

# MATEMATIKA

2. letnik – splošna gimnazija

Jan Kastelic

Gimnazija Antona Aškerca,  
Šolski center Ljubljana

1. marec 2026

# Vsebina

- 1 Korenska funkcija
- 2 Kvadratna funkcija

# Section 1

## Korenska funkcija

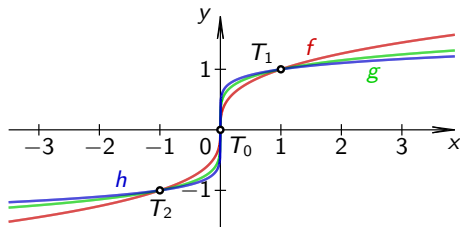
- 1 Korenska funkcija
  - Korenska funkcija z lihim korenskim eksponentom
  - Korenska funkcija s sodim korenskim eksponentom
- 2 Kvadratna funkcija

# Korenska funkcija z lihim korenskimi eksponentom

# Korenska funkcija z lihim korenskimi eksponentom

## Korenska funkcija z lihim korenskimi eksponentom

Vse potenčne funkcije z lihim naravnim eksponentom  $f(x) = x^{2k+1}; k \in \mathbb{N}$  so bijektivne, zato jim lahko priredimo inverzne funkcije – to so **korenske funkcije z lihim korenskimi eksponentom**,

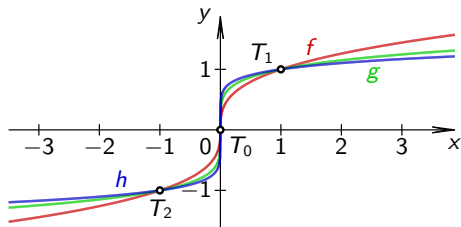


# Korenska funkcija z lihim korenskimi eksponentom

## Korenska funkcija z lihim korenskimi eksponentom

Vse potenčne funkcije z lihim naravnim eksponentom  $f(x) = x^{2k+1}; k \in \mathbb{N}$  so bijektivne, zato jim lahko priredimo inverzne funkcije – to so **korenske funkcije z lihim korenskimi eksponentom**, podane s predpisom

$$f^{-1}(x) = \sqrt[2k+1]{x}; \quad k \in \mathbb{N}.$$

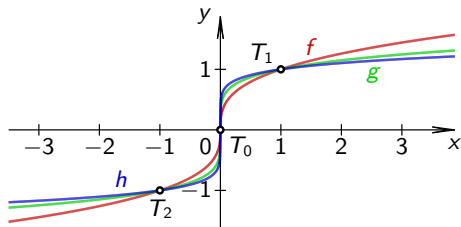


# Korenska funkcija z lihim korenskimi eksponentom

## Korenska funkcija z lihim korenskimi eksponentom

Vse potenčne funkcije z lihim naravnim eksponentom  $f(x) = x^{2k+1}; k \in \mathbb{N}$  so bijektivne, zato jim lahko priredimo inverzne funkcije – to so **korenske funkcije z lihim korenskimi eksponentom**, podane s predpisom

$$f^{-1}(x) = \sqrt[2k+1]{x}; \quad k \in \mathbb{N}.$$



$$f(x) = \sqrt[3]{x}$$

$$g(x) = \sqrt[5]{x}$$

$$h(x) = \sqrt[7]{x}$$



# Lastnosti korenskih funkcij

## Lastnosti korenskih funkcij z lihim korenskim eksponentom

- $D_f = \mathbb{R}$
- $Z_f = \mathbb{R}$
- So naraščajoče za vse  $x \in \mathbb{R}$ .
- Grafi potekajo skozi točke  $T_0(0, 0)$ ,  $T_1(1, 1)$  in  $T_2(-1, -1)$ .
- So negativne za  $x \in (-\infty, 0)$  in pozitivne za  $x \in (0, \infty)$ .
- So neomejene.
- So lihe – grafi so simetrični glede na koordinatno izhodišče.
- So konveksne za  $x \in (-\infty, 0)$  in konkavne za  $x \in (0, \infty)$ .
- Imajo ničlo pri  $x = 0$ .
- Tangenta na krivuljo v ničli je ordinatna os.

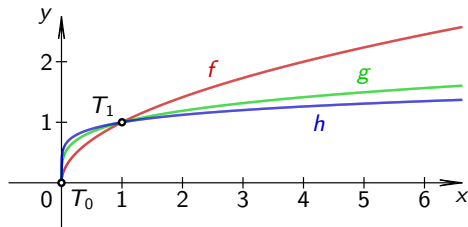
# Korenska funkcija z lihim korenskimi eksponentom

# Korenska funkcija z lihim korenskimi eksponentom

## Korenska funkcija s sodim korenskimi eksponentom

Potenčne funkcije s sodim naravnim eksponentom  $f(x) = x^{2k}; k \in \mathbb{N}$  niso bijektivne. Če jim hočemo prirediti inverzne funkcije, moramo skrajšati definicijsko območje na interval  $[0, \infty)$ .

Tako dobimo **korenske funkcije s sodim korenskimi eksponentom**,

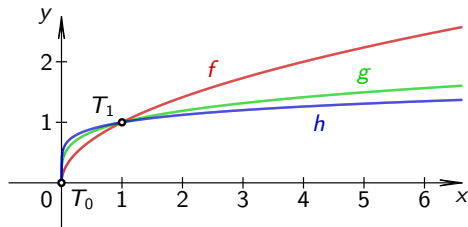


# Korenska funkcija z lihim korenskimi eksponentom

## Korenska funkcija s sodim korenskimi eksponentom

Potenčne funkcije s sodim naravnim eksponentom  $f(x) = x^{2k}; k \in \mathbb{N}$  niso bijektivne. Če jim hočemo prirediti inverzne funkcije, moramo skrajšati definicijsko območje na interval  $[0, \infty)$ . Tako dobimo **korenske funkcije s sodim korenskimi eksponentom**, podane s predpisom

$$f^{-1}(x) = \sqrt[2k]{x}; \quad k \in \mathbb{N}.$$

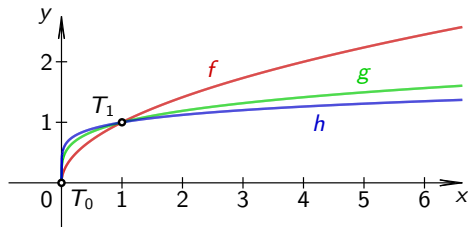


# Korenska funkcija z lihim korenskimi eksponentom

## Korenska funkcija s sodim korenskimi eksponentom

Potenčne funkcije s sodim naravnim eksponentom  $f(x) = x^{2k}; k \in \mathbb{N}$  niso bijektivne. Če jim hočemo prirediti inverzne funkcije, moramo skrajšati definicijsko območje na interval  $[0, \infty)$ . Tako dobimo **korenske funkcije s sodim korenskimi eksponentom**, podane s predpisom

$$f^{-1}(x) = \sqrt[2k]{x}; \quad k \in \mathbb{N}.$$



$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$g(x) = \sqrt[4]{x}$$

$$h(x) = \sqrt[6]{x}$$

# Lastnosti korenskih funkcij

## Lastnosti korenskih funkcij s sodim korenskim eksponentom

- $D_f = [0, \infty)$
- $Z_f = [0, \infty)$
- So naraščajoče za vse  $x \in \mathbb{R}$ .
- Grafi potekajo skozi točki  $T_0(0, 0)$  in  $T_1(1, 1)$ .
- So pozitivne za vse  $x \in (0, \infty)$ .
- So navzdol omejene z  $y = 0$  in navzgor neomejene.
- So konkavne za  $x \in (0, \infty)$ .
- Imajo ničlo pri  $x = 0$ .
- Tangenta na krivuljo v ničli je ordinatna os.



## Naloga

Zapišite definicijsko območje funkcije, izračunajte ničlo in začetno vrednost funkcije ter narišite njen graf.

- $f(x) = \sqrt{x+2}$

- $g(x) = \sqrt{x} - 2$

- $h(x) = \sqrt{x-1} - 3$

- $i(x) = \sqrt{-x}$

- $j(x) = \sqrt{2x-1}$

- $k(x) = 2\sqrt{x+4}$

- $l(x) = \sqrt{8-4x}$

- $m(x) = 1 - \sqrt{4-2x}$

- $n(x) = -\sqrt[3]{x}$

- $o(x) = \sqrt[3]{x-2}$

- $p(x) = \sqrt[3]{x} + 1$

- $q(x) = \sqrt[3]{x-1} - 2$

- $r(x) = \sqrt[3]{|x-2|}$

- $s(x) = |\sqrt{x} - 1|$





## Naloga

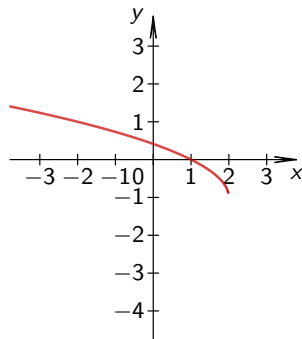
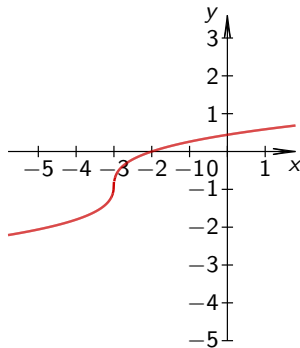
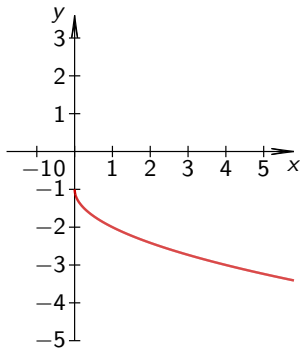
Zapišite predpis za funkcijo, katere graf dobimo, če krivuljo  $y = \sqrt{x}$  premaknemo in raztegnemo ali skrčimo po navodilih.

- Togo premaknemo za 3 v desno in 1 navzdol.
- Togo premaknemo za 2 v levo in jo skrčimo za faktor 5 v smeri ordinatne osi.
- Togo premaknemo za 4 navzdol in jo zrcalimo čez abscisno os.
- Togo premaknemo za 3 navzgor in jo zrcalimo čez ordinatno os.



## Naloga

Zapišite predpis funkcije, katere graf je na sliki.





## Naloga

Zapišite predpis inverzne funkcije dani funkciji.

- $f : [0, \infty) \rightarrow (-\infty, 3]$

$$x \mapsto -x^2 + 3$$

- $g : [-9, \infty) \rightarrow [-4, \infty)$

$$x \mapsto (x + 9)^2 - 4$$

- $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto (2x - 11)^3 + 5$$

- $i : [23, \infty) \rightarrow [-31, \infty)$

$$x \mapsto 3(x - 23)^2 - 31$$

- $j : [-1, \infty) \rightarrow [-8, \infty)$

$$x \mapsto \sqrt{x + 1} - 8$$

- $k : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto \sqrt[3]{x - 1} - 7$$

- $l : [-0.5, \infty) \rightarrow [0, \infty)$

$$x \mapsto 3\sqrt{2x + 1}$$

- $m : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto 5\sqrt[3]{7x + 12} - 1$$

## Section 2

# Kvadratna funkcija

## 1 Korenska funkcija

## 2 Kvadratna funkcija

- Kvadratna funkcija v splošni in temenski obliki
- Ničle kvadratne funkcije in rešitve kvadratne enačbe
- Kvadratna neenačba
- Presečišča dveh krivulj
- Uporaba kvadratne funkcije



# Kvadratna enačba



## Naloga

Narišite graf funkcije, zapišite koordinati temena in začetno vrednost funkcije.

- $f(x) = 2x^2$

- $l(x) = (x - 2)^2$

- $g(x) = -\frac{1}{4}x^2$

- $m(x) = (x + 1)^2$

- $h(x) = x^2 + 2$

- $n(x) = -2(x + 1)^2$

- $i(x) = x^2 - 1$

- $o(x) = \frac{1}{2}(x + 4)^2$

- $j(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2$

- $k(x) = -2x^2 + 1$



## Naloga

Graf  $y = x^2$  transformiramo po navodilu. Zapišite predpis funkcije v splošni obliki, katere graf je transformiran po navodilu. Določite koordinati temena. Zapišite zalogo vrednosti določene funkcije.

- Togi premik za vektor  $\vec{v} = (-2, 3)$ .
- Togi premik za vektor  $\vec{v} = (-1, -0.5)$ .
- Togi premik za vektor  $\vec{v} = (0, 1)$  in razteg za faktor 2 v smeri ordinatne osi.
- Togi premik za vektor  $\vec{v} = (1, 3)$  in zrcaljenje čez abscisno os.
- Togi premik za vektor  $\vec{v} = (2, 0)$  in zrcaljenje čez ordinatno os.
- Togi premik za vektor  $\vec{v} = (-1, -2)$ , skrčitev za faktor 2 v smeri ordinatne osi in zrcaljenje čez abscisno os.



## Naloga

Izračunajte teme kvadratne funkcije in njen predpis zapišite v temenski obliki.

- $f(x) = 2x^2 - 12x + 19$

- $g(x) = -x^2 - 2x + 2$

- $h(x) = -3x^2 - 12x - 13$

- $i(x) = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 7$

- $j(x) = \frac{1}{3}x^2 + 4x + 10$

- $k(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 3x - 4$





## Naloga

Izračunajte teme parabole  $y = 3x^2 + 6x + 5$ . Parabolo premaknemo za vektor  $\vec{v} = (3, -1)$ . Zapišite splošno enačbo premaknjene parabole in določite njeno teme.

## Naloga

Izračunajte teme parabole  $y = 3x^2 + 6x + 5$ . Parabolo premaknemo za vektor  $\vec{v} = (3, -1)$ . Zapišite splošno enačbo premaknjene parabole in določite njeno teme.

## Naloga

Za kateri vektor v smeri abscisne osi moramo premakniti dano parabolo, da bo dobljena krivulja graf sode funkcije? Zapišite njeno enačbo.

- $y = 2x^2 - 12x + 17$
- $y = -x^2 - 6x - 5$
- $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 3$
- $y = -\frac{3}{4}x^2 - 12x - 13$



## Naloga

Zapišite simetrijsko os in teme parabole.

- $y = 5x^2 - 40x + 90$
- $y = -2x^2 - 12x + 1$
- $y = -\frac{5}{6}x^2 - 3\frac{1}{3}x$
- $y = \frac{2}{3}x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{1}{7}$

## Naloga

Zapišite splošno obliko enačbe parabole, ki:

- ima teme v točki  $T(3, -2, )$  in poteka skozi točko  $A(1, 6)$ .
- ima teme v točki  $T(1, 5)$  in seka ordinatno os pri 4.
- ima teme v točki  $T(-2, 3)$  in na njej leži točka  $B(-1, 0)$ .
- ima teme v točki  $T(0.5, -0.75)$  in gre skozi koordinatno izhodišče.



## Naloga

Zapišite enačbo parabole, ki gre skozi točke  $A$ ,  $B$  in  $C$ . Ali točka  $D$  leži na tej paraboli?

- $A(1, -3)$ ,  $B(0, -7)$ ,  $C(-1, -13)$  in  $D(2, -1)$
- $A(1, 0)$ ,  $B(2, 3)$ ,  $C(-1, 6)$  in  $D(0, 1)$
- $A(1, 3)$ ,  $B(0.5, 5)$ ,  $C(0, 5)$  in  $D(3, 10)$

## Naloga

Zapišite enačbo parabole, ki gre skozi točke  $A$ ,  $B$  in  $C$ . Ali točka  $D$  leži na tej paraboli?

- $A(1, -3)$ ,  $B(0, -7)$ ,  $C(-1, -13)$  in  $D(2, -1)$
- $A(1, 0)$ ,  $B(2, 3)$ ,  $C(-1, 6)$  in  $D(0, 1)$
- $A(1, 3)$ ,  $B(0.5, 5)$ ,  $C(0, 5)$  in  $D(3, 10)$

## Naloga

Dana je družina parabol  $y = (k + 1)x^2 + 2x + 1$ . Za katero vrednost parametra  $k$  bo:

- abscisa temena  $x = \frac{1}{3}$ ?
- teme ležalo na abscisni osi?
- premica  $x = -2$  simetrijska os parabole?
- teme ležalo na premici  $y = x + 1$ ?
- parabola sekala ordinatno os pri 1?





## Naloga

Dana je družina parabol  $y = mx^2 - 3x + (m + 1)$ . Za katero vrednost parametra  $m$  bo:

- abscisa temena  $x = 6$ ?
- parabola sekala ordinatno os pri 3?
- premica  $x = 3$  simetrijska os parabole?
- teme ležalo na premici  $y = 1$ ?

## Naloga

Dana je družina parabol  $y = mx^2 - 3x + (m + 1)$ . Za katero vrednost parametra  $m$  bo:

- abscisa temena  $x = 6$ ?
- parabola sekala ordinatno os pri 3?
- premica  $x = 3$  simetrijska os parabole?
- teme ležalo na premici  $y = 1$ ?

## Naloga

Dana je kvadratna funkcija  $f(x) = (x - 2)^2 + 1$ . Zapišite njen predpis v splošni obliki. Zapišite predpis funkcije, ki jo dobimo pri:

- zrcaljenju čez abscisno os.
- zrcaljenju čez ordinatno os.
- zrcaljenju čez koordinatno izhodišče.



## Naloga

Dana je funkcija  $f(x) = 2(x - 1)^2 - 2$ .

Narišite grafe:

- $y = f(x)$
- $y = |f(x)|$
- $y = f(|x|)$
- $y = -f(x)$
- $y = f(-x)$

## Naloga

Dana je funkcija  $f(x) = 2(x - 1)^2 - 2$ .

Narišite grafe:

- $y = f(x)$
- $y = |f(x)|$
- $y = f(|x|)$
- $y = -f(x)$
- $y = f(-x)$

## Naloga

Dana je funkcija  $f(x) = \frac{1}{2}(x - 3)^2 - \frac{3}{2}$ .

Narišite grafe:

- $y = f(x)$
- $y = |f(x)|$
- $y = f(|x|)$
- $y = -f(x)$
- $y = f(-x)$

# Kvadratna funkcija in parabola



## Naloga

Rešite kvadratno enačbo.

- $x^2 - 14x + 24 = 0$

- $-x^2 + 10x + 39 = 0$

- $2x^2 + 24x + 70 = 0$

- $\frac{1}{2}x^2 + x - 60 = 0$

- $x^2 - 10x + 25 = 0$

- $x^2 - 9 = 0$

- $3x^2 - 2x = 2x^2 - 35 - 14x$

- $x^2 - 10x = 36 - x^2 + 4x$

- $x^2 - 10x = 5x - 2x^2$

- $70 + x^2 - x = 2x^2 - 2x - 2$

- $2x^2 - 10x = 5x + x^2$

- $3x^2 - 4x = 25 - 4x + 2x^2$





## Naloga

Rešite kvadratno enačbo.

- $4x^2 + 5x - 6 = 0$

- $12x^2 + 11x + 2 = 0$

- $3x^2 + 1x - 8 = 0$

- $x^2 - 6x + 2 = 0$

## Naloga

Rešite kvadratno enačbo.

- $4x^2 + 5x - 6 = 0$
- $12x^2 + 11x + 2 = 0$
- $3x^2 + 1x - 8 = 0$
- $x^2 - 6x + 2 = 0$

## Naloga

Rešite enačbo

- $2x^3 - 5x^2 - 3x = 0$
- $(2x - 1)^2 - 5(2x - 1) + 6 = 0$
- $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} = \frac{2}{15}$



## Naloga

Izračunajte ničli kvadratne funkcije in jo zapišite v faktorizirani obliki.

- $f(x) = 2x^2 - x - 1$
- $g(x) = 4x^2 + 2x + 2$
- $h(x) = -3x^2 - 4x + 4$
- $i(x) = 8x^2 - 2x + 3$



## Naloga

V splošni obliki zapišite predpis kvadratne funkcije, ki:

- ima ničli  $x_1 = -2$  in  $x_2 = 3$  ter začetno vrednost  $f(0) = -12$ .
- ima ničli  $x_1 = 1$  in  $x_2 = 3$ , največja vrednost, ki jo zavzame je 5.
- ima ničli  $x_1 = -7$  in  $x_2 = 1$ ,  $x = 1$  pa preslika v  $y = 4$ .
- ima dvojno ničlo  $x_{1,2} = -3$  in začetno vrednost  $i(0) = 3$ .

## Naloga

V splošni obliki zapišite predpis kvadratne funkcije, ki:

- ima ničli  $x_1 = -2$  in  $x_2 = 3$  ter začetno vrednost  $f(0) = -12$ .
- ima ničli  $x_1 = 1$  in  $x_2 = 3$ , največja vrednost, ki jo zavzame je 5.
- ima ničli  $x_1 = -7$  in  $x_2 = 1$ ,  $x = 1$  pa preslika v  $y = 4$ .
- ima dvojno ničlo  $x_{1,2} = -3$  in začetno vrednost  $i(0) = 3$ .

## Naloga

Zapišite enačbo parabole, ki:

- seka abscisno od v  $x_1 = -1$  in  $x_2 = 4$ , ordinatno os pa pri 8.
- seka abscisno od v  $x_1 = -1$  in  $x_2 = 5$ , teme pa leži na premici  $y = 9$ .
- seka abscisno od v  $x_1 = 4$  in  $x_2 = 7$ , gre skozi točko  $A(2, 20)$ .
- seka abscisno od v  $x_1 = -2$  in  $x_2 = -6$ , zaloga vrednosti pa je  $(-\infty, 2]$ .





## Naloga

V faktorizirani obliki zapišite kvadratno funkcijo, ki ima:

- teme v točki  $T(7, -3)$  in ničlo  $x_1 = 6$ .
- teme v točki  $T(1, 9)$  in ničlo  $x_1 = -2$ .
- teme v točki  $T(3, -4)$  in ničlo  $x_1 = -1$ .

## Naloga

V faktorizirani obliki zapišite kvadratno funkcijo, ki ima:

- teme v točki  $T(7, -3)$  in ničlo  $x_1 = 6$ .
- teme v točki  $T(1, 9)$  in ničlo  $x_1 = -2$ .
- teme v točki  $T(3, -4)$  in ničlo  $x_1 = -1$ .

## Naloga

V temenski obliki zapišite kvadratno funkcijo, ki ima:

- ničli  $x_1 = -5$  in  $x_2 = 3$ , teme pa v točki  $T(x, 32)$ .
- ničli  $x_1 = -\frac{1}{2}$  in  $x_2 = \frac{5}{2}$ , teme pa v točki  $T(x, -9)$ .
- ničli  $x_1 = -4$  in  $x_2 = 2$ , teme pa v točki  $T(x, 18)$ .



## Naloga

Dana je družina kvadratnih funkcij. Za katero vrednost parametra  $m$  ima funkcija eno dvojno ničlo? Izračunajte tudi ničlo.

- $f(x) = 4x^2 + (m + 1)x + 1$
- $g(x) = -2x^2 + mx - x - 18$
- $h(x) = -x^2 + mx - x + m - 1$

## Naloga

Dana je družina kvadratnih funkcij. Za katero vrednost parametra  $m$  ima funkcija eno dvojno ničlo? Izračunajte tudi ničlo.

- $f(x) = 4x^2 + (m + 1)x + 1$
- $g(x) = -2x^2 + mx - x - 18$
- $h(x) = -x^2 + mx - x + m - 1$

## Naloga

Dana je družina parabol. Za katero vrednost parametra  $n$  se parabola dotika abscisne osi. Izračunajte dotikališče.

- $y = 2x^2 + (n - 3)x + 2$
- $y = -4x^2 + mx - 2x - 1$

# Kvadratna neenačba

# Presečišča parabol



# Modeliranje s kvadratno funkcijo in ekstremalni problemi