

# MATEMATIKA

3. letnik – splošna gimnazija

Jan Kastelic

Fakulteta za matematiko in fiziko,  
Univerza v Ljubljani

20. november 2023

# Vsebina

- 1 Kotne funkcije
- 2 Geometrijski liki
- 3 Geometrijska telesa
- 4 Polinomi in racionalne funkcije
- 5 Stožnice

# Section 1

## Kotne funkcije

- 1 Kotne funkcije
  - Kotne funkcije poljubnih kotov
  - Izrazi s kotnimi funkcijami
  - Adicijski izreki
  - Posledice adicijskih izrekov
  - Grafa funkcij sinus in kosinus
  - Grafa funkcij tangens in kotangens
  - Krožne funkcije
  - Trigonometrijske enačbe
  - Problemske naloge
  - Naklonski kot premice, kod med dvema premicama
- 2 Geometrijski liki
- 3 Geometrijska telesa
- 4 Polinomi in racionalne funkcije

# Stopinje in radiani

## Radian

Loku na krožnici, ki je enako dolg kot polmer krožnice, pripada središčni kot, velik 1 radian.

$$1 \text{ rad} = \frac{180^\circ}{\pi} \doteq 57,3^\circ$$

## Pretvorba med stopinjami in radiani

Naj bo  $\varphi$  kot podan v radianih,  $\phi$  pa njemu pripadajoči kot podan v stopinjah. Potem velja:

$$\varphi = \frac{\pi}{180^\circ} \phi$$

in

$$\phi = \frac{180^\circ}{\pi} \varphi.$$

# Kotne funkcije v pravokotnem trikotniku

**Sinus** kota  $\alpha$  je količnik med kotu  $\alpha$  nasprotno kateto in hipotenuzo:

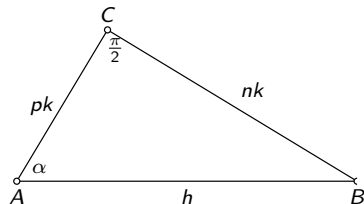
$$\sin \alpha = \frac{\text{nasprotna kateta}}{\text{hipotenuza}}.$$

**Kosinus** kota  $\alpha$  je količnik med kotu  $\alpha$  priležno kateto in hipotenuzo:

$$\cos \alpha = \frac{\text{priležna kateta}}{\text{hipotenuza}}.$$

**Tangens** kota  $\alpha$  je količnik med kotu  $\alpha$  nasprotno kateto in priležno kateto:

$$\tan \alpha = \frac{\text{nasprotna kateta}}{\text{priležna kateta}}.$$



**Kotangens** kota  $\alpha$  je količnik med kotu  $\alpha$  priležno kateto in nasprotno kateto:

$$\cot \alpha = \frac{\text{priležna kateta}}{\text{nasprotna kateta}}.$$

# Kotne funkcije komplementarnih kotov

Sinus kota je enak kosinusu komplementarnega kota in obratno.

$$\cos \frac{\pi}{2} - \alpha = \sin \alpha$$

$$\sin \frac{\pi}{2} - \alpha = \cos \alpha$$

Tangens kota je enak kotangensu komplementarnega kota in obratno.

$$\tan \frac{\pi}{2} - \alpha = \cot \alpha$$

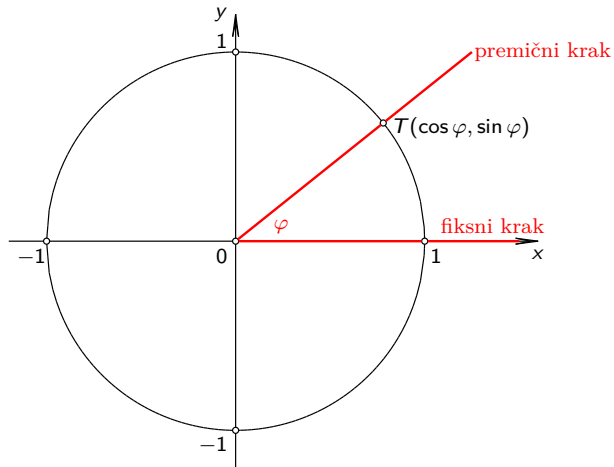
$$\cot \frac{\pi}{2} - \alpha = \tan \alpha$$

# Kotne funkcije v enotskem krogu

**Enotska krožnica** je krožnica s polmerom ene enote in s središčem v koordinatnem izhodišču.

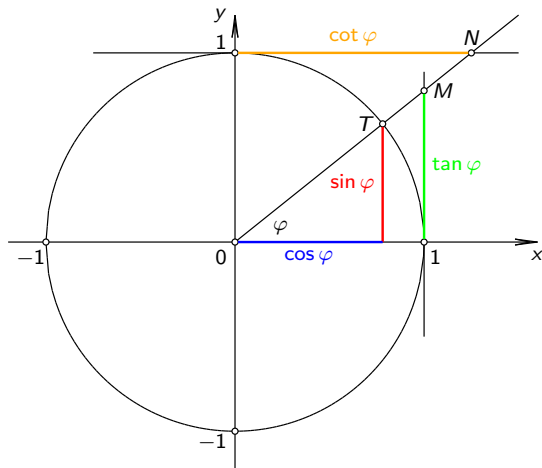
Kot  $\varphi$  z vrhom v koordinatnem izhodišču:

- prvi (fiksni) krak kota leži na pozitivnem delu abscisne osi;
- drugi (premični) krak določa velikost kota in leži v enem izmed štirih kvadrantov.





**Kotangens** kota  $\varphi$  je enak abscisi presečišča premičnega kraka z vodoravno tangento enotskega korga v točko  $(0, 1)$ .



# Vrednosti kotnih funkcij nekaterih kotov

$\varphi$ [rad]	$\varphi$ [°]	$\sin \varphi$	$\cos \varphi$	$\tan \varphi$	$\cot \varphi$
0	0	0	1	0	/
$\frac{\pi}{6}$	30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{4}$	45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	1
$\frac{\pi}{3}$	60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
$\frac{\pi}{2}$	90°	1	0	/	0
$\pi$	180°	0	-1	0	/
$\frac{3\pi}{2}$	270°	-1	0	/	0

# Kotne funkcije poljubnih kotov

# Izrazi s kotnimi funkcijami

# Adicijski izreki

# Posledice adicijskih izrekov

# Grafa funkcij sinus in kosinus

# Grafa funkcij tangens in kotangens



# Krožne funkcije

# Trigonometrijske enačbe

# Problemske naloge

# Naklonski kot premice, kot med dvema premicama

## Section 2

# Geometrijski liki

## 1 Kotne funkcije

## 2 Geometrijski liki

- Obseg in ploščina
- Obseg in ploščina kvadrata in pravokotnika
- Obseg in ploščina trikotnika
- Obseg in ploščina paralelograma
- Obseg in ploščina trapeza in deltoida
- Obseg in ploščina pravilnega večkotnika
- Obseg in ploščina kroga

## 3 Geometrijska telesa

## 4 Polinomi in racionalne funkcije

## 5 Stožnice

# Obseg in ploščina

# Obseg in ploščina kvadrata in pravokotnika



# Obseg in ploščina trikotnika

# Obseg in ploščina paralelograma

# Obseg in ploščina trapeza in deltoida

# Obseg in ploščina pravilnega večkotnika

# Obseg in ploščina kroga

## Section 3

# Geometrijska telesa

## 1 Kotne funkcije

## 2 Geometrijski liki

## 3 Geometrijska telesa

- Površina in prostornina
- Pokončna prizma
- Pokončni valj
- Pokončna piramida
- Pokočni krožni stožec
- Korgla
- Primerjava pokonnih teles
- Poševna telesa
- Prisekana telesa
- Vrtenine

## 4 Polinomi in racionalne funkcije

# Površina in prostornina



# Pokončna prizma

# Pokončni valj

# Pokončna piramida

# Pokočni krožni stožec

# Krogla

# Primerjava pokončnih teles

# Poševna telesa

# Prisekana telesa



# Vrtenine

## Section 4

# Polinomi in racionalne funkcije

- 1 Kotne funkcije
- 2 Geometrijski liki
- 3 Geometrijska telesa
- 4 Polinomi in racionalne funkcije**
  - Polinomi
  - Računanje s polinomi
  - Ničle polinoma in Hornerjev algoritem
  - Graf polinoma
  - Polinomska neenačba
  - Metoda bisekcije
  - Racionalna funkcija
  - Racionalna neenačba
  - Modeliranje s polinomske in racionalno funkcijo

# Polinomi

# Računanje s polinomi

# Ničle polinoma in Hornerjev algoritem

# Graf polinoma

# Polinomska neenačba



# Metoda bisekcije

# Racionalna funkcija

# Racionalna neenačba

# Modeliranje s polinomske in racionalne funkcije

## Section 5

### Stožnice

- 1 Kotne funkcije
- 2 Geometrijski liki
- 3 Geometrijska telesa
- 4 Polinomi in racionalne funkcije
- 5 Stožnice**
  - Krožnica
  - Elipsa
  - Hiperbola
  - Parabola
  - Krivulje drugega reda
  - Iracionalna enačba

# Krožnica

# Elipsa



# Hiperbola

# Parabola

# Krivulje drugega reda

# Iracionalna enačba