MATEMATIKA

1. letnik – splošna gimnazija

Jan Kastelic

Fakulteta za matematiko in fiziko, Univerza v Ljubljani

11. april 2024

Vsebina

- 1 Naravna in cela števila, izrazi, enačbe in neenačbe
- Deljivost, izjave, množice
- Racionalna števila
- Realna števila, statistika
- Pravokotni koordinatni sistem, linearna funkcija

Jan Kastelic (FMF) MATEMATIKA 11. april 2024 2 / 72

Section 1

Naravna in cela števila, izrazi, enačbe in neenačbe



3/72

- Naravna in cela števila, izrazi, enačbe in neenačbe
 - Naravna in cela števila
 - Računanje z naravnimi in celimi števili
 - Izraz, enačba, neenačba
 - Računanje s potencami z naravnimi eksponenti
 - Razčlenjevanje izrazov
 - ullet Razstavljanje izrazov v množici $\mathbb Z$
 - ullet Reševanje linearnih in razcepnih enačb v množici ${\mathbb Z}$
 - Reševanje linearnih neenačb v množici Z
- Deljivost, izjave, množice
- Racionalna števila



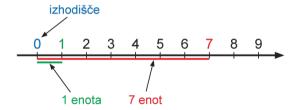
Naravna števila

Množica naravnih števil:

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \ldots\}$$

Naravna števila so števila s katerimi štejemo.

Naravna števila lahko predstavimo s točko na številski premici.



4□ > 4回 > 4 直 > 4 直 > 直 の 9 ○ ○

Jan Kastelic (FMF) MATEMATIKA 11. april 2024 5 / 72

Množico naravnih števil definirajo Peanovi aksiomi:

- Vsako naravno število (n) ima svojega naslednika (n+1).
- Število 1 ni naslednik nobenega naravnega števila.
- Različni naravni števili imata različna naslednika: $(n+1 \neq m+1; n \neq m)$.
- Če neka trditev velja za vsako naravno število in tudi za njegovega naslednika, velja za vsa naravna števila princip popolne indukcije.

V množici $\mathbb N$ sta definirani notranji operaciji: **seštevanje** in **množenje**.



6/72

Seštevanje

Poljubnima naravnima številoma a in b priredimo **vsoto** a + b.

Vsota naravnih števil je naravno število: $a, b \in \mathbb{N} \Rightarrow a + b \in \mathbb{N}$.

Lastnosti:

- **komutativnost** členov/zakon o zamenjavi členov: a + b = b + a.
- asociativnost členov/zakon o združevanju členov: (a + b) + c = a + (b + c).

<□ > <□ > <□ > <□ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □

7 / 72

Množenje

Poljubnima naravnima številoma a in b priredimo **produkt** $a \cdot b$.

Produkt naravnih števil je naravno število: $a, b \in \mathbb{N} \Rightarrow a \cdot b \in \mathbb{N}$.

Lastnosti:

- **komutativnost** faktorjev/zakon o zamenjavi faktorjev: $a \cdot b = b \cdot a$.
- asociativnost faktorjev/zakon o združevanju faktorjev: $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$.
- **distributivnost**/zakon o razčlenjevanju: $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$.
- zakon o nevtralnem elementu: $a \cdot 1 = a$.

<□ > <□ > <□ > <□ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □

8 / 72

Cela števila

Množica celih števil:

$$\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$$

Množica celih števil je definirana kot unija treh množic:

$$\mathbb{Z} = \mathbb{Z}^- \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}^+$$

- množica **pozitivnih celih števil** (\mathbb{Z}^+) naravna števila;
- število 0;
- ullet množica **negativnih celih števil** (\mathbb{Z}^-) nasprotna števila vseh naravnih števil.

Nasprotno število število a je -a.



Jan Kastelic (FMF) MATEMATIKA 11. april 2024 9 / 72

Poleg seštevanja in množenja je kot notranja operacija množice celih števil definirano še **odštevanje**.

Odštevanje

Poljubnima naravnima številoma a in b priredimo razliko a - b.

Odštevanje definiramo kot prištevanje nasprotne vrednosti: a-b=a+(-b)

Za odštevanje velja zakon **distributivnosti**: $a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$.



10 / 72

Računski zakoni

Komutativnostni zakon:

$$a + b = b + a$$
 in $a \cdot b = b \cdot a$

Asociativnostni zakon:

$$a + (b + c) = (a + b) + c$$
 in $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$

Zakon o nevtralnem elementu:

$$a+0=a$$
 in $a\cdot 1=a$

• Zakon o inverznem/nasprotnem elementu:

$$a + (-a) = 0$$

Distributivnostni zakon:

$$a \cdot (b \pm c) = a \cdot b \pm a \cdot c$$

(ロト 4回 ト 4 重 ト 4 重 ト) 重 り 9 (で)

11 / 72

Pravila za računanje s celimi števili

•
$$-(-a) = a$$

- $\mathbf{o} \cdot 0 \cdot a = 0$
- \bullet $-1 \cdot a = -a$
- (-a) + (-b) = -(a+b)
- $\bullet (-a) \cdot b = -(a \cdot b) = a \cdot (-b)$
- $(-a) \cdot (-b) = a \cdot b$



12 / 72

13 / 72

Računanje z naravnimi in celimi števili

4日 → 4団 → 4 三 → 4 三 → 9 Q ©

 Jan Kastelic (FMF)
 MATEMATIKA
 11. april 2024
 14/72

Izraz, enačba, neenačba



 Jan Kastelic (FMF)
 MATEMATIKA
 11. april 2024
 15/72

Računanje s potencami z naravnimi eksponenti

Potenca $\mathbf{a}^{\mathbf{n}}$, pri čemer je $n \in \mathbb{N}$, je produkt n faktorjev enakih a.



Pravila za računanje s potencami:

- $\mathbf{a^n} \cdot \mathbf{b^n} = (\mathbf{ab})^\mathbf{n}$ potenci z enakima eksponentoma zmnožimo tako, da zmnožimo osnovi in prepišemo eksponent
- $oldsymbol{a^m}\cdot oldsymbol{a^n}=oldsymbol{a^{m+n}}$ potenci z enako osnovo zmnožimo tako, da osnovo prepišemo in seštejemo eksponenta
- $(a^n)^m = a^{nm}$ potenco potenciramo tako, da osnovo prepišemo in zmnožimo eksponenta

Jan Kastelic (FMF) MATEMATIKA 11. april 2024 16/72

Razčlenjevanje izrazov

17 / 72

Razstavljanje izrazov v množici $\mathbb Z$

18 / 72

Reševanje linearnih in razcepnih enačb v množici Z

4日 > 4周 > 4 恵 > 4 恵 > ・ 恵 ・ 夕 Q ⊙

19 / 72

Reševanje linearnih neenačb v množici Z



 Jan Kastelic (FMF)
 MATEMATIKA
 11. april 2024
 20 / 72

Section 2

Deljivost, izjave, množice



21 / 72

- Naravna in cela števila, izrazi, enačbe in neenačbe
- Deljivost, izjave, množice
 - Relacija deljivosti
 - Pravila za deljivost
 - Praštevila in sestavljena števila
 - Največji skupni delitelj in najmanjši skupni večkratnik
 - Osnovni izrek o deljenju
 - Evklidov algoritem in zveza Dv = ab
 - Številski sestavi
 - Izjave
 - Množice
- Racionalna števila



22 / 72

Relacija deljivosti



23 / 72

Pravila za deljivost

24 / 72

Jan Kastelic (FMF) MATEMATIKA

Praštevila in sestavljena števila

◆□▶ ◆□▶ ◆■▶ ◆■▶ ■ 900

25 / 72

11. april 2024

Jan Kastelic (FMF) MATEMATIKA

Največji skupni delitelj in najmanjši skupni večkratnik

4日 > 4周 > 4 厘 > 4 厘 > 厘 9 9 9 6

26 / 72

Osnovni izrek o deljenju

◆□▶ ◆□▶ ◆■▶ ◆■▶ ■ 900

11. april 2024

27 / 72

Jan Kastelic (FMF) MATEMATIKA

Evklidov algoritem in zveza Dv = ab



28 / 72

Številski sestavi

Jan Kastelic (FMF) MATEMATIKA

Izjave

◆ロト ◆団 ト ◆ 恵 ト ◆ 恵 ・ 夕 へ ○

11. april 2024

Jan Kastelic (FMF)

Množice

◆ロト ◆団 ト ◆ 恵 ト ◆ 恵 ・ 夕 へ ○

Jan Kastelic (FMF) MATEMATIKA

Section 3

Racionalna števila



32 / 72

- Naravna in cela števila, izrazi, enačbe in neenačbe
- Deljivost, izjave, množice
- Racionalna števila
 - Številski ulomki
 - Racionalna števila
 - Urejenost racionalnih števil
 - Algebrski ulomki
 - Računanje z ulomki
 - Potence s celimi eksponenti
 - Pravila za računanje s potencami s celimi eksponenti
 - Premo in obratno sorazmerje
 - Odstotki



11. april 2024

Številski ulomki



34 / 72

Racionalna števila

◆ロト ◆個 ト ◆ 恵 ト ◆ 恵 ・ り へ ○

11. april 2024

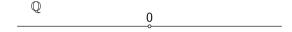
35 / 72

Jan Kastelic (FMF) MATEMATIKA

Racionalna števila



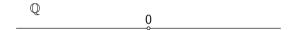
Jan Kastelic (FMF) MATEMATIKA 11. april 2024 36/72





11. april 2024

Jan Kastelic (FMF)



Glede na predznak razdelimo racionalna števila v tri množice:

$$\mathbb{Q} =$$



11. april 2024



Glede na predznak razdelimo racionalna števila v tri množice:

• množico negativnih racionalnih števil Q-,

$$\mathbb{Q} = \mathbb{Q}^-$$



Jan Kastelic (FMF)

36 / 72



Glede na predznak razdelimo racionalna števila v tri množice:

- ullet množico negativnih racionalnih števil \mathbb{Q}^- ,
- množico z elementom nič: $\{\mathbf{0}\}$ in

$$\mathbb{Q} = \mathbb{Q}^- \cup \{0\}$$



36 / 72

Jan Kastelic (FMF) MATEMATIKA



Glede na predznak razdelimo racionalna števila v tri množice:

- množico negativnih racionalnih števil Q⁻,
- množico z elementom nič: $\{\mathbf{0}\}$ in
- množico pozitivnih racionalnih števil: Q⁺.

$$\mathbb{Q} = \mathbb{Q}^- \cup \{0\} \cup \mathbb{Q}^+$$



36 / 72

◆ロ → ← 荷 → ← き → ← ● ・ り へ ○

37 / 72

11. april 2024

Jan Kastelic (FMF) MATEMATIKA

Množica racionalnih števil je **linearno urejena** z relacijo *biti manjši* (<) oziroma *biti večji* (>). Za ulomka $\frac{a}{b}$ in $\frac{c}{d}$ ($b, d \in \mathbb{N}$) velja natanko ena izmed treh možnosti:



37 / 72

Množica racionalnih števil je **linearno urejena** z relacijo *biti manjši* (<) oziroma *biti večji* (>). Za ulomka $\frac{a}{b}$ in $\frac{c}{d}$ ($b,d \in \mathbb{N}$) velja natanko ena izmed treh možnosti:

• prvi ulomek je večji od drugega $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$ natanko tedaj, ko je ad > bc;

(ロ) (型) (注) (注) (注) (2) (の)

37 / 72

Množica racionalnih števil je **linearno urejena** z relacijo *biti manjši* (<) oziroma *biti večji* (>). Za ulomka $\frac{a}{b}$ in $\frac{c}{d}$ ($b,d \in \mathbb{N}$) velja natanko ena izmed treh možnosti:

- prvi ulomek je večji od drugega $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$ natanko tedaj, ko je ad > bc;
- ② drugi ulomek je večji od prvega $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ natanko tedaj, ko je ad < bc;

37 / 72

Množica racionalnih števil je **linearno urejena** z relacijo *biti manjši* (<) oziroma *biti večji* (>). Za ulomka $\frac{a}{b}$ in $\frac{c}{d}$ ($b,d \in \mathbb{N}$) velja natanko ena izmed treh možnosti:

- prvi ulomek je večji od drugega $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$ natanko tedaj, ko je ad > bc;
- ② drugi ulomek je večji od prvega $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ natanko tedaj, ko je ad < bc;
- o ulomka sta enaka $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ natanko tedaj, ko je ad = bc.

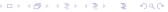


37 / 72

Množica racionalnih števil je **linearno urejena** z relacijo *biti manjši* (<) oziroma *biti večji* (>). Za ulomka $\frac{a}{b}$ in $\frac{c}{d}$ ($b,d \in \mathbb{N}$) velja natanko ena izmed treh možnosti:

- prvi ulomek je večji od drugega $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$ natanko tedaj, ko je ad > bc;
- ② drugi ulomek je večji od prvega $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ natanko tedaj, ko je ad < bc;
- o ulomka sta enaka $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ natanko tedaj, ko je ad = bc.

Enaka ulomka predstavljata isto racionalno število.



37 / 72

Jan Kastelic (FMF)

(ロト 4回 ト 4 重 ト 4 重 ト) 重 り 9 0 0

38 / 72



38 / 72



Slike pozitivnih racionalnih števil ležijo desno, slike negativnih racionalnih števil pa levo od koordinatnega izhodišča.

38 / 72



Slike pozitivnih racionalnih števil ležijo desno, slike negativnih racionalnih števil pa levo od koordinatnega izhodišča.

$$\mathbb{Q}^ \mathbb{Q}^+$$
negativna števila pozitivna števila



38 / 72



Slike pozitivnih racionalnih števil ležijo desno, slike negativnih racionalnih števil pa levo od koordinatnega izhodišča.

$$\mathbb{Q}^ \mathbb{Q}^+$$
negativna števila pozitivna števila

V množici ulomkov velja, da je vsak negativen ulomek manjši od vsakega pozitivnega ulomka.

38 / 72

◆ロ → ← 荷 → ← き → ← ● ・ り へ ○

39 / 72

Monotonost vsote



39 / 72

11. april 2024

Jan Kastelic (FMF) MATEMATIKA

Monotonost vsote

Če na obeh straneh neenakosti prištejemo isto število, se neenakost ohrani.



39 / 72

Monotonost vsote

Če na obeh straneh neenakosti prištejemo isto število, se neenakost ohrani.

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \quad \Rightarrow \quad \frac{a}{b} + \frac{e}{f} < \frac{c}{d} + \frac{e}{f}$$

ロトオ団トオミトオミト ミ めので

39 / 72

Monotonost vsote

Če na obeh straneh neenakosti prištejemo isto število, se neenakost ohrani.

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \quad \Rightarrow \quad \frac{a}{b} + \frac{e}{f} < \frac{c}{d} + \frac{e}{f}$$

ロトオ団トオミトオミト ミ めので

39 / 72

Monotonost vsote

Če na obeh straneh neenakosti prištejemo isto število, se neenakost ohrani.

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \quad \Rightarrow \quad \frac{a}{b} + \frac{e}{f} < \frac{c}{d} + \frac{e}{f}$$

Tranzitivnost



39 / 72

Monotonost vsote

Če na obeh straneh neenakosti prištejemo isto število, se neenakost ohrani.

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \quad \Rightarrow \quad \frac{a}{b} + \frac{e}{f} < \frac{c}{d} + \frac{e}{f}$$

Tranzitivnost

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \quad \wedge \quad \frac{c}{d} < \frac{e}{f} \quad \Rightarrow \quad \frac{a}{b} < \frac{e}{f}$$



39 / 72

40 / 72



40 / 72

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \quad \wedge \quad \frac{e}{f} > 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{e}{f} < \frac{c}{d} \cdot \frac{e}{f}$$

11. april 2024

Jan Kastelic (FMF)

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \quad \wedge \quad \frac{e}{f} > 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{e}{f} < \frac{c}{d} \cdot \frac{e}{f}$$

11. april 2024

Jan Kastelic (FMF)

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \quad \wedge \quad \frac{e}{f} > 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{e}{f} < \frac{c}{d} \cdot \frac{e}{f}$$

Pri množenju neenakosti s negativnim številom se znak neenakosti obrne.



40 / 72

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \quad \wedge \quad \frac{e}{f} > 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{e}{f} < \frac{c}{d} \cdot \frac{e}{f}$$

Pri množenju neenakosti s negativnim številom se znak neenakosti obrne.

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \quad \wedge \quad \frac{e}{f} < 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{e}{f} > \frac{c}{d} \cdot \frac{e}{f}$$

Jan Kastelic (FMF)

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \quad \wedge \quad \frac{e}{f} > 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{e}{f} < \frac{c}{d} \cdot \frac{e}{f}$$

Pri množenju neenakosti s negativnim številom se znak neenakosti obrne.

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \quad \wedge \quad \frac{e}{f} < 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{e}{f} > \frac{c}{d} \cdot \frac{e}{f}$$

Jan Kastelic (FMF)

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \quad \wedge \quad \frac{e}{f} > 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{e}{f} < \frac{c}{d} \cdot \frac{e}{f}$$

Pri množenju neenakosti s negativnim številom se znak neenakosti obrne.

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \quad \wedge \quad \frac{e}{f} < 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{e}{f} > \frac{c}{d} \cdot \frac{e}{f}$$

Pri prehodu na nasprotno vrednost se neenačaj obrne:

Jan Kastelic (FMF) MATEMATIKA

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \quad \wedge \quad \frac{e}{f} > 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{e}{f} < \frac{c}{d} \cdot \frac{e}{f}$$

Pri množenju neenakosti s negativnim številom se znak neenakosti obrne.

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \quad \wedge \quad \frac{e}{f} < 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{e}{f} > \frac{c}{d} \cdot \frac{e}{f}$$

Pri prehodu na nasprotno vrednost se neenačaj obrne:

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \quad \Rightarrow \quad -\frac{a}{b} > -\frac{c}{d}$$

11. april 2024

Jan Kastelic (FMF) MATEMATIKA 11. april 2024 41 / 72 Množica racionalnih števil pa je tudi **delno urejena**, in sicer z relacijo *biti manjši ali enak* (\leq) oziroma *biti večji ali enak* (\geq). Za ulomka $\frac{a}{b}$ in $\frac{c}{d}$ ($b,d\in\mathbb{N}$) velja vsaj ena izmed možnosti:

(ㅁㅏㅓ@ㅏㅓㅌㅏㅓㅌㅏ = - 쒸٩@

41 / 72

Množica racionalnih števil pa je tudi **delno urejena**, in sicer z relacijo *biti manjši ali enak* (\leq) oziroma *biti večji ali enak* (\geq). Za ulomka $\frac{a}{b}$ in $\frac{c}{d}$ ($b,d\in\mathbb{N}$) velja vsaj ena izmed možnosti:

• prvi ulomek je večji ali enak od drugega $\frac{a}{b} \ge \frac{c}{d}$ natanko tedaj, ko je $ad \ge bc$;

(□▶◀圖▶◀불▶◀불▶ · 불 · 쒸٩@

41 / 72

- prvi ulomek je večji ali enak od drugega $\frac{a}{b} \ge \frac{c}{d}$ natanko tedaj, ko je $ad \ge bc$;
- ② drugi ulomek je večji ali enak od prvega $\frac{a}{b} \geq \frac{c}{d}$ natanko tedaj, ko je $ad \leq bc$;

<ロト 4回ト 4 直ト 4 直ト - 直 - 釣り()

41 / 72

- prvi ulomek je večji ali enak od drugega $\frac{a}{b} \ge \frac{c}{d}$ natanko tedaj, ko je $ad \ge bc$;
- ② drugi ulomek je večji ali enak od prvega $\frac{a}{b} \ge \frac{c}{d}$ natanko tedaj, ko je $ad \le bc$;

Za (zgornjo) relacijo delne urejenosti veljajo naslednje lastnosti:



41 / 72

- prvi ulomek je večji ali enak od drugega $\frac{a}{b} \ge \frac{c}{d}$ natanko tedaj, ko je $ad \ge bc$;
- ② drugi ulomek je večji ali enak od prvega $\frac{a}{b} \ge \frac{c}{d}$ natanko tedaj, ko je $ad \le bc$;

Za (zgornjo) relacijo delne urejenosti veljajo naslednje lastnosti:

• $\frac{a}{b} \leq \frac{a}{b}$ - refleksivnost;



41 / 72

- prvi ulomek je večji ali enak od drugega $\frac{a}{b} \ge \frac{c}{d}$ natanko tedaj, ko je $ad \ge bc$;
- ② drugi ulomek je večji ali enak od prvega $\frac{a}{b} \ge \frac{c}{d}$ natanko tedaj, ko je $ad \le bc$;

Za (zgornjo) relacijo delne urejenosti veljajo naslednje lastnosti:

- $\frac{a}{b} \leq \frac{a}{b}$ refleksivnost;
- $\frac{a}{b} \le \frac{c}{d} \land \frac{c}{d} \le \frac{a}{b} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ antisimetričnost in



41 / 72

- prvi ulomek je večji ali enak od drugega $\frac{a}{b} \ge \frac{c}{d}$ natanko tedaj, ko je $ad \ge bc$;
- ② drugi ulomek je večji ali enak od prvega $\frac{a}{b} \ge \frac{c}{d}$ natanko tedaj, ko je $ad \le bc$;

Za (zgornjo) relacijo delne urejenosti veljajo naslednje lastnosti:

- $\frac{a}{b} \leq \frac{a}{b}$ refleksivnost;
- $\frac{a}{b} \le \frac{c}{d} \land \frac{c}{d} \le \frac{a}{b} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ antisimetričnost in
- $\frac{a}{b} \le \frac{c}{d} \land \frac{c}{d} \le \frac{e}{f} \Rightarrow \frac{a}{b} \le \frac{e}{f}$ tranzitivnost.



41 / 72

Algebrski ulomki

◆ロト ◆園 ト ◆ 恵 ト ◆ 恵 ・ り へ ⊙

Računanje z ulomki



11. april 2024

43 / 72

Potence s celimi eksponenti

◆ロト ◆御 ト ◆ 恵 ト ◆ 恵 ・ 夕 へ ○

Pravila za računanje s celimi eksponenti

◆□▶ ◆□▶ ◆■▶ ◆■▶ ● 夕○○

45 / 72

Premo in obratno sorazmerje



46 / 72

Odstotki



47 / 72

Section 4

Realna števila, statistika



48 / 72

- Naravna in cela števila, izrazi, enačbe in neenačbe
- Deljivost, izjave, množice
- Racionalna števila
- Realna števila, statistika
 - Realna števila
 - Kvadratni in kubični koren
 - Intervali
 - Absolutna vrednost
 - Sistem linearnih enačb
 - Obravnavanje linearnih enačb, neenačb, sistemov
 - Absolutna in relativna napaka



11. april 2024

Jan Kastelic (FMF)

Realna števila

50 / 72

Kvadratni in kubični koren

◆□▶ ◆□▶ ◆■▶ ◆■▶ ■ 900

51 / 72

(b)
$$4\sqrt{8} - \left(2\sqrt{5} + 3\sqrt{8}\right)\sqrt{10}$$

(b)
$$4\sqrt{8} - (2\sqrt{5} + 3\sqrt{8})\sqrt{10}$$

(č)
$$\left(5\sqrt{3} + 2\sqrt{27}\right)\left(\sqrt{75} - 4\sqrt{12} + \sqrt{147}\right)$$

(b)
$$4\sqrt{8} - (2\sqrt{5} + 3\sqrt{8})\sqrt{10}$$

$$\left(\breve{c}\right)\ \left(5\sqrt{3}+2\sqrt{27}\right)\left(\sqrt{75}-4\sqrt{12}+\sqrt{147}\right)$$

$$\left(g\right)\ 8\sqrt{3}\left(\sqrt{2}-1\right)-\left(\sqrt{5}+2\sqrt{6}\right)\left(4-2\sqrt{2}\right)$$

(b)
$$4\sqrt{8} - (2\sqrt{5} + 3\sqrt{8})\sqrt{10}$$

$$\left(\breve{c}\right)\ \left(5\sqrt{3}+2\sqrt{27}\right)\left(\sqrt{75}-4\sqrt{12}+\sqrt{147}\right)$$

(g)
$$8\sqrt{3}\left(\sqrt{2}-1\right)-\left(\sqrt{5}+2\sqrt{6}\right)\left(4-2\sqrt{2}\right)$$

(j)
$$(2-4\sqrt{3})\cdot 3\sqrt{2}-(2\sqrt{2}-3\sqrt{3})^2$$

(b)
$$4\sqrt{8} - (2\sqrt{5} + 3\sqrt{8})\sqrt{10}$$

$$\left(\breve{c}\right)\;\left(5\sqrt{3}+2\sqrt{27}\right)\left(\sqrt{75}-4\sqrt{12}+\sqrt{147}\right)$$

(g)
$$8\sqrt{3}\left(\sqrt{2}-1\right)-\left(\sqrt{5}+2\sqrt{6}\right)\left(4-2\sqrt{2}\right)$$

(j)
$$(2-4\sqrt{3})\cdot 3\sqrt{2}-(2\sqrt{2}-3\sqrt{3})^2$$

(I)
$$(3-2\sqrt{2})^3 - (\sqrt{8}-5\sqrt{2})(-3\sqrt{2})$$

(b)
$$4\sqrt{8} - (2\sqrt{5} + 3\sqrt{8})\sqrt{10}$$

$$\left(\breve{c}\right)\ \left(5\sqrt{3}+2\sqrt{27}\right)\left(\sqrt{75}-4\sqrt{12}+\sqrt{147}\right)$$

$$\text{(g) }8\sqrt{3}\left(\sqrt{2}-1\right)-\left(\sqrt{5}+2\sqrt{6}\right)\left(4-2\sqrt{2}\right)$$

(j)
$$(2-4\sqrt{3})\cdot 3\sqrt{2}-(2\sqrt{2}-3\sqrt{3})^2$$

(I)
$$(3-2\sqrt{2})^3 - (\sqrt{8}-5\sqrt{2})(-3\sqrt{2})$$

(o)
$$\sqrt{300} - \sqrt{5 - 2\sqrt{6}} \cdot \sqrt{5 + 2\sqrt{6}} + \sqrt{5^4}$$

(b)
$$4\sqrt{8} - (2\sqrt{5} + 3\sqrt{8})\sqrt{10}$$

$$\left(\breve{c}\right)\ \left(5\sqrt{3}+2\sqrt{27}\right)\left(\sqrt{75}-4\sqrt{12}+\sqrt{147}\right)$$

$$\text{(g) }8\sqrt{3}\left(\sqrt{2}-1\right)-\left(\sqrt{5}+2\sqrt{6}\right)\left(4-2\sqrt{2}\right)$$

(j)
$$(2-4\sqrt{3})\cdot 3\sqrt{2}-(2\sqrt{2}-3\sqrt{3})^2$$

(I)
$$(3-2\sqrt{2})^3 - (\sqrt{8}-5\sqrt{2})(-3\sqrt{2})$$

(o)
$$\sqrt{300} - \sqrt{5 - 2\sqrt{6}} \cdot \sqrt{5 + 2\sqrt{6}} + \sqrt{5^4}$$

(r)
$$\sqrt{5\sqrt{3}-5} \cdot \sqrt{2\sqrt{3}+2} - (\sqrt{5})^3$$

(b)
$$4\sqrt{8} - (2\sqrt{5} + 3\sqrt{8})\sqrt{10}$$

(č)
$$(5\sqrt{3} + 2\sqrt{27})(\sqrt{75} - 4\sqrt{12} + \sqrt{147})$$

(g)
$$8\sqrt{3}\left(\sqrt{2}-1\right)-\left(\sqrt{5}+2\sqrt{6}\right)\left(4-2\sqrt{2}\right)$$

(j)
$$(2-4\sqrt{3}) \cdot 3\sqrt{2} - (2\sqrt{2}-3\sqrt{3})^2$$

(I)
$$(3-2\sqrt{2})^3 - (\sqrt{8}-5\sqrt{2})(-3\sqrt{2})$$

(o)
$$\sqrt{300} - \sqrt{5 - 2\sqrt{6} \cdot \sqrt{5 + 2\sqrt{6}} + \sqrt{5^4}}$$

(r)
$$\sqrt{5\sqrt{3}-5} \cdot \sqrt{2\sqrt{3}+2} - (\sqrt{5})^3$$

(u)
$$(\sqrt{17}-3)\sqrt{26+6\sqrt{17}}-\sqrt{2}(\sqrt{2}+\sqrt{6})$$

Intervali



11. april 2024

Jan Kastelic (FMF)

Absolutna vrednost



Sistem linearnih enačb

11. april 2024

55 / 72

Obravnavanje linearnih enačb, neenačb, sistemov

<ロ > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 る の へ ○ < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回

56 / 72

Absolutna in relativna napaka



57 / 72

MATEMATIKA

Sredine



Jan Kastelic (FMF)

Razpršenost podatkov

◆□▶◆問▶◆臣▶◆臣▶ 臣 めの○

59 / 72

Prikazi



11. april 2024

Jan Kastelic (FMF)

Section 5

Pravokotni koordinatni sistem, linearna funkcija



61 / 72

- Naravna in cela števila, izrazi, enačbe in neenačbe
- 2 Deljivost, izjave, množice
- Racionalna števila
- 4 Realna števila, statistika
- 🏮 Pravokotni koordinatni sistem, linearna funkcija
 - Pravokotni koordinatni sistem
 - Razdalja med točkama in razpolovišče daljice
 - Ploščina trikotnika
 - Osnovno o funkcijah
 - Linearna funkcija in premica



62 / 72

Pravokotni koordinatni sistem

◆□▶ ◆□▶ ◆■▶ ◆■▶ ■ 900

63 / 72

Razdalja med točkama in razpolovišče daljice



 Jan Kastelic (FMF)
 MATEMATIKA
 11. april 2024
 64 / 72

Ploščina trikotnika

◆ロ → ← 荷 → ← き → ← ● ・ り へ ○

Jan Kastelic (FMF) MATEMATIKA 11. april 2024 65/72

Osnovno o funkcijah



 Jan Kastelic (FMF)
 MATEMATIKA
 11. april 2024
 66 / 72

Linearna funkcija in premica

4日 > 4団 > 4 団 > 4 団 > 1 目 り 9 0 0

67 / 72

Oblike enačbe premice

◆ロト ◆問 ト ◆ 豆 ト ◆ 豆 ・ 夕 Q Q

68 / 72

Presešišče premic



69 / 72

Sistem linearnih neenačb



 Jan Kastelic (FMF)
 MATEMATIKA
 11. april 2024
 70 / 72

Modeliranje z linearno funkcijo

4□ > 4□ > 4 = > 4 = > = 900

71 / 72

(i) Linearno programiranje

4 ロ ト 4 回 ト 4 直 ト 4 直 ・ 9 Q @

72 / 72