

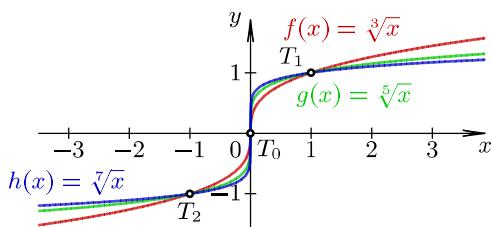
Poglavlje 18

Korenska funkcija

18.1 Korenska funkcija z lihim korenškim eksponentom

Vse potenčne funkcije z lihim naravnim eksponentom $f(x) = x^{2k+1}; k \in \mathbb{N}$ so bijektivne, zato jim lahko priredimo inverzne funkcije – to so **korenske funkcije z lihim korenškim eksponentom**, podane s predpisom

$$f^{-1}(x) = \sqrt[2k+1]{x}; \quad k \in \mathbb{N}.$$



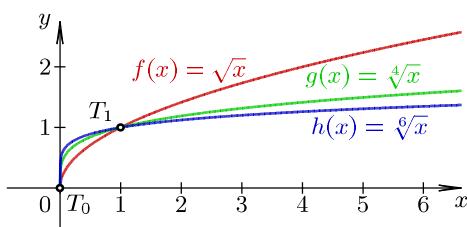
Lastnosti korenskih funkcij z lihim korenškim eksponentom

- $D_f = \mathbb{R}; Z_f = \mathbb{R}$
- So naraščajoče za vse $x \in \mathbb{R}$.
- Grafi potekajo skozi točke $T_0(0,0)$, $T_1(1,1)$ in $T_2(-1,-1)$.
- So negativne za $x \in (-\infty, 0)$ in pozitivne za $x \in (0, \infty)$.
- So neomejene.
- So lihe – grafi so simetrični glede na koordinatno izhodišče.
- So konveksne za $x \in (-\infty, 0)$ in konkavne za $x \in (0, \infty)$.
- Imajo ničlo pri $x = 0$.
- Tangenta na krivuljo v ničli je y -os.

18.2 Korenska funkcija s sodim korenškim eksponentom

Potenčne funkcije s sodim naravnim eksponentom $f(x) = x^{2k}; k \in \mathbb{N}$ niso bijektivne. Če jim hočemo prirediti inverzne funkcije, moramo skrčiti definicijsko območje na interval $[0, \infty)$. Tako dobimo **korenske funkcije s sodim korenškim eksponentom**, podane s predpisom

$$f^{-1}(x) = \sqrt[2k]{x}; \quad k \in \mathbb{N}.$$



Lastnosti korenskih funkcij s sodim korenškim eksponentom

- $D_f = [0, \infty); Z_f = [0, \infty)$
- So naraščajoče za vse $x \in \mathbb{R}$.
- Grafi potekajo skozi točki $T_0(0,0)$ in $T_1(1,1)$.
- So pozitivne za vse $x \in (0, \infty)$.
- So navzdol omejene z $y = 0$ in navzgor neomejene.
- So konkavne za $x \in (0, \infty)$.
- Imajo ničlo pri $x = 0$.
- Tangenta na krivuljo v ničli je y -os.

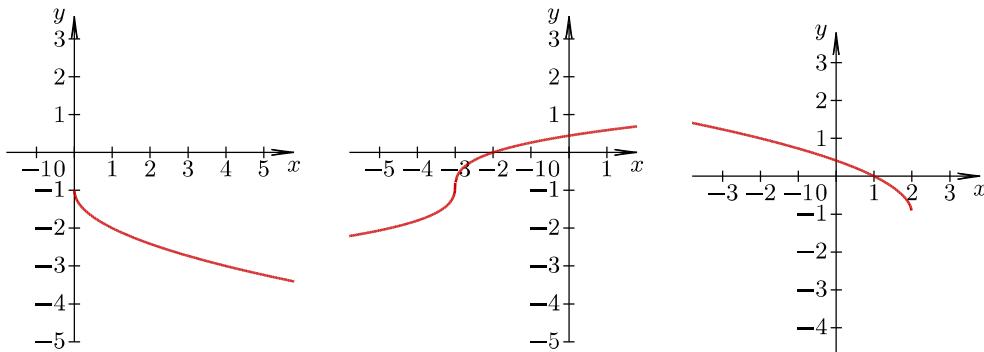
Naloga 18.1. Zapišite definicijsko območje funkcije, izračunajte ničlo in začetno vrednost funkcije ter narišite njen graf.

- $f(x) = \sqrt{x+2}$
- $g(x) = \sqrt{x} - 2$
- $h(x) = \sqrt{x-1} - 3$
- $i(x) = \sqrt{-x}$
- $j(x) = \sqrt{2x-1}$
- $k(x) = 2\sqrt{x+4}$
- $l(x) = \sqrt{8-4x}$
- $m(x) = 1 - \sqrt{4-2x}$
- $n(x) = -\sqrt[3]{x}$
- $o(x) = \sqrt[3]{x-2}$
- $p(x) = \sqrt[3]{x} + 1$
- $q(x) = \sqrt[3]{x-1} - 2$
- $r(x) = \sqrt[3]{|x-2|}$
- $s(x) = |\sqrt{x} - 1|$

Naloga 18.2. Zapišite predpis za funkcijo, katere graf dobimo, če krivuljo $y = \sqrt{x}$ premaknemo in raztegnemo ali skrčimo po navodilih.

- Togo premaknemo za 3 v desno in 1 navzdol.
- Togo premaknemo za 2 v levo in jo skrčimo za faktor 5 v smeri ordinatne osi.
- Togo premaknemo za 4 navzdol in jo zrcalimo čez abscisno os.
- Togo premaknemo za 3 navzgor in jo zrcalimo čez ordinatno os.

Naloga 18.3. Zapišite predpis funkcije, katere graf je na sliki.



Naloga 18.4. Zapišite predpis inverzne funkcije dani funkciji.

- $f : [0, \infty) \rightarrow (-\infty, 3]$
 $x \mapsto -x^2 + 3$
- $g : [-9, \infty) \rightarrow [-4, \infty)$
 $x \mapsto (x+9)^2 - 4$
- $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \mapsto (2x-11)^3 + 5$
- $i : [23, \infty) \rightarrow [-31, \infty)$
 $x \mapsto 3(x-23)^2 - 31$
- $j : [-1, \infty) \rightarrow [-8, \infty)$
 $x \mapsto \sqrt{x+1} - 8$
- $k : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \mapsto \sqrt[3]{x-1} - 7$
- $l : [-0.5, \infty) \rightarrow [0, \infty)$
 $x \mapsto 3\sqrt{2x+1}$
- $m : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \mapsto 5\sqrt[3]{7x+12} - 1$