### MATEMATIKA

1. letnik – splošna gimnazija

### Jan Kastelic

Gimnazija Antona Aškerca, Šolski center Ljubljana

10. oktober 2024

# Vsebina

Naravna in cela števila

2/33

## Section 1

## Naravna in cela števila



3/33

- 🚺 Naravna in cela števila
  - Naravna števila
  - Cela števila
  - Urejenost naravnih in celih števil



4/33

◆□▶ ◆□▶ ◆■▶ ◆■▶ ■ のQ@

5/33

10. oktober 2024

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

Množica naravnih števil



10. oktober 2024

Jan Kastelic (GAA)

#### Množica naravnih števil

Naravna števila so števila s katerimi štejemo.



5/33

### Množica naravnih števil

Naravna števila so števila s katerimi štejemo.

$$\mathbb{N}=\{1,2,3,4,\ldots\}$$

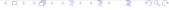
5/33

### Množica naravnih števil

Naravna števila so števila s katerimi štejemo.

$$\mathbb{N} = \{1,2,3,4,\ldots\}$$

Množico naravnih števil definirajo **Peanovi aksiomi**:



5/33

#### Množica naravnih števil

Naravna števila so števila s katerimi štejemo.

$$\mathbb{N} = \{1,2,3,4,\ldots\}$$

Množico naravnih števil definirajo **Peanovi aksiomi**:

• Vsako naravno število n ima svojega **naslednika** n+1.



5/33

#### Množica naravnih števil

Naravna števila so števila s katerimi štejemo.

$$\mathbb{N} = \{1,2,3,4,\ldots\}$$

Množico naravnih števil definirajo Peanovi aksiomi:

- Vsako naravno število n ima svojega **naslednika** n+1.
- ② Število 1 je naravno število, ki ni naslednik nobenega naravnega števila.

4□ > 4□ > 4 = > 4 = > = 90

5/33

#### Množica naravnih števil

Naravna števila so števila s katerimi štejemo.

$$\mathbb{N} = \{\mathbf{1}, \mathbf{2}, \mathbf{3}, \mathbf{4}, \ldots\}$$

Množico naravnih števil definirajo Peanovi aksiomi:

- Vsako naravno število n ima svojega **naslednika** n+1.
- ② Število 1 je naravno število, ki ni naslednik nobenega naravnega števila.
- 3 Različni naravni števili imata različna naslednika:  $n+1 \neq m+1$ ;  $n \neq m$ .

◆□▶◆□▶◆□▶◆□▶ ■ 少♀

5/33

#### Množica naravnih števil

Naravna števila so števila s katerimi štejemo.

$$\mathbb{N} = \{\mathbf{1}, \mathbf{2}, \mathbf{3}, \mathbf{4}, \ldots\}$$

Množico naravnih števil definirajo Peanovi aksiomi:

- Vsako naravno število n ima svojega **naslednika** n+1.
- ② Število 1 je naravno število, ki ni naslednik nobenega naravnega števila.
- **3** Različni naravni števili imata različna naslednika:  $n+1 \neq m+1$ ;  $n \neq m$ .
- Če neka trditev velja z vsakim naravnim številom tudi za njegovega naslednika, velja za vsa naravna števila. (aksiom/princip popolne indukcije)

6/33



6/33





6/33



Vsako število zapišemo s **številko**. Za zapis številke uporabljamo **števke**. Te so 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.



6/33



Vsako število zapišemo s **številko**. Za zapis številke uporabljamo **števke**. Te so 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Posamezne števke večmestnega števila od desne proti levi predstavljajo: **enice**, **desetice**, **stotice**, **tisočice**, ...



6/33

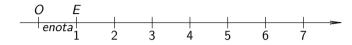


Vsako število zapišemo s **številko**. Za zapis številke uporabljamo **števke**. Te so 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Posamezne števke večmestnega števila od desne proti levi predstavljajo: **enice**, **desetice**, **stotice**, **tisočice**, ...

Število, ki je zapisano s črkovnimi oznakami števk označimo s črto nad zapsiom črkovne oznake.

6/33



Vsako število zapišemo s **številko**. Za zapis številke uporabljamo **števke**. Te so 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Posamezne števke večmestnega števila od desne proti levi predstavljajo: **enice**, **desetice**, **stotice**, **tisočice**, ...

Število, ki je zapisano s črkovnimi oznakami števk označimo s črto nad zapsiom črkovne oznake.

$$\overline{xy} = 10x + y$$
  $\overline{xyz} = 100x + 10y + z$ 

# Operacije v množici $\mathbb N$



7/33

10. oktober 2024

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

# Operacije v množici $\mathbb N$

Seštevanje



Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

# Operacije v množici $\mathbb N$

### Seštevanje

Poljubnima naravnima številoma x in y priredimo **vsoto**  $\mathbf{x} + \mathbf{y}$ .



7/33

# Operacije v množici N

### Seštevanje

Poljubnima naravnima številoma x in y priredimo **vsoto**  $\mathbf{x} + \mathbf{y}$ .

Število x oziroma y imenujemo seštevanec ali sumand ali člen.



7/33

# Operacije v množici N

### Seštevanje

Poljubnima naravnima številoma x in y priredimo **vsoto**  $\mathbf{x} + \mathbf{y}$ .

Število x oziroma y imenujemo **seštevanec** ali **sumand** ali **člen**.

Število x + y pa imenujemo **vsota** ali **summa**.



7/33

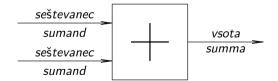
# Operacije v množici ℕ

### Seštevanje

Poljubnima naravnima številoma x in y priredimo **vsoto**  $\mathbf{x} + \mathbf{y}$ .

Število x oziroma y imenujemo **seštevanec** ali **sumand** ali **člen**.

Število x + y pa imenujemo **vsota** ali **summa**.



4□ > 4□ > 4 = > 4 = > = 90

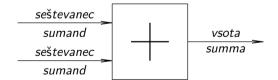
7/33

# Operacije v množici ℕ

### Seštevanje

Poljubnima naravnima številoma x in y priredimo **vsoto**  $\mathbf{x} + \mathbf{y}$ .

Število x oziroma y imenujemo **seštevanec** ali **sumand** ali **člen**. Število x + y pa imenujemo **vsota** ali **summa**.



Vsota naravnih števil je naravno število:  $x, y \in \mathbb{N} \Rightarrow x + y \in \mathbb{N}$ .

8/33



Poljubnima naravnima številoma x in y priredimo **produkt**  $\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}$ .



8/33

Poljubnima naravnima številoma x in y priredimo **produkt**  $\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}$ .

Število x oziroma y imenujemo **množenec** ali **faktor**.



8/33

Poljubnima naravnima številoma x in y priredimo **produkt**  $\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}$ .

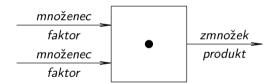
Število x oziroma y imenujemo **množenec** ali **faktor**. Število  $x \cdot y$  pa imenujemo **zmnožek** ali **produkt**.



8/33

Poljubnima naravnima številoma x in y priredimo **produkt**  $\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}$ .

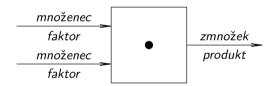
Število x oziroma y imenujemo **množenec** ali **faktor**. Število  $x \cdot y$  pa imenujemo **zmnožek** ali **produkt**.



8/33

Poljubnima naravnima številoma x in y priredimo **produkt**  $\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}$ .

Število x oziroma y imenujemo **množenec** ali **faktor**. Število  $x \cdot y$  pa imenujemo **zmnožek** ali **produkt**.

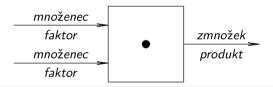


Produkt naravnih števil je naravno število:  $x, y \in \mathbb{N} \Rightarrow x \cdot y \in \mathbb{N}$ .

8/33

Poljubnima naravnima številoma x in y priredimo **produkt**  $\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}$ .

Število x oziroma y imenujemo **množenec** ali **faktor**. Število  $x \cdot y$  pa imenujemo **zmnožek** ali **produkt**.



Produkt naravnih števil je naravno število:  $x, y \in \mathbb{N} \Rightarrow x \cdot y \in \mathbb{N}$ .

Število **1** je **nevtralni element** za mmnoženje:  $1 \cdot x = x$ .

9/33

Številoma x in y, pri čemer je x večje od y (x > y), priredimo **razliko**  $\mathbf{x} - \mathbf{y}$ .



9/33

Številoma x in y, pri čemer je x večje od y (x > y), priredimo **razliko** x - y.

Število *x* imenujemo **zmanjševanec** ali **minuend**, število *y* pa imenujemo **odštevanec** ali **subtrahend**.



9/33

Številoma x in y, pri čemer je x večje od y (x > y), priredimo **razliko**  $\mathbf{x} - \mathbf{y}$ .

Število x imenujemo **zmanjševanec** ali **minuend**, število y pa imenujemo **odštevanec** ali **subtrahend**.

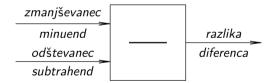
Številu x - y rečemo **razlika** ali **diferenca**.

9/33

Številoma x in y, pri čemer je x večje od y (x > y), priredimo **razliko** x - y.

Število x imenujemo **zmanjševanec** ali **minuend**, število y pa imenujemo **odštevanec** ali **subtrahend**.

Številu x - y rečemo **razlika** ali **diferenca**.

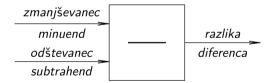


9/33

Številoma x in y, pri čemer je x večje od y (x > y), priredimo **razliko** x - y.

Število x imenujemo **zmanjševanec** ali **minuend**, število y pa imenujemo **odštevanec** ali **subtrahend**.

Številu x - y rečemo **razlika** ali **diferenca**.



Razlika je število, ki ga moramo prišteti številu y, da dobimo število x.

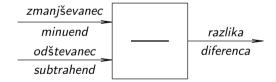
4□ > 4□ > 4□ > 4□ > 4□ > 900

9/33

Številoma x in y, pri čemer je x večje od y (x > y), priredimo **razliko** x - y.

Število x imenujemo **zmanjševanec** ali **minuend**, število y pa imenujemo **odštevanec** ali **subtrahend**.

Številu x - y rečemo **razlika** ali **diferenca**.



Razlika je število, ki ga moramo prišteti številu y, da dobimo število x.

$$(x - y) + y = x$$

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 10. oktober 2024

9/33

Seštevanje in množenje sta dvočleni notranji operaciji v množici naravnih števil ℕ.



10/33



10/33

Vrstni red operacij



10/33

### Vrstni red operacij

Prednost pri računanju imajo oklepaji (najprej najbolj notranji),



10 / 33

### Vrstni red operacij

Prednost pri računanju imajo oklepaji (najprej najbolj notranji), nato sledi množenje,

◆□▶ ◆御▶ ◆巻▶ ◆巻▶ - 巻 - 夕へ@

10 / 33

### Vrstni red operacij

Prednost pri računanju imajo **oklepaji** (najprej najbolj notranji), nato sledi **množenje**, na koncu pa imamo še **seštevanje** in **odštevanje**.

10 / 33

### Vrstni red operacij

Prednost pri računanju imajo **oklepaji** (najprej najbolj notranji), nato sledi **množenje**, na koncu pa imamo še **seštevanje** in **odštevanje**.

Kadar v izrazu nastopajo enakovredne računske operacije, računamo od leve proti desni.



10 / 33

### Vrstni red operacij

Prednost pri računanju imajo **oklepaji** (najprej najbolj notranji), nato sledi **množenje**, na koncu pa imamo še **seštevanje** in **odštevanje**.

Kadar v izrazu nastopajo enakovredne računske operacije, računamo od leve proti desni.

Pri množenju količin, ki so označene s črkovnimi oznakami, piko, ki označuje operacijo množenja ponavadi opustimo.

10 / 33

### Vrstni red operacij

Prednost pri računanju imajo **oklepaji** (najprej najbolj notranji), nato sledi **množenje**, na koncu pa imamo še **seštevanje** in **odštevanje**.

Kadar v izrazu nastopajo enakovredne računske operacije, računamo od leve proti desni.

Pri množenju količin, ki so označene s črkovnimi oznakami, piko, ki označuje operacijo množenja ponavadi opustimo.

$$x \cdot y = xy$$



10 / 33



11/33

Komutativnost seštevanja – zakon o zamenjavi členov



11/33

Komutativnost seštevanja – zakon o zamenjavi členov

$$\mathbf{x} + \mathbf{y} = \mathbf{y} + \mathbf{x}$$



11/33

Komutativnost seštevanja – zakon o zamenjavi členov

$$\mathbf{x} + \mathbf{y} = \mathbf{y} + \mathbf{x}$$

Vsota ni odvisna od vrstnega reda seštevanja.

4□ > 4□ > 4 = > 4 = > = 90

11/33

Komutativnost seštevanja – zakon o zamenjavi členov

$$x + y = y + x$$

Vsota ni odvisna od vrstnega reda seštevanja.

Asociativnost seštevanja – zakon o poljubnem združevanju členov



11/33

Komutativnost seštevanja – zakon o zamenjavi členov

$$x + y = y + x$$

Vsota ni odvisna od vrstnega reda seštevanja.

Asociativnost seštevanja – zakon o poljubnem združevanju členov

$$(x + y) + z = x + (y + z)$$



11/33

Komutativnost seštevanja – zakon o zamenjavi členov

$$x + y = y + x$$

Vsota ni odvisna od vrstnega reda seštevanja.

Asociativnost seštevanja – zakon o poljubnem združevanju členov

$$(x+y)+z=x+(y+z)$$

Vsota več kot dveh sumandov ni odvisna od združevanja po dveh sumandov.

| □ ▶ ◀ ∰ ▶ ◀ 불 ▶ ◀ 불 ▶ □ 불 □ ♥ Q (~)

11/33



12/33

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = \mathbf{y} \cdot \mathbf{x}$$



12/33

$$\mathbf{x}\cdot\mathbf{y}=\mathbf{y}\cdot\mathbf{x}$$

Produkt ni odvisen od vrstnega reda faktorjev.



12/33

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = \mathbf{y} \cdot \mathbf{x}$$

Produkt ni odvisen od vrstnega reda faktorjev.

Asociativnost množenja – zakon o poljubnem združevanju faktorjev



12/33

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = \mathbf{y} \cdot \mathbf{x}$$

Produkt ni odvisen od vrstnega reda faktorjev.

Asociativnost množenja – zakon o poljubnem združevanju faktorjev

$$(\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}) \cdot \mathbf{z} = \mathbf{x} \cdot (\mathbf{y} \cdot \mathbf{z})$$



12/33

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = \mathbf{y} \cdot \mathbf{x}$$

Produkt ni odvisen od vrstnega reda faktorjev.

Asociativnost množenja – zakon o poljubnem združevanju faktorjev

$$(\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}) \cdot \mathbf{z} = \mathbf{x} \cdot (\mathbf{y} \cdot \mathbf{z})$$

Produkt več kot dveh sumandov ni odvisen od združevanja faktorjev.



12 / 33

$$\mathbf{x}\cdot\mathbf{y}=\mathbf{y}\cdot\mathbf{x}$$

Produkt ni odvisen od vrstnega reda faktorjev.

Asociativnost množenja – zakon o poljubnem združevanju faktorjev

$$(\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}) \cdot \mathbf{z} = \mathbf{x} \cdot (\mathbf{y} \cdot \mathbf{z})$$

Produkt več kot dveh sumandov ni odvisen od združevanja faktorjev.

Distributivnost – zakon o razčlenjevanju



12/33

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = \mathbf{y} \cdot \mathbf{x}$$

Produkt ni odvisen od vrstnega reda faktorjev.

Asociativnost množenja – zakon o poljubnem združevanju faktorjev

$$(\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}) \cdot \mathbf{z} = \mathbf{x} \cdot (\mathbf{y} \cdot \mathbf{z})$$

Produkt več kot dveh sumandov ni odvisen od združevanja faktorjev.

Distributivnost – zakon o razčlenjevanju

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{z} + \mathbf{y} \cdot \mathbf{z} = (\mathbf{x} + \mathbf{y}) \cdot \mathbf{z}$$



12/33

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = \mathbf{y} \cdot \mathbf{x}$$

Produkt ni odvisen od vrstnega reda faktorjev.

Asociativnost množenja – zakon o poljubnem združevanju faktorjev

$$(\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}) \cdot \mathbf{z} = \mathbf{x} \cdot (\mathbf{y} \cdot \mathbf{z})$$

Produkt več kot dveh sumandov ni odvisen od združevanja faktorjev.

Distributivnost – zakon o razčlenjevanju

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{z} + \mathbf{y} \cdot \mathbf{z} = (\mathbf{x} + \mathbf{y}) \cdot \mathbf{z}$$

Če to beremo iz desne proti levi, rečemu tudi pravilo izpostavljanja skupnega faktorja.

| Value | Val

# Naloga

Izračunajte.



Izračunajte.

• 
$$(1+2\cdot7)+3\cdot(2\cdot2+7)$$

• 
$$3 \cdot (2 + 3 \cdot 5) \cdot (2 + 1)$$

• 
$$7 + (2 + 6 \cdot 3) + (8 + 4 \cdot 5)$$

• 
$$11 \cdot 4 + (12 - 6) \cdot 5$$

• 
$$8+2\cdot(3+7)-15$$

• 
$$37 - 5 \cdot (10 - 3)$$

Naravna števila

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 10. oktober 2024 14/33

Hitro izračunajte.



Hitro izračunajte.

$$\bullet$$
 45 + 37 + 15

• 
$$108 + 46 - 28$$

- $\bullet \ 5 \cdot 13 \cdot 8$
- 4 · 7 · 25
- $(7+3) \cdot 2 \cdot 5$
- $15 \cdot (4+6) \cdot 2$
- $3 \cdot 5 + 7 \cdot 5$
- $8 \cdot 12 + 6 \cdot 8$

Jan Kastelic (GAA)

Zapišite račun glede na besedilo in izračunajte.



15 / 33

Zapišite račun glede na besedilo in izračunajte.

- Produktu števil 12 in 27 odštejte razliko števil 19 in 11.
- Vsoti produkta 4 in 12 ter produkta 5 in 16 odštejte 8.
- Vsoto števil 42 in 23 pomnožite z razliko števil 58 in 29.
- Produkt števil 14 in 17 pomnožite z vsoto števil 5 in 16.

15/33

16/33

Rešite besedilno nalogo.



16/33

Rešite besedilno nalogo.

• V trgovini kupimo tri litre mleka in štiri čokoladne pudinge v prahu. Če stane liter mleka 95 centov, čokoladni puding v prahu pa 24 centov, koliko moramo plačati?

 Manca bo kuhala rižoto za štiri otroke in šest odraslih. Za otroško porcijo rižote zadošča 45 g riža, za odraslo pa 75 g. Koliko riža mora dati kuhati za rižoto?

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 10. oktober 2024 16 / 33



Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

17 / 33

Množica celih števil



#### Množica celih števil

$$\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$$



17 / 33

#### Množica celih števil

$$\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$$

Množica celih števil  $\mathbb Z$  je definirana kot unija treh množic:



17 / 33

#### Množica celih števil

$$\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$$

Množica celih števil  $\mathbb Z$  je definirana kot unija treh množic:

• množica **pozitivnih celih števil** ( $\mathbb{Z}^+$ ) – naravna števila  $\mathbb{N}$ ;



17 / 33

#### Množica celih števil

$$\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$$

Množica celih števil  $\mathbb Z$  je definirana kot unija treh množic:

- množica **pozitivnih celih števil**  $(\mathbb{Z}^+)$  naravna števila  $\mathbb{N}$ ;
- število 0;



17 / 33

#### Množica celih števil

$$\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$$

Množica celih števil  $\mathbb Z$  je definirana kot unija treh množic:

- množica **pozitivnih celih števil** ( $\mathbb{Z}^+$ ) naravna števila  $\mathbb{N}$ ;
- število 0;
- množica **negativnih celih števil** ( $\mathbb{Z}^-$ ) nasprotna števila vseh naravnih števil.



17/33

#### Množica celih števil

$$\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$$

Množica celih števil  $\mathbb{Z}$  je definirana kot unija treh množic:

- množica **pozitivnih celih števil** ( $\mathbb{Z}^+$ ) naravna števila  $\mathbb{N}$ ;
- število 0;
- množica **negativnih celih števil** ( $\mathbb{Z}^-$ ) nasprotna števila vseh naravnih števil.

$$\mathbb{Z} = \mathbb{Z}^- \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}^+$$



17 / 33

#### Množica celih števil

$$\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$$

Množica celih števil  $\mathbb{Z}$  je definirana kot unija treh množic:

- množica **pozitivnih celih števil** ( $\mathbb{Z}^+$ ) naravna števila  $\mathbb{N}$ ;
- število 0;
- množica **negativnih celih števil** ( $\mathbb{Z}^-$ ) nasprotna števila vseh naravnih števil.

$$\mathbb{Z} = \mathbb{Z}^- \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}^+$$

Nasprotna vrednost števila n je število -n.



17/33



Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

## Seštevanje



18 / 33

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

## Seštevanje

$$\mathbf{x} + \mathbf{0} = \mathbf{x}; \ \forall x \in \mathbb{Z}$$



18 / 33

## Seštevanje

$$\mathbf{x} + \mathbf{0} = \mathbf{x}; \ \forall \mathbf{x} \in \mathbb{Z}$$

Število 0 je **nevtralni element** pri seštevanju.



18/33

## Seštevanje

$$\mathbf{x} + \mathbf{0} = \mathbf{x}; \ \forall x \in \mathbb{Z}$$

Število 0 je **nevtralni element** pri seštevanju.

$$\mathbf{x} + (-\mathbf{x}) = \mathbf{0}; \ \forall x \in \mathbb{Z}$$



18/33

## Seštevanje

$$\mathbf{x} + \mathbf{0} = \mathbf{x}; \ \forall \mathbf{x} \in \mathbb{Z}$$

Število 0 je **nevtralni element** pri seštevanju.

$$\mathbf{x} + (-\mathbf{x}) = \mathbf{0}; \ \forall x \in \mathbb{Z}$$

Vsota celega števila in njemu nasprotnega števila je enaka 0.



18/33

### Seštevanje

$$\mathbf{x} + \mathbf{0} = \mathbf{x}; \ \forall x \in \mathbb{Z}$$

Število 0 je **nevtralni element** pri seštevanju.

$$\mathbf{x} + (-\mathbf{x}) = \mathbf{0}; \ \forall x \in \mathbb{Z}$$

Vsota celega števila in njemu nasprotnega števila je enaka 0.

$$-(-\mathbf{x}) = \mathbf{x}; \ \forall x \in \mathbb{Z}$$



18/33

## Seštevanje

$$\mathbf{x} + \mathbf{0} = \mathbf{x}$$
;  $\forall x \in \mathbb{Z}$ 

Število 0 je **nevtralni element** pri seštevanju.

$$\mathbf{x} + (-\mathbf{x}) = \mathbf{0}; \ \forall x \in \mathbb{Z}$$

Vsota celega števila in njemu nasprotnega števila je enaka 0.

$$-(-\mathbf{x}) = \mathbf{x}; \ \forall x \in \mathbb{Z}$$

Nasprotna vrednost nasprotne vrednosti je enaka prvotni vrednosti.



19/33

$$-\mathbf{x} + (-\mathbf{y}) = -(\mathbf{x} + \mathbf{y})$$



19/33

$$-\mathbf{x} + (-\mathbf{y}) = -(\mathbf{x} + \mathbf{y})$$

Vsota nasprotnih vrednosti je enaka nasprotni vrednosti vsote.



19/33

$$-\mathbf{x} + (-\mathbf{y}) = -(\mathbf{x} + \mathbf{y})$$

Vsota nasprotnih vrednosti je enaka nasprotni vrednosti vsote.

Naj bosta x in y naravni števili. Vsota pozitivnega števila x in negativnega števila -y je:

( D ) ( D ) ( E ) ( E ) ( E ) 990

19 / 33

$$-\mathbf{x} + (-\mathbf{y}) = -(\mathbf{x} + \mathbf{y})$$

Vsota nasprotnih vrednosti je enaka nasprotni vrednosti vsote.

Naj bosta x in y naravni števili. Vsota pozitivnega števila x in negativnega števila -y je:

• pozitivno število, če je x > y in



19 / 33

$$-\mathbf{x} + (-\mathbf{y}) = -(\mathbf{x} + \mathbf{y})$$

Vsota nasprotnih vrednosti je enaka nasprotni vrednosti vsote.

Naj bosta x in y naravni števili. Vsota pozitivnega števila x in negativnega števila -y je:

- pozitivno število, če je x > y in
- negativno število, če je x < y.



19 / 33

20 / 33

## Odštevanje



20 / 33

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

Razlika x - y dveh pozitivnih števil x in y je:



20 / 33

Razlika x - y dveh pozitivnih števil x in y je:

• pozitivno število, če je x > y in



20 / 33

Razlika x - y dveh pozitivnih števil x in y je:

- pozitivno število, če je x > y in
- negativno število, če je x < y.

20 / 33

Razlika x - y dveh pozitivnih števil x in y je:

- pozitivno število, če je x > y in
- negativno število, če je x < y.

Razlika dveh negativnih števil (-x) - (-y) je:



20 / 33

Razlika x - y dveh pozitivnih števil x in y je:

- pozitivno število, če je x > y in
- negativno število, če je x < y.

Razlika dveh negativnih števil (-x) - (-y) je:

• pozitvno število, če je x < y in



20 / 33

Razlika x - y dveh pozitivnih števil x in y je:

- pozitivno število, če je x > y in
- negativno število, če je x < y.

Razlika dveh negativnih števil (-x) - (-y) je:

- pozitvno število, če je x < y in
- negativno število, če je x > y.



20 / 33

Razlika x - y dveh pozitivnih števil x in y je:

- pozitivno število, če je x > y in
- negativno število, če je x < y.

Razlika dveh negativnih števil (-x) - (-y) je:

- pozitvno število, če je x < y in
- negativno število, če je x > y.

Razlika pozitivnega števila x in negativnega števila -y je pozitvno število.



20 / 33

Razlika x - y dveh pozitivnih števil x in y je:

- pozitivno število, če je x > y in
- negativno število, če je x < y.

Razlika dveh negativnih števil (-x) - (-y) je:

- pozitvno število, če je x < y in
- negativno število, če je x > y.

Razlika pozitivnega števila x in negativnega števila -y je pozitvno število.

Odštevanje v množici  $\mathbb Z$  je prištevanje nasprotne vrednosti.



Razlika x - y dveh pozitivnih števil x in y je:

- pozitivno število, če je x > y in
- negativno število, če je x < y.

Razlika dveh negativnih števil (-x) - (-y) je:

- pozitvno število, če je x < y in
- negativno število, če je x > y.

Razlika pozitivnega števila x in negativnega števila -y je pozitvno število.

Odštevanje v množici  $\mathbb Z$  je prištevanje nasprotne vrednosti.

$$\mathbf{x} - \mathbf{y} = \mathbf{x} + (-\mathbf{y})$$



Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

$$\mathbf{1} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{x}; \ \forall x \in \mathbb{Z}$$



21 / 33

$$\mathbf{1} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{x}; \ \forall x \in \mathbb{Z}$$

Število 1 je **nevtralni element** za množenje.



21 / 33

$$\mathbf{1} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{x}; \ \forall x \in \mathbb{Z}$$

Število 1 je **nevtralni element** za množenje.

$$(-1) \cdot \mathbf{x} = -\mathbf{x}; \ \forall x \in \mathbb{Z}$$



21 / 33

$$\mathbf{1} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{x}; \ \forall x \in \mathbb{Z}$$

Število 1 je **nevtralni element** za množenje.

$$(-1) \cdot \mathbf{x} = -\mathbf{x}; \ \forall \mathbf{x} \in \mathbb{Z}$$

Pri množenju celega števila x z -1 dobimo nasprotno število -x.



21 / 33

$$\mathbf{1} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{x}; \ \forall x \in \mathbb{Z}$$

Število 1 je **nevtralni element** za množenje.

$$(-1) \cdot \mathbf{x} = -\mathbf{x}; \ \forall \mathbf{x} \in \mathbb{Z}$$

Pri množenju celega števila x z -1 dobimo nasprotno število -x.

$$\mathbf{0} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{0}; \ \forall x \in \mathbb{Z}$$



21 / 33

$$\mathbf{1} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{x}; \ \forall x \in \mathbb{Z}$$

Število 1 je **nevtralni element** za množenje.

$$(-1) \cdot \mathbf{x} = -\mathbf{x}; \ \forall x \in \mathbb{Z}$$

Pri množenju celega števila x z -1 dobimo nasprotno število -x.

$$\mathbf{0} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{0}; \ \forall x \in \mathbb{Z}$$

Rezultat množenja števila s številom 0 je enak 0.



21/33

Cela števila



$$(-\mathbf{x})(-\mathbf{y}) = \mathbf{x}\mathbf{y}$$



22 / 33

$$(-x)(-y) = xy$$



22 / 33

$$(-x)(-y) = xy$$

$$-\mathbf{x}\cdot\mathbf{y}=-(\mathbf{x}\mathbf{y})$$



22 / 33

$$(-x)(-y) = xy$$

$$-\mathbf{x}\cdot\mathbf{y}=-(\mathbf{x}\mathbf{y})$$

$$\mathbf{x}(-\mathbf{y}) = -(\mathbf{x}\mathbf{y})$$



22 / 33

$$(-x)(-y) = xy$$

$$-\mathbf{x}\cdot\mathbf{y}=-(\mathbf{x}\mathbf{y})$$

$$\mathbf{x}(-\mathbf{y}) = -(\mathbf{x}\mathbf{y})$$

Produkt pozitivnega in negativnega števila je negativno število.



22 / 33

$$(-x)(-y) = xy$$

$$-\mathbf{x}\cdot\mathbf{y}=-(\mathbf{x}\mathbf{y})$$

$$\mathbf{x}(-\mathbf{y}) = -(\mathbf{x}\mathbf{y})$$

Produkt pozitivnega in negativnega števila je negativno število.

$$(-\mathsf{x})(-\mathsf{y})=\mathsf{x}\mathsf{y}$$



22 / 33

$$(-x)(-y) = xy$$

$$-\mathbf{x}\cdot\mathbf{y}=-(\mathbf{x}\mathbf{y})$$

$$\mathbf{x}(-\mathbf{y}) = -(\mathbf{x}\mathbf{y})$$

Produkt pozitivnega in negativnega števila je negativno število.

$$(-x)(-y) = xy$$

Produkt liho mnogo negativnih faktorjev je negativno število.



22 / 33

$$(-\mathsf{x})(-\mathsf{y})=\mathsf{x}\mathsf{y}$$

$$-\mathbf{x}\cdot\mathbf{y}=-(\mathbf{x}\mathbf{y})$$

$$\mathbf{x}(-\mathbf{y}) = -(\mathbf{x}\mathbf{y})$$

Produkt pozitivnega in negativnega števila je negativno število.

$$(-x)(-y) = xy$$

Produkt liho mnogo negativnih faktorjev je negativno število.

Seštevanje, odštevanje in množenje so v množici  $\mathbb Z$  dvočlene notranje operacije.



23 / 33

Komutativnost seštevanja



Jan Kastelic (GAA)

#### Komutativnost seštevanja

$$\mathbf{x} + \mathbf{y} = \mathbf{y} + \mathbf{x}$$

23 / 33

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

Komutativnost seštevanja

$$x + y = y + x$$

Asociativnost seštevanja



10. oktober 2024

Komutativnost seštevanja

$$x + y = y + x$$

Asociativnost seštevanja

$$(x+y)+z=x+(y+z)$$

10. oktober 2024

Jan Kastelic (GAA)

Komutativnost seštevanja

$$x + y = y + x$$

Asociativnost seštevanja

$$(x + y) + z = x + (y + z)$$

#### Komutativnost množenja

Jan Kastelic (GAA)

#### Komutativnost seštevanja

$$x + y = y + x$$

#### Asociativnost seštevanja

$$(x + y) + z = x + (y + z)$$

#### Komutativnost množenja

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = \mathbf{y} \cdot \mathbf{x}$$



Komutativnost seštevanja

$$x + y = y + x$$

Asociativnost seštevanja

$$(x+y)+z=x+(y+z)$$

Komutativnost množenja

$$\mathbf{x}\cdot\mathbf{y}=\mathbf{y}\cdot\mathbf{x}$$

Asociativnost množenja



Komutativnost seštevanja

$$x + y = y + x$$

Asociativnost seštevanja

$$(x + y) + z = x + (y + z)$$

Komutativnost množenja

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = \mathbf{y} \cdot \mathbf{x}$$

Asociativnost množenja

$$(\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}) \cdot \mathbf{z} = \mathbf{x} \cdot (\mathbf{y} \cdot \mathbf{z})$$

Komutativnost seštevanja

$$x + y = y + x$$

$$\mathbf{x}\cdot\mathbf{y}=\mathbf{y}\cdot\mathbf{x}$$

Asociativnost seštevanja

$$(x + y) + z = x + (y + z)$$

Asociativnost množenja

Komutativnost množenja

$$(\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}) \cdot \mathbf{z} = \mathbf{x} \cdot (\mathbf{y} \cdot \mathbf{z})$$

Distributivnost seštevanja in množenja ter odštevanja in množenja



# Osnovni računski zakoni v Z

Komutativnost seštevanja

$$x + y = y + x$$

Komutativnost množenja

$$\mathbf{x}\cdot\mathbf{y}=\mathbf{y}\cdot\mathbf{x}$$

Asociativnost seštevanja

$$(x + y) + z = x + (y + z)$$

Asociativnost množenja

$$(\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}) \cdot \mathbf{z} = \mathbf{x} \cdot (\mathbf{y} \cdot \mathbf{z})$$

Distributivnost seštevanja in množenja ter odštevanja in množenja

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{z} + \mathbf{y} \cdot \mathbf{z} = (\mathbf{x} + \mathbf{y}) \cdot \mathbf{z}$$



# Osnovni računski zakoni v Z

#### Komutativnost seštevanja

$$x + y = y + x$$

# Komutativnost množenja

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = \mathbf{y} \cdot \mathbf{x}$$

#### Asociativnost seštevanja

$$(x + y) + z = x + (y + z)$$

# Asociativnost množenja

$$(\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}) \cdot \mathbf{z} = \mathbf{x} \cdot (\mathbf{y} \cdot \mathbf{z})$$

Distributivnost seštevanja in množenja ter odštevanja in množenja

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{z} + \mathbf{y} \cdot \mathbf{z} = (\mathbf{x} + \mathbf{y}) \cdot \mathbf{z}$$

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{z} - \mathbf{y} \cdot \mathbf{z} = (\mathbf{x} - \mathbf{y}) \cdot \mathbf{z}$$



Cela števila

Izračunajte.



Izračunajte.

• 
$$17 - 13 - 2 + 10$$

$$\bullet$$
 50 + 11 - 32 - 14

• 
$$3 + ((5 + 2(7 - 9)) \cdot 2 - 1)$$

• 
$$(2-5(6-10))\cdot(5-2(7-5))$$

$$9(11-3)+7(10-15)$$

• 
$$8 + 9(11 - 18) - 2 \cdot 5$$

Cela števila

Spretno izračunajte.



10. oktober 2024

Jan Kastelic (GAA)

Spretno izračunajte.

- $7 \cdot 8 12 \cdot 8$
- $5 \cdot 18 + 9 \cdot 5 5 \cdot 2$
- $8 \cdot (4-9) \cdot 2$
- $5 \cdot 3 \cdot (12 8)$
- $(15-6)(12-3\cdot 4)$



Cela števila

Rešite besedilne naloge.



Rešite besedilne naloge.

• V hotelu imajo na voljo osemnajst enoposteljnih, štiriintrideset dvoposteljnih in petindevetdeset triposteljnih sob. Koliko ljudi lahko še prespi v hotelu, če je v njem že sto triinštirideset gostov?

 Pohod na bližnji hrib traja tri ure. Koliko minut moramo še hoditi, če smo na poti že 145 minut?

26 / 33

Cela števila

• S Ptuja in iz Postojne (razdalja med njima je približno 190 km) sočasno odpeljeta dva motorista drug proti drugemu. En vozi povprečno 40 km/h, drugi pa 5 km/h manj. Kolikšna bo razdalja med njima po dveh urah vožnje?



27 / 33

S Ptuja in iz Postojne (razdalja med njima je približno 190 km) sočasno odpeljeta dva motorista drug proti drugemu. En vozi povprečno 40 km/h, drugi pa 5 km/h manj. Kolikšna bo razdalja med njima po dveh urah vožnje?

# Naloga

Zapišite enačbe in jih poenostavite.



27 / 33

S Ptuja in iz Postojne (razdalja med njima je približno 190 km) sočasno odpeljeta dva motorista drug proti drugemu. En vozi povprečno 40 km/h, drugi pa 5 km/h manj. Kolikšna bo razdalja med njima po dveh urah vožnje?

# Naloga

Zapišite enačbe in jih poenostavite.

- ullet Razlika petkratnika a in b je enaka trikratniku vsote štirikratnika a in petkratnika b.
- ullet Vsota x in dvakratnika y je enaka razliki petkratnika x in dvanajstkratnika y.

# Urejenost naravnih in celih števil

Številska množica je **urejena**, kadar lahko po velikosti primerjamo njena poljubna elementa.

Pri urejanju števil uporabljamo naslednje znake:

<	manjše / manj
>	večje / več
<	manjše ali enako / največ
<u> </u>	večje ali enako / vsaj, najmanj
=	enako

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 10. oktober 2024 28 / 33

Za poljubni števili  $x, y \in \mathbb{Z}$  velja natanko ena izmed naslednjih možnosti: x > y, x < y ali x = y.

$$\mathsf{x}>\mathsf{y}\Leftrightarrow\mathsf{x}-\mathsf{y}>0$$

Slika števila x leži na številski premici desno od slike števila y.

$$\mathbf{x} < \mathbf{y} \Leftrightarrow \mathbf{x} - \mathbf{y} < \mathbf{0}$$

Slika števila x leži na številski premici levo od slike števila y.

$$x = y \Leftrightarrow x - y = 0$$

Slika števila x sovpada s sliko števila y.

**イロトイ御トイミトイミト ミ か**9(

10. oktober 2024

#### Pozitivna števila

V množici  $\mathbb Z$  so pozitivna tista števila, ki so večja od števila 0 in njihove slike ležijo desno od izhodišča.

### Negativna števila

V množici  $\mathbb Z$  so negativna tista števila, ki so manjša od števila 0 in njihove slike ležijo levo od izhodišča.

Vsako pozitivno celo število (vsako naravno število) je večje od katerega koli negativnega celega števila.

Velja pa tudi:

$$x \le y \Leftrightarrow x - y \le 0$$

$$x \ge y \Leftrightarrow x - y \ge 0$$

#### Z relacijo biti manjši ali enak je množica $\mathbb{Z}$ linearno urejena, to pomeni, da veljajo:

#### Refleksivnost

$$\forall x \in \mathbb{Z} : x \leq x$$

#### Antisimetričnost

$$\forall x, y \in \mathbb{Z} : x \le y \land y \le x \Rightarrow x = y$$

#### **Tranzitivnost**

$$\forall x, y, z \in \mathbb{Z} : x \leq y \land y \leq z \Rightarrow x \leq z$$

### Stroga sovisnost

$$\forall x, y \in \mathbb{Z}; x \neq y : x \leq y \lor y \leq x$$

#### Monotonost vsote

$$x < y \Rightarrow x + z < y + z$$
  $x \le y \Rightarrow x + z \le y + z$ 

Če na obeh straneh neenakosti prištejemo isto število, se neenakost ohrani.

$$x < y \land z > 0 \Rightarrow x \cdot z < y \cdot z$$
  $x \le y \land z > 0 \Rightarrow x \cdot z \le y \cdot z$ 

Pri množenju neenakosti z negativnim številom se znak neenakosti ohrani.

$$x < y \land z < 0 \Rightarrow x \cdot z > y \cdot z$$
  $x \le y \land z < 0 \Rightarrow x \cdot z \ge y \cdot z$ 

Pri množenju neenakosti z negativnim številom se znak neenakosti obrne.

Obravnavane lastnosti veljajo tudi za relaciji  $\geq$  in >.

ロトオ団トオミトオミト ミークの

Urejenost naravnih in celih števil

Uredite števila 3, -2, 5, -1, 0, -7, 6, -6 po velikosti in jih predstavite na številski premici.



33 / 33

Uredite števila 3, -2, 5, -1, 0, -7, 6, -6 po velikosti in jih predstavite na številski premici.

# Naloga

Uredite števila 104, -27, 35, -107, 36, -26, 25, -28, 81 po velikosti.

33 / 33

Uredite števila 3, -2, 5, -1, 0, -7, 6, -6 po velikosti in jih predstavite na številski premici.

# Naloga

Uredite števila 104, -27, 35, -107, 36, -26, 25, -28, 81 po velikosti.

# Naloga

Gladina Mrtvega morja leži v depresiji na -423 m nadmorske višine, njegova največja globina pa je 378 m. Kolikšna je najmanjša nadmorska višina dna Mrtvega morja?

Uredite števila 3, -2, 5, -1, 0, -7, 6, -6 po velikosti in jih predstavite na številski premici.

### Naloga

Uredite števila 104, -27, 35, -107, 36, -26, 25, -28, 81 po velikosti.

### Naloga

Gladina Mrtvega morja leži v depresiji na -423 m nadmorske višine, njegova največja globina pa je 378 m. Kolikšna je najmanjša nadmorska višina dna Mrtvega morja?

# Naloga

Za katera cela števila x ima izraz 3x - 5(x + 2) večjo ali enako vrednost od izraza 4 - (12 + x)?