

# MATEMATIKA

1. letnik – splošna gimnazija

Jan Kastelic

Gimnazija Antona Aškerca,  
Šolski center Ljubljana

30. december 2024

## 1 Racionalna števila

# Section 1

## Racionalna števila

## 1 Racionalna števila

- Ulomki in racionalna števila
- Razširjanje in krajšanje ulomkov
- Seštevanje in odštevanje ulomkov
- Množenje ulomkov
- Deljenje ulomkov
- Urejenost racionalnih števil
- Potence s celimi eksponenti
- Decimalni zapis

# Ulomki

# Ulomki

**Ulomek**  $\frac{x}{y}$  je zapis, ki predstavlja zapis deljenja

# Ulomki

**Ulomek**  $\frac{x}{y}$  je zapis, ki predstavlja zapis deljenja

$$x : y = \frac{x}{y}; \quad y \neq 0 \wedge x, y \in \mathbb{Z}.$$

# Ulomki

**Ulomek**  $\frac{x}{y}$  je zapis, ki predstavlja zapis deljenja

$$x : y = \frac{x}{y}; \quad y \neq 0 \wedge x, y \in \mathbb{Z}.$$

Število/izraz  $x$  imenujemo **števec**,  $y$  pa **imenovalec**, med njima je **ulomkova črta**.



# Ulomki

**Ulomek**  $\frac{x}{y}$  je zapis, ki predstavlja zapis deljenja

$$x : y = \frac{x}{y}; \quad y \neq 0 \wedge x, y \in \mathbb{Z}.$$

Število/izraz  $x$  imenujemo **števec**,  $y$  pa **imenovalec**, med njima je **ulomkova črta**.

Ulomek  $\frac{x}{0}$  ni definiran (nima pomena), saj z 0 ne moremo deliti.

# Ulomki

**Ulomek**  $\frac{x}{y}$  je zapis, ki predstavlja zapis deljenja

$$x : y = \frac{x}{y}; \quad y \neq 0 \wedge x, y \in \mathbb{Z}.$$

Število/izraz  $x$  imenujemo **števec**,  $y$  pa **imenovalec**, med njima je **ulomkova črta**.

Ulomek  $\frac{x}{0}$  ni definiran (nima pomena), saj z 0 ne moremo deliti.

**Algebrski ulomek** je ulomek, v katerem v števcu in/ali imenovalcu nastopajo algebrski izrazi.



Vsako celo število  $x \in \mathbb{Z}$  lahko zapišemo z ulomkom:  $x = \frac{x}{1}$ .

Vsako celo število  $x \in \mathbb{Z}$  lahko zapišemo z ulomkom:  $x = \frac{x}{1}$ .

**Ničelni ulomek** je ulomek oblike  $\frac{0}{y} = 0; y \neq 0$ .

Vsako celo število  $x \in \mathbb{Z}$  lahko zapišemo z ulomkom:  $x = \frac{x}{1}$ .

**Ničelni ulomek** je ulomek oblike  $\frac{0}{y} = 0; y \neq 0$ .

V ulomku, kjer v števcu ali imenovalcu nastopa negativno število, upoštevamo enakost

Vsako celo število  $x \in \mathbb{Z}$  lahko zapišemo z ulomkom:  $x = \frac{x}{1}$ .

**Ničelni ulomek** je ulomek oblike  $\frac{0}{y} = 0; y \neq 0$ .

V ulomku, kjer v števcu ali imenovalcu nastopa negativno število, upoštevamo enakost

$$-\frac{x}{y} = \frac{-x}{y} = \frac{x}{-y}.$$

Vsako celo število  $x \in \mathbb{Z}$  lahko zapišemo z ulomkom:  $x = \frac{x}{1}$ .

**Ničelni ulomek** je ulomek oblike  $\frac{0}{y} = 0; y \neq 0$ .

V ulomku, kjer v števcu ali imenovalcu nastopa negativno število, upoštevamo enakost

$$-\frac{x}{y} = \frac{-x}{y} = \frac{x}{-y}.$$

Vsakemu neničelnemu ulomku  $\frac{x}{y}$  lahko priredimo njegovo **obratno vrednost**:



Vsako celo število  $x \in \mathbb{Z}$  lahko zapišemo z ulomkom:  $x = \frac{x}{1}$ .

**Ničelni ulomek** je ulomek oblike  $\frac{0}{y} = 0; y \neq 0$ .

V ulomku, kjer v števcu ali imenovalcu nastopa negativno število, upoštevamo enakost

$$-\frac{x}{y} = \frac{-x}{y} = \frac{x}{-y}.$$

Vsakemu neničelnemu ulomku  $\frac{x}{y}$  lahko priredimo njegovo **obratno vrednost**:

$$\left(\frac{x}{y}\right)^{-1} = \frac{y}{x}; \quad x, y \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}.$$

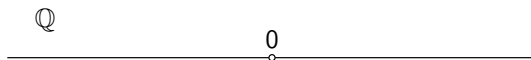
# Racionalna števila

# Racionalna števila

Množica racionalnih števil  $\mathbb{Q}$  je sestavljena iz vseh ulomkov (kar pomeni, da vsebuje tudi vsa naravna in cela števila).

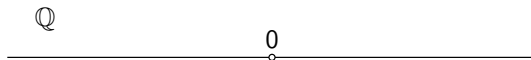
# Racionalna števila

Množica racionalnih števil  $\mathbb{Q}$  je sestavljena iz vseh ulomkov (kar pomeni, da vsebuje tudi vsa naravna in cela števila).



# Racionalna števila

Množica racionalnih števil  $\mathbb{Q}$  je sestavljena iz vseh ulomkov (kar pomeni, da vsebuje tudi vsa naravna in cela števila).

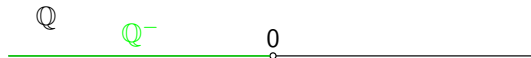


Glede na predznak razdelimo racionalna števila v tri množice:

$$\mathbb{Q} = \mathbb{Q}^+$$

# Racionalna števila

Množica racionalnih števil  $\mathbb{Q}$  je sestavljena iz vseh ulomkov (kar pomeni, da vsebuje tudi vsa naravna in cela števila).



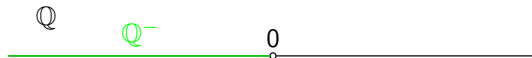
Glede na predznak razdelimo racionalna števila v tri množice:

- množico negativnih racionalnih števil  $\mathbb{Q}^-$ ,

$$\mathbb{Q} = \mathbb{Q}^- \cup \{0\}$$

# Racionalna števila

Množica racionalnih števil  $\mathbb{Q}$  je sestavljena iz vseh ulomkov (kar pomeni, da vsebuje tudi vsa naravna in cela števila).



Glede na predznak razdelimo racionalna števila v tri množice:

- množico negativnih racionalnih števil  $\mathbb{Q}^-$ ,
- množico z elementom nič:  $\{0\}$  in

$$\mathbb{Q} = \mathbb{Q}^- \cup \{0\} \cup \mathbb{Q}^+$$

# Racionalna števila

Množica racionalnih števil  $\mathbb{Q}$  je sestavljena iz vseh ulomkov (kar pomeni, da vsebuje tudi vsa naravna in cela števila).



Glede na predznak razdelimo racionalna števila v tri množice:

- množico negativnih racionalnih števil  $\mathbb{Q}^-$ ,
- množico z elementom nič:  $\{0\}$  in
- množico pozitivnih racionalnih števil:  $\mathbb{Q}^+$ .

$$\mathbb{Q} = \mathbb{Q}^- \cup \{0\} \cup \mathbb{Q}^+$$





Ulomka  $\frac{x}{y}$  in  $\frac{z}{w}$  sta enaka/enakovredna natanko takrat, ko je  $xz = wy$ ;  $y, z \neq 0$ .

Ulomka  $\frac{x}{y}$  in  $\frac{z}{w}$  sta enaka/enakovredna natanko takrat, ko je  $xz = wy$ ;  $y, z \neq 0$ .

$$\frac{x}{y} = \frac{w}{z} \Leftrightarrow xz = wy; \quad y, z \neq 0$$

Ulomka  $\frac{x}{y}$  in  $\frac{z}{w}$  sta enaka/enakovredna natanko takrat, ko je  $xz = wy$ ;  $y, z \neq 0$ .

$$\frac{x}{y} = \frac{w}{z} \Leftrightarrow xz = wy; \quad y, z \neq 0$$

Enaka/enakovredna ulomka sta različna zapisa za isto racionalno število.



## Naloga

Za katere vrednosti  $x$  ulomek ni definiran?

## Naloga

Za katere vrednosti  $x$  ulomek ni definiran?

- $\frac{x - 2}{x + 1}$

- $\frac{2}{x - 5}$

- $\frac{x + 2}{3}$

- $\frac{13}{2x - 5}$





## Naloga

Za katere vrednosti  $x$  ima ulomek vrednost enako 0?

## Naloga

Za katere vrednosti  $x$  ima ulomek vrednost enako 0?

•  $\frac{x - 2}{x + 1}$

•  $\frac{2}{x - 5}$

•  $\frac{x + 2}{3}$

•  $\frac{13}{2x - 5}$



## Naloga

Ali imata ulomka isto vrednost?

## Naloga

Ali imata ulomka isto vrednost?

- $\frac{2}{3}$  in  $\frac{10}{15}$

- $\frac{-1}{2}$  in  $\frac{1}{-2}$

- $\frac{4}{5}$  in  $\frac{-8}{-10}$

- $\frac{5}{8}$  in  $\frac{8}{5}$



## Naloga

Za kateri  $x$  imata ulomka isto vrednost?

## Naloga

Za kateri  $x$  imata ulomka isto vrednost?

•  $\frac{x+1}{2}$  in  $\frac{3}{4}$

•  $\frac{4}{2x-1}$  in  $\frac{1}{3}$

•  $\frac{x+1}{2}$  in  $\frac{x-1}{-3}$

•  $\frac{x+1}{x-2}$  in  $\frac{2}{5}$





## Naloga

Ali ulomka predstavljata isto vrednost?

## Naloga

Ali ulomka predstavljata isto vrednost?

- $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$  in  $-\frac{1}{2}$

- $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}$  in  $\frac{3}{2}$

- $1\frac{3}{7}$  in  $\left(\frac{7}{10}\right)^{-1}$



## Naloga

Ali ulomka predstavljata isto vrednost?

## Naloga

Ali ulomka predstavljata isto vrednost?

- $2 \cdot \frac{3}{4}$  in  $\frac{3}{2}$

- $2\frac{3}{4}$  in  $\frac{3}{2}$

- $\left(1\frac{2}{5}\right)^{-1}$  in  $1\frac{5}{2}$

- $\left(1\frac{2}{5}\right)^{-1}$  in  $\frac{5}{7}$



## Naloga

Zapišite s celim delom oziroma z ulomkom.



## Naloga

Zapišite s celim delom oziroma z ulomkom.

•  $\frac{14}{5}$

•  $-\frac{5}{2}$

•  $\frac{4}{3}$

•  $\frac{110}{17}$

•  $3\frac{5}{8}$

•  $2\frac{9}{2}$

# Razširjanje in krajšanje ulomkov

# Razširjanje in krajšanje ulomkov

## Razširjanje ulomka

---

# Razširjanje in krajšanje ulomkov

## Razširjanje ulomka

Ulomek ohrani svojo vrednost, če števec in imenovalec pomnožimo z istim neničelnim številom oziroma izrazom. Temu postopku pravimo **razširjanje ulomka**.

# Razširjanje in krajšanje ulomkov

## Razširjanje ulomka

Ulomek ohrani svojo vrednost, če števec in imenovalec pomnožimo z istim neničelnim številom oziroma izrazom. Temu postopku pravimo **razširjanje ulomka**.

$$\frac{x}{y} = \frac{x \cdot z}{y \cdot z}; \quad x \in \mathbb{Z} \wedge y, z \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$$

# Razširjanje in krajšanje ulomkov

## Razširjanje ulomka

Ulomek ohrani svojo vrednost, če števec in imenovalec pomnožimo z istim neničelnim številom oziroma izrazom. Temu postopku pravimo **razširjanje ulomka**.

$$\frac{x}{y} = \frac{x \cdot z}{y \cdot z}; \quad x \in \mathbb{Z} \wedge y, z \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$$

Ko ulomke seštevamo ali odštevamo, jih razširimo na **najmanjši skupni imenovalec**, ki je najmanjši skupni večkratnik vseh imenovalcev.



# Krajšanje ulomka



## Krajšanje ulomka

Vrednost ulomka se ne spremeni, če števec in imenovalec delimo z istim neničelnim številom oziroma izrazom. Temu postopku rečemo **krajšanje ulomka**.

## Krajšanje ulomka

Vrednost ulomka se ne spremeni, če števec in imenovalec delimo z istim neničelnim številom oziroma izrazom. Temu postopku rečemo **krajšanje ulomka**.

$$\frac{x \cdot z}{y \cdot z} = \frac{x}{y}; \quad x \in \mathbb{Z} \wedge y, z \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$$

## Krajšanje ulomka

Vrednost ulomka se ne spremeni, če števec in imenovalec delimo z istim neničelnim številom oziroma izrazom. Temu postopku rečemo **krajšanje ulomka**.

$$\frac{x \cdot z}{y \cdot z} = \frac{x}{y}; \quad x \in \mathbb{Z} \wedge y, z \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$$

## Okrajšan ulomek

## Krajšanje ulomka

Vrednost ulomka se ne spremeni, če števec in imenovalec delimo z istim neničelnim številom oziroma izrazom. Temu postopku rečemo **krajšanje ulomka**.

$$\frac{x \cdot z}{y \cdot z} = \frac{x}{y}; \quad x \in \mathbb{Z} \wedge y, z \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$$

## Okrajšan ulomek

Ulomek  $\frac{x}{y}$  je **okrajšan**, če je  $(x, y) = 1$ , torej če sta števec in imenovalec tuji števili.



## Naloga

Razširite ulomke na najmanjši skupni imenovalec.

## Naloga

Razširite ulomke na najmanjši skupni imenovalec.

$$\bullet \frac{1}{3}, \frac{3}{5} \text{ in } \frac{5}{6}$$

$$\bullet \frac{1}{5}, -\frac{1}{2} \text{ in } \frac{-1}{3}$$

$$\bullet \frac{2}{7}, 1 \text{ in } \frac{1}{2}$$

$$\bullet \frac{2}{-1}, \frac{3}{2} \text{ in } \frac{1}{-3}$$

$$\bullet \frac{5}{6}, \frac{1}{2} \text{ in } -\frac{2}{3}$$

$$\bullet \frac{3}{-4}, \frac{-1}{2} \text{ in } -\frac{2}{5}$$





## Naloga

Razširite ulomke na najmanjši skupni imenovalec.

## Naloga

Razširite ulomke na najmanjši skupni imenovalac.

- $\frac{1}{x-1}, \frac{1}{x+1}$  in 1

- $\frac{4}{x-4}, \frac{2}{x-2}$  in  $\frac{1}{x^2-6x+8}$

- $\frac{2}{x}, \frac{1}{x-3}$  in  $\frac{1}{(x-3)^2}$

- $\frac{2}{x-1}$  in  $\frac{3}{1-x}$

- $\frac{3}{x^2-4x}, \frac{1}{x}$  in  $\frac{2}{x-4}$

- $\frac{1}{2-x}, \frac{2}{x+2}$  in  $\frac{3}{x^2-4}$



## Naloga

Okrajšajte ulomek.

## Naloga

Okrajšajte ulomek.

- $\frac{100}{225}$

- $\frac{34}{51}$

- $\frac{121}{3}$

- $\frac{45}{75}$



## Naloga

Okrajšajte ulomek.

## Naloga

Okrajšajte ulomek.

$$\bullet \frac{x^2 - 4}{x^2 + 2x}$$

$$\bullet \frac{x^3 + 8}{2x + 4}$$

$$\bullet \frac{x^3 - 1}{x^2 - 4x + 3}$$

$$\bullet \frac{x^3 - 2x^2 - x + 2}{x^2 - 3x + 2}$$

$$\bullet \frac{x^2 - 9}{3 - x}$$

$$\bullet \frac{x - 4}{16 - x^2}$$



# Seštevanje in odštevanje ulomkov

# Seštevanje in odštevanje ulomkov

## Seštevanje ulomkov

---

# Seštevanje in odštevanje ulomkov

## Seštevanje ulomkov

Ulomke **seštevamo** tako, da jih razširimo na skupni imenovalce, nato seštejemo števce, imenovalce pa prepíšemo.

# Seštevanje in odštevanje ulomkov

## Seštevanje ulomkov

Ulomke **seštevamo** tako, da jih razširimo na skupni imenovalac, nato seštejemo števce, imenovalce pa prepíšemo.

$$\frac{x}{y} + \frac{z}{w} = \frac{xw}{yw} + \frac{yz}{yw} = \frac{xw + yz}{yw}; \quad x, z \in \mathbb{Z} \wedge y, w \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$$

# Seštevanje in odštevanje ulomkov

## Seštevanje ulomkov

Ulomke **seštevamo** tako, da jih razširimo na skupni imenovalac, nato seštejemo števce, imenovalce pa prepisemo.

$$\frac{x}{y} + \frac{z}{w} = \frac{xw}{yw} + \frac{yz}{yw} = \frac{xw + yz}{yw}; \quad x, z \in \mathbb{Z} \wedge y, w \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$$

## Odštevanje ulomkov

# Seštevanje in odštevanje ulomkov

## Seštevanje ulomkov

Ulomke **seštevamo** tako, da jih razširimo na skupni imenovalac, nato seštejemo števce, imenovalce pa prepišemo.

$$\frac{x}{y} + \frac{z}{w} = \frac{xw}{yw} + \frac{yz}{yw} = \frac{xw + yz}{yw}; \quad x, z \in \mathbb{Z} \wedge y, w \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$$

## Odštevanje ulomkov

Ulomke **odštevamo** tako, da prištejemo nasprotni ulomek.

# Seštevanje in odštevanje ulomkov

## Seštevanje ulomkov

Ulomke **seštevamo** tako, da jih razširimo na skupni imenovalec, nato seštejemo števce, imenovalce pa prepišemo.

$$\frac{x}{y} + \frac{z}{w} = \frac{xw}{yw} + \frac{yz}{yw} = \frac{xw + yz}{yw}; \quad x, z \in \mathbb{Z} \wedge y, w \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$$

## Odštevanje ulomkov

Ulomke **odštevamo** tako, da prištejemo nasprotni ulomek.

$$\frac{x}{y} - \frac{z}{w} = \frac{x}{y} + \left(-\frac{z}{w}\right) = \frac{xw}{yw} + \frac{-yz}{yw} = \frac{xw - yz}{yw}; \quad x, z \in \mathbb{Z} \wedge y, w \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$$





## Naloga

Izračunajte.

## Naloga

Izračunajte.

•  $\frac{5}{7} + \frac{1}{14}$

•  $\frac{2}{9} - \frac{1}{3}$

•  $\frac{3}{8} + 1\frac{1}{2}$

•  $1 - \frac{5}{6}$



## Naloga

Izračunajte.

## Naloga

Izračunajte.

- $\left(\frac{2}{3} - 2\frac{1}{4}\right) + \frac{1}{12}$

- $\frac{2}{7} - \frac{3}{4} + \left(\frac{1}{2} - 2\right)$

- $\left(\frac{2}{3} - \left(\frac{1}{3} - 3\right) + \frac{1}{4}\right) - \frac{1}{2}$

- $1 - \left(2 - \left(3 - 4 - \left(5 - \frac{1}{2}\right)\right) + \frac{1}{3}\right)$



# Naloga

Poenostavite.

## Naloga

Poenostavite.

- $\frac{x}{x-1} - \frac{x}{x+1}$

- $\frac{3}{x^2} + \frac{4}{x^3} - \frac{1}{x}$

- $\frac{3}{x^2 - 4x} - \left( \frac{1}{x-4} + \frac{2}{x^2 - 5x + 4} \right)$

- $\frac{2}{xy} + \frac{3}{x} - \frac{2}{y}$





# Naloga

Poenostavite.

## Naloga

Poenostavite.

$$\bullet \frac{(x-3)^2 + (x+3)^2}{x^2 - 9} - \frac{3x^2}{2x^2 - x^2}$$

$$\bullet \frac{(a-3)^3 - (a-1)^3 + 26}{6a} + \left(-\frac{1}{2}\right)^{-1}$$

$$\bullet \frac{x^3 - 2x^2 - x + 2}{-x(1-x) - 2} - \left(\frac{x-1}{x} - 1\right)^{-1}$$

$$\bullet \left(\frac{x}{2} - \left(\frac{x}{3} - \left(\frac{x}{4} - \frac{x}{5}\right)\right)\right) - \left(\frac{60}{x}\right)^{-1}$$

# Množenje ulomkov

# Množenje ulomkov

## Množenje ulomkov

---

# Množenje ulomkov

## Množenje ulomkov

Ulomka **množimo** tako, da števce množimo s števci, imenovalce pa množimo z imenovalci.

# Množenje ulomkov

## Množenje ulomkov

Ulomka **množimo** tako, da števce množimo s števci, imenovalce pa množimo z imenovalci.

$$\frac{x}{y} \cdot \frac{z}{w} = \frac{xz}{yw}; \quad x, z \in \mathbb{Z} \wedge y, w \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$$

# Množenje ulomkov

## Množenje ulomkov

Ulomka **množimo** tako, da števce množimo s števci, imenovalce pa množimo z imenovalci.

$$\frac{x}{y} \cdot \frac{z}{w} = \frac{xz}{yw}; \quad x, z \in \mathbb{Z} \wedge y, w \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$$

Produkt danega in njemu obratnega ulomka je enak 1.



# Množenje ulomkov

## Množenje ulomkov

Ulomka **množimo** tako, da števce množimo s števci, imenovalce pa množimo z imenovalci.

$$\frac{x}{y} \cdot \frac{z}{w} = \frac{xz}{yw}; \quad x, z \in \mathbb{Z} \wedge y, w \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$$

Produkt danega in njemu obratnega ulomka je enak 1.

$$\frac{x}{y} \cdot \left(\frac{x}{y}\right)^{-1} = \frac{x}{y} \cdot \frac{y}{x} = 1$$



## Naloga

Izračunajte.

## Naloga

Izračunajte.

$$\bullet \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{7}$$

$$\bullet 2\frac{1}{3} \cdot 3\frac{3}{4}$$

$$\bullet \frac{-2}{13} \cdot \left(-\frac{39}{4}\right)$$

$$\bullet \frac{-2}{5} \cdot 4\frac{2}{7}$$

$$\bullet \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{9}$$

$$\bullet 3 \cdot \frac{2}{3}$$



# Naloga

Poenostavite.

## Naloga

Poenostavite.

$$\bullet \frac{x^2 - 9}{x^2 + 3x + 9} \cdot \frac{x^3 - 27}{x^2 - 6k + 9}$$

$$\bullet \frac{x^2 + 5x}{-x + 2} \cdot \frac{2x^2 - 8}{x^2 + 7x + 10}$$

$$\bullet \frac{x^3 - 4x^2 - 4x + 16}{2x + 4} \cdot \frac{6x}{3x - 6}$$

$$\bullet 2 \cdot \frac{x}{x - 1} \cdot \frac{x^2 - 1}{x^2 + x}$$





# Naloga

Poenostavite.

## Naloga

Poenostavite.

$$\bullet \frac{x^2 - 4}{x^2 - 1} \cdot \frac{x^3 - 1}{x^3 + x^2 + x} \cdot \frac{x^2 + x}{2 - x}$$

$$\bullet \left( \frac{6 - x}{x^2 + 6x} - \frac{x}{36 - x^2} \right) \cdot \left( \frac{2x - 6}{x^2 + 6x} \right)^{-1} + \frac{x}{6 - x}$$

$$\bullet \left( \left( x - y + \left( \frac{x + y}{2xy} \right)^{-1} \right) \cdot \left( \frac{1}{x + y} \right)^{-1} - 2xy \right) \cdot (x - y)^{-1}$$

$$\bullet \left( xy + y^2 - \frac{xy + y^2}{3xy - 3x^2} \right) \cdot \left( \frac{x + y}{3x} \right)^{-1} - \left( -\frac{y - x}{y} \right)^{-1}$$

# Deljenje ulomkov

# Deljenje ulomkov

## Deljenje ulomkov

---

# Deljenje ulomkov

## Deljenje ulomkov

Ulomek **delimo** z neničelnim ulomkom tako, da prvi ulomek množimo z obratno vrednostjo drugega ulomka.

# Deljenje ulomkov

## Deljenje ulomkov

Ulomek **delimo** z neničelnim ulomkom tako, da prvi ulomek množimo z obratno vrednostjo drugega ulomka.

$$\frac{x}{y} : \frac{z}{w} = \frac{x}{y} \cdot \left(\frac{z}{w}\right)^{-1} = \frac{x}{y} \cdot \frac{w}{z} = \frac{xw}{yz}; \quad x \in \mathbb{Z} \wedge y, z, w \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$$

# Deljenje ulomkov

## Deljenje ulomkov

Ulomek **delimo** z neničelnim ulomkom tako, da prvi ulomek množimo z obratno vrednostjo drugega ulomka.

$$\frac{x}{y} : \frac{z}{w} = \frac{x}{y} \cdot \left(\frac{z}{w}\right)^{-1} = \frac{x}{y} \cdot \frac{w}{z} = \frac{xw}{yz}; \quad x \in \mathbb{Z} \wedge y, z, w \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$$

Deljenju ulomkov lahko zapišemo kot **dvojni ulomek**.

# Deljenje ulomkov

## Deljenje ulomkov

Ulomek **delimo** z neničelnim ulomkom tako, da prvi ulomek množimo z obratno vrednostjo drugega ulomka.

$$\frac{x}{y} : \frac{z}{w} = \frac{x}{y} \cdot \left(\frac{z}{w}\right)^{-1} = \frac{x}{y} \cdot \frac{w}{z} = \frac{xw}{yz}; \quad x \in \mathbb{Z} \wedge y, z, w \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$$

Deljenju ulomkov lahko zapišemo kot **dvojni ulomek**.

$$\frac{x}{y} : \frac{z}{w} = \frac{\frac{x}{y}}{\frac{z}{w}}; \quad x \in \mathbb{Z} \wedge y, z, w \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$$





## Naloga

Izračunajte.

## Naloga

Izračunajte.

- $2 : \frac{4}{5}$

- $1\frac{2}{3} : 2\frac{5}{6}$

- $\frac{7}{12} : 14$

- $\frac{3}{8} : \frac{9}{32}$



## Naloga

Izračunajte.

## Naloga

Izračunajte.

$$\bullet \frac{\frac{3}{4}}{\frac{6}{8}}$$

$$\bullet \frac{\frac{1}{2}}{2}$$

$$\bullet \frac{\frac{3}{5}}{\frac{6}{6}}$$

$$\bullet \frac{\frac{2}{-5}}{\frac{-1}{5}}$$

$$\bullet \frac{\frac{3}{5}}{-2}$$

$$\bullet \frac{\frac{1}{2}}{2^{-1}}$$



# Naloga

Poenostavite.



## Naloga

Poenostavite.

- $\frac{x^2 + x - 6}{x + 2} : (x - 2)$

- $\frac{x - 1}{2x^2 - 4x} : \frac{x^2}{x - 2}$

- $x : \frac{x^2 + x}{x^3 + 1}$



# Naloga

Poenostavite.

## Naloga

Poenostavite.

- $\frac{x-1}{x^2+4} : \frac{1-x^2}{x-2}$

- $\frac{x-2}{(x+2)^{-1}} : \left(\frac{1}{x^2-1}\right)^{-1}$

- $\frac{3-x}{2-x} : \frac{x-3}{x-2}$

# Urejenost racionalnih števil

# Urejenost racionalnih števil

Množica racionalnih števil je **linearno urejena** z relacijo *biti manjši ali enak* ( $\leq$ ) oziroma *biti večji ali enak* ( $\geq$ ).

Za ulomka  $\frac{x}{y}$  in  $\frac{z}{w}$  ( $y, w \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ ) velja natanko ena izmed treh možnosti:

# Urejenost racionalnih števil

Množica racionalnih števil je **linearno urejena** z relacijo *biti manjši ali enak* ( $\leq$ ) oziroma *biti večji ali enak* ( $\geq$ ).

Za ulomka  $\frac{x}{y}$  in  $\frac{z}{w}$  ( $y, w \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ ) velja natanko ena izmed treh možnosti:

- 1 prvi ulomek je večji od drugega  $\frac{x}{y} > \frac{z}{w}$  natanko tedaj, ko je  $xw > yz$ ;

# Urejenost racionalnih števil

Množica racionalnih števil je **linearno urejena** z relacijo *biti manjši ali enak* ( $\leq$ ) oziroma *biti večji ali enak* ( $\geq$ ).

Za ulomka  $\frac{x}{y}$  in  $\frac{z}{w}$  ( $y, w \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ ) velja natanko ena izmed treh možnosti:

- ❶ prvi ulomek je večji od drugega  $\frac{x}{y} > \frac{z}{w}$  natanko tedaj, ko je  $xw > yz$ ;
- ❷ drugi ulomek je večji od prvega  $\frac{x}{y} < \frac{z}{w}$  natanko tedaj, ko je  $xw < yz$ ;



# Urejenost racionalnih števil

Množica racionalnih števil je **linearno urejena** z relacijo *biti manjši ali enak* ( $\leq$ ) oziroma *biti večji ali enak* ( $\geq$ ).

Za ulomka  $\frac{x}{y}$  in  $\frac{z}{w}$  ( $y, w \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ ) velja natanko ena izmed treh možnosti:

- ➊ prvi ulomek je večji od drugega  $\frac{x}{y} > \frac{z}{w}$  natanko tedaj, ko je  $xw > yz$ ;
- ➋ drugi ulomek je večji od prvega  $\frac{x}{y} < \frac{z}{w}$  natanko tedaj, ko je  $xw < yz$ ;
- ➌ ulomka sta enaka  $\frac{x}{y} = \frac{z}{w}$  natanko tedaj, ko je  $xw = yz$ .

# Urejenost racionalnih števil

Množica racionalnih števil je **linearno urejena** z relacijo *biti manjši ali enak* ( $\leq$ ) oziroma *biti večji ali enak* ( $\geq$ ).

Za ulomka  $\frac{x}{y}$  in  $\frac{z}{w}$  ( $y, w \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ ) velja natanko ena izmed treh možnosti:

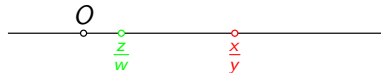
- ❶ prvi ulomek je večji od drugega  $\frac{x}{y} > \frac{z}{w}$  natanko tedaj, ko je  $xw > yz$ ;
- ❷ drugi ulomek je večji od prvega  $\frac{x}{y} < \frac{z}{w}$  natanko tedaj, ko je  $xw < yz$ ;
- ❸ ulomka sta enaka  $\frac{x}{y} = \frac{z}{w}$  natanko tedaj, ko je  $xw = yz$ .

Enaka ulomka predstavljata isto racionalno število.

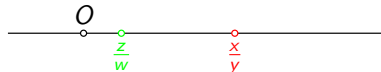


Slika večjega racionalnega števila  $\frac{x}{y}$  je na številski premici desno od slike manjšega racionalnega števila  $\frac{z}{w}$ .

Slika večjega racionalnega števila  $\frac{x}{y}$  je na številski premici desno od slike manjšega racionalnega števila  $\frac{z}{w}$ .

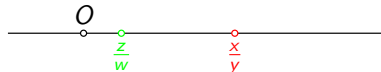


Slika večjega racionalnega števila  $\frac{x}{y}$  je na številski premici desno od slike manjšega racionalnega števila  $\frac{z}{w}$ .

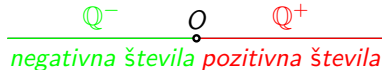


Slike pozitivnih racionalnih števil ležijo desno, slike negativnih racionalnih števil pa levo od koordinatnega izhodišča.

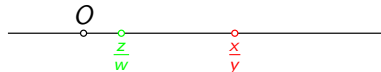
Slika večjega racionalnega števila  $\frac{x}{y}$  je na številski premici desno od slike manjšega racionalnega števila  $\frac{z}{w}$ .



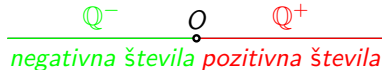
Slike pozitivnih racionalnih števil ležijo desno, slike negativnih racionalnih števil pa levo od koordinatnega izhodišča.



Slika večjega racionalnega števila  $\frac{x}{y}$  je na številski premici desno od slike manjšega racionalnega števila  $\frac{z}{w}$ .



Slike pozitivnih racionalnih števil ležijo desno, slike negativnih racionalnih števil pa levo od koordinatnega izhodišča.



V množici ulomkov velja, da je vsak negativen ulomek manjši od vsakega pozitivnega ulomka.



# Lastnosti relacije urejenosti

# Lastnosti relacije urejenosti

## Monotonost vsote

# Lastnosti relacije urejenosti

## Monotonost vsote

Če na obeh straneh neenakosti prištejemo isto število, se neenakost ohrani.

# Lastnosti relacije urejenosti

## Monotonost vsote

Če na obeh straneh neenakosti prištejemo isto število, se neenakost ohrani.

$$\frac{x}{y} < \frac{z}{w} \Rightarrow \frac{x}{y} + \frac{r}{q} < \frac{z}{w} + \frac{r}{q}$$

# Lastnosti relacije urejenosti

## Monotonost vsote

Če na obeh straneh neenakosti prištejemo isto število, se neenakost ohrani.

$$\frac{x}{y} < \frac{z}{w} \Rightarrow \frac{x}{y} + \frac{r}{q} < \frac{z}{w} + \frac{r}{q}$$

# Lastnosti relacije urejenosti

## Monotonost vsote

Če na obeh straneh neenakosti prištejemo isto število, se neenakost ohrani.

$$\frac{x}{y} < \frac{z}{w} \Rightarrow \frac{x}{y} + \frac{r}{q} < \frac{z}{w} + \frac{r}{q}$$

## Tranzitivnost

# Lastnosti relacije urejenosti

## Monotonost vsote

Če na obeh straneh neenakosti prištejemo isto število, se neenakost ohrani.

$$\frac{x}{y} < \frac{z}{w} \Rightarrow \frac{x}{y} + \frac{r}{q} < \frac{z}{w} + \frac{r}{q}$$

## Tranzitivnost

$$\frac{x}{y} < \frac{z}{w} \wedge \frac{z}{w} < \frac{r}{q} \Rightarrow \frac{x}{y} < \frac{r}{q}$$





Pri množenju neenakosti s pozitivnim številom se znak neenakosti ohrani.

Pri množenju neenakosti s pozitivnim številom se znak neenakosti ohrani.

$$\frac{x}{y} < \frac{z}{w} \quad \wedge \quad \frac{r}{q} > 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{y} \cdot \frac{r}{q} < \frac{z}{w} \cdot \frac{r}{q}$$

Pri množenju neenakosti s pozitivnim številom se znak neenakosti ohrani.

$$\frac{x}{y} < \frac{z}{w} \quad \wedge \quad \frac{r}{q} > 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{y} \cdot \frac{r}{q} < \frac{z}{w} \cdot \frac{r}{q}$$

Pri množenju neenakosti s pozitivnim številom se znak neenakosti ohrani.

$$\frac{x}{y} < \frac{z}{w} \quad \wedge \quad \frac{r}{q} > 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{y} \cdot \frac{r}{q} < \frac{z}{w} \cdot \frac{r}{q}$$

Pri množenju neenakosti s negativnim številom se znak neenakosti obrne.

Pri množenju neenakosti s pozitivnim številom se znak neenakosti ohrani.

$$\frac{x}{y} < \frac{z}{w} \quad \wedge \quad \frac{r}{q} > 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{y} \cdot \frac{r}{q} < \frac{z}{w} \cdot \frac{r}{q}$$

Pri množenju neenakosti s negativnim številom se znak neenakosti obrne.

$$\frac{x}{y} < \frac{z}{w} \quad \wedge \quad \frac{r}{q} < 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{y} \cdot \frac{r}{q} > \frac{z}{w} \cdot \frac{r}{q}$$

Pri množenju neenakosti s pozitivnim številom se znak neenakosti ohrani.

$$\frac{x}{y} < \frac{z}{w} \quad \wedge \quad \frac{r}{q} > 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{y} \cdot \frac{r}{q} < \frac{z}{w} \cdot \frac{r}{q}$$

Pri množenju neenakosti s negativnim številom se znak neenakosti obrne.

$$\frac{x}{y} < \frac{z}{w} \quad \wedge \quad \frac{r}{q} < 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{y} \cdot \frac{r}{q} > \frac{z}{w} \cdot \frac{r}{q}$$

Pri množenju neenakosti s pozitivnim številom se znak neenakosti ohrani.

$$\frac{x}{y} < \frac{z}{w} \quad \wedge \quad \frac{r}{q} > 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{y} \cdot \frac{r}{q} < \frac{z}{w} \cdot \frac{r}{q}$$

Pri množenju neenakosti s negativnim številom se znak neenakosti obrne.

$$\frac{x}{y} < \frac{z}{w} \quad \wedge \quad \frac{r}{q} < 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{y} \cdot \frac{r}{q} > \frac{z}{w} \cdot \frac{r}{q}$$

Pri prehodu na nasprotno vrednost se neenačaj obrne:

Pri množenju neenakosti s pozitivnim številom se znak neenakosti ohrani.

$$\frac{x}{y} < \frac{z}{w} \quad \wedge \quad \frac{r}{q} > 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{y} \cdot \frac{r}{q} < \frac{z}{w} \cdot \frac{r}{q}$$

Pri množenju neenakosti s negativnim številom se znak neenakosti obrne.

$$\frac{x}{y} < \frac{z}{w} \quad \wedge \quad \frac{r}{q} < 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{y} \cdot \frac{r}{q} > \frac{z}{w} \cdot \frac{r}{q}$$

Pri prehodu na nasprotno vrednost se neenačaj obrne:

$$\frac{x}{y} < \frac{z}{w} \quad \Rightarrow \quad -\frac{x}{y} > -\frac{z}{w}$$





Množica racionalnih števil pa je tudi **delno urejena**, in sicer z relacijo *biti manjši ali enak* ( $\leq$ ) oziroma *biti večji ali enak* ( $\geq$ ). Za ulomka  $\frac{x}{y}$  in  $\frac{z}{w}$  ( $b, d \in \mathbb{N}$ ) velja vsaj ena izmed možnosti:

Množica racionalnih števil pa je tudi **delno urejena**, in sicer z relacijo *biti manjši ali enak* ( $\leq$ ) oziroma *biti večji ali enak* ( $\geq$ ). Za ulomka  $\frac{x}{y}$  in  $\frac{z}{w}$  ( $b, d \in \mathbb{N}$ ) velja vsaj ena izmed možnosti:

- 1 prvi ulomek je večji ali enak od drugega  $\frac{x}{y} \geq \frac{z}{w}$  natanko tedaj, ko je  $ad \geq bc$ ;

Množica racionalnih števil pa je tudi **delno urejena**, in sicer z relacijo *biti manjši ali enak* ( $\leq$ ) oziroma *biti večji ali enak* ( $\geq$ ). Za ulomka  $\frac{x}{y}$  in  $\frac{z}{w}$  ( $b, d \in \mathbb{N}$ ) velja vsaj ena izmed možnosti:

- 1 prvi ulomek je večji ali enak od drugega  $\frac{x}{y} \geq \frac{z}{w}$  natanko tedaj, ko je  $ad \geq bc$ ;
- 2 drugi ulomek je večji ali enak od prvega  $\frac{x}{y} \geq \frac{z}{w}$  natanko tedaj, ko je  $ad \leq bc$ ;

Množica racionalnih števil pa je tudi **delno urejena**, in sicer z relacijo *biti manjši ali enak* ( $\leq$ ) oziroma *biti večji ali enak* ( $\geq$ ). Za ulomka  $\frac{x}{y}$  in  $\frac{z}{w}$  ( $b, d \in \mathbb{N}$ ) velja vsaj ena izmed možnosti:

- ➊ prvi ulomek je večji ali enak od drugega  $\frac{x}{y} \geq \frac{z}{w}$  natanko tedaj, ko je  $ad \geq bc$ ;
- ➋ drugi ulomek je večji ali enak od prvega  $\frac{x}{y} \geq \frac{z}{w}$  natanko tedaj, ko je  $ad \leq bc$ ;

Za (zgornjo) relacijo delne urejenosti veljajo naslednje lastnosti:

Množica racionalnih števil pa je tudi **delno urejena**, in sicer z relacijo *biti manjši ali enak* ( $\leq$ ) oziroma *biti večji ali enak* ( $\geq$ ). Za ulomka  $\frac{x}{y}$  in  $\frac{z}{w}$  ( $b, d \in \mathbb{N}$ ) velja vsaj ena izmed možnosti:

- ➊ prvi ulomek je večji ali enak od drugega  $\frac{x}{y} \geq \frac{z}{w}$  natanko tedaj, ko je  $ad \geq bc$ ;
- ➋ drugi ulomek je večji ali enak od prvega  $\frac{x}{y} \geq \frac{z}{w}$  natanko tedaj, ko je  $ad \leq bc$ ;

Za (zgornjo) relacijo delne urejenosti veljajo naslednje lastnosti:

- $\frac{x}{y} \leq \frac{x}{y}$  – **refleksivnost**;

Množica racionalnih števil pa je tudi **delno urejena**, in sicer z relacijo *biti manjši ali enak* ( $\leq$ ) oziroma *biti večji ali enak* ( $\geq$ ). Za ulomka  $\frac{x}{y}$  in  $\frac{z}{w}$  ( $b, d \in \mathbb{N}$ ) velja vsaj ena izmed možnosti:

- ➊ prvi ulomek je večji ali enak od drugega  $\frac{x}{y} \geq \frac{z}{w}$  natanko tedaj, ko je  $ad \geq bc$ ;
- ➋ drugi ulomek je večji ali enak od prvega  $\frac{x}{y} \geq \frac{z}{w}$  natanko tedaj, ko je  $ad \leq bc$ ;

Za (zgornjo) relacijo delne urejenosti veljajo naslednje lastnosti:

- $\frac{x}{y} \leq \frac{x}{y}$  – **refleksivnost**;
- $\frac{x}{y} \leq \frac{z}{w} \wedge \frac{z}{w} \leq \frac{x}{y} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{z}{w}$  – **antisimetričnost** in

Množica racionalnih števil pa je tudi **delno urejena**, in sicer z relacijo *biti manjši ali enak* ( $\leq$ ) oziroma *biti večji ali enak* ( $\geq$ ). Za ulomka  $\frac{x}{y}$  in  $\frac{z}{w}$  ( $b, d \in \mathbb{N}$ ) velja vsaj ena izmed možnosti:

- ➊ prvi ulomek je večji ali enak od drugega  $\frac{x}{y} \geq \frac{z}{w}$  natanko tedaj, ko je  $ad \geq bc$ ;
- ➋ drugi ulomek je večji ali enak od prvega  $\frac{x}{y} \geq \frac{z}{w}$  natanko tedaj, ko je  $ad \leq bc$ ;

Za (zgornjo) relacijo delne urejenosti veljajo naslednje lastnosti:

- $\frac{x}{y} \leq \frac{x}{y}$  – **refleksivnost**;
- $\frac{x}{y} \leq \frac{z}{w} \wedge \frac{z}{w} \leq \frac{x}{y} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{z}{w}$  – **antisimetričnost** in
- $\frac{x}{y} \leq \frac{z}{w} \wedge \frac{z}{w} \leq \frac{r}{q} \Rightarrow \frac{x}{y} \leq \frac{r}{q}$  – **tranzitivnost**.





## Naloga

Kateri od ulomkov je večji?

## Naloga

Kateri od ulomkov je večji?

- $\frac{3}{7}, \frac{3}{8}$

- $\frac{7}{3}, \frac{8}{3}$

- $\frac{2}{5}, \frac{3}{10}$

- $\frac{1}{100}, \frac{1}{200}$



## Naloga

Katero število je za  $\frac{3}{5}$  večje od  $\frac{2}{3}$ ?

## Naloga

Katero število je za  $\frac{3}{5}$  večje od  $\frac{2}{3}$ ?

## Naloga

Katero število je za  $\frac{1}{3}$  manjše od  $\frac{7}{9}$ ?



## Naloga

Ulomke uredite po velikosti od večjega k manjšemu.



## Naloga

Ulomke uredite po velikosti od večjega k manjšemu.

- $\frac{2}{5}, \frac{3}{10}, \frac{8}{9}$  in  $\frac{7}{8}$

- $-\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, -\frac{3}{4}$  in  $\frac{2}{-5}$



## Naloga

Ali obstajajo ulomki z imenovalcem 25, ki so med  $\frac{4}{9}$  in  $\frac{5}{9}$ ? Če obstajajo, jih zapišite.

## Naloga

Ali obstajajo ulomki z imenovalcem 25, ki so med  $\frac{4}{9}$  in  $\frac{5}{9}$ ? Če obstajajo, jih zapišite.

## Naloga

Ali obstajajo ulomki z imenovalcem 100, ki so med  $\frac{13}{53}$  in  $\frac{14}{53}$ ? Če obstajajo, jih zapišite.

# Potence s celimi eksponenti



# Naloga

Poenostavite.

## Naloga

Poenostavite.

- $x^{10} : x^5$

- $b^4 : b^{-11}$

- $y^{-3} : y^2$





# Naloga

Poenostavite.

## Naloga

Poenostavite.

- $\frac{x^3 y^{-2}}{x^{-2} y^3}$

- $\frac{2^{10} a^4 b^{-4}}{2^{-2} a^{-2} b}$

- $\frac{3^{10} x^{-12} y^{-20}}{6^{10} x^2 y^{-3}}$



# Naloga

Poenostavite.

## Naloga

Poenostavite.

- $\left( \frac{-2^5 a^{-4} b^3}{2^{-2} a b^{-2}} \right)^2 : \left( -\frac{a^2 b^4}{2^3 a^{-2}} \right)^3$

- $\left( \frac{-3^4 x^{-2} y^3}{x^3 z^2} \right)^{-4} \cdot \left( \frac{3^5 x^2 z^{-2}}{y^{-3}} \right)^3$

- $-\frac{5^5 a^4 b^{-3}}{a^{-3} b^2} : \left( -\frac{5^2 a^{-2} b}{a^2} \right)^2$



# Naloga

Poenostavite.



## Naloga

Poenostavite.

- $$\frac{x^{-2} + x^{-1}}{x^{-3} + x^{-2}}$$

- $$\frac{x^{-1} + x^{-2} + x^{-3}}{x^{-4} - x^{-1}}$$

- $$\frac{1 + x^{-2}}{x^{-4} - 1}$$

- $$\frac{x^{-2} + x^{-3}}{x^{-3} - x^{-2}}$$



# Naloga

Poenostavite.

## Naloga

Poenostavite.

$$\bullet \frac{3^{n+2} - 2 \cdot 3^{n-1}}{3^{n-2} + 3^n}$$

$$\bullet \frac{5^{2n} + 5^{2n-1} - 2 \cdot 5^{2n+1}}{25^n}$$

$$\bullet \frac{7^{3n-3} + 3 \cdot 7^{3n-2} - 7^{3n-4}}{7^{3n-2} - 7^{3n-1}}$$

$$\bullet \frac{2^{n-1} + 3 \cdot 2^n}{4^n + 5 \cdot 2^{2n-1}}$$



## Naloga

Napišite brez negativnih eksponentov.

## Naloga

Napišite brez negativnih eksponentov.

- $x^{-1} + 2x^{-2}$

- $1 - x^{-1} - x^{-2}$

- $\frac{1}{x^{-1}} + x^{-1}$

- $\left( \frac{\frac{2}{x^{-2}}}{(x^{-2})^{-1}} \right)^{-1}$





# Naloga

Poenostavite.

## Naloga

Poenostavite.

- $(x - x^{-1}) \cdot (x^2 - 1)^{-1}$

- $\frac{x^{-2} + x^{-1}}{x^{-2} - x^{-1}} - (1 - x)^{-1}$

- $\left(\frac{x^{-3} - x^{-1}}{1 - x^{-2}}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{x}\right)^{-1}$

- $(x^{-2} - 2x^{-1} + 1)^{-1} - (x - 1)^{-2}$

# Decimalni zapis