(x)$
- $g(x) = f(|x|) + 1$

Naloga 17.20. *Dana je funkcija* $f(x)$*. Narišite graf funkcije* $g(x)$*.*

- $f(x) = x^{-1}$, $g(x) = -f(x)$
- $f(x) = x^{-2}$, $g(x) = 0.5f(x)$
- $f(x) = x^{2}$ $g(x) = -f(x-1)$
- $f(x) = x^{3}$, $g(x) = -2f(x)$
- $f(x) = x^{-2}$, $g(x) = 2f(x+1)$
- $f(x) = x^{-1}$, $g(x) = 3f(x-2) - 1$
- $f(x) = x^{3}$, $g(x) = 2f(x+1) + 3$

Naloga 17.21. *Graf ene od potenčnih funkcij (x^2, x^3, x^{-1}, x^{-2}) smo raztegnili v smeri ordinatne osi in ga premaknili v smeri abscisne ter ordinatne osi in tako dobili graf na sliki. Zapišite funkcijo, katere graf je narisan. Z grafa razberite, če je mogoče, definicijsko območje, ničle, začetno vrednost in interval, kjer funkcija narašča. Ali je funkcija injektivna?*