## MATEMATIKA

1. letnik – splošna gimnazija

Jan Kastelic

Gimnazija Antona Aškerca, Šolski center Ljubljana

10. november 2024

1/86

## Vsebina

- Naravna in cela števila
- Potence in izrazi

2/86

## Section 1

## Naravna in cela števila



3/86

- Naravna in cela števila
  - Naravna števila
  - Cela števila
  - Urejenost naravnih in celih števil
- Potence in izrazi

4/86



Jan Kastelic (GAA)

Množica naravnih števil



Jan Kastelic (GAA)

#### Množica naravnih števil

Naravna števila so števila s katerimi štejemo.



5/86

### Množica naravnih števil

Naravna števila so števila s katerimi štejemo.

$$\mathbb{N}=\{1,2,3,4,\ldots\}$$

5/86

#### Množica naravnih števil

Naravna števila so števila s katerimi štejemo.

$$\mathbb{N} = \{1,2,3,4,\ldots\}$$

Množico naravnih števil definirajo **Peanovi aksiomi**:



5/86

#### Množica naravnih števil

Naravna števila so števila s katerimi štejemo.

$$\mathbb{N} = \{1,2,3,4,\ldots\}$$

Množico naravnih števil definirajo **Peanovi aksiomi**:

• Vsako naravno število n ima svojega **naslednika** n+1.



5 / 86

#### Množica naravnih števil

Naravna števila so števila s katerimi štejemo.

$$\mathbb{N} = \{1,2,3,4,\ldots\}$$

Množico naravnih števil definirajo **Peanovi aksiomi**:

- Vsako naravno število n ima svojega **naslednika** n+1.
- ② Število 1 je naravno število, ki ni naslednik nobenega naravnega števila.

### Množica naravnih števil

Naravna števila so števila s katerimi štejemo.

$$\mathbb{N} = \{\mathbf{1}, \mathbf{2}, \mathbf{3}, \mathbf{4}, \ldots\}$$

Množico naravnih števil definirajo Peanovi aksiomi:

- Vsako naravno število n ima svojega **naslednika** n+1.
- ② Število 1 je naravno število, ki ni naslednik nobenega naravnega števila.
- 3 Različni naravni števili imata različna naslednika:  $n+1 \neq m+1$ ;  $n \neq m$ .

◆□▶◆□▶◆□▶◆□▶ ■ り

5 / 86

#### Množica naravnih števil

Naravna števila so števila s katerimi štejemo.

$$\mathbb{N} = \{\mathbf{1}, \mathbf{2}, \mathbf{3}, \mathbf{4}, \ldots\}$$

Množico naravnih števil definirajo **Peanovi aksiomi**:

- Vsako naravno število n ima svojega **naslednika** n + 1.
- ② Število 1 je naravno število, ki ni naslednik nobenega naravnega števila.
- **3** Različni naravni števili imata različna naslednika:  $n+1 \neq m+1$ ;  $n \neq m$ .
- ① Če neka trditev velja z vsakim naravnim številom tudi za njegovega naslednika, velja za vsa naravna števila. (aksiom/princip popolne indukcije)



6/86





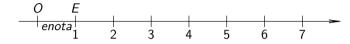
10. november 2024



Vsako število zapišemo s **številko**. Za zapis številke uporabljamo **števke**. Te so 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.



6 / 86



Vsako število zapišemo s **številko**. Za zapis številke uporabljamo **števke**. Te so 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Posamezne števke večmestnega števila od desne proti levi predstavljajo: **enice**, **desetice**, **stotice**, **tisočice**, ...



6 / 86

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

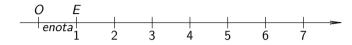


Vsako število zapišemo s **številko**. Za zapis številke uporabljamo **števke**. Te so 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Posamezne števke večmestnega števila od desne proti levi predstavljajo: **enice**, **desetice**, **stotice**, **tisočice**, ...

Število, ki je zapisano s črkovnimi oznakami števk označimo s črto nad zapsiom črkovne oznake.

6 / 86



Vsako število zapišemo s **številko**. Za zapis številke uporabljamo **števke**. Te so 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Posamezne števke večmestnega števila od desne proti levi predstavljajo: **enice**, **desetice**, **stotice**, **tisočice**, ...

Število, ki je zapisano s črkovnimi oznakami števk označimo s črto nad zapsiom črkovne oznake.

$$\overline{xy} = 10x + y$$
  $\overline{xyz} = 100x + 10y + z$ 

6 / 86



Jan Kastelic (GAA)

Seštevanje



Jan Kastelic (GAA)

### Seštevanje

Poljubnima naravnima številoma x in y priredimo **vsoto**  $\mathbf{x} + \mathbf{y}$ .



7/86

# Operacije v množici N

### Seštevanje

Poljubnima naravnima številoma x in y priredimo **vsoto**  $\mathbf{x} + \mathbf{y}$ .

Število x oziroma y imenujemo seštevanec ali sumand ali člen.



7 / 86

### Seštevanje

Poljubnima naravnima številoma x in y priredimo **vsoto**  $\mathbf{x} + \mathbf{y}$ .

Število x oziroma y imenujemo **seštevanec** ali **sumand** ali **člen**.

Število x + y pa imenujemo **vsota** ali **summa**.



7 / 86

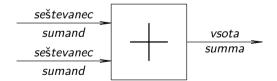
# Operacije v množici ℕ

### Seštevanje

Poljubnima naravnima številoma x in y priredimo **vsoto**  $\mathbf{x} + \mathbf{y}$ .

Število x oziroma y imenujemo **seštevanec** ali **sumand** ali **člen**.

Število x + y pa imenujemo **vsota** ali **summa**.





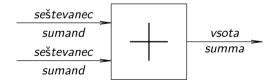
7 / 86

# Operacije v množici ℕ

### Seštevanje

Poljubnima naravnima številoma x in y priredimo **vsoto**  $\mathbf{x} + \mathbf{y}$ .

Število x oziroma y imenujemo **seštevanec** ali **sumand** ali **člen**. Število x + y pa imenujemo **vsota** ali **summa**.



Vsota naravnih števil je naravno število:  $x, y \in \mathbb{N} \Rightarrow x + y \in \mathbb{N}$ .

8/86



Poljubnima naravnima številoma x in y priredimo **produkt**  $\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}$ .



8/86

Poljubnima naravnima številoma x in y priredimo **produkt**  $\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}$ .

Število x oziroma y imenujemo **množenec** ali **faktor**.



8/86

Poljubnima naravnima številoma x in y priredimo **produkt**  $\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}$ .

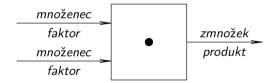
Število x oziroma y imenujemo **množenec** ali **faktor**. Število  $x \cdot y$  pa imenujemo **zmnožek** ali **produkt**.



8 / 86

Poljubnima naravnima številoma x in y priredimo **produkt**  $\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}$ .

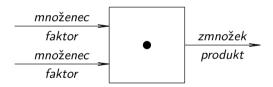
Število x oziroma y imenujemo **množenec** ali **faktor**. Število  $x \cdot y$  pa imenujemo **zmnožek** ali **produkt**.



8 / 86

Poljubnima naravnima številoma x in y priredimo **produkt**  $\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}$ .

Število x oziroma y imenujemo **množenec** ali **faktor**. Število  $x \cdot y$  pa imenujemo **zmnožek** ali **produkt**.

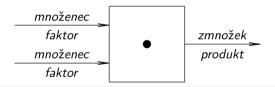


Produkt naravnih števil je naravno število:  $x, y \in \mathbb{N} \Rightarrow x \cdot y \in \mathbb{N}$ .

8 / 86

Poljubnima naravnima številoma x in y priredimo **produkt**  $\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}$ .

Število x oziroma y imenujemo **množenec** ali **faktor**. Število  $x \cdot y$  pa imenujemo **zmnožek** ali **produkt**.



Produkt naravnih števil je naravno število:  $x, y \in \mathbb{N} \Rightarrow x \cdot y \in \mathbb{N}$ .

Število **1** je **nevtralni element** za mmnoženje:  $1 \cdot x = x$ .



Številoma x in y, pri čemer je x večje od y (x > y), priredimo **razliko**  $\mathbf{x} - \mathbf{y}$ .



9/86

Številoma x in y, pri čemer je x večje od y (x > y), priredimo **razliko** x - y.

Število *x* imenujemo **zmanjševanec** ali **minuend**, število *y* pa imenujemo **odštevanec** ali **subtrahend**.



9 / 86

Številoma x in y, pri čemer je x večje od y (x > y), priredimo **razliko** x - y.

Število x imenujemo **zmanjševanec** ali **minuend**, število y pa imenujemo **odštevanec** ali **subtrahend**.

Številu x - y rečemo **razlika** ali **diferenca**.

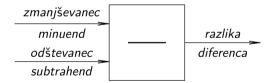


9/86

Številoma x in y, pri čemer je x večje od y (x > y), priredimo **razliko** x - y.

Število x imenujemo **zmanjševanec** ali **minuend**, število y pa imenujemo **odštevanec** ali **subtrahend**.

Številu x - y rečemo **razlika** ali **diferenca**.

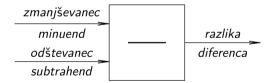


Jan Kastelic (GAA)

Številoma x in y, pri čemer je x večje od y (x > y), priredimo **razliko** x - y.

Število x imenujemo **zmanjševanec** ali **minuend**, število y pa imenujemo **odštevanec** ali **subtrahend**.

Številu x - y rečemo **razlika** ali **diferenca**.



Razlika je število, ki ga moramo prišteti številu y, da dobimo število x.

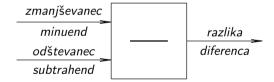
4 D > 4 B > 4 B > 4 B > B 990

9 / 86

Številoma x in y, pri čemer je x večje od y (x > y), priredimo **razliko** x - y.

Število x imenujemo **zmanjševanec** ali **minuend**, število y pa imenujemo **odštevanec** ali **subtrahend**.

Številu x - y rečemo **razlika** ali **diferenca**.



Razlika je število, ki ga moramo prišteti številu y, da dobimo število x.

$$(x - y) + y = x$$

9/86

Seštevanje in množenje sta dvočleni notranji operaciji v množici naravnih števil ℕ.



10/86



10 / 86

Vrstni red operacij



10 / 86

### Vrstni red operacij

Prednost pri računanju imajo oklepaji (najprej najbolj notranji),



10 / 86

### Vrstni red operacij

Prednost pri računanju imajo oklepaji (najprej najbolj notranji), nato sledi množenje,



10 / 86

### Vrstni red operacij

Prednost pri računanju imajo **oklepaji** (najprej najbolj notranji), nato sledi **množenje**, na koncu pa imamo še **seštevanje** in **odštevanje**.

10 / 86

### Vrstni red operacij

Prednost pri računanju imajo **oklepaji** (najprej najbolj notranji), nato sledi **množenje**, na koncu pa imamo še **seštevanje** in **odštevanje**.

Kadar v izrazu nastopajo enakovredne računske operacije, računamo od leve proti desni.



10 / 86

### Vrstni red operacij

Prednost pri računanju imajo **oklepaji** (najprej najbolj notranji), nato sledi **množenje**, na koncu pa imamo še **seštevanje** in **odštevanje**.

Kadar v izrazu nastopajo enakovredne računske operacije, računamo od leve proti desni.

Pri množenju količin, ki so označene s črkovnimi oznakami, piko, ki označuje operacijo množenja ponavadi opustimo.

10 / 86

### Vrstni red operacij

Prednost pri računanju imajo **oklepaji** (najprej najbolj notranji), nato sledi **množenje**, na koncu pa imamo še **seštevanje** in **odštevanje**.

Kadar v izrazu nastopajo enakovredne računske operacije, računamo od leve proti desni.

Pri množenju količin, ki so označene s črkovnimi oznakami, piko, ki označuje operacijo množenja ponavadi opustimo.

$$x \cdot y = xy$$



10 / 86



11/86

Komutativnost seštevanja – zakon o zamenjavi členov



11/86

Komutativnost seštevanja – zakon o zamenjavi členov

$$\mathbf{x} + \mathbf{y} = \mathbf{y} + \mathbf{x}$$



11/86

Komutativnost seštevanja – zakon o zamenjavi členov

$$\mathbf{x} + \mathbf{y} = \mathbf{y} + \mathbf{x}$$

Vsota ni odvisna od vrstnega reda seštevanja.



11/86

Komutativnost seštevanja – zakon o zamenjavi členov

$$x + y = y + x$$

Vsota ni odvisna od vrstnega reda seštevanja.

Asociativnost seštevanja – zakon o poljubnem združevanju členov



11/86

Komutativnost seštevanja – zakon o zamenjavi členov

$$x + y = y + x$$

Vsota ni odvisna od vrstnega reda seštevanja.

Asociativnost seštevanja – zakon o poljubnem združevanju členov

$$(x + y) + z = x + (y + z)$$



11 / 86

Komutativnost seštevanja – zakon o zamenjavi členov

$$x + y = y + x$$

Vsota ni odvisna od vrstnega reda seštevanja.

Asociativnost seštevanja – zakon o poljubnem združevanju členov

$$(x+y)+z=x+(y+z)$$

Vsota več kot dveh sumandov ni odvisna od združevanja po dveh sumandov.



11 / 86



12/86

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = \mathbf{y} \cdot \mathbf{x}$$



12/86

$$\mathbf{x}\cdot\mathbf{y}=\mathbf{y}\cdot\mathbf{x}$$

Produkt ni odvisen od vrstnega reda faktorjev.



12/86

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = \mathbf{y} \cdot \mathbf{x}$$

Produkt ni odvisen od vrstnega reda faktorjev.

Asociativnost množenja – zakon o poljubnem združevanju faktorjev



12 / 86

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = \mathbf{y} \cdot \mathbf{x}$$

Produkt ni odvisen od vrstnega reda faktorjev.

Asociativnost množenja – zakon o poljubnem združevanju faktorjev

$$(\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}) \cdot \mathbf{z} = \mathbf{x} \cdot (\mathbf{y} \cdot \mathbf{z})$$



12 / 86

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = \mathbf{y} \cdot \mathbf{x}$$

Produkt ni odvisen od vrstnega reda faktorjev.

Asociativnost množenja – zakon o poljubnem združevanju faktorjev

$$(\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}) \cdot \mathbf{z} = \mathbf{x} \cdot (\mathbf{y} \cdot \mathbf{z})$$

Produkt več kot dveh sumandov ni odvisen od združevanja faktorjev.



12 / 86

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = \mathbf{y} \cdot \mathbf{x}$$

Produkt ni odvisen od vrstnega reda faktorjev.

Asociativnost množenja – zakon o poljubnem združevanju faktorjev

$$(\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}) \cdot \mathbf{z} = \mathbf{x} \cdot (\mathbf{y} \cdot \mathbf{z})$$

Produkt več kot dveh sumandov ni odvisen od združevanja faktorjev.

Distributivnost – zakon o razčlenjevanju



12 / 86

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = \mathbf{y} \cdot \mathbf{x}$$

Produkt ni odvisen od vrstnega reda faktorjev.

Asociativnost množenja – zakon o poljubnem združevanju faktorjev

$$(\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}) \cdot \mathbf{z} = \mathbf{x} \cdot (\mathbf{y} \cdot \mathbf{z})$$

Produkt več kot dveh sumandov ni odvisen od združevanja faktorjev.

Distributivnost – zakon o razčlenjevanju

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{z} + \mathbf{y} \cdot \mathbf{z} = (\mathbf{x} + \mathbf{y}) \cdot \mathbf{z}$$



12 / 86

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = \mathbf{y} \cdot \mathbf{x}$$

Produkt ni odvisen od vrstnega reda faktorjev.

Asociativnost množenja – zakon o poljubnem združevanju faktorjev

$$(\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}) \cdot \mathbf{z} = \mathbf{x} \cdot (\mathbf{y} \cdot \mathbf{z})$$

Produkt več kot dveh sumandov ni odvisen od združevanja faktorjev.

Distributivnost – zakon o razčlenjevanju

$$\mathbf{x}\cdot\mathbf{z}+\mathbf{y}\cdot\mathbf{z}=(\mathbf{x}+\mathbf{y})\cdot\mathbf{z}$$

Če to beremo iz desne proti levi, rečemu tudi pravilo izpostavljanja skupnega faktorja.

13 / 86

## Naloga

Izračunajte.



Izračunajte.

• 
$$(1+2\cdot7)+3\cdot(2\cdot2+7)$$

• 
$$3 \cdot (2 + 3 \cdot 5) \cdot (2 + 1)$$

• 
$$7 + (2 + 6 \cdot 3) + (8 + 4 \cdot 5)$$

• 
$$11 \cdot 4 + (12 - 6) \cdot 5$$

• 
$$8+2\cdot(3+7)-15$$

• 
$$37 - 5 \cdot (10 - 3)$$

Hitro izračunajte.



Hitro izračunajte.

$$\bullet$$
 45 + 37 + 15

• 
$$108 + 46 - 28$$

$$\bullet \ 5 \cdot 13 \cdot 8$$

• 
$$(7+3) \cdot 2 \cdot 5$$

• 
$$15 \cdot (4+6) \cdot 2$$

• 
$$3 \cdot 5 + 7 \cdot 5$$

• 
$$8 \cdot 12 + 6 \cdot 8$$

Zapišite račun glede na besedilo in izračunajte.



15 / 86

Zapišite račun glede na besedilo in izračunajte.

- Produktu števil 12 in 27 odštejte razliko števil 19 in 11.
- Vsoti produkta 4 in 12 ter produkta 5 in 16 odštejte 8.
- Vsoto števil 42 in 23 pomnožite z razliko števil 58 in 29.
- Produkt števil 14 in 17 pomnožite z vsoto števil 5 in 16.

15 / 86

Rešite besedilno nalogo.



Rešite besedilno nalogo.

• V trgovini kupimo tri litre mleka in štiri čokoladne pudinge v prahu. Če stane liter mleka 95 centov, čokoladni puding v prahu pa 24 centov, koliko moramo plačati?

 Manca bo kuhala rižoto za štiri otroke in šest odraslih. Za otroško porcijo rižote zadošča 45 g riža, za odraslo pa 75 g. Koliko riža mora dati kuhati za rižoto?



Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

Množica celih števil



17 / 86

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 10

#### Množica celih števil

$$\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$$



17 / 86

#### Množica celih števil

$$\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$$

Množica celih števil  $\mathbb Z$  je definirana kot unija treh množic:



17 / 86

#### Množica celih števil

$$\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$$

Množica celih števil  $\mathbb Z$  je definirana kot unija treh množic:

• množica **pozitivnih celih števil** ( $\mathbb{Z}^+$ ) – naravna števila  $\mathbb{N}$ ;



17 / 86

#### Množica celih števil

$$\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$$

Množica celih števil  $\mathbb Z$  je definirana kot unija treh množic:

- množica **pozitivnih celih števil** ( $\mathbb{Z}^+$ ) naravna števila  $\mathbb{N}$ ;
- število 0;



17 / 86

#### Množica celih števil

$$\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$$

Množica celih števil  $\mathbb Z$  je definirana kot unija treh množic:

- množica **pozitivnih celih števil** ( $\mathbb{Z}^+$ ) naravna števila  $\mathbb{N}$ ;
- število 0;
- množica **negativnih celih števil** ( $\mathbb{Z}^-$ ) nasprotna števila vseh naravnih števil.



17 / 86

#### Množica celih števil

$$\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$$

Množica celih števil  $\mathbb{Z}$  je definirana kot unija treh množic:

- množica **pozitivnih celih števil** ( $\mathbb{Z}^+$ ) naravna števila  $\mathbb{N}$ ;
- število 0;
- množica **negativnih celih števil** ( $\mathbb{Z}^-$ ) nasprotna števila vseh naravnih števil.

$$\mathbb{Z} = \mathbb{Z}^- \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}^+$$



17 / 86

#### Množica celih števil

$$\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$$

Množica celih števil  $\mathbb{Z}$  je definirana kot unija treh množic:

- množica **pozitivnih celih števil** ( $\mathbb{Z}^+$ ) naravna števila  $\mathbb{N}$ ;
- število 0;
- množica **negativnih celih števil** ( $\mathbb{Z}^-$ ) nasprotna števila vseh naravnih števil.

$$\mathbb{Z} = \mathbb{Z}^- \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}^+$$

Nasprotna vrednost števila n je število -n.





Jan Kastelic (GAA)

## Seštevanje



18 / 86

## Seštevanje

$$\mathbf{x} + \mathbf{0} = \mathbf{x}; \ \forall x \in \mathbb{Z}$$



## Seštevanje

$$\mathbf{x} + \mathbf{0} = \mathbf{x}; \ \forall \mathbf{x} \in \mathbb{Z}$$

Število 0 je **nevtralni element** pri seštevanju.



18 / 86

## Seštevanje

$$\mathbf{x} + \mathbf{0} = \mathbf{x}; \ \forall x \in \mathbb{Z}$$

Število 0 je **nevtralni element** pri seštevanju.

$$\mathbf{x} + (-\mathbf{x}) = \mathbf{0}; \ \forall x \in \mathbb{Z}$$



18 / 86

## Seštevanje

$$\mathbf{x} + \mathbf{0} = \mathbf{x}; \ \forall \mathbf{x} \in \mathbb{Z}$$

Število 0 je **nevtralni element** pri seštevanju.

$$\mathbf{x} + (-\mathbf{x}) = \mathbf{0}; \ \forall x \in \mathbb{Z}$$

Vsota celega števila in njemu nasprotnega števila je enaka 0.



18 / 86

## Seštevanje

$$\mathbf{x} + \mathbf{0} = \mathbf{x}; \ \forall \mathbf{x} \in \mathbb{Z}$$

Število 0 je **nevtralni element** pri seštevanju.

$$\mathbf{x} + (-\mathbf{x}) = \mathbf{0}; \ \forall x \in \mathbb{Z}$$

Vsota celega števila in njemu nasprotnega števila je enaka 0.

$$-(-\mathbf{x}) = \mathbf{x}; \ \forall x \in \mathbb{Z}$$



18 / 86

### Seštevanje

$$\mathbf{x} + \mathbf{0} = \mathbf{x}; \ \forall x \in \mathbb{Z}$$

Število 0 je nevtralni element pri seštevanju.

$$\mathbf{x} + (-\mathbf{x}) = \mathbf{0}; \ \forall x \in \mathbb{Z}$$

Vsota celega števila in njemu nasprotnega števila je enaka 0.

$$-(-\mathbf{x}) = \mathbf{x}; \ \forall x \in \mathbb{Z}$$

Nasprotna vrednost nasprotne vrednosti je enaka prvotni vrednosti.



$$-\mathbf{x} + (-\mathbf{y}) = -(\mathbf{x} + \mathbf{y})$$



19/86

$$-x + (-y) = -(x + y)$$

Vsota nasprotnih vrednosti je enaka nasprotni vrednosti vsote.



19 / 86

$$-\mathbf{x} + (-\mathbf{y}) = -(\mathbf{x} + \mathbf{y})$$

Vsota nasprotnih vrednosti je enaka nasprotni vrednosti vsote.

Naj bosta x in y naravni števili. Vsota pozitivnega števila x in negativnega števila -y je:



19 / 86

$$-\mathbf{x} + (-\mathbf{y}) = -(\mathbf{x} + \mathbf{y})$$

Vsota nasprotnih vrednosti je enaka nasprotni vrednosti vsote.

Naj bosta x in y naravni števili. Vsota pozitivnega števila x in negativnega števila -y je:

• pozitivno število, če je x > y in



19 / 86

$$-\mathbf{x} + (-\mathbf{y}) = -(\mathbf{x} + \mathbf{y})$$

Vsota nasprotnih vrednosti je enaka nasprotni vrednosti vsote.

Naj bosta x in y naravni števili. Vsota pozitivnega števila x in negativnega števila -y je:

- pozitivno število, če je x > y in
- negativno število, če je x < y.



19 / 86

## Odštevanje



Razlika x - y dveh pozitivnih števil x in y je:



20 / 86

Razlika x - y dveh pozitivnih števil x in y je:

• pozitivno število, če je x > y in



20 / 86

Razlika x - y dveh pozitivnih števil x in y je:

- pozitivno število, če je x > y in
- negativno število, če je x < y.



20 / 86

Razlika x - y dveh pozitivnih števil x in y je:

- pozitivno število, če je x > y in
- negativno število, če je x < y.

Razlika dveh negativnih števil (-x) - (-y) je:



20 / 86

Jan Kastelic (GAA)

Razlika x - y dveh pozitivnih števil x in y je:

- pozitivno število, če je x > y in
- negativno število, če je x < y.

Razlika dveh negativnih števil (-x) - (-y) je:

• pozitvno število, če je x < y in



20 / 86

Razlika x - y dveh pozitivnih števil x in y je:

- pozitivno število, če je x > y in
- negativno število, če je x < y.

Razlika dveh negativnih števil (-x) - (-y) je:

- pozitvno število, če je x < y in
- negativno število, če je x > y.



20 / 86

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

Razlika x - y dveh pozitivnih števil x in y je:

- pozitivno število, če je x > y in
- negativno število, če je x < y.

Razlika dveh negativnih števil (-x) - (-y) je:

- pozitvno število, če je x < y in
- negativno število, če je x > y.

Razlika pozitivnega števila x in negativnega števila -y je pozitvno število.



20 / 86

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

Razlika x - y dveh pozitivnih števil x in y je:

- pozitivno število, če je x > y in
- negativno število, če je x < y.

Razlika dveh negativnih števil (-x) - (-y) je:

- pozitvno število, če je x < y in
- negativno število, če je x > y.

Razlika pozitivnega števila x in negativnega števila -y je pozitvno število.

Odštevanje v množici  $\mathbb{Z}$  je prištevanje nasprotne vrednosti.



20 / 86

Razlika x - y dveh pozitivnih števil x in y je:

- pozitivno število, če je x > y in
- negativno število, če je x < y.

Razlika dveh negativnih števil (-x) - (-y) je:

- pozitvno število, če je x < y in
- negativno število, če je x > y.

Razlika pozitivnega števila x in negativnega števila -y je pozitvno število.

Odštevanje v množici  $\mathbb Z$  je prištevanje nasprotne vrednosti.

$$\mathbf{x} - \mathbf{y} = \mathbf{x} + (-\mathbf{y})$$

20 / 86

Cela števila





10. november 2024

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

$$\mathbf{1} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{x}; \ \forall x \in \mathbb{Z}$$



21/86

$$\mathbf{1} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{x}$$
:  $\forall x \in \mathbb{Z}$ 

Število 1 je **nevtralni element** za množenje.



21 / 86

$$\mathbf{1} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{x}; \ \forall x \in \mathbb{Z}$$

Število 1 je **nevtralni element** za množenje.

$$(-1) \cdot \mathbf{x} = -\mathbf{x}; \ \forall x \in \mathbb{Z}$$



21 / 86

$$\mathbf{1} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{x}; \ \forall x \in \mathbb{Z}$$

Število 1 je **nevtralni element** za množenje.

$$(-1) \cdot \mathbf{x} = -\mathbf{x}; \ \forall \mathbf{x} \in \mathbb{Z}$$

Pri množenju celega števila x z -1 dobimo nasprotno število -x.



21 / 86

$$\mathbf{1} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{x}; \ \forall x \in \mathbb{Z}$$

Število 1 je **nevtralni element** za množenje.

$$(-1) \cdot \mathbf{x} = -\mathbf{x}; \ \forall \mathbf{x} \in \mathbb{Z}$$

Pri množenju celega števila x z -1 dobimo nasprotno število -x.

$$\mathbf{0} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{0}; \ \forall x \in \mathbb{Z}$$



21 / 86

$$\mathbf{1} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{x}; \ \forall x \in \mathbb{Z}$$

Število 1 je **nevtralni element** za množenje.

$$(-1) \cdot \mathbf{x} = -\mathbf{x}; \ \forall x \in \mathbb{Z}$$

Pri množenju celega števila x z -1 dobimo nasprotno število -x.

$$\mathbf{0} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{0}; \ \forall x \in \mathbb{Z}$$

Rezultat množenja števila s številom 0 je enak 0.



21 / 86

Cela števila

22 / 86

$$(-\mathbf{x})(-\mathbf{y}) = \mathbf{x}\mathbf{y}$$



Jan Kastelic (GAA)

$$(-x)(-y) = xy$$



22 / 86

$$(-\mathsf{x})(-\mathsf{y})=\mathsf{x}\mathsf{y}$$

$$-\mathbf{x}\cdot\mathbf{y}=-(\mathbf{x}\mathbf{y})$$



22 / 86

$$(-x)(-y) = xy$$

$$-\mathbf{x}\cdot\mathbf{y}=-(\mathbf{x}\mathbf{y})$$

$$\mathbf{x}(-\mathbf{y}) = -(\mathbf{x}\mathbf{y})$$



22 / 86

$$(-x)(-y) = xy$$

$$-\mathbf{x}\cdot\mathbf{y}=-(\mathbf{x}\mathbf{y})$$

$$\mathbf{x}(-\mathbf{y}) = -(\mathbf{x}\mathbf{y})$$

Produkt pozitivnega in negativnega števila je negativno število.



22 / 86

$$(-x)(-y) = xy$$

$$-\mathbf{x}\cdot\mathbf{y}=-(\mathbf{x}\mathbf{y})$$

$$\mathbf{x}(-\mathbf{y}) = -(\mathbf{x}\mathbf{y})$$

Produkt pozitivnega in negativnega števila je negativno število.

Produkt liho mnogo negativnih faktorjev je negativno število.



22 / 86

$$(-x)(-y) = xy$$

$$-\mathbf{x}\cdot\mathbf{y}=-(\mathbf{x}\mathbf{y})$$

$$\mathbf{x}(-\mathbf{y}) = -(\mathbf{x}\mathbf{y})$$

Produkt pozitivnega in negativnega števila je negativno število.

Produkt liho mnogo negativnih faktorjev je negativno število.

Seštevanje, odštevanje in množenje so v množici  $\mathbb Z$  dvočlene notranje operacije.



22 / 86



23 / 86

Jan Kastelic (GAA)

Komutativnost seštevanja



10. november 2024

#### Komutativnost seštevanja

$$\mathbf{x} + \mathbf{y} = \mathbf{y} + \mathbf{x}$$



Jan Kastelic (GAA)

Komutativnost seštevanja

$$x + y = y + x$$

Asociativnost seštevanja



10. november 2024

Komutativnost seštevanja

$$x + y = y + x$$

Asociativnost seštevanja

$$(x + y) + z = x + (y + z)$$

10. november 2024

Komutativnost seštevanja

$$x + y = y + x$$

Asociativnost seštevanja

$$(x + y) + z = x + (y + z)$$

#### Komutativnost množenja

#### Komutativnost seštevanja

$$x + y = y + x$$

#### Asociativnost seštevanja

$$(x + y) + z = x + (y + z)$$

#### Komutativnost množenja

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = \mathbf{y} \cdot \mathbf{x}$$

Komutativnost seštevanja

$$x + y = y + x$$

Asociativnost seštevanja

$$(x+y)+z=x+(y+z)$$

Komutativnost množenja

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = \mathbf{y} \cdot \mathbf{x}$$

Asociativnost množenja



Komutativnost seštevanja

$$x + y = y + x$$

Asociativnost seštevanja

$$(x + y) + z = x + (y + z)$$

Komutativnost množenja

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = \mathbf{y} \cdot \mathbf{x}$$

Asociativnost množenja

$$(\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}) \cdot \mathbf{z} = \mathbf{x} \cdot (\mathbf{y} \cdot \mathbf{z})$$

Komutativnost seštevanja

$$x + y = y + x$$

Komutativnost množenja

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = \mathbf{y} \cdot \mathbf{x}$$

Asociativnost seštevanja

$$(x + y) + z = x + (y + z)$$

Asociativnost množenja

$$(\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}) \cdot \mathbf{z} = \mathbf{x} \cdot (\mathbf{y} \cdot \mathbf{z})$$

Distributivnost seštevanja in množenja ter odštevanja in množenja



23 / 86

Komutativnost seštevanja

$$x + y = y + x$$

x + y = y + x

Asociativnost seštevanja

$$(x+y)+z=x+(y+z)$$

Komutativnost množenja

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = \mathbf{y} \cdot \mathbf{x}$$

Asociativnost množenja

$$(\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}) \cdot \mathbf{z} = \mathbf{x} \cdot (\mathbf{y} \cdot \mathbf{z})$$

Distributivnost seštevanja in množenja ter odštevanja in množenja

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{z} + \mathbf{y} \cdot \mathbf{z} = (\mathbf{x} + \mathbf{y}) \cdot \mathbf{z}$$



# Osnovni računski zakoni v Z

Komutativnost seštevanja

$$x + y = y + x$$

Komutativnost množenja

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = \mathbf{y} \cdot \mathbf{x}$$

Asociativnost seštevanja

$$(x + y) + z = x + (y + z)$$

Asociativnost množenja

$$(\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}) \cdot \mathbf{z} = \mathbf{x} \cdot (\mathbf{y} \cdot \mathbf{z})$$

Distributivnost seštevanja in množenja ter odštevanja in množenja

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{z} + \mathbf{y} \cdot \mathbf{z} = (\mathbf{x} + \mathbf{y}) \cdot \mathbf{z}$$

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{z} - \mathbf{y} \cdot \mathbf{z} = (\mathbf{x} - \mathbf{y}) \cdot \mathbf{z}$$



Cela števila



Izračunajte.



Izračunajte.

• 
$$17 - 13 - 2 + 10$$

• 
$$50 + 11 - 32 - 14$$

• 
$$3 + ((5 + 2(7 - 9)) \cdot 2 - 1)$$

• 
$$(2-5(6-10))\cdot(5-2(7-5))$$

$$9(11-3)+7(10-15)$$

• 
$$8 + 9(11 - 18) - 2 \cdot 5$$

Cela števila



Spretno izračunajte.



Spretno izračunajte.

- $7 \cdot 8 12 \cdot 8$
- $5 \cdot 18 + 9 \cdot 5 5 \cdot 2$
- $8 \cdot (4-9) \cdot 2$
- $5 \cdot 3 \cdot (12 8)$
- $(15-6)(12-3\cdot 4)$



10. november 2024

Cela števila

Rešite besedilne naloge.



Rešite besedilne naloge.

• V hotelu imajo na voljo osemnajst enoposteljnih, štiriintrideset dvoposteljnih in petindevetdeset triposteljnih sob. Koliko ljudi lahko še prespi v hotelu, če je v njem že sto triinštirideset gostov?

 Pohod na bližnji hrib traja tri ure. Koliko minut moramo še hoditi, če smo na poti že 145 minut?

26 / 86

• S Ptuja in iz Postojne (razdalja med njima je približno 190 km) sočasno odpeljeta dva motorista drug proti drugemu. En vozi povprečno 40 km/h, drugi pa 5 km/h manj. Kolikšna bo razdalja med njima po dveh urah vožnje?



27 / 86

S Ptuja in iz Postojne (razdalja med njima je približno 190 km) sočasno odpeljeta dva motorista drug proti drugemu. En vozi povprečno 40 km/h, drugi pa 5 km/h manj. Kolikšna bo razdalja med njima po dveh urah vožnje?

## Naloga

Zapišite enačbe in jih poenostavite.



S Ptuja in iz Postojne (razdalja med njima je približno 190 km) sočasno odpeljeta dva motorista drug proti drugemu. En vozi povprečno 40 km/h, drugi pa 5 km/h manj. Kolikšna bo razdalja med njima po dveh urah vožnje?

### Naloga

Zapišite enačbe in jih poenostavite.

- ullet Razlika petkratnika a in b je enaka trikratniku vsote štirikratnika a in petkratnika b.
- ullet Vsota x in dvakratnika y je enaka razliki petkratnika x in dvanajstkratnika y.



10. november 2024

Jan Kastelic (GAA)

Številska množica je **urejena**, kadar lahko po velikosti primerjamo njena poljubna elementa.

<ロ > < 回 > < 回 > < 巨 > < 巨 > 三 の < (で

28 / 86

Številska množica je **urejena**, kadar lahko po velikosti primerjamo njena poljubna elementa.

Pri urejanju števil uporabljamo naslednje znake:



28 / 86

Številska množica je **urejena**, kadar lahko po velikosti primerjamo njena poljubna elementa.

Pri urejanju števil uporabljamo naslednje znake:

<	manjše / manj
>	večje / več
<	manjše ali enako / največ
<u> </u>	večje ali enako / vsaj, najmanj
=	enako

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 10. november 2024 28 / 86



$$x > y \Leftrightarrow x - y > 0$$



$$\mathbf{x}>\mathbf{y}\Leftrightarrow\mathbf{x}-\mathbf{y}>\mathbf{0}$$

Slika števila x leži na številski premici desno od slike števila y.



29 / 86

$$\mathsf{x}>\mathsf{y}\Leftrightarrow\mathsf{x}-\mathsf{y}>0$$

Slika števila x leži na številski premici desno od slike števila y.

$$x < y \Leftrightarrow x - y < 0$$

29 / 86

$$\mathsf{x}>\mathsf{y}\Leftrightarrow\mathsf{x}-\mathsf{y}>0$$

Slika števila x leži na številski premici desno od slike števila y.

$$x < y \Leftrightarrow x - y < 0$$

Slika števila x leži na številski premici levo od slike števila y.



29 / 86

$$\mathsf{x}>\mathsf{y}\Leftrightarrow\mathsf{x}-\mathsf{y}>0$$

Slika števila x leži na številski premici desno od slike števila y.

$$x < y \Leftrightarrow x - y < 0$$

Slika števila x leži na številski premici levo od slike števila y.

$$x = y \Leftrightarrow x - y = 0$$



29 / 86

$$\mathsf{x}>\mathsf{y}\Leftrightarrow\mathsf{x}-\mathsf{y}>0$$

Slika števila x leži na številski premici desno od slike števila y.

$$x < y \Leftrightarrow x - y < 0$$

Slika števila x leži na številski premici levo od slike števila y.

$$x = y \Leftrightarrow x - y = 0$$

Slika števila x sovpada s sliko števila y.

(ロ) (部) (音) (音) (音) (9)(()

V množici  $\mathbb Z$  so pozitivna tista števila, ki so večja od števila 0 in njihove slike ležijo desno od izhodišča.



30 / 86

V množici  $\mathbb{Z}$  so pozitivna tista števila, ki so večja od števila 0 in njihove slike ležijo desno od izhodišča.

Negativna števila

30 / 86

V množici  $\mathbb{Z}$  so pozitivna tista števila, ki so večja od števila 0 in njihove slike ležijo desno od izhodišča.

## Negativna števila

V množici  $\mathbb{Z}$  so negativna tista števila, ki so manjša od števila 0 in njihove slike ležijo levo od izhodišča.

V množici  $\mathbb Z$  so pozitivna tista števila, ki so večja od števila 0 in njihove slike ležijo desno od izhodišča.

## Negativna števila

V množici  $\mathbb Z$  so negativna tista števila, ki so manjša od števila 0 in njihove slike ležijo levo od izhodišča.

Vsako pozitivno celo število (vsako naravno število) je večje od katerega koli negativnega celega števila.

V množici  $\mathbb Z$  so pozitivna tista števila, ki so večja od števila 0 in njihove slike ležijo desno od izhodišča.

## Negativna števila

V množici  $\mathbb Z$  so negativna tista števila, ki so manjša od števila 0 in njihove slike ležijo levo od izhodišča.

Vsako pozitivno celo število (vsako naravno število) je večje od katerega koli negativnega celega števila.

Velja pa tudi:

$$x \le y \Leftrightarrow x - y \le 0$$



30 / 86

30 / 86

### Pozitivna števila

V množici  $\mathbb Z$  so pozitivna tista števila, ki so večja od števila 0 in njihove slike ležijo desno od izhodišča.

## Negativna števila

V množici  $\mathbb Z$  so negativna tista števila, ki so manjša od števila 0 in njihove slike ležijo levo od izhodišča.

Vsako pozitivno celo število (vsako naravno število) je večje od katerega koli negativnega celega števila.

Velja pa tudi:

$$x \le y \Leftrightarrow x - y \le 0$$

$$x \ge y \Leftrightarrow x - y \ge 0$$

31/86

Z relacijo biti manjši ali enak je množica  $\mathbb{Z}$  linearno urejena, to pomeni, da veljajo:

31 / 86

Refleksivnost



31/86

#### Refleksivnost

$$\forall x \in \mathbb{Z} : x \leq x$$



Refleksivnost

$$\forall x \in \mathbb{Z} : x \leq x$$

Antisimetričnost

#### Refleksivnost

$$\forall x \in \mathbb{Z} : x \leq x$$

### Antisimetričnost

$$\forall x, y \in \mathbb{Z} : x \leq y \land y \leq x \Rightarrow x = y$$



31 / 86

### Refleksivnost

$$\forall x \in \mathbb{Z} : x \leq x$$

#### Antisimetričnost

$$\forall x, y \in \mathbb{Z} : x \le y \land y \le x \Rightarrow x = y$$

#### **Tranzitivnost**



### Refleksivnost

$$\forall x \in \mathbb{Z} : x \leq x$$

#### Antisimetričnost

$$\forall x, y \in \mathbb{Z} : x \le y \land y \le x \Rightarrow x = y$$

#### **Tranzitivnost**

$$\forall x, y, z \in \mathbb{Z} : x \leq y \land y \leq z \Rightarrow x \leq z$$



31 / 86

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

### Refleksivnost

$$\forall x \in \mathbb{Z} : x \leq x$$

#### Antisimetričnost

$$\forall x, y \in \mathbb{Z} : x \le y \land y \le x \Rightarrow x = y$$

#### **Tranzitivnost**

$$\forall x, y, z \in \mathbb{Z} : x \leq y \land y \leq z \Rightarrow x \leq z$$

## Stroga sovisnost

### Refleksivnost

$$\forall x \in \mathbb{Z} : x \leq x$$

### Antisimetričnost

$$\forall x, y \in \mathbb{Z} : x \le y \land y \le x \Rightarrow x = y$$

#### **Tranzitivnost**

$$\forall x, y, z \in \mathbb{Z} : x \leq y \land y \leq z \Rightarrow x \leq z$$

## Stroga sovisnost

$$\forall x, y \in \mathbb{Z}; x \neq y : x \leq y \lor y \leq x$$

Urejenost naravnih in celih števil



$$x < y \Rightarrow x + z < y + z$$
  $x \le y \Rightarrow x + z \le y + z$ 

32 / 86

$$x < y \Rightarrow x + z < y + z$$
  $x \le y \Rightarrow x + z \le y + z$ 

Če na obeh straneh neenakosti prištejemo isto število, se neenakost ohrani.



32 / 86

$$x < y \Rightarrow x + z < y + z$$
  $x \le y \Rightarrow x + z \le y + z$ 

Če na obeh straneh neenakosti prištejemo isto število, se neenakost ohrani.

$$x < y \land z > 0 \Rightarrow x \cdot z < y \cdot z$$
  $x \le y \land z > 0 \Rightarrow x \cdot z \le y \cdot z$ 

32 / 86

$$x < y \Rightarrow x + z < y + z$$
  $x \le y \Rightarrow x + z \le y + z$ 

Če na obeh straneh neenakosti prištejemo isto število, se neenakost ohrani.

$$x < y \land z > 0 \Rightarrow x \cdot z < y \cdot z$$
  $x \le y \land z > 0 \Rightarrow x \cdot z \le y \cdot z$ 

Pri množenju neenakosti z negativnim številom se znak neenakosti ohrani.



32 / 86

$$x < y \Rightarrow x + z < y + z$$
  $x \le y \Rightarrow x + z \le y + z$ 

Če na obeh straneh neenakosti prištejemo isto število, se neenakost ohrani.

$$x < y \land z > 0 \Rightarrow x \cdot z < y \cdot z$$
  $x \le y \land z > 0 \Rightarrow x \cdot z \le y \cdot z$ 

Pri množenju neenakosti z negativnim številom se znak neenakosti ohrani.

$$x < y \land z < 0 \Rightarrow x \cdot z > y \cdot z$$
  $x \le y \land z < 0 \Rightarrow x \cdot z \ge y \cdot z$ 

32 / 86

$$x < y \Rightarrow x + z < y + z$$
  $x \le y \Rightarrow x + z \le y + z$ 

Če na obeh straneh neenakosti prištejemo isto število, se neenakost ohrani.

$$x < y \land z > 0 \Rightarrow x \cdot z < y \cdot z$$
  $x \le y \land z > 0 \Rightarrow x \cdot z \le y \cdot z$ 

Pri množenju neenakosti z negativnim številom se znak neenakosti ohrani.

$$x < y \land z < 0 \Rightarrow x \cdot z > y \cdot z$$
  $x \le y \land z < 0 \Rightarrow x \cdot z \ge y \cdot z$ 

Pri množenju neenakosti z negativnim številom se znak neenakosti obrne.



32 / 86

$$x < y \Rightarrow x + z < y + z$$
  $x \le y \Rightarrow x + z \le y + z$ 

Če na obeh straneh neenakosti prištejemo isto število, se neenakost ohrani.

$$x < y \land z > 0 \Rightarrow x \cdot z < y \cdot z$$
  $x \le y \land z > 0 \Rightarrow x \cdot z \le y \cdot z$ 

Pri množenju neenakosti z negativnim številom se znak neenakosti ohrani.

$$x < y \land z < 0 \Rightarrow x \cdot z > y \cdot z$$
  $x \le y \land z < 0 \Rightarrow x \cdot z \ge y \cdot z$ 

Pri množenju neenakosti z negativnim številom se znak neenakosti obrne.

Obravnavane lastnosti veljajo tudi za relaciji  $\geq$  in >.



32 / 86

Urejenost naravnih in celih števil

## Naloga

Uredite števila 3, -2, 5, -1, 0, -7, 6, -6 po velikosti in jih predstavite na številski premici.



33 / 86

## Naloga

Uredite števila 3, -2, 5, -1, 0, -7, 6, -6 po velikosti in jih predstavite na številski premici.

## Naloga

Uredite števila 104, -27, 35, -107, 36, -26, 25, -28, 81 po velikosti.



## Naloga

Uredite števila 3, -2, 5, -1, 0, -7, 6, -6 po velikosti in jih predstavite na številski premici.

## Naloga

Uredite števila 104, -27, 35, -107, 36, -26, 25, -28, 81 po velikosti.

## Naloga

Gladina Mrtvega morja leži v depresiji na -423 m nadmorske višine, njegova največja globina pa je 378 m. Kolikšna je najmanjša nadmorska višina dna Mrtvega morja?

33 / 86

33 / 86

### Naloga

Uredite števila 3, -2, 5, -1, 0, -7, 6, -6 po velikosti in jih predstavite na številski premici.

## Naloga

Uredite števila 104, -27, 35, -107, 36, -26, 25, -28, 81 po velikosti.

## Naloga

Gladina Mrtvega morja leži v depresiji na -423 m nadmorske višine, njegova največja globina pa je 378 m. Kolikšna je najmanjša nadmorska višina dna Mrtvega morja?

## Naloga

Za katera cela števila x ima izraz 3x - 5(x + 2) večjo ali enako vrednost od izraza 4 - (12 + x)?

## Section 2

## Potence in izrazi



34 / 86

- Naravna in cela števila
- Potence in izrazi
  - Potence z naravnim eksponentom
  - Pravila za računanje s potencami
  - Večkratniki
  - Algebrski izrazi
  - Računanje z algebrskimi izrazi
  - Potenciranje izrazov
  - Razstavljanje izrazov

35 / 86



36 / 86

### Potenca z naravnim eksponentom

Potenca  $\mathbf{x}^{\mathbf{n}}$  z **osnovo/bazo** x in **eksponentom/stopnjo**  $n \in \mathbb{N}$ , je produkt n faktorjev enakih x.



36 / 86

### Potenca z naravnim eksponentom

Potenca  $\mathbf{x}^{\mathbf{n}}$  z **osnovo/bazo** x in **eksponentom/stopnjo**  $n \in \mathbb{N}$ , je produkt n faktorjev enakih x.

$$\mathbf{x}^{\mathbf{n}} = \underbrace{\mathbf{x} \cdot \mathbf{x} \cdot \ldots \cdot \mathbf{x}}_{\mathbf{n} \text{ faktoriev}}$$



36 / 86

### Potenca z naravnim eksponentom

Potenca  $\mathbf{x}^{\mathbf{n}}$  z **osnovo/bazo** x in **eksponentom/stopnjo**  $n \in \mathbb{N}$ , je produkt n faktorjev enakih x.

$$\mathbf{x}^{\mathbf{n}} = \underbrace{x \cdot x \cdot \ldots \cdot x}_{\mathbf{n} \text{ faktorjev}}$$

10 november 2024

Jan Kastelic (GAA)

### Potenca z naravnim eksponentom

Potenca  $\mathbf{x}^{\mathbf{n}}$  z **osnovo/bazo** x in **eksponentom/stopnjo**  $n \in \mathbb{N}$ , je produkt n faktorjev enakih x.

$$\mathbf{x}^{\mathbf{n}} = \underbrace{\mathbf{x} \cdot \mathbf{x} \cdot \ldots \cdot \mathbf{x}}_{\mathbf{n} \text{ faktorjev}}$$

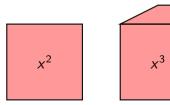


10 november 2024

### Potenca z naravnim eksponentom

Potenca  $\mathbf{x}^{\mathbf{n}}$  z **osnovo/bazo** x in **eksponentom/stopnjo**  $n \in \mathbb{N}$ , je produkt n faktorjev enakih x.

$$\mathbf{x}^{\mathbf{n}} = \underbrace{\mathbf{x} \cdot \mathbf{x} \cdot \ldots \cdot \mathbf{x}}_{\mathbf{n} \text{ faktorjev}}$$



Χ



37 / 86

$$x^n \cdot x^m =$$



37 / 86

$$x^n \cdot x^m = \underbrace{(x \cdot x \cdot \dots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(x \cdot x \cdot \dots \cdot x)}_{\text{m faktorjev}} =$$



37 / 86

$$x^{n} \cdot x^{m} = \underbrace{(x \cdot x \cdot \dots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(x \cdot x \cdot \dots \cdot x)}_{\text{m faktorjev}} = x^{n+m}$$



37 / 86

$$x^{n} \cdot x^{m} = \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{m faktorjev}} = x^{n+m}$$

Dve potenci z isto osnovo zmnožimo tako, da osnovo ohranimo, eksponenta pa seštejemo.

(ロト 4년) ト 4 분 ト 4 분 - - 9 Q (C)

37 / 86

$$x^{n} \cdot x^{m} = \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{m faktorjev}} = x^{n+m}$$

Dve potenci z isto osnovo zmnožimo tako, da osnovo ohranimo, eksponenta pa seštejemo.

$$(x^n)^m =$$

4□ > 4ⓓ > 4ಠ > 4ಠ > ■ 900

37 / 86

$$x^{n} \cdot x^{m} = \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{m faktorjev}} = x^{n+m}$$

Dve potenci z isto osnovo zmnožimo tako, da osnovo ohranimo, eksponenta pa seštejemo.

$$(x^n)^m = \underbrace{(x \cdot x \cdot \dots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(x \cdot x \cdot \dots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \dots \cdot \underbrace{(x \cdot x \cdot \dots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} = \underbrace{(x \cdot x \cdot \dots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}}$$

(ロト 4回 ト 4 章 ト 4 章 ト · 章 · かなぐ

37 / 86

$$x^{n} \cdot x^{m} = \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{m faktorjev}} = x^{n+m}$$

Dve potenci z isto osnovo zmnožimo tako, da osnovo ohranimo, eksponenta pa seštejemo.

$$(x^n)^m = \underbrace{(x \cdot x \cdot \dots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(x \cdot x \cdot \dots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \dots \cdot \underbrace{(x \cdot x \cdot \dots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} = x^{n \cdot m}$$

37 / 86

$$x^{n} \cdot x^{m} = \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{m faktorjev}} = x^{n+m}$$

Dve potenci z isto osnovo zmnožimo tako, da osnovo ohranimo, eksponenta pa seštejemo.

$$(x^n)^m = \underbrace{(x \cdot x \cdot \dots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(x \cdot x \cdot \dots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \dots \cdot \underbrace{(x \cdot x \cdot \dots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} = x^{n \cdot m}$$

Potenco potenciramo tako, da osnovo ohranimo, ekponenta pa zmnožimo.

◆ロト ◆園 ト ◆ 恵 ト ◆ 恵 ・ 夕 Q (\*)

37 / 86

$$(xy)^n =$$



$$(xy)^n = \underbrace{(xy \cdot xy \cdot \ldots \cdot xy)}_{\text{n faktorjev}} = \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(y \cdot y \cdot \ldots \cdot y)}_{\text{n faktorjev}} =$$

4 D > 4 P > 4 E > 4 E >

38 / 86

$$(xy)^n = \underbrace{(xy \cdot xy \cdot \ldots \cdot xy)}_{\text{n faktorjev}} = \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(y \cdot y \cdot \ldots \cdot y)}_{\text{n faktorjev}} = x^n y^n$$

4 D > 4 P > 4 E > 4 E >

38 / 86

$$(xy)^n = \underbrace{(xy \cdot xy \cdot \ldots \cdot xy)}_{\text{n faktorjev}} = \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(y \cdot y \cdot \ldots \cdot y)}_{\text{n faktorjev}} = x^n y^n$$

38 / 86

$$(xy)^n = \underbrace{(xy \cdot xy \cdot \ldots \cdot xy)}_{\text{n faktorjev}} = \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(y \cdot y \cdot \ldots \cdot y)}_{\text{n faktorjev}} = x^n y^n$$

Za naravne eksponente velja še:



38 / 86

$$(xy)^n = \underbrace{(xy \cdot xy \cdot \ldots \cdot xy)}_{\text{n faktorjev}} = \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(y \cdot y \cdot \ldots \cdot y)}_{\text{n faktorjev}} = x^n y^n$$

Za naravne eksponente velja še:

$$(-x)^{2n} = x^{2n}$$



38 / 86

$$(xy)^n = \underbrace{(xy \cdot xy \cdot \ldots \cdot xy)}_{\text{n faktorjev}} = \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(y \cdot y \cdot \ldots \cdot y)}_{\text{n faktorjev}} = x^n y^n$$

Za naravne eksponente velja še:

$$(-x)^{2n} = x^{2n}$$
  
 $(-x)^{2n+1} = -x^{2n+1}$ 

(ロト 4년) ト 4 분 ト 4 분 - - 9 Q (C)

$$(xy)^n = \underbrace{(xy \cdot xy \cdot \ldots \cdot xy)}_{\text{n faktorjev}} = \underbrace{(x \cdot x \cdot \ldots \cdot x)}_{\text{n faktorjev}} \cdot \underbrace{(y \cdot y \cdot \ldots \cdot y)}_{\text{n faktorjev}} = x^n y^n$$

Za naravne eksponente velja še:

$$(-x)^{2n} = x^{2n}$$
$$(-x)^{2n+1} = -x^{2n+1}$$

$$(-1)^n = \begin{cases} 1; & n = 2k \\ -1; & n = 2k - 1 \end{cases}; k \in \mathbb{N}$$



38 / 86

Števila  $-3^2$ ,  $(-4)^2$ ,  $-2^4$ ,  $(-1)^{2024}$ ,  $(-2)^3$  in  $(-3)^2$  uredite po velikosti od najmanjšega do največjega.

◆□▶ ◆圖▶ ◆圖▶ ◆圖▶ ■ めの@

39 / 86

Števila  $-3^2$ ,  $(-4)^2$ ,  $-2^4$ ,  $(-1)^{2024}$ ,  $(-2)^3$  in  $(-3)^2$  uredite po velikosti od najmanjšega do največjega.

## Naloga

Poiščite podatke in jih zapišite na dva načina: s potenco in številom brez potence.

- Razdalja med Zemljo in Soncem
- Zemljina masa
- Masa Sonca
- Število zvezd v naši Galaksiji

4 D > 4 D > 4 B > 4 B > B = 900

39 / 86

Izračunajte.



Izračunajte.

• 
$$(-3)^2 + 2^4$$

• 
$$(5-3)^3+(-3)^2$$

• 
$$(2^2+1)^2+(-3)^3+(-2)^4$$

• 
$$(-1)^{2024} + ((-2)^5 + 5^2 - (7-3^2)^3)^2$$

$$-1^{2n-1}+(-1)^{2n-1}$$



40 / 86

Poenostavite izraz.



#### Poenostavite izraz.

- $2^7 \cdot 2^3$
- $a^3 \cdot a^{12} \cdot a^5$
- $(2z)^3$
- $(m^2 \cdot m^4)^3$
- $a^3 + 2a^3 6a^3$
- $x^2 \cdot x^4 + (-2x^3)^2 2(-x)^6$

Izračunajte, rezultat zapišite s potenco.



42 / 86

Izračunajte, rezultat zapišite s potenco.

$$\bullet$$
 2 · 10<sup>3</sup> · 3 · 10<sup>2</sup> · 5 · 10<sup>6</sup>

$$\bullet \ (10^3)^2 \cdot 5 \cdot 10^4 \cdot 2 \cdot 10^3$$

• 
$$(-2)^3 \cdot 2^7$$

$$-2^3 \cdot (-2)^4 \cdot 2^3$$

• 
$$2^3 \cdot (-3)^2 \cdot 6^4 \cdot 3$$

• 
$$(-3)^3 \cdot (-7)^2 \cdot 21^7 \cdot 7$$

Poenostavite.



#### Poenostavite.

• 
$$2^3 \cdot 3^4 \cdot (2^4 \cdot 3^2)^5$$

• 
$$(5^2 \cdot 7)^3 \cdot 5^2 \cdot 7^3$$

• 
$$(-2^3 \cdot 3^5)^4 \cdot 2^6 \cdot 3^5$$

• 
$$(-4)^2 \cdot (-7)^{13} \cdot (-28)^5 \cdot (-7^2)^3$$

$$\bullet$$
  $-6^2 \cdot (-3)^2 \cdot 8^5 \cdot (-3^2)^3$ 



43 / 86

Poenostavite.



10. november 2024

#### Poenostavite.

$$\bullet \ a^3 \cdot b^2 \cdot a^7 \cdot b^3 \cdot b^5$$

• 
$$4x^4 \cdot (2x^3)^2$$

• 
$$(k^3 \cdot 2h^5)^2$$

• 
$$(x^2y^4)^2 \cdot (x^3y)^3$$

$$(a^2b^5)^3(ab^3)^2$$

• 
$$x^2y^3(x^3y^6)^2$$

 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 10. november 2024
 44 / 86

Poenostavite.



#### Poenostavite.

• 
$$2^3 \cdot x^2 \cdot 3^2 \cdot (-x)^6$$

$$(-a^3b)^4(-a^2b^5a^3)^3$$

• 
$$(2s^2 \cdot (-s^2)^5)^5$$

$$(-2(z^4)^2(-2z)^3z^5)^3$$

• 
$$(-3ab^2)^3(-a^4b^2(a^3)^5)^2(ab^3)^2$$

• 
$$(xy^2z)^3(x^3(-y^2)^5(-z))^3(x^2y^3(-z^2)^3)$$

Odpravite oklepaje in poenostavite, če je mogoče.



46 / 86

46 / 86

# Naloga

Odpravite oklepaje in poenostavite, če je mogoče.

$$\bullet \ a^n \cdot a^{n+2} \cdot (-a)^3$$

$$(-x^n)^4 \cdot x^2$$

• 
$$a^n \cdot (a^2 - a^3 + 2)$$

• 
$$(x^2 + 3x^n - 5) \cdot x^{n+1}$$

Pravila za računanje s potencami

### Naloga

Poenostavite.



10. november 2024

47 / 86

#### Naloga

#### Poenostavite.

• 
$$(2s(g^2)^2)^2 - 3(s^4g)g^7$$

$$(-4x^2xy^3)^2 + (xy)^5(-2^3xy)$$

• 
$$a^2(a^3-b^2)-a^5+(-a)^2b^2$$

• 
$$(p^2(q^3)^2)^2 - 2p^4q^{12} + 7(-p^3p)(q^4)^3 - (-2)^3(pq^3)^4$$

Pravila za računanje s potencami

48 / 86

### Naloga

Poenostavite.



48 / 86

#### Naloga

#### Poenostavite.

• 
$$5a^{n+1} + 4a^{n+1} - 6a^{n+1}$$

• 
$$3x^{n+2} + 5x^n \cdot x^2 + 2x \cdot x^{n+1}$$

• 
$$3^{5x} \cdot 9^x - 3^{7x} + 27^x \cdot 9^{2x}$$

• 
$$4^{2y} + 3 \cdot (2^y)^4 - 5 \cdot 8^y \cdot 2^y$$

$$\bullet \ 5^p \cdot 125^p \cdot 25^p + 2(5^p)^6 - 4 \cdot 25^{3p}$$



48 / 86



Jan Kastelic (GAA)

**Večkratnik** ali tudi *k*-**kratnik** števila *x* je vsota *k* enakih sumandov *x*:



49 / 86

**Večkratnik** ali tudi *k*-**kratnik** števila *x* je vsota *k* enakih sumandov *x*:

$$k \cdot x = \underbrace{x + x + \ldots + x}_{k \text{ sumandov}}.$$



49 / 86

**Večkratnik** ali tudi *k*-**kratnik** števila *x* je vsota *k* enakih sumandov *x*:

$$k \cdot x = \underbrace{x + x + \ldots + x}_{k \text{ sumandov}}.$$

Vse večkratnike števila x dobimo tako, da število x zapored pomnožimo z vsemi celimi števili:



49 / 86

**Večkratnik** ali tudi k-**kratnik** števila x je vsota k enakih sumandov x:

$$k \cdot x = \underbrace{x + x + \ldots + x}_{k \text{ sumandov}}.$$

Vse večkratnike števila x dobimo tako, da število x zapored pomnožimo z vsemi celimi števili:

$$\{\ldots, -5x, -4x, -3x, -2x, -x, 0, x, 2x, 3x, 4x, 5x, \ldots\} = \{kx; k, x \in \mathbb{Z}\} = x\mathbb{Z}.$$



49 / 86

**Večkratnik** ali tudi *k*-**kratnik** števila *x* je vsota *k* enakih sumandov *x*:

$$k \cdot x = \underbrace{x + x + \ldots + x}_{k \text{ sumandov}}.$$

Vse večkratnike števila x dobimo tako, da število x zapored pomnožimo z vsemi celimi števili:

$$\{\ldots, -5x, -4x, -3x, -2x, -x, 0, x, 2x, 3x, 4x, 5x, \ldots\} = \{kx; k, x \in \mathbb{Z}\} = x\mathbb{Z}.$$

Število **k** je **koeficient** števila oziroma spremenljivke x.



49 / 86



50 / 86

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

Algebrski izraz ali izraz je smiseln zapis sestavljen iz:



50 / 86

#### Algebrski izraz ali izraz je smiseln zapis sestavljen iz:

številk,



50 / 86

#### Algebrski izraz ali izraz je smiseln zapis sestavljen iz:

- številk,
- spremenljivk/parametrov, ki predstavljajo števila in jih označujemo s črkami,



50 / 86

#### Algebrski izraz ali izraz je smiseln zapis sestavljen iz:

- številk,
- spremenljivk/parametrov, ki predstavljajo števila in jih označujemo s črkami,
- oznak računskih operacij in funkcij, ki jih povezujejo,



50 / 86

#### Algebrski izraz ali izraz je smiseln zapis sestavljen iz:

- številk,
- spremenljivk/parametrov, ki predstavljajo števila in jih označujemo s črkami,
- oznak računskih operacij in funkcij, ki jih povezujejo,
- oklepajev, ki določajo vrstni red računanja.



50 / 86

#### Algebrski izraz ali izraz je smiseln zapis sestavljen iz:

- številk,
- spremenljivk/parametrov, ki predstavljajo števila in jih označujemo s črkami,
- oznak računskih operacij in funkcij, ki jih povezujejo,
- oklepajev, ki določajo vrstni red računanja.

Če v izraz namesto spremenljivk vstavimo konkretna števila in izračunamo rezultat, dobimo **vrednost izraza** (pri dani izbiri spremenljivk).



50 / 86

#### Algebrski izraz ali izraz je smiseln zapis sestavljen iz:

- številk,
- spremenljivk/parametrov, ki predstavljajo števila in jih označujemo s črkami,
- oznak računskih operacij in funkcij, ki jih povezujejo,
- oklepajev, ki določajo vrstni red računanja.

Če v izraz namesto spremenljivk vstavimo konkretna števila in izračunamo rezultat, dobimo **vrednost izraza** (pri dani izbiri spremenljivk).

Dva matematična izraza sta **enakovredna**, če imata pri katerikoli izbiri spremenljivk vedno enako vrednost.

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 10. november 2024 50 / 86



51/86

Pri poenostavljanju izrazov veljajo vsi računski zakoni, ki veljajo za računanje s števili.



51/86

Pri poenostavljanju izrazov veljajo vsi računski zakoni, ki veljajo za računanje s števili.

Komutativnost seštevanja



51 / 86

Pri poenostavljanju izrazov veljajo vsi računski zakoni, ki veljajo za računanje s števili.

Komutativnost seštevanja

$$x + y = y + x$$



51 / 86

Pri poenostavljanju izrazov veljajo vsi računski zakoni, ki veljajo za računanje s števili.

Komutativnost seštevanja

$$x + y = y + x$$

Asociativnost seštevanja



51 / 86

Pri poenostavljanju izrazov veljajo vsi računski zakoni, ki veljajo za računanje s števili.

Komutativnost seštevanja

$$\mathbf{x} + \mathbf{y} = \mathbf{y} + \mathbf{x}$$

Asociativnost seštevanja

$$(x + y) + z = x + (y + z)$$



51 / 86

Pri poenostavljanju izrazov veljajo vsi računski zakoni, ki veljajo za računanje s števili.

Komutativnost seštevanja

$$x + y = y + x$$

Asociativnost seštevanja

$$(x + y) + z = x + (y + z)$$

Komutativnost množenja



51 / 86

Pri poenostavljanju izrazov veljajo vsi računski zakoni, ki veljajo za računanje s števili.

Komutativnost seštevanja

$$x + y = y + x$$

Komutativnost množenja

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = \mathbf{y} \cdot \mathbf{x}$$

Asociativnost seštevanja

$$(x + y) + z = x + (y + z)$$



51 / 86

Pri poenostavljanju izrazov veljajo vsi računski zakoni, ki veljajo za računanje s števili.

Komutativnost seštevanja

$$x + y = y + x$$

Komutativnost množenja

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = \mathbf{y} \cdot \mathbf{x}$$

Asociativnost seštevanja

$$(x + y) + z = x + (y + z)$$

Asociativnost množenja



51 / 86

Pri poenostavljanju izrazov veljajo vsi računski zakoni, ki veljajo za računanje s števili.

Komutativnost seštevanja

Asociativnost seštevanja

$$x + y = y + x$$

$$(x + y) + z = x + (y + z)$$

Komutativnost množenja

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = \mathbf{y} \cdot \mathbf{x}$$

Asociativnost množenja

$$(\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}) \cdot \mathbf{z} = \mathbf{x} \cdot (\mathbf{y} \cdot \mathbf{z})$$

Jan Kastelic (GAA)

Pri poenostavljanju izrazov veljajo vsi računski zakoni, ki veljajo za računanje s števili.

Komutativnost seštevanja

$$x + y = y + x$$

Komutativnost množenja

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = \mathbf{y} \cdot \mathbf{x}$$

Asociativnost seštevanja

$$(x + y) + z = x + (y + z)$$

Asociativnost množenja

$$(\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}) \cdot \mathbf{z} = \mathbf{x} \cdot (\mathbf{y} \cdot \mathbf{z})$$

Distributivnost seštevanja in množenja



51 / 86

Pri poenostavljanju izrazov veljajo vsi računski zakoni, ki veljajo za računanje s števili.

Komutativnost seštevanja

$$x + y = y + x$$

Komutativnost množenja

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = \mathbf{y} \cdot \mathbf{x}$$

Asociativnost seštevanja

$$(x + y) + z = x + (y + z)$$

Asociativnost množenja

$$(\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}) \cdot \mathbf{z} = \mathbf{x} \cdot (\mathbf{y} \cdot \mathbf{z})$$

Distributivnost seštevanja in množenja

$$(x + y) \cdot z = \mathbf{x} \cdot \mathbf{z} + \mathbf{y} \cdot \mathbf{z}$$

10. november 2024

Če v distributivnostnem zakonu zamenjamo levo in desno stran, dobimo pravilo o izpostavljanju skupnega faktorja: xz + yz = (x + y)z.



52 / 86

Če v distributivnostnem zakonu zamenjamo levo in desno stran, dobimo pravilo o **izpostavljanju skupnega faktorja**: xz + yz = (x + y)z.

Seštevanje in izpostavljanje izrazov



52 / 86

Če v distributivnostnem zakonu zamenjamo levo in desno stran, dobimo pravilo o **izpostavljanju skupnega faktorja**: xz + yz = (x + y)z.

#### Seštevanje in izpostavljanje izrazov

Med seboj lahko seštevamo samo člene, ki se razlikujejo kvečjemu v koeficientu. To naredimo tako, da seštejemo koeficienta.



52 / 86

#### Seštevanje in izpostavljanje izrazov

Med seboj lahko seštevamo samo člene, ki se razlikujejo kvečjemu v koeficientu. To naredimo tako, da seštejemo koeficienta.

$$mx^2 + ny + kx^2 + ly = mx^2 + kx^2 + ny + ly = (m + k)x^2 + (n + l)y$$



52 / 86

#### Seštevanje in izpostavljanje izrazov

Med seboj lahko seštevamo samo člene, ki se razlikujejo kvečjemu v koeficientu. To naredimo tako, da seštejemo koeficienta.

$$mx^2 + ny + kx^2 + ly = mx^2 + kx^2 + ny + ly = (m + k)x^2 + (n + l)y$$

Množenje izrazov



52 / 86

#### Seštevanje in izpostavljanje izrazov

Med seboj lahko seštevamo samo člene, ki se razlikujejo kvečjemu v koeficientu. To naredimo tako, da seštejemo koeficienta.

$$mx^2 + ny + kx^2 + ly = mx^2 + kx^2 + ny + ly = (m + k)x^2 + (n + l)y$$

#### Množenje izrazov

Dva izraza zmnožimo tako, da vsak člen prvega izraza zmnožimo z vsakim členom drugega izraza. Potem pa seštejemo podobne člene.



52 / 86

#### Seštevanje in izpostavljanje izrazov

Med seboj lahko seštevamo samo člene, ki se razlikujejo kvečjemu v koeficientu. To naredimo tako, da seštejemo koeficienta.

$$mx^2 + ny + kx^2 + ly = mx^2 + kx^2 + ny + ly = (m + k)x^2 + (n + l)y$$

#### Množenje izrazov

Dva izraza zmnožimo tako, da vsak člen prvega izraza zmnožimo z vsakim členom drugega izraza. Potem pa seštejemo podobne člene.

$$(x+y)(z+w) = xz + xw + yz + yw$$

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 10. november 2024

Poenostavite.



#### Poenostavite.

• 
$$3a + 2b - a + 7b$$

• 
$$2a^2b - ab^2 + 3a^2b$$

• 
$$5a^4 - (2a)^4 + (-3a^2)^2 - 3(a^2)^2$$

• 
$$3(a-2(a+b))-2(b-a(-2)^2)$$

53 / 86

Zapišite izraz.



Jan Kastelic (GAA)

#### Zapišite izraz.

- Kvadrat razlike števil x in y.
- Razlika kvadratov števil x in y.
- Razlika petkratnika *m* in kvadrata števila 3.
- ullet Kub razlike sedemkratnika števila x in trikratnika števila y.

54 / 86

Izpostavite skupni faktor.



Jan Kastelic (GAA)

Izpostavite skupni faktor.

- $3x + 12y^2$
- $m^3 + 8mp$
- $22a^3 33ab$
- $kr^2 rk^2$
- $4u^2v^3 6uv^2$
- $12a^2b 8(ab)^2 (2ab)^4$

Izpostavite skupni faktor.



56 / 86

Jan Kastelic (GAA)

Izpostavite skupni faktor.

• 
$$3x(x+1) + 5(x+1)$$

• 
$$(a-1)(a+1)+(a-1)$$

• 
$$4(m-1)-(1-m)(a+b)$$

• 
$$3(c-2) + 5c(2-x)$$

• 
$$(-y + x)3a - (y - x)b$$



56 / 86

Izpostavite skupni faktor.



Izpostavite skupni faktor.

• 
$$5^{11} - 5^{10} + 5^9$$

• 
$$2 \cdot 3^8 + 5 \cdot 3^6$$

$$\bullet \ 4 \cdot 5^{10} - 10 \cdot 5^8 - 8 \cdot 5^9$$

• 
$$7^5 - 7^6 + 7 \cdot 7^4$$

10. november 2024

Izpostavite skupni faktor.



58 / 86

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

Izpostavite skupni faktor.

• 
$$3^n - 2 \cdot 3^{n+1} + 3^{n+2}$$

• 
$$2^{k+2}-2^k$$

• 
$$5 \cdot 3^m + 2 \cdot 3^{m+1}$$

$$2^{n-3} + 3 \cdot 2^{n-2} - 2^{n-1}$$

• 
$$3 \cdot 5^{n+1} - 5^{n+2} + 4 \cdot 5^{n+3}$$

• 
$$7^n + 2 \cdot 7^{n-1} - 3 \cdot 7^{n+1}$$

Izpostavite skupni faktor in izračunajte.



59 / 86

Izpostavite skupni faktor in izračunajte.

• 
$$2^{2n} + 4^n + (2^n)^2$$

• 
$$5^{2n+1} - 25^n + 3 \cdot 5^{2n-1}$$

• 
$$5 \cdot 2^{3n} - 3 \cdot 8^{n-1}$$

• 
$$49^n - 2 \cdot 7^{2n-1}$$

Jan Kastelic (GAA)

Izpostavite skupni faktor.



60 / 86

Jan Kastelic (GAA)

Izpostavite skupni faktor.

- $4a^n + 6a^{n+1}$
- $b^n + b^{n+1} 2b^{n-1}$
- $a^{n-3} + 5a^n$
- $3x^{n+1} 15x^n + 18x^{n-1}$

60 / 86

10. november 2024

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

Zmnožite.



Zmnožite.

• 
$$(x-3)(x+2)$$

• 
$$(2m+3)(5m-1)$$

• 
$$(1-a)(1+a)$$

• 
$$(x-3y)(2x+y)$$

• 
$$(m-2k)(3m-k)$$

61/86

Zmnožite.



#### Zmnožite.

• 
$$(a+b-1)(a-b)$$

• 
$$(2x + y)(3x - 4y + 5)$$

• 
$$(m+2n-k)(m+2n+k)$$



62/86

Zmnožite.



### Zmnožite.

• 
$$(x^2-3)(x^3+2)$$

• 
$$(3x^2 - y)(5y^4 - 7x^3)$$

• 
$$(u^3-1)(u^3+1)$$

$$(a^5b^2-4b)(3a^7+2a^2b)$$

• 
$$(a-b)(a^2+ab+b^2)$$

• 
$$(z + w)(z^2 - zw + w^2)$$

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 10. november 2024

Računanje z algebrskimi izrazi

Poenostavite.



Poenostavite.

• 
$$(2x - y)(3 + y) + (y - 4)(y + 4) - 2xy + 3(y - 2x + 5)$$

• 
$$(x-y)(x+y) - (x^2 + xy + y^2)(x-y) - (1-x)x^2 + (-y)y^2$$

• 
$$2ab + (a-3b^2)(a+3b^2) + 2^3(-b^2)^2 - (a-b)(b-a) - 2a^3$$



64 / 86



Jan Kastelic (GAA)

Kvadrat vsote in razlike binoma



65 / 86

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

Kvadrat vsote in razlike binoma

$$(x+y)^2 =$$



65 / 86

#### Kvadrat vsote in razlike binoma

$$(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$



65 / 86

#### Kvadrat vsote in razlike binoma

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$
  
 $(x - y)^2 =$ 



65 / 86

#### Kvadrat vsote in razlike binoma

$$(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$



65 / 86

#### Kvadrat vsote in razlike binoma

$$(x + y)^{2} = x^{2} + 2xy + y^{2}$$
$$(x - y)^{2} = x^{2} - 2xy + y^{2}$$

#### Kub vsote in razlike binoma



65 / 86

#### Kvadrat vsote in razlike binoma

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$
  
 $(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$ 

#### Kub vsote in razlike binoma

$$(x + y)^3 =$$



10. november 2024

Jan Kastelic (GAA)

#### Kvadrat vsote in razlike binoma

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$
  
 $(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$ 

#### Kub vsote in razlike binoma

$$(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$



65 / 86

#### Kvadrat vsote in razlike binoma

$$(x + y)^{2} = x^{2} + 2xy + y^{2}$$
$$(x - y)^{2} = x^{2} - 2xy + y^{2}$$

#### Kub vsote in razlike binoma

$$(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$
$$(x - y)^3 =$$



65 / 86

#### Kvadrat vsote in razlike binoma

$$(x + y)^{2} = x^{2} + 2xy + y^{2}$$
$$(x - y)^{2} = x^{2} - 2xy + y^{2}$$

#### Kub vsote in razlike binoma

$$(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$
$$(x - y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$$



65/86

#### Kvadrat vsote in razlike binoma

$$(x + y)^{2} = x^{2} + 2xy + y^{2}$$
$$(x - y)^{2} = x^{2} - 2xy + y^{2}$$

#### Kub vsote in razlike binoma

$$(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$
$$(x - y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$$

#### Kvadrat trinoma



#### Kvadrat vsote in razlike binoma

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$
  
 $(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$ 

#### Kub vsote in razlike binoma

$$(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$
$$(x - y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$$

#### Kvadrat trinoma

$$(x+y+z)^2 =$$

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 10. november 2024

#### Kvadrat vsote in razlike binoma

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$
  
 $(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$ 

#### Kub vsote in razlike binoma

$$(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$
$$(x - y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$$

#### Kvadrat trinoma

$$(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz$$

Kvadrirajte.



### Kvadrirajte.

- $(x+3)^2$
- $(y + 2x)^2$
- $(2a+3b)^2$
- $(x 3y)^2$
- $(1-a^2)^2$
- $(2x^2y^3 z^5)^2$

Kvadrirajte.



### Kvadrirajte.

• 
$$(-a-b)^2$$

$$(-2x^5+y)^2$$

• 
$$(a^{n+1} + b^n)^2$$

• 
$$(a+b-3)^2$$

• 
$$(z + 2x^3 - 1)^2$$

• 
$$(2x^5 - 3m^6 + 2m^n)^2$$

Kubirajte.



10. november 2024

### Kubirajte.

- $(x+1)^3$
- $(a-2)^3$
- $(2m+3)^3$
- $(-a+2b)^3$
- $(-z-2g)^3$
- $(a^4 2b^2)^3$

Dopolnite do popolnega kvadrata in ga zapišite.



69 / 86

Dopolnite do popolnega kvadrata in ga zapišite.

• 
$$x^2 + 8x + \_ = (x + \_)^2$$

• 
$$x^2 + 12x + \underline{\hspace{0.5cm}} = (x + \underline{\hspace{0.5cm}})^2$$

• 
$$a^2 - 10a + \underline{\hspace{0.2cm}} = (a - \underline{\hspace{0.2cm}})^2$$

• 
$$m^2 - 2m + \_ = (m - \_)^2$$

10. november 2024

Poenostavite.



Poenostavite.

• 
$$(2a+5)^2 - (a-3)(a+5) - a(a+7) - 2a^2 - a$$

• 
$$(x-2y)(x+2y)+4(y^2-3)-(x-4)^2+7(x+4)$$

• 
$$(2m+1)(2m-1) - (3m^2-4m) - 2^4 - (m-2)^3 + (2m-3)^2 + m^2m$$

## Razstavljanje izrazov

Razstavljanje/razcepljanje/faktorizacija izraza je zapis izraza kot dveh ali več faktorjev.

Izpostavljanje skupnega faktorja

$$xy \pm xz = x(y \pm z)$$

Razlika kvadratov

$$x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$$

Vsote kvadratov ne moremo razstaviti v množici  $\mathbb{Z}$  (oziroma  $\mathbb{R}$ ).



#### Razlika kubov

$$x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$$

#### Vsota kubov

$$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$$

### Razlika četrtih potenc

$$x^4 - y^4 = (x - y)(x + y)(x^2 + y^2)$$

Vsote četrtih potenc ne moremo razstaviti v množici  $\mathbb{Z}$  (oziroma  $\mathbb{R}$ ).



72 / 86

Razstavljanje izrazov



Razstavite razliko kvadratov.



Razstavite razliko kvadratov.

- $x^2 25$
- $64 y^2$
- $16m^2 81$
- $25a^2 49b^2$
- $121u^2 36v^2$

Razstavite razliko kvadratov.



Jan Kastelic (GAA)

Razstavite razliko kvadratov.

• 
$$2z^2 - 8$$

• 
$$3b^2 - 12$$

• 
$$48 - 27h^2$$

• 
$$200t^2 - 8z^2$$

• 
$$a^2b - 49b$$

• 
$$80x^2 - 45y^2$$

Razstavljanje izrazov

Razstavite razliko kvadratov.



Razstavite razliko kvadratov.

- $162s^3 32sc^2$
- $f^4 9g^2$
- $16u^4 81v^4$
- $a^4 16$
- $-18a^2 + 2b^4$



10. november 2024

Razstavljanje izrazov

Razstavite razliko kvadratov.



Razstavite razliko kvadratov.

• 
$$(f+3)^2-25$$

• 
$$(2-r)(2+r)$$

• 
$$81x^4 - (y-2)^2$$

$$(x-y)^2-(2x+3y)^2$$

• 
$$5(4-k)(4+k)$$



Razstavljanje izrazov

Razstavite in izračunajte.



10. november 2024

Jan Kastelic (GAA)

Razstavite in izračunajte.

•  $102^2 - 2^2$ 

•  $23^2 - 22^2$ 

•  $999^2 - 1$ 

10. november 2024

Razstavljanje izrazov

Razstavite vsoto ali razliko kubov.



78 / 86

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 10. november 2024

Razstavite vsoto ali razliko kubov.

- $a^2 8b^3$
- $1 + x^3$
- $27m^2 + 8$
- $\bullet$  27 + 64 $b^3$
- $125x^3 64y^3$
- $64a^6 b^3$

MATEMATIKA

Razstavite vsoto ali razliko kubov.



79 / 86

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 10. november 2024

Razstavite vsoto ali razliko kubov.

- $a^3b^3 1$
- $8a^3 b^6c^9$
- $m^5 + 27g^3m^2$
- $(a+2)^3-b^3$

•  $10^3 - (a+b)^3$ 

Razstavljanje izrazov



• 
$$m^2 + 14m + 45$$

• 
$$a^2 + 9a + 18$$

• 
$$x^2 - 9x + 20$$

• 
$$y^2 - 11y + 24$$

• 
$$z^2 - 13z + 22$$

• 
$$x^2 + 5x - 24$$



• 
$$m^2 + m - 110$$

• 
$$u^2 + 9u - 22$$

• 
$$x^2 - 5x - 24$$

• 
$$z^2 - 3z - 28$$

• 
$$p^2 - 4p - 45$$

• 
$$x^2 - 18x + 81$$

Razstavljanje izrazov



• 
$$3x^2 + 87x + 300$$

• 
$$2y^2 + 18y + 28$$

• 
$$2x^2 - 30x + 108$$

• 
$$7a^2 - 84a + 245$$

$$\bullet$$
  $6p^5 - 72p^4 + 216p^3$ 

• 
$$2x^2 + 4x - 70$$

Razstavljanje izrazov

Razstavite.



• 
$$72y - 81 + 9y^2$$

• 
$$3k^3 + 9k^2 - 12k$$

• 
$$16t - 4t^2 + 84$$

• 
$$p^3 + 13p^2 + 22p$$

• 
$$50b + 125 + 5b^2$$

$$-7x^2 + 7x + 42$$



• 
$$x^2 + 16xy + 63y^2$$

• 
$$a^2 - 2aab - 35b^2$$

• 
$$p^2 + 3pk - 10k^2$$

• 
$$2z^2 - 2zu - 24u^2$$

• 
$$60c^3d^4 + 3c^5 - 27c^4d^2$$



Zapišite izraze kot popolne kvadrate.



10. november 2024

Zapišite izraze kot popolne kvadrate.

• 
$$x^2 + 18x + 81$$

• 
$$a^4 + 14a^2 + 29$$

• 
$$m^2 - 10m + 25$$

• 
$$100 - 20b + b^2$$

• 
$$u^2 - 12uv + 36v^2$$

• 
$$4y^2 - 12yz + 9z^2$$



#### Razstavite.

• 
$$x^4 - 13x^2 + 36$$

• 
$$b^4 - 26b^2 + 25$$

• 
$$a^4 - 8a^2 - 9$$

• 
$$n^4 - 17n^2 + 16$$

$$2y^6 + 10y^4 + 8y^2$$



10. november 2024