MATEMATIKA

2. letnik – splošna gimnazija

Jan Kastelic

Gimnazija Antona Aškerca,
Šolski center Ljubljana

27. avgust 2025

Vsebina

Section 1

Geometrija v ravnini

1. Geometrija v ravnini
   - Osnovni geometrijski pojmi
   - Skladnost in merjenje
   - Vzporednost in pravokotnost
   - Trikotnik
   - Krožnica, krog, lok
   - Štirikotnik in pravilni n-kotnik
   - Podobnost

Osnovni geometrijski pojmi

Evklid je v prvi knjigi *Elementov* postavil 23 'opredelitev' temeljnih geometrijskih pojmov. Med njimi so:

- **Točka** je tisto, kar nima delov – nima razsežnosti.
- **Črta** je dolžina brez širine – ena razsežnost.
- **Ploskev** je tisto, kar ima samo dolžino in širino – dve razsežnosti.

Tem trditvam sledijo **aksiomi** (temeljne resnice) – privzamemo jih kot veljavne hipoteze, **izreki** – dokazujemo jih z aksiomi in prej dokazanimi izreki, in **definicije** – opisi novih pojmov in lastnosti.

Incidenčni aksiomi

Definicija

Incidenca je relacija, ki povezuje točko in premico – premica in točka sta v relaciji, če točka leži na premici; $A\ R\ p$, če $A \in p$.

Aksiom 1

Za dve različni točki A in B obstaja natanko določena premica p, tako da točki A in B ležita na njej.

Aksiom 2

Za vsako premico p obstajata vsaj dve različni točki P in Q, ki ležita na njej.

Aksiom 3

Obstajajo tri različne točke, ki ne ležijo hkrati na isti premici.

Definicija

Točke $A_1, A_2, A_3, \ldots,$ ki ležijo na isti premici, so **kolinearne**, če ne ležijo na isti premici, pa so **nekolinearne**.

Izrek

Dve različni premici imata lahko največ eno skupno točko.

Definicija

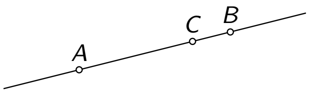
Premici, ki imata natanko eno skupno točko, se **sekata**, imenujemo ju **sečnici**, njuno skupno točko pa **presečišče** premic.

Definicija

Premici, ki ležita na isti ravnini in nimata nobene skupne točke ali imata vse točke skupne – sovpadata, sta **vzporedni**, imenujemo ju **vzporednici**.

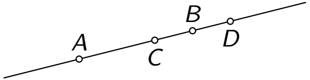
Aksiom

Če so tri različne točke kolinearne, ena vedno leži med drugima dvema.



Aksiom

Če sta A in B različni točki premice p, potem na premici p ležita vsaj še točki C in D, in sicer C leži med A in B, D pa tako, da je C med A in D.



Izrek

Med dvema različnima točkama premice je neskončno mnogo točk.

Definicija

Množica točk premice, ki ležijo med različnima točkama A in B, vključno z A in B, je **daljica** AB. Točki A in B sta njeni **krajišči**.

Definicija

Poljubna točka premice razdeli premico na dva **poltraka**. To točko imenujemo **izhodišče**, ponavadi jo označimo z O.

Definicija

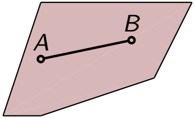
Premica, na kateri leži daljica oziroma poltrak, je **nosilka** daljice oziroma poltraka.

Definicija

Enostavni lik je množica točk v ravnini, ki jo omejuje sklenjena krivulja, ki sama sebe ne seka.

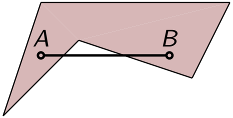
Definicija

Množica točk v ravnini je **konveksna**, če za poljubni točki A in B iz te množice velja, da je daljica AB njena podmnožica.



$$\mathcal{M} \text{ konveksna} \Leftrightarrow \forall A, B \in \mathcal{M} \Rightarrow AB \subseteq \mathcal{M}$$

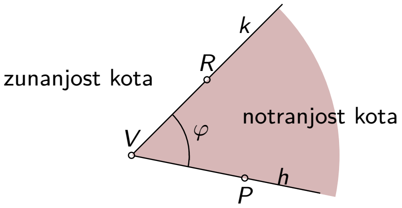
Množica točk, ki ni konveksna, je **nekonveksna** oziroma **konkavna**.



$$\mathcal{M} \text{ nekonveksna} \Leftrightarrow \exists A, B \in \mathcal{M} \Rightarrow AB \not\subset \mathcal{M}$$

Definicija

Dva poltraka s skupnim izhodiščem določata dva **kota**. Izhodišče poltrakov imenujemo **vrh** kota, poltraka pa imenujemo **kraka** kota.



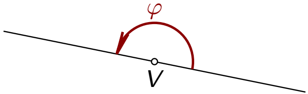
Če poltraka ne ležita na isti premici, je eden od kotov konveksen, drugi pa je nekonveksen.

Kot lahko označimo na več načinov:

- $\angle(h, k)$, kjer sta h in k poltraka, ki kot določata;
- $\angle PVR$, kjer je P točka na enem poltraku, V vrh kota in R točka na drugem poltraku;
- $\alpha, \beta, \gamma, \ldots$ – z grškimi črkami.

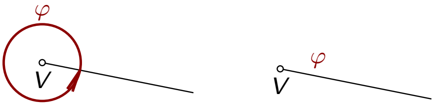
Definicija

Če poltraka s skupnim izhodiščem ležita na isti premici, vendar na različnih straneh izhodišča, določata dva enaka konveksna kota – **iztegnjena kota**.



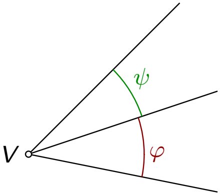
Definicija

Če se poltraka na isti premici prekrivata, določata **polni kot** ali **ničelni kot**.

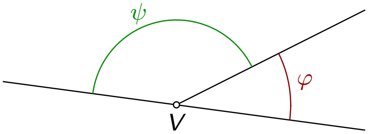


Definicija

Kota s skupnim vrhom, ki imata en skupen krak, presek njunih notranjosti pa je prazen, sta **sosedna kota**.



Sosedna kota, katerih kraka, ki nista skupna, ležita na isti premici, sta **sokota**.



Definicija

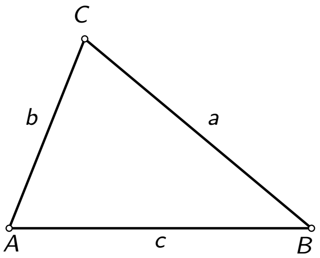
Tri nekolinearne točke A, B in C določajo **trikotnik** $\triangle ABC$. Točke A, B in C so **oglišča** trikotnika, daljice AB, BC in AC so njegove **stranice**.

Koti α, β in γ so **notranji koti**, njihovi sokoti α', β' in γ' pa so **zunanji koti** trikotnika.

Trikotnik je **pozitivno orientiran**, če si njegova oglišča sledijo v nasprotni smeri vrtenja urnega kazalca; če si sledijo v smeri vrtenja urnega kazalca, pa je **negativno orientiran**.

Definicija

Tri nekolinearne točke A, B in C določajo **trikotnik** $\triangle ABC$. Točke A, B in C so **oglišča** trikotnika, daljice AB, BC in AC so njegove **stranice**.

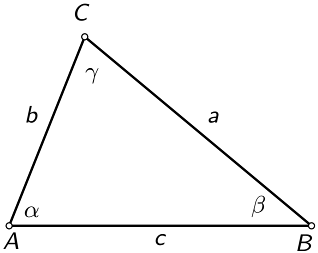


Koti α, β in γ so **notranji koti**, njihovi sokoti α', β' in γ' pa so **zunanji koti** trikotnika.

Trikotnik je **pozitivno orientiran**, če si njegova oglišča sledijo v nasprotni smeri vrtenja urnega kazalca; če si sledijo v smeri vrtenja urnega kazalca, pa je **negativno orientiran**.

Definicija

Tri nekolinearne točke A, B in C določajo **trikotnik** $\triangle ABC$. Točke A, B in C so **oglišča** trikotnika, daljice AB, BC in AC so njegove **stranice**.

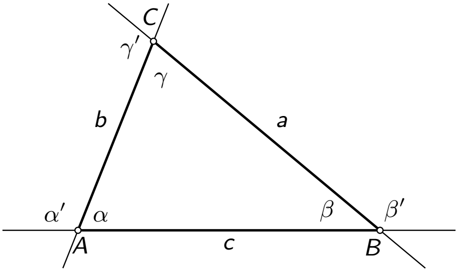


Koti α, β in γ so **notranji koti**, njihovi sokoti α', β' in γ' pa so **zunanji koti** trikotnika.

Trikotnik je **pozitivno orientiran**, če si njegova oglišča sledijo v nasprotni smeri vrtenja urnega kazalca; če si sledijo v smeri vrtenja urnega kazalca, pa je **negativno orientiran**.

Definicija

Tri nekolinearne točke A, B in C določajo **trikotnik** $\triangle ABC$. Točke A, B in C so **oglišča** trikotnika, daljice AB, BC in AC so njegove **stranice**.



Koti α, β in γ so **notranji koti**, njihovi sokoti α', β' in γ' pa so **zunanji koti** trikotnika.

Trikotnik je **pozitivno orientiran**, če si njegova oglišča sledijo v nasprotni smeri vrtenja urnega kazalca; če si sledijo v smeri vrtenja urnega kazalca, pa je **negativno orientiran**.

Definicija

Točke $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_n$ v ravnini, od katerih nobene zaporedne tri niso kolinearne, določajo n-**kotnik**.
Točke $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_n$ so **oglišča** n-kotnika; daljice, ki povezujejo sosedni oglišči, $A_1A_2, A_2A_3, \ldots, A_nA_1$ so **stranice** n-kotnika; daljice, ki povezujejo po dve nesosedni oglišči, pa so **diagonale** n-kotnika.

Poljuben n-kotnika ima

$$\frac{n(n-3)}{2}$$

diagonal – iz vsakega od n oglišč gre $n-3$ diagonal, vsaka pa je šteta dvakrat.

Če za vsako nosilko stranice n-kotnika velja, da preostala oglišča ležijo na isti strani te nosilke, je n-kotnik **konveksen**.

Naloga

Izračunajte število diagonal: 17-kotnika, 31-kotnika in 28-kotnika.

Naloga

Izračunajte število diagonal: 17-kotnika, 31-kotnika in 28-kotnika.

Naloga

Ugotovite, ali obstaja n-kotnik, ki ima desetino toliko diagonal kot 28-kotnik. Če obstaja, izračunajte, koliko stranic ima.

Naloga

Izračunajte število diagonal: 17-kotnika, 31-kotnika in 28-kotnika.

Naloga

Ugotovite, ali obstaja n-kotnik, ki ima desetino toliko diagonal kot 28-kotnik. Če obstaja, izračunajte, koliko stranic ima.

Naloga

Kateri n-kotnik ima štirikrat toliko diagonal kot stranic?

Naloga

Izračunajte število diagonal: 17-kotnika, 31-kotnika in 28-kotnika.

Naloga

Ugotovite, ali obstaja n-kotnik, ki ima desetino toliko diagonal kot 28-kotnik. Če obstaja, izračunajte, koliko stranic ima.

Naloga

Kateri n-kotnik ima štirikrat toliko diagonal kot stranic?

Naloga

Izračunajte, kateri n-kotnik ima: 104 diagonale, 230 diagonal, $2n - 5$ diagonal.

Naloga

Izračunajte število diagonal: 17-kotnika, 31-kotnika in 28-kotnika.

Naloga

Ugotovite, ali obstaja n-kotnik, ki ima desetino toliko diagonal kot 28-kotnik. Če obstaja, izračunajte, koliko stranic ima.

Naloga

Kateri n-kotnik ima štirikrat toliko diagonal kot stranic?

Naloga

Izračunajte, kateri n-kotnik ima: 104 diagonale, 230 diagonal, $2n - 5$ diagonal.

Naloga

Pokažite, da ne obstaja n-kotnik, ki ima 13 diagonal.

Naloga

Za vsako od spodnjih izjav ugotovite, ali je pravilna ali nepravilna.

- Tri različne točke, so vedno nekolinearne.
- Petkotnik ima enako število diagonal in stranic.
- Štiri različne premice se sekajo v največ 4 različnih točkah.
- Skozi štiri kolinearne točke gredo tri različne premice.
- Vzporedni premici imata lahko neskončno mnogo skupnih točk.

Naloga

Za vsako od spodnjih izjav ugotovite, ali je pravilna ali nepravilna.

- Tri različne točke, so vedno nekolinearne.
- Petkotnik ima enako število diagonal in stranic.
- Štiri različne premice se sekajo v največ 4 različnih točkah.
- Skozi štiri kolinearne točke gredo tri različne premice.
- Vzporedni premici imata lahko neskončno mnogo skupnih točk.

Naloga

Pokažite, da je število diagonal 25-kotnika večkratnik števila njegovih stranic.

Naloga

Za vsako od spodnjih izjav ugotovite, ali je pravilna ali nepravilna.

- Tri različne točke, so vedno nekolinearne.
- Petkotnik ima enako število diagonal in stranic.
- Štiri različne premice se sekajo v največ 4 različnih točkah.
- Skozi štiri kolinearne točke gredo tri različne premice.
- Vzporedni premici imata lahko neskončno mnogo skupnih točk.

Naloga

Pokažite, da je število diagonal 25-kotnika večkratnik števila njegovih stranic.

Naloga

Vsota števila stranic in diagonal n-kotnika je 105? Kateri n-kotnik je to?

Naloga

Izračunajte, kateri n-kotnik ima toliko diagonal kot stranic.

Naloga

Izračunajte, kateri n-kotnik ima toliko diagonal kot stranic.

Naloga

Člani filatelističnega društva so se domenili, da si bodo za praznike spet pošiljali voščilnice po klasični pošti. Ko so se dobili po novem letu, so prinesli vse voščilnice in jih našteli 132. Izračunajte, koliko članov društva, si je medseboj poslalo voščilnice.

Skladnost

Definicija

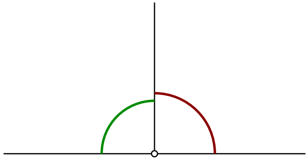
Dva lika L in L' sta **skladna**, če lahko lik L prenesemo na lik L' tako, da se popolnoma prekrijeta.
Znak za skladnost je $\cong$.

Skladnost je v množici ravninskih likov *ekvivalenčna relacija*, saj je:

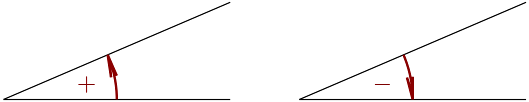
- *refleksivna*: $L \cong L'$ – vsaka množica je skladna sama s seboj;
- *simetrična*: $L \cong L' \Rightarrow L' \cong L$ – če je prva množica skladna z drugo, je tudi druga skladna s prvo;
- *tranzitivna*: $L \cong L' \wedge L' \cong L'' \rightarrow L \cong L''$ – če je prva množica skladna z drugo in druga skladna s tretjo, je tudi prva množica skladna s tretjo množico.

Definicija

Kot, ki je skladen s svojim kotom, je **pravi kot**.



Če si kraka sledita v nasprotni smeri vrtenja urnega kazalca, je **orientacija kota pozitivna**, če pa si sledita v smeri vrtenja urnega kazalca, pa je **orientacija kota negativna**.

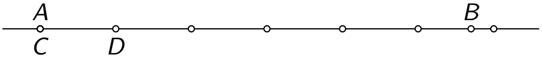


Merjenje

Daljici AB in CD, ki nista skladni, lahko premaknemo na poljubni premici tako, da levi krajišči sovpadata in da eno od desnih krajišč, npr. D leži med A in B. V tem primeru je daljica AB **daljša** od daljice CD oziroma je daljica CD **krajša** od daljice AB.

Arhimedov aksiom

Obstaja tako naravno število n, pri katerem je vsota n krajših daljic CD daljša od daljice AB, vsota $n-1$ krajših daljic CD pa je kvečjemu skladna z daljico AB.



Daljico CD imenujemo **enotska daljica**. Daljici AB smo priredili natančno določeno število – **dolžino** daljice AB oziroma **razdaljo** točk A in B.

$$|AB| = d(A, B)$$

Aksiom

Če je AB poljubna daljica, A' pa točka na poljubnem poltraku, obstaja na tem poltraku natančno določena točka B', da je daljica $A'B'$ skladna z daljico AB.

$$A'B' \cong AB$$

Izrek

Skladni daljici imata enako dolžino.

Aksiom

Naj daljici AB in BC ležita na isti premici in naj imata skupno le točko B. Daljici $A'B'$ in $B'C'$ naj ležita na tej ali neki drugi premici in naj imata skupno točko B'. Če velja $AB \cong A'B'$ in $BC \cong B'C'$, potem velja tudi $AC \cong A'C'$.

Izrek

Dolžina vsote daljic je enaka vsoti dolžin posameznih daljic.

Enote

Osnovna enota za merjenje dolžine je **meter**.
Iz nje izpeljane enote pa so *decimeter*, *centimeter*, *milimeter*, *kilometer* itd.

$$1\ m = 10\ dm = 100\ cm = 1000\ mm$$

$$1\ km = 1000\ m$$

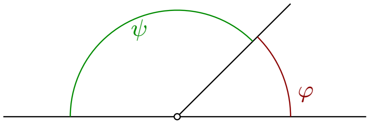
Enota za merjenje kotov je **kotna stopinja** – velikost $\frac{1}{360}$ polnega kota.
Izpeljani enoti sta *(kotna) minuta* in *(kotna) sekunda*.

$$1^\circ = 60' = 3600''$$

Velikost kota nič je 0°, pravega kota je 90°, iztegnjenega kota je 180°, polnega kota pa je 360°.

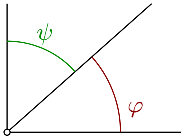
Definicija

Kota φ in ψ, katerih vsota meri 180°, sta **suplementarna kota**.



Definicija

Kota φ in ψ, katerih vsota meri 90°, sta **komplementarna kota**.



Sokota sta vedno suplementarna kota.

Skladnost trikotnikov

Definicija

Dva trikotnika sta **skladna**, če imata paroma skladne vse stranice in tem stranicam nasprotne kote.

Aksiom

Dva trikotnika sta skladna, če se ujemata v dveh stranicah in v vmesnem kotu.

Izrek

Trikotnika $\triangle ABC$ in $\triangle A'B'C'$ sta skladna, če se ujemata:

1. v vseh treh stranicah;
2. v eni stranici in obeh priležnih kotih;
3. v dveh stranicah in kotu, ki leži nasproti daljši od obeh stranic.

Naloga

Izračunajte dolžino daljice, če ena polovica meri $2x - 7$ enot, druga polovica pa $x + 8$ enot.

Naloga

Izračunajte dolžino daljice, če ena polovica meri $2x - 7$ enot, druga polovica pa $x + 8$ enot.

Naloga

Izračunaj dolžino x daljice AB, če je točka S njeno razpolovišče, točka R pa razpolovišče daljice SB in je $|SR| = \frac{x}{3} - 1$.

Naloga

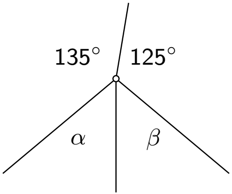
Izračunajte dolžino daljice, če ena polovica meri $2x - 7$ enot, druga polovica pa $x + 8$ enot.

Naloga

Izračunaj dolžino x daljice AB, če je točka S njeno razpolovišče, točka R pa razpolovišče daljice SB in je $|SR| = \dfrac{x}{3} - 1$.

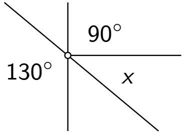
Naloga

Izračunajte velikosti kotov α in β, če je $\alpha = \beta$. Podatke razberite s skice.



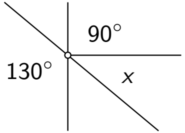
Naloga

Iz podatkov na skici izračunajte neznano velikost kota x.



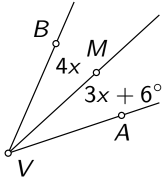
Naloga

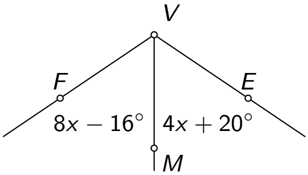
Iz podatkov na skici izračunajte neznano velikost kota x.



Naloga

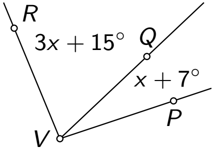
Izračunajte velikosti kotov $\angle AVM$ in $\angle FVE$, če poltrak VM obakrat razpolavlja kot.





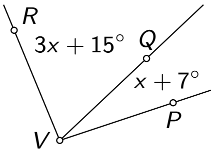
Naloga

Izračunajte velikost kota $\angle PVQ$, če je $\angle PVR = 94^\circ$.



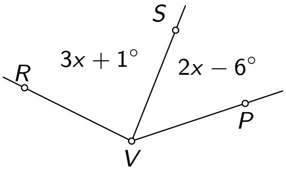
Naloga

Izračunajte velikost kota $\angle PVQ$, če je $\angle PVR = 94^\circ$.



Naloga

Izračunajte velikost kota $\angle SVR$, če je $\angle QVS = 50^\circ$.



Naloga

Kot $\varphi = 76^\circ 36' 53''$ zapišite v stopinjah na štiri mesta natančno, kot $\psi = 34.78^\circ$ pa zapišite v stopinjah, minutah in sekundah.

Naloga

Kot $\varphi = 76°36'53''$ zapišite v stopinjah na štiri mesta natančno, kot $\psi = 34.78°$ pa zapišite v stopinjah, minutah in sekundah.

Naloga

Kotu $\varphi = 37°16'43''$ izračunajte suplementarni in komplementarni kot.

Naloga

Kot $\varphi = 76°36'53''$ zapišite v stopinjah na štiri mesta natančno, kot $\psi = 34.78°$ pa zapišite v stopinjah, minutah in sekundah.

Naloga

Kotu $\varphi = 37°16'43''$ izračunajte suplementarni in komplementarni kot.

Naloga

Razika dveh komplementarnih kotov je $37°16'$. Izračunajte velikosti kotov.

Naloga

Kot $\varphi = 76^\circ 36' 53''$ zapišite v stopinjah na štiri mesta natančno, kot $\psi = 34.78^\circ$ pa zapišite v stopinjah, minutah in sekundah.

Naloga

Kotu $\varphi = 37^\circ 16' 43''$ izračunajte suplementarni in komplementarni kot.

Naloga

Razika dveh komplementarnih kotov je $37^\circ 16'$. Izračunajte velikosti kotov.

Naloga

Kot φ je petkratnik svojega komplementarnega kota. Izračunajte njegovo velikost.

Naloga

Za vsako od spodnjih izjav ugotovite, ali je pravilna ali nepravilna.

- Sokota sta suplementarna.
- Kot z velikostjo 45° je komplementaren samemu sebi.
- Dve premici, ki se sekata, lahko določata kota z velikostjo 43° in 137°.
- Vsota velikosti dveh komplementarnih kotov je pravi kot.
- Suplementarna kota sta vedno tudi sokota.

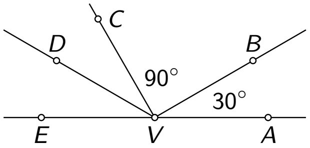
Naloga

Za vsako od spodnjih izjav ugotovite, ali je pravilna ali nepravilna.

- Sokota sta suplementarna.
- Kot z velikostjo 45° je komplementaren samemu sebi.
- Dve premici, ki se sekata, lahko določata kota z velikostjo 43° in 137°.
- Vsota velikosti dveh komplementarnih kotov je pravi kot.
- Suplementarna kota sta vedno tudi sokota.

Naloga

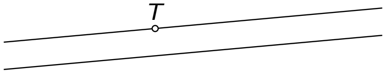
Poltrak VD razpolavlja $\angle CVE$, $\angle BVC$ je pravi kot. Določite velikosti kotov $\angle AVD$ in $\angle BVE$.



Vzporednost

Aksiom o vzporednici

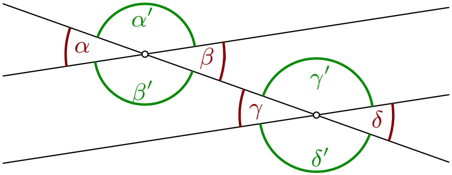
Skozi izbrano točko, ki ne leži na premici, lahko tej premici narišemo natanko eno vzporednico.



Vzporednost je v množici premic na ravnini *ekvivalenčna relacija*, saj je:

- *refleksivna*: $p \parallel p$ – vsaka premica je vzporedna sama sebi;
- *simetrična*: $p \parallel q \Rightarrow q \parallel p$ – če je premica p vzporedna premici q, je tudi premica q vzporedna premici p;
- *tranzitivna*: $p \parallel q \wedge q \parallel r \rightarrow p \parallel r$ – če je premica p vzporedna premici q, premica q pa vzporedna premici r, je tudi premica p vzporedna premici r.

Če vzporednici sekamo s premico, dobimo dve presečišči, ob njiju pa pare **kotov z vzporednimi kraki**:

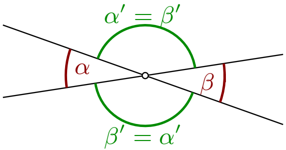


- pari kotov (α, γ), (β, δ), (α', γ'), (β', δ') imajo oba kraka vzporedna v isto smer;
- pari kotov z istim vrhom (α, β); (γ, δ), (α', β'); (γ', δ') imajo oba kraka vzporedna v nasprotno smer – **sovršni koti**;
- pari kotov (α, α'), (β, β'), (γ, γ'), (δ, δ') imajo en krak vzporeden v isto smer, drugi krak pa vzporeden v nasprotno smer.

Izrek

Para konveksnih kotov z vzporednimi kraki sta ali skladna ali suplementarna.

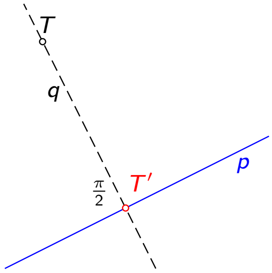
Sovršna kota sta skladna – imata isti sokot.



Preslikave na ravnini

Pravokotna projekcija

Dani sta točka T in premica p. Naj bo q tista pravokotnica na premico p, ki poteka skozi točko T. Presečišče T' premice q s premico p imenujemo **pravokotna projekcija** točke T na premico p. Točka T' je točki T najbližja točka premice p.



Razdalja točke T od premice p je:

$$d(T, p) = d(T, T') = |TT'|.$$

Pravokotna projekcija daljice AB na premico je daljica $A'B'$, katere krajišči sta pravokotni projekciji točk A in B.

Toge preslikave

Toga preslikava (izometrija) je preslikava v ravnini, ki ohranja razdalje.

$$\tau : A \mapsto A'$$
$$\tau : B \mapsto B'$$
$$d(A, B) = d(A', B')$$

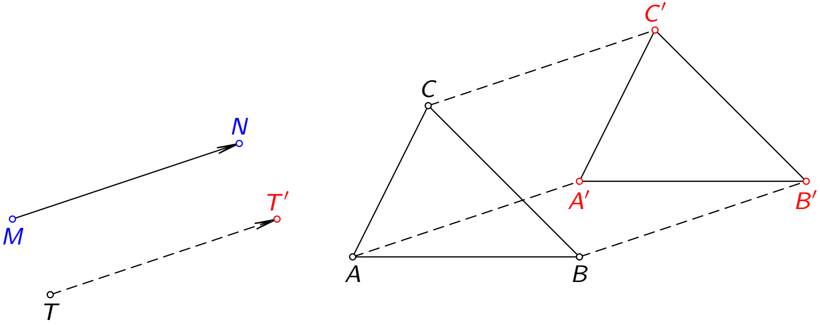
Med toge preslikave spadajo:

- **vzporedni premiki**;
- **zrcaljenje preko premice**;
- **zrcaljenje preko točke**;
- **rotacija okoli točke**.

Če kombiniramo več togih preslikav, je dobljena preslikava spet toga preslikava.

Vzporedni premik/translacija

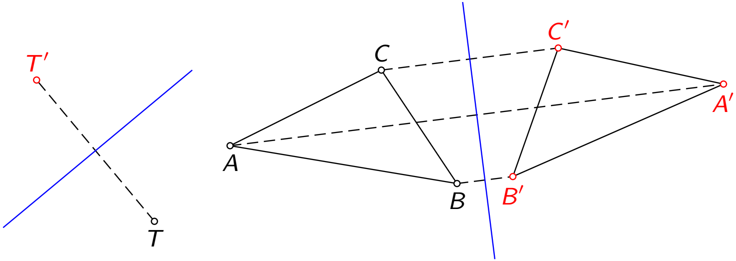
Vzporedni premik ali **translacija** za dano usmerjeno daljico $\overrightarrow{MN}$ preslika točko T v tako točko T', da sta daljici TT' in MN enako dolgi, vzporedni in enako usmerjeni.



Vzporedni premik ohranja orientacijo likov, daljice preslika v enako dolge vzporedne daljice, ohranja velikost kotov, like preslika v skladne like, nima negibnih točk za $\overrightarrow{MN} \neq \overrightarrow{0}$.

Zrcaljenje preko premice

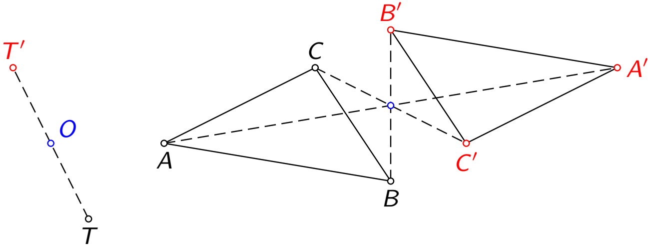
Zrcaljenje čez premico p preslika točko T v tako točko T', da premica p pod pravim kotom razpolavlja daljico TT'.



Zrcaljenje čez premico daljice preslika v enako dolge daljice, ohranja velikost kotov, ne ohranja orientacije likov, like preslika v skladne like, premic ne preslika v vzporedne premice.

Zrcaljenje preko točke

Zrcaljenje čez točko O preslika točko T v tako točko T', da je O razpolovišče daljice TT'. Ta preslikava je enaka vrtenju okrog točke za $180°$.



Zrcaljenje čez točko daljice preslika v enako dolge daljice, ohranja velikosti kotov in orientacijo likov, like preslika v skladne like, premice preslika v vzporedne premice.

Simetrija

Množica točk $\mathcal{M}$ je **simetrična/somerna glede na premico** p, če se pri zrcaljenju čez premico p preslika sama vase. Premico p imenujemo **simetrala**, **somernica**, **simetrijska os** množice $\mathcal{M}$.

Množica točk $\mathcal{M}$ je **središčno simetrična/somerna glede na točko** T, če se pri zrcaljenju čez točko T preslika sama vase. Točko T imenujemo **center simetrije** množice $\mathcal{M}$.

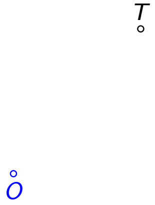
Rotacija/vrtenje okoli točke

Rotacija/vrtenje okoli točke

Vrtenje ali **zasuk** oziroma **rotacija** za kot φ okrog točke O preslika točko T v točko T', da velja: $|OT| = |OT'|$ in $\angle TOT' = \varphi$.

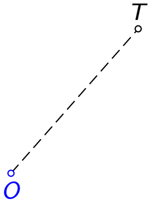
Rotacija/vrtenje okoli točke

Vrtenje ali **zasuk** oziroma **rotacija** za kot φ okrog točke O preslika točko T v točko T', da velja: $|OT| = |OT'|$ in $\angle TOT' = \varphi$.



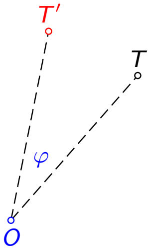
Rotacija/vrtenje okoli točke

Vrtenje ali **zasuk** oziroma **rotacija** za kot φ okrog točke O preslika točko T v točko T', da velja: $|OT| = |OT'|$ in $\angle TOT' = \varphi$.



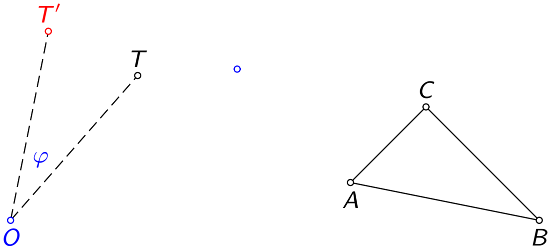
Rotacija/vrtenje okoli točke

Vrtenje ali **zasuk** oziroma **rotacija** za kot φ okrog točke O preslika točko T v točko T', da velja: $|OT| = |OT'|$ in $\angle TOT' = \varphi$.



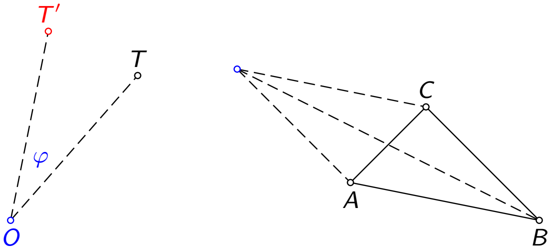
Rotacija/vrtenje okoli točke

Vrtenje ali **zasuk** oziroma **rotacija** za kot φ okrog točke O preslika točko T v točko T', da velja: $|OT| = |OT'|$ in $\angle TOT' = \varphi$.



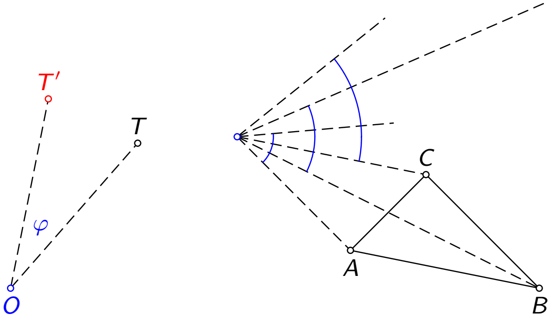
Rotacija/vrtenje okoli točke

Vrtenje ali **zasuk** oziroma **rotacija** za kot φ okrog točke O preslika točko T v točko T', da velja: $|OT| = |OT'|$ in $\angle TOT' = \varphi$.



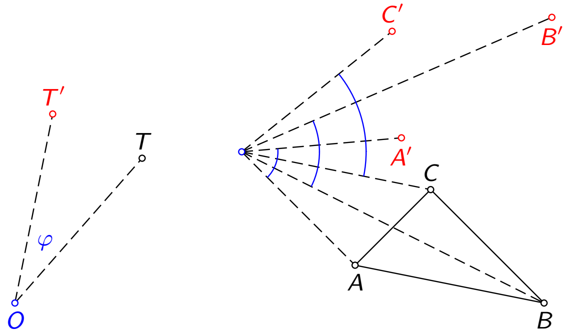
Rotacija/vrtenje okoli točke

Vrtenje ali **zasuk** oziroma **rotacija** za kot φ okrog točke O preslika točko T v točko T', da velja: $|OT| = |OT'|$ in $\angle TOT' = \varphi$.



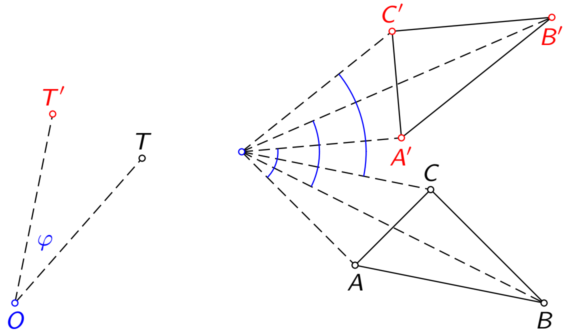
Rotacija/vrtenje okoli točke

Vrtenje ali **zasuk** oziroma **rotacija** za kot φ okrog točke O preslika točko T v točko T', da velja: $|OT| = |OT'|$ in $\angle TOT' = \varphi$.



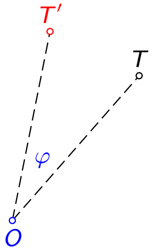
Rotacija/vrtenje okoli točke

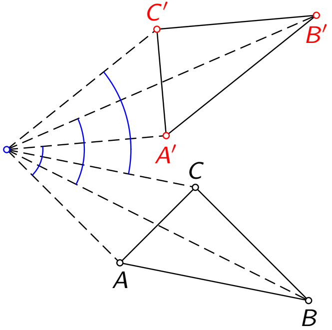
Vrtenje ali **zasuk** oziroma **rotacija** za kot φ okrog točke O preslika točko T v točko T', da velja: $|OT| = |OT'|$ in $\angle TOT' = \varphi$.



Rotacija/vrtenje okoli točke

Vrtenje ali **zasuk** oziroma **rotacija** za kot φ okrog točke O preslika točko T v točko T', da velja: $|OT| = |OT'|$ in $\angle TOT' = \varphi$.





Vrtenje okoli točke preslika daljice v enako dolge daljice, ohranja velikosti kotov in orientacijo likov, like preslika v skladne like, premic pa ne preslika v vzporedne premice.

Naloga

Narišite kvadrat s stranico dolžine 1 in ga:

- vzporedno premaknite vzdolž ordinatne osi za 3 enota;
- zavrtite okrog oglišča B za kot 45° v negativni smeri;
- zrcalite preko nosilke stranice CD.

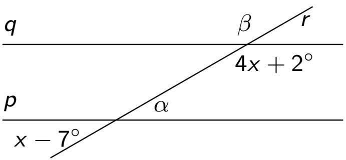
Naloga

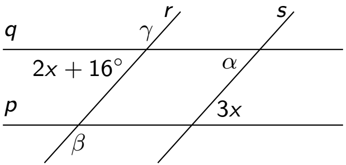
Narišite kvadrat s stranico dolžine 1 in ga:

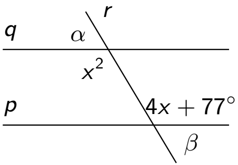
- vzporedno premaknite vzdolž ordinatne osi za 3 enota;
- zavrtite okrog oglišča B za kot 45° v negativni smeri;
- zrcalite preko nosilke stranice CD.

Naloga

Izračunajte velikosti kotov α, β in γ. Podatke razberite iz skic. Velja $p \parallel q$ in $r \parallel s$.







Naloga

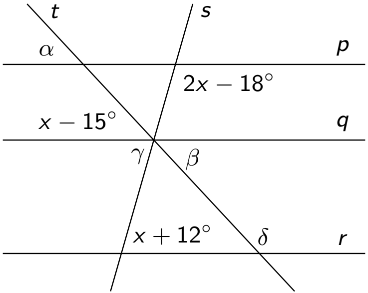
Izračunajte velikosti vseh notranjih in zunanjih kotov trikotnika $\triangle ABC$, če je vsota velikosti dveh zunanjih kotov $\alpha' + \gamma' = 230°$, vsota velikosti dveh notranjih kotov pa $\alpha + \beta = 70°$.

Naloga

Izračunajte velikosti vseh notranjih in zunanjih kotov trikotnika $\triangle ABC$, če je vsota velikosti dveh zunanjih kotov $\alpha' + \gamma' = 230°$, vsota velikosti dveh notranjih kotov pa $\alpha + \beta = 70°$.

Naloga

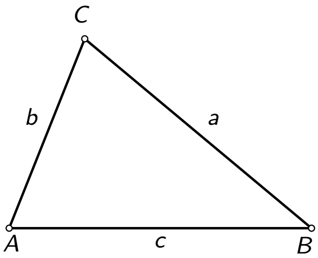
S skice preberite ustrezne podatke ter izračunajte velikosti kotov α, β, γ in δ. Pri tem velja, da so premice p, q in r vzporedne.



Trikotnik

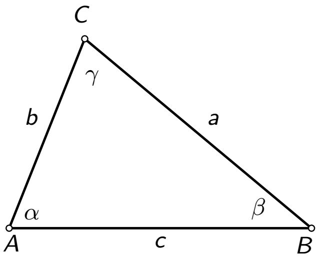
Trikotnik

Trikotnik je lik/množica točk v ravnini, omejena s tremi daljicami – **stranice** (a, b, c), ki povezujejo tri nekolinearne točke (A, B, C) v ravnini. Te točke imenujemo **oglišča** trikotnika.



Trikotnik

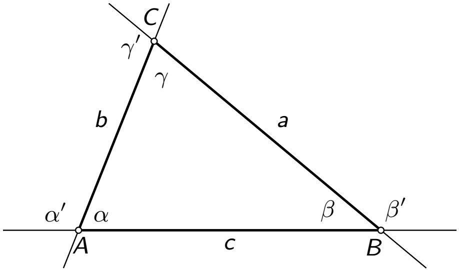
Trikotnik je lik/množica točk v ravnini, omejena s tremi daljicami – **stranice** (a, b, c), ki povezujejo tri nekolinearne točke (A, B, C) v ravnini. Te točke imenujemo **oglišča** trikotnika.



V trikotniku $\triangle ABC$ so α, β in γ **notranji koti**,

Trikotnik

Trikotnik je lik/množica točk v ravnini, omejena s tremi daljicami – **stranice** (a, b, c), ki povezujejo tri nekolinearne točke (A, B, C) v ravnini. Te točke imenujemo **oglišča** trikotnika.



V trikotniku $\triangle ABC$ so α, β in γ **notranji koti**, njihovi sokoti α', β' in γ' pa so **zunanji koti**.

Vsota notranjih kotov trikotnika je 180°:

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ.$$

Vsota notranjih kotov trikotnika je 180°:

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ.$$

Zunanji kot trikotnika je enak vsoti notranjih nepriležnih kotov:

$$\alpha' = \beta + \gamma$$
$$\beta' = \alpha + \gamma$$
$$\gamma' = \alpha + \beta$$

Vsota notranjih kotov trikotnika je 180°:

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ.$$

Zunanji kot trikotnika je enak vsoti notranjih nepriležnih kotov:

$$\alpha' = \beta + \gamma$$
$$\beta' = \alpha + \gamma$$
$$\gamma' = \alpha + \beta$$

Vsota zunanjih kotov trikotnika je 360°:

$$\alpha' + \beta' + \gamma' = 360^\circ.$$

Nasproti daljše stranice trikotnika leži večji notranji kot, nasproti krajše stranice pa manjši notranji kot trikotnika.

$$a > b \Leftrightarrow \alpha > \beta$$

Nasproti daljše stranice trikotnika leži večji notranji kot, nasproti krajše stranice pa manjši notranji kot trikotnika.

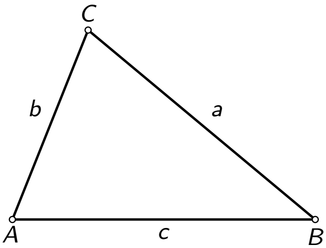
$$a > b \Leftrightarrow \alpha > \beta$$

Trikotniška neenakost

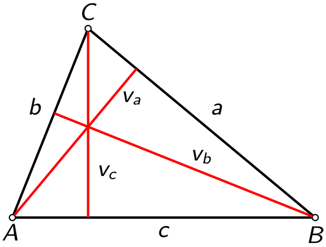
Vsaka stranica trikotnika je krajša od vsote dolžin drugih dveh stranic.

$$a < b + c$$
$$b < a + c$$
$$c < a + b$$

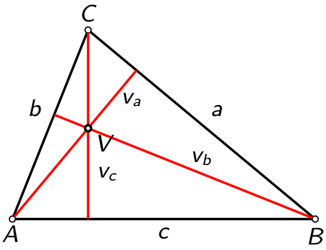
Višina na stranico trikotnika je daljica, ki povezuje nosilko te stranice z nasprotnim ogliščem in je pravokotna na to nosilko. Njena dolžina je razdalja oglišča od nasprotne stranice.



Višina na stranico trikotnika je daljica, ki povezuje nosilko te stranice z nasprotnim ogliščem in je pravokotna na to nosilko. Njena dolžina je razdalja oglišča od nasprotne stranice.

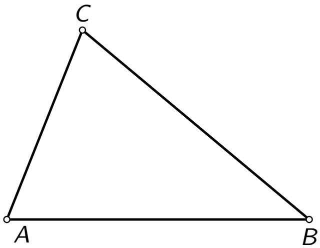


Višina na stranico trikotnika je daljica, ki povezuje nosilko te stranice z nasprotnim ogliščem in je pravokotna na to nosilko. Njena dolžina je razdalja oglišča od nasprotne stranice.

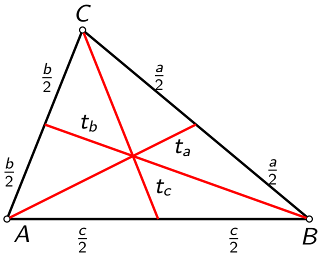


Nosilke vseh treh višin na stranice trikotnika se sekajo v eni točki, ki jo imenujemo **višinska točka** ali **ortocenter**.

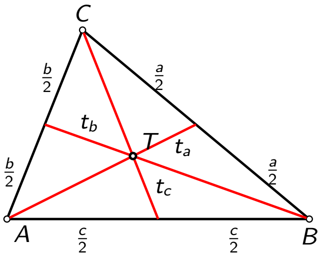
Težiščnica na stranico trikotnika je daljica, ki povezuje razpolovišče te stranice z nasprotnim ogliščem.



Težiščnica na stranico trikotnika je daljica, ki povezuje razpolovišče te stranice z nasprotnim ogliščem.

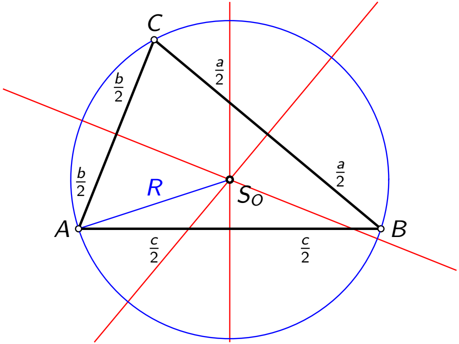


Težiščnica na stranico trikotnika je daljica, ki povezuje razpolovišče te stranice z nasprotnim ogliščem.

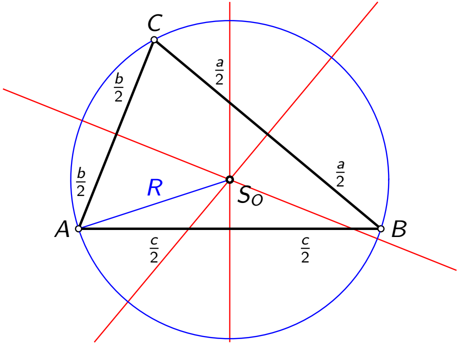


Vse tri trikotnikove težiščnice se sekajo v eni točki – **težišču** ali **baricentru** trikotnika.
Težišče deli težiščnico v razmerju $1 : 2$.

Simetrale vseh treh stranic trikotnika se sekajo v eni točki. Ta točka je **središče trikotniku očrtane krožnice**.

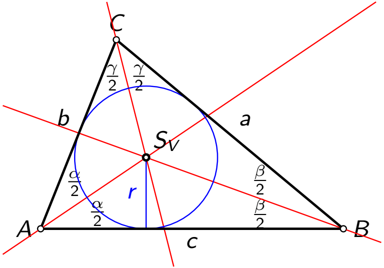


Simetrale vseh treh stranic trikotnika se sekajo v eni točki. Ta točka je **središče trikotniku očrtane krožnice**.

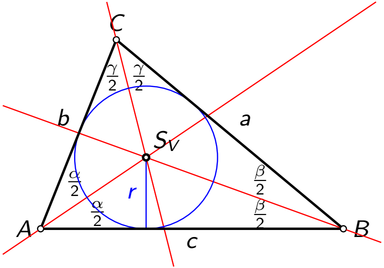


Očrtana krožnica poteka skozi vsa tri oglišča trikotnika. Vse tri stranice trikotnika so tetive te krožnice.

Simetrale notranjih kotov trikotnika se sekajo v eni točki. Ta točka je **središče trikotniku včrtane krožnice**.



Simetrale notranjih kotov trikotnika se sekajo v eni točki. Ta točka je **središče trikotniku včrtane krožnice**.

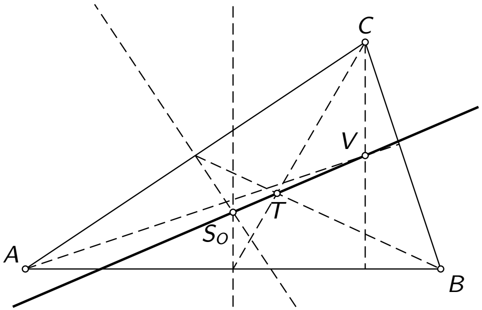


Včrtana krožnica ima vse tri stranice trikotnika za tangente.

Težišče, središče trikotniku očrtane kroznice, središče trikotniku včrtane krožnice in višinska točka so **znamenite točke trikotnika**.

Težišče, središče trikotniku očrtane kroznice, središče trikotniku včrtane krožnice in višinska točka so **znamenite točke trikotnika**.

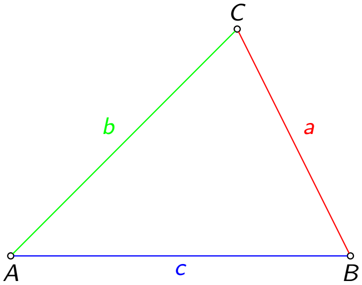
Višinska točka, središče očrtane krožnice in težišče so vedno kolinearne. Premico, ki jih povezuje, imenujemo **Eulerjeva premica**.



Vrste trikotnikov – glede na stranice

Vrste trikotnikov – glede na stranice

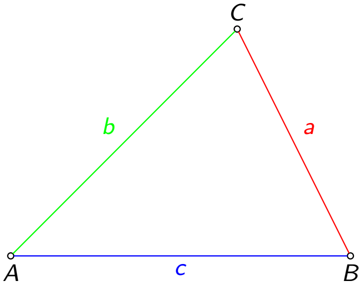
RAZNOSTRANIČNI TRIKOTNIK



vse tri stranice različno dolge

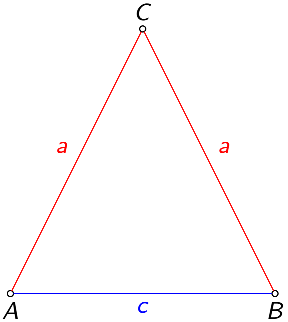
Vrste trikotnikov – glede na stranice

RAZNOSTRANIČNI TRIKOTNIK



vse tri stranice različno dolge

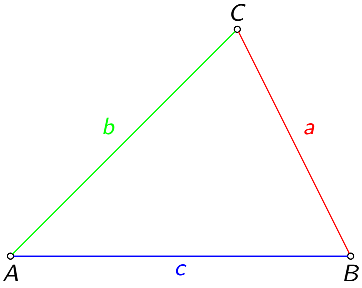
ENAKOKRAKI TRIKOTNIK



dve stranici enako dolgi

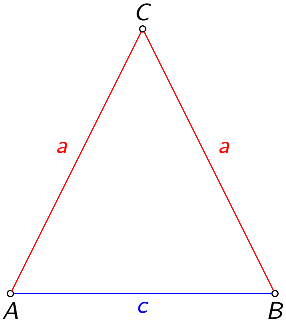
Vrste trikotnikov – glede na stranice

RAZNOSTRANIČNI TRIKOTNIK



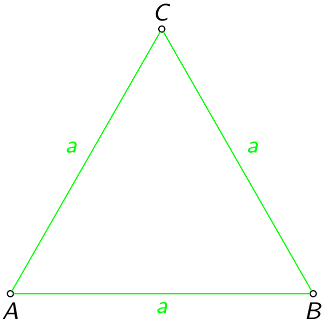
vse tri stranice različno dolge

ENAKOKRAKI TRIKOTNIK



dve stranici enako dolgi

ENAKOSTRANIČNI ali PRAVILNI TRIKOTNIK

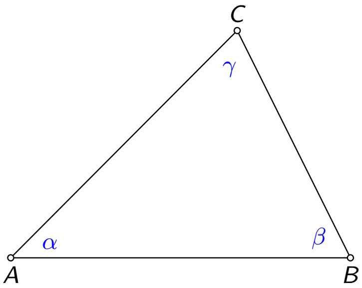


vse tri stranice enako dolge

Vrste trikotnikov – glede na kote

Vrste trikotnikov – glede na kote

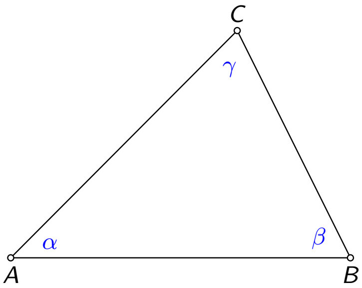
OSTROKOTNI TRIKOTNIK



ima tri ostre notranje kote

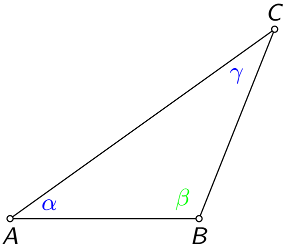
Vrste trikotnikov – glede na kote

OSTROKOTNI TRIKOTNIK



ima tri ostre notranje kote

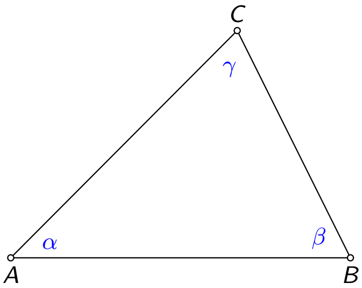
TOPOKOTNI TRIKOTNIK



ima en topi notranji kot, ostala dva kota ostra

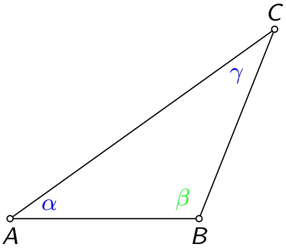
Vrste trikotnikov – glede na kote

OSTROKOTNI TRIKOTNIK



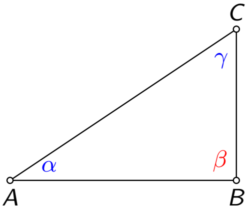
ima tri ostre notranje kote

TOPOKOTNI TRIKOTNIK



ima en topi notranji kot, ostala dva kota ostra

PRAVOKOTNI TRIKOTNIK



ima en pravi notranji kot, ostala dva kot ostra

Naloga

Dve stranici trikotnika merita 2 in 7 enot. Zapišite interval vrednosti za dolžino tretje stranice tega trikotnika.

Naloga

Dve stranici trikotnika merita 2 in 7 enot. Zapišite interval vrednosti za dolžino tretje stranice tega trikotnika.

Naloga

Ali obstaja trikotnik, katerega dolžine stranic so rešitve sistema enačb:

$$
\begin{aligned}
a + b + c &= 16 \\
a - c &= 2 \\
a + b &= 13.
\end{aligned}
$$

Naloga

Dve stranici trikotnika merita 2 in 7 enot. Zapišite interval vrednosti za dolžino tretje stranice tega trikotnika.

Naloga

Ali obstaja trikotnik, katerega dolžine stranic so rešitve sistema enačb:

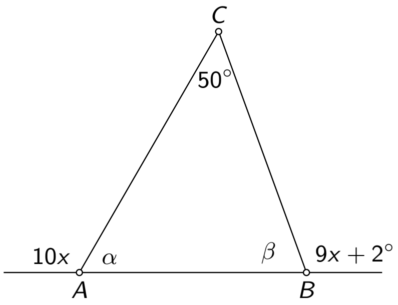
$$\begin{aligned} a+b+c&=16\\ a-c&=2\\ a+b&=13. \end{aligned}$$

Naloga

Za katere vrednosti števila x obstaja trikotnik s stranicami dolžin $x+7$, $2x+2$ in $3x-1$?

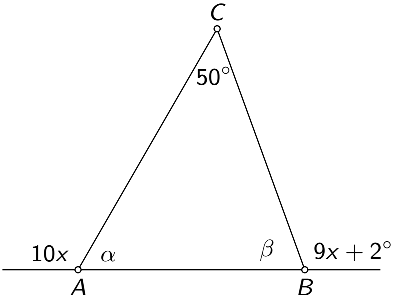
Naloga

Izračunajte velikosti kotov α in β.



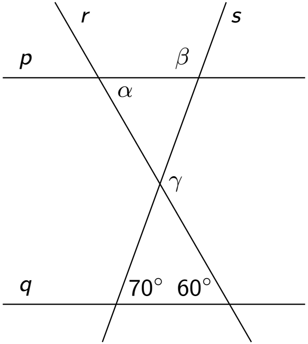
Naloga

Izračunajte velikosti kotov α in β.



Naloga

Premici p in q sta vzporedni. Izračunajte velikosti kotov α, β in γ.



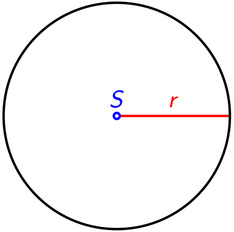
Krog

Krog

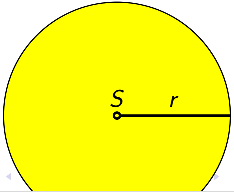
Krožnica je množica ravninskih točk, ki so enako oddaljene od dane točke S. Točko S imenujemo **središče** krožnice, razdalja r med središčem in poljubno točko na krožnici pa je **polmer** ali **radij** krožnice.

Krog

Krožnica je množica ravninskih točk, ki so enako oddaljene od dane točke S. Točko S imenujemo **središče** krožnice, razdalja r med središčem in poljubno točko na krožnici pa je **polmer** ali **radij** krožnice.



Krog s središčem S in polmerom r je množica ravninskih točk, katerih oddaljenost od središča je manjša ali enaka r. To pomeni, da je krog del ravnine omejen s krožnico.



Štirikotnik

Večkotnik

Podobnost

Podobnost v pravokotnem trikotniku