

MATEMATIKA

2. letnik – splošna gimnazija

Jan Kastelic

Gimnazija Antona Aškerca,
Šolski center Ljubljana

11. januar 2026

Vsebina

1 Potence in koreni

2 Funkcije

Section 1

Potence in koreni

- 1 Potence in koreni
 - Koreni poljubnih stopenj
 - Potence z racionalnimi eksponenti
 - Iracionalne enačbe

- 2 Funkcije

Kvadratni koren

Kvadratni koren

Kvadratni koren

Kvadratni koren \sqrt{a} realnega števila $a \geq 0$ je tisto nenegativno realno število x , katerega kvadrat je enak a .

Kvadratni koren

Kvadratni koren

Kvadratni koren \sqrt{a} realnega števila $a \geq 0$ je tisto nenegativno realno število x , katerega kvadrat je enak a .

$$\sqrt{a} = x \Leftrightarrow a = x^2; \quad a, x \in \mathbb{R}^+$$

Kvadratni koren

Kvadratni koren

Kvadratni koren \sqrt{a} realnega števila $a \geq 0$ je tisto nenegativno realno število x , katerega kvadrat je enak a .

$$\sqrt{a} = x \Leftrightarrow a = x^2; \quad a, x \in \mathbb{R}^+$$

Število a imenujemo **korenjenec**, simbol $\sqrt{}$ pa **korenski znak**.

Kvadratni koren

Kvadratni koren

Kvadratni koren \sqrt{a} realnega števila $a \geq 0$ je tisto nenegativno realno število x , katerega kvadrat je enak a .

$$\sqrt{a} = x \Leftrightarrow a = x^2; \quad a, x \in \mathbb{R}^+$$

Število a imenujemo **korenjenec**, simbol $\sqrt{}$ pa **korenski znak**.

Pravila za računanje s kvadratnimi koreni

Kvadratni koren

Kvadratni koren

Kvadratni koren \sqrt{a} realnega števila $a \geq 0$ je tisto nenegativno realno število x , katerega kvadrat je enak a .

$$\sqrt{a} = x \Leftrightarrow a = x^2; \quad a, x \in \mathbb{R}^+$$

Število a imenujemo **korenjenec**, simbol $\sqrt{}$ pa **korenski znak**.

Pravila za računanje s kvadratnimi koreni

- $(\sqrt{a})^2 = a; \quad a \geq 0$

Kvadratni koren

Kvadratni koren

Kvadratni koren \sqrt{a} realnega števila $a \geq 0$ je tisto nenegativno realno število x , katerega kvadrat je enak a .

$$\sqrt{a} = x \Leftrightarrow a = x^2; \quad a, x \in \mathbb{R}^+$$

Število a imenujemo **korenjenec**, simbol $\sqrt{}$ pa **korenski znak**.

Pravila za računanje s kvadratnimi koreni

- $(\sqrt{a})^2 = a; \quad a \geq 0$
- $\sqrt{a^2} = \begin{cases} a, & a \geq 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases} = |a|$

Kvadratni koren

Kvadratni koren

Kvadratni koren \sqrt{a} realnega števila $a \geq 0$ je tisto nenegativno realno število x , katerega kvadrat je enak a .

$$\sqrt{a} = x \Leftrightarrow a = x^2; \quad a, x \in \mathbb{R}^+$$

Število a imenujemo **korenjenec**, simbol $\sqrt{}$ pa **korenski znak**.

Pravila za računanje s kvadratnimi koreni

- $(\sqrt{a})^2 = a; \quad a \geq 0$
- $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}; \quad a, b \geq 0$
- $\sqrt{a^2} = \begin{cases} a, & a \geq 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases} = |a|$

Kvadratni koren

Kvadratni koren

Kvadratni koren \sqrt{a} realnega števila $a \geq 0$ je tisto nenegativno realno število x , katerega kvadrat je enak a .

$$\sqrt{a} = x \Leftrightarrow a = x^2; \quad a, x \in \mathbb{R}^+$$

Število a imenujemo **korenjenec**, simbol $\sqrt{}$ pa **korenski znak**.

Pravila za računanje s kvadratnimi koreni

- $(\sqrt{a})^2 = a; \quad a \geq 0$
- $\sqrt{a^2} = \begin{cases} a, & a \geq 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases} = |a|$
- $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}; \quad a, b \geq 0$
- $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}; \quad a \geq 0, b > 0$

Kubični koren

Kubični koren

Kubični koren

Kubični koren $\sqrt[3]{a}$ realnega števila a je tisto realno število x , katerega kub je enak a .

Kubični koren

Kubični koren

Kubični koren $\sqrt[3]{a}$ realnega števila a je tisto realno število x , katerega kub je enak a .

$$\sqrt[3]{a} = x \Leftrightarrow a = x^3; \quad a, x \in \mathbb{R}$$

Kubični koren

Kubični koren

Kubični koren $\sqrt[3]{a}$ realnega števila a je tisto realno število x , katerega kub je enak a .

$$\sqrt[3]{a} = x \Leftrightarrow a = x^3; \quad a, x \in \mathbb{R}$$

Število a imenujemo **korenjenec**, simbol $\sqrt{}$ **korenski znak**, število 3 pa **korenski eksponent**.

Kubični koren

Kubični koren

Kubični koren $\sqrt[3]{a}$ realnega števila a je tisto realno število x , katerega kub je enak a .

$$\sqrt[3]{a} = x \Leftrightarrow a = x^3; \quad a, x \in \mathbb{R}$$

Število a imenujemo **korenjenec**, simbol $\sqrt{}$ **korenski znak**, število 3 pa **korenski eksponent**.

Pravila za računanje s kubičnimi koreni

Kubični koren

Kubični koren

Kubični koren $\sqrt[3]{a}$ realnega števila a je tisto realno število x , katerega kub je enak a .

$$\sqrt[3]{a} = x \Leftrightarrow a = x^3; \quad a, x \in \mathbb{R}$$

Število a imenujemo **korenjenec**, simbol $\sqrt{}$ **korenski znak**, število 3 pa **korenski eksponent**.

Pravila za računanje s kubičnimi koreni

- $(\sqrt[3]{a})^3 = a$

Kubični koren

Kubični koren

Kubični koren $\sqrt[3]{a}$ realnega števila a je tisto realno število x , katerega kub je enak a .

$$\sqrt[3]{a} = x \Leftrightarrow a = x^3; \quad a, x \in \mathbb{R}$$

Število a imenujemo **korenjenec**, simbol $\sqrt{}$ **korenski znak**, število 3 pa **korenski eksponent**.

Pravila za računanje s kubičnimi koreni

- $(\sqrt[3]{a})^3 = a$
- $\sqrt[3]{a^3} = a$

Kubični koren

Kubični koren

Kubični koren $\sqrt[3]{a}$ realnega števila a je tisto realno število x , katerega kub je enak a .

$$\sqrt[3]{a} = x \Leftrightarrow a = x^3; \quad a, x \in \mathbb{R}$$

Število a imenujemo **korenjenec**, simbol $\sqrt{}$ **korenski znak**, število 3 pa **korenski eksponent**.

Pravila za računanje s kubičnimi koreni

- $(\sqrt[3]{a})^3 = a$
- $\sqrt[3]{a^3} = a$
- $\sqrt[3]{a \cdot b} = \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b}$

Kubični koren

Kubični koren

Kubični koren $\sqrt[3]{a}$ realnega števila a je tisto realno število x , katerega kub je enak a .

$$\sqrt[3]{a} = x \Leftrightarrow a = x^3; \quad a, x \in \mathbb{R}$$

Število a imenujemo **korenjenec**, simbol $\sqrt{}$ **korenski znak**, število 3 pa **korenski eksponent**.

Pravila za računanje s kubičnimi koreni

- $(\sqrt[3]{a})^3 = a$
- $\sqrt[3]{a^3} = a$
- $\sqrt[3]{a \cdot b} = \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b}$
- $\sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}}; \quad b \neq 0$

Koreni poljubnih stopenj

Koreni poljubnih stopenj

n -ti koren

Za sodo naravno število n je **n -ti koren** $\sqrt[n]{a}$ realnega števila $a \geq 0$ tisto nenegativno realno število x , za katerega velja $a = x^n$.

Koreni poljubnih stopenj

n -ti koren

Za sodo naravno število n je **n -ti koren** $\sqrt[n]{a}$ realnega števila $a \geq 0$ tisto nenegativno realno število x , za katerega velja $a = x^n$.

$$\sqrt[n]{a} = x \Leftrightarrow a = x^n; \quad a, x \in \mathbb{R}^+$$

Koreni poljubnih stopenj

n -ti koren

Za sodo naravno število n je **n -ti koren** $\sqrt[n]{a}$ realnega števila $a \geq 0$ tisto nenegativno realno število x , za katerega velja $a = x^n$.

$$\sqrt[n]{a} = x \Leftrightarrow a = x^n; \quad a, x \in \mathbb{R}^+$$

Za liho naravno število n je **n -ti koren** $\sqrt[n]{a}$ realnega števila a tisto realno število x , za katerega velja $a = x^n$.

Koreni poljubnih stopenj

n -ti koren

Za sodo naravno število n je **n -ti koren** $\sqrt[n]{a}$ realnega števila $a \geq 0$ tisto nenegativno realno število x , za katerega velja $a = x^n$.

$$\sqrt[n]{a} = x \Leftrightarrow a = x^n; \quad a, x \in \mathbb{R}^+$$

Za liho naravno število n je **n -ti koren** $\sqrt[n]{a}$ realnega števila a tisto realno število x , za katerega velja $a = x^n$.

$$\sqrt[n]{a} = x \Leftrightarrow a = x^n; \quad a, x \in \mathbb{R}$$

Koreni poljubnih stopenj

n -ti koren

Za sodo naravno število n je **n -ti koren** $\sqrt[n]{a}$ realnega števila $a \geq 0$ tisto nenegativno realno število x , za katerega velja $a = x^n$.

$$\sqrt[n]{a} = x \Leftrightarrow a = x^n; \quad a, x \in \mathbb{R}^+$$

Za liho naravno število n je **n -ti koren** $\sqrt[n]{a}$ realnega števila a tisto realno število x , za katerega velja $a = x^n$.

$$\sqrt[n]{a} = x \Leftrightarrow a = x^n; \quad a, x \in \mathbb{R}$$

Število a imenujemo **korenjenec**, simbol $\sqrt{}$ **korenski znak**, število n pa **korenski eksponent**.

Pravila za računanje s koreni poljubnih stopenj

Pri tem za sode korenske stopnje n privzamemo $a, b \in [0, \infty)$; za lihe stopnje n pa $a, b \in \mathbb{R}$.

Pravila za računanje s koreni poljubnih stopenj

- $(\sqrt[n]{a})^n = a$

Pri tem za sode korenske stopnje n privzamemo $a, b \in [0, \infty)$; za lihe stopnje n pa $a, b \in \mathbb{R}$.

Pravila za računanje s koreni poljubnih stopenj

- $(\sqrt[n]{a})^n = a$
- $\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} |a|, & n = 2k, k \in \mathbb{N} \\ a, & n = 2k - 1, k \in \mathbb{N} \end{cases}$

Pri tem za sode korenske stopnje n privzamemo $a, b \in [0, \infty)$; za lihe stopnje n pa $a, b \in \mathbb{R}$.

Pravila za računanje s koreni poljubnih stopenj

- $(\sqrt[n]{a})^n = a$
- $\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} |a|, & n = 2k, k \in \mathbb{N} \\ a, & n = 2k - 1, k \in \mathbb{N} \end{cases}$
- $\sqrt[n]{a^w} = (\sqrt[n]{a})^w$

Pri tem za sode korenske stopnje n privzamemo $a, b \in [0, \infty)$; za lihe stopnje n pa $a, b \in \mathbb{R}$.

Pravila za računanje s koreni poljubnih stopenj

- $(\sqrt[n]{a})^n = a$
- $\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} |a|, & n = 2k, k \in \mathbb{N} \\ a, & n = 2k - 1, k \in \mathbb{N} \end{cases}$
- $\sqrt[n]{a^w} = (\sqrt[n]{a})^w$
- $\sqrt[n]{a^w} = \sqrt[nz]{a^{wz}}$

Pri tem za sode korenske stopnje n privzamemo $a, b \in [0, \infty)$; za lihe stopnje n pa $a, b \in \mathbb{R}$.

Pravila za računanje s koreni poljubnih stopenj

- $(\sqrt[n]{a})^n = a$
- $\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} |a|, & n = 2k, k \in \mathbb{N} \\ a, & n = 2k - 1, k \in \mathbb{N} \end{cases}$
- $\sqrt[n]{a^w} = (\sqrt[n]{a})^w$
- $\sqrt[n]{a^w} = \sqrt[nz]{a^{wz}}$
- $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[nm]{a}$

Pri tem za sode korenske stopnje n privzamemo $a, b \in [0, \infty)$; za lihe stopnje n pa $a, b \in \mathbb{R}$.

Pravila za računanje s koreni poljubnih stopenj

- $(\sqrt[n]{a})^n = a$
- $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$
- $\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} |a|, & n = 2k, k \in \mathbb{N} \\ a, & n = 2k - 1, k \in \mathbb{N} \end{cases}$
- $\sqrt[n]{a^w} = (\sqrt[n]{a})^w$
- $\sqrt[n]{a^w} = \sqrt[nz]{a^{wz}}$
- $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[nm]{a}$

Pri tem za sode korenske stopnje n privzamemo $a, b \in [0, \infty)$; za lihe stopnje n pa $a, b \in \mathbb{R}$.

Pravila za računanje s koreni poljubnih stopenj

- $(\sqrt[n]{a})^n = a$
- $\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} |a|, & n = 2k, k \in \mathbb{N} \\ a, & n = 2k - 1, k \in \mathbb{N} \end{cases}$
- $\sqrt[n]{a^w} = (\sqrt[n]{a})^w$
- $\sqrt[n]{a^w} = \sqrt[nz]{a^{wz}}$
- $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[nm]{a}$
- $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$
- $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}; b \neq 0$

Pri tem za sode korenske stopnje n privzamemo $a, b \in [0, \infty)$; za lihe stopnje n pa $a, b \in \mathbb{R}$.

Pravila za računanje s koreni poljubnih stopenj

- $(\sqrt[n]{a})^n = a$

- $\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} |a|, & n = 2k, k \in \mathbb{N} \\ a, & n = 2k - 1, k \in \mathbb{N} \end{cases}$

- $\sqrt[n]{a^w} = (\sqrt[n]{a})^w$

- $\sqrt[n]{a^w} = \sqrt[nz]{a^{wz}}$

- $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[nm]{a}$

- $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$

- $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}; b \neq 0$

- $\sqrt[n]{a^w} \cdot \sqrt[n]{a^z} = \sqrt[n]{a^{w+z}}$

Pri tem za sode korenske stopnje n privzamemo $a, b \in [0, \infty)$; za lihe stopnje n pa $a, b \in \mathbb{R}$.

Pravila za računanje s koreni poljubnih stopenj

- $(\sqrt[n]{a})^n = a$
- $\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} |a|, & n = 2k, k \in \mathbb{N} \\ a, & n = 2k - 1, k \in \mathbb{N} \end{cases}$
- $\sqrt[n]{a^w} = (\sqrt[n]{a})^w$
- $\sqrt[n]{a^w} = \sqrt[nz]{a^{wz}}$
- $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[nm]{a}$
- $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$
- $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}; b \neq 0$
- $\sqrt[n]{a^w} \cdot \sqrt[n]{a^z} = \sqrt[n]{a^{w+z}}$
- $\frac{\sqrt[n]{a^w}}{\sqrt[n]{a^z}} = \sqrt[n]{a^{w-z}}; a \neq 0$

Pri tem za sode korenske stopnje n privzamemo $a, b \in [0, \infty)$; za lihe stopnje n pa $a, b \in \mathbb{R}$.

Naloga

Poenostavite izraz in ga delno korenite.

Naloga

Poenostavite izraz in ga delno korenite.

$$\bullet \sqrt[3]{xy^2\sqrt{x^5y}}$$

$$\bullet \sqrt[4]{ab^2\sqrt[3]{ab}}$$

$$\bullet \sqrt[6]{a^2b^3\sqrt{a^8\sqrt[3]{b}}}$$

$$\bullet \sqrt{a\sqrt{a^2\sqrt{a^3}}}$$

$$\bullet \sqrt[3]{a\sqrt[4]{a\sqrt[5]{a}}}$$

$$\bullet \sqrt[3]{x\sqrt{y^3\sqrt[4]{x^3\sqrt[5]{y^6y^{-1}}}}}$$

$$\bullet \sqrt[4]{a^3b^2\sqrt{ab^5}}$$

$$\bullet \sqrt[5]{x^4y\sqrt[4]{x^5y^3}}$$

Naloga

Izračunajte.

Naloga

Izračunajte.

- $\sqrt[5]{\frac{1}{32}}$

- $\sqrt[4]{\frac{16}{81}}$

- $\sqrt[3]{-8}$

- $\sqrt[4]{-625}$

- $\sqrt[3]{0.125}$

- $\sqrt[4]{0.0016}$

Naloga

Poenostavite.

Naloga

Poenostavite.

- $\sqrt[18]{x^{15}}$

- $\sqrt[9]{a^6}$

- $\sqrt[30]{y^{18}}$

- $\sqrt[20]{b^{30}}$

Naloga

Racionalizirajte ulomke.

Naloga

Racionalizirajte ulomke.

$$\bullet \frac{1}{3 - \sqrt{x}}$$

$$\bullet \frac{x - 1}{\sqrt[3]{x} - 1}$$

$$\bullet \frac{1}{\sqrt[4]{2} - 1}$$

$$\bullet \frac{1}{2 - 4\sqrt[3]{a}}$$

$$\bullet \frac{8x}{2\sqrt[3]{x} + 1}$$

$$\bullet \frac{\sqrt[4]{y}}{2 - \sqrt[4]{y}}$$

$$\bullet \frac{2}{a - \sqrt[3]{b}}$$

$$\bullet \frac{1}{2 - \sqrt[4]{3}}$$

$$\bullet \frac{3}{1 + \sqrt[5]{2}}$$

Naloga

Poenostavite in delno korenite izraz.

Naloga

Poenostavite in delno korenite izraz.

$$\bullet \frac{\sqrt[4]{2}}{\sqrt{2\sqrt{8}}}$$

$$\bullet \frac{\sqrt{\sqrt{a}}}{\sqrt[3]{a^2}}$$

$$\bullet \frac{\sqrt[7]{b^{13}\sqrt{b^{-2}}}}{\sqrt{\sqrt{b^{-1}}}}$$

$$\bullet \frac{\sqrt[3]{9}}{\sqrt[5]{3}\sqrt{27}}$$

$$\bullet \frac{\sqrt{a\sqrt[3]{a^{-1}} \cdot \sqrt[3]{a^2}\sqrt[5]{a}}}{\sqrt[5]{a\sqrt{a^{-5}}}}$$

$$\bullet \frac{\sqrt[3]{x^2}\sqrt[4]{x^{-1}} \cdot \sqrt[4]{x^3}\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x}\sqrt{x\sqrt[3]{x^{-1}}}}$$

$$\bullet \frac{\sqrt{\sqrt{\sqrt{1}}}}{\sqrt[17]{1}}$$

$$\bullet \frac{\sqrt{x^3\sqrt[4]{x^3}\sqrt{x}}}{\sqrt[4]{x^{-3}\sqrt[4]{x}}}$$

$$\bullet \frac{\sqrt{8ab^{-1}}}{\sqrt{0.5}\sqrt[3]{8ab^2}}$$

Naloga

Izračunajte natančno vrednost korena.

Naloga

Izračunajte natančno vrednost korena.

- $\sqrt{31 - 12\sqrt{3}}$

- $\sqrt{18 + 8\sqrt{2}}$

- $\sqrt{9 - 4\sqrt{5}}$

- $\sqrt{17 + 2\sqrt{2}}$

Naloga

Poenostavite izraz in ga delno korenite.

Naloga

Poenostavite izraz in ga delno korenite.

$$\bullet \frac{\sqrt[5]{xy^3} \sqrt[4]{x^2y^3}}{\sqrt[10]{\sqrt{x}}}$$

$$\bullet \frac{\sqrt[4]{ab^3} \sqrt[3]{a^2b^3}}{\sqrt{\sqrt[6]{a}}}$$

$$\bullet \left(\frac{1-z}{1-\sqrt[3]{z}} - \sqrt[3]{z} \right) \left(1 - \sqrt[6]{z^4} \right)$$

$$\bullet \sqrt[3]{\sqrt{\sqrt{4096}}} + \sqrt{\sqrt{\sqrt{16}}} - \sqrt[5]{32}$$

$$\bullet \frac{\sqrt[6]{ab^3} \sqrt{a^3b}}{\sqrt[4]{b^{-3}} \sqrt[3]{a}}$$

Potence z racionalnimi eksponenti

Potence z racionalnimi eksponenti

Potenca z racionalnim eksponentom

Potenca z racionalnim eksponentom je definirana kot:

Potence z racionalnimi eksponenti

Potenca z racionalnim eksponentom

Potenca z racionalnim eksponentom je definirana kot:

$$x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m},$$

Potence z racionalnimi eksponenti

Potenca z racionalnim eksponentom

Potenca z racionalnim eksponentom je definirana kot:

$$x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m},$$

kjer je $m \in \mathbb{Z}$, $n \in \mathbb{N}$ in $a \in [0, \infty)$.

Potence z racionalnimi eksponenti

Potenca z racionalnim eksponentom

Potenca z racionalnim eksponentom je definirana kot:

$$x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m},$$

kjer je $m \in \mathbb{Z}$, $n \in \mathbb{N}$ in $a \in [0, \infty)$.

Pravila za računanje s potencami s celimi eksponenti

Potence z racionalnimi eksponenti

Potenca z racionalnim eksponentom

Potenca z racionalnim eksponentom je definirana kot:

$$x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m},$$

kjer je $m \in \mathbb{Z}$, $n \in \mathbb{N}$ in $a \in [0, \infty)$.

Pravila za računanje s potencami s celimi eksponenti

V pravilih upoštevamo primerni realni osnovi $x, y \in \mathbb{R}$ in racionalne eksponente $p, q \in \mathbb{Q}$.

Potence z racionalnimi eksponenti

Potenca z racionalnim eksponentom

Potenca z racionalnim eksponentom je definirana kot:

$$x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m},$$

kjer je $m \in \mathbb{Z}$, $n \in \mathbb{N}$ in $a \in [0, \infty)$.

Pravila za računanje s potencami s celimi eksponenti

- $x^p \cdot x^q = x^{p+q}$

V pravilih upoštevamo primerni realni osnovi $x, y \in \mathbb{R}$ in racionalne eksponente $p, q \in \mathbb{Q}$.

Potence z racionalnimi eksponenti

Potenca z racionalnim eksponentom

Potenca z racionalnim eksponentom je definirana kot:

$$x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m},$$

kjer je $m \in \mathbb{Z}$, $n \in \mathbb{N}$ in $a \in [0, \infty)$.

Pravila za računanje s potencami s celimi eksponenti

- $x^p \cdot x^q = x^{p+q}$
- $x^p \cdot y^p = (xy)^p$

V pravilih upoštevamo primerni realni osnovi $x, y \in \mathbb{R}$ in racionalne eksponente $p, q \in \mathbb{Q}$.

Potence z racionalnimi eksponenti

Potenca z racionalnim eksponentom

Potenca z racionalnim eksponentom je definirana kot:

$$x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m},$$

kjer je $m \in \mathbb{Z}$, $n \in \mathbb{N}$ in $a \in [0, \infty)$.

Pravila za računanje s potencami s celimi eksponenti

- $x^p \cdot x^q = x^{p+q}$
- $x^p \cdot y^p = (xy)^p$
- $(x^p)^q = x^{pq}$

V pravilih upoštevamo primerni realni osnovi $x, y \in \mathbb{R}$ in racionalne eksponente $p, q \in \mathbb{Q}$.

Potence z racionalnimi eksponenti

Potenca z racionalnim eksponentom

Potenca z racionalnim eksponentom je definirana kot:

$$x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m},$$

kjer je $m \in \mathbb{Z}$, $n \in \mathbb{N}$ in $a \in [0, \infty)$.

Pravila za računanje s potencami s celimi eksponenti

- $x^p \cdot x^q = x^{p+q}$

- $x^p \cdot y^p = (xy)^p$

- $(x^p)^q = x^{pq}$

- $x^p : x^q = \frac{x^p}{x^q} = x^{p-q}; \quad x \neq 0$

V pravilih upoštevamo primerni realni osnovi $x, y \in \mathbb{R}$ in racionalne eksponente $p, q \in \mathbb{Q}$.

Potence z racionalnimi eksponenti

Potenca z racionalnim eksponentom

Potenca z racionalnim eksponentom je definirana kot:

$$x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m},$$

kjer je $m \in \mathbb{Z}$, $n \in \mathbb{N}$ in $a \in [0, \infty)$.

Pravila za računanje s potencami s celimi eksponenti

- $x^p \cdot x^q = x^{p+q}$

- $x^p \cdot y^p = (xy)^p$

- $(x^p)^q = x^{pq}$

- $x^p : x^q = \frac{x^p}{x^q} = x^{p-q}; \quad x \neq 0$

- $x^p : y^p = \frac{x^p}{y^p} = \left(\frac{x}{y}\right)^p; \quad y \neq 0$

V pravilih upoštevamo primerni realni osnovi $x, y \in \mathbb{R}$ in racionalne eksponente $p, q \in \mathbb{Q}$.

Naloga

Izračunajte.

Naloga

Izračunajte.

- $8^{\frac{1}{3}} - 16^{\frac{2}{4}}$

- $27^{\frac{2}{3}} - 125^{\frac{1}{3}}$

- $(-8)^{-\frac{1}{3}}$

- $1000^{\frac{2}{3}} - 343^{\frac{2}{3}}$

Naloga

Izračunajte.

Naloga

Izračunajte.

$$\bullet \sqrt{625^{\frac{3}{4}} - \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}} + 4^{\frac{1}{3}} \cdot 16^{\frac{1}{3}}$$

$$\bullet \left(\left(\frac{4}{9} \right)^{-\frac{1}{2}} \cdot 32^{\frac{1}{5}} + 169^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\bullet 4 \cdot 0.16^{-\frac{1}{2}} - \sqrt[3]{5 \cdot 8^{\frac{1}{3}} + 2 \cdot 81^{\frac{3}{4}}}$$

$$\bullet 0.25^{-\frac{1}{2}} \cdot 0.001^{-\frac{1}{3}} - \sqrt[3]{10^2 + 0.2^{-2}}$$

$$\bullet \left(2 \cdot 9^{\frac{3}{2}} + 5 \cdot 16^{\frac{1}{4}} \right)^{\frac{1}{3}}$$

$$\bullet \left(3\frac{3}{8} \right)^{\frac{2}{3}} \cdot \left(\frac{1}{4} \right)^{-\frac{1}{2}} \cdot (3 - \sqrt{5}) \sqrt{7 + 3\sqrt{5}}$$

Naloga

Izračunajte.

Naloga

Izračunajte.

- $2.25^{-0.5} \cdot \sqrt{4^{1.5} + 1}$

- $\left(3\frac{1}{16}\right)^{-0.5} \sqrt{0.125^{-\frac{2}{3}} + 3}^4 + 0.002^{-\frac{2}{3}}$

- $6.25^{-0.5} \cdot 2.25^{1.5} + \sqrt{16^{0.75} + 1}$

- $\sqrt{10} (5^{-0.5} - 2)^{-1} - \sqrt{90}$

- $\sqrt{27^{\frac{2}{3}} + 0.25^{-2}} + (2 - \sqrt{5}) \sqrt{9 + 4\sqrt{5}} - \frac{1 + \sqrt{12}}{2 + \sqrt{3}}$

Naloga

Izraz zapišite s potencami in ga poenostavite.

Naloga

Izraz zapišite s potencami in ga poenostavite.

$$\bullet \left(\frac{1-z}{1-\sqrt[3]{z}} - \sqrt[3]{z} \right) \left(1 - \sqrt[6]{z^4} \right)$$

$$\bullet \frac{\sqrt[6]{ab^3\sqrt{a^3b}}}{\sqrt[4]{b^{-3}\sqrt[3]{a}}}$$

$$\bullet \left(y^{\frac{2}{3}} x^{-0.25} \right)^6 : \left(\sqrt{x^{-4}y^2} \cdot \sqrt{y\sqrt[3]{xy^{-3}}} \right)^3$$

$$\bullet \frac{\sqrt[3]{x^{-4}\sqrt{x^2y^{-3}}}}{\sqrt[4]{x^{-3}y^2}} \cdot \left(x^{0.3} y^{0.2} \right)^5$$

$$\bullet \frac{\sqrt[5]{x^{-2}\sqrt[3]{x^{-3}y^4}}}{y^{-\frac{1}{3}}x^{\frac{1}{2}}} \left(\sqrt[6]{\sqrt{y^{-3}}} \right)^4$$

$$\bullet \frac{\sqrt[4]{x^{-2}y}}{\sqrt[6]{x^3\sqrt{y^{-7}}}} \sqrt[4]{x^2y^{-5}}^2$$

Iracionalne enačbe

Iracionalne enačbe

Iracionalna enačba

Iracionalna enačba je enačba, v kateri neznanka nastopa po korenem poljubne stopnje.

Iracionalne enačbe

Iracionalna enačba

Iracionalna enačba je enačba, v kateri neznanka nastopa po korenem poljubne stopnje.

Reševanje iracionalne enačbe

Iracionalno enačbo rešujemo tako, da jo s pomočjo potenciranja prevedemo v enačbo, ki nima neznanke pod korenem.

Tako dobimo enačbo, ki ni nujno ekvivalentna prvotni enačba, saj lahko s potenciranjem pridobimo kakšno rešitev, ki ne ustreza prvotni enačbo.

Na koncu reševanja moramo vedno narediti **preizkus**, s katerim izločimo morebitne neustrezne rešitve.

Naloga

Rešite enačbo.

Naloga

Rešite enačbo.

- $\sqrt{x-1} - 5 = 0$

- $\sqrt{x+5} = 2$

- $\sqrt{3-x} - 5 = 0$

- $1 + \sqrt{x-5} = 0$

Naloga

Rešite enačbo.

Naloga

Rešite enačbo.

- $\sqrt{2x-1} + 2x = x$

- $2x + 3 = \sqrt{3x^2 + 5x - 1}$

- $2 + \sqrt[3]{x-1} = 0$

- $\sqrt{-8x-4} = -2x$

- $\sqrt{x^2+2} - \sqrt{3x} = 0$

- $\sqrt{x^2-1} - 2 = 0$

- $x - \sqrt{5x-11} = 1$

- $\sqrt{x+3} = -9$

Naloga

Rešite enačbo.

Naloga

Rešite enačbo.

- $\sqrt{x} + \sqrt{x+1} = 3$

- $\sqrt{x+5} - 3 = -\sqrt{x}$

- $\sqrt{x-2} - 2 = \sqrt{x+2}$

- $\sqrt{3x+1} - 1 = \sqrt{x+4}$

- $\sqrt{x+1} = \sqrt{2} - \sqrt{x-1}$

- $\sqrt[3]{x+2} - \sqrt{10+x} = -2$

- $\sqrt{x-6} + \sqrt{x+2} = 2$

- $\sqrt{5+x} - 1 = \sqrt{3x+4}$

Naloga

Rešite enačbo.

Naloga

Rešite enačbo.

- $\sqrt[3]{x^3 + 7x^2 + x + 26} - 3 = x - 1$

- $\sqrt[3]{5 - x + \sqrt{2x + 14}} - 2 = 0$

- $\sqrt{x - 2} - \sqrt{2x - 3} = 2$

- $\sqrt{x - 6} - \sqrt{x + 2} - 2 = 0$

- $\sqrt{x^2 + 3x} + x = 2$

- $\sqrt{x + 3 + \sqrt{x + 2}} = \sqrt{3}$

- $\sqrt{x + 7 - \sqrt{2x - 1}} = 3$

- $\sqrt[5]{x^2 + 3x + 34} = 2$

Section 2

Funkcije

1 Potence in koreni

2 Funkcije

- Funkcija in njene lastnosti
- Transformacije funkcij
- Inverzna funkcija

Preslikava

Preslikava

Preslikava



Preslikava

Preslikava

Naj bosta \mathcal{X} in \mathcal{Y} neprazni množici.

Preslikava

Preslikava

Naj bosta \mathcal{X} in \mathcal{Y} neprazni množici.

Preslikava f sestoji iz:

 $f :$

Preslikava

Preslikava

Naj bosta \mathcal{X} in \mathcal{Y} neprazni množici.

Preslikava f sestoji iz:

- množice \mathcal{X} , ki ji pravimo **domena**,

$$f : \mathcal{X}$$

Preslikava

Preslikava

Naj bosta \mathcal{X} in \mathcal{Y} neprazni množici.

Preslikava f sestoji iz:

- množice \mathcal{X} , ki ji pravimo **domena**,
- množice \mathcal{Y} , ki ji pravimo **kodomena** in

$$f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$$

Preslikava

Preslikava

Naj bosta \mathcal{X} in \mathcal{Y} neprazni množici.

Preslikava f sestoji iz:

- množice \mathcal{X} , ki ji pravimo **domena**,
- množice \mathcal{Y} , ki ji pravimo **kodomena** in
- **prirejanja**, ki vsakemu elementu x domene priredi natanko en element y kodomene.

$$f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$$

$$f : x \mapsto y$$

Preslikava

Preslikava

Naj bosta \mathcal{X} in \mathcal{Y} neprazni množici.

Preslikava f sestoji iz:

- množice \mathcal{X} , ki ji pravimo **domena**,
- množice \mathcal{Y} , ki ji pravimo **kodomena** in
- **prirejanja**, ki vsakemu elementu x domene priredi natanko en element y kodomene.

$$f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$$

$$f : x \mapsto y$$

Elemente x kodomene \mathcal{X} imenujemo **originali** preslikave.

Preslikava

Preslikava

Naj bosta \mathcal{X} in \mathcal{Y} neprazni množici.

Preslikava f sestoji iz:

- množice \mathcal{X} , ki ji pravimo **domena**,
- množice \mathcal{Y} , ki ji pravimo **kodomena** in
- **prirejanja**, ki vsakemu elementu x domene priredi natanko en element y kodomene.

$$f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$$

$$f : x \mapsto y$$

Elemente x kodomene \mathcal{X} imenujemo **originali** preslikave.

Če elementu x priredimo element y iz kodomene, potem y imenujemo **slika** elemeta x .

Preslikava

Preslikava

Naj bosta \mathcal{X} in \mathcal{Y} neprazni množici.

Preslikava f sestoji iz:

- množice \mathcal{X} , ki ji pravimo **domena**,
- množice \mathcal{Y} , ki ji pravimo **kodomena** in
- **prirejanja**, ki vsakemu elementu x domene priredi natanko en element y kodomene.

$$f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$$

$$f : x \mapsto y$$

Elemente x kodomene \mathcal{X} imenujemo **originali** preslikave.

Če elementu x priredimo element y iz kodomene, potem y imenujemo **slika** elemeta x .

Preslikavo lahko podamo s predpisom, puščičnim diagramom, besednim opisom ...

Funkcija

Funkcija

Funkcija

Funkcija

Funkcija

Naj bosta \mathcal{X} in \mathcal{Y} neprazni številski množici.

Funkcija

Funkcija

Naj bosta \mathcal{X} in \mathcal{Y} neprazni številski množici.

Funkcija f je preslikava med številskima množicama \mathcal{X} in \mathcal{Y} :

Funkcija

Funkcija

Naj bosta \mathcal{X} in \mathcal{Y} neprazni številski množici.

Funkcija f je preslikava med številskima množicama \mathcal{X} in \mathcal{Y} :

$$f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}.$$

Funkcija

Funkcija

Naj bosta \mathcal{X} in \mathcal{Y} neprazni številski množici.

Funkcija f je preslikava med številskima množicama \mathcal{X} in \mathcal{Y} :

$$f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}.$$

Število y je **funkcijska vrednost** števila x , če se število x preslika v število y .

$$f(x) = y$$

Funkcija

Funkcija

Naj bosta \mathcal{X} in \mathcal{Y} neprazni številski množici.

Funkcija f je preslikava med številskima množicama \mathcal{X} in \mathcal{Y} :

$$f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}.$$

Število y je **funkcijska vrednost** števila x , če se število x preslika v število y .

$$f(x) = y$$

x je neodvisna spremenljivka, $f(x)$ je od x odvisna spremenljivka.

V nekaterih primerih za opis funkcije uporabimo poseben izraz:

V nekaterih primerih za opis funkcije uporabimo poseben izraz:

- $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}; \mathcal{X} \subseteq \mathbb{R}$ – realna funkcija realne spremenljivke;

V nekaterih primerih za opis funkcije uporabimo poseben izraz:

- $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}; \mathcal{X} \subseteq \mathbb{R}$ – realna funkcija realne spremenljivke;
- $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}; \mathcal{X} \subseteq \mathbb{N}$ – realna funkcija naravne spremenljivke;

V nekaterih primerih za opis funkcije uporabimo poseben izraz:

- $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}; \mathcal{X} \subseteq \mathbb{R}$ – realna funkcija realne spremenljivke;
- $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}; \mathcal{X} \subseteq \mathbb{N}$ – realna funkcija naravne spremenljivke;
- $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{N}; \mathcal{X} \subseteq \mathbb{R}$ – naravna funkcija realne spremenljivke;

V nekaterih primerih za opis funkcije uporabimo poseben izraz:

- $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}; \mathcal{X} \subseteq \mathbb{R}$ – realna funkcija realne spremenljivke;
- $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}; \mathcal{X} \subseteq \mathbb{N}$ – realna funkcija naravne spremenljivke;
- $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{N}; \mathcal{X} \subseteq \mathbb{R}$ – naravna funkcija realne spremenljivke;
- $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{N}; \mathcal{X} \subseteq \mathbb{N}$ – naravna funkcija naravne spremenljivke.

Definicijsko območje in zaloga vrednosti funkcije

Definicijsko območje in zaloga vrednosti funkcije

Definicijsko območje

Definicijsko območje in zaloga vrednosti funkcije

Definicijsko območje

Definicijsko območje D_f preslikave ali funkcije $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$ je množica vseh originalov, ki jih v danem primeru opazujemo.

Definicijsko območje in zaloga vrednosti funkcije

Definicijsko območje

Definicijsko območje D_f preslikave ali funkcije $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$ je množica vseh originalov, ki jih v danem primeru opazujemo.

Za definicijsko območje navadno vzamemo največjo možno množico, za katero je predpis funkcije veljaven/definiran.

Definicijsko območje in zaloga vrednosti funkcije

Definicijsko območje

Definicijsko območje D_f preslikave ali funkcije $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$ je množica vseh originalov, ki jih v danem primeru opazujemo.

Za definicijsko območje navadno vzamemo največjo možno množico, za katero je predpis funkcije veljaven/definiran.

Zaloga vrednosti

Definicijsko območje in zaloga vrednosti funkcije

Definicijsko območje

Definicijsko območje D_f preslikave ali funkcije $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$ je množica vseh originalov, ki jih v danem primeru opazujemo.

Za definicijsko območje navadno vzamemo največjo možno množico, za katero je predpis funkcije veljaven/definiran.

Zaloga vrednosti

Zaloga vrednosti Z_f preslikave ali funkcije $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$ je množica vseh slik oziroma funkcijskih vrednosti.

Definicijsko območje in zaloga vrednosti funkcije

Definicijsko območje

Definicijsko območje D_f preslikave ali funkcije $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$ je množica vseh originalov, ki jih v danem primeru opazujemo.

Za definicijsko območje navadno vzamemo največjo možno množico, za katero je predpis funkcije veljaven/definiran.

Zaloga vrednosti

Zaloga vrednosti Z_f preslikave ali funkcije $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$ je množica vseh slik oziroma funkcijskih vrednosti.

Zaloga vrednosti Z_f je podmnožica kodomene \mathcal{Y} : $Z_f \subseteq \mathcal{Y}$.

Nižla in začetna vrednost funkcije

Nižla in začetna vrednost funkcije

Nižla funkcije

Ničla in začetna vrednost funkcije

Ničla funkcije

Ničla funkcije $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$ je tista vrednost $x_0 \in \mathcal{X}$ neodvisne spremenljivke, pri kateri je vrednost funkcije f enaka 0: $f(x_0) = 0$.

Ničla in začetna vrednost funkcije

Ničla funkcije

Ničla funkcije $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$ je tista vrednost $x_0 \in \mathcal{X}$ neodvisne spremenljivke, pri kateri je vrednost funkcije f enaka 0: $f(x_0) = 0$.

Ničle funkcije f poiščemo tako, da rešimo enačbo $f(x) = 0$.

Ničla in začetna vrednost funkcije

Ničla funkcije

Ničla funkcije $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$ je tista vrednost $x_0 \in \mathcal{X}$ neodvisne spremenljivke, pri kateri je vrednost funkcije f enaka 0: $f(x_0) = 0$.

Ničle funkcije f poiščemo tako, da rešimo enačbo $f(x) = 0$.

Ničle so le tiste izmed vrednosti, ki ležijo v definicijskem območju D_f funkcije f .

Ničla in začetna vrednost funkcije

Ničla funkcije

Ničla funkcije $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$ je tista vrednost $x_0 \in \mathcal{X}$ neodvisne spremenljivke, pri kateri je vrednost funkcije f enaka 0: $f(x_0) = 0$.

Ničle funkcije f poiščemo tako, da rešimo enačbo $f(x) = 0$.

Ničle so le tiste izmed vrednosti, ki ležijo v definicijskem območju D_f funkcije f .

Začetna vrednost

Ničla in začetna vrednost funkcije

Ničla funkcije

Ničla funkcije $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$ je tista vrednost $x_0 \in \mathcal{X}$ neodvisne spremenljivke, pri kateri je vrednost funkcije f enaka 0: $f(x_0) = 0$.

Ničle funkcije f poiščemo tako, da rešimo enačbo $f(x) = 0$.

Ničle so le tiste izmed vrednosti, ki ležijo v definicijskem območju D_f funkcije f .

Začetna vrednost

Začetna vrednost funkcije $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$ je funkcijska vrednost pri $x = 0$, to je $f(0)$.

Ničla in začetna vrednost funkcije

Ničla funkcije

Ničla funkcije $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$ je tista vrednost $x_0 \in \mathcal{X}$ neodvisne spremenljivke, pri kateri je vrednost funkcije f enaka 0: $f(x_0) = 0$.

Ničle funkcije f poiščemo tako, da rešimo enačbo $f(x) = 0$.

Ničle so le tiste izmed vrednosti, ki ležijo v definicijskem območju D_f funkcije f .

Začetna vrednost

Začetna vrednost funkcije $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$ je funkcijska vrednost pri $x = 0$, to je $f(0)$.

Začetna vrednost obstaja le, če je 0 v definicijskem območju funkcije f : $0 \in D_f$.

Graf funkcije

Graf funkcije

Graf funkcije

Graf funkcije

Graf funkcije

Graf Γ_f funkcije $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$ je množica urejenih parov $(x, y) \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y}$, kjer element x preteče celotno definicijsko območje D_f funkcije, element y pa je slika pripadajočega x , torej $y = f(x)$.

Graf funkcije

Graf funkcije

Graf Γ_f funkcije $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$ je množica urejenih parov $(x, y) \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y}$, kjer element x preteče celotno definicijsko območje D_f funkcije, element y pa je slika pripadajočega x , torej $y = f(x)$.

$$\Gamma_f = \{(x, y) \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y}; x \in D_f \wedge y = f(x)\}$$

Graf funkcije

Graf funkcije

Graf Γ_f funkcije $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$ je množica urejenih parov $(x, y) \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y}$, kjer element x preteče celotno definicijsko območje D_f funkcije, element y pa je slika pripadajočega x , torej $y = f(x)$.

$$\Gamma_f = \{(x, y) \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y}; x \in D_f \wedge y = f(x)\}$$

Urejene pare iz množice Γ_f lahko upodobimo v koordinatnem sistemu.

Graf funkcije

Graf funkcije

Graf Γ_f funkcije $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$ je množica urejenih parov $(x, y) \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y}$, kjer element x preteče celotno definicijsko območje D_f funkcije, element y pa je slika pripadajočega x , torej $y = f(x)$.

$$\Gamma_f = \{(x, y) \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y}; x \in D_f \wedge y = f(x)\}$$

Urejene pare iz množice Γ_f lahko upodobimo v koordinatnem sistemu.

Vsakemu elementu $(x, f(x))$ iz zgornje množice pripada natanko ena točka v koordinatnem sistemu, katere abscisa je enaka x , ordinata pa je njegova slika $f(x)$.

Graf funkcije

Graf funkcije

Graf Γ_f funkcije $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$ je množica urejenih parov $(x, y) \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y}$, kjer element x preteče celotno definicijsko območje D_f funkcije, element y pa je slika pripadajočega x , torej $y = f(x)$.

$$\Gamma_f = \{(x, y) \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y}; x \in D_f \wedge y = f(x)\}$$

Urejene pare iz množice Γ_f lahko upodobimo v koordinatnem sistemu.

Vsakemu elementu $(x, f(x))$ iz zgornje množice pripada natanko ena točka v koordinatnem sistemu, katere abscisa je enaka x , ordinata pa je njegova slika $f(x)$.

V ničli, če obstaja, graf funkcije seka ali se dotika abscisne osi, v začetni vrednosti, če obstaja, pa seka ordinatno os.

Naraščanje in padanje funkcije

Naraščanje in padanje funkcije

Naraščajoča funkcija

Naraščanje in padanje funkcije

Naraščajoča funkcija

Funkcija f je na intervalu (a, b) **naraščajoča**, če za poljubna $x_1, x_2 \in (a, b)$, kjer je $x_1 < x_2$, velja $f(x_1) \leq f(x_2)$.

Naraščanje in padanje funkcije

Naraščajoča funkcija

Funkcija f je na intervalu (a, b) **naraščajoča**, če za poljubna $x_1, x_2 \in (a, b)$, kjer je $x_1 < x_2$, velja $f(x_1) \leq f(x_2)$.

Funkcija f je na intervalu (a, b) **strogo naraščajoča**, če za poljubna $x_1, x_2 \in (a, b)$, kjer je $x_1 < x_2$, velja $f(x_1) < f(x_2)$.

Naraščanje in padanje funkcije

Naraščajoča funkcija

Funkcija f je na intervalu (a, b) **naraščajoča**, če za poljubna $x_1, x_2 \in (a, b)$, kjer je $x_1 < x_2$, velja $f(x_1) \leq f(x_2)$.

Funkcija f je na intervalu (a, b) **strogo naraščajoča**, če za poljubna $x_1, x_2 \in (a, b)$, kjer je $x_1 < x_2$, velja $f(x_1) < f(x_2)$.

Padajoča funkcija

Naraščanje in padanje funkcije

Naraščajoča funkcija

Funkcija f je na intervalu (a, b) **naraščajoča**, če za poljubna $x_1, x_2 \in (a, b)$, kjer je $x_1 < x_2$, velja $f(x_1) \leq f(x_2)$.

Funkcija f je na intervalu (a, b) **strogo naraščajoča**, če za poljubna $x_1, x_2 \in (a, b)$, kjer je $x_1 < x_2$, velja $f(x_1) < f(x_2)$.

Padajoča funkcija

Funkcija f je na intervalu (a, b) **padajoča**, če za poljubna $x_1, x_2 \in (a, b)$, kjer je $x_1 < x_2$, velja $f(x_1) \geq f(x_2)$.

Naraščanje in padanje funkcije

Naraščajoča funkcija

Funkcija f je na intervalu (a, b) **naraščajoča**, če za poljubna $x_1, x_2 \in (a, b)$, kjer je $x_1 < x_2$, velja $f(x_1) \leq f(x_2)$.

Funkcija f je na intervalu (a, b) **strogo naraščajoča**, če za poljubna $x_1, x_2 \in (a, b)$, kjer je $x_1 < x_2$, velja $f(x_1) < f(x_2)$.

Padajoča funkcija

Funkcija f je na intervalu (a, b) **padajoča**, če za poljubna $x_1, x_2 \in (a, b)$, kjer je $x_1 < x_2$, velja $f(x_1) \geq f(x_2)$.

Funkcija f je na intervalu (a, b) **strogo padajoča**, če za poljubna $x_1, x_2 \in (a, b)$, kjer je $x_1 < x_2$, velja $f(x_1) > f(x_2)$.

Injektivnost in surjektivnost

Injektivnost in surjektivnost

Surjektivnost

Injektivnost in surjektivnost

Surjektivnost

Funkcija $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$ je **surjektivna**, če je zloga vrednosti Z_f funkcije enaka njeni kodomeni \mathcal{Y} – vsak element kodomene \mathcal{Y} je slika vsaj enega elementa iz domene \mathcal{X} .

Injektivnost in surjektivnost

Surjektivnost

Funkcija $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$ je **surjektivna**, če je zloga vrednosti Z_f funkcije enaka njeni kodomeni \mathcal{Y} – vsak element kodomene \mathcal{Y} je slika vsaj enega elementa iz domene \mathcal{X} .

$$\forall y \in \mathcal{Y}. \exists x \in \mathcal{X} \ni f(x) = y$$

Injektivnost in surjektivnost

Surjektivnost

Funkcija $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$ je **surjektivna**, če je zloga vrednosti Z_f funkcije enaka njeni kodomeni \mathcal{Y} – vsak element kodomene \mathcal{Y} je slika vsaj enega elementa iz domene \mathcal{X} .

$$\forall y \in \mathcal{Y}. \exists x \in \mathcal{X} \ni f(x) = y$$

Injektivnost

Injektivnost in surjektivnost

Surjektivnost

Funkcija $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$ je **surjektivna**, če je zloga vrednosti Z_f funkcije enaka njeni kodomeni \mathcal{Y} – vsak element kodomene \mathcal{Y} je slika vsaj enega elementa iz domene \mathcal{X} .

$$\forall y \in \mathcal{Y}. \exists x \in \mathcal{X} \ni f(x) = y$$

Injektivnost

Funkcija $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$ je **injektivna**, če se dva poljubna različna originala iz domene \mathcal{X} preslikata v različni sliki v kodomeni \mathcal{Y} – vsak element kodomene \mathcal{Y} je slika kvečjemu enega elementa iz domene \mathcal{X} .

Injektivnost in surjektivnost

Surjektivnost

Funkcija $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$ je **surjektivna**, če je zloga vrednosti Z_f funkcije enaka njeni kodomeni \mathcal{Y} – vsak element kodomene \mathcal{Y} je slika vsaj enega elementa iz domene \mathcal{X} .

$$\forall y \in \mathcal{Y}. \exists x \in \mathcal{X} \ni f(x) = y$$

Injektivnost

Funkcija $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$ je **injektivna**, če se dva poljubna različna originala iz domene \mathcal{X} preslikata v različni sliki v kodomeni \mathcal{Y} – vsak element kodomene \mathcal{Y} je slika kvečjemu enega elementa iz domene \mathcal{X} .

$$\forall x, y \in \mathcal{X} : f(x) = f(y) \Rightarrow x = y$$

Injektivnost in surjektivnost

Surjektivnost

Funkcija $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$ je **surjektivna**, če je zalog vrednosti Z_f funkcije enaka njeni kodomeni \mathcal{Y} – vsak element kodomene \mathcal{Y} je slika vsaj enega elementa iz domene \mathcal{X} .

$$\forall y \in \mathcal{Y}. \exists x \in \mathcal{X} \ni f(x) = y$$

Injektivnost

Funkcija $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$ je **injektivna**, če se dva poljubna različna originala iz domene \mathcal{X} preslikata v različni sliki v kodomeni \mathcal{Y} – vsak element kodomene \mathcal{Y} je slika kvečjemu enega elementa iz domene \mathcal{X} .

$$\forall x, y \in \mathcal{X} : f(x) = f(y) \Rightarrow x = y$$

Funkcija $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$ je **bijektivna**, če je injektivna in surjektivna hkrati – vsak element iz kodomene \mathcal{Y} je slika natanko enega elementa domene \mathcal{X} .

Omejenost funkcije

Omejenost funkcije

Omejenost navzgor

Omejenost funkcije

Omejenost navzgor

Funkcija f je **navzgor omejena**, če obstaja tako realno število M , da je $f(x) \leq M$ za vsak $x \in D_f$. Število M imenujemo *zgornja meja*.

Omejenost funkcije

Omejenost navzgor

Funkcija f je **navzgor omejena**, če obstaja tako realno število M , da je $f(x) \leq M$ za vsak $x \in D_f$. Število M imenujemo *zgornja meja*.

$$\exists M \in \mathbb{R}. \forall x \in D_f \ni: f(x) \leq M$$

Omejenost funkcije

Omejenost navzgor

Funkcija f je **navzgor omejena**, če obstaja tako realno število M , da je $f(x) \leq M$ za vsak $x \in D_f$. Število M imenujemo *zgornja meja*.

$$\exists M \in \mathbb{R}. \forall x \in D_f \ni: f(x) \leq M$$

Omejenost navzdol

Omejenost funkcije

Omejenost navzgor

Funkcija f je **navzgor omejena**, če obstaja tako realno število M , da je $f(x) \leq M$ za vsak $x \in D_f$. Število M imenujemo *zgornja meja*.

$$\exists M \in \mathbb{R}. \forall x \in D_f \ni: f(x) \leq M$$

Omejenost navzdol

Funkcija f je **navzdol omejena**, če obstaja tako realno število m , da je $f(x) \geq m$ za vsak $x \in D_f$. Število m imenujemo *spodnja meja*.

Omejenost funkcije

Omejenost navzgor

Funkcija f je **navzgor omejena**, če obstaja tako realno število M , da je $f(x) \leq M$ za vsak $x \in D_f$. Število M imenujemo *zgornja meja*.

$$\exists M \in \mathbb{R}. \forall x \in D_f \ni: f(x) \leq M$$

Omejenost navzdol

Funkcija f je **navzdol omejena**, če obstaja tako realno število m , da je $f(x) \geq m$ za vsak $x \in D_f$. Število m imenujemo *spodnja meja*.

$$\exists m \in \mathbb{R}. \forall x \in D_f \ni: f(x) \geq m$$

Omejenost funkcije

Omejenost navzgor

Funkcija f je **navzgor omejena**, če obstaja tako realno število M , da je $f(x) \leq M$ za vsak $x \in D_f$. Število M imenujemo *zgornja meja*.

$$\exists M \in \mathbb{R}. \forall x \in D_f \ni: f(x) \leq M$$

Omejenost navzdol

Funkcija f je **navzdol omejena**, če obstaja tako realno število m , da je $f(x) \geq m$ za vsak $x \in D_f$. Število m imenujemo *spodnja meja*.

$$\exists m \in \mathbb{R}. \forall x \in D_f \ni: f(x) \geq m$$

Omejenost

Omejenost funkcije

Omejenost navzgor

Funkcija f je **navzgor omejena**, če obstaja tako realno število M , da je $f(x) \leq M$ za vsak $x \in D_f$. Število M imenujemo *zgornja meja*.

$$\exists M \in \mathbb{R}. \forall x \in D_f \ni: f(x) \leq M$$

Omejenost navzdol

Funkcija f je **navzdol omejena**, če obstaja tako realno število m , da je $f(x) \geq m$ za vsak $x \in D_f$. Število m imenujemo *spodnja meja*.

$$\exists m \in \mathbb{R}. \forall x \in D_f \ni: f(x) \geq m$$

Omejenost

Funkcija f je **omejena**, če je navzgor omejena in navzdol omejena.

Omejenost funkcije

Omejenost navzgor

Funkcija f je **navzgor omejena**, če obstaja tako realno število M , da je $f(x) \leq M$ za vsak $x \in D_f$. Število M imenujemo *zgornja meja*.

$$\exists M \in \mathbb{R}. \forall x \in D_f \ni: f(x) \leq M$$

Omejenost navzdol

Funkcija f je **navzdol omejena**, če obstaja tako realno število m , da je $f(x) \geq m$ za vsak $x \in D_f$. Število m imenujemo *spodnja meja*.

$$\exists m \in \mathbb{R}. \forall x \in D_f \ni: f(x) \geq m$$

Omejenost

Funkcija f je **omejena**, če je navzgor omejena in navzdol omejena.

$$\exists m, M \in \mathbb{R}. \forall x \in D_f \ni: f(x) \in [m, M]$$

Neomejenost navzgor

Neomejenost navzgor

Funkcija f je **navzgor neomejena**, če za vsako pozitivno realno število M obstaja tak $x \in D_f$, da je $f(x) > M$.

Neomejenost navzgor

Funkcija f je **navzgor neomejena**, če za vsako pozitivno realno število M obstaja tak $x \in D_f$, da je $f(x) > M$.

$$\forall M \in \mathbb{R}^+. \exists x \in D_f \ni: f(x) > M$$

Neomejenost navzgor

Funkcija f je **navzgor neomejena**, če za vsako pozitivno realno število M obstaja tak $x \in D_f$, da je $f(x) > M$.

$$\forall M \in \mathbb{R}^+. \exists x \in D_f \ni: f(x) > M$$

Neomejenost navzdol

Neomejenost navzgor

Funkcija f je **navzgor neomejena**, če za vsako pozitivno realno število M obstaja tak $x \in D_f$, da je $f(x) > M$.

$$\forall M \in \mathbb{R}^+. \exists x \in D_f \ni: f(x) > M$$

Neomejenost navzdol

Funkcija f je **navzdol neomejena**, če za vsako negativno realno število N obstaja tak $x \in D_f$, da je $f(x) < N$.

Neomejenost navzgor

Funkcija f je **navzgor neomejena**, če za vsako pozitivno realno število M obstaja tak $x \in D_f$, da je $f(x) > M$.

$$\forall M \in \mathbb{R}^+. \exists x \in D_f \ni: f(x) > M$$

Neomejenost navzdol

Funkcija f je **navzdol neomejena**, če za vsako negativno realno število N obstaja tak $x \in D_f$, da je $f(x) < N$.

$$\forall N \in \mathbb{R}^-. \exists x \in D_f \ni: f(x) < N$$

Neomejenost navzgor

Funkcija f je **navzgor neomejena**, če za vsako pozitivno realno število M obstaja tak $x \in D_f$, da je $f(x) > M$.

$$\forall M \in \mathbb{R}^+. \exists x \in D_f \ni: f(x) > M$$

Neomejenost navzdol

Funkcija f je **navzdol neomejena**, če za vsako negativno realno število N obstaja tak $x \in D_f$, da je $f(x) < N$.

$$\forall N \in \mathbb{R}^-. \exists x \in D_f \ni: f(x) < N$$

Neomejenost

Neomejenost navzgor

Funkcija f je **navzgor neomejena**, če za vsako pozitivno realno število M obstaja tak $x \in D_f$, da je $f(x) > M$.

$$\forall M \in \mathbb{R}^+. \exists x \in D_f \ni: f(x) > M$$

Neomejenost navzdol

Funkcija f je **navzdol neomejena**, če za vsako negativno realno število N obstaja tak $x \in D_f$, da je $f(x) < N$.

$$\forall N \in \mathbb{R}^-. \exists x \in D_f \ni: f(x) < N$$

Neomejenost

Funkcija f je **neomejena**, če je navzgor neomejena in navzdol neomejena.

Predznak funkcije

Predznak funkcije

Pozitivnost

Predznak funkcije

Pozitivnost

Funkcija f je na intervalu (a, b) **pozitivna**, če za vsak $x \in (a, b)$ velja $f(x) > 0$.

Predznak funkcije

Pozitivnost

Funkcija f je na intervalu (a, b) **pozitivna**, če za vsak $x \in (a, b)$ velja $f(x) > 0$.

$$\forall x \in (a, b) \cap D_f \ni f(x) > 0$$

Predznak funkcije

Pozitivnost

Funkcija f je na intervalu (a, b) **pozitivna**, če za vsak $x \in (a, b)$ velja $f(x) > 0$.

$$\forall x \in (a, b) \cap D_f \ni f(x) > 0$$

Negativnost

Predznak funkcije

Pozitivnost

Funkcija f je na intervalu (a, b) **pozitivna**, če za vsak $x \in (a, b)$ velja $f(x) > 0$.

$$\forall x \in (a, b) \cap D_f \ni f(x) > 0$$

Negativnost

Funkcija f je na intervalu (a, b) **negativna**, če za vsak $x \in (a, b)$ velja $f(x) < 0$.

Predznak funkcije

Pozitivnost

Funkcija f je na intervalu (a, b) **pozitivna**, če za vsak $x \in (a, b)$ velja $f(x) > 0$.

$$\forall x \in (a, b) \cap D_f \ni f(x) > 0$$

Negativnost

Funkcija f je na intervalu (a, b) **negativna**, če za vsak $x \in (a, b)$ velja $f(x) < 0$.

$$\forall x \in (a, b) \cap D_f \ni f(x) < 0$$

Sodost in lihost funkcije

Sodost in lihost funkcije

Sodost

Sodost in lihost funkcije

Sodost

Funkcija f je **soda**, če za vsak $x \in D_f$ velja $f(-x) = f(x)$.

Sodost in lihost funkcije

Sodost

Funkcija f je **soda**, če za vsak $x \in D_f$ velja $f(-x) = f(x)$.

$$\forall x \in D_f : f(-x) = f(x)$$

Sodost in lihost funkcije

Sodost

Funkcija f je **soda**, če za vsak $x \in D_f$ velja $f(-x) = f(x)$.

$$\forall x \in D_f : f(-x) = f(x)$$

Graf sode funkcije je simetričen glede na ordinatno os.

Sodost in lihost funkcije

Sodost

Funkcija f je **soda**, če za vsak $x \in D_f$ velja $f(-x) = f(x)$.

$$\forall x \in D_f : f(-x) = f(x)$$

Graf sode funkcije je simetričen glede na ordinatno os.

Lihost

Sodost in lihost funkcije

Sodost

Funkcija f je **soda**, če za vsak $x \in D_f$ velja $f(-x) = f(x)$.

$$\forall x \in D_f : f(-x) = f(x)$$

Graf sode funkcije je simetričen glede na ordinatno os.

Lihost

Funkcija f je **liha**, če za vsak $x \in D_f$ velja $f(-x) = -f(x)$.

Sodost in lihost funkcije

Sodost

Funkcija f je **soda**, če za vsak $x \in D_f$ velja $f(-x) = f(x)$.

$$\forall x \in D_f : f(-x) = f(x)$$

Graf sode funkcije je simetričen glede na ordinatno os.

Lihost

Funkcija f je **liha**, če za vsak $x \in D_f$ velja $f(-x) = -f(x)$.

$$\forall x \in D_f : f(-x) = -f(x)$$

Sodost in lihost funkcije

Sodost

Funkcija f je **soda**, če za vsak $x \in D_f$ velja $f(-x) = f(x)$.

$$\forall x \in D_f : f(-x) = f(x)$$

Graf sode funkcije je simetričen glede na ordinatno os.

Lihost

Funkcija f je **liha**, če za vsak $x \in D_f$ velja $f(-x) = -f(x)$.

$$\forall x \in D_f : f(-x) = -f(x)$$

Graf lihe funkcije je simetričen glede na koordinatno izhodišče.

Konveksnost in konkavnost funkcije

Konveksnost in konkavnost funkcije

Konveksnost



Konveksnost in konkavnost funkcije

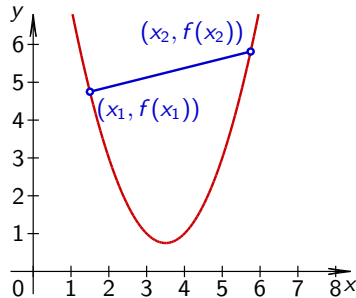
Konveksnost

Funkcija f je na intervalu (a, b) **konveksna**, če za poljubna $x_1, x_2 \in (a, b)$ velja, da je graf funkcije pod zveznico točk $(x_1, f(x_1))$ in $(x_2, f(x_2))$.

Konveksnost in konkavnost funkcije

Konveksnost

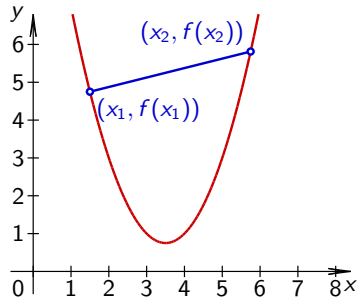
Funkcija f je na intervalu (a, b) **konveksna**, če za poljubna $x_1, x_2 \in (a, b)$ velja, da je graf funkcije pod zveznico točk $(x_1, f(x_1))$ in $(x_2, f(x_2))$.



Konveksnost in konkavnost funkcije

Konveksnost

Funkcija f je na intervalu (a, b) **konveksna**, če za poljubna $x_1, x_2 \in (a, b)$ velja, da je graf funkcije pod zveznico točk $(x_1, f(x_1))$ in $(x_2, f(x_2))$.

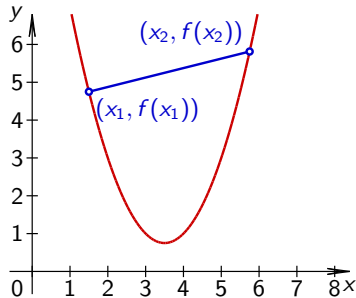


Konkavnost

Konveksnost in konkavnost funkcije

Konveksnost

Funkcija f je na intervalu (a, b) **konveksna**, če za poljubna $x_1, x_2 \in (a, b)$ velja, da je graf funkcije pod zveznico točk $(x_1, f(x_1))$ in $(x_2, f(x_2))$.



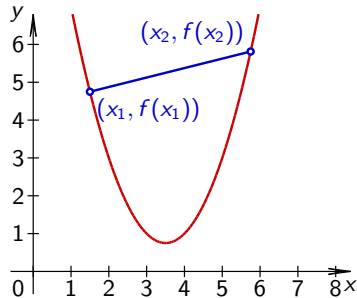
Konkavnost

Funkcija f je na intervalu (a, b) **konkavna**, če za poljubna $x_1, x_2 \in (a, b)$ velja, da je graf funkcije nad zveznico točk $(x_1, f(x_1))$ in $(x_2, f(x_2))$.

Konveksnost in konkavnost funkcije

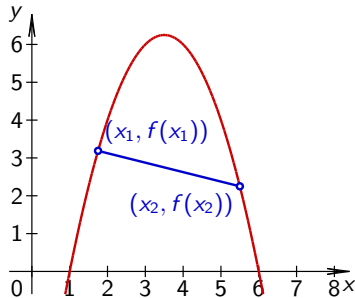
Konveksnost

Funkcija f je na intervalu (a, b) **konveksna**, če za poljubna $x_1, x_2 \in (a, b)$ velja, da je graf funkcije pod zveznico točk $(x_1, f(x_1))$ in $(x_2, f(x_2))$.



Konkavnost

Funkcija f je na intervalu (a, b) **konkavna**, če za poljubna $x_1, x_2 \in (a, b)$ velja, da je graf funkcije nad zveznico točk $(x_1, f(x_1))$ in $(x_2, f(x_2))$.



Naloga

Za katere x je dana funkcija definirana? Zapišite definicijsko območje.

- $f(x) = \frac{1}{x}$

- $g(x) = 2x - 3$

- $h(x) = \frac{x}{x-3}$

- $i(x) = x^2 - 2x + 1$

- $j(x) = \frac{x-1}{x+1}$

- $k(x) = \sqrt{x-4}$

- $l(x) = (x-3)^{-2}$

- $m(x) = \sqrt{3x+4}$

- $n(x) = \frac{x-1}{x^2+5x+6}$

- $o(x) = \sqrt{3-6x}$

Naloga

Izračunajte začetno vrednost in ničle funkcije.

- $f(x) = 2x - 4$

- $g(x) = x^2 - 4$

- $h(x) = 5x + 2$

- $i(x) = \frac{x+3}{x-3}$

- $j(x) = (x-1)^{-2} - 1$

- $k(x) = \frac{1}{x}$

- $l(x) = \frac{2x+4}{2x^2-1}$

- $m(x) = \sqrt{x+5}$

- $n(x) = \sqrt{2x+6}$

Naloga

Narišite graf funkcije. Izračunajte ničle in začetno vrednost ter vrednosti preverite na grafu.

- $f(x) = x - 3$

- $g(x) = 2x + 1$

- $h(x) = -2x + 1$

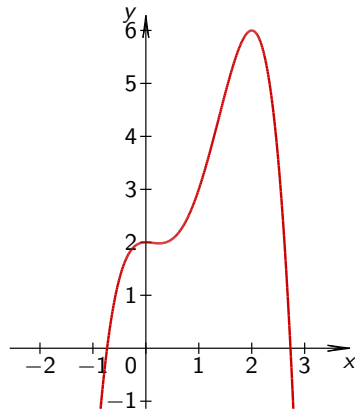
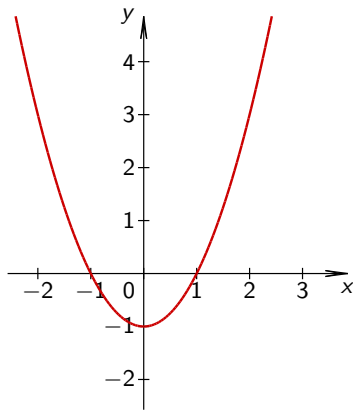
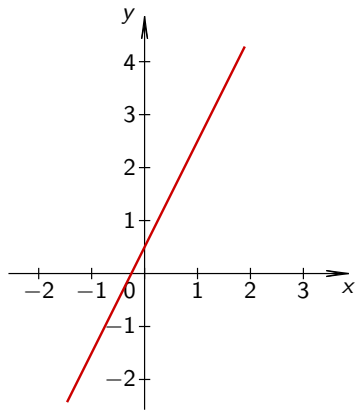
- $p(x) = -\frac{1}{2}x + 1$

- $q(x) = \frac{2 - x}{4}$

- $r(x) = |2x - 4| - 1$

Naloga

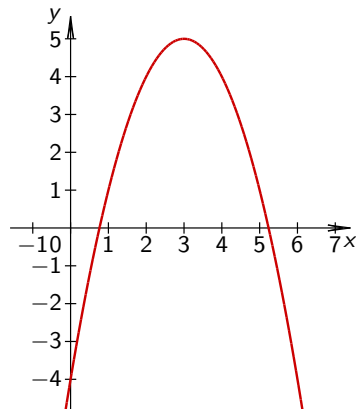
Z grafa funkcije razberite, kam funkcija preslika originale $x = -1$, $x = 0$, $x = 1$ in $x = 2$.



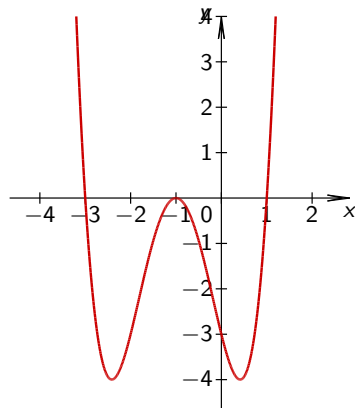
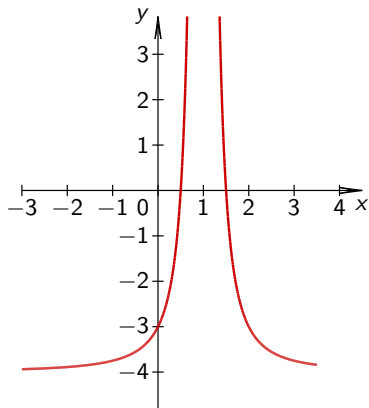
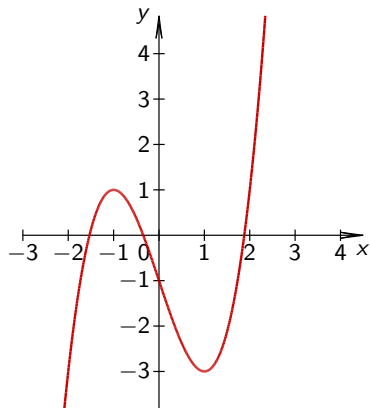
Naloga

Narisan je graf funkcije. Zapišite:

- začetno vrednost funkcije,
- intervale, kjer funkcija narašča oziroma pada,
- natančno zgornjo in spodnjo mejo, če je funkcija navzgor ali navzdol omejena.



Naloga



Naloga

Računsko preverite, ali je dana funkcija soda ali liha.

- $f(x) = 3x$

- $g(x) = -3x + 1$

- $h(x) = 2|x| + 4$

- $i(x) = x^2 + 1$

- $j(x) = x^2 + 3x - 1$

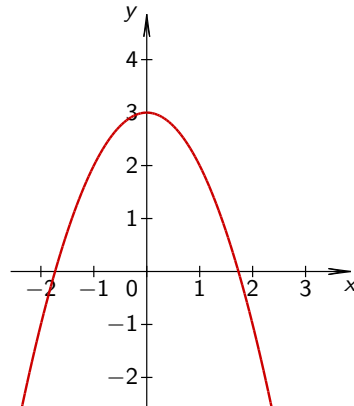
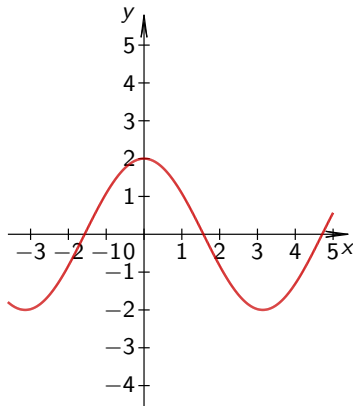
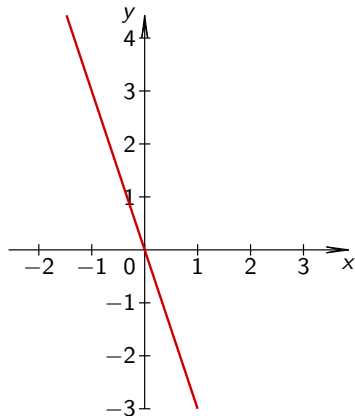
- $k(x) = x^3 + 2x$

- $l(x) = 5x^3 - 4x + 1$

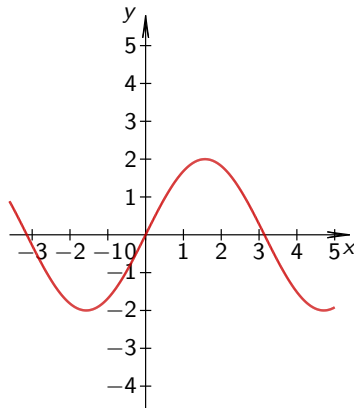
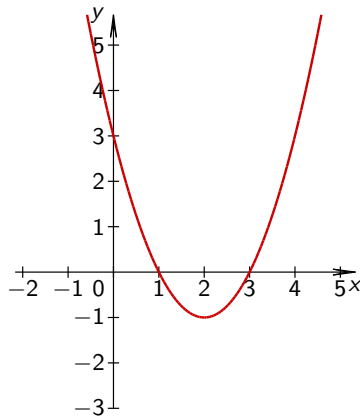
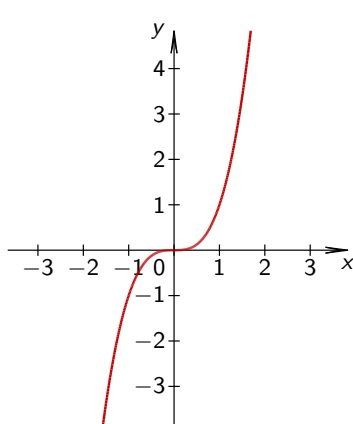
- $m(x) = \frac{x^3 - 2x}{7x^3 + x}$

Naloga

Z grafa funkcije razberite, ali je funkcija soda ali liha.

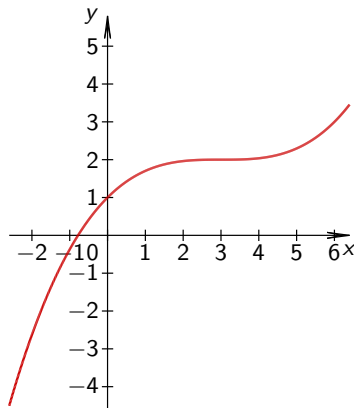
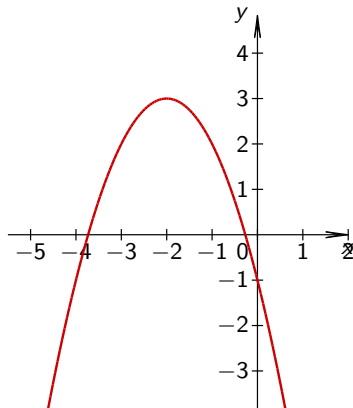
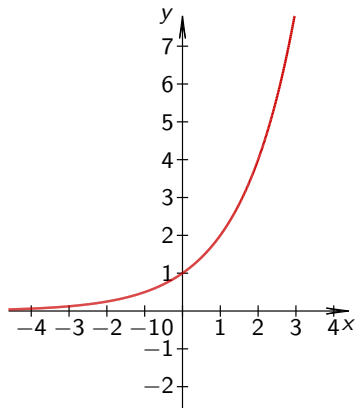


Naloga



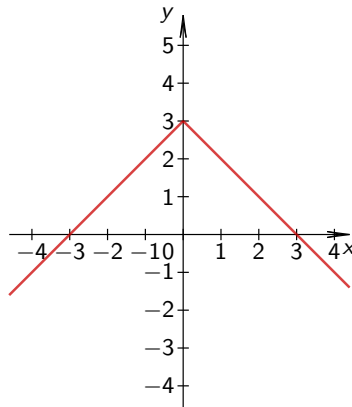
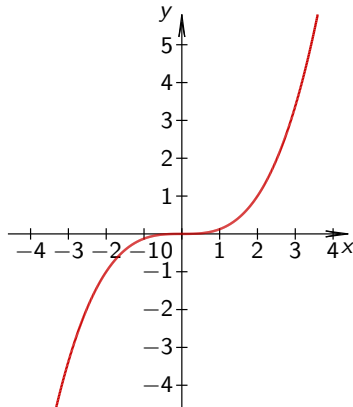
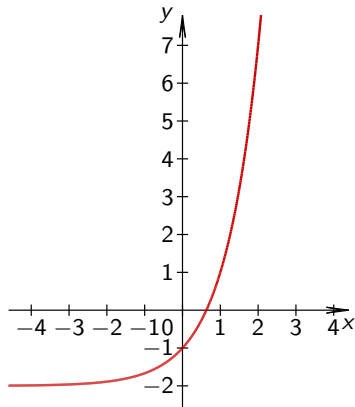
Naloga

Z grafa funkcije razberite, na katerih intervalih je funkcija konveksna in na katerih konkavna.



Naloga

Z grafa funkcije razberite, ali je realna funkcija realne spremenljivke injektivna, surjektivna, bijektivna.



Zrcaljenja

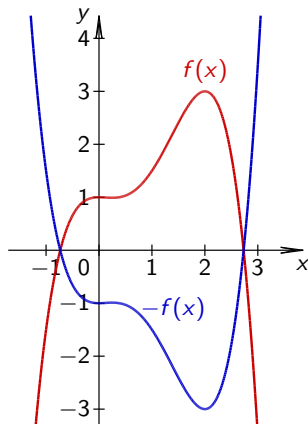
Zrcaljenje preko abscisne osi

Zrcaljenje preko abscisne osi vsako točko $T(x, y)$ grafa funkcije preslika v točko $T'(x, -y)$.

$$Z_x : (x, y) \mapsto (x, -y)$$

Do prezrcaljene funkcije f preko abscisne osi pridemo tako, da funkcijo f pomnožimo z -1

$$Z_x : f(x) \mapsto -f(x)$$



Zrcaljenja

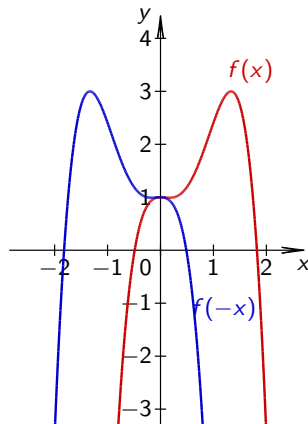
Zrcaljenje preko ordinatne osi

Zrcaljenje preko ordinatne osi vsako točko $T(x, y)$ grafa funkcije preslika v točko $T'(-x, y)$.

$$Z_y : (x, y) \mapsto (-x, y)$$

Do prezrcaljene funkcije f preko ordinatne osi pridemo tako, da neodvisno spremenljivko x funkcije f pomnožimo z -1

$$Z_y : f(x) \mapsto f(-x)$$



Zrcaljenja

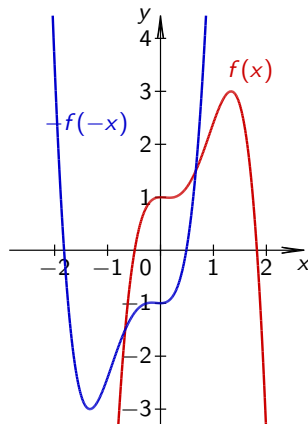
Zrcaljenje preko izhodišča

Zrcaljenje preko izhodišča vsako točko $T(x, y)$ grafa funkcije preslika v točko $T'(-x, -y)$.

$$Z_i : (x, y) \mapsto (-x, -y)$$

Do prezrcaljene funkcije f preko izhodišča pridemo tako, da neodvisno spremenljivko x funkcije f in funkcijo f pomnožimo z -1

$$Z_i : f(x) \mapsto -f(-x)$$



Zrcaljenja

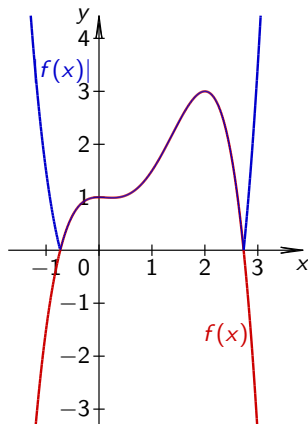
Absolutna vrednost funkcije

Absolutna vrednost funkcije f vse negativne vrednosti funkcije f pomnoži z -1 , pozitivne vrednosti pa ohrani.

$$T_1 : f(x) \mapsto |f(x)|$$

Tisti del grafa funkcije f , ki leži pod abscisno osjo, se preslika preko abscisne osi. Del grafa, ki leži nad abscisno osjo se ohrani.

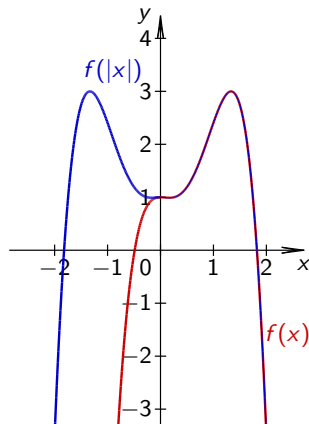
Dobimo nenegativno funkcijo.



Zrcaljenja

Če v funkciji $f(x)$ neodvisno spremenljivko x nadomestimo z $|x|$, dobimo novo funkcijo, ki je soda.

$$T_2 : f(x) \mapsto f(|x|)$$



Premiki

Vzporedni premik vzdolž ordinatne osi

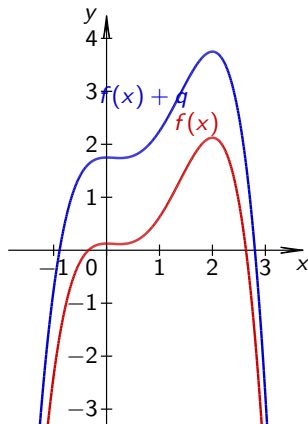
Vzporedni premik v smeri ordinatne osi za q vsako točko $T(x, y)$ grafa funkcije preslika v točko $T'(x, y + q)$.

$$P_y : (x, y) \mapsto (x, y + q)$$

Do premaknjene funkcije f vzdolž ordinatne osi pridemo tako, da funkciji f prištejemo q .

$$P_y : f(x) \mapsto f(x) + q$$

Pri $q > 0$ se graf premakne v pozitivni smeri ordinatne osi (navzgor), pri $q < 0$ se graf premakne v negativni smeri ordinatne osi (navzdol).



Premiki

Vzporedni premik vzdolž abscisne osi

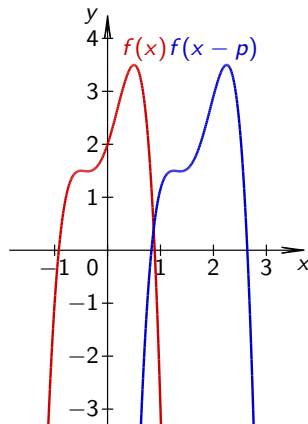
Vzporedni premik v smeri abscisne osi za p vsako točko $T(x, y)$ grafa funkcije preslika v točko $T'(x + p, y)$.

$$P_x : (x, y) \mapsto (x + p, y)$$

Do premaknjene funkcije f vzdolž abscisne osi pridemo tako, da neodvisni spremenljivki x funkcije odštejemo p .

$$P_x : f(x) \mapsto f(x - p)$$

Pri $p > 0$ se graf premakne v pozitivni smeri abscisne osi (v desno), pri $p < 0$ se graf premakne v negativni smeri abscisne osi (v levo).



Premiki

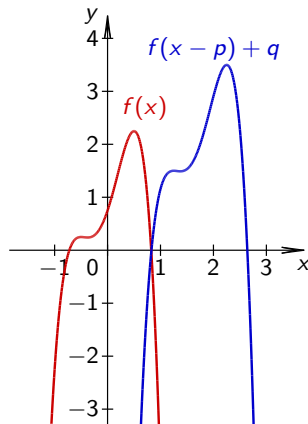
Premik za vektor

Premik za vektor (p, q) vsako točko $T(x, y)$ grafa funkcije preslika v točko $T'(x + p, y + q)$.

$$P_v : (x, y) \mapsto (x + p, y + q)$$

Do premaknjene funkcije f za vektor (p, q) pridemo tako, da funkciji f prištejemo q , neodvisni spremenljivki x funkcije f pa odštejemo p .

$$P_v : f(x) \mapsto f(x - p) + q$$



Raztegi

Razteg vzdolž ordinatne osi

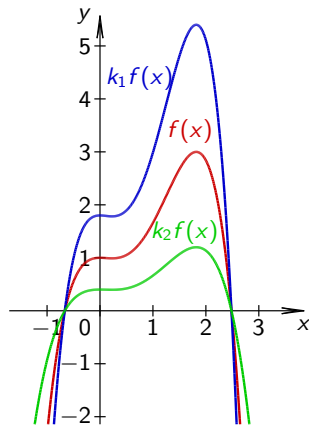
Razteg za faktor $k \in \mathbb{R}^*$ vzdolž ordinatne osi vsako točko $T(x, y)$ grafa funkcije preslika v točko $T'(x, ky)$.

$$R_y : (x, y) \mapsto (x, ky)$$

Do raztegnjene funkcije f za faktor $k \in \mathbb{R}^*$ vzdolž ordinatne osi pridemo tako, da funkcijo pomnožimo s k .

$$R_y : f(x) \mapsto kf(x)$$

Pri $|k| > 1$ se graf funkcije raztegne pri $|k| < 1$ pa skrči vzdolž ordinatne osi. Za $k = 1$ se graf funkcije ohrani – identična preslikava.



Raztegi

Razteg vzdolž abscisne osi

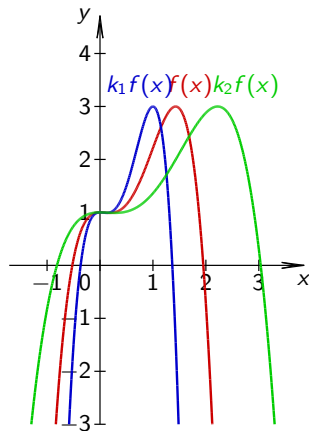
Razteg za faktor $k \in \mathbb{R}^*$ vzdolž abscisne osi vsako točko $T(x, y)$ grafa funkcije preslika v točko $T'(\frac{x}{k}, y)$.

$$R_x : (x, y) \mapsto (\frac{x}{k}, y)$$

Do raztegnjene funkcije f za faktor $k \in \mathbb{R}^*$ vzdolž abscisne osi pridemo tako, da neodvisno spremenljivko x funkcije f pomnožimo s k .

$$R_x : f(x) \mapsto f(kx)$$

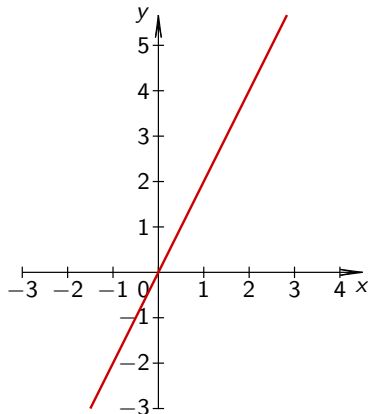
Pri $|k| > 1$ se graf funkcije skrči pri $|k| < 1$ pa raztegne vzdolž abscisne osi. Za $k = 1$ se graf funkcije ohrani – identična preslikava.



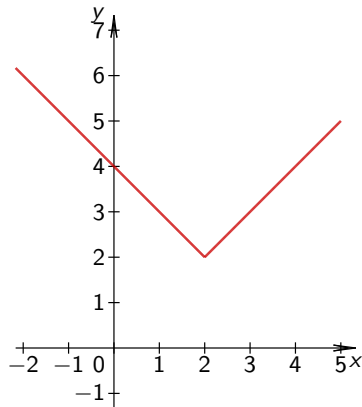
Naloga

V koordinatnem sistemu je narisana graf funkcije $f(x)$. Narišite graf funkcije $g(x) = f(x) + k$ in zapišite predpis nove funkcije, ki ji pripada premaknjeni graf.

• $f(x) = 2x$, $k = 2$

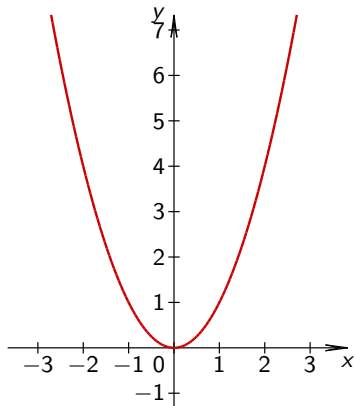


• $f(x) = |x - 2| + 2$, $k = -3$

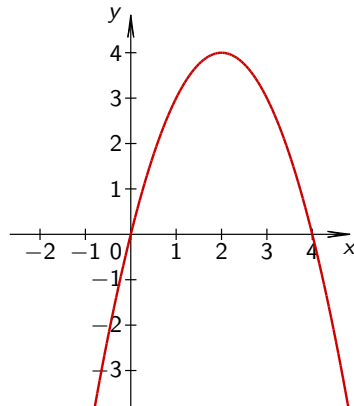


Naloga

- $f(x) = x^2, k = 2$



- $f(x) = -x^2 + 4x, k = -2$



Naloga

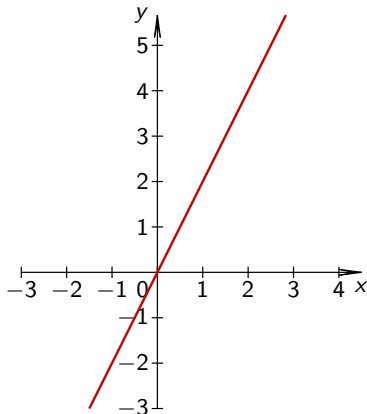
Graf funkcije f tego premaknemo za k navzgor ali navzdol in dobimo graf funkcije g . Zapišite predpis funkcije g .

- $f(x) = 4x - 1$, togi premik za 3 navzgor
- $f(x) = -2x + 3$, togi premik za 1 navzdol
- $f(x) = \frac{5-x}{2}$, togi premik za 4 navzgor
- $f(x) = \sqrt{x-1}$, togi premik za 7 navzdol

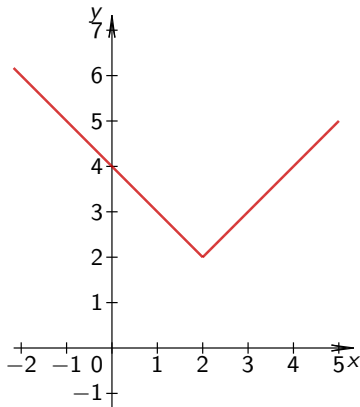
Naloga

V koordinatnem sistemu je narisana graf funkcije $f(x)$. Narišite graf funkcije $g(x) = f(x - k)$ in zapišite predpis nove funkcije, ki ji pripada premaknjeni graf.

• $f(x) = 2x$, $k = -2$

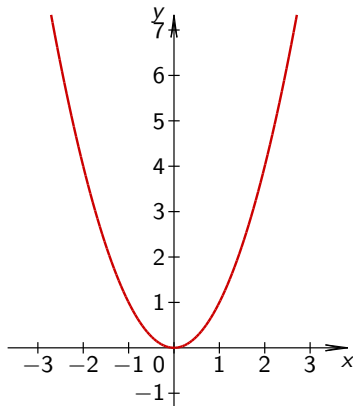


• $f(x) = |x - 2| + 2$, $k = 2$

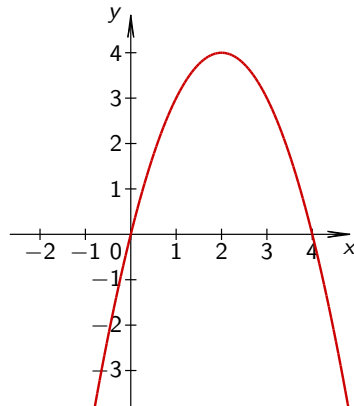


Naloga

- $f(x) = x^2, k = 2$



- $f(x) = -x^2 + 4x, k = 3$



Naloga

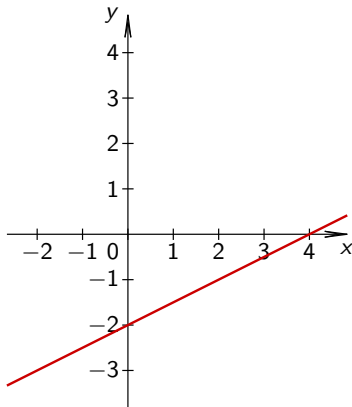
Graf funkcije f tego premaknemo za k v levo ali desno in dobimo graf funkcije g . Zapišite predpis funkcije g .

- $f(x) = 4x - 1$, togi premik za 3 v levo
- $f(x) = -2x + 3$, togi premik za 1 v desno
- $f(x) = \frac{5-x}{2}$, togi premik za 4 v desno
- $f(x) = \sqrt{x-1}$, togi premik za 7 v levo

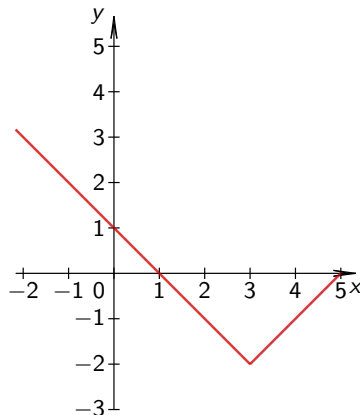
Naloga

V koordinatnem sistemu je narisana graf funkcije $f(x)$. Narišite graf funkcije $g(x) = -f(x)$ in zapišite predpis funkcije $g(x)$.

• $f(x) = \frac{1}{2}x - 2$

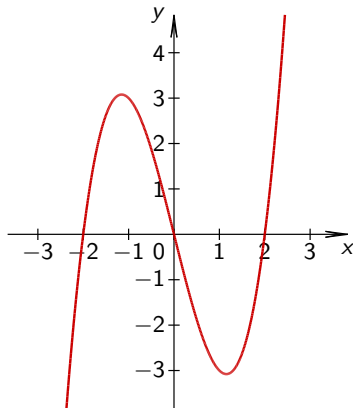


• $f(x) = |x - 3| - 2$

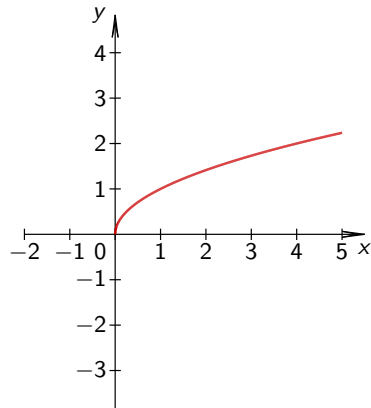


Naloga

- $f(x) = x^3 - 4x$



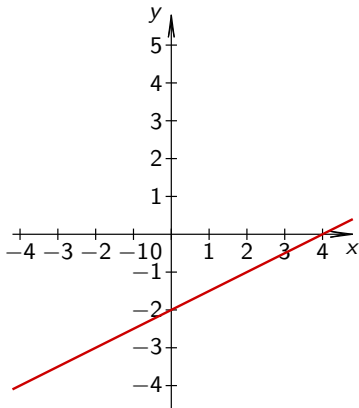
- $f(x) = \sqrt{x}$



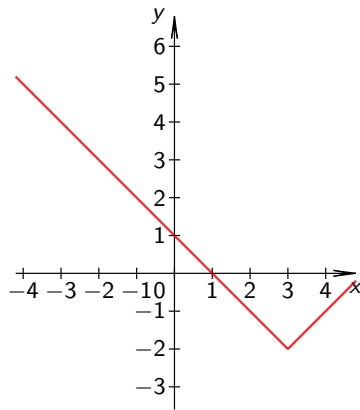
Naloga

V koordinatnem sistemu je narisana graf funkcije $f(x)$. Narišite graf funkcije $g(x) = f(-x)$ in zapišite predpis funkcije $g(x)$.

• $f(x) = \frac{1}{2}x - 2$

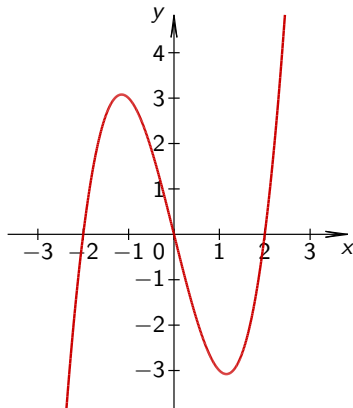


• $f(x) = |x - 3| - 2$

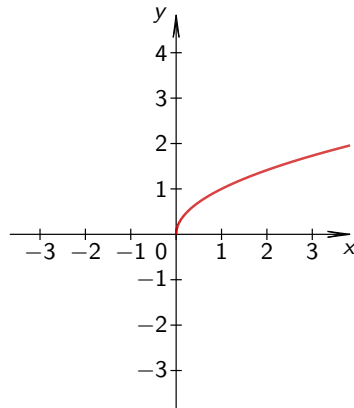


Naloga

- $f(x) = x^3 - 4x$



- $f(x) = \sqrt{x}$



Naloga

Če graf funkcije f prezrcalimo čez abscisno os, dobimo graf funkcije g . Če pa graf funkcije f prezrcalimo čez ordinatno os, dobimo graf funkcije h . Zapišite predpisa funkcije g in funkcije h .

- $f(x) = 4x - 1$
- $f(x) = -2x + 2$
- $f(x) = \frac{5-x}{2}$
- $f(x) = \sqrt{x-1}$
- $f(x) = x^2 - 3x$

Naloga

Dan je predpis funkcije $f(x)$. Če graf funkcije premaknemo in zrcalimo po navodilu, dobimo graf funkcije g . Zapišite predpis funkcije $g(x)$.

- $f(x) = 2x - 1$, togi premik za 5 v desno in za 2 navzdol
- $f(x) = -3x + 5$, togi premik za 4 v levo in za 3 navzgor
- $f(x) = |x| + 1$, togi premik za 3 v desno in za 1 navzdol
- $f(x) = -2x + 1$, zrcaljenje čez abscisno os
- $f(x) = 4x - 1$, zrcaljenje čez ordinatno os
- $f(x) = -7x - 6$, togi premik za 2 v desno in za 3 navzdol, zrcaljenje čez abscisno os

Naloga

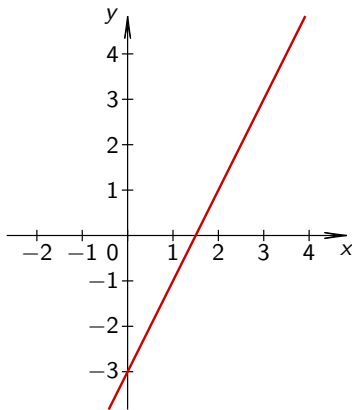
Dan je predpis funkcije $f(x)$. Če graf funkcije premaknemo in zrcalimo po navodilu, dobimo graf funkcije g . Zapišite predpis funkcije $g(x)$.

- $f(x) = x^2 - 1$, togi premik za 2 v desno in za 1 navzdol
- $f(x) = -x^3 + 2x - 1$, togi premik za 1 v levo in za 2 navzgor
- $f(x) = 3x^2 - 7$, zrcaljenje čez abscisno os
- $f(x) = -2x^2 + 3$, zrcaljenje čez ordinatno os
- $f(x) = x^{-2}$, togi premik za 2 v desno in za 1 navzdol
- $f(x) = (x - 1)^{-2} + 1$, togi premik za 1 v levo in za 1 navzdol

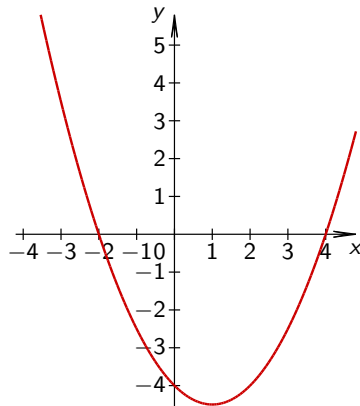
Naloga

V koordinatnem sistemu je narisana graf funkcije $f(x)$. Narišite grafa funkcij $g(x) = |f(x)|$ in $h(x) = f(|x|)$.

• $f(x) = 2x - 3$

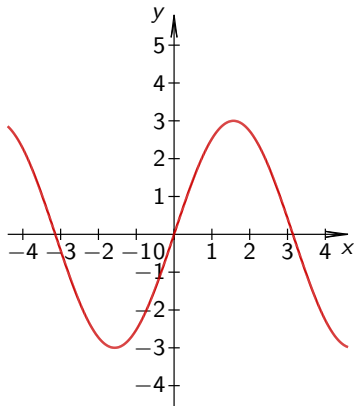


• $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x - 4$

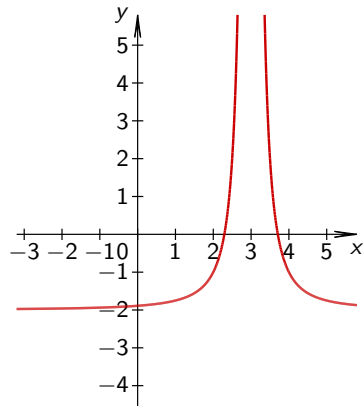


Naloga

- $f(x) = \sin x$



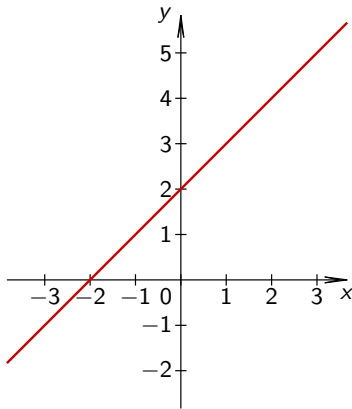
- $f(x) = (x - 3)^{-2} - 2$



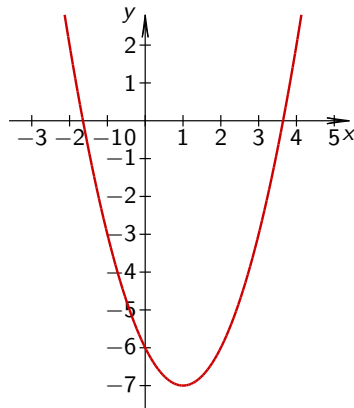
Naloga

V koordinatnem sistemu je narisana graf funkcije $f(x)$. Narišite grafa funkcij $g(x) = kf(x)$ in $h(x) = f(kx)$ ter zapišite njuna predpisa.

- $f(x) = x + 2, k = 2$



- $f(x) = x^2 - 2x - 6, k = \frac{1}{2}$



Naloga

Graf funkcije f raztegnemo ali skrčimo za faktor k v smeri abscisne ali ordinatne osi. Dobimo graf funkcije g . Zapišite predpis funkcije g .

- $f(x) = 4x - 1$, razteg v smeri ordinatne osi za faktor 2
- $f(x) = -2x + 3$, skrčitev v smeri abscisne osi za faktor 2 in zrcaljenje čez abscisno os
- $f(X) = \frac{5-x}{2}$, razteg v smeri ordinatne osi za faktor 4
- $f(x) = \sqrt{x-1}$, skrčitev v smeri abscisne osi za faktor 2

Naloga

Če graf funkcije f transformiramo po navodilu, dobimo graf funkcije g . Zapišite predpis funkcije g .

- $f(x) = 5x - 1$, togi premik za 4 v desno, zrcaljenje čez abscisno os
- $f(x) = 6 - 3x$, razteg za faktor 2 v smeri ordinatne osi in togi premik za 4 navzgor
- $f(x) = 7x + 2$, zrcaljenje čez abscisno in čez ordinatno os
- $f(X) = -4x + 1$, skrčitev za faktor 2 v smeri abscisne osi in togi premik za 3 v levo
- $f(x) = 2x + 3$, razteg v smeri abscisne osi za faktor 2 in zrcaljenje čez abscisno os

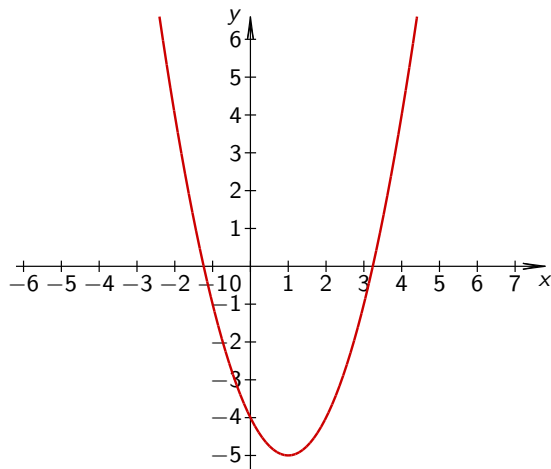
Naloga

Če graf funkcije f transformiramo po navodilu, dobimo graf funkcije g . Zapišite predpis funkcije g .

- $f(x) = x^2$, togi premik za 3 v levo in 2 navzgor
- $f(x) = x^3$, togi premik za 2 v desno, zrcaljenje čez ordinatno os
- $f(x) = \frac{x}{x+1}$, togi premik za 2 v levo in za 5 navzgor
- $f(x) = \frac{x}{x+1}$, zrcaljenje čez abscisno in čez ordinatno os

Naloga

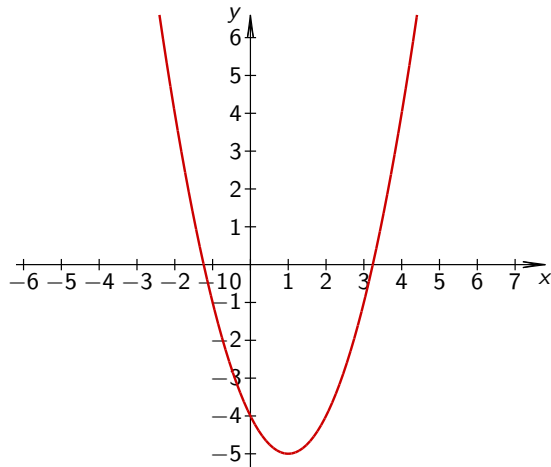
Narisan je graf funkcije $f(x) = x^2 - 2x - 4$.



- Narišite graf funkcije $g(x) = f(x - 3) + 2$ in zapišite predpis funkcije.
- Narišite graf funkcije $h(x) = |f(x + 4)|$ in zapišite predpis funkcije.
- Narišite graf funkcije $i(x) = f(|x|) + 2$ in zapišite predpis funkcije.
- Narišite graf funkcije $j(x) = f(-x) + 2$ in zapišite predpis funkcije.

Naloga

Narisan je graf funkcije $f(x) = x^2 - 2x - 4$.

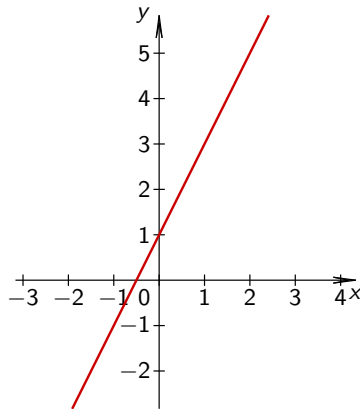


- Narišite graf funkcije $k(x) = -\frac{1}{2}f(x)$ in zapišite predpis funkcije.
- Narišite graf funkcije $l(x) = f(\frac{1}{2}x)$ in zapišite predpis funkcije.
- Narišite graf funkcije $m(x) = |f(2x)|$ in zapišite predpis funkcije.
- Narišite graf funkcije $n(x) = -f(-x)$ in zapišite predpis funkcije.

Naloga

Narisan je graf funkcije $f(x)$.

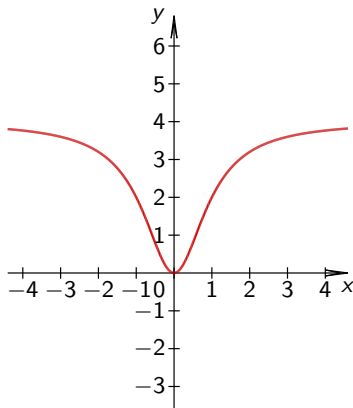
- Narišite graf funkcije $g(x) = f(-x) + 4$ in zapišite predpis funkcije.



Naloga

Narisan je graf funkcije $f(x)$.

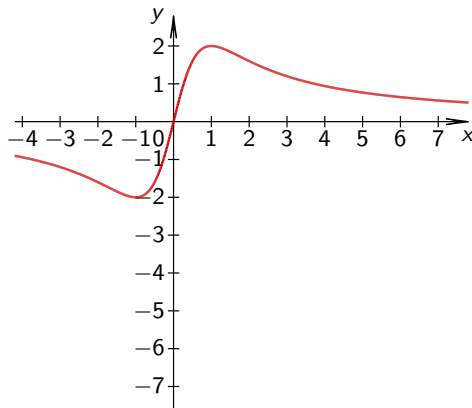
- Narišite graf funkcije $h(x) = -f(x) + 4$ in zapišite predpis funkcije.



Naloga

Narisan je graf funkcije $f(x)$.

- Narišite graf funkcije $e(x) = f(x - 3) - 4$ in zapišite predpis funkcije.



Inverzna funkcija

Inverzna funkcija

Inverzna funkcija

Inverzna funkcija

Inverzna funkcija

Naj bo $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$ bijektivna funkcija, ki vsakemu originalu $x \in \mathcal{X}$ priredi sliko $y = f(x) \in \mathcal{Y}$.

Inverzna funkcija

Inverzna funkcija

Naj bo $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$ bijektivna funkcija, ki vsakemu originalu $x \in \mathcal{X}$ priredi sliko $y = f(x) \in \mathcal{Y}$.

Inverzna funkcija f^{-1} je funkcija, ki slika iz množice \mathcal{Y} v množico \mathcal{X} in sliki y priredi original x : $f^{-1}(y) = x$.

Inverzna funkcija

Inverzna funkcija

Naj bo $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$ bijektivna funkcija, ki vsakemu originalu $x \in \mathcal{X}$ priredi sliko $y = f(x) \in \mathcal{Y}$.

Inverzna funkcija f^{-1} je funkcija, ki slika iz množice \mathcal{Y} v množico \mathcal{X} in sliki y priredi original x : $f^{-1}(y) = x$.

$$f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y} \qquad f^{-1} : \mathcal{Y} \rightarrow \mathcal{X}$$

$$f : x \mapsto y \qquad f^{-1} : y \mapsto x$$

Inverzna funkcija

Inverzna funkcija

Naj bo $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$ bijektivna funkcija, ki vsakemu originalu $x \in \mathcal{X}$ priredi sliko $y = f(x) \in \mathcal{Y}$.

Inverzna funkcija f^{-1} je funkcija, ki slika iz množice \mathcal{Y} v množico \mathcal{X} in sliki y priredi original x : $f^{-1}(y) = x$.

$$f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y} \qquad f^{-1} : \mathcal{Y} \rightarrow \mathcal{X}$$

$$f : x \mapsto y \qquad f^{-1} : y \mapsto x$$

Definicijsko območje funkcije f^{-1} je množica \mathcal{Y} , njena zaloga vrednosti pa množica \mathcal{X} .

Inverzna funkcija

Inverzna funkcija

Naj bo $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$ bijektivna funkcija, ki vsakemu originalu $x \in \mathcal{X}$ priredi sliko $y = f(x) \in \mathcal{Y}$.

Inverzna funkcija f^{-1} je funkcija, ki slika iz množice \mathcal{Y} v množico \mathcal{X} in sliki y priredi original x : $f^{-1}(y) = x$.

$$\begin{aligned} f : \mathcal{X} &\rightarrow \mathcal{Y} & f^{-1} : \mathcal{Y} &\rightarrow \mathcal{X} \\ f : x &\mapsto y & f^{-1} : y &\mapsto x \end{aligned}$$

Definicijsko območje funkcije f^{-1} je množica \mathcal{Y} , njena zaloga vrednosti pa množica \mathcal{X} .

Graf inverzne funkcije f^{-1} je simetričen grafu funkcije f glede na simetralo lihih kvadrantov $y = x$. Če je točka $T(x_0, y_0) \in \Gamma_f$, potem je točka $T'(y_0, x_0) \in \Gamma_{f^{-1}}$.

Inverzna funkcija

Inverzna funkcija $f^{-1} : \mathcal{Y} \rightarrow \mathcal{X}$ funkcije $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$ obstaja natanko tedaj, ko je funkcija f bijektivna.

Inverzna funkcija

Inverzna funkcija $f^{-1} : \mathcal{Y} \rightarrow \mathcal{X}$ funkcije $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$ obstaja natanko tedaj, ko je funkcija f bijektivna.

Če je funkcija $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$ injektivna, ni pa surjektivna, obstaja inverzna funkcija $f^{-1} : Z_f \rightarrow \mathcal{X}$ in je $Z_f \subset \mathcal{Y}$.

Naloga

Linearni funkciji zapišite predpis inverzne funkcije.

- $f(x) = -4x + 2$

- $g(x) = 2x - 1$

- $h(x) = 3x - \frac{7}{4}$

- $i(x) = \frac{3}{4}x - \frac{1}{2}$

- $j(x) = \frac{x + 5}{3}$

Naloga

Bijektivni funkciji zapišite funkcijski predpis inverzne funkcije.

- $f(x) = x^3$

- $g(x) = x^5 - 2$

- $h(x) = (x - 1)^3$

- $i(x) = 5x + 27$

- $j(x) = (x + 5)^3$

- $k(x) = x^3 + 5$

- $l(x) = \frac{x + 1}{x - 7}$

- $m(x) = \frac{3x - 2}{x + 1}$

- $n(x) = \frac{5x - 3}{4x - 1}$

Naloga

Grafu bijektivne funkcije na sliki narišite graf inverzne funkcije.

