### MATEMATIKA

1. letnik – splošna gimnazija

### Jan Kastelic

Gimnazija Antona Aškerca, Šolski center Ljubljana

14. februar 2025

# Vsebina

Realna števila

2/65

14. februar 2025

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

# Section 1

## Realna števila



Jan Kastelic (GAA)

- Realna števila
  - Realna števila
  - Kvadratni koren
  - Kubični koren
  - Interval
  - Reševanje enačb
  - Reševanje neenačb
  - Reševanje sistemov enačb
  - Obravnava enačb in neenačb
  - Sklepni račun
  - Odstotni račun
  - Absolutna vrednost
  - Zaokroževanje, približki, napake



4 / 65

MATEMATIKA

## Realna števila

5 / 65

Jan Kastelic (GAA)

Med poljubnima dvema racionalnima številoma  $\frac{x}{y}, \frac{z}{w} \in \mathbb{Q}$  je vsaj še eno racionalno število



5/65

Med poljubnima dvema racionalnima številoma  $\frac{x}{y}, \frac{z}{w} \in \mathbb{Q}$  je vsaj še eno racionalno število – aritmetična sredina teh dveh števil  $\frac{1}{2}\left(\frac{x}{y}+\frac{z}{w}\right)$ .



5 / 65

Med poljubnima dvema racionalnima številoma  $\frac{x}{y}, \frac{z}{w} \in \mathbb{Q}$  je vsaj še eno racionalno število – aritmetična sredina teh dveh števil  $\frac{1}{2}\left(\frac{x}{y} + \frac{z}{w}\right)$ .

$$\frac{x}{y} < \frac{z}{w}, \ y, w \neq 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{y} < \frac{1}{2} \left( \frac{x}{y} + \frac{z}{w} \right) < \frac{z}{w}$$



5 / 65

Med poljubnima dvema racionalnima številoma  $\frac{x}{y}, \frac{z}{w} \in \mathbb{Q}$  je vsaj še eno racionalno število – aritmetična sredina teh dveh števil  $\frac{1}{2}\left(\frac{x}{y} + \frac{z}{w}\right)$ .

$$\frac{x}{y} < \frac{z}{w}, \ y, w \neq 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{y} < \frac{1}{2} \left( \frac{x}{y} + \frac{z}{w} \right) < \frac{z}{w}$$

Med poljubnima racionalnima številoma je neskončno mnogo racionalnih števil in pravimo, da je množica  $\mathbb{Q}$  **povsod gosta**.



5 / 65

Med poljubnima dvema racionalnima številoma  $\frac{x}{y}, \frac{z}{w} \in \mathbb{Q}$  je vsaj še eno racionalno število – aritmetična sredina teh dveh števil  $\frac{1}{2}\left(\frac{x}{y}+\frac{z}{w}\right)$ .

$$\frac{x}{y} < \frac{z}{w}, \ y, w \neq 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{y} < \frac{1}{2} \left( \frac{x}{y} + \frac{z}{w} \right) < \frac{z}{w}$$

Med poljubnima racionalnima številoma je neskončno mnogo racionalnih števil in pravimo, da je množica  $\mathbb Q$  **povsod gosta**.

Množici  $\mathbb Q$  in  $\mathbb Z$  imata enako moč – sta števno neskončni  $(m(\mathbb Q)=m(\mathbb Z)=\aleph_0)$ .

4 ロ ト 4 個 ト 4 差 ト 4 差 ト 差 り 9 0 0

5 / 65



Jan Kastelic (GAA)

**Iracionalna števila**  $\mathbb{I}$  so vsi kvadratni koreni števil, ki niso popolni kvadrati, tretji koreni, ki niso popolni kubi, ..., število  $\pi$ , Eulerjevo število e ...



6/65

Iracionalna števila I so vsi kvadratni koreni števil, ki niso popolni kvadrati, tretji koreni, ki niso popolni kubi, ..., število  $\pi$ , Eulerjevo število e ...

Množici racionalnih in iracionalnih števil sta disjunktni:  $\mathbb{Q} \cap \mathbb{I} = \emptyset$ .



6 / 65

**Iracionalna števila**  $\mathbb I$  so vsi kvadratni koreni števil, ki niso popolni kvadrati, tretji koreni, ki niso popolni kubi, ..., število  $\pi$ , Eulerjevo število e ...

Množici racionalnih in iracionalnih števil sta disjunktni:  $\mathbb{Q} \cap \mathbb{I} = \emptyset$ .

#### Realna števila

6/65

**Iracionalna števila**  $\mathbb I$  so vsi kvadratni koreni števil, ki niso popolni kvadrati, tretji koreni, ki niso popolni kubi, ..., število  $\pi$ , Eulerjevo število e ...

Množici racionalnih in iracionalnih števil sta disjunktni:  $\mathbb{Q} \cap \mathbb{I} = \emptyset$ .

### Realna števila

**Realna števila** so množica števil, ki jo dobimo kot unijo racionalnih in iracionalnih števil:  $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$ .

6/65

**Iracionalna števila**  $\mathbb I$  so vsi kvadratni koreni števil, ki niso popolni kvadrati, tretji koreni, ki niso popolni kubi, ..., število  $\pi$ , Eulerjevo število e ...

Množici racionalnih in iracionalnih števil sta disjunktni:  $\mathbb{Q} \cap \mathbb{I} = \emptyset$ .

### Realna števila

**Realna števila** so množica števil, ki jo dobimo kot unijo racionalnih in iracionalnih števil:  $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$ .

Množica realnih števil je močnejša od množice racionalnih števil. Pravimo, da je (neštevno) neskončna.



6/65

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 14. februar 2025 7 / 65

 $\mathbb{R} =$ 

 $\mathbb{R}$ 

0

ullet množico negativnih realnih števil  $\mathbb{R}^-$ ,

$$\mathbb{R} = \mathbb{R}^-$$

$$\mathbb{R}$$
  $\mathbb{R}^-$  (



Jan Kastelic (GAA)

- množico negativnih realnih števil  $\mathbb{R}^-$ ,
- množico z elementom nič:  $\{\mathbf{0}\}$  in

$$\mathbb{R} = \mathbb{R}^- \cup \{0\}$$

$$\mathbb{R}$$
  $\mathbb{R}^ \mathbb{Q}$ 



14. februar 2025

- ullet množico negativnih realnih števil  $\mathbb{R}^-$ ,
- množico z elementom nič:  $\{ \mathbf{0} \}$  in
- množico pozitivnih realnih števil:  $\mathbb{R}^+$ .

$$\mathbb{R} = \mathbb{R}^- \cup \{0\} \cup \mathbb{R}^+$$

$$\mathbb{R}^-$$
 0  $\mathbb{R}^+$ 

7 / 65

Jan Kastelic (GAA)

- množico negativnih realnih števil  $\mathbb{R}^-$ ,
- množico z elementom nič:  $\{\mathbf{0}\}$  in
- množico pozitivnih realnih števil:  $\mathbb{R}^+$ .

$$\mathbb{R} = \mathbb{R}^- \cup \{0\} \cup \mathbb{R}^+$$

$$\mathbb{R}$$
  $\mathbb{R}^-$  0  $\mathbb{R}^+$ 

Vsaki točki na številski premici ustreza natanko eno realno število in obratno, vsakemu realnemu številu ustreza natanko ena točka na številski premici.



7 / 65

Jan Kastelic (GAA)

- ullet množico negativnih realnih števil  $\mathbb{R}^-$ ,
- množico z elementom nič:  $\{\mathbf{0}\}$  in
- množico pozitivnih realnih števil:  $\mathbb{R}^+$ .

$$\mathbb{R} = \mathbb{R}^- \cup \{0\} \cup \mathbb{R}^+$$

$$\mathbb{R}$$
  $\mathbb{R}^-$  0  $\mathbb{R}^+$ 

Vsaki točki na številski premici ustreza natanko eno realno število in obratno, vsakemu realnemu številu ustreza natanko ena točka na številski premici.

Številsko premico, ki upodablja realna števila, imenujemo tudi realna os.



8/65

refleksivnost:



8/65

• refleksivnost:  $\forall x \in \mathbb{R} : x \leq x$ ;



8/65

- refleksivnost:  $\forall x \in \mathbb{R} : x \leq x$ ;
- antisimetričnost:



8/65

- refleksivnost:  $\forall x \in \mathbb{R} : x \leq x$ ;
- antisimetričnost:  $\forall x, y \in \mathbb{R} : x \leq y \land y \leq x \Rightarrow x = y$ ;



8 / 65

- refleksivnost:  $\forall x \in \mathbb{R} : x \leq x$ ;
- antisimetričnost:  $\forall x, y \in \mathbb{R} : x \leq y \land y \leq x \Rightarrow x = y$ ;
- tranzitivnost:



8 / 65

- refleksivnost:  $\forall x \in \mathbb{R} : x \leq x$ ;
- antisimetričnost:  $\forall x, y \in \mathbb{R} : x \leq y \land y \leq x \Rightarrow x = y$ ;
- tranzitivnost:  $\forall x, y, z \in \mathbb{R} : x < y \land y < z \Rightarrow x < z$ ;



8 / 65

- refleksivnost:  $\forall x \in \mathbb{R} : x \leq x$ ;
- antisimetričnost:  $\forall x, y \in \mathbb{R} : x \leq y \land y \leq x \Rightarrow x = y$ ;
- tranzitivnost:  $\forall x, y, z \in \mathbb{R} : x \leq y \land y \leq z \Rightarrow x \leq z$ ;
- stroga sovisnost:



8 / 65

- refleksivnost:  $\forall x \in \mathbb{R} : x \leq x$ ;
- antisimetričnost:  $\forall x, y \in \mathbb{R} : x \leq y \land y \leq x \Rightarrow x = y$ ;
- tranzitivnost:  $\forall x, y, z \in \mathbb{R} : x \leq y \land y \leq z \Rightarrow x \leq z$ ;
- stroga sovisnost:  $\forall x, y \in \mathbb{R} : x \leq y \lor y \leq x$ .

8 / 65

- refleksivnost:  $\forall x \in \mathbb{R} : x \leq x$ ;
- antisimetričnost:  $\forall x, y \in \mathbb{R} : x \leq y \land y \leq x \Rightarrow x = y$ ;
- tranzitivnost:  $\forall x, y, z \in \mathbb{R} : x \leq y \land y \leq z \Rightarrow x \leq z$ ;
- stroga sovisnost:  $\forall x, y \in \mathbb{R} : x \leq y \lor y \leq x$ .

Za realcijo urejenosti na množici  $\mathbb R$  veljajo še naslednje lastnosti:



8 / 65

- refleksivnost:  $\forall x \in \mathbb{R} : x \leq x$ ;
- antisimetričnost:  $\forall x, y \in \mathbb{R} : x \leq y \land y \leq x \Rightarrow x = y$ ;
- tranzitivnost:  $\forall x, y, z \in \mathbb{R} : x \leq y \land y \leq z \Rightarrow x \leq z$ ;
- stroga sovisnost:  $\forall x, y \in \mathbb{R} : x \leq y \lor y \leq x$ .

Za realcijo urejenosti na množici  $\mathbb R$  veljajo še naslednje lastnosti:

monotonost vsote:



8 / 65

Z relacijo biti manjši ali enak je množica  $\mathbb{R}$  linearno urejena, to pomeni, da veljajo:

- refleksivnost:  $\forall x \in \mathbb{R} : x \leq x$ ;
- antisimetričnost:  $\forall x, y \in \mathbb{R} : x \leq y \land y \leq x \Rightarrow x = y$ ;
- tranzitivnost:  $\forall x, y, z \in \mathbb{R} : x \leq y \land y \leq z \Rightarrow x \leq z$ ;
- stroga sovisnost:  $\forall x, y \in \mathbb{R} : x \leq y \lor y \leq x$ .

Za realcijo urejenosti na množici  ${\mathbb R}$  veljajo še naslednje lastnosti:

• monotonost vsote:  $x < y \Rightarrow x + z < y + z$  oziroma  $x \le y \Rightarrow x + z \le y + z$ ;



8 / 65

Z relacijo biti manjši ali enak je množica  $\mathbb R$  linearno urejena, to pomeni, da veljajo:

- refleksivnost:  $\forall x \in \mathbb{R} : x \leq x$ ;
- antisimetričnost:  $\forall x, y \in \mathbb{R} : x \leq y \land y \leq x \Rightarrow x = y$ ;
- tranzitivnost:  $\forall x, y, z \in \mathbb{R} : x \leq y \land y \leq z \Rightarrow x \leq z$ ;
- stroga sovisnost:  $\forall x, y \in \mathbb{R} : x \leq y \lor y \leq x$ .

Za realcijo urejenosti na množici  ${\mathbb R}$  veljajo še naslednje lastnosti:

- monotonost vsote:  $x < y \Rightarrow x + z < y + z$  oziroma  $x \le y \Rightarrow x + z \le y + z$ ;
- $x < y \land z > 0 \Rightarrow xz < yz \text{ in } x \le y \land z > 0 \Rightarrow xz \le yz$ ;



8 / 65

Z relacijo biti manjši ali enak je množica  $\mathbb R$  linearno urejena, to pomeni, da veljajo:

- refleksivnost:  $\forall x \in \mathbb{R} : x \leq x$ ;
- antisimetričnost:  $\forall x, y \in \mathbb{R} : x \leq y \land y \leq x \Rightarrow x = y$ ;
- tranzitivnost:  $\forall x, y, z \in \mathbb{R} : x \leq y \land y \leq z \Rightarrow x \leq z$ ;
- stroga sovisnost:  $\forall x, y \in \mathbb{R} : x \leq y \lor y \leq x$ .

Za realcijo urejenosti na množici  $\mathbb R$  veljajo še naslednje lastnosti:

- monotonost vsote:  $x < y \Rightarrow x + z < y + z$  oziroma  $x \le y \Rightarrow x + z \le y + z$ ;
- $x < y \land z > 0 \Rightarrow xz < yz$  in  $x \le y \land z > 0 \Rightarrow xz \le yz$ ;
- $x < y \land z < 0 \Rightarrow xz > yz$  in  $x \le y \land z < 0 \Rightarrow xz \ge yz$ .



8 / 65



Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

**Kvadratni koren**  $\sqrt{a}$  realnega števila  $a \ge 0$  je tisto nenegativno realno število x, katerega kvadrat je enak a.



9/65

**Kvadratni koren**  $\sqrt{a}$  realnega števila  $a \ge 0$  je tisto nenegativno realno število x, katerega kvadrat je enak a.

$$\sqrt{a} = x \Leftrightarrow a = x^2; \quad a, x \in \mathbb{R}^+$$



9 / 65

**Kvadratni koren**  $\sqrt{a}$  realnega števila  $a \ge 0$  je tisto nenegativno realno število x, katerega kvadrat je enak a.

$$\sqrt{a} = x \Leftrightarrow a = x^2; \quad a, x \in \mathbb{R}^+$$

Število a imenujemo korenjenec, simbol  $\sqrt{\ }$  pa korenski znak.



9 / 65

**Kvadratni koren**  $\sqrt{a}$  realnega števila  $a \ge 0$  je tisto nenegativno realno število x, katerega kvadrat je enak a.

$$\sqrt{a} = x \Leftrightarrow a = x^2; \quad a, x \in \mathbb{R}^+$$

Število a imenujemo korenjenec, simbol  $\sqrt{\ }$  pa korenski znak.

Pravila za računanje s kvadratnimi koreni



9 / 65

**Kvadratni koren**  $\sqrt{a}$  realnega števila  $a \ge 0$  je tisto nenegativno realno število x, katerega kvadrat je enak a.

$$\sqrt{a} = x \Leftrightarrow a = x^2; \quad a, x \in \mathbb{R}^+$$

Število a imenujemo **korenjenec**, simbol  $\sqrt{\phantom{a}}$  pa **korenski znak**.

Pravila za računanje s kvadratnimi koreni

• 
$$(\sqrt{a})^2 = a; \ a \ge 0$$

**Kvadratni koren**  $\sqrt{a}$  realnega števila  $a \ge 0$  je tisto nenegativno realno število x, katerega kvadrat je enak a.

$$\sqrt{a} = x \Leftrightarrow a = x^2; \quad a, x \in \mathbb{R}^+$$

Število a imenujemo **korenjenec**, simbol  $\sqrt{\phantom{a}}$  pa **korenski znak**.

Pravila za računanje s kvadratnimi koreni

• 
$$(\sqrt{a})^2 = a; \ a \ge 0$$

$$\bullet \sqrt{a^2} = \begin{cases} a, & a \ge 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases}$$

**Kvadratni koren**  $\sqrt{a}$  realnega števila  $a \ge 0$  je tisto nenegativno realno število x, katerega kvadrat je enak a.

$$\sqrt{a} = x \Leftrightarrow a = x^2; \quad a, x \in \mathbb{R}^+$$

Število a imenujemo **korenjenec**, simbol  $\sqrt{\phantom{a}}$  pa **korenski znak**.

Pravila za računanje s kvadratnimi koreni

• 
$$(\sqrt{a})^2 = a; \ a \ge 0$$

• 
$$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$
;  $a, b \ge 0$ 

9 / 65

$$\bullet \sqrt{a^2} = \begin{cases} a, & a \ge 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases}$$

**Kvadratni koren**  $\sqrt{a}$  realnega števila  $a \ge 0$  je tisto nenegativno realno število x, katerega kvadrat je enak a.

$$\sqrt{a} = x \Leftrightarrow a = x^2; \quad a, x \in \mathbb{R}^+$$

Število a imenujemo **korenjenec**, simbol  $\sqrt{\phantom{a}}$  pa **korenski znak**.

Pravila za računanje s kvadratnimi koreni

• 
$$(\sqrt{a})^2 = a; \ a \ge 0$$

$$\bullet \sqrt{a^2} = \begin{cases} a, & a \ge 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases}$$

• 
$$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$
;  $a, b > 0$ 



Jan Kastelic (GAA)

**Delno korenjenje** poteka tako, da korenjenec zapišemo kot produkt dveh ali več faktorjev, od katerih je vsaj en popoln kvadrat (ga lahko korenimo). Nato koren zapišemo kot produkt korenov in korenimo kar lahko.



10 / 65

**Delno korenjenje** poteka tako, da korenjenec zapišemo kot produkt dveh ali več faktorjev, od katerih je vsaj en popoln kvadrat (ga lahko korenimo). Nato koren zapišemo kot produkt korenov in korenimo kar lahko.

$$\sqrt{a^2b} = \sqrt{a^2}\sqrt{b} = a\sqrt{b}$$

10 / 65

**Delno korenjenje** poteka tako, da korenjenec zapišemo kot produkt dveh ali več faktorjev, od katerih je vsaj en popoln kvadrat (ga lahko korenimo). Nato koren zapišemo kot produkt korenov in korenimo kar lahko.

$$\sqrt{a^2b} = \sqrt{a^2}\sqrt{b} = a\sqrt{b}$$

#### Racionalizacija imenovalca



10 / 65

**Delno korenjenje** poteka tako, da korenjenec zapišemo kot produkt dveh ali več faktorjev, od katerih je vsaj en popoln kvadrat (ga lahko korenimo). Nato koren zapišemo kot produkt korenov in korenimo kar lahko.

$$\sqrt{a^2b} = \sqrt{a^2}\sqrt{b} = a\sqrt{b}$$

#### Racionalizacija imenovalca

Racionalizacija imenovalca pomeni, da ulomek zapišemo z enakovrednim ulomkom, ki v imenovalcu nima korena. To naredimo z razširjanjem ulomka.

10 / 65

**Delno korenjenje** poteka tako, da korenjenec zapišemo kot produkt dveh ali več faktorjev, od katerih je vsaj en popoln kvadrat (ga lahko korenimo). Nato koren zapišemo kot produkt korenov in korenimo kar lahko.

$$\sqrt{a^2b} = \sqrt{a^2}\sqrt{b} = a\sqrt{b}$$

#### Racionalizacija imenovalca

Racionalizacija imenovalca pomeni, da ulomek zapišemo z enakovrednim ulomkom, ki v imenovalcu nima korena. To naredimo z razširjanjem ulomka.

Izraze s kvadratnimi koreni poenostavimo tako, da uporabimo že znane obrazce, delno korenimo in racionaliziramo imenovalce.



10 / 65



#### Izračunajte.

$$\bullet$$
  $\sqrt{49 \cdot 64}$ 

• 
$$\sqrt{4 \cdot 324}$$

• 
$$\sqrt{361 \cdot 16}$$

• 
$$\sqrt{-16 \cdot 25}$$

• 
$$\sqrt{3 \cdot 12}$$

• 
$$\sqrt{\frac{225}{289}}$$

• 
$$\sqrt{\frac{169}{256}}$$

• 
$$\sqrt{\frac{49}{121}}$$

• 
$$\sqrt{\frac{18}{32}}$$

Izračunajte.



#### Izračunajte.

$$\bullet \sqrt{\sqrt{16}}$$

• 
$$\sqrt{\sqrt{81}}$$

$$\bullet$$
  $\sqrt{\sqrt{256}}$ 

• 
$$\sqrt{\sqrt{1}}$$

• 
$$\sqrt{\sqrt{256}}$$



Izračunajte.



13 / 65

• 
$$\sqrt{e^{10}f^{26}}$$

• 
$$\sqrt{a^{20}b^4}$$

• 
$$\sqrt{(-x)^{20}y^4}$$

• 
$$\sqrt{3a^6 + a^6}$$





• 
$$\sqrt{16+36+12}$$

• 
$$\sqrt{121} + \sqrt{81}$$

• 
$$\sqrt{10+21+69}$$

• 
$$\sqrt{10+11-21}$$

• 
$$\sqrt{9+4-4}$$

• 
$$\sqrt{3 \cdot 4 + 2 \cdot 2}$$

$$\bullet$$
  $\sqrt{5\cdot7+1}$ 

$$\bullet \ \sqrt{8 \cdot 7 - 5 \cdot 4}$$

• 
$$\sqrt{10 \cdot 8 - 4 \cdot 4}$$

$$\sqrt{11 \cdot 5 + 2 \cdot 7 + 3 \cdot 4}$$



## Naloga Izračunajte.

# • $\sqrt{20}$

- √98
- √300
- √125
- $\sqrt{x^3}$

• 
$$\sqrt{128a^{13}b^9}$$

• 
$$\sqrt{100x^2y^5 + 62x^2y^5}$$
;  $x, y \ge 0$ 

• 
$$\sqrt{8a^6b^5-12a^4b^6}$$
;  $a,b\geq 0$ 



### Izračunajte.

• 
$$\sqrt{44} + \sqrt{99}$$

• 
$$\sqrt{192} + \sqrt{147}$$

• 
$$\sqrt{180} - \sqrt{245} + 2\sqrt{500}$$

• 
$$\sqrt{243a^3b} + 2a\sqrt{48ab} - \sqrt{363a^2} \cdot \sqrt{ab}$$
;  $a, b \ge 0$ 

• 
$$\sqrt{3a^6 + a^6}$$



Jan Kastelic (GAA)

Kvadratni koren

17 / 65

Racionalizirajte imenovalec.



Jan Kastelic (GAA)

Racionalizirajte imenovalec.

$$\frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

• 
$$\frac{2}{5\sqrt{3}}$$

$$\bullet \ \frac{\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}$$

• 
$$\frac{1+\sqrt{5}}{2+\sqrt{5}}$$

• 
$$\frac{2-\sqrt{3}}{3+\sqrt{2}}$$

14. februar 2025

Kvadratni koren

Izračunajte.



Izračunajte.

• 
$$\frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{3}{\sqrt{2}}$$

$$\bullet \ \frac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{3}}-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$$

• 
$$(2-\sqrt{3})^3$$

Kvadratni koren

Izračunajte.



19 / 65

Izračunajte.

• 
$$(2-\sqrt{5})^3-(1+2\sqrt{5})^2$$

• 
$$(2-\sqrt{3})^2+(2+\sqrt{3})^3$$

$$\bullet \left(1+\sqrt{5}\right)\sqrt{6-2\sqrt{5}}$$

• 
$$(3-\sqrt{5})\sqrt{14+6\sqrt{5}}$$

$$\bullet \left(\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)\sqrt{8-2\sqrt{15}}$$



Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

**Kubični koren**  $\sqrt[3]{a}$  realnega števila a je tisto realno število x, katerega kub je enak a.



20 / 65

**Kubični koren**  $\sqrt[3]{a}$  realnega števila a je tisto realno število x, katerega kub je enak a.

$$\sqrt[3]{a} = x \Leftrightarrow a = x^3; \quad a, x \in \mathbb{R}$$



20 / 65

**Kubični koren**  $\sqrt[3]{a}$  realnega števila a je tisto realno število x, katerega kub je enak a.

$$\sqrt[3]{a} = x \Leftrightarrow a = x^3; \quad a, x \in \mathbb{R}$$

Število a imenujemo korenjenec, simbol  $\sqrt{}$  korenski znak, število 3 pa korenski eksponent.



20 / 65

**Kubični koren**  $\sqrt[3]{a}$  realnega števila a je tisto realno število x, katerega kub je enak a.

$$\sqrt[3]{a} = x \Leftrightarrow a = x^3; \quad a, x \in \mathbb{R}$$

Število a imenujemo korenjenec, simbol  $\sqrt{}$  korenski znak, število 3 pa korenski eksponent.

Pravila za računanje s kubičnimi koreni



20 / 65

**Kubični koren**  $\sqrt[3]{a}$  realnega števila a je tisto realno število x, katerega kub je enak a.

$$\sqrt[3]{a} = x \Leftrightarrow a = x^3; \quad a, x \in \mathbb{R}$$

Število a imenujemo korenjenec, simbol  $\sqrt{}$  korenski znak, število 3 pa korenski eksponent.

Pravila za računanje s kubičnimi koreni

• 
$$(\sqrt[3]{a})^3 = a$$



20 / 65

**Kubični koren**  $\sqrt[3]{a}$  realnega števila a je tisto realno število x, katerega kub je enak a.

$$\sqrt[3]{a} = x \Leftrightarrow a = x^3; \quad a, x \in \mathbb{R}$$

Število a imenujemo korenjenec, simbol  $\sqrt{\phantom{a}}$  korenski znak, število 3 pa korenski eksponent.

Pravila za računanje s kubičnimi koreni

- $(\sqrt[3]{a})^3 = a$   $\sqrt[3]{a^3} = a$



20 / 65

14. februar 2025 Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

**Kubični koren**  $\sqrt[3]{a}$  realnega števila a je tisto realno število x, katerega kub je enak a.

$$\sqrt[3]{a} = x \Leftrightarrow a = x^3; \quad a, x \in \mathbb{R}$$

Število a imenujemo korenjenec, simbol  $\sqrt{}$  korenski znak, število 3 pa korenski eksponent.

Pravila za računanje s kubičnimi koreni

- $(\sqrt[3]{a})^3 = a$
- $\sqrt[3]{a^3} = a$

 $\sqrt[3]{a \cdot b} = \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b}$ 



20 / 65

**Kubični koren**  $\sqrt[3]{a}$  realnega števila a je tisto realno število x, katerega kub je enak a.

$$\sqrt[3]{a} = x \Leftrightarrow a = x^3; \quad a, x \in \mathbb{R}$$

Število a imenujemo korenjenec, simbol  $\sqrt{\phantom{a}}$  korenski znak, število 3 pa korenski eksponent.

Pravila za računanje s kubičnimi koreni

• 
$$(\sqrt[3]{a})^3 = a$$
  
•  $\sqrt[3]{a^3} = a$ 

• 
$$\sqrt[3]{a^3} = a$$

$$\sqrt[3]{a \cdot b} = \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b}$$

• 
$$\sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}}; \ b \neq 0$$

MATEMATIKA 14 februar 2025 Jan Kastelic (GAA) 20 / 65

Izračunajte.



## Izračunajte.

• 
$$\sqrt[3]{-1}$$

• 
$$\sqrt[3]{\frac{64}{125}}$$

• 
$$\sqrt[3]{-\frac{27}{343}}$$

• 
$$\sqrt[3]{1\frac{488}{512}}$$

14. februar 2025

Izračunajte.



Izračunajte.

• 
$$\sqrt{\sqrt{256}} - \frac{3 - \sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1} + \sqrt[3]{-8} + (2 - \sqrt{2})^2$$

$$\bullet \ \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1} + \sqrt{0.16} + \sqrt{0.64} - \sqrt[3]{-27} + \sqrt{48} - \sqrt{27}$$

• 
$$(1-\sqrt{5})^2-(1+\sqrt{5})^2+\frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2}-\sqrt{125}+\sqrt{245}$$



22 / 65



23 / 65

**Interval** je množica vseh realnih števil, ki ležijo med dvema danima številoma a in b, kjer je a < b. Števili a in b imenujemo **krajišči intervala**.

◆ロト ◆個 ト ◆ 恵 ト ◆ 恵 ・ りへで

23 / 65

**Interval** je množica vseh realnih števil, ki ležijo med dvema danima številoma a in b, kjer je a < b.

Števili a in b imenujemo **krajišči intervala**.

Vključenost krajišč



23 / 65

**Interval** je množica vseh realnih števil, ki ležijo med dvema danima številoma a in b, kjer je a < b.

Števili a in b imenujemo krajišči intervala.

### Vključenost krajišč

• Simbola "[" in "]" označujeta krajišče, ki spada k intervalu.



23 / 65

**Interval** je množica vseh realnih števil, ki ležijo med dvema danima številoma a in b, kjer je a < b.

Števili a in b imenujemo **krajišči intervala**.

### Vključenost krajišč

- Simbola "[" in "]" označujeta krajišče, ki spada k intervalu.
- Simbola "(" in ")" označujeta krajišče, ki ne spada k intervalu.



23 / 65

**Interval** je množica vseh realnih števil, ki ležijo med dvema danima številoma a in b, kjer je a < b.

Števili a in b imenujemo **krajišči intervala**.

## Vključenost krajišč

- Simbola "[" in "]" označujeta krajišče, ki spada k intervalu.
- Simbola "(" in ")" označujeta krajišče, ki ne spada k intervalu.

Pri zapisu intervalov moramo biti pozorni na zapis vrstnega reda števil, ki določata krajišči.

$$[a,b] \neq [b,a]$$



23 / 65



Jan Kastelic (GAA)

## Zaprti interval



14. februar 2025

#### Zaprti interval



Vsebuje vsa realna števila med a in b, vključno s krajiščema a in b.



Jan Kastelic (GAA)

#### Zaprti interval

$$[\mathbf{a},\mathbf{b}] = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}; \mathbf{a} \le \mathbf{x} \le \mathbf{b}\}$$

Vsebuje vsa realna števila med a in b, vključno s krajiščema a in b.

#### Odprti interval



#### Zaprti interval

$$[\mathbf{a},\mathbf{b}] = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}; \mathbf{a} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{b}\}$$

Vsebuje vsa realna števila med a in b, vključno s krajiščema a in b.

#### Odprti interval

$$(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}; \mathbf{a} < \mathbf{x} < \mathbf{b}\}$$

Vsebuje vsa realna števila med a in b, vendar ne vsebuje krajišč a in b.

◆□▶ ◆□▶ ◆臺▶ ◆臺▶ · 臺 · 夕♀

24 / 65

### Polodprti/polzaprti interval



#### Polodprti/polzaprti interval

0

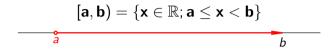
$$[\mathbf{a},\mathbf{b})=\{\mathbf{x}\in\mathbb{R};\mathbf{a}\leq\mathbf{x}<\mathbf{b}\}$$

Vsebuje vsa realna števila med a in b, vključno s krajiščem a, vendar ne vsebuje krajišča b.



25 / 65

#### Polodprti/polzaprti interval



Vsebuje vsa realna števila med a in b, vključno s krajiščem a, vendar ne vsebuje krajišča b.



Vsebuje vsa realna števila med a in b, vključno s krajiščem b, vendar ne vsebuje krajišča a.



25 / 65



26 / 65

$$\bullet \ [\mathbf{a}, \infty) = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}; \mathbf{x} \geq \mathbf{a}\}$$



- $\bullet \ [\mathbf{a}, \infty) = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}; \mathbf{x} \geq \mathbf{a}\}$
- $\bullet \ (\mathsf{a},\infty) = \{\mathsf{x} \in \mathbb{R}; \mathsf{x} > \mathsf{a}\}$

- $\bullet \ [\mathbf{a}, \infty) = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}; \mathbf{x} \geq \mathbf{a}\}$
- $ullet (\mathbf{a}, \infty) = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}; \frac{\mathbf{x} > \mathbf{a}\}}{a}$
- $\bullet \ (-\infty, \mathbf{b}] = \{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}; \mathbf{x} \le \mathbf{b} \}$

$$\bullet \ [\mathbf{a}, \infty) = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}; \mathbf{x} \geq \mathbf{a}\}$$

$$\bullet \ (\mathsf{a},\infty) = \{\mathsf{x} \in \mathbb{R}; \frac{\mathsf{x} > \mathsf{a}\}}{\mathsf{a}}$$

$$\bullet \ \ (-\infty, \mathbf{b}] = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}; \mathbf{x} \le \mathbf{b}\}$$

b

$$\bullet \ (-\infty, \mathbf{b}) = \{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}; \mathbf{x} < \mathbf{b} \}$$



$$\bullet \ [\mathbf{a}, \infty) = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}; \mathbf{x} \geq \mathbf{a}\}$$

$$\bullet \ (\mathsf{a},\infty) = \{\mathsf{x} \in \mathbb{R}; \frac{\mathsf{x} > \mathsf{a}\}}{\mathsf{a}}$$

$$\bullet \ (-\infty, \mathbf{b}] = \{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}; \mathbf{x} \le \mathbf{b} \}$$

$$ullet$$
  $(-\infty, \mathbf{b}) = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}; \mathbf{x} < \mathbf{b}\}$ 

$$ullet$$
  $(-\infty,\infty)=\{\mathbf{x};\mathbf{x}\in\mathbb{R}\}=\mathbb{R}$ 



b

26 / 65

Zapišite kot interval.



Zapišite kot interval.

• 
$$\{x \in \mathbb{R}; -2 < x < 2\}$$

• 
$$\{x \in \mathbb{R}; 4 \le x \le 2\}$$

• 
$$\{x \in \mathbb{R}; -14 < x \le -9\}$$



14. februar 2025

Jan Kastelic (GAA)

Zapišite interval, ki je narisan na sliki.



Zapišite interval, ki je narisan na sliki.

0

•

•



Zapišite presek intervalov.



29 / 65

Zapišite presek intervalov.

• 
$$[0,2) \cap (-1,1]$$

• 
$$[-3,5] \cap (-3,5)$$

• 
$$[2,5) \cap [5,7)$$

• 
$$[-1,3) \cap (-4,-1]$$

• 
$$[4,6] \cap [-1,4]$$

• 
$$(-1,3) \cap [1,2)$$

Zapišite unijo intervalov.



Jan Kastelic (GAA)

Zapišite unijo intervalov.

•  $[0,2) \cup (-1,1]$ 

•  $[-3,5] \cup (-3,5)$ 

•  $[2,5) \cup [5,7)$ 

•  $[-1,3) \cup (-4,1]$ 

Zapišite razliko intervalov.



Zapišite razliko intervalov.

•  $[2,3] \setminus [3,4)$ 

•  $(1,3) \setminus (3,4)$ 

•  $[2,5) \setminus (-1,2]$ 

•  $(2,8) \setminus [5,6)$ 

Izračunajte.



Izračunajte.

• 
$$([1,3) \setminus (1,4]) \cup (1,2)$$

• 
$$[-2,4] \setminus ((-1,2] \cap [0,3))$$

• 
$$((-2,3] \setminus [-3,2)) \cap [3,5)$$



14. februar 2025

Jan Kastelic (GAA)



33 / 65

14. februar 2025

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

Enačba



Jan Kastelic (GAA)

#### Enačba

**Enačba** je enakost dveh izrazov, pri čemer vsaj v enem nastopa **neznanka**, ki je ponavadi označena s črko x.



33 / 65

#### Enačba

**Enačba** je enakost dveh izrazov, pri čemer vsaj v enem nastopa **neznanka**, ki je ponavadi označena s črko x.

**Rešitev enačbe** je vsaka vrednost neznanke, za katero sta vrednosti leve in desne strani enačbe enaki.



33 / 65

#### Enačba

**Enačba** je enakost dveh izrazov, pri čemer vsaj v enem nastopa **neznanka**, ki je ponavadi označena s črko x.

**Rešitev enačbe** je vsaka vrednost neznanke, za katero sta vrednosti leve in desne strani enačbe enaki.

### Reševanje enačbe



33 / 65

#### Enačba

**Enačba** je enakost dveh izrazov, pri čemer vsaj v enem nastopa **neznanka**, ki je ponavadi označena s črko x.

**Rešitev enačbe** je vsaka vrednost neznanke, za katero sta vrednosti leve in desne strani enačbe enaki.

### Reševanje enačbe

Enačbo rešujemo tako, da jo preoblikujemo v ekvivalentno enačbo, iz katere preberemo rešitve.



33 / 65

#### Enačba

**Enačba** je enakost dveh izrazov, pri čemer vsaj v enem nastopa **neznanka**, ki je ponavadi označena s črko x.

**Rešitev enačbe** je vsaka vrednost neznanke, za katero sta vrednosti leve in desne strani enačbe enaki.

#### Reševanje enačbe

Enačbo rešujemo tako, da jo preoblikujemo v ekvivalentno enačbo, iz katere preberemo rešitve.

Ekvivalentno enačbo dobimo, če:



33 / 65

#### Enačba

**Enačba** je enakost dveh izrazov, pri čemer vsaj v enem nastopa **neznanka**, ki je ponavadi označena s črko x.

**Rešitev enačbe** je vsaka vrednost neznanke, za katero sta vrednosti leve in desne strani enačbe enaki.

### Reševanje enačbe

Enačbo rešujemo tako, da jo preoblikujemo v ekvivalentno enačbo, iz katere preberemo rešitve.

Ekvivalentno enačbo dobimo, če:

na obeh straneh enačbe prištejemo isto število ali izraz;

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 14. februar 2025 33 / 65

### Enačba

**Enačba** je enakost dveh izrazov, pri čemer vsaj v enem nastopa **neznanka**, ki je ponavadi označena s črko x.

**Rešitev enačbe** je vsaka vrednost neznanke, za katero sta vrednosti leve in desne strani enačbe enaki.

### Reševanje enačbe

Enačbo rešujemo tako, da jo preoblikujemo v ekvivalentno enačbo, iz katere preberemo rešitve.

Ekvivalentno enačbo dobimo, če:

- na obeh straneh enačbe prištejemo isto število ali izraz;
- obe strani enačbe množimo z istim neničelnim številom ali izrazom.

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 14. februar 2025 33 / 65



**Linearna enačba** je enačba oblike ax + b = 0;  $a, b \in \mathbb{R}$ .



34 / 65

**Linearna enačba** je enačba oblike ax + b = 0;  $a, b \in \mathbb{R}$ .

Rešujemo jo tako, da jo preoblikujemo v ekvivalentno enačbo, ki ima na eni strani samo neznanko.



34 / 65

**Linearna enačba** je enačba oblike ax + b = 0;  $a, b \in \mathbb{R}$ .

Rešujemo jo tako, da jo preoblikujemo v ekvivalentno enačbo, ki ima na eni strani samo neznanko.

## Razcepna enačba



34 / 65

**Linearna enačba** je enačba oblike ax + b = 0;  $a, b \in \mathbb{R}$ .

Rešujemo jo tako, da jo preoblikujemo v ekvivalentno enačbo, ki ima na eni strani samo neznanko.

## Razcepna enačba

**Razcepna enačba** je enačba, v kateri nastopajo potence neznanke (na primer  $x^2$ ,  $x^3$ ) in jo je mogoče zapisati kot produkt (linearnih) faktorjev.



34 / 65

**Linearna enačba** je enačba oblike ax + b = 0;  $a, b \in \mathbb{R}$ .

Rešujemo jo tako, da jo preoblikujemo v ekvivalentno enačbo, ki ima na eni strani samo neznanko.

## Razcepna enačba

**Razcepna enačba** je enačba, v kateri nastopajo potence neznanke (na primer  $x^2$ ,  $x^3$ ) in jo je mogoče zapisati kot produkt (linearnih) faktorjev.

Preoblikujemo jo v ekvivalentno enačbo, ki ima vse člene na eni strani neenačaja, na drugi pa 0. Izraz (neničelna stran) razstavimo, kolikor je mogoče, in preberemo rešitve.

34 / 65

**Linearna enačba** je enačba oblike ax + b = 0;  $a, b \in \mathbb{R}$ .

Rešujemo jo tako, da jo preoblikujemo v ekvivalentno enačbo, ki ima na eni strani samo neznanko.

## Razcepna enačba

**Razcepna enačba** je enačba, v kateri nastopajo potence neznanke (na primer  $x^2$ ,  $x^3$ ) in jo je mogoče zapisati kot produkt (linearnih) faktorjev.

Preoblikujemo jo v ekvivalentno enačbo, ki ima vse člene na eni strani neenačaja, na drugi pa 0. Izraz (neničelna stran) razstavimo, kolikor je mogoče, in preberemo rešitve.

### Racionalna enačba



34 / 65

**Linearna enačba** je enačba oblike ax + b = 0;  $a, b \in \mathbb{R}$ .

Rešujemo jo tako, da jo preoblikujemo v ekvivalentno enačbo, ki ima na eni strani samo neznanko.

## Razcepna enačba

**Razcepna enačba** je enačba, v kateri nastopajo potence neznanke (na primer  $x^2$ ,  $x^3$ ) in jo je mogoče zapisati kot produkt (linearnih) faktorjev.

Preoblikujemo jo v ekvivalentno enačbo, ki ima vse člene na eni strani neenačaja, na drugi pa 0. Izraz (neničelna stran) razstavimo, kolikor je mogoče, in preberemo rešitve.

### Racionalna enačba

Racionalna enačba je enačba, v kateri nastopajo neznake (tudi) v imenovalcu, pri tem smo pozorni na obstoj ulomkov. Nato enačbo preoblikujemo v ekvivalentno enačbo.

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 14. februar 2025 34 / 65

35 / 65

Rešite enačbe.



Rešite enačbe.

• 
$$3(2a-1)-5(a-2)=9$$

• 
$$2(y-2)+3(1-y)=7$$

• 
$$3(3-2(t-1))=3(5-t)$$

$$-(2-x) + 3(x+1) = x-5$$

36 / 65

Rešite enačbe.



Rešite enačbe.

$$\bullet \ \frac{1}{5} - \frac{x-1}{2} = \frac{7}{10}$$

$$a-1 \over 3 + a+2 \over 6 = \frac{1}{2}$$

$$2\frac{2}{3} - \frac{3t+1}{6} = 0$$

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 14. februar 2025 37 / 65

Rešite razcepne enačbe.



Rešite razcepne enačbe.

• 
$$x^2 - 3x = -2$$

• 
$$(x+2)^3 - (x-1)^3 = 8x^2 + x + 2$$

• 
$$x^4 = 16x^2$$

• 
$$(x^2-4x+5)^2-(x^2+4x+1)^2-78=2x^2(x+30)-18(x+1)^3$$

• 
$$x^3 - 4x^2 + 4 = x$$

• 
$$x^5 = 3x^4 - 2x^3$$

37 / 65

Rešite enačbe.



14. februar 2025

Rešite enačbe.

$$\bullet \ \frac{x-1}{x+2} = \frac{x+1}{x-3}$$

$$\bullet \ \frac{1}{a-1} - \frac{3}{a} = \frac{2}{a-1}$$

$$\bullet \ \frac{x-3}{x-2} + \frac{x+4}{x+1} = \frac{2x^2}{x^2 - x - 2}$$

$$\bullet \ \frac{1}{3a-1} + \frac{1}{3a+1} = \frac{a-1}{9a^2-1}$$

39 / 65

Neznano število smo delili s 4 in dobljenemu količniku prišteli 1. Dobili smo enako, kot če bi istemu številu prišteli 10. Izračunajte neznano število.



39 / 65

Neznano število smo delili s 4 in dobljenemu količniku prišteli 1. Dobili smo enako, kot če bi istemu številu prišteli 10. Izračunajte neznano število.

## Naloga

Kvadrat neznanega števila je za 4 manjši od njegovega štirikratnika. Izračunajte neznano število.



39 / 65

Avtomobil vozi s povprečno hitrostjo 50  $\frac{km}{h}$ , kolesar s povprečno hitrostjo 20  $\frac{km}{h}$ . Avtomobil gre iz Lendave v Ormož (približno 50 km), kolesar vozi v obratno smer. Koliko časa pred avtomobilom mora na pot kolesar, da se bosta srečala na polovici poti?



40 / 65

Avtomobil vozi s povprečno hitrostjo 50  $\frac{km}{h}$ , kolesar s povprečno hitrostjo 20  $\frac{km}{h}$ . Avtomobil gre iz Lendave v Ormož (približno 50 km), kolesar vozi v obratno smer. Koliko časa pred avtomobilom mora na pot kolesar, da se bosta srečala na polovici poti?

## Naloga

Vsota števk dvomestnega števila je 3. Če zamenjamo njegovi števki, dobimo za 9 manjše število. Katero število je to?

40 / 65

Andreja je bila ob rojstvu hčere Eve stara 38 let. Čez koliko let bo Andreja stara trikrat toliko kot Eva?



41 / 65

Andreja je bila ob rojstvu hčere Eve stara 38 let. Čez koliko let bo Andreja stara trikrat toliko kot Eva?

# Naloga

Prvi delavec sam pozida steno v 10 urah, drugi v 12 urah, tretji v 8 urah. Delavci skupaj začnejo zidati steno. Po dveh urah tretji delavec odide, pridruži pa se četrti delavec. Skupaj s prvim in drugim delavcem nato končajo steno v eni uri. V kolikšnem času četrti delavec pozida steno?

41 / 65



Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

Neenačba



14. februar 2025

Jan Kastelic (GAA)

#### Neenačba

**Neenačba** je neenakost dveh izrazov, pri čemer vsaj v enem nastopa neznanka. Med levo in desno stranjo je postavljen eden od neenačajev: <, >, < ali >.



42 / 65

### Neenačba

**Neenačba** je neenakost dveh izrazov, pri čemer vsaj v enem nastopa neznanka. Med levo in desno stranjo je postavljen eden od neenačajev: <, >,  $\le$  ali  $\ge$ .

Reševanje neenačbe



42 / 65

#### Neenačba

**Neenačba** je neenakost dveh izrazov, pri čemer vsaj v enem nastopa neznanka. Med levo in desno stranjo je postavljen eden od neenačajev: <, >,  $\le$  ali  $\ge$ .

### Reševanje neenačbe

Neenačbo rešujemo tako, da jo preoblikujemo v ekvivalentno neenačbo. To dobimo, če:



42 / 65

#### Neenačba

**Neenačba** je neenakost dveh izrazov, pri čemer vsaj v enem nastopa neznanka. Med levo in desno stranjo je postavljen eden od neenačajev: <, >,  $\le$  ali  $\ge$ .

### Reševanje neenačbe

Neenačbo rešujemo tako, da jo preoblikujemo v ekvivalentno neenačbo. To dobimo, če:

• prištejemo isto število ali izraz na obeh straneh neenačbe;

(ロト 4回 ト 4 E ト 4 E ト 9 Q C・

42 / 65

Jan Kastelic (GAA) 14. februar 2025

#### Neenačba

**Neenačba** je neenakost dveh izrazov, pri čemer vsaj v enem nastopa neznanka. Med levo in desno stranjo je postavljen eden od neenačajev: <, >,  $\le$  ali  $\ge$ .

### Reševanje neenačbe

Neenačbo rešujemo tako, da jo preoblikujemo v ekvivalentno neenačbo. To dobimo, če:

- prištejemo isto število ali izraz na obeh straneh neenačbe;
- množimo obe strani neenačbe z istim pozitivnim številom ali izrazom;

42 / 65

#### Neenačba

**Neenačba** je neenakost dveh izrazov, pri čemer vsaj v enem nastopa neznanka. Med levo in desno stranjo je postavljen eden od neenačajev: <, >,  $\le$  ali  $\ge$ .

### Reševanje neenačbe

Neenačbo rešujemo tako, da jo preoblikujemo v ekvivalentno neenačbo. To dobimo, če:

- prištejemo isto število ali izraz na obeh straneh neenačbe;
- množimo obe strani neenačbe z istim pozitivnim številom ali izrazom;
- množimo obe strani neenačbe z istim negativnim številom ali izrazom in se pri tem neenačaj obrne.



42 / 65

#### Neenačba

**Neenačba** je neenakost dveh izrazov, pri čemer vsaj v enem nastopa neznanka. Med levo in desno stranjo je postavljen eden od neenačajev: <, >,  $\le$  ali  $\ge$ .

### Reševanje neenačbe

Neenačbo rešujemo tako, da jo preoblikujemo v ekvivalentno neenačbo. To dobimo, če:

- prištejemo isto število ali izraz na obeh straneh neenačbe;
- množimo obe strani neenačbe z istim pozitivnim številom ali izrazom;
- množimo obe strani neenačbe z istim negativnim številom ali izrazom in se pri tem neenačaj obrne.

**Linearna neenačba** je oblike ax + b < 0, ali pa nastopa drug neenačaj:  $>, \le, \ge$ .

Poiščite vsa realna števila, ki ustrezajo pogoju.



Jan Kastelic (GAA)

Poiščite vsa realna števila, ki ustrezajo pogoju.

• 
$$3a + 2 < 2a - 1$$

• 
$$7t + 8 \ge 8(t - 2)$$

• 
$$5x - 2 > 2(x + 1) - 3$$

• 
$$x-1 \le 2(x-3)-x$$

43 / 65

Rešite neenačbe.



Rešite neenačbe.

• 
$$\frac{x}{2} + \frac{2}{3} < \frac{8}{3}$$

$$\bullet \ \frac{4+5a}{34} - \frac{4}{51} \ge 2 + \frac{2-a}{51}$$

$$x + \frac{x-2}{3} < \frac{x-3}{4} + \frac{x-1}{2}$$

Rešite sisteme neenačb.



Rešite sisteme neenačb.

• 
$$-2 < y - 2 < 1$$

• 
$$-4 \le 5a - 9 \le 1$$

• 
$$(x+1>3) \land (2x \le 3(x-1))$$

• 
$$(3x - 5 < x + 3) \lor (2x \ge x + 6)$$

◆ロト ◆御 ト ◆ 恵 ト ◆ 恵 ・ 夕 へ ○

14. februar 2025

Jan Kastelic (GAA)

Sistem dveh linearnih enačb z dvema neznankama



46 / 65

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

#### Sistem dveh linearnih enačb z dvema neznankama

Sistem dveh linearnih enačb z dvema neznankama ali sistem  $2 \times 2$  je v splošnem oblike:

$$a_1x+b_1y=c_1$$

$$a_2x+b_2y=c_2$$



46 / 65

#### Sistem dveh linearnih enačb z dvema neznankama

Sistem dveh linearnih enačb z dvema neznankama ali sistem  $2 \times 2$  je v splošnem oblike:

$$a_1x+b_1y=c_1$$

$$a_2x+b_2y=c_2$$

x in y sta neznanki,  $a_i, b_i, c_i \in \mathbb{R}$  so koeficienti.



46 / 65

#### Sistem dveh linearnih enačb z dvema neznankama

Sistem dveh linearnih enačb z dvema neznankama ali sistem  $2 \times 2$  je v splošnem oblike:

$$a_1x + b_1y = c_1$$
$$a_2x + b_2y = c_2$$

x in y sta **neznanki**,  $a_i, b_i, c_i \in \mathbb{R}$  so **koeficienti**.

**Rešitev sistema** je **urejen par** števil (x, y), ki zadoščajo obema enačbama.



46 / 65

#### Sistem dveh linearnih enačb z dvema neznankama

Sistem dveh linearnih enačb z dvema neznankama ali sistem  $2 \times 2$  je v splošnem oblike:

$$a_1x + b_1y = c_1$$
$$a_2x + b_2y = c_2$$

x in y sta **neznanki**,  $a_i, b_i, c_i \in \mathbb{R}$  so **koeficienti**.

**Rešitev sistema** je **urejen par** števil (x, y), ki zadoščajo obema enačbama.

Sistem  $2 \times 2$  ima lahko eno rešitev, nima rešitve ali ima neskončno rešitev.

46 / 65

◆ロト ◆問 ト ◆ 恵 ト ◆ 恵 ・ り へ ②

47 / 65

### Primerjalni način

Iz obeh enačb izrazimo isto neznanko, nato njuni vrednosti enačimo.



47 / 65

## Primerjalni način

Iz obeh enačb izrazimo isto neznanko, nato njuni vrednosti enačimo.

## Zamenjalni način

lz ene enačbe izrazimo eno izmed neznank (preverimo, če je kateri od koeficientov pri neznankah enak 1 – takšno neznanko hitro izrazimo) in izraženo vrednost vstavimo v drugo enačbo.

47 / 65

### Primerjalni način

Iz obeh enačb izrazimo isto neznanko, nato njuni vrednosti enačimo.

## Zamenjalni način

lz ene enačbe izrazimo eno izmed neznank (preverimo, če je kateri od koeficientov pri neznankah enak 1 – takšno neznanko hitro izrazimo) in izraženo vrednost vstavimo v drugo enačbo.

## Metoda nasprotnih koeficientov

Eno ali obe enačbi pomnožimo s takimi števili, da bosta pri eni izmed neznank koeficienta nasprotni števili, nato enačbi seštejemo. Ostane ena enačba z eno neznanko.

48 / 65

Rešite sisteme enačb.



Rešite sisteme enačb.

$$\begin{array}{c}
2x + y = 9 \\
x - 3y = 8
\end{array}$$

$$x - y = 5$$

$$y - x = 3$$

$$2x - 3y = 5$$
$$-4x + 6y = -10$$

$$3x - y = 5$$
$$6x - 10 = 2y$$

48 / 65

Z zamenjalnim načinom rešite sisteme enačb.



49 / 65

Z zamenjalnim načinom rešite sisteme enačb.

$$2x + 5y = -2$$
$$x - 3y = -1$$

$$x - y = 3$$

$$y + x = -2$$

$$3x - 2y = 1$$

$$x + y = \frac{7}{6}$$

$$0.5x + 0.2y = 2$$

$$\frac{3}{2}x - \frac{2}{5}y = 1$$

14. februar 2025

Z metodo nasprotnih koeficientov rešite sisteme enačb.



50 / 65

Z metodo nasprotnih koeficientov rešite sisteme enačb.

$$2x + 3y = 3$$

$$-4x + 3y = 0$$

$$4x - 3y = -2$$
$$-8x + y = -1$$

$$3x - 2y = 2$$
$$2x - 3y = -2$$

$$x - y = -5$$

$$0.6x + 0.4y = 7$$

51 / 65

V bloku je 26 stanovanj. Vsako stanovanje ima 2 ali 3 sobe. Koliko je posameznih vrst stanovanj, če je v bloku 61 sob?



51/65

V bloku je 26 stanovanj. Vsako stanovanje ima 2 ali 3 sobe. Koliko je posameznih vrst stanovanj, če je v bloku 61 sob?

## Naloga

Kmet ima v ogradi 20 živali. Če so v ogradi le race in koze, koliko je posameznih živali, če smo našteli 50 nog?

51 / 65

Reševanje sistemov enačb

Razredničarka na sladoled pelje svojih 30 dijakov. Naročili so lahko 2 ali 3 kepice sladoleda. Koliko dijakov je naročilo dve in koliko tri kepice sladoleda, če razredničarka ni jedla sladoleda, plačala pa je 79 kepic sladoleda?

52 / 65

Razredničarka na sladoled pelje svojih 30 dijakov. Naročili so lahko 2 ali 3 kepice sladoleda. Koliko dijakov je naročilo dve in koliko tri kepice sladoleda, če razredničarka ni jedla sladoleda, plačala pa je 79 kepic sladoleda?

## Naloga

Babica ima dvakrat toliko vnukinj kot vnukov. Vnukinjam je podarila po tri bombone, vnukom pa po štiri bombone. Koliko vnukinj in vnukov ima, če je podarila 70 bombonov?

Reševanje sistemov enačb



Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

Sistem treh linearnih enačb z tremi neznankami ali sistem  $3 \times 3$  je v splošnem oblike:

$$a_1x + b_1y + c_1z = d_1$$
  
 $a_2x + b_2y + c_2z = d_2$   
 $a_3x + b_3y + c_3z = d_3$ 



53 / 65

Sistem treh linearnih enačb z tremi neznankami ali sistem  $3 \times 3$  je v splošnem oblike:

$$a_1x + b_1y + c_1z = d_1$$
  
 $a_2x + b_2y + c_2z = d_2$   
 $a_3x + b_3y + c_3z = d_3$ 

x, y in z so **neznanke**,  $a_i, b_i, c_i \in \mathbb{R}$  so **koeficienti**.



53 / 65

Sistem treh linearnih enačb z tremi neznankami ali sistem  $3 \times 3$  je v splošnem oblike:

$$a_1x + b_1y + c_1z = d_1$$
  
 $a_2x + b_2y + c_2z = d_2$   
 $a_3x + b_3y + c_3z = d_3$ 

x, y in z so **neznanke**,  $a_i, b_i, c_i \in \mathbb{R}$  so **koeficienti**.

**Rešitev sistema** je **urejena trojka** števil (x, y, z), ki zadoščajo vsem trem enačbam.



53 / 65

Sistem treh linearnih enačb z tremi neznankami ali sistem  $3 \times 3$  je v splošnem oblike:

$$a_1x + b_1y + c_1z = d_1$$
  
 $a_2x + b_2y + c_2z = d_2$   
 $a_3x + b_3y + c_3z = d_3$ 

x, y in z so **neznanke**,  $a_i, b_i, c_i \in \mathbb{R}$  so **koeficienti**.

**Rešitev sistema** je **urejena trojka** števil (x, y, z), ki zadoščajo vsem trem enačbam.

Sistem  $3 \times 3$  rečujemo z istimi postopki kot sisteme  $2 \times 2$ , le da postopek ponovimo večkrat.



53 / 65

Reševanje sistemov enačb

54 / 65

Rešite sisteme enačb.



54 / 65

Rešite sisteme enačb.

$$2x + y - 3z = 5$$
•  $x + 2y + 2z = 1$ 
 $-x + y + z = -4$ 

$$x - 2y + 6z = 5$$

$$-x + 3z = -1$$

$$4y - 3z = -3$$

$$x + y - z = 0$$

$$x - y - 3z = 2$$

$$2x + y - 3z = 1$$

$$2x - 4y + z = 3$$

$$4x - y + 2z = 4$$

$$-8x + 2y - 4z = 7$$



Jan Kastelic (GAA)

Kadar v enačbi poleg neznake x nastopajo tudi druge črke, na primer a, b, c, k, l..., le-te označujejo števila, ki imajo poljubno realno vrednost. Imenujemo jih **parametri**.



55 / 65

Kadar v enačbi poleg neznake x nastopajo tudi druge črke, na primer a, b, c, k, l..., le-te označujejo števila, ki imajo poljubno realno vrednost. Imenujemo jih **parametri**.

Vrednost parametrov vpliva na rešitev enačbe, zato moramo enačbo reševati glede na vrednosti parametrov. Temu postopku rečemo **obravnava enačbe**.

55 / 65

Obravnavajte enačbe.



56 / 65

Obravnavajte enačbe.

• 
$$2(ax - 3) + 3 = ax$$

$$-4x - b(x-2)^2 = 3 - bx^2 - 7b$$

• 
$$3(a-2)(x-2) = a^2(x-1) - 4x + 7$$

• 
$$(b-3)^2x-3=4x-3b$$

Obravnavajte neenačbe.



57 / 65

Obravnavajte neenačbe.

• 
$$a(x-2) \le 4$$

• 
$$mx + 4 > m^2 - 2x$$

• 
$$a(a-3x+1) \ge a(x-4) + a^2x$$

• 
$$(k-1)^2x \le kx + 2(k+1) + 5x$$



14. februar 2025

Jan Kastelic (GAA)

Pri sklepnem računu obravnavamo situacije, v katerih nastopata dve količini, ki sta premo sorazmerni ali obratno sorazmerni.



58 / 65

Pri sklepnem računu obravnavamo situacije, v katerih nastopata dve količini, ki sta premo sorazmerni ali obratno sorazmerni.

Premo sorazmerje



58 / 65

Pri sklepnem računu obravnavamo situacije, v katerih nastopata dve količini, ki sta premo sorazmerni ali obratno sorazmerni.

### Premo sorazmerje

Količini x in y sta **premo sorazmerni**, če obstaja takšno število k, da je  $x = k \cdot y$ .

58 / 65

Pri sklepnem računu obravnavamo situacije, v katerih nastopata dve količini, ki sta premo sorazmerni ali obratno sorazmerni.

### Premo sorazmerje

Količini x in y sta **premo sorazmerni**, če obstaja takšno število k, da je  $x = k \cdot y$ .

Obratno sorazmerje



58 / 65

Pri sklepnem računu obravnavamo situacije, v katerih nastopata dve količini, ki sta premo sorazmerni ali obratno sorazmerni.

### Premo sorazmerje

Količini x in y sta **premo sorazmerni**, če obstaja takšno število k, da je  $x = k \cdot y$ .

### Obratno sorazmerje

Količini x in y sta **obratno sorazmerni**, če obstaja takšno število k, da je  $x = \frac{y}{k}$ .



58 / 65

Delavec v štirih urah zasluži 10 £. Koliko zasluži v dvanajstih urah?



Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

Delavec v štirih urah zasluži 10 £. Koliko zasluži v dvanajstih urah?

## Naloga

Tiskalnik v sedmih minutah natisne 42 strani. Koliko časa potrebuje za 108 strani?



Delavec v štirih urah zasluži 10 £. Koliko zasluži v dvanajstih urah?

### Naloga

Tiskalnik v sedmih minutah natisne 42 strani. Koliko časa potrebuje za 108 strani?

### Naloga

Tri čebele v treh dneh oprašijo devetsto cvetov. Koliko cvetov v šestih dneh opraši šest čebel?

Kolesar od Ljubljane do Geometrijskega središča Slovenije potuje dve uri s hitrostjo  $20 \ km/h$ . Kako hitro bi moral peljati, da bi pot prevozil v eni uri in petnajstih minutah?



60 / 65

Kolesar od Ljubljane do Geometrijskega središča Slovenije potuje dve uri s hitrostjo 20 km/h. Kako hitro bi moral peljati, da bi pot prevozil v eni uri in petnajstih minutah?

### Naloga

En računalnik za pripravo posebnih efektov filma potrebuje 14 ur. Koliko časa bi potrebovali trije taki računalniki, za pripravo posebnih efektov za šest filmov?



60 / 65

MATEMATIKA 14 februar 2025 Jan Kastelic (GAA)

Kolesar od Ljubljane do Geometrijskega središča Slovenije potuje dve uri s hitrostjo  $20 \ km/h$ . Kako hitro bi moral peljati, da bi pot prevozil v eni uri in petnajstih minutah?

### Naloga

En računalnik za pripravo posebnih efektov filma potrebuje 14 ur. Koliko časa bi potrebovali trije taki računalniki, za pripravo posebnih efektov za šest filmov?

### Naloga

Sedem pleskarjev pleska hišo 15 dni. Po petih dneh dva delavca premestijo na drugo delovišče. Koliko časa bodo preostali delavci pleskali hišo?



60 / 65



14. februar 2025

Jan Kastelic (GAA)

Količine pri odstotnem računu so povezane s sklepnim računim, in sicer so v premem sorazmerju.



61/65

Količine pri odstotnem računu so povezane s sklepnim računim, in sicer so v premem sorazmerju.

Odstotek (ali procent) % celote definiramo kot stotino celote,

$$1 \% = \frac{1}{100}$$



61 / 65

Količine pri odstotnem računu so povezane s sklepnim računim, in sicer so v premem sorazmerju.

**Odstotek** (ali procent) % celote definiramo kot stotino celote, **odtisoček** (ali promil) % kot tisočino celote.

$$1 \% = \frac{1}{100}$$
  $1 \% = \frac{1}{1000}$ 



61/65

Količine pri odstotnem računu so povezane s sklepnim računim, in sicer so v premem sorazmerju.

**Odstotek** (ali procent) % celote definiramo kot stotino celote, **odtisoček** (ali promil) % kot tisočino celote.

$$1 \% = \frac{1}{100}$$
  $1 \% = \frac{1}{1000}$ 

**Relativni delež** je kvocient med deležem in osnovo:  $r = \frac{d}{o}$ .



61/65

62 / 65

#### Naloga

Zapišite z okrajšanim ulomkom oziroma odstotkom.



62 / 65

#### Naloga

Zapišite z okrajšanim ulomkom oziroma odstotkom.

- 12 %
- 20 % a
- 250 %
- 0.5 % b
- 12 %<sub>0</sub>

- $\bullet$   $\frac{3}{4}a$
- $\frac{31}{10}y$
- 0.8z
- $\frac{25}{8}m$

# Naloga

Izračunajte.



### Naloga

#### Izračunajte.

- Koliko je 20 % od 10 *kg*?
- Koliko je 25 % od 20 £?
- Koliko je 10 % od 1 /?
- Koliko je 250 % od 12 *g*?
- Koliko je 1 ‰ od 2350 *kg*?
- Koliko je 17 ‰ od 100 *m*?





64 / 65

Jan Kastelic (GAA)

**Absolutna vrednost** |x| števila x geometrijsko predstavlja oddaljenost točke, ki predstavlja število x, od izhodišča na številski premici.



64 / 65

**Absolutna vrednost** |x| števila x geometrijsko predstavlja oddaljenost točke, ki predstavlja število x, od izhodišča na številski premici.

$$|x| = \begin{cases} x & x \ge 0; \\ -x & x < 0. \end{cases}$$

64 / 65

**Absolutna vrednost** |x| števila x geometrijsko predstavlja oddaljenost točke, ki predstavlja število x, od izhodišča na številski premici.

$$|x| = \begin{cases} x & x \ge 0; \\ -x & x < 0. \end{cases}$$

Lastnosti absolutne vrednosti



64 / 65

**Absolutna vrednost** |x| števila x geometrijsko predstavlja oddaljenost točke, ki predstavlja število x, od izhodišča na številski premici.

$$|x| = \begin{cases} x & x \ge 0; \\ -x & x < 0. \end{cases}$$

Lastnosti absolutne vrednosti

• 
$$|x| \ge 0$$



64 / 65

**Absolutna vrednost** |x| števila x geometrijsko predstavlja oddaljenost točke, ki predstavlja število x, od izhodišča na številski premici.

$$|x| = \begin{cases} x & x \ge 0; \\ -x & x < 0. \end{cases}$$

#### Lastnosti absolutne vrednosti

• 
$$|x| \ge 0$$

• 
$$|x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$$



64 / 65

**Absolutna vrednost** |x| števila x geometrijsko predstavlja oddaljenost točke, ki predstavlja število x, od izhodišča na številski premici.

$$|x| = \begin{cases} x & x \ge 0; \\ -x & x < 0. \end{cases}$$

#### Lastnosti absolutne vrednosti

- $|x| \ge 0$
- $|x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$
- |-x| = |x|



64 / 65

**Absolutna vrednost** |x| števila x geometrijsko predstavlja oddaljenost točke, ki predstavlja število x, od izhodišča na številski premici.

$$|x| = \begin{cases} x & x \ge 0; \\ -x & x < 0. \end{cases}$$

#### Lastnosti absolutne vrednosti

• 
$$|x| \ge 0$$

• 
$$|x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

• 
$$|-x| = |x|$$

$$|x \cdot y| = |x| \cdot |y|$$



64 / 65

**Absolutna vrednost** |x| števila x geometrijsko predstavlja oddaljenost točke, ki predstavlja število x, od izhodišča na številski premici.

$$|x| = \begin{cases} x & x \ge 0; \\ -x & x < 0. \end{cases}$$

#### Lastnosti absolutne vrednosti

• 
$$|x| > 0$$

• 
$$|x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

• 
$$|-x| = |x|$$

$$|x \cdot y| = |x| \cdot |y|$$

• 
$$|x + y| \le |x| + |y|$$
 - trikotniška neenakost



64 / 65

**Absolutna vrednost** |x| števila x geometrijsko predstavlja oddaljenost točke, ki predstavlja število x, od izhodišča na številski premici.

$$|x| = \begin{cases} x & x \ge 0; \\ -x & x < 0. \end{cases}$$

#### Lastnosti absolutne vrednosti

• 
$$|x| > 0$$

• 
$$|x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

• 
$$|-x| = |x|$$

$$|x \cdot y| = |x| \cdot |y|$$

•  $|x + y| \le |x| + |y|$  - trikotniška neenakost

Z absolutno vrednostjo izračunamo tudi razdaljo med x in y kot |x-y| ali |y-x|.

# Zaokroževanje, približki, napake



65 / 65