

MATEMATIKA

2. letnik – splošna gimnazija

Jan Kastelic

Fakulteta za matematiko in fiziko,
Univerza v Ljubljani

25. oktober 2023

1

Geometrija na ravnini in v prostoru

2

Vektorji

3

Koreni, lastnosti funkcij, potenčna funkcija

4

Kvadratna funkcija, kompleksna števila

5

Eksponentna in logaritemska funkcija

Vsebina

1

Geometrija na ravnini in v prostoru

2

Vektorji

3

Koreni, lastnosti funkcij, potenčna funkcija

4

Kvadratna funkcija, kompleksna števila

5

Eksponentna in logaritemska funkcija

Section 1

Geometrija na ravnini in v prostoru

1 Geometrija na ravnini in v prostoru

- Osnovni geometrijski pojmi
- Kot
- Konstrukcije matematičnih objektov
- Preslikave na ravnini
- Trikotnik
- Krog
- Štirikotnik
- Večkotnik
- Podobnost
- Podobnost v pravokotnem trikotniku
- Kotne funkcije kotov, velikih od 0° do 90°
- Kotne funkcije kotov, velikih od 0° do 160°

2 Vektorji

Osnovni geometrijski pojmi

2023-10-25

MATEMATIKA

- └ Geometrija na ravnini in v prostoru
 - └ Osnovni geometrijski pojmi
 - └ Osnovni geometrijski pojmi

Kot

2023-10-25

MATEMATIKA

└─ Geometrija na ravnini in v prostoru

└─ Kot

└─ Kot

Konstrukcije matematičnih objektov

2023-10-25

MATEMATIKA

- └ Geometrija na ravnini in v prostoru
 - └ Konstrukcije matematičnih objektov
 - └ Konstrukcije matematičnih objektov

Preslikave na ravnini

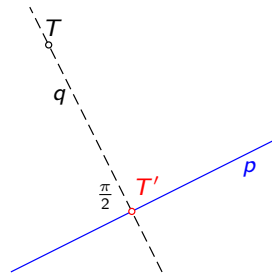
Pravokotna projekcija

Dani sta točka T in premica p . Naj bo q tista pravokotnica na premico p , ki poteka skozi točko T . Presečišče T' premice q s premico p imenujemo **pravokotna projekcija** točke T na premico p . Točka T' je točki T najbližja točka premice p .

Razdalja točke T od premice p je:

$$d(T, p) = d(T, T') = |TT'|.$$

Pravokotna projekcija daljice AB na premico je daljica $A'B'$, katere krajišči sta pravokotni projekciji točk A in B .



2023-10-25

MATEMATIKA

- Geometrija na ravnini in v prostoru
 - Preslikave na ravnini
 - Preslikave na ravnini

Pravokotna projekcija

Dani sta točka T in premica p . Naj bo q tista pravokotnica na premico p , ki poteka skozi točko T . Presečišče T' premice q s premico p imenujemo **pravokotna projekcija** točke T na premico p . Točka T' je točki T najbližja točka premice p .

Razdalja točke T od premice p je:

$$d(T, p) = d(T, T') = |TT'|.$$

Pravokotna projekcija daljice AB na premico je daljica $A'B'$, katere krajišči sta pravokotni projekciji točk A in B .



TABLA: konstrukcija pravokotne projekcije točke z ravnilom in šestilom
 TABLA: konstrukcija pravokotne projekcije daljice z ravnilom in šestilom

Toge preslikave

Toga preslikava (izometrija) je preslikava v ravnini, ki ohranja razdalje.

$$\tau : A \mapsto A'$$

$$\tau : B \mapsto B'$$

$$d(A, B) = d(A', B')$$

Med toge preslikave spadajo:

- **vzporedni premiki;**
- **zrcaljenje preko premice;**
- **zrcaljenje preko točke;**
- **rotacija okoli točke.**

Če kombiniramo več togih preslikav, je dobljena preslikava spet toga preslikava.

2023-10-25

MATEMATIKA

└ Geometrija na ravnini in v prostoru

└ Preslikave na ravnini

Tudi poimenovanje skladnostna preslikava.

Toge preslikave

Toga preslikava (izometrija) je preslikava v ravnini, ki ohranja razdalje.

$$\tau : A \mapsto A'$$

$$\tau : B \mapsto B'$$

$$d(A, B) = d(A', B')$$

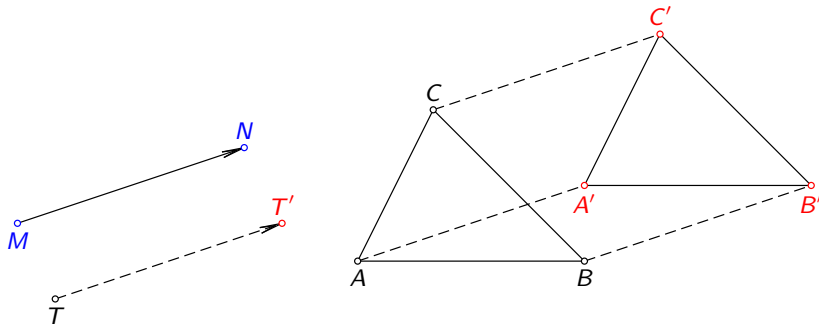
Med toge preslikave spadajo:

- **vzporedni premiki;**
- **zrcaljenje preko premice;**
- **zrcaljenje preko točke;**
- **rotacija okoli točke.**

Če kombiniramo več togih preslikav, je dobljena preslikava spet toga preslikava.

Vzporedni premik/translacija

Vzporedni premik ali **translacija** za dano usmerjeno daljico \overrightarrow{MN} preslika točko T v tako točko T' , da sta daljici TT' in MN enako dolgi, vzporedni in enako usmerjeni.



Vzporedni premik ohranja orientacijo likov, daljice preslika v enako dolge vzporedne daljice, ohranja velikost kotov, like preslika v skladne like, nima negibnih točk za $\overrightarrow{MN} \neq \vec{0}$.

MATEMATIKA

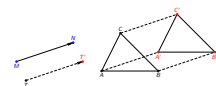
- Geometrija na ravnini in v prostoru
 - Preslikave na ravnini

TABLA: konstrukcija translacije točke in trikotnika

S pomočjo skic na tabli/okviru ugotovitev lastnosti translacije.

Vzporedni premik/translacija

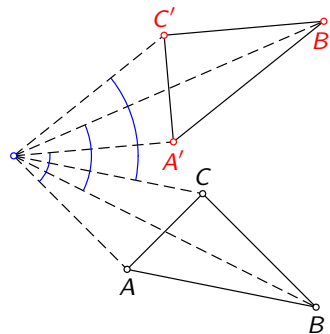
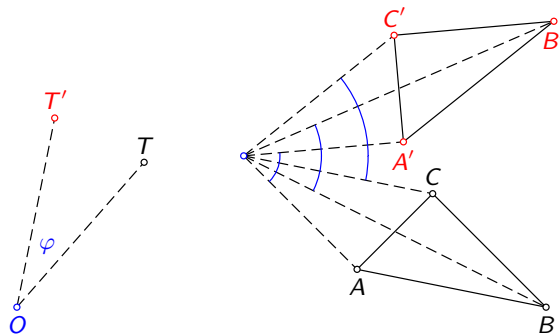
Vzporedni premik ali translacija za dano usmerjeno daljico \overrightarrow{MN} preslika točko T v tako točko T' , da sta daljici TT' in MN enako dolgi, vzporedni in enako usmerjeni.



Vzporedni premik ohranja orientacijo likov, daljice preslika v enako dolge vzporedne daljice, ohranja velikost kotov, like preslika v skladne like, nima negibnih točk za $\overrightarrow{MN} \neq \vec{0}$.

Rotacija/vrtenje okoli točke

Vrtenje ali **zasuk** oziroma **rotacija** za kot φ okrog točke O preslika točko T v točko T' , da velja: $|OT| = |OT'|$ in $\angle TOT' = \varphi$.

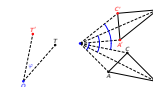


Vrtenje okoli točke preslika daljice v enako dolge daljice, ohranja velikosti kotov in orientacijo likov, like preslika v skladne like, premice pa ne preslika v vzporedne premice.

MATEMATIKA

- Geometrija na ravnini in v prostoru
 - Preslikave na ravnini

Rotacija/vrtenje okoli točke
Vrtenje ali zasuk oziroma rotacija za kot φ okrog točke O preslika točko T v točko T' , da velja: $|OT| = |OT'|$ in $\angle TOT' = \varphi$.



Vrtenje okoli točke preslika daljice v enako dolge daljice, ohranja velikosti kotov in orientacijo likov, like preslika v skladne like, premice pa ne preslika v vzporedne premice.

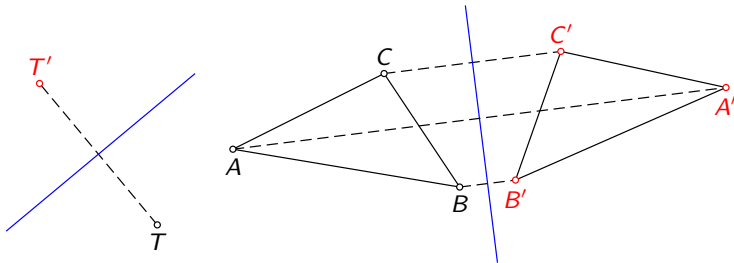
TABLA: konstrukcija rotacije točke okoli točke za nek kot; rotacija trikotnika za isti kot

Opomba: vrtenje v pozitivni/negativni smeri oziroma za pozitiven/negativen kot

S pomočjo skic na tabli/okviru ugotovitev lastnosti dane prelikave.

Zrcaljenje preko premice

Zrcaljenje čez premico p preslika točko T v tako točko T' , da premica p pod pravim kotom razpolavlja daljico TT' .



Zrcaljenje čez premico daljice preslika v enako dolge daljice, ohranja velikost kotov, ne ohranja orientacije likov, like preslika v skladne like, premic ne preslika v vzporedne premice.

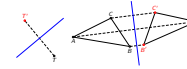
2023-10-25

MATEMATIKA

- Geometrija na ravnini in v prostoru
- Preslikave na ravnini

Zrcaljenje preko premice

Zrcaljenje čez premico p preslika točko T v tako točko T' , da premica p pod pravim kotom razpolavlja daljico TT' .



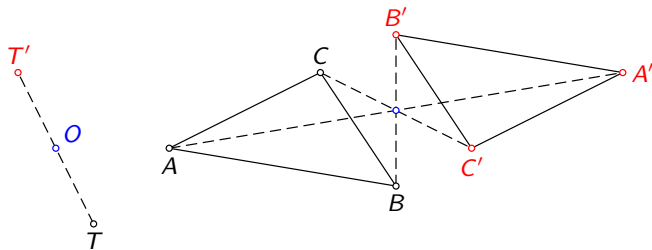
Zrcaljenje čez premico daljice preslika v enako dolge daljice, ohranja velikost kotov, ne ohranja orientacije likov, like preslika v skladne like, premic ne preslika v vzporedne premice.

TABLA: konstrukcija zracljenja točke, daljice in trikotnika preko premice
S pomočjo skic na tabli/okviru ugotavljanje lastnosti zrcaljenja preko premice.

TABLA: Primer enakokrakega trikotnika (osnovnica AC) s simetralo kota z vrhom v C, ki seka c v N. (Dokaz skladnosti trikotnikov ANC in BNC.)

Zrcaljenje preko točke

Zrcaljenje čez točko O preslika točko T v tako točko T' , da je O razpolovišče daljice TT' . Ta preslikava je enaka vrtenju okrog točke za 180° .



Zrcaljenje čez točko daljice preslika v enako dolge daljice, ohranja velikosti kotov in orientacijo likov, like preslika v skladne like, premice preslika v vzporedne premice.

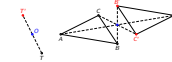
2023-10-25

MATEMATIKA

- Geometrija na ravnini in v prostoru
 - Preslikave na ravnini

Zrcaljenje preko točke

Zrcaljenje čez točko O preslika točko T v tako točko T' , da je O razpolovišče daljice TT' . Ta preslikava je enaka vrtenju okrog točke za 180° .



Zrcaljenje čez točko daljice preslika v enako dolge daljice, ohranja velikosti kotov in orientacijo likov, like preslika v skladne like, premice preslika v vzporedne premice.

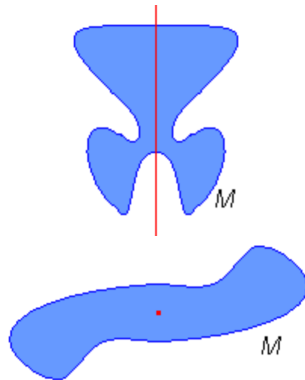
TABLA: konstrukcija zracljenja točke in trikotnika preko točke

S pomočjo skic na tabli/okviru ugotavljanje lastnosti zrcaljenja preko točke.



Simetrija

Množica točk M je **simetrična/somerna glede na premico** p , če se pri zrcaljenju čez premico p preslika sama vase. Premico p imenujemo **simetrala, somernica, simetrijska os** množice M .



Množica točk M je **središčno simetrična/somerna glede na točko** T , če se pri zrcaljenju čez točko T preslika sama vase. Točko T imenujemo **center simetrije** množice M .

Ponovitev definicije in konstrukcije simetrane daljice in simetrane kota.

Naloga

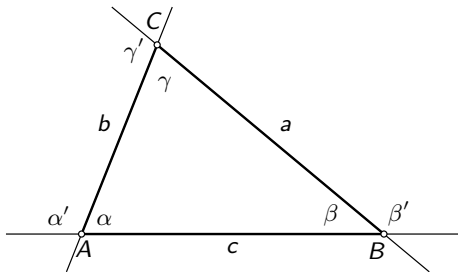
Konstruiraj daljico AB poljubne dolžine. Konstruiraj še:

- točko C , ki jo dobiš tako, da točko B zavrtiš okrog točke A za kot 120° ;
- točko D , ki je pravokotna projekcija točke C na nosilko daljice AB ;
- zrcalno sliko točke C glede na točko B in dobljeno točko označi C' ;
- simetralo kota z vrhom v B , katerega kraka potekata skozi C in C' .

Priredba nalog 57 in 58 v Matematika 2 (Zbirka nalog ...).

Trikotnik

Trikotnik je lik/množica točk v ravnini, omejena s tremi daljicami – **stranice** (a, b, c), ki povezujejo tri nekolinearne točke (A, B, C) v ravnini. Te točke imenujemo **oglišča** trikotnika.



V trikotniku $\triangle ABC$ so α, β in γ **notranji koti**, njihovi sokoti α', β' in γ' pa so **zunanji koti**.

2023-10-25

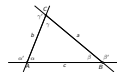
MATEMATIKA

- Geometrija na ravnini in v prostoru

- Trikotnik

- Trikotnik

Trikotnik je lik/množica točk v ravnini, omejena s tremi daljicami – **stranice** (a, b, c), ki povezujejo tri nekolinearne točke (A, B, C) v ravnini. Te točke imenujemo **oglišča** trikotnika.



V trikotniku $\triangle ABC$ so α, β in γ **notranji koti**, njihovi sokoti α', β' in γ' pa so **zunanji koti**.

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ.$$

$$\alpha' = \beta + \gamma$$

$$\beta' = \alpha + \gamma$$

$$\gamma' = \alpha + \beta$$

$$\alpha' + \beta' + \gamma' = 360^\circ.$$

Vsota notranjih kotov trikotnika je 180° :

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ.$$

Zunanji kot trikotnika je enak vsoti notranjih nepripišanih kotov:

$$\alpha' = \beta + \gamma$$

$$\beta' = \alpha + \gamma$$

$$\gamma' = \alpha + \beta$$

Vsota zunanjih kotov trikotnika je 360° :

$$\alpha' + \beta' + \gamma' = 360^\circ.$$

DOKAZ 1. izreka: Upoštevamo lastnosti kotov z vzporednimi kraki. Narišemo nosilko stranice a preko oglišča C . Konstruiramo vzporednico k c skozi C . Dobljena kota sta skladna α oziroma β . Vsi trije koti skupaj tvorijo iztegnjeni kot (180°).

DOKAZ 2. izreka: Dokaz naredimo zgolj za enega izmed kotov: Na skici dokaz prejšnjega izreka vidimo, da je zunanji kot pri oglišču C enak vsoti kotov α in β .

DOKAZ 3. izreka: Po prejšnjih dveh izrekih sledi, da je $\alpha' + \beta' + \gamma' = 2 \cdot (\alpha + \beta + \gamma) = 2 \cdot 180^\circ = 360^\circ$.

Naloga 65

Izračunaj velikosti notranjih in zunanjih kotov trikotnika $\triangle ABC$, če je $\alpha = 67^\circ 13'$ in $\beta' = 133^\circ 25'$.

Naloga 68

Velikosti notranjih kotov trikotnika so v razmerju 2 : 5 : 11. V kolikšnem razmerju so velikosti zunanjih kotov tega trikotnika?

Naloga 70

Notranji kot ob oglišču A trikotnika $\triangle ABC$ je za 1° manjši od velikosti notranjega kota ob oglišču C . Zunanji kot v oglišču C je za 1° večji od dvakratnika velikosti notranjega kota ob oglišču A . Izračunaj velikosti notranjih kotov trikotnika $\triangle ABC$.

2023-10-25

MATEMATIKA

└─ Geometrija na ravnini in v prostoru
└─ Trikotnik

Naloga 65

Izračunaj velikosti notranjih in zunanjih kotov trikotnika $\triangle ABC$, če je $\alpha = 67^\circ 13'$ in $\beta' = 133^\circ 25'$.

Naloga 68

Velikosti notranjih kotov trikotnika so v razmerju 2 : 5 : 11. V kolikšnem razmerju so velikosti zunanjih kotov tega trikotnika?

Naloga 70

Notranji kot ob oglišču A trikotnika $\triangle ABC$ je za 1° manjši od velikosti notranjega kota ob oglišču C . Zunanji kot v oglišču C je za 1° večji od dvakratnika velikosti notranjega kota ob oglišču A . Izračunaj velikosti notranjih kotov trikotnika $\triangle ABC$.

MATEMATIKA

└ Geometrija na ravnini in v prostoru

└ Trikotnik

Nasproti daljše stranice trikotnika leži večji notranji kot, nasproti krajše stranice pa manjši notranji kot trikotnika.

$$a > b \Leftrightarrow \alpha > \beta$$

Trikotniška neenakost

Vsaka stranica trikotnika je krajša od vsote dolžin drugih dveh stranic.

$$a < b + c$$

$$b < a + c$$

$$c < a + b$$

Nasproti daljše stranice trikotnika leži večji notranji kot, nasproti krajše stranice pa manjši notranji kot trikotnika.

$$a > b \Leftrightarrow \alpha > \beta$$

Trikotniška neenakost

Vsaka stranica trikotnika je krajša od vsote dolžin drugih dveh stranic.

$$a < b + c$$

$$b < a + c$$

$$c < a + b$$

DOKAZ 1. izreka: Denimo, da je c daljša od b v trikotniku ABC . Konstruiramo simetralo α in označimo presečišče z a z D . Daljico AC prenesemo na AB in točko označimo z E . Dobili smo skladna trikotnika AED in ACD (skupna AD , $|AC| = |AE|$, kot med njima). Torej je $\angle DEA = \gamma$ zunanji kot za trikotnik EBD , torej enak vsoti β in $\angle EDB$. To pomeni da velja $\gamma > \beta$.

DOKAZ 2. izreka: Dokaz naredimo zgolj za eno neenakost: Podaljšamo eno izmed stranic trikotnika ABC , naj bo to a , preko oglišča C za dolžino stranice b . Dobili smo enakokrak trikotnik ACC' , skladna kota $\angle CAC'$ in $\angle AC'C$ označimo z φ . Kot $\angle BAC' = \epsilon$ je večji od φ . V trikotniku ABC' je $\epsilon > \varphi$, zato je $BC' > c$. To nam da: $c < a + b$.

Naloga 76

Ali obstaja trikotnik z danimi dolžinami stranic?

❖ $a = 4 \text{ cm}$, $b = 5 \text{ cm}$, $c = 10 \text{ cm}$;❖ $a = 4 \text{ cm}$, $b = 5 \text{ cm}$, $c = 8 \text{ cm}$;❖ $a = 5 \text{ cm}$, $b = 12 \text{ cm}$, $c = 6 \text{ cm}$.

Naloga 77

Po velikosti uredi notranje kote trikotnika $\triangle ABC$.❖ $a = 33 \text{ dm}$, $b = 22 \text{ dm}$, $c = 28 \text{ dm}$;❖ $a = 32 \text{ m}$, $b = 35 \text{ m}$, $c = 38 \text{ m}$.

Naloga 76

Ali obstaja trikotnik z danimi dolžinami stranic?

❶ $a = 4 \text{ cm}$, $b = 5 \text{ cm}$, $c = 10 \text{ cm}$;❷ $a = 4 \text{ cm}$, $b = 5 \text{ cm}$, $c = 8 \text{ cm}$;❸ $a = 5 \text{ cm}$, $b = 12 \text{ cm}$, $c = 6 \text{ cm}$.

Naloga 77

Po velikosti uredi notranje kote trikotnika $\triangle ABC$.❶ $a = 33 \text{ dm}$, $b = 22 \text{ dm}$, $c = 28 \text{ dm}$;❷ $a = 32 \text{ m}$, $b = 35 \text{ m}$, $c = 38 \text{ m}$;

MATEMATIKA

└ Geometrija na ravnini in v prostoru

└ Trikotnik

Višina na stranico trikotnika je daljica, ki povezuje nosilko te stranice z nasprotnim ogliščem in je pravokotna na to nosilko. Njena dolžina je razdalja oglišča od nasprotne stranice.



Nosilke vseh treh višin na stranice trikotnika se sekajo v eni točki, ki jo imenujemo **višinska točka** ali **ortocenter**.

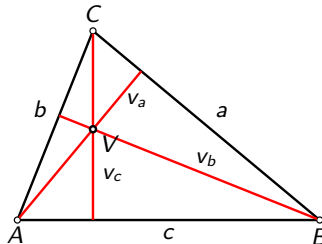


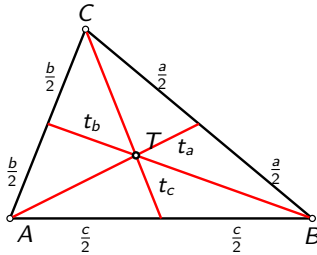
TABLA: konstrukcija višin trikotnika z ravnilom in šestilom

DOKAZ: Skozi vsako oglišče trikotnika narišemo vzporednico k nasprotni stranici. Presečišča označimo z A' , B' , C' . Zaradi vzporednosti sta štirkotnika $ABA'C$ in $ABCB'$ paralelograma, torej je $|AB| = |A'C|$ in $|AB| = |B'C|$, iz tega $|A'C| = |B'C|$: C razpolavlja $A'B'$. Podobno za B in A . Nosilke višin trikotnika ABC so simetrale stranic trikotnika $A'B'C'$. Te se sekajo v središču očrtane krožnice trikotnika $A'B'C'$, ki je višinska točka trikotnika ABC .

Nosilke vseh treh višin na stranice trikotnika se sekajo v eni točki, ki jo imenujemo **višinska točka** ali **ortocenter**.



Težiščnica na stranico trikotnika je daljica, ki povezuje razpolovišče te stranice z nasprotnim ogliščem.



Vse tri trikotnikove težiščnice se sekajo v eni točki – **težišču** ali **baricentru** trikotnika. Težišče deli težiščnico v razmerju 1 : 2.

TABLA: konstrukcija težiščnic z ravnilom in šestilom

Naloga 81

Konstruiraj trikotnik.

- $a = 2 \text{ cm}$, $b = 6 \text{ cm}$, $c = 5 \text{ cm}$;
- $c = 4 \text{ cm}$, $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 45^\circ$;
- $a = 4 \text{ cm}$, $c = 5 \text{ cm}$, $\alpha = 45^\circ$;
- $a = 2,5 \text{ cm}$, $c = 5 \text{ cm}$, $v_c = 2 \text{ cm}$;
- $v_c = 3 \text{ cm}$, $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 75^\circ$;
- $v_a = 2 \text{ cm}$, $v_b = 4 \text{ cm}$, $\gamma = 45^\circ$;
- $b = 65 \text{ cm}$, $t_b = 3,5 \text{ cm}$, $\gamma = 60^\circ$;
- $v_a = 3 \text{ cm}$, $t_c = 4 \text{ cm}$, $\beta = 45^\circ$.

2023-10-25

MATEMATIKA

└ Geometrija na ravlini in v prostoru

└ Trikotnik

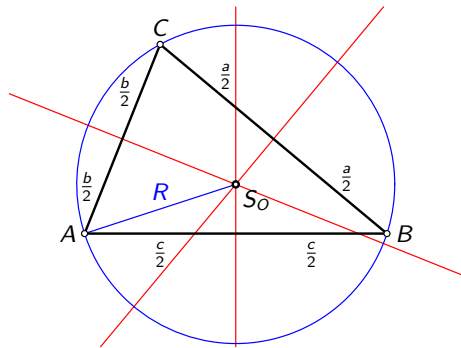
Morda manj primerov pri nalogi 81. (b, c, h, l, n, r, š, u)

Naloga 81

Konstruiraj trikotnik.

- $a = 2 \text{ cm}$, $b = 6 \text{ cm}$, $c = 5 \text{ cm}$;
- $c = 4 \text{ cm}$, $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 45^\circ$;
- $a = 4 \text{ cm}$, $c = 5 \text{ cm}$, $\alpha = 45^\circ$;
- $a = 2,5 \text{ cm}$, $c = 5 \text{ cm}$, $v_c = 2 \text{ cm}$;
- $v_c = 3 \text{ cm}$, $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 75^\circ$;
- $v_a = 2 \text{ cm}$, $v_b = 4 \text{ cm}$, $\gamma = 45^\circ$;
- $b = 65 \text{ cm}$, $t_b = 3,5 \text{ cm}$, $\gamma = 60^\circ$;
- $v_a = 3 \text{ cm}$, $t_c = 4 \text{ cm}$, $\beta = 45^\circ$.

Simetrale vseh treh stranic trikotnika se sekajo v eni točki. Ta točka je **središče trikotniku očrtane krožnice**.



Očrtana krožnica poteka skozi vsa tri oglišča trikotnika. Vse tri stranice trikotnika so tetive te krožnice.

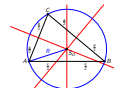
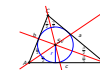


TABLA: konstrukcija simetral stranic in očrtane krožnice z ravnilom in šestilom

DOKAZ: Konstruiramo simetrali stranic AC in AB . Vsaka točka na njiju je enako oddaljena od oglišč stranice. Torej je njuno presečišče S_O enako oddalje od vseh trh oglišč A, B, C in tako središče trikotniku očrtane krožnice. Podobno za simetralo strannice BC .



Simetrale notranjih kotov trikotnika se sekajo v eni točki. Ta točka je **središče trikotniku včrtane krožnice**.

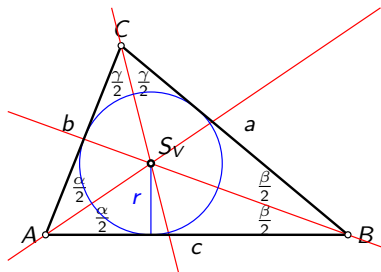


TABLA: konstrukcija simetral kotov in včrtane krožnice z ravnilom in šestilom

DOKAZ: Narišemo simetrali kotov pri A in B . Vsaka točka na njiju je enako oddaljena od nosilk stranic ob kotu. Njuno presečišče S_V je torej enako oddalje od vseh treh nosilk stranic trikotnika. In zato je središče krožnice, ki se dotika vseh treh stranic – trikotniku včrtane krožnice.

Včrtana krožnica ima vse tri stranice trikotnika za tangente.

Naloga 83

Dan je trikotnik $\triangle ABC$ s podatki $b = 5 \text{ cm}$, $\beta = 45^\circ$, $\gamma = 60^\circ$.

1. Konstruiraj trikotnik $\triangle ABC$.
2. Konstruiraj trikotniku $\triangle ABC$ očrtano krožnico.
3. Koliko je velik zunanji kot pri oglišču A ?

Naloga 84

Dan je trikotnik $\triangle ABC$ s podatki $a = 5 \text{ cm}$, $c = 4 \text{ cm}$, $t_c = 4 \text{ cm}$.

1. Konstruiraj trikotnik $\triangle ABC$.
2. Konstruiraj trikotniku $\triangle ABC$ včrtano krožnico.
3. Kateri izmed $\angle BAC$ in $\angle ACB$ je večji? Utemelji (brez merjenja).

Naloga 83

Dan je trikotnik $\triangle ABC$ s podatki $b = 5 \text{ cm}$, $\beta = 45^\circ$, $\gamma = 60^\circ$.

- Konstruiraj trikotnik $\triangle ABC$.
- Konstruiraj trikotniku $\triangle ABC$ očrtano krožnico.
- Koliko je velik zunanji kot pri oglišču A ?

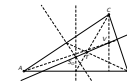
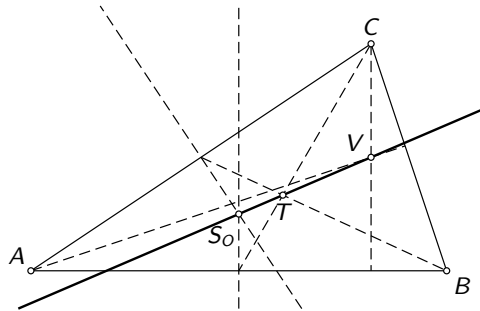
Naloga 84

Dan je trikotnik $\triangle ABC$ s podatki $a = 5 \text{ cm}$, $c = 4 \text{ cm}$, $t_c = 4 \text{ cm}$.

- Konstruiraj trikotnik $\triangle ABC$.
- Konstruiraj trikotniku $\triangle ABC$ včrtano krožnico.
- Kateri izmed $\angle BAC$ in $\angle ACB$ je večji? Utemelji (brez merjenja).

Težišče, središče trikotniku očrtane krožnice, središče trikotniku včrtane krožnice in višinska točka so **znamenite točke trikotnika**.

Višinska točka, središče očrtane krožnice in težišče so vedno kolinearne. Premico, ki jih povezuje, imenujemo **Eulerjeva premica**.



Krog

2023-10-25

MATEMATIKA

└─ Geometrija na ravnini in v prostoru

└─ Krog

└─ Krog

Geometrija na ravlini in v prostoru	Štirikotnik		Štirikotnik
Štirikotnik		<div>2023-10-25</div> <div>MATEMATIKA<ul style="list-style-type: none">Geometrija na ravlini in v prostoru<ul style="list-style-type: none">Štirikotnik<ul style="list-style-type: none">Štirikotnik</div>	
Jan Kastelic (FMF)	MATEMATIKA	25. oktober 2023	29 / 75

Večkotnik

2023-10-25

- MATEMATIKA
 - Geometrija na ravnini in v prostoru
 - Večkotnik
 - Večkotnik

Večkotnik

Podobnost

2023-10-25

MATEMATIKA

Geometrija na ravnini in v prostoru

Podobnost

— Podobnost

Podobnost v pravokotnem trikotniku

2023-10-25

MATEMATIKA

└ Geometrija na ravnini in v prostoru

└└ Podobnost v pravokotnem trikotniku

└└└ Podobnost v pravokotnem trikotniku

Podobnost v pravokotnem trikotniku

Kotne funkcije kotov, velikih od 0° do 90°

2023-10-25

MATEMATIKA

- └ Geometrija na ravnini in v prostoru
 - └ Kotne funkcije kotov, velikih od 0° do 90°
 - └ Kotne funkcije kotov, velikih od 0° do 90°

2023-10-25

- └ Geometrija na ravlini in v prostoru
 - └ Kotne funkcije kotov, velikih od 0° do 160°
 - └ Kotne funkcije kotov, velikih od 0° do 360°

Section 2

Vektorji

1 Geometrija na ravnini in v prostoru

2 Vektorji

- Vektorske količine
- Računanje z vektorji
- Linearna kombinacija vektorjev, baza
- Skalarni produkt vektorjev
- Vektorji v koordinatnem sistemu
- Skalarni produkt v koordinatnem sistemu
- (i) Vektorski produkt
- (i) Premice v prostoru
- (i) Ravnine v prostoru

3 Koreni, lastnosti funkcij, potenčna funkcija

4 Kvadratna funkcija, kompleksna števila

Vektorske količine

2023-10-25

MATEMATIKA
└ Vektorji
└ Vektorske količine
└ Vektorske količine

Računanje z vektorji

2023-10-25

MATEMATIKA
└ Vektorji
└ Računanje z vektorji
└ Računanje z vektorji

Skalarni produkt vektorjev

Vektorji v koordinatnem sistemu

2023-10-25

MATEMATIKA

- └ Vektorji
 - └ Vektorji v koordinatnem sistemu
 - └ Vektorji v koordinatnem sistemu

Skalarni produkt v koordinatnem sistemu

2023-10-25

MATEMATIKA

└ Vektorji

└ Skalarni produkt v koordinatnem sistemu

└ Skalarni produkt v koordinatnem sistemu

(i) Vektorski produkt

(i) Premice v prostoru

2023-10-25

MATEMATIKA

└ Vektorji

└ (i) Premice v prostoru

└ (i) Premice v prostoru

(i) Ravnine v prostoru

2023-10-25	MATEMATIKA
	└ Vektorji
	└ (i) Ravnine v prostoru
	└ (i) Ravnine v prostoru

Section 3

Koreni, lastnosti funkcij, potenčna funkcija

1 Geometrija na ravnini in v prostoru

2 Vektorji

3 Koreni, lastnosti funkcij, potenčna funkcija

- Koreni poljubnih stopenj
- Potence z racionalnimi eksponenti
- Lastnosti funkcij
- Transformacije na ravnini
- Inverzna funkcija
- Potenčna funkcija z naravnim eksponentom
- Potenčna funkcija z negativnim celim eksponentom
- Korenska funkcija
- Modeliranje s korensko in potenčno funkcijo

4 Kvadratna funkcija, kompleksna števila

2023-10-25

MATEMATIKA

└ Koreni, lastnosti funkcij, potenčna funkcija

● Geometrija na ravnini in v prostoru

● Vektorji

● Koreni, lastnosti funkcij, potenčna funkcija

● Koreni poljubnih stopenj

● Potence z racionalnimi eksponenti

● Lastnosti funkcij

● Transformacije na ravnini

● Inverzna funkcija

● Potenčna funkcija z naravnim eksponentom

● Potenčna funkcija z negativnim celim eksponentom

● Korenska funkcija

■ Modeliranje s korensko in potenčno funkcijo

● Kvadratna funkcija, kompleksna števila

Koreni poljubnih stopenj

2023-10-25

MATEMATIKA

└─Koreni, lastnosti funkcij, potenčna funkcija

└─Koreni poljubnih stopenj

└─Koreni poljubnih stopenj

Potence z racionalnimi eksponenti

MATEMATIKA

2023-10-25

- └ Koreni, lastnosti funkcij, potenčna funkcija
 - └ Potence z racionalnimi eksponenti
 - └ Potence z racionalnimi eksponenti

Lastnosti funkcij

2023-10-25

MATEMATIKA

└─Koreni, lastnosti funkcij, potenčna funkcija

└─Lastnosti funkcij

└─Lastnosti funkcij

2023-10-25

- └ Koreni, lastnosti funkcij, potenčna funkcija
 - └ Transformacije na ravnini
 - └ Transformacije na ravnini

Inverzna funkcija

2023-10-25

MATEMATIKA

└─Koreni, lastnosti funkcij, potenčna funkcija

└─Inverzna funkcija

└─Inverzna funkcija

Potenčna funkcija z naravnim eksponentom

- └─Koreni, lastnosti funkcij, potenčna funkcija
 - └─Potenčna funkcija z naravnim eksponentom
 - └─Potenčna funkcija z naravnim eksponentom

Potenčna funkcija z negativnim celim eksponentom

2023-10-25

MATEMATIKA

└─Koreni, lastnosti funkcij, potenčna funkcija

└─Potenčna funkcija z negativnim celim eksponentom

└─Potenčna funkcija z negativnim celim eksponentom

Korenska funkcija

2023-10-25

MATEMATIKA

- └─Koreni, lastnosti funkcij, potenčna funkcija
 - └─Korenska funkcija
 - └─Korenska funkcija

Modeliranje s korensko in potenčno funkcijo

2023-10-25

MATEMATIKA

- └ Koreni, lastnosti funkcij, potenčna funkcija
 - └ Modeliranje s korensko in potenčno funkcijo
 - └ Modeliranje s korensko in potenčno funkcijo

Section 4

Kvadratna funkcija, kompleksna števila

1 Geometrija na ravnini in v prostoru

2 Vektorji

3 Koreni, lastnosti funkcij, potenčna funkcija

4 **Kvadratna funkcija, kompleksna števila**

- Kvadratna enačba
- Kvadratna funkcija in parabola
- Presečišča parabol
- Kvadratna neenačba
- Modeliranje s kvadratno funkcijo in ekstremalni problemi
- Množica kompleksnih števil
- Računanje s kompleksnimi števili

Kvadratna funkcija in parabola

2023-10-25

MATEMATIKA

└ Kvadratna funkcija, kompleksna števila

└ Kvadratna funkcija in parabola

└ Kvadratna funkcija in parabola

Presečišča parabol

2023-10-25

- MATEMATIKA
 - Kvadratna funkcija, kompleksna števila
 - Presečišča parabol
 - Presečišča parabol

Kvadratna neenačba

2023-10-25

- MATEMATIKA
 - Kvadratna funkcija, kompleksna števila
 - Kvadratna neenačba
 - Kvadratna neenačba

Modeliranje s kvadratno funkcijo in ekstremalni problemi

2023-10-25

MATEMATIKA

└ Kvadratna funkcija, kompleksna števila

└ Modeliranje s kvadratno funkcijo in ekstremalni problemi

└ Modeliranje s kvadratno funkcijo in ekstremalni problemi

Množica kompleksnih števil

2023-10-25

MATEMATIKA

└ Kvadratna funkcija, kompleksna števila

— Množica kompleksnih števil

— Množica kompleksnih števil

Računanje s kompleksnimi števili

2023-10-25

MATEMATIKA

└ Kvadratna funkcija, kompleksna števila

└ Računanje s kompleksnimi števili

└ Računanje s kompleksnimi števili

Section 5

Eksponentna in logaritemska funkcija

- 1 Geometrija na ravnini in v prostoru
- 2 Vektorji
- 3 Koreni, lastnosti funkcij, potenčna funkcija
- 4 Kvadratna funkcija, kompleksna števila
- 5 Eksponentna in logaritemska funkcija**
 - Eksponentna enačba
 - Logaritem
 - Pravila za računanje z logaritmi
 - Logaritemska enačba
 - Eksponentna in logaritemska funkcija
 - Modeliranje z eksponentno in logaritemsko funkcijo
 - Sprememba osnove logaritma

2023-10-25

MATEMATIKA

└ Eksponentna in logaritemska funkcija

• Geometrija na ravnini in v prostoru

• Vektorji

• Koreni, lastnosti funkcij, potenčna funkcija

• Kvadratna funkcija, kompleksna števila

• **Eksponentna in logaritemska funkcija**

• Eksponentna enačba

• Logaritem

• Pravila za računanje z logaritmi

• Logaritemska enačba

• Eksponentna in logaritemska funkcija

• Modeliranje z eksponentno in logaritemsko funkcijo

• Sprememba osnove logaritma

Eksponentna enačba

Logaritem

2023-10-25

- MATEMATIKA
 - └ Eksponentna in logaritemska funkcija
 - └ Logaritem
 - └ Logaritem

Pravila za računanje z logaritmi

2023-10-25

MATEMATIKA

- └ Eksponentna in logaritemska funkcija
 - └ Pravila za računanje z logaritmi
 - └ Pravila za računanje z logaritmi

Logaritemska enačba

2023-10-25

MATEMATIKA

└ Eksponentna in logaritemska funkcija

└└ Logaritemska enačba

└└└ Logaritemska enačba

Eksponentna in logaritemska funkcija

2023-10-25

MATEMATIKA

- └ Eksponentna in logaritemska funkcija
 - └ Eksponentna in logaritemska funkcija
 - └ Eksponentna in logaritemska funkcija

Modeliranje z eksponentno in logaritemsko funkcijo

2023-10-25

MATEMATIKA

- └ Eksponentna in logaritemska funkcija

- └ Modeliranje z eksponentno in logaritemsko funkcijo

- └ Modeliranje z eksponentno in logaritemsko funkcijo

Sprememba osnove logaritma

2023-10-25

MATEMATIKA

└ Eksponentna in logaritemska funkcija

—Sprememba osnove logaritma

- Sprememba osnove logaritma

Eksponentna in logaritemska neenačba

2023-10-25

- MATEMATIKA
 - Eksponentna in logaritemska funkcija
 - Eksponentna in logaritemska neenačba
 - Eksponentna in logaritemska neenačba