

# MATEMATIKA

2. letnik – splošna gimnazija

Jan Kastelic

Gimnazija Antona Aškerca,  
Šolski center Ljubljana

1. februar 2026

# Vsebina

- 1 Funkcije
- 2 Potenčna funkcija

# Section 1

## Funkcije

## 1 Funkcije

- Funkcija in njene lastnosti
- Transformacije funkcij
- Inverzna funkcija

## 2 Potenčna funkcija

# Preslikava

# Preslikava

## Preslikava



# Preslikava

## Preslikava

Naj bosta  $\mathcal{X}$  in  $\mathcal{Y}$  neprazni množici.

# Preslikava

## Preslikava

Naj bosta  $\mathcal{X}$  in  $\mathcal{Y}$  neprazni množici.

**Preslikava**  $f$  sestoji iz:

 $f :$



# Preslikava

## Preslikava

Naj bosta  $\mathcal{X}$  in  $\mathcal{Y}$  neprazni množici.

**Preslikava**  $f$  sestoji iz:

- množice  $\mathcal{X}$ , ki ji pravimo **domena**,

$$f : \mathcal{X}$$

# Preslikava

## Preslikava

Naj bosta  $\mathcal{X}$  in  $\mathcal{Y}$  neprazni množici.

**Preslikava**  $f$  sestoji iz:

- množice  $\mathcal{X}$ , ki ji pravimo **domena**,
- množice  $\mathcal{Y}$ , ki ji pravimo **kodomena** in

$$f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$$

# Preslikava

## Preslikava

Naj bosta  $\mathcal{X}$  in  $\mathcal{Y}$  neprazni množici.

**Preslikava**  $f$  sestoji iz:

- množice  $\mathcal{X}$ , ki ji pravimo **domena**,
- množice  $\mathcal{Y}$ , ki ji pravimo **kodomena** in
- **prirejanja**, ki vsakemu elementu  $x$  domene priredi natanko en element  $y$  kodomene.

$$f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$$

$$f : x \mapsto y$$

# Preslikava

## Preslikava

Naj bosta  $\mathcal{X}$  in  $\mathcal{Y}$  neprazni množici.

**Preslikava**  $f$  sestoji iz:

- množice  $\mathcal{X}$ , ki ji pravimo **domena**,
- množice  $\mathcal{Y}$ , ki ji pravimo **kodomena** in
- **prirejanja**, ki vsakemu elementu  $x$  domene priredi natanko en element  $y$  kodomene.

$$f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$$

$$f : x \mapsto y$$

Elemente  $x$  kodomene  $\mathcal{X}$  imenujemo **originali** preslikave.

# Preslikava

## Preslikava

Naj bosta  $\mathcal{X}$  in  $\mathcal{Y}$  neprazni množici.

**Preslikava**  $f$  sestoji iz:

- množice  $\mathcal{X}$ , ki ji pravimo **domena**,
- množice  $\mathcal{Y}$ , ki ji pravimo **kodomena** in
- **prirejanja**, ki vsakemu elementu  $x$  domene priredi natanko en element  $y$  kodomene.

$$f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$$

$$f : x \mapsto y$$

Elemente  $x$  kodomene  $\mathcal{X}$  imenujemo **originali** preslikave.

Če elementu  $x$  priredimo element  $y$  iz kodomene, potem  $y$  imenujemo **slika** elemeta  $x$ .

# Preslikava

## Preslikava

Naj bosta  $\mathcal{X}$  in  $\mathcal{Y}$  neprazni množici.

**Preslikava**  $f$  sestoji iz:

- množice  $\mathcal{X}$ , ki ji pravimo **domena**,
- množice  $\mathcal{Y}$ , ki ji pravimo **kodomena** in
- **prirejanja**, ki vsakemu elementu  $x$  domene priredi natanko en element  $y$  kodomene.

$$f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$$

$$f : x \mapsto y$$

Elemente  $x$  kodomene  $\mathcal{X}$  imenujemo **originali** preslikave.

Če elementu  $x$  priredimo element  $y$  iz kodomene, potem  $y$  imenujemo **slika** elemeta  $x$ .

Preslikavo lahko podamo s predpisom, puščičnim diagramom, besednim opisom ...

# Funkcija

# Funkcija

## Funkcija



# Funkcija

## Funkcija

Naj bosta  $\mathcal{X}$  in  $\mathcal{Y}$  neprazni številski množici.

# Funkcija

## Funkcija

Naj bosta  $\mathcal{X}$  in  $\mathcal{Y}$  neprazni številski množici.

**Funkcija**  $f$  je preslikava med številskima množicama  $\mathcal{X}$  in  $\mathcal{Y}$ :

# Funkcija

## Funkcija

Naj bosta  $\mathcal{X}$  in  $\mathcal{Y}$  neprazni številske množici.

**Funkcija**  $f$  je preslikava med številkama množicama  $\mathcal{X}$  in  $\mathcal{Y}$ :

$$f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}.$$

# Funkcija

## Funkcija

Naj bosta  $\mathcal{X}$  in  $\mathcal{Y}$  neprazni številski množici.

**Funkcija**  $f$  je preslikava med številskima množicama  $\mathcal{X}$  in  $\mathcal{Y}$ :

$$f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}.$$

Število  $y$  je **funkcijska vrednost** števila  $x$ , če se število  $x$  preslika v število  $y$ .

$$f(x) = y$$

# Funkcija

## Funkcija

Naj bosta  $\mathcal{X}$  in  $\mathcal{Y}$  neprazni številski množici.

**Funkcija**  $f$  je preslikava med številskima množicama  $\mathcal{X}$  in  $\mathcal{Y}$ :

$$f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}.$$

Število  $y$  je **funkcijska vrednost** števila  $x$ , če se število  $x$  preslika v število  $y$ .

$$f(x) = y$$

$x$  je neodvisna spremenljivka,  $f(x)$  je od  $x$  odvisna spremenljivka.



V nekaterih primerih za opis funkcije uporabimo poseben izraz:

V nekaterih primerih za opis funkcije uporabimo poseben izraz:

- $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}; \mathcal{X} \subseteq \mathbb{R}$  – realna funkcija realne spremenljivke;



V nekaterih primerih za opis funkcije uporabimo poseben izraz:

- $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}; \mathcal{X} \subseteq \mathbb{R}$  – realna funkcija realne spremenljivke;
- $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}; \mathcal{X} \subseteq \mathbb{N}$  – realna funkcija naravne spremenljivke;

V nekaterih primerih za opis funkcije uporabimo poseben izraz:

- $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}; \mathcal{X} \subseteq \mathbb{R}$  – realna funkcija realne spremenljivke;
- $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}; \mathcal{X} \subseteq \mathbb{N}$  – realna funkcija naravne spremenljivke;
- $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{N}; \mathcal{X} \subseteq \mathbb{R}$  – naravna funkcija realne spremenljivke;

V nekaterih primerih za opis funkcije uporabimo poseben izraz:

- $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}; \mathcal{X} \subseteq \mathbb{R}$  – realna funkcija realne spremenljivke;
- $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}; \mathcal{X} \subseteq \mathbb{N}$  – realna funkcija naravne spremenljivke;
- $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{N}; \mathcal{X} \subseteq \mathbb{R}$  – naravna funkcija realne spremenljivke;
- $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{N}; \mathcal{X} \subseteq \mathbb{N}$  – naravna funkcija naravne spremenljivke.

# Definicijsko območje in zaloga vrednosti funkcije

# Definicijsko območje in zaloga vrednosti funkcije

## Definicijsko območje

---

# Definicijsko območje in zaloga vrednosti funkcije

## Definicijsko območje

**Definicijsko območje**  $D_f$  preslikave ali funkcije  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  je množica vseh originalov, ki jih v danem primeru opazujemo.

# Definicijsko območje in zaloga vrednosti funkcije

## Definicijsko območje

**Definicijsko območje**  $D_f$  preslikave ali funkcije  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  je množica vseh originalov, ki jih v danem primeru opazujemo.

Za definicijsko območje navadno vzamemo največjo možno množico, za katero je predpis funkcije veljaven/definiran.

# Definicijsko območje in zaloga vrednosti funkcije

## Definicijsko območje

**Definicijsko območje**  $D_f$  preslikave ali funkcije  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  je množica vseh originalov, ki jih v danem primeru opazujemo.

Za definicijsko območje navadno vzamemo največjo možno množico, za katero je predpis funkcije veljaven/definiran.

## Zaloga vrednosti



# Definicijsko območje in zaloga vrednosti funkcije

## Definicijsko območje

**Definicijsko območje**  $D_f$  preslikave ali funkcije  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  je množica vseh originalov, ki jih v danem primeru opazujemo.

Za definicijsko območje navadno vzamemo največjo možno množico, za katero je predpis funkcije veljaven/definiran.

## Zaloga vrednosti

**Zaloga vrednosti**  $Z_f$  preslikave ali funkcije  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  je množica vseh slik oziroma funkcijskih vrednosti.

# Definicijsko območje in zaloga vrednosti funkcije

## Definicijsko območje

**Definicijsko območje**  $D_f$  preslikave ali funkcije  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  je množica vseh originalov, ki jih v danem primeru opazujemo.

Za definicijsko območje navadno vzamemo največjo možno množico, za katero je predpis funkcije veljaven/definiran.

## Zaloga vrednosti

**Zaloga vrednosti**  $Z_f$  preslikave ali funkcije  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  je množica vseh slik oziroma funkcijskih vrednosti.

Zaloga vrednosti  $Z_f$  je podmnožica kodomene  $\mathcal{Y}$ :  $Z_f \subseteq \mathcal{Y}$ .

# Ničla in začetna vrednost funkcije

# Ničla in začetna vrednost funkcije

## Ničla funkcije

---

# Ničla in začetna vrednost funkcije

## Ničla funkcije

**Ničla** funkcije  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  je tista vrednost  $x_0 \in \mathcal{X}$  neodvisne spremenljivke, pri kateri je vrednost funkcije  $f$  enaka 0:  $f(x_0) = 0$ .

# Ničla in začetna vrednost funkcije

## Ničla funkcije

**Ničla** funkcije  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  je tista vrednost  $x_0 \in \mathcal{X}$  neodvisne spremenljivke, pri kateri je vrednost funkcije  $f$  enaka 0:  $f(x_0) = 0$ .

Ničle funkcije  $f$  poiščemo tako, da rešimo enačbo  $f(x) = 0$ .

# Ničla in začetna vrednost funkcije

## Ničla funkcije

**Ničla** funkcije  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  je tista vrednost  $x_0 \in \mathcal{X}$  neodvisne spremenljivke, pri kateri je vrednost funkcije  $f$  enaka 0:  $f(x_0) = 0$ .

Ničle funkcije  $f$  poiščemo tako, da rešimo enačbo  $f(x) = 0$ .

Ničle so le tiste izmed vrednosti, ki ležijo v definicijskem območju  $D_f$  funkcije  $f$ .

# Ničla in začetna vrednost funkcije

## Ničla funkcije

**Ničla** funkcije  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  je tista vrednost  $x_0 \in \mathcal{X}$  neodvisne spremenljivke, pri kateri je vrednost funkcije  $f$  enaka 0:  $f(x_0) = 0$ .

Ničle funkcije  $f$  poiščemo tako, da rešimo enačbo  $f(x) = 0$ .

Ničle so le tiste izmed vrednosti, ki ležijo v definicijskem območju  $D_f$  funkcije  $f$ .

## Začetna vrednost



# Ničla in začetna vrednost funkcije

## Ničla funkcije

**Ničla** funkcije  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  je tista vrednost  $x_0 \in \mathcal{X}$  neodvisne spremenljivke, pri kateri je vrednost funkcije  $f$  enaka 0:  $f(x_0) = 0$ .

Ničle funkcije  $f$  poiščemo tako, da rešimo enačbo  $f(x) = 0$ .

Ničle so le tiste izmed vrednosti, ki ležijo v definicijskem območju  $D_f$  funkcije  $f$ .

## Začetna vrednost

**Začetna vrednost** funkcije  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  je funkcijska vrednost pri  $x = 0$ , to je  $f(0)$ .

# Ničla in začetna vrednost funkcije

## Ničla funkcije

**Ničla** funkcije  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  je tista vrednost  $x_0 \in \mathcal{X}$  neodvisne spremenljivke, pri kateri je vrednost funkcije  $f$  enaka 0:  $f(x_0) = 0$ .

Ničle funkcije  $f$  poiščemo tako, da rešimo enačbo  $f(x) = 0$ .

Ničle so le tiste izmed vrednosti, ki ležijo v definicijskem območju  $D_f$  funkcije  $f$ .

## Začetna vrednost

**Začetna vrednost** funkcije  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  je funkcijska vrednost pri  $x = 0$ , to je  $f(0)$ .

Začetna vrednost obstaja le, če je 0 v definicijskem območju funkcije  $f$ :  $0 \in D_f$ .

# Graf funkcije

# Graf funkcije

## Graf funkcije

---

# Graf funkcije

## Graf funkcije

**Graf**  $\Gamma_f$  funkcije  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  je množica urejenih parov  $(x, y) \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y}$ , kjer element  $x$  preteče celotno definicijsko območje  $D_f$  funkcije, element  $y$  pa je slika pripadajočega  $x$ , torej  $y = f(x)$ .

# Graf funkcije

## Graf funkcije

**Graf**  $\Gamma_f$  funkcije  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  je množica urejenih parov  $(x, y) \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y}$ , kjer element  $x$  preteče celotno definicijsko območje  $D_f$  funkcije, element  $y$  pa je slika pripadajočega  $x$ , torej  $y = f(x)$ .

$$\Gamma_f = \{(x, y) \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y}; x \in D_f \wedge y = f(x)\}$$

# Graf funkcije

## Graf funkcije

**Graf**  $\Gamma_f$  funkcije  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  je množica urejenih parov  $(x, y) \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y}$ , kjer element  $x$  preteče celotno definicijsko območje  $D_f$  funkcije, element  $y$  pa je slika pripadajočega  $x$ , torej  $y = f(x)$ .

$$\Gamma_f = \{(x, y) \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y}; x \in D_f \wedge y = f(x)\}$$

Urejene pare iz množice  $\Gamma_f$  lahko upodobimo v koordinatnem sistemu.

# Graf funkcije

## Graf funkcije

**Graf**  $\Gamma_f$  funkcije  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  je množica urejenih parov  $(x, y) \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y}$ , kjer element  $x$  preteče celotno definicijsko območje  $D_f$  funkcije, element  $y$  pa je slika pripadajočega  $x$ , torej  $y = f(x)$ .

$$\Gamma_f = \{(x, y) \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y}; x \in D_f \wedge y = f(x)\}$$

Urejene pare iz množice  $\Gamma_f$  lahko upodobimo v koordinatnem sistemu.

Vsakemu elementu  $(x, f(x))$  iz zgornje množice pripada natanko ena točka v koordinatnem sistemu, katere abscisa je enaka  $x$ , ordinata pa je njegova slika  $f(x)$ .



# Graf funkcije

## Graf funkcije

**Graf**  $\Gamma_f$  funkcije  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  je množica urejenih parov  $(x, y) \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y}$ , kjer element  $x$  preteče celotno definicijsko območje  $D_f$  funkcije, element  $y$  pa je slika pripadajočega  $x$ , torej  $y = f(x)$ .

$$\Gamma_f = \{(x, y) \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y}; x \in D_f \wedge y = f(x)\}$$

Urejene pare iz množice  $\Gamma_f$  lahko upodobimo v koordinatnem sistemu.

Vsakemu elementu  $(x, f(x))$  iz zgornje množice pripada natanko ena točka v koordinatnem sistemu, katere abscisa je enaka  $x$ , ordinata pa je njegova slika  $f(x)$ .

V ničli, če obstaja, graf funkcije seka ali se dotika abscisne osi, v začetni vrednosti, če obstaja, pa seka ordinatno os.

# Naraščanje in padanje funkcije

# Naraščanje in padanje funkcije

## Naraščajoča funkcija

# Naraščanje in padanje funkcije

## Naraščajoča funkcija

Funkcija  $f$  je na intervalu  $(a, b)$  **naraščajoča**, če za poljubna  $x_1, x_2 \in (a, b)$ , kjer je  $x_1 < x_2$ , velja  $f(x_1) \leq f(x_2)$ .

# Naraščanje in padanje funkcije

## Naraščajoča funkcija

Funkcija  $f$  je na intervalu  $(a, b)$  **naraščajoča**, če za poljubna  $x_1, x_2 \in (a, b)$ , kjer je  $x_1 < x_2$ , velja  $f(x_1) \leq f(x_2)$ .

Funkcija  $f$  je na intervalu  $(a, b)$  **strogo naraščajoča**, če za poljubna  $x_1, x_2 \in (a, b)$ , kjer je  $x_1 < x_2$ , velja  $f(x_1) < f(x_2)$ .

# Naraščanje in padanje funkcije

## Naraščajoča funkcija

Funkcija  $f$  je na intervalu  $(a, b)$  **naraščajoča**, če za poljubna  $x_1, x_2 \in (a, b)$ , kjer je  $x_1 < x_2$ , velja  $f(x_1) \leq f(x_2)$ .

Funkcija  $f$  je na intervalu  $(a, b)$  **strogo naraščajoča**, če za poljubna  $x_1, x_2 \in (a, b)$ , kjer je  $x_1 < x_2$ , velja  $f(x_1) < f(x_2)$ .

## Padajoča funkcija

# Naraščanje in padanje funkcije

## Naraščajoča funkcija

Funkcija  $f$  je na intervalu  $(a, b)$  **naraščajoča**, če za poljubna  $x_1, x_2 \in (a, b)$ , kjer je  $x_1 < x_2$ , velja  $f(x_1) \leq f(x_2)$ .

Funkcija  $f$  je na intervalu  $(a, b)$  **strogo naraščajoča**, če za poljubna  $x_1, x_2 \in (a, b)$ , kjer je  $x_1 < x_2$ , velja  $f(x_1) < f(x_2)$ .

## Padajoča funkcija

Funkcija  $f$  je na intervalu  $(a, b)$  **padajoča**, če za poljubna  $x_1, x_2 \in (a, b)$ , kjer je  $x_1 < x_2$ , velja  $f(x_1) \geq f(x_2)$ .

# Naraščanje in padanje funkcije

## Naraščajoča funkcija

Funkcija  $f$  je na intervalu  $(a, b)$  **naraščajoča**, če za poljubna  $x_1, x_2 \in (a, b)$ , kjer je  $x_1 < x_2$ , velja  $f(x_1) \leq f(x_2)$ .

Funkcija  $f$  je na intervalu  $(a, b)$  **strogo naraščajoča**, če za poljubna  $x_1, x_2 \in (a, b)$ , kjer je  $x_1 < x_2$ , velja  $f(x_1) < f(x_2)$ .

## Padajoča funkcija

Funkcija  $f$  je na intervalu  $(a, b)$  **padajoča**, če za poljubna  $x_1, x_2 \in (a, b)$ , kjer je  $x_1 < x_2$ , velja  $f(x_1) \geq f(x_2)$ .

Funkcija  $f$  je na intervalu  $(a, b)$  **strogo padajoča**, če za poljubna  $x_1, x_2 \in (a, b)$ , kjer je  $x_1 < x_2$ , velja  $f(x_1) > f(x_2)$ .



# Injektivnost in surjektivnost

# Injektivnost in surjektivnost

## Surjektivnost

---

# Injektivnost in surjektivnost

## Surjektivnost

Funkcija  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  je **surjektivna**, če je zloga vrednosti  $Z_f$  funkcije enaka njeni kodomeni  $\mathcal{Y}$  – vsak element kodomene  $\mathcal{Y}$  je slika vsaj enega elementa iz domene  $\mathcal{X}$ .

# Injektivnost in surjektivnost

## Surjektivnost

Funkcija  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  je **surjektivna**, če je zalog vrednosti  $Z_f$  funkcije enaka njeni kodomeni  $\mathcal{Y}$  – vsak element kodomene  $\mathcal{Y}$  je slika vsaj enega elementa iz domene  $\mathcal{X}$ .

$$\forall y \in \mathcal{Y}. \exists x \in \mathcal{X} \ni f(x) = y$$

# Injektivnost in surjektivnost

## Surjektivnost

Funkcija  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  je **surjektivna**, če je zloga vrednosti  $Z_f$  funkcije enaka njeni kodomeni  $\mathcal{Y}$  – vsak element kodomene  $\mathcal{Y}$  je slika vsaj enega elementa iz domene  $\mathcal{X}$ .

$$\forall y \in \mathcal{Y}. \exists x \in \mathcal{X} \ni f(x) = y$$

## Injektivnost

# Injektivnost in surjektivnost

## Surjektivnost

Funkcija  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  je **surjektivna**, če je zloga vrednosti  $Z_f$  funkcije enaka njeni kodomeni  $\mathcal{Y}$  – vsak element kodomene  $\mathcal{Y}$  je slika vsaj enega elementa iz domene  $\mathcal{X}$ .

$$\forall y \in \mathcal{Y}. \exists x \in \mathcal{X} \ni f(x) = y$$

## Injektivnost

Funkcija  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  je **injektivna**, če se dva poljubna različna originala iz domene  $\mathcal{X}$  preslikata v različni sliki v kodomeni  $\mathcal{Y}$  – vsak element kodomene  $\mathcal{Y}$  je slika kvečjemu enega elementa iz domene  $\mathcal{X}$ .

# Injektivnost in surjektivnost

## Surjektivnost

Funkcija  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  je **surjektivna**, če je zaloga vrednosti  $Z_f$  funkcije enaka njeni kodomeni  $\mathcal{Y}$  – vsak element kodomene  $\mathcal{Y}$  je slika vsaj enega elementa iz domene  $\mathcal{X}$ .

$$\forall y \in \mathcal{Y}. \exists x \in \mathcal{X} \ni f(x) = y$$

## Injektivnost

Funkcija  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  je **injektivna**, če se dva poljubna različna originala iz domene  $\mathcal{X}$  preslikata v različni sliki v kodomeni  $\mathcal{Y}$  – vsak element kodomene  $\mathcal{Y}$  je slika kvečjemu enega elementa iz domene  $\mathcal{X}$ .

$$\forall x, y \in \mathcal{X} : f(x) = f(y) \Rightarrow x = y$$

# Injektivnost in surjektivnost

## Surjektivnost

Funkcija  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  je **surjektivna**, če je zalog vrednosti  $Z_f$  funkcije enaka njeni kodomeni  $\mathcal{Y}$  – vsak element kodomene  $\mathcal{Y}$  je slika vsaj enega elementa iz domene  $\mathcal{X}$ .

$$\forall y \in \mathcal{Y}. \exists x \in \mathcal{X} \ni f(x) = y$$

## Injektivnost

Funkcija  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  je **injektivna**, če se dva poljubna različna originala iz domene  $\mathcal{X}$  preslikata v različni sliki v kodomeni  $\mathcal{Y}$  – vsak element kodomene  $\mathcal{Y}$  je slika kvečjemu enega elementa iz domene  $\mathcal{X}$ .

$$\forall x, y \in \mathcal{X} : f(x) = f(y) \Rightarrow x = y$$

Funkcija  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  je **bijektivna**, če je injektivna in surjektivna hkrati – vsak element iz kodomene  $\mathcal{Y}$  je slika natanko enega elementa domene  $\mathcal{X}$ .



# Omejenost funkcije

# Omejenost funkcije

## Omejenost navzgor

---

# Omejenost funkcije

## Omejenost navzgor

Funkcija  $f$  je **navzgor omejena**, če obstaja tako realno število  $M$ , da je  $f(x) \leq M$  za vsak  $x \in D_f$ . Število  $M$  imenujemo *zgornja meja*.

# Omejenost funkcije

## Omejenost navzgor

Funkcija  $f$  je **navzgor omejena**, če obstaja tako realno število  $M$ , da je  $f(x) \leq M$  za vsak  $x \in D_f$ . Število  $M$  imenujemo *zgornja meja*.

$$\exists M \in \mathbb{R}. \forall x \in D_f \ni: f(x) \leq M$$

# Omejenost funkcije

## Omejenost navzgor

Funkcija  $f$  je **navzgor omejena**, če obstaja tako realno število  $M$ , da je  $f(x) \leq M$  za vsak  $x \in D_f$ . Število  $M$  imenujemo *zgornja meja*.

$$\exists M \in \mathbb{R}. \forall x \in D_f \ni: f(x) \leq M$$

## Omejenost navzdol

# Omejenost funkcije

## Omejenost navzgor

Funkcija  $f$  je **navzgor omejena**, če obstaja tako realno število  $M$ , da je  $f(x) \leq M$  za vsak  $x \in D_f$ . Število  $M$  imenujemo *zgornja meja*.

$$\exists M \in \mathbb{R}. \forall x \in D_f \ni: f(x) \leq M$$

## Omejenost navzdol

Funkcija  $f$  je **navzdol omejena**, če obstaja tako realno število  $m$ , da je  $f(x) \geq m$  za vsak  $x \in D_f$ . Število  $m$  imenujemo *spodnja meja*.

# Omejenost funkcije

## Omejenost navzgor

Funkcija  $f$  je **navzgor omejena**, če obstaja tako realno število  $M$ , da je  $f(x) \leq M$  za vsak  $x \in D_f$ . Število  $M$  imenujemo *zgornja meja*.

$$\exists M \in \mathbb{R}. \forall x \in D_f \ni: f(x) \leq M$$

## Omejenost navzdol

Funkcija  $f$  je **navzdol omejena**, če obstaja tako realno število  $m$ , da je  $f(x) \geq m$  za vsak  $x \in D_f$ . Število  $m$  imenujemo *spodnja meja*.

$$\exists m \in \mathbb{R}. \forall x \in D_f \ni: f(x) \geq m$$

# Omejenost funkcije

## Omejenost navzgor

Funkcija  $f$  je **navzgor omejena**, če obstaja tako realno število  $M$ , da je  $f(x) \leq M$  za vsak  $x \in D_f$ . Število  $M$  imenujemo *zgornja meja*.

$$\exists M \in \mathbb{R}. \forall x \in D_f \ni: f(x) \leq M$$

## Omejenost navzdol

Funkcija  $f$  je **navzdol omejena**, če obstaja tako realno število  $m$ , da je  $f(x) \geq m$  za vsak  $x \in D_f$ . Število  $m$  imenujemo *spodnja meja*.

$$\exists m \in \mathbb{R}. \forall x \in D_f \ni: f(x) \geq m$$

## Omejenost



# Omejenost funkcije

## Omejenost navzgor

Funkcija  $f$  je **navzgor omejena**, če obstaja tako realno število  $M$ , da je  $f(x) \leq M$  za vsak  $x \in D_f$ . Število  $M$  imenujemo *zgornja meja*.

$$\exists M \in \mathbb{R}. \forall x \in D_f \ni: f(x) \leq M$$

## Omejenost navzdol

Funkcija  $f$  je **navzdol omejena**, če obstaja tako realno število  $m$ , da je  $f(x) \geq m$  za vsak  $x \in D_f$ . Število  $m$  imenujemo *spodnja meja*.

$$\exists m \in \mathbb{R}. \forall x \in D_f \ni: f(x) \geq m$$

## Omejenost

Funkcija  $f$  je **omejena**, če je navzgor omejena in navzdol omejena.

# Omejenost funkcije

## Omejenost navzgor

Funkcija  $f$  je **navzgor omejena**, če obstaja tako realno število  $M$ , da je  $f(x) \leq M$  za vsak  $x \in D_f$ . Število  $M$  imenujemo *zgornja meja*.

$$\exists M \in \mathbb{R}. \forall x \in D_f \ni: f(x) \leq M$$

## Omejenost navzdol

Funkcija  $f$  je **navzdol omejena**, če obstaja tako realno število  $m$ , da je  $f(x) \geq m$  za vsak  $x \in D_f$ . Število  $m$  imenujemo *spodnja meja*.

$$\exists m \in \mathbb{R}. \forall x \in D_f \ni: f(x) \geq m$$

## Omejenost

Funkcija  $f$  je **omejena**, če je navzgor omejena in navzdol omejena.

$$\exists m, M \in \mathbb{R}. \forall x \in D_f \ni: f(x) \in [m, M]$$



## Neomejenost navzgor

## Neomejenost navzgor

Funkcija  $f$  je **navzgor neomejena**, če za vsako pozitivno realno število  $M$  obstaja tak  $x \in D_f$ , da je  $f(x) > M$ .

## Neomejenost navzgor

Funkcija  $f$  je **navzgor neomejena**, če za vsako pozitivno realno število  $M$  obstaja tak  $x \in D_f$ , da je  $f(x) > M$ .

$$\forall M \in \mathbb{R}^+. \exists x \in D_f \ni: f(x) > M$$

## Neomejenost navzgor

Funkcija  $f$  je **navzgor neomejena**, če za vsako pozitivno realno število  $M$  obstaja tak  $x \in D_f$ , da je  $f(x) > M$ .

$$\forall M \in \mathbb{R}^+. \exists x \in D_f \ni: f(x) > M$$

## Neomejenost navzdol

### Neomejenost navzgor

Funkcija  $f$  je **navzgor neomejena**, če za vsako pozitivno realno število  $M$  obstaja tak  $x \in D_f$ , da je  $f(x) > M$ .

$$\forall M \in \mathbb{R}^+. \exists x \in D_f \ni: f(x) > M$$

### Neomejenost navzdol

Funkcija  $f$  je **navzdol neomejena**, če za vsako negativno realno število  $N$  obstaja tak  $x \in D_f$ , da je  $f(x) < N$ .



### Neomejenost navzgor

Funkcija  $f$  je **navzgor neomejena**, če za vsako pozitivno realno število  $M$  obstaja tak  $x \in D_f$ , da je  $f(x) > M$ .

$$\forall M \in \mathbb{R}^+. \exists x \in D_f \ni: f(x) > M$$

### Neomejenost navzdol

Funkcija  $f$  je **navzdol neomejena**, če za vsako negativno realno število  $N$  obstaja tak  $x \in D_f$ , da je  $f(x) < N$ .

$$\forall N \in \mathbb{R}^-. \exists x \in D_f \ni: f(x) < N$$

### Neomejenost navzgor

Funkcija  $f$  je **navzgor neomejena**, če za vsako pozitivno realno število  $M$  obstaja tak  $x \in D_f$ , da je  $f(x) > M$ .

$$\forall M \in \mathbb{R}^+. \exists x \in D_f \ni: f(x) > M$$

### Neomejenost navzdol

Funkcija  $f$  je **navzdol neomejena**, če za vsako negativno realno število  $N$  obstaja tak  $x \in D_f$ , da je  $f(x) < N$ .

$$\forall N \in \mathbb{R}^-. \exists x \in D_f \ni: f(x) < N$$

### Neomejenost

### Neomejenost navzgor

Funkcija  $f$  je **navzgor neomejena**, če za vsako pozitivno realno število  $M$  obstaja tak  $x \in D_f$ , da je  $f(x) > M$ .

$$\forall M \in \mathbb{R}^+. \exists x \in D_f \ni: f(x) > M$$

### Neomejenost navzdol

Funkcija  $f$  je **navzdol neomejena**, če za vsako negativno realno število  $N$  obstaja tak  $x \in D_f$ , da je  $f(x) < N$ .

$$\forall N \in \mathbb{R}^-. \exists x \in D_f \ni: f(x) < N$$

### Neomejenost

Funkcija  $f$  je **neomejena**, če je navzgor neomejena in navzdol neomejena.

# Predznak funkcije

# Predznak funkcije

Pozitivnost

# Predznak funkcije

## Pozitivnost

Funkcija  $f$  je na intervalu  $(a, b)$  **pozitivna**, če za vsak  $x \in (a, b)$  velja  $f(x) > 0$ .

# Predznak funkcije

## Pozitivnost

Funkcija  $f$  je na intervalu  $(a, b)$  **pozitivna**, če za vsak  $x \in (a, b)$  velja  $f(x) > 0$ .

$$\forall x \in (a, b) \cap D_f \ni f(x) > 0$$

# Predznak funkcije

## Pozitivnost

Funkcija  $f$  je na intervalu  $(a, b)$  **pozitivna**, če za vsak  $x \in (a, b)$  velja  $f(x) > 0$ .

$$\forall x \in (a, b) \cap D_f \ni f(x) > 0$$

## Negativnost



# Predznak funkcije

## Pozitivnost

Funkcija  $f$  je na intervalu  $(a, b)$  **pozitivna**, če za vsak  $x \in (a, b)$  velja  $f(x) > 0$ .

$$\forall x \in (a, b) \cap D_f \ni f(x) > 0$$

## Negativnost

Funkcija  $f$  je na intervalu  $(a, b)$  **negativna**, če za vsak  $x \in (a, b)$  velja  $f(x) < 0$ .

# Predznak funkcije

## Pozitivnost

Funkcija  $f$  je na intervalu  $(a, b)$  **pozitivna**, če za vsak  $x \in (a, b)$  velja  $f(x) > 0$ .

$$\forall x \in (a, b) \cap D_f \ni: f(x) > 0$$

## Negativnost

Funkcija  $f$  je na intervalu  $(a, b)$  **negativna**, če za vsak  $x \in (a, b)$  velja  $f(x) < 0$ .

$$\forall x \in (a, b) \cap D_f \ni: f(x) < 0$$

# Sodost in lihost funkcije

# Sodost in lihost funkcije

## Sodost

---

# Sodost in lihost funkcije

## Sodost

Funkcija  $f$  je **soda**, če za vsak  $x \in D_f$  velja  $f(-x) = f(x)$ .

# Sodost in lihost funkcije

## Sodost

Funkcija  $f$  je **soda**, če za vsak  $x \in D_f$  velja  $f(-x) = f(x)$ .

$$\forall x \in D_f : f(-x) = f(x)$$

# Sodost in lihost funkcije

## Sodost

Funkcija  $f$  je **soda**, če za vsak  $x \in D_f$  velja  $f(-x) = f(x)$ .

$$\forall x \in D_f : f(-x) = f(x)$$

Graf sode funkcije je simetričen glede na ordinatno os.

# Sodost in lihost funkcije

## Sodost

Funkcija  $f$  je **soda**, če za vsak  $x \in D_f$  velja  $f(-x) = f(x)$ .

$$\forall x \in D_f : f(-x) = f(x)$$

Graf sode funkcije je simetričen glede na ordinatno os.

## Lihost



# Sodost in lihost funkcije

## Sodost

Funkcija  $f$  je **soda**, če za vsak  $x \in D_f$  velja  $f(-x) = f(x)$ .

$$\forall x \in D_f : f(-x) = f(x)$$

Graf sode funkcije je simetričen glede na ordinatno os.

## Lihost

Funkcija  $f$  je **liha**, če za vsak  $x \in D_f$  velja  $f(-x) = -f(x)$ .

# Sodost in lihost funkcije

## Sodost

Funkcija  $f$  je **soda**, če za vsak  $x \in D_f$  velja  $f(-x) = f(x)$ .

$$\forall x \in D_f : f(-x) = f(x)$$

Graf sode funkcije je simetričen glede na ordinatno os.

## Lihost

Funkcija  $f$  je **liha**, če za vsak  $x \in D_f$  velja  $f(-x) = -f(x)$ .

$$\forall x \in D_f : f(-x) = -f(x)$$

# Sodost in lihost funkcije

## Sodost

Funkcija  $f$  je **soda**, če za vsak  $x \in D_f$  velja  $f(-x) = f(x)$ .

$$\forall x \in D_f : f(-x) = f(x)$$

Graf sode funkcije je simetričen glede na ordinatno os.

## Lihost

Funkcija  $f$  je **liha**, če za vsak  $x \in D_f$  velja  $f(-x) = -f(x)$ .

$$\forall x \in D_f : f(-x) = -f(x)$$

Graf lihe funkcije je simetričen glede na koordinatno izhodišče.

# Konveksnost in konkavnost funkcije

# Konveksnost in konkavnost funkcije

## Konveksnost



# Konveksnost in konkavnost funkcije

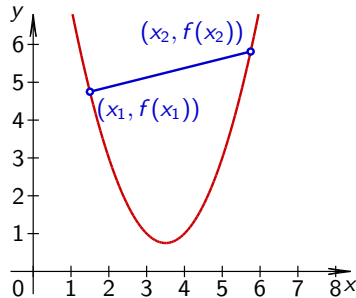
## Konveksnost

Funkcija  $f$  je na intervalu  $(a, b)$  **konveksna**, če za poljubna  $x_1, x_2 \in (a, b)$  velja, da je graf funkcije pod zveznico točk  $(x_1, f(x_1))$  in  $(x_2, f(x_2))$ .

# Konveksnost in konkavnost funkcije

## Konveksnost

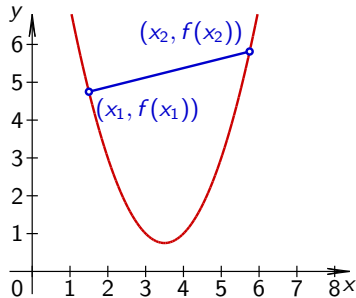
Funkcija  $f$  je na intervalu  $(a, b)$  **konveksna**, če za poljubna  $x_1, x_2 \in (a, b)$  velja, da je graf funkcije pod zveznico točk  $(x_1, f(x_1))$  in  $(x_2, f(x_2))$ .



# Konveksnost in konkavnost funkcije

## Konveksnost

Funkcija  $f$  je na intervalu  $(a, b)$  **konveksna**, če za poljubna  $x_1, x_2 \in (a, b)$  velja, da je graf funkcije pod zveznico točk  $(x_1, f(x_1))$  in  $(x_2, f(x_2))$ .



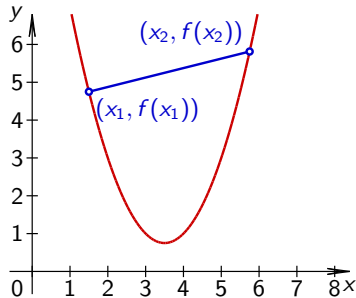
## Konkavnost



# Konveksnost in konkavnost funkcije

## Konveksnost

Funkcija  $f$  je na intervalu  $(a, b)$  **konveksna**, če za poljubna  $x_1, x_2 \in (a, b)$  velja, da je graf funkcije pod zveznico točk  $(x_1, f(x_1))$  in  $(x_2, f(x_2))$ .



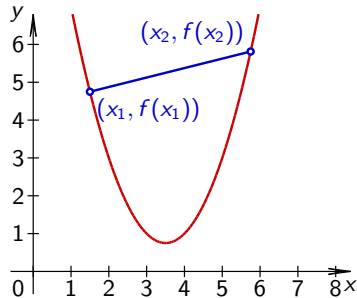
## Konkavnost

Funkcija  $f$  je na intervalu  $(a, b)$  **konkavna**, če za poljubna  $x_1, x_2 \in (a, b)$  velja, da je graf funkcije nad zveznico točk  $(x_1, f(x_1))$  in  $(x_2, f(x_2))$ .

# Konveksnost in konkavnost funkcije

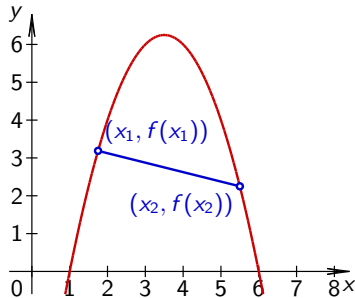
## Konveksnost

Funkcija  $f$  je na intervalu  $(a, b)$  **konveksna**, če za poljubna  $x_1, x_2 \in (a, b)$  velja, da je graf funkcije pod zveznico točk  $(x_1, f(x_1))$  in  $(x_2, f(x_2))$ .



## Konkavnost

Funkcija  $f$  je na intervalu  $(a, b)$  **konkavna**, če za poljubna  $x_1, x_2 \in (a, b)$  velja, da je graf funkcije nad zveznico točk  $(x_1, f(x_1))$  in  $(x_2, f(x_2))$ .





## Naloga

Za katere  $x$  je dana funkcija definirana? Zapišite definicijsko območje.

- $f(x) = \frac{1}{x}$

- $g(x) = 2x - 3$

- $h(x) = \frac{x}{x-3}$

- $i(x) = x^2 - 2x + 1$

- $j(x) = \frac{x-1}{x+1}$

- $k(x) = \sqrt{x-4}$

- $l(x) = (x-3)^{-2}$

- $m(x) = \sqrt{3x+4}$

- $n(x) = \frac{x-1}{x^2+5x+6}$

- $o(x) = \sqrt{3-6x}$



## Naloga

Izračunajte začetno vrednost in ničle funkcije.

- $f(x) = 2x - 4$

- $g(x) = x^2 - 4$

- $h(x) = 5x + 2$

- $i(x) = \frac{x+3}{x-3}$

- $j(x) = (x-1)^{-2} - 1$

- $k(x) = \frac{1}{x}$

- $l(x) = \frac{2x+4}{2x^2-1}$

- $m(x) = \sqrt{x+5}$

- $n(x) = \sqrt{2x+6}$



## Naloga

Narišite graf funkcije. Izračunajte ničle in začetno vrednost ter vrednosti preverite na grafu.

- $f(x) = x - 3$

- $g(x) = 2x + 1$

- $h(x) = -2x + 1$

- $p(x) = -\frac{1}{2}x + 1$

- $q(x) = \frac{2-x}{4}$

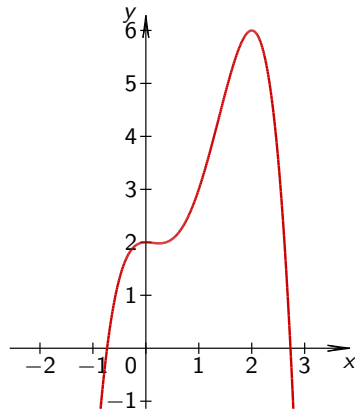
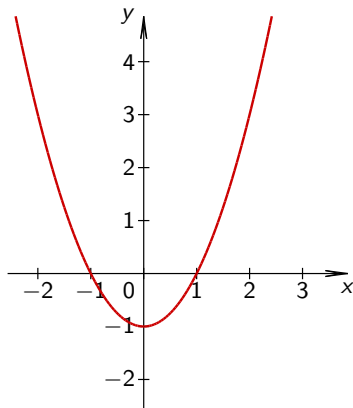
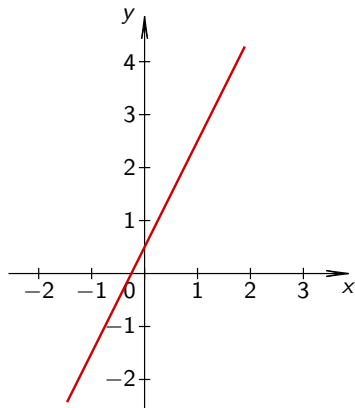
- $r(x) = |2x - 4| - 1$





## Naloga

Z grafa funkcije razberite, kam funkcija preslika originale  $x = -1$ ,  $x = 0$ ,  $x = 1$  in  $x = 2$ .

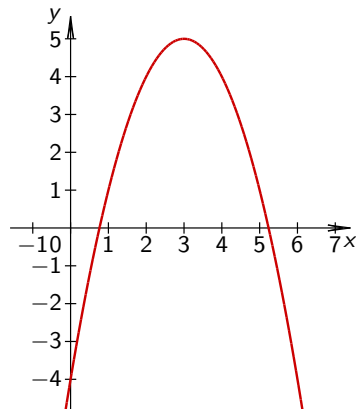




## Naloga

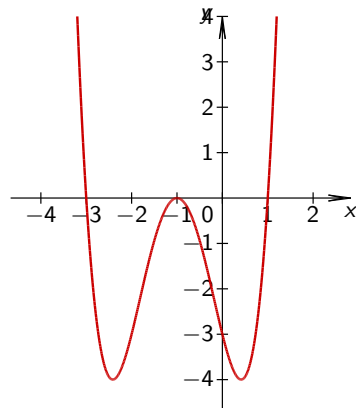
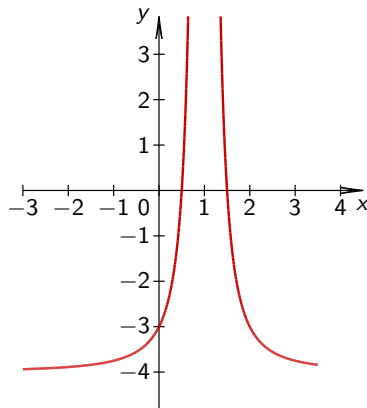
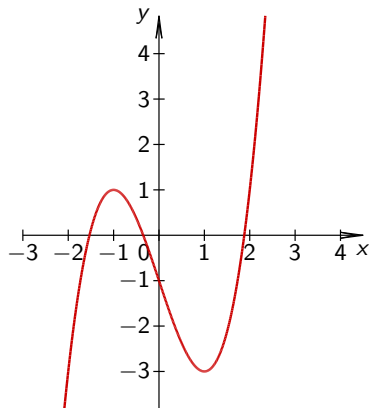
Narisan je graf funkcije. Zapišite:

- začetno vrednost funkcije,
- intervale, kjer funkcija narašča oziroma pada,
- natančno zgornjo in spodnjo mejo, če je funkcija navzgor ali navzdol omejena.





## Naloga





## Naloga

Računsko preverite, ali je dana funkcija soda ali liha.

- $f(x) = 3x$

- $g(x) = -3x + 1$

- $h(x) = 2|x| + 4$

- $i(x) = x^2 + 1$

- $j(x) = x^2 + 3x - 1$

- $k(x) = x^3 + 2x$

- $l(x) = 5x^3 - 4x + 1$

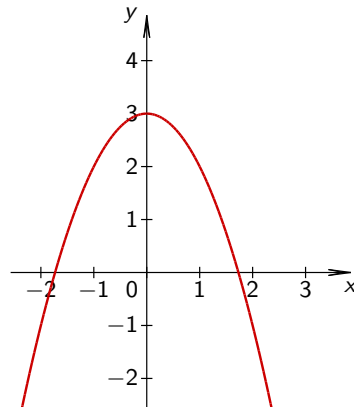
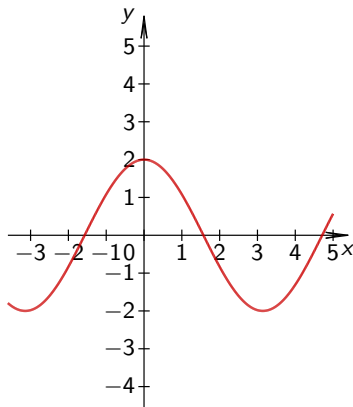
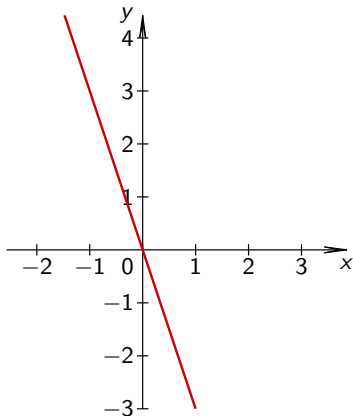
- $m(x) = \frac{x^3 - 2x}{7x^3 + x}$





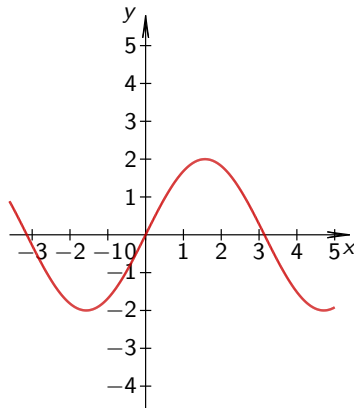
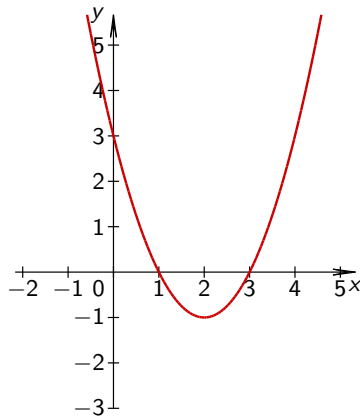
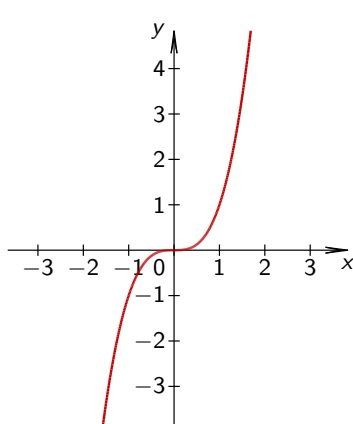
## Naloga

Z grafa funkcije razberite, ali je funkcija soda ali liha.





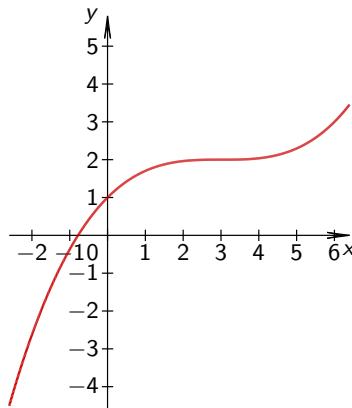
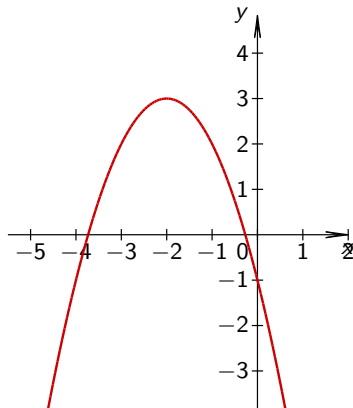
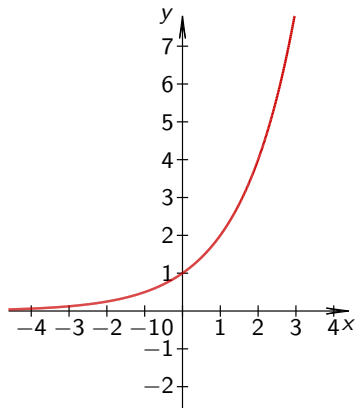
## Naloga





## Naloga

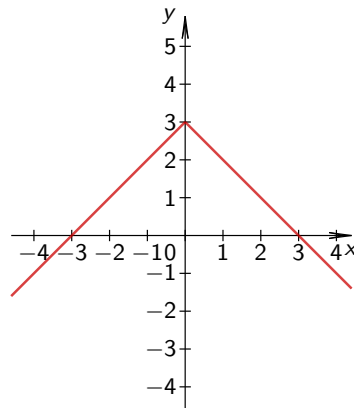
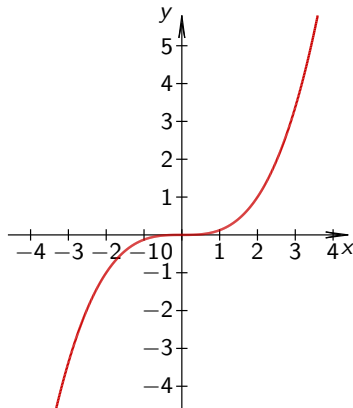
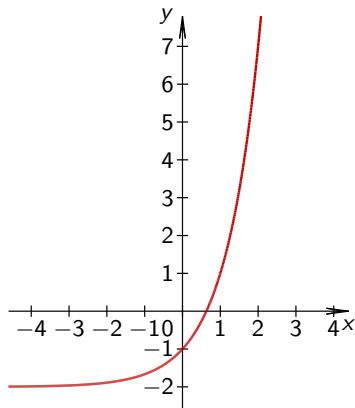
Z grafa funkcije razberite, na katerih intervalih je funkcija konveksna in na katerih konkavna.





## Naloga

Z grafa funkcije razberite, ali je realna funkcija realne spremenljivke injektivna, surjektivna, bijektivna.





# Zrcaljenja

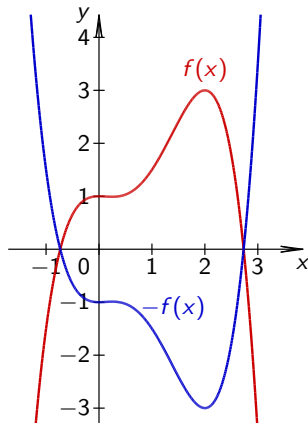
## Zrcaljenje preko abscisne osi

Zrcaljenje preko abscisne osi vsako točko  $T(x, y)$  grafa funkcije preslika v točko  $T'(x, -y)$ .

$$Z_x : (x, y) \mapsto (x, -y)$$

Do prezrcaljene funkcije  $f$  preko abscisne osi pridemo tako, da funkcijo  $f$  pomnožimo z  $-1$

$$Z_x : f(x) \mapsto -f(x)$$



# Zrcaljenja

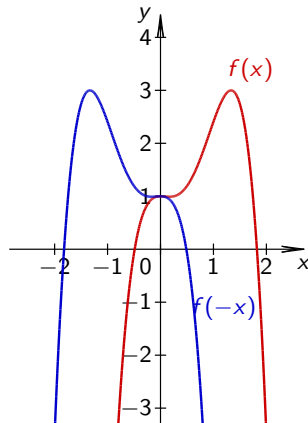
## Zrcaljenje preko ordinatne osi

Zrcaljenje preko ordinatne osi vsako točko  $T(x, y)$  grafa funkcije preslika v točko  $T'(-x, y)$ .

$$Z_y : (x, y) \mapsto (-x, y)$$

Do prezrcaljene funkcije  $f$  preko ordinatne osi pridemo tako, da neodvisno spremenljivko  $x$  funkcije  $f$  pomnožimo z  $-1$

$$Z_y : f(x) \mapsto f(-x)$$



# Zrcaljenja

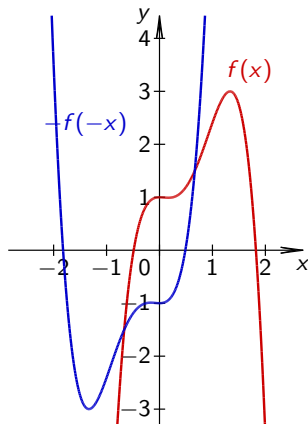
## Zrcaljenje preko izhodišča

Zrcaljenje preko izhodišča vsako točko  $T(x, y)$  grafa funkcije preslika v točko  $T'(-x, -y)$ .

$$Z_i : (x, y) \mapsto (-x, -y)$$

Do prezrcaljene funkcije  $f$  preko izhodišča pridemo tako, da neodvisno spremenljivko  $x$  funkcije  $f$  in funkcijo  $f$  pomnožimo z  $-1$

$$Z_i : f(x) \mapsto -f(-x)$$



# Zrcaljenja

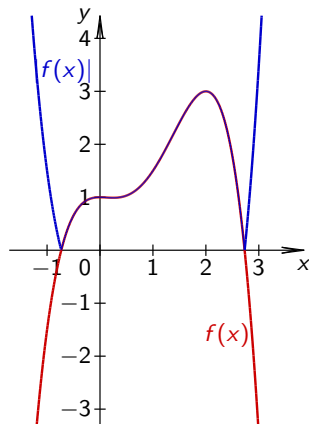
## Absolutna vrednost funkcije

Absolutna vrednost funkcije  $f$  vse negativne vrednosti funkcije  $f$  pomnoži z  $-1$ , pozitivne vrednosti pa ohrani.

$$T_1 : f(x) \mapsto |f(x)|$$

Tisti del grafa funkcije  $f$ , ki leži pod abscisno osjo, se preslika preko abscisne osi. Del grafa, ki leži nad abscisno osjo se ohrani.

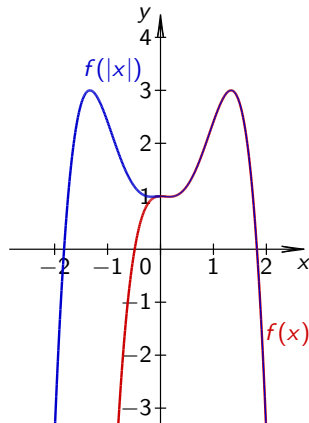
Dobimo nenegativno funkcijo.



# Zrcaljenja

Če v funkciji  $f(x)$  neodvisno spremenljivko  $x$  nadomestimo z  $|x|$ , dobimo novo funkcijo, ki je soda.

$$T_2 : f(x) \mapsto f(|x|)$$



# Premiki

## Vzporedni premik vzdolž ordinatne osi

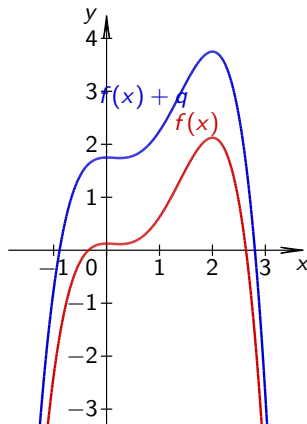
Vzporedni premik v smeri ordinatne osi za  $q$  vsako točko  $T(x, y)$  grafa funkcije preslika v točko  $T'(x, y + q)$ .

$$P_y : (x, y) \mapsto (x, y + q)$$

Do premaknjene funkcije  $f$  vzdolž ordinatne osi pridemo tako, da funkciji  $f$  prištejemo  $q$ .

$$P_y : f(x) \mapsto f(x) + q$$

Pri  $q > 0$  se graf premakne v pozitivni smeri ordinatne osi (navzgor), pri  $q < 0$  se graf premakne v negativni smeri ordinatne osi (navzdol).



# Premiki

## Vzporedni premik vzdolž abscisne osi

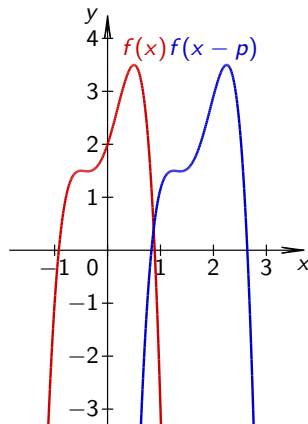
Vzporedni premik v smeri abscisne osi za  $p$  vsako točko  $T(x, y)$  grafa funkcije preslika v točko  $T'(x + p, y)$ .

$$P_x : (x, y) \mapsto (x + p, y)$$

Do premaknjene funkcije  $f$  vzdolž abscisne osi pridemo tako, da neodvisni spremenljivki  $x$  funkcije odštejemo  $p$ .

$$P_x : f(x) \mapsto f(x - p)$$

Pri  $p > 0$  se graf premakne v pozitivni smeri abscisne osi (v desno), pri  $p < 0$  se graf premakne v negativni smeri abscisne osi (v levo).



# Premiki

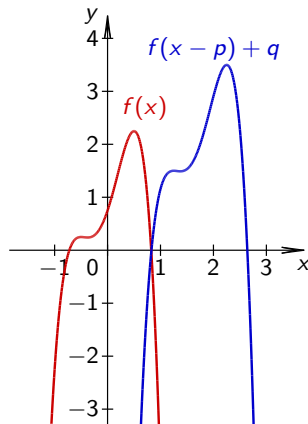
## Premik za vektor

Premik za vektor  $(p, q)$  vsako točko  $T(x, y)$  grafa funkcije preslika v točko  $T'(x + p, y + q)$ .

$$P_v : (x, y) \mapsto (x + p, y + q)$$

Do premaknjene funkcije  $f$  za vektor  $(p, q)$  pridemo tako, da funkciji  $f$  prištejemo  $q$ , neodvisni spremenljivki  $x$  funkcije  $f$  pa odštejemo  $p$ .

$$P_v : f(x) \mapsto f(x - p) + q$$





# Raztegi

## Razteg vzdolž ordinatne osi

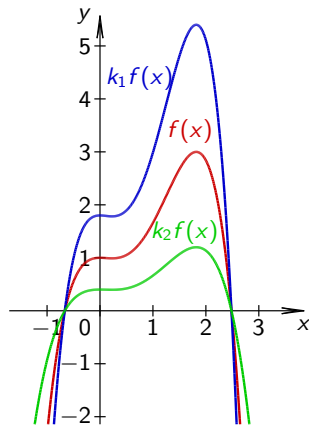
Razteg za faktor  $k \in \mathbb{R}^*$  vzdolž ordinatne osi vsako točko  $T(x, y)$  grafa funkcije preslika v točko  $T'(x, ky)$ .

$$R_y : (x, y) \mapsto (x, ky)$$

Do raztegnjene funkcije  $f$  za faktor  $k \in \mathbb{R}^*$  vzdolž ordinatne osi pridemo tako, da funkcijo pomnožimo s  $k$ .

$$R_y : f(x) \mapsto kf(x)$$

Pri  $|k| > 1$  se graf funkcije raztegne pri  $|k| < 1$  pa skrči vzdolž ordinatne osi. Za  $k = 1$  se graf funkcije ohrani – identična preslikava.



# Raztegi

## Razteg vzdolž abscisne osi

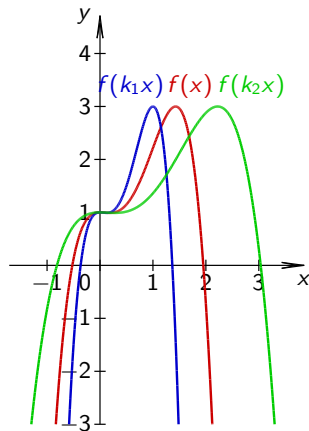
Razteg za faktor  $k \in \mathbb{R}^*$  vzdolž abscisne osi vsako točko  $T(x, y)$  grafa funkcije preslika v točko  $T'(\frac{x}{k}, y)$ .

$$R_x : (x, y) \mapsto (\frac{x}{k}, y)$$

Do raztegnjene funkcije  $f$  za faktor  $k \in \mathbb{R}^*$  vzdolž abscisne osi pridemo tako, da neodvisno spremenljivko  $x$  funkcije  $f$  pomnožimo s  $k$ .

$$R_x : f(x) \mapsto f(kx)$$

Pri  $|k| > 1$  se graf funkcije skrči pri  $|k| < 1$  pa raztegne vzdolž abscisne osi. Za  $k = 1$  se graf funkcije ohrani – identična preslikava.

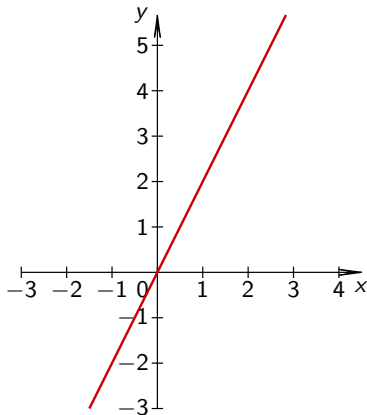




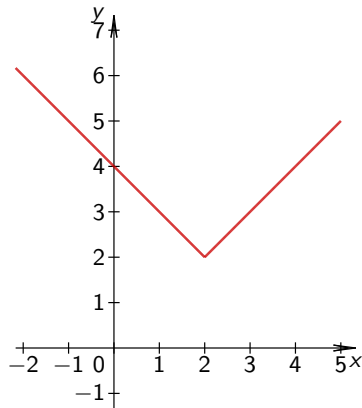
## Naloga

V koordinatnem sistemu je narisana graf funkcije  $f(x)$ . Narišite graf funkcije  $g(x) = f(x) + k$  in zapišite predpis nove funkcije, ki ji pripada premaknjeni graf.

●  $f(x) = 2x$ ,  $k = 2$

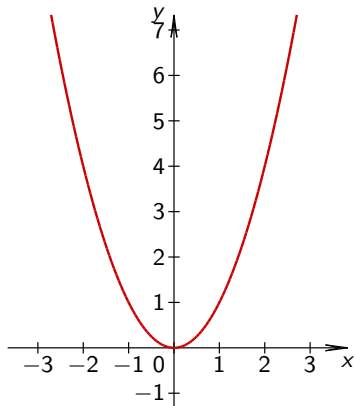


●  $f(x) = |x - 2| + 2$ ,  $k = -3$

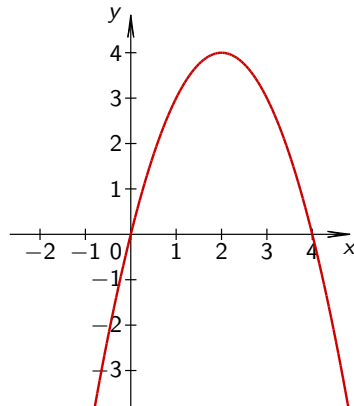


## Naloga

- $f(x) = x^2, k = 2$



- $f(x) = -x^2 + 4x, k = -2$





## Naloga

Graf funkcije  $f$  tego premaknemo za  $k$  navzgor ali navzdol in dobimo graf funkcije  $g$ . Zapišite predpis funkcije  $g$ .

- $f(x) = 4x - 1$ , togi premik za 3 navzgor
- $f(x) = -2x + 3$ , togi premik za 1 navzdol
- $f(x) = \frac{5-x}{2}$ , togi premik za 4 navzgor
- $f(x) = \sqrt{x-1}$ , togi premik za 7 navzdol

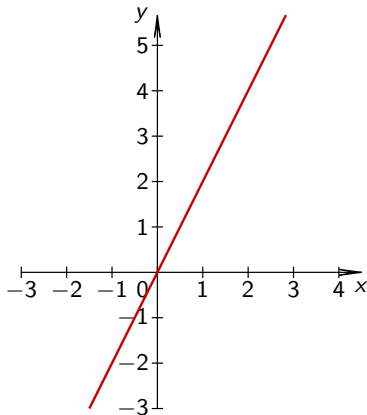




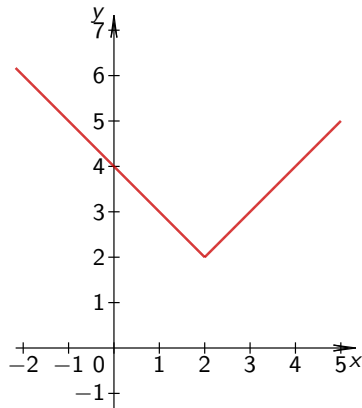
## Naloga

V koordinatnem sistemu je narisana graf funkcije  $f(x)$ . Narišite graf funkcije  $g(x) = f(x - k)$  in zapišite predpis nove funkcije, ki ji pripada premaknjeni graf.

●  $f(x) = 2x$ ,  $k = -2$

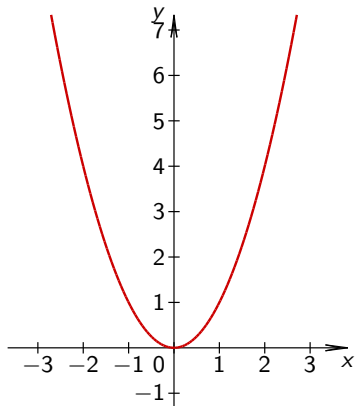


●  $f(x) = |x - 2| + 2$ ,  $k = 2$

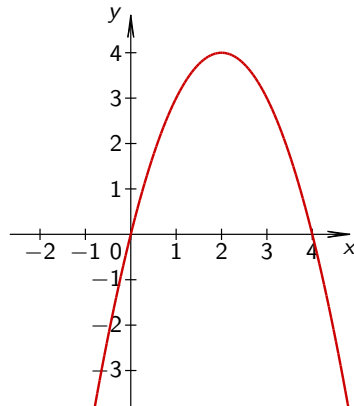


## Naloga

- $f(x) = x^2, k = 2$



- $f(x) = -x^2 + 4x, k = 3$





## Naloga

Graf funkcije  $f$  tego premaknemo za  $k$  v levo ali desno in dobimo graf funkcije  $g$ . Zapišite predpis funkcije  $g$ .

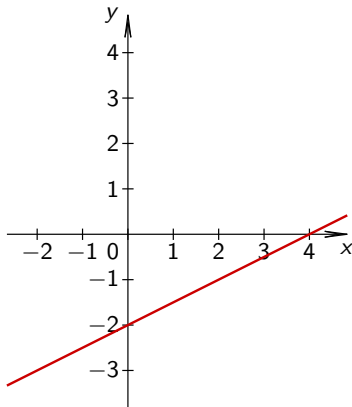
- $f(x) = 4x - 1$ , togi premik za 3 v levo
- $f(x) = -2x + 3$ , togi premik za 1 v desno
- $f(x) = \frac{5-x}{2}$ , togi premik za 4 v desno
- $f(x) = \sqrt{x-1}$ , togi premik za 7 v levo



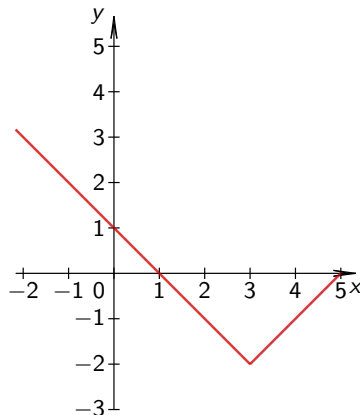
## Naloga

V koordinatnem sistemu je narisana graf funkcije  $f(x)$ . Narišite graf funkcije  $g(x) = -f(x)$  in zapišite predpis funkcije  $g(x)$ .

•  $f(x) = \frac{1}{2}x - 2$



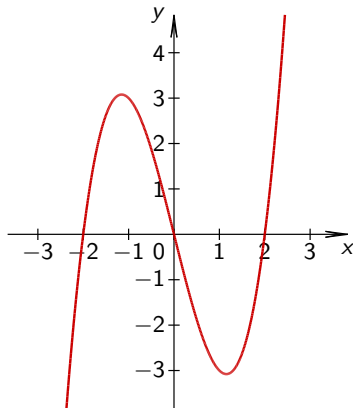
•  $f(x) = |x - 3| - 2$



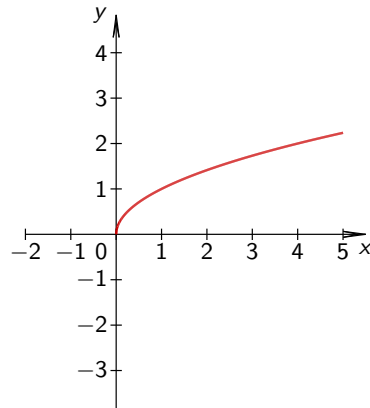


## Naloga

- $f(x) = x^3 - 4x$



- $f(x) = \sqrt{x}$



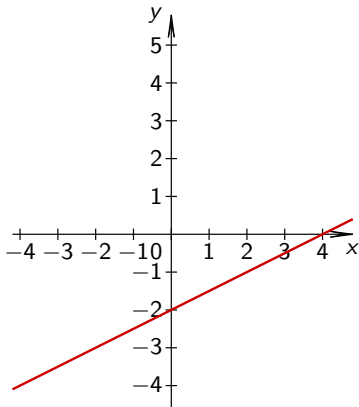




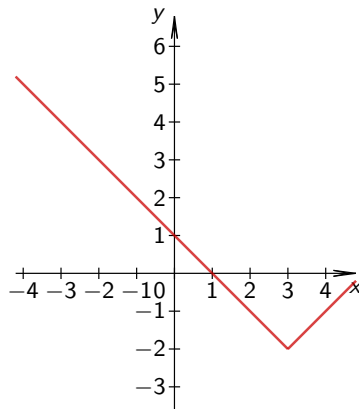
## Naloga

V koordinatnem sistemu je narisana graf funkcije  $f(x)$ . Narišite graf funkcije  $g(x) = f(-x)$  in zapišite predpis funkcije  $g(x)$ .

•  $f(x) = \frac{1}{2}x - 2$



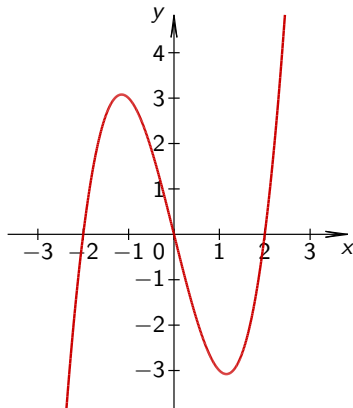
•  $f(x) = |x - 3| - 2$



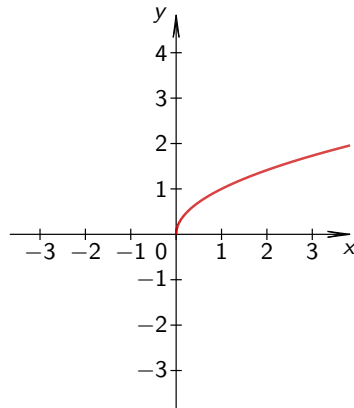


## Naloga

- $f(x) = x^3 - 4x$



- $f(x) = \sqrt{x}$





## Naloga

Če graf funkcije  $f$  prezrcalimo čez abscisno os, dobimo graf funkcije  $g$ . Če pa graf funkcije  $f$  prezrcalimo čez ordinatno os, dobimo graf funkcije  $h$ . Zapišite predpisa funkcije  $g$  in funkcije  $h$ .

- $f(x) = 4x - 1$
- $f(x) = -2x + 2$
- $f(x) = \frac{5-x}{2}$
- $f(x) = \sqrt{x-1}$
- $f(x) = x^2 - 3x$



## Naloga

Dan je predpis funkcije  $f(x)$ . Če graf funkcije premaknemo in zrcalimo po navodilu, dobimo graf funkcije  $g$ . Zapišite predpis funkcije  $g(x)$ .

- $f(x) = 2x - 1$ , togi premik za 5 v desno in za 2 navzdol
- $f(x) = -3x + 5$ , togi premik za 4 v levo in za 3 navzgor
- $f(x) = |x| + 1$ , togi premik za 3 v desno in za 1 navzdol
- $f(x) = -2x + 1$ , zrcaljenje čez abscisno os
- $f(x) = 4x - 1$ , zrcaljenje čez ordinatno os
- $f(x) = -7x - 6$ , togi premik za 2 v desno in za 3 navzdol, zrcaljenje čez abscisno os





## Naloga

Dan je predpis funkcije  $f(x)$ . Če graf funkcije premaknemo in zrcalimo po navodilu, dobimo graf funkcije  $g$ . Zapišite predpis funkcije  $g(x)$ .

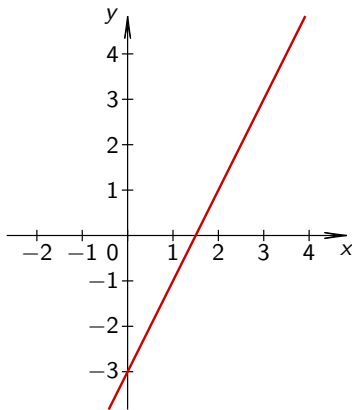
- $f(x) = x^2 - 1$ , togi premik za 2 v desno in za 1 navzdol
- $f(x) = -x^3 + 2x - 1$ , togi premik za 1 v levo in za 2 navzgor
- $f(x) = 3x^2 - 7$ , zrcaljenje čez abscisno os
- $f(x) = -2x^2 + 3$ , zrcaljenje čez ordinatno os
- $f(x) = x^{-2}$ , togi premik za 2 v desno in za 1 navzdol
- $f(x) = (x - 1)^{-2} + 1$ , togi premik za 1 v levo in za 1 navzdol



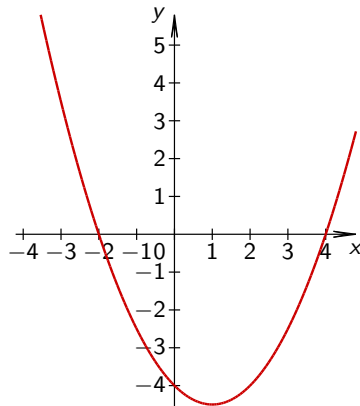
## Naloga

V koordinatnem sistemu je narisana graf funkcije  $f(x)$ . Narišite grafa funkcij  $g(x) = |f(x)|$  in  $h(x) = f(|x|)$ .

•  $f(x) = 2x - 3$



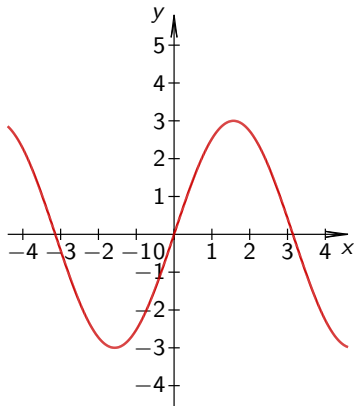
•  $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x - 4$



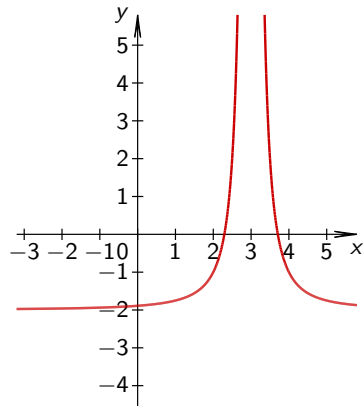


## Naloga

- $f(x) = \sin x$



- $f(x) = (x - 3)^{-2} - 2$

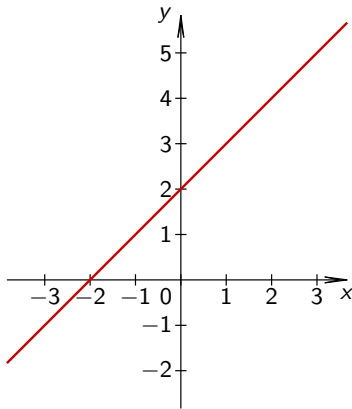




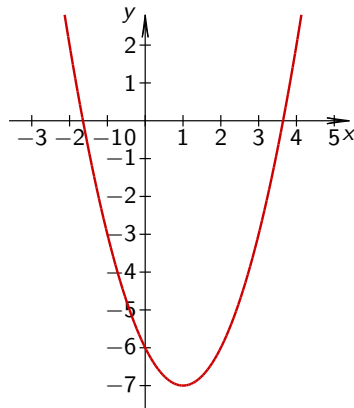
## Naloga

V koordinatnem sistemu je narisana graf funkcije  $f(x)$ . Narišite grafa funkcij  $g(x) = kf(x)$  in  $h(x) = f(kx)$  ter zapišite njuna predpisa.

- $f(x) = x + 2, k = 2$



- $f(x) = x^2 - 2x - 6, k = \frac{1}{2}$







## Naloga

Graf funkcije  $f$  raztegnemo ali skrčimo za faktor  $k$  v smeri abscisne ali ordinatne osi. Dobimo graf funkcije  $g$ . Zapišite predpis funkcije  $g$ .

- $f(x) = 4x - 1$ , razteg v smeri ordinatne osi za faktor 2
- $f(x) = -2x + 3$ , skrčitev v smeri abscisne osi za faktor 2 in zrcaljenje čez abscisno os
- $f(X) = \frac{5-x}{2}$ , razteg v smeri ordinatne osi za faktor 4
- $f(x) = \sqrt{x-1}$ , skrčitev v smeri abscisne osi za faktor 2



## Naloga

Če graf funkcije  $f$  transformiramo po navodilu, dobimo graf funkcije  $g$ . Zapišite predpis funkcije  $g$ .

- $f(x) = 5x - 1$ , togi premik za 4 v desno, zrcaljenje čez abscisno os
- $f(x) = 6 - 3x$ , razteg za faktor 2 v smeri ordinatne osi in togi premik za 4 navzgor
- $f(x) = 7x + 2$ , zrcaljenje čez abscisno in čez ordinatno os
- $f(X) = -4x + 1$ , skrčitev za faktor 2 v smeri abscisne osi in togi premik za 3 v levo
- $f(x) = 2x + 3$ , razteg v smeri abscisne osi za faktor 2 in zrcaljenje čez abscisno os



## Naloga

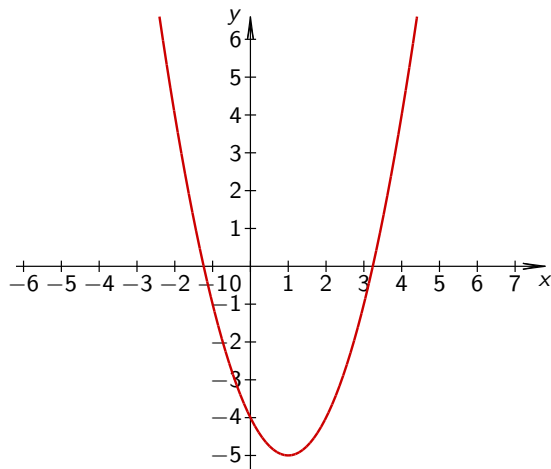
Če graf funkcije  $f$  transformiramo po navodilu, dobimo graf funkcije  $g$ . Zapišite predpis funkcije  $g$ .

- $f(x) = x^2$ , togi premik za 3 v levo in 2 navzgor
- $f(x) = x^3$ , togi premik za 2 v desno, zrcaljenje čez ordinatno os
- $f(x) = \frac{x}{x+1}$ , togi premik za 2 v levo in za 5 navzgor
- $f(x) = \frac{x}{x+1}$ , zrcaljenje čez abscisno in čez ordinatno os



## Naloga

Narisan je graf funkcije  $f(x) = x^2 - 2x - 4$ .

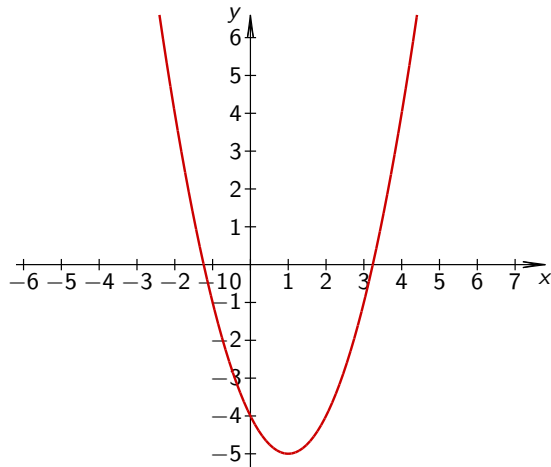


- Narišite graf funkcije  $g(x) = f(x - 3) + 2$  in zapišite predpis funkcije.
- Narišite graf funkcije  $h(x) = |f(x + 4)|$  in zapišite predpis funkcije.
- Narišite graf funkcije  $i(x) = f(|x|) + 2$  in zapišite predpis funkcije.
- Narišite graf funkcije  $j(x) = f(-x) + 2$  in zapišite predpis funkcije.



## Naloga

Narisan je graf funkcije  $f(x) = x^2 - 2x - 4$ .



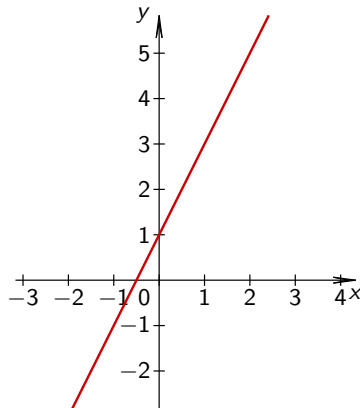
- Narišite graf funkcije  $k(x) = -\frac{1}{2}f(x)$  in zapišite predpis funkcije.
- Narišite graf funkcije  $l(x) = f(\frac{1}{2}x)$  in zapišite predpis funkcije.
- Narišite graf funkcije  $m(x) = |f(2x)|$  in zapišite predpis funkcije.
- Narišite graf funkcije  $n(x) = -f(-x)$  in zapišite predpis funkcije.



## Naloga

Narisan je graf funkcije  $f(x)$ .

- Narišite graf funkcije  $g(x) = f(-x) + 4$  in zapišite predpis funkcije.

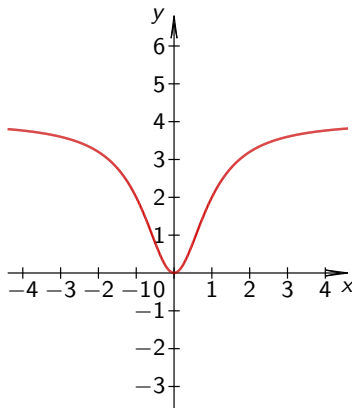




## Naloga

Narisan je graf funkcije  $f(x)$ .

- Narišite graf funkcije  $h(x) = -f(x) + 4$  in zapišite predpis funkcije.

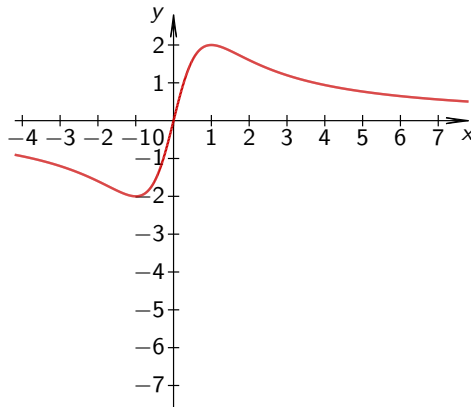




## Naloga

Narisan je graf funkcije  $f(x)$ .

- Narišite graf funkcije  $e(x) = f(x - 3) - 4$  in zapišite predpis funkcije.



# Inverzna funkcija



# Inverzna funkcija

## Inverzna funkcija

# Inverzna funkcija

## Inverzna funkcija

Naj bo  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  bijektivna funkcija, ki vsakemu originalu  $x \in \mathcal{X}$  priredi sliko  $y = f(x) \in \mathcal{Y}$ .

# Inverzna funkcija

## Inverzna funkcija

Naj bo  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  bijektivna funkcija, ki vsakemu originalu  $x \in \mathcal{X}$  priredi sliko  $y = f(x) \in \mathcal{Y}$ .

**Inverzna funkcija**  $f^{-1}$  je funkcija, ki slika iz množice  $\mathcal{Y}$  v množico  $\mathcal{X}$  in sliki  $y$  priredi original  $x$ :  $f^{-1}(y) = x$ .

# Inverzna funkcija

## Inverzna funkcija

Naj bo  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  bijektivna funkcija, ki vsakemu originalu  $x \in \mathcal{X}$  priredi sliko  $y = f(x) \in \mathcal{Y}$ .

**Inverzna funkcija**  $f^{-1}$  je funkcija, ki slika iz množice  $\mathcal{Y}$  v množico  $\mathcal{X}$  in sliki  $y$  priredi original  $x$ :  $f^{-1}(y) = x$ .

$$f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y} \qquad f^{-1} : \mathcal{Y} \rightarrow \mathcal{X}$$

$$f : x \mapsto y \qquad f^{-1} : y \mapsto x$$

# Inverzna funkcija

## Inverzna funkcija

Naj bo  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  bijektivna funkcija, ki vsakemu originalu  $x \in \mathcal{X}$  priredi sliko  $y = f(x) \in \mathcal{Y}$ .

**Inverzna funkcija**  $f^{-1}$  je funkcija, ki slika iz množice  $\mathcal{Y}$  v množico  $\mathcal{X}$  in sliki  $y$  priredi original  $x$ :  $f^{-1}(y) = x$ .

$$f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y} \qquad f^{-1} : \mathcal{Y} \rightarrow \mathcal{X}$$

$$f : x \mapsto y \qquad f^{-1} : y \mapsto x$$

Definicijsko območje funkcije  $f^{-1}$  je množica  $\mathcal{Y}$ , njena zaloga vrednosti pa množica  $\mathcal{X}$ .

# Inverzna funkcija

## Inverzna funkcija

Naj bo  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  bijektivna funkcija, ki vsakemu originalu  $x \in \mathcal{X}$  priredi sliko  $y = f(x) \in \mathcal{Y}$ .

**Inverzna funkcija**  $f^{-1}$  je funkcija, ki slika iz množice  $\mathcal{Y}$  v množico  $\mathcal{X}$  in sliki  $y$  priredi original  $x$ :  $f^{-1}(y) = x$ .

$$\begin{aligned} f : \mathcal{X} &\rightarrow \mathcal{Y} & f^{-1} : \mathcal{Y} &\rightarrow \mathcal{X} \\ f : x &\mapsto y & f^{-1} : y &\mapsto x \end{aligned}$$

Definicijsko območje funkcije  $f^{-1}$  je množica  $\mathcal{Y}$ , njena zaloga vrednosti pa množica  $\mathcal{X}$ .

Graf inverzne funkcije  $f^{-1}$  je simetričen grafu funkcije  $f$  glede na simetralo lihih kvadrantov  $y = x$ . Če je točka  $T(x_0, y_0) \in \Gamma_f$ , potem je točka  $T'(y_0, x_0) \in \Gamma_{f^{-1}}$ .

# Inverzna funkcija

Inverzna funkcija  $f^{-1} : \mathcal{Y} \rightarrow \mathcal{X}$  funkcije  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  obstaja natanko tedaj, ko je funkcija  $f$  bijektivna.

# Inverzna funkcija

Inverzna funkcija  $f^{-1} : \mathcal{Y} \rightarrow \mathcal{X}$  funkcije  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  obstaja natanko tedaj, ko je funkcija  $f$  bijektivna.

Če je funkcija  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  injektivna, ni pa surjektivna, obstaja inverzna funkcija  $f^{-1} : Z_f \rightarrow \mathcal{X}$  in je  $Z_f \subset \mathcal{Y}$ .





## Naloga

Linearni funkciji zapišite predpis inverzne funkcije.

- $f(x) = -4x + 2$

- $g(x) = 2x - 1$

- $h(x) = 3x - \frac{7}{4}$

- $i(x) = \frac{3}{4}x - \frac{1}{2}$

- $j(x) = \frac{x + 5}{3}$



## Naloga

Bijektivni funkciji zapišite funkcijski predpis inverzne funkcije.

- $f(x) = x^3$

- $g(x) = x^5 - 2$

- $h(x) = (x - 1)^3$

- $i(x) = 5x + 27$

- $j(x) = (x + 5)^3$

- $k(x) = x^3 + 5$

- $l(x) = \frac{x + 1}{x - 7}$

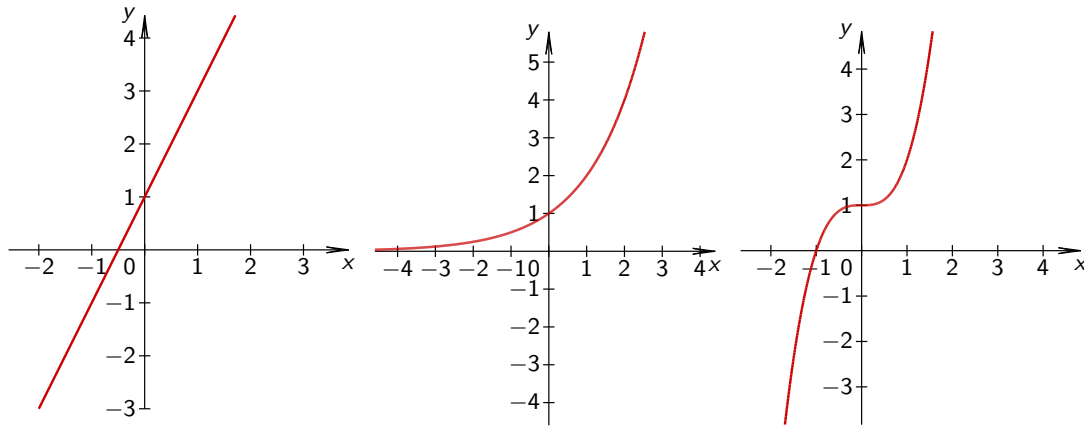
- $m(x) = \frac{3x - 2}{x + 1}$

- $n(x) = \frac{5x - 3}{4x - 1}$



## Naloga

Grafu bijektivne funkcije na sliki narišite graf inverzne funkcije.



## Section 2

# Potenčna funkcija

## 1 Funkcije

### 2 Potenčna funkcija

- Potenčna funkcija z naravnim eksponentom
- Potenčna funkcija z negativnim celim eksponentom

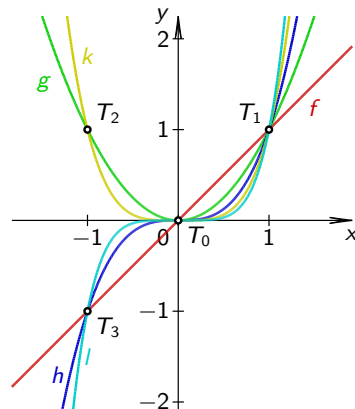


# Potenčna funkcija z naravnim eksponentom

# Potenčna funkcija z naravnim eksponentom

Potenčna funkcija z naravnim eksponentom

**Potenčna funkcija z naravnim eksponentom** je realna funkcija realne spremenljivke,

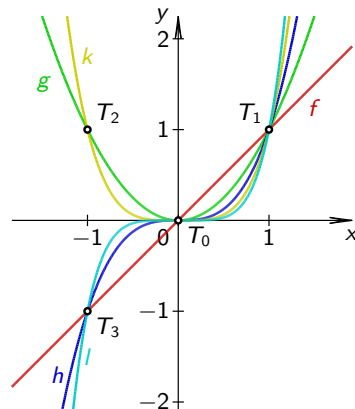


# Potenčna funkcija z naravnim eksponentom

## Potenčna funkcija z naravnim eksponentom

**Potenčna funkcija z naravnim eksponentom** je realna funkcija realne spremenljivke, podana s predpisom

$$f(x) = x^n; \quad n \in \mathbb{R}.$$



# Potenčna funkcija z naravnim eksponentom

## Potenčna funkcija z naravnim eksponentom

**Potenčna funkcija z naravnim eksponentom** je realna funkcija realne spremenljivke, podana s predpisom

$$f(x) = x^n; \quad n \in \mathbb{R}.$$

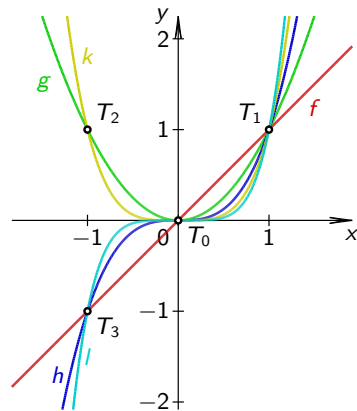
$$f(x) = x$$

$$g(x) = x^2$$

$$h(x) = x^3$$

$$k(x) = x^4$$

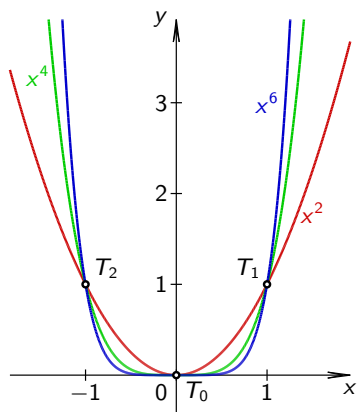
$$l(x) = x^5$$



# Lastnosti potenčnih funkcij

## Lastnosti potenčnih funkcij z naravnim sodim eksponentom

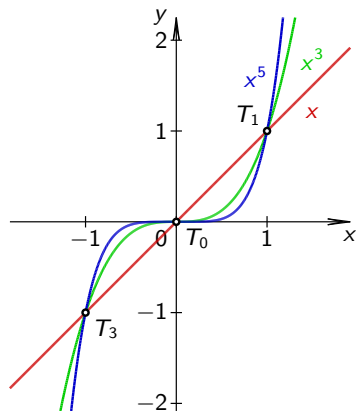
- $D_f = \mathbb{R}$
- $Z_f = [0, \infty)$
- Graf je parabola sode stopnje.
- Vse parabole potekajo skozi točke  $T_0(0,0)$ ,  $T_1(1,1)$  in  $T_2(-1,1)$ .
- So padajoče za  $x \in (-\infty, 0)$  in naraščajoče za  $x \in (0, \infty)$ .
- So sode – grafi so simetrični glede na ordinatno os.
- So konveksne.
- Imajo večkratno ničlo sode stopnje  $x = 0$ .
- Imajo teme v točki  $T_0(0,0)$ .



# Lastnosti potenčnih funkcij

Lastnosti potenčnih funkcij z naravnim lihim eksponentom, večjim od 1

- $D_f = \mathbb{R}$
- $Z_f = \mathbb{R}$
- Graf je parabola lihe stopnje.
- Vse parabole potekajo skozi točke  $T_0(0,0)$ ,  $T_1(1,1)$  in  $T_3(-1,-1)$ .
- So naraščajoče za vse  $x \in \mathbb{R}$ .
- So lihe – grafi simetrični glede na koordinatno izhodišče.
- So konveksne za  $x \in (0, \infty)$  in konkavne za  $x \in (-\infty, 0)$ .
- Imajo večkratno ničlo lihe stopnje  $x = 0$ .
- So bijektivne.





## Naloga

Katere izmed točk  $(1, 27)$ ,  $(-1, 9)$ ,  $(10, 157)$  ležijo na grafu funkcije  $f(x) = 2(x - 3)^4 - 5$ ?



## Naloga

Katere izmed točk  $(1, 27)$ ,  $(-1, 9)$ ,  $(10, 157)$  ležijo na grafu funkcije  $f(x) = 2(x - 3)^4 - 5$ ?

## Naloga

Dana je funkcija  $f(x) = x^3$ . Zapišite predpis za funkcijo  $g$ , katere graf je premaknjen:

- za 2 v levo in za 3 navzgor;
- za 3 v desno in za 2 navzgor;
- za 1 v levo in za 5 navzdol;
- za 4 v desno in za 1 navzdol.



## Naloga

Dana je funkcija  $f(x) = (x + 3)^3 + 1$ . Zapišite predpis za funkcijo  $g$ , katere graf je premaknjen:

- za 2 v levo in za 3 navzgor;
- za 3 v desno in za 2 navzgor;
- za 1 v levo in za 5 navzdol;
- za 4 v desno in za 1 navzdol;
- za 1 v desno in za 3 navzdol;
- za 5 v levo in za 4 navzdol.



## Naloga

Graf funkcije  $g$  smo dobili s togim premikom grafa funkcije  $f(x) = x^2$ . Zapišite vektor premika. Narišite graf. V kateri točki ima funkcija  $g$  teme?

- $g(x) = (x - 3)^2 + 1$

- $g(x) = (x - 2)^2 - 1$

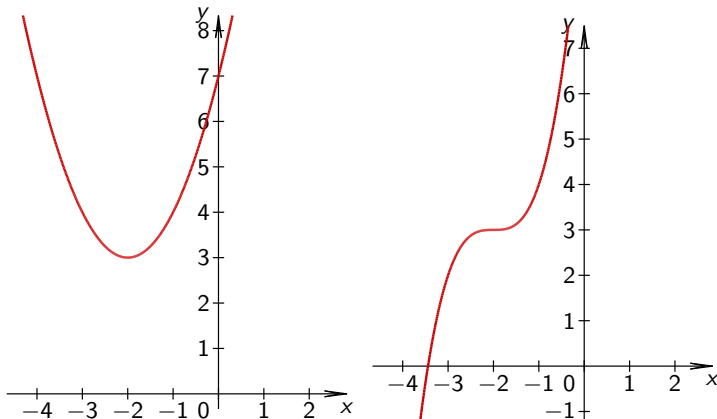
- $g(x) = (x + 3)^2 + 4$

- $g(x) = (x + 1)^2 - 5$



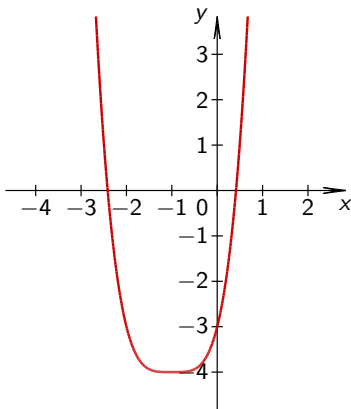
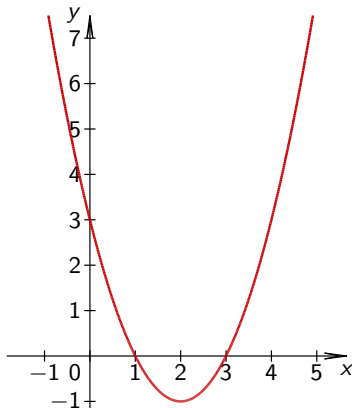
## Naloga

Z grafa funkcije  $f(x) = (x + a)^n + b$  razberite vrednosti parametrov  $a$ ,  $b$  in  $n$ .



## Naloga

Z grafa funkcije  $f(x) = (x + a)^n + b$  razberite vrednosti parametrov  $a$ ,  $b$  in  $n$ .







## Naloga

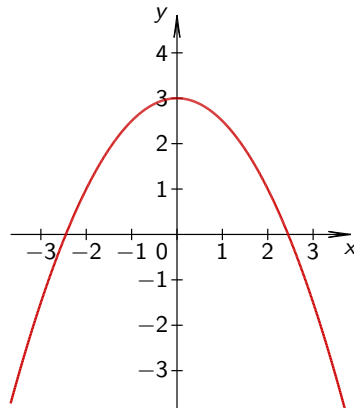
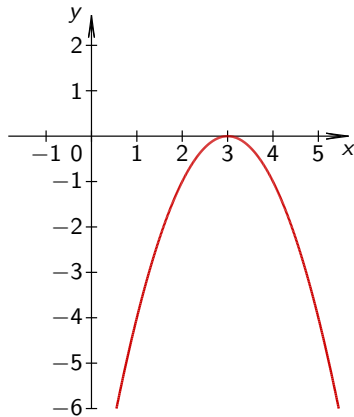
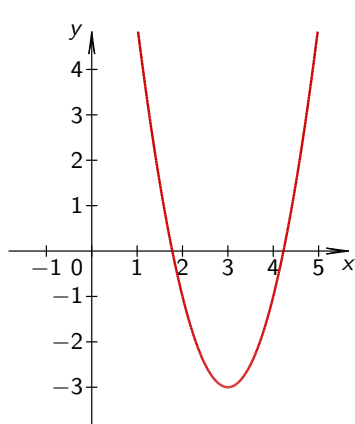
Narišite graf funkcije  $f$ , potem pa v isti koordinatni sistem še graf funkcije  $g$ .

- $f(x) = x^3, g(x) = \frac{1}{2}x^3$
- $f(x) = x^2, g(x) = -2x^2$
- $f(x) = x^4, g(x) = -x^4$
- $f(x) = x^3, g(x) = |2x^3|$



## Naloga

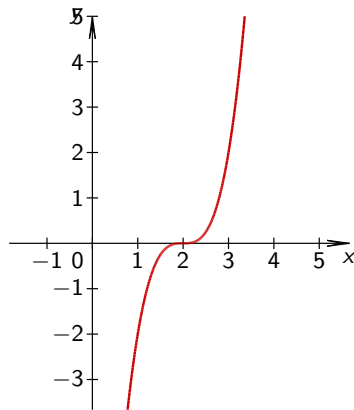
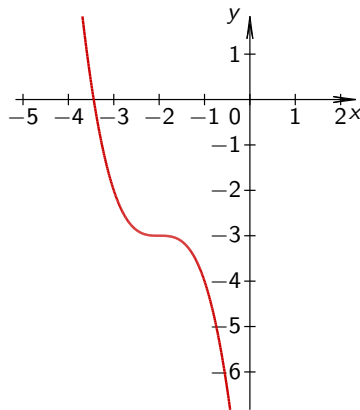
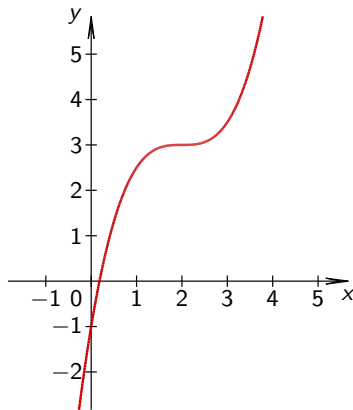
Z grafa funkcije  $f(x) = a(x - p)^2 + q$  razberite vrednosti parametrov  $a$ ,  $p$  in  $q$ .





## Naloga

Z grafa funkcije  $f(x) = a(x - p)^3 + q$  razberite vrednosti parametrov  $a$ ,  $p$  in  $q$ .





## Naloga

Izračunajte presečišče grafa dane funkcije  $f$  in dane premice.

- $f(x) = (x - 3)^2 - 2$  in  $y = -2x + 4$
- $f(x) = 2(x - 1)^2 + 4$  in  $y = 6$
- $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 3$  in  $y = x - 1$



## Naloga

Izračunajte presečišče grafa dane funkcije  $f$  in dane premice.

- $f(x) = (x - 3)^2 - 2$  in  $y = -2x + 4$
- $f(x) = 2(x - 1)^2 + 4$  in  $y = 6$
- $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 3$  in  $y = x - 1$

## Naloga

Izračunajte presečišče grafov danih funkcij  $f$  in  $g$ .

- $f(x) = (x - 3)^2$  in  $g(x) = x^2 + 3$
- $f(x) = (x - 3)^2 - 2$  in  $g(x) = (x - 4)^2 + 1$
- $f(x) = -x^2 + 2$  in  $g(x) = (x - 1)^2 + 1$



## Naloga

Naj bo prvič funkcija  $f$  dana s predpisom  $f(x) = x^2$ , drugič pa s  $f(x) = x^3$ . Zapišite predpis funkcije  $g$  za oba primera in narišite oba grafa.

- $g(x) = f(x - 2)$

- $g(x) = -f(x) + 1$

- $g(x) = f(x + 1)$

- $g(x) = -f(x - 2) + 1$

- $g(x) = f(x) + 1$

- $g(x) = |f(x) - 1|$

- $g(x) = f(x) - 2$

- $g(x) = 2f(x)$

- $g(x) = f(x + 1) - 3$

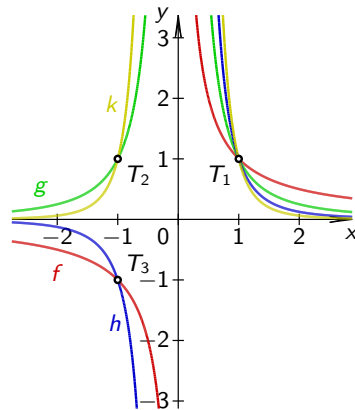
- $g(x) = f(|x|) + 1$

# Potenčna funkcija z negativnim celim eksponentom

# Potenčna funkcija z negativnim celim eksponentom

Potenčna funkcija z negativnim celim eksponentom

**Potenčna funkcija z negativnim celim eksponentom**  
je realna funkcija realne spremenljivke,



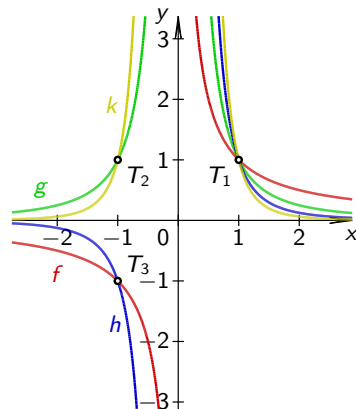
# Potenčna funkcija z negativnim celim eksponentom

Potenčna funkcija z negativnim celim eksponentom

**Potenčna funkcija z negativnim celim eksponentom**

je realna funkcija realne spremenljivke, podana s predpisom

$$f(x) = x^{-n} = \frac{1}{x^n}; \quad n \in \mathbb{R} \setminus \{0\}.$$



# Potenčna funkcija z negativnim celim eksponentom

Potenčna funkcija z negativnim celim eksponentom

**Potenčna funkcija z negativnim celim eksponentom**

je realna funkcija realne spremenljivke, podana s predpisom

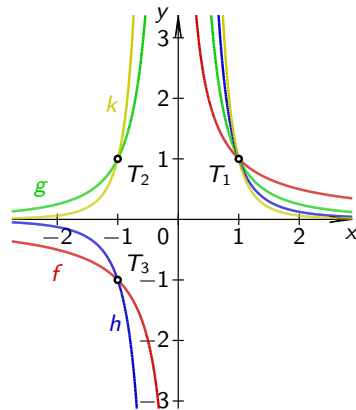
$$f(x) = x^{-n} = \frac{1}{x^n}; \quad n \in \mathbb{R} \setminus \{0\}.$$

$$f(x) = x^{-1}$$

$$g(x) = x^{-2}$$

$$h(x) = x^{-3}$$

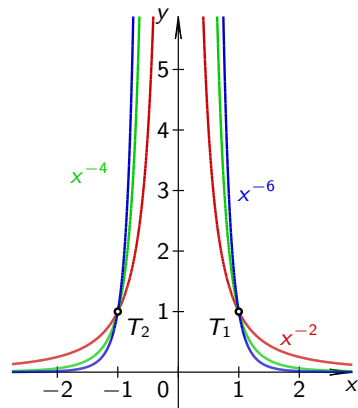
$$k(x) = x^{-4}$$



# Lastnosti potenčnih funkcij

## Lastnosti potenčnih funkcij z negativnim sodim eksponentom

- $D_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$
- $Z_f = (0, \infty)$
- Grafi potekajo skozi točki  $T_1(1, 1)$  in  $T_2(-1, 1)$ .
- So naraščajoče za  $x \in (-\infty, 0)$  in padajoče za  $x \in (0, \infty)$ .
- So sode – grafi so simetrični glede na ordinatno os.
- So konveksne za  $x \in (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$ .
- Nimajo ničel.
- $x = 0$  je navpična asimptota,  $y = 0$  je vodoravna asimptota.

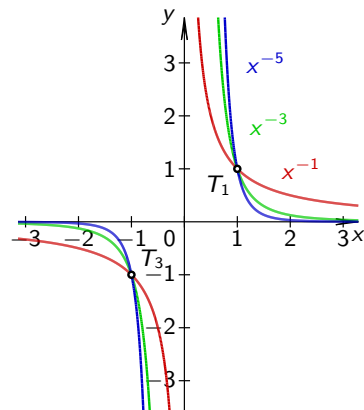




# Lastnosti potenčnih funkcij

## Lastnosti potenčnih funkcij z negativnim lihim eksponentom

- $D_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$
- $Z_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$
- Grafi potekajo skozi točki  $T_1(1, 1)$  in  $T_3(-1, -1)$ .
- So padajoče za  $x \in (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$ .
- So lihe – grafi so simetrični glede na koordinatno izhodišče.
- So konkavne za  $x \in (-\infty, 0)$  in konveksne za  $x \in (0, \infty)$ .
- Nimajo ničel.
- $x = 0$  je navpična asimptota,  $y = 0$  je vodoravna asimptota.





## Naloga

Katere izmed točk  $(0, 5)$ ,  $(-1, \frac{11}{4})$ ,  $(2, -5)$  ležijo na grafu funkcije  $f(x) = 2(x - 1)^{-3} + 3$ ?

## Naloga

Katere izmed točk  $(0, 5)$ ,  $(-1, \frac{11}{4})$ ,  $(2, -5)$  ležijo na grafu funkcije  $f(x) = 2(x - 1)^{-3} + 3$ ?

## Naloga

Naj bo  $f(x) = x^{-2}$ . Če graf funkcije  $f$  premaknemo po navodilu, dobimo graf funkcije  $g$ . Zapišite predpis funkcije  $g$ , njeno definicijsko območje, zalogo vrednosti, enačbi navpične in vodoravne asimptote, izračunajte ničle ter začetno vrednost in narišite njen graf.

- premik za 2 v levo in za 3 navzdol
- premik za 2 v desno in za 1 navzdol
- premik za 1 v desno in za 2 navzgor
- premik za 2 v levo in zrcaljenje čez ordinatno os
- premik za 2 v levo in zrcaljenje čez abscisno os
- premik za 2 navzgor, razteg za faktor 0.5 in zrcaljenje čez abscisno os



## Naloga

Naj bo  $f(x) = x^{-3}$ . Če graf funkcije  $f$  premaknemo po navodilu, dobimo graf funkcije  $g$ . Zapišite predpis funkcije  $g$ , njeno definicijsko območje, zalogo vrednosti, enačbi navpične in vodoravne asimptote, izračunajte ničle ter začetno vrednost in narišite njen graf.

- za 2 v levo in za 3 navzdol
- za 2 v desno in za 1 navzdol
- za 1 v levo in za 2 navzgor
- za 2 v levo in zrcaljenje čez abscisno os
- za 2 v levo in zrcaljenje čez ordinatno os
- za 3 navzdol in zrcaljenje čez abscisno os
- premik za 1 navzgor in zrcaljenje čez koordinatno izhodišče



## Naloga

Graf funkcije  $g$  smo dobili s togim premikom grafa funkcije  $f(x) = x^{-2}$ . Zapišite vektor premika ter enačbi navpične in vodoravne asimptote.

- $g(x) = (x - 3)^{-2} + 1$
- $g(x) = (x - 2)^{-2} - 1$
- $g(x) = (x + 3)^{-2} + 4$
- $g(x) = (x + 1)^{-2} - 5$



## Naloga

Graf funkcije  $g$  smo dobili s togim premikom grafa funkcije  $f(x) = x^{-2}$ . Zapišite vektor premika ter enačbi navpične in vodoravne asimptote.

- $g(x) = (x - 3)^{-2} + 1$
- $g(x) = (x - 2)^{-2} - 1$
- $g(x) = (x + 3)^{-2} + 4$
- $g(x) = (x + 1)^{-2} - 5$

## Naloga

Izračunajte presečišče grafa dane funkcije  $f$  in dane premice.

- $f(x) = (x - 3)^{-1} - 2$  in  $y = -1$
- $f(x) = 2(x - 1)^{-2} + 4$  in  $y = 6$
- $f(x) = -\frac{1}{2}x^{-2} + 3$  in  $y = 1$



## Naloga

Naj bo  $f(x) = x^{-1}$ . Zapišite predpis funkcije  $g$  in narišite njen graf.

- $g(x) = f(x - 2)$

- $g(x) = -f(x) + 1$

- $g(x) = f(x + 1)$

- $g(x) = -f(x - 2) + 1$

- $g(x) = f(x) + 1$

- $g(x) = |f(x) - 1|$

- $g(x) = f(x) - 2$

- $g(x) = 2f(x)$

- $g(x) = f(x + 2) - 1$

- $g(x) = f(|x|) + 1$



## Naloga

Naj bo  $f(x) = x^{-2}$ . Zapišite predpis funkcije  $g$  in narišite njen graf.

- $g(x) = f(x - 2)$

- $g(x) = -f(x) + 1$

- $g(x) = f(x + 1)$

- $g(x) = -f(x - 2) + 1$

- $g(x) = f(x) + 1$

- $g(x) = |f(x) - 1|$

- $g(x) = f(x) - 2$

- $g(x) = 2f(x)$

- $g(x) = f(x + 2) - 3$

- $g(x) = f(|x|) + 1$



## Naloga

Dana je funkcija  $f(x)$ . Narišite graf funkcije  $g(x)$ .

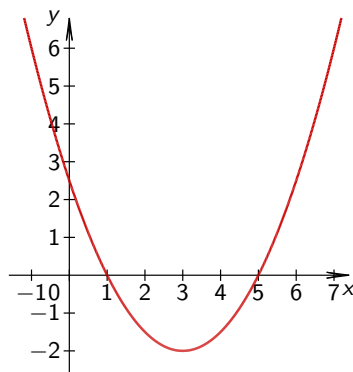
- $f(x) = x^{-1}$ ,  $g(x) = -f(x)$
- $f(x) = x^{-2}$ ,  $g(x) = 0.5f(x)$
- $f(x) = x^2$ ,  $g(x) = -f(x - 1)$
- $f(x) = x^3$ ,  $g(x) = -2f(x)$
- $f(x) = x^{-2}$ ,  $g(x) = 2f(x + 1)$
- $f(x) = x^{-1}$ ,  $g(x) = 3f(x - 2) - 1$
- $f(x) = x^3$ ,  $g(x) = 2f(x + 1) + 3$





## Naloga

Graf ene od potenčnih funkcij ( $x^2$ ,  $x^3$ ,  $x^{-1}$ ,  $x^{-2}$ ) smo raztegnili v smeri ordinatne osi in ga premaknili v smeri abscisne ter ordinatne osi in tako dobili graf na sliki. Zapišite funkcijo, katere graf je narisani. Z grafa razberite, če je mogoče, definicijsko območje, ničle, začetno vrednost in interval, kjer funkcija narašča. Ali je funkcija injektivna?





## Naloga

