MATEMATIKA

2. letnik – splošna gimnazija

Jan Kastelic

Gimnazija Antona Aškerca, Šolski center Ljubljana

24. avgust 2025

Vsebina

Geometrija v ravnini

2/50

Section 1

Geometrija v ravnini



3/50

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

- 🚺 Geometrija v ravnini
 - Osnovni geometrijski pojmi
 - Skladnost in merjenje
 - Vzporednost in pravokotnost
 - Trikotnik
 - Krožnica, krog, lok
 - Štirikotnik in pravilni *n*-kotnik
 - Podobnost



4/50

Osnovni geometrijski pojmi

Evklid je v prvi knjigi *Elementov* postavil 23 'opredelitev' temeljnih geometrijskih pojmov. Med njimi so:

- Točka je tisto, kar nima delov nima razsežnosti.
- Črta je dolžina brez širine ena razsežnost.
- Ploskev je tisto, kar ima samo dolžino in širino dve razsežnosti.

Tem trditvam sledijo **aksiomi** (temeljne resnice) – privzamemo jih kot veljavne hipoteze, **izreki** – dokazujemo jih z aksiomi in prej dokazanimi izreki, in **definicije** – opisi novih pojmov in lastnosti.

5 / 50

Incidenčni aksiomi

Definicija

Incidenca je relacija, ki povezuje točko in premico – premica in točka sta v relaciji, če točka leži na premici; A R p, če $A \in p$.

Aksiom 1

Za dve različni točki A in B obstaja natanko določena premica p, tako da točki A in B ležita na njej.

Aksiom 2

Za vsako premico p obstajata vsaj dve različni točki P in Q, ki ležita na njej.

Aksiom 3

Obstajajo tri različne točke, ki ne ležijo hkrati na isti premici.

コト 4周ト 4 ヨト 4 ヨト コー りなく

Točke A_1, A_2, A_3, \ldots , ki ležijo na isti premici, so **kolinearne**, če ne ležijo na isti premici, pa so **nekolinearne**.

Izrek

Dve različni premici imata lahko največ eno skupno točko.

Definicija

Premici, ki imata natanko eno skupno točko, se **sekata**, imenujemo ju **sečnici**, njuno skupno točko pa **presečišče** premic.

Definicija

Premici, ki ležita na isti ravnini in nimata nobene skupne točke ali imata vse točke skupne – sovpadata, sta **vzporedni**, imenujemo ju **vzporednici**.

Aksiom

Če so tri različne točke kolinearne, ena vedno leži med drugima dvema.



Aksiom

Če sta A in B različni točki premice p, potem na premici p ležita vsaj še točki C in D, in sicer C leži med A in B, D pa tako, da je C med A in D.



Izrek

Med dvema različnima točkama premice je neskončno mnogo točk.

Množica točk premice, ki ležijo med različnima točkama A in B, vključno z A in B, je **daljica** AB. Točki A in B sta njeni **krajišči**.



Definicija

Poljubna točka premice razdeli premico na dva **poltraka**. To točko imenujemo **izhodišče**, ponavadi jo označimo z *O*.



Definicija

Premica, na kateri leži daljica oziroma poltrak, je **nosilka** daljice oziroma poltraka.

Enostavni lik je množica točk v ravnini, ki jo omejuje sklenjena krivulja, ki sama sebe ne seka.

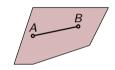
Definicija

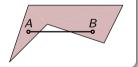
Množica točk v ravnini je **konveksna**, če za poljubni točki A in B iz te množice velja, da je daljica AB njena podmnožica.

$$\mathcal{M}$$
 konveksna $\Leftrightarrow \forall A, B \in \mathcal{M} \Rightarrow AB \subseteq \mathcal{M}$

Množica točk, ki ni konveksna, je **nekonveksna** oziroma **konkavna**.

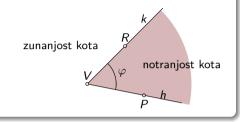
$$\mathcal{M}$$
 nekonveksna $\Leftrightarrow \exists A, B \in \mathcal{M} \Rightarrow AB \not\subset \mathcal{M}$





24. avgust 2025

Dva poltraka s skupnim izhodiščem določata dva **kota**. Izhodišče poltrakov imenujemo **vrh** kota, poltraka pa imenujemo **kraka** kota.



Če poltraka ne ležita na isti premici, je eden od kotov konveksen, drugi pa je nekonveksen.

Kot lahko označimo na več načinov:

- $\angle(h, k)$, kjer sta h in k poltraka, ki kot določata;
- \bullet $\angle PVR$, kjer je P točka na enem poltraku, V vrh kota in R točka na drugem poltraku;
- $\alpha, \beta, \gamma, \ldots$ z grškimi črkami.

40.49.43.43. 3 000

Če poltraka s skupnim izhodiščem ležita na isti premici, vendar na različnih straneh izhodišča, določata dva enaka konveksna kota – **iztegnjena kota**.



Definicija

Če se poltraka na isti premici prekrivata, določata polni kot ali ničelni kot.

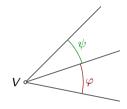




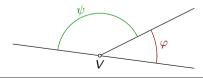
24. avgust 2025

Jan Kastelic (GAA)

Kota s skupnim vrhom, ki imata en skupen krak, presek njunih notranjosti pa je prazen, sta sosedna kota.



Sosedna kota, katerih kraka, ki nista skupna, ležita na isti premici, sta sokota.



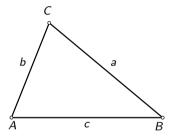
Tri nekolinearne točke A, B in C določajo **trikotnik** $\triangle ABC$. Točke A, B in C so **oglišča** trikotnika, daljice AB, BC in AC so njegove **stranice**.

Koti α , β in γ so **notranji koti**, njihovi sokoti α' , β' in γ' pa so **zunanji koti** trikotnika.

Trikotnik je **pozitivno orientiran**, če si njegova oglišča sledijo v nasprotni smeri vrtenja urinega kazalca; če si sledijo v smeri vrtenja urinega kazalca, pa je **negativno orientiran**.

14 / 50

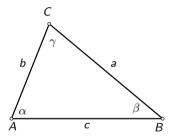
Tri nekolinearne točke A, B in C določajo **trikotnik** $\triangle ABC$. Točke A, B in C so **oglišča** trikotnika, daljice AB, BC in AC so njegove **stranice**.



Koti α , β in γ so **notranji koti**, njihovi sokoti α' , β' in γ' pa so **zunanji koti** trikotnika.

Trikotnik je **pozitivno orientiran**, če si njegova oglišča sledijo v nasprotni smeri vrtenja urinega kazalca; če si sledijo v smeri vrtenja urinega kazalca, pa je **negativno orientiran**.

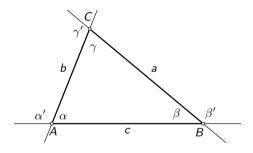
Tri nekolinearne točke A, B in C določajo **trikotnik** $\triangle ABC$. Točke A, B in C so **oglišča** trikotnika, daljice AB, BC in AC so njegove **stranice**.



Koti α , β in γ so **notranji koti**, njihovi sokoti α' , β' in γ' pa so **zunanji koti** trikotnika.

Trikotnik je **pozitivno orientiran**, če si njegova oglišča sledijo v nasprotni smeri vrtenja urinega kazalca; če si sledijo v smeri vrtenja urinega kazalca, pa je **negativno orientiran**.

Tri nekolinearne točke A, B in C določajo **trikotnik** $\triangle ABC$. Točke A, B in C so **oglišča** trikotnika, daljice AB, BC in AC so njegove **stranice**.



Koti α , β in γ so **notranji koti**, njihovi sokoti α' , β' in γ' pa so **zunanji koti** trikotnika.

Trikotnik je **pozitivno orientiran**, če si njegova oglišča sledijo v nasprotni smeri vrtenja urinega kazalca; če si sledijo v smeri vrtenja urinega kazalca, pa je **negativno orientiran**.

Točke $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_n$ v ravnini, od katerih nobene zaporedne tri niso kolinearne, določajo n-**kotnik**.

Točke $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_n$ so **oglišča** n-kotnika; daljice, ki povezujejo sosedni oglišči, $A_1A_2, A_2A_3, \ldots, A_nA_1$ so **stranice** n-kotnika; daljice, ki povezujejo po dve nesosedni oglišči, pa so **diagonale** n-kotnika.

Poljuben *n*-kotnika ima

$$\frac{n(n-3)}{2}$$

diagonal – iz vsakega od n oglišč gre n-3 diagonal, vsaka pa je šteta dvakrat.

Če za vsako nosilko stranice n-kotnika velja, da preostala oglišča ležijo na isti strani te nosilke, je n-kotnik **konveksen**.

Osnovni geometrijski pojmi

Izračunajte število diagonal: 17-kotnika, 31-kotnika in 28-kotnika.



16 / 50

Izračunajte število diagonal: 17-kotnika, 31-kotnika in 28-kotnika.

Naloga

Ugotovite, ali obstaja *n*-kotnik, ki ima desetino toliko diagonal kot 28-kotnik. Če obstaja, izračunajte, koliko stranic ima.

Izračunajte število diagonal: 17-kotnika, 31-kotnika in 28-kotnika.

Naloga

Ugotovite, ali obstaja *n*-kotnik, ki ima desetino toliko diagonal kot 28-kotnik. Če obstaja, izračunajte, koliko stranic ima.

Naloga

Kateri n-kotnik ima štirikrat toliko diagonal kot stranic?

Izračunajte število diagonal: 17-kotnika, 31-kotnika in 28-kotnika.

Naloga

Ugotovite, ali obstaja *n*-kotnik, ki ima desetino toliko diagonal kot 28-kotnik. Če obstaja, izračunajte, koliko stranic ima.

Naloga

Kateri n-kotnik ima štirikrat toliko diagonal kot stranic?

Naloga

Izračunajte, kateri n-kotnik ima: 104 diagonale, 230 diagonal, 2n-5 diagonal.

Izračunajte število diagonal: 17-kotnika, 31-kotnika in 28-kotnika.

Naloga

Ugotovite, ali obstaja *n*-kotnik, ki ima desetino toliko diagonal kot 28-kotnik. Če obstaja, izračunajte, koliko stranic ima.

Naloga

Kateri *n*-kotnik ima štirikrat toliko diagonal kot stranic?

Naloga

Izračunajte, kateri n-kotnik ima: 104 diagonale, 230 diagonal, 2n-5 diagonal.

Naloga

Pokažite, da ne obstaja n-kotnik, ki ima 13 diagonal.

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 24. avgust 2025 17 / 50

Osnovni geometrijski pojmi

Za vsako od spodnjih izjav ugotovite, ali je pravilna ali nepravilna.

- Tri različne točke, so vedno nekolinearne.
- Petkotnik ima enako število diagonal in stranic.
- Štiri različne premice se sekajo v največ 4 različnih točkah.
- Skozi štiri kolinearne točke gredo tri različne premice.
- Vzporedni premici imata lahko neskončno mnogo skupnih točk.



17 / 50

Za vsako od spodnjih izjav ugotovite, ali je pravilna ali nepravilna.

- Tri različne točke, so vedno nekolinearne.
- Petkotnik ima enako število diagonal in stranic.
- Štiri različne premice se sekajo v največ 4 različnih točkah.
- Skozi štiri kolinearne točke gredo tri različne premice.
- Vzporedni premici imata lahko neskončno mnogo skupnih točk.

Naloga

Pokažite, da je število diagonal 25-kotnika večkratnik števila njegovih stranic.

17 / 50

Za vsako od spodnjih izjav ugotovite, ali je pravilna ali nepravilna.

- Tri različne točke, so vedno nekolinearne.
- Petkotnik ima enako število diagonal in stranic.
- Štiri različne premice se sekajo v največ 4 različnih točkah.
- Skozi štiri kolinearne točke gredo tri različne premice.
- Vzporedni premici imata lahko neskončno mnogo skupnih točk.

Naloga

Pokažite, da je število diagonal 25-kotnika večkratnik števila njegovih stranic.

Naloga

Vsota števila stranic in diagonal *n*-kotnika je 105? Kateri *n*-kotnik je to?

Osnovni geometrijski pojmi

Izračunajte, kateri n-kotnik ima toliko diagonal kot stranic.



24. avgust 2025

Jan Kastelic (GAA)

Izračunajte, kateri *n*-kotnik ima toliko diagonal kot stranic.

Naloga

Člani filatelističnega društva so se domenili, da si bodo za praznike spet pošiljali voščilnice po klasični pošti. Ko so se dobili po novem letu, so prinesli vse voščilnice in jih našteli 132. Izračunajte, koliko članov društva, si je medseboj poslalo voščilnice.

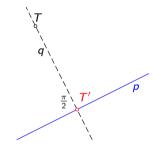
Kot



Preslikave na ravnini

Pravokotna projekcija

Dani sta točka T in premica p. Naj bo q tista pravokotnica na premico p, ki poteka skozi točko T. Presečišče T' premice q s premico p imenujemo **pravokotna projekcija** točke T na premico p. Točka T' je točki T najbližja točka premice p.



Razdalja točke T od premice p je:

$$d(T,p) = d(T,T') = |TT'|.$$

Pravokotna projekcija daljice AB na premico je daljica A'B', katere krajišči sta pravokotni projekciji točk A in B.

 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 24. avgust 2025
 20 / 50

Toge preslikave

Toga preslikava (izometrija) je preslikava v ravnini, ki ohranja razdalje.

$$\tau: A \mapsto A'$$
$$\tau: B \mapsto B'$$
$$d(A, B) = d(A', B')$$

Med toge preslikave spadajo:

- vzporedni premiki;
- zrcaljenje preko premice;
- zrcaljenje preko točke;
- rotacija okoli točke.

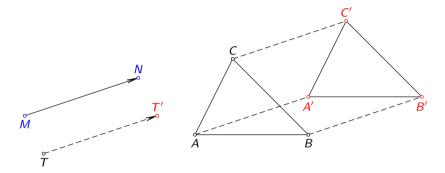
Če kombiniramo več togih preslikav, je dobljena preslikava spet toga preslikava.



21 / 50

Vzporedni premik/translacija

Vzporedni premik ali **translacija** za dano usmerjeno daljico \overrightarrow{MN} preslika točko T v tako točko T', da sta daljici TT' in MN enako dolgi, vzporedni in enako usmerjeni.

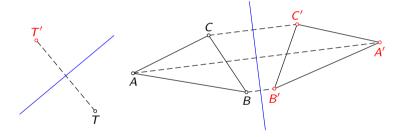


Vzporedni premik ohranja orientacijo likov, daljice preslika v enako dolge vzporedne daljice, ohranja velikost kotov, like preslika v skladne like, nima negibnih točk za $\overrightarrow{MN} \neq \overrightarrow{0}$.

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 24. avgust 2025 22 / 50

Zrcaljenje preko premice

Zrcaljenje čez premico p preslika točko T v tako točko T', da premica p pod pravim kotom razpolavlja daljico TT'.

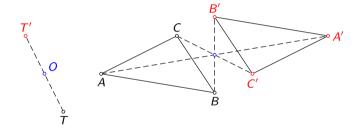


Zrcaljenje čez premico daljice preslika v enako dolge daljice, ohranja velikost kotov, ne ohranja orientacije likov, like preslika v skladne like, premic ne preslika v vzporedne premice.

23 / 50

Zrcaljenje preko točke

Zrcaljenje čez točko O preslika točko T v tako točko T', da je O razpolovišče daljice TT'. Ta preslikava je enaka vrtenju okrog točke za 180° .



Zrcaljenje čez točko daljice preslika v enako dolge daljice, ohranja velikosti kotov in orientacijo likov, like preslika v skladne like, premice preslika v vzporedne premice.

24 / 50

Jan Kastelic (GAA)MATEMATIKA24. avgust 2025

Simetrija

Množica točk \mathcal{M} je simetrična/somerna glede na premico p, če se pri zrcaljenju čez premico p preslika sama vase. Premico p imenujemo simetrala, somernica, simetrijska os množice \mathcal{M} .

Množica točk \mathcal{M} je **središčno simetrična/somerna glede na točko** T, če se pri zrcaljenju čez točko T preslika sama vase. Točko T imenujemo **center simetrije** množice \mathcal{M} .

25 / 50

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 24. avgust 2025

◆ロト ◆問 ト ◆ 恵 ト ◆ 恵 ・ 夕 Q ②

26 / 50

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

Vrtenje ali **zasuk** oziroma **rotacija** za kot φ okrog točke O preslika točko T v točko T', da velja: |OT| = |OT'| in $\angle TOT' = \varphi$.



26 / 50

 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 24. avgust 2025

Vrtenje ali **zasuk** oziroma **rotacija** za kot φ okrog točke O preslika točko T v točko T', da velja: |OT| = |OT'| in $\angle TOT' = \varphi$.

 \ddot{I}





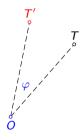
26 / 50

Vrtenje ali **zasuk** oziroma **rotacija** za kot φ okrog točke O preslika točko T v točko T', da velja: |OT| = |OT'| in $\angle TOT' = \varphi$.





Vrtenje ali **zasuk** oziroma **rotacija** za kot φ okrog točke O preslika točko T v točko T', da velja: |OT| = |OT'| in $\angle TOT' = \varphi$.





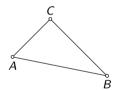
26 / 50

Vrtenje ali **zasuk** oziroma **rotacija** za kot φ okrog točke O preslika točko T v točko T', da velja: |OT| = |OT'| in $\angle TOT' = \varphi$.

0



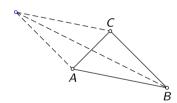




26 / 50

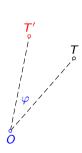
Vrtenje ali **zasuk** oziroma **rotacija** za kot φ okrog točke O preslika točko T v točko T', da velja: |OT| = |OT'| in $\angle TOT' = \varphi$.

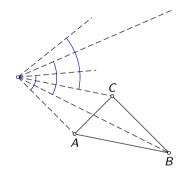




26 / 50

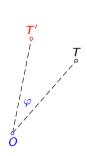
Vrtenje ali **zasuk** oziroma **rotacija** za kot φ okrog točke O preslika točko T v točko T', da velja: |OT| = |OT'| in $\angle TOT' = \varphi$.

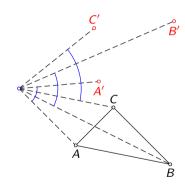




26 / 50

Vrtenje ali **zasuk** oziroma **rotacija** za kot φ okrog točke O preslika točko T v točko T', da velja: |OT| = |OT'| in $\angle TOT' = \varphi$.

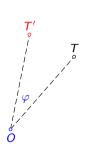


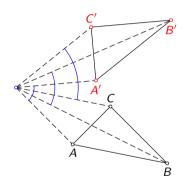


Jan Kastelic (GAA)

MATEMATIKA

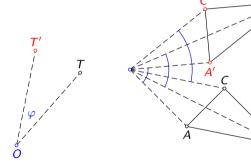
Vrtenje ali **zasuk** oziroma **rotacija** za kot φ okrog točke O preslika točko T v točko T', da velja: |OT| = |OT'| in $\angle TOT' = \varphi$.





26 / 50

Vrtenje ali **zasuk** oziroma **rotacija** za kot φ okrog točke O preslika točko T v točko T', da velja: |OT| = |OT'| in $\angle TOT' = \varphi$.



Vrtenje okoli točke preslika daljice v enako dolge daljice, ohranja velikosti kotov in orientacijo likov, like preslika v skladne like, premic pa ne preslika v vzporedne premice.

 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 24. avgust 2025
 26 / 50

Skladnost in merjenje

27 / 50

Izračunajte dolžino daljice, če ena polovica meri 2x - 7 enot, druga polovica pa x + 8 enot.

27 / 50

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 24. avgust 2025

Izračunajte dolžino daljice, če ena polovica meri 2x-7 enot, druga polovica pa x+8 enot.

Naloga

Izračunaj dolžino x daljice AB, če je točka S njeno razpolovišče, točka R pa razpolovišče daljice SB in je $|SR| = \frac{x}{2} - 1$.



27 / 50

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 24. avgust 2025

Izračunajte dolžino daljice, če ena polovica meri 2x - 7 enot, druga polovica pa x + 8 enot.

Naloga

Izračunaj dolžino x daljice AB, če je točka S njeno razpolovišče, točka R pa razpolovišče daljice SB in je $|SR|=\frac{x}{3}-1$.

Naloga

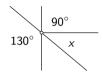
Izračunajte velikosti kotov α in β , če je $\alpha=\beta.$ Podatke razberite s skice.



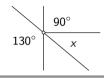
27 / 50

Skladnost in merjenje

lz podatkov na skici izračunajte neznano velikost kota x.

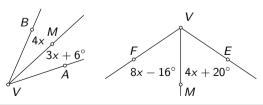


Iz podatkov na skici izračunajte neznano velikost kota x.



Naloga

Izračunajte velikosti kotov $\angle AVM$ in $\angle FVE$, če poltrak VM obakrat razpolavlja kot.

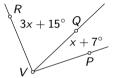


Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 24. avgust 2025

28 / 50

Skladnost in merjenje

Izračunajte velikost kota $\angle PVQ$, če je $\angle PVR = 94^{\circ}$.

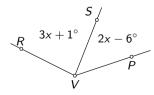


Izračunajte velikost kota $\angle PVQ$, če je $\angle PVR = 94^{\circ}$.



Naloga

Izračunajte velikost kota $\angle SVR$, če je $\angle QVS = 50^{\circ}$.



29 / 50

Skladnost in merjenje

Za vsako od spodnjih izjav ugotovite, ali je pravilna ali nepravilna.

- Sokota sta suplementarna.
- ullet Kot z velikostjo 45 $^\circ$ je komplementaren samemu sebi.
- Dve premici, ki se sekata, lahko določata kota z velikostjo 43° in 137°.
- Vsota velikosti dveh komplementarnih kotov je pravi kot.
- Suplementarna kota sta vedno tudi sokota.



30 / 50

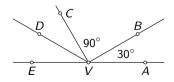
Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 24. avgust 2025

Za vsako od spodnjih izjav ugotovite, ali je pravilna ali nepravilna.

- Sokota sta suplementarna.
- Kot z velikostjo 45° je komplementaren samemu sebi.
- Dve premici, ki se sekata, lahko določata kota z velikostjo 43° in 137°.
- Vsota velikosti dveh komplementarnih kotov je pravi kot.
- Suplementarna kota sta vedno tudi sokota.

Naloga

Poltrak VD razpolavlja $\angle CVE$, $\angle BVC$ je pravi kot. Določite velikosti kotov $\angle AVD$ in $\angle BVE$.



 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 24. avgust 2025
 30 / 50

Vzporednost



24. avgust 2025

Vzporednost in pravokotnost

Narišite kvadrat s stranico dolžine 1 in ga:

- vzporedno premaknite vzdolž ordinatne osi za 3 enota;
- zavrtite okrog oglišča B za kot 45° v negativni smeri;
- zrcalite preko nosilke stranice CD.

32 / 50

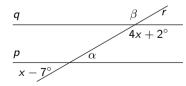
Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 24. avgust 2025

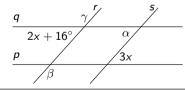
Narišite kvadrat s stranico dolžine 1 in ga:

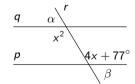
- vzporedno premaknite vzdolž ordinatne osi za 3 enota;
- zavrtite okrog oglišča B za kot 45° v negativni smeri;
- zrcalite preko nosilke stranice CD.

Naloga

Izračunajte velikosti kotov α , β in γ . Podatke razberite iz skic. Velja $p \parallel q$ in $r \parallel s$.







24. avgust 2025

Vzporednost in pravokotnost

Izračunajte velikosti vseh notranjih in zunanjih kotov trikotnika $\triangle ABC$, če je vsota velikosti dveh zunanjih kotov $\alpha' + \gamma' = 230^{\circ}$, vsota velikosti dveh notranjih kotov pa $\alpha + \beta = 70^{\circ}$.



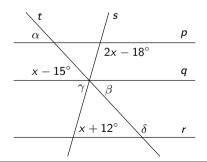
33 / 50

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 24. avgust 2025

Izračunajte velikosti vseh notranjih in zunanjih kotov trikotnika $\triangle ABC$, če je vsota velikosti dveh zunanjih kotov $\alpha' + \gamma' = 230^\circ$, vsota velikosti dveh notranjih kotov pa $\alpha + \beta = 70^\circ$.

Naloga

S skice preberite ustrezne podatke ter izračunajte velikosti kotov α , β , γ in δ . Pri tem velja, da so premice p, q in r vzporedne.

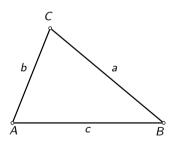


Trikotnik



Trikotnik

Trikotnik je lik/množica točk v ravnini, omejena s tremi daljicami – **stranice** (a, b, c), ki povezujejo tri nekolinearne točke (A, B, C) v ravnini. Te točke imenujemo **oglišča** trikotnika.



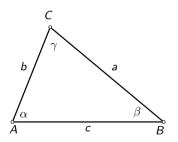


34 / 50

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 24. avgust 2025

Trikotnik

Trikotnik je lik/množica točk v ravnini, omejena s tremi daljicami – **stranice** (a, b, c), ki povezujejo tri nekolinearne točke (A, B, C) v ravnini. Te točke imenujemo **oglišča** trikotnika.



V trikotniku $\triangle ABC$ so α, β in γ notranji koti,

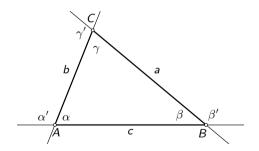


34 / 50

Jan Kastelic (GAA)MATEMATIKA24. avgust 2025

Trikotnik

Trikotnik je lik/množica točk v ravnini, omejena s tremi daljicami – **stranice** (a, b, c), ki povezujejo tri nekolinearne točke (A, B, C) v ravnini. Te točke imenujemo **oglišča** trikotnika.



V trikotniku $\triangle ABC$ so α, β in γ **notranji koti**, njihovi sokoti α', β' in γ' pa so **zunanji koti**.

(ロ) (部) (注) (注) (注) (2)

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 24. avgust 2025 34/50

Vsota notranjih kotov trikotnika je 180°:

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^{\circ}$$
.



Jan Kastelic (GAA)

35 / 50

Vsota notranjih kotov trikotnika je 180°:

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^{\circ}$$
.

Zunanji kot trikotnika je enak vsoti notranjih nepriležnih kotov:

$$\alpha' = \beta + \gamma$$
$$\beta' = \alpha + \gamma$$
$$\gamma' = \alpha + \beta$$

35 / 50

Vsota notranjih kotov trikotnika je 180°:

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^{\circ}$$
.

Zunanji kot trikotnika je enak vsoti notranjih nepriležnih kotov:

$$\alpha' = \beta + \gamma$$
$$\beta' = \alpha + \gamma$$
$$\gamma' = \alpha + \beta$$

Vsota zunanjih kotov trikotnika je 360°:

$$\alpha' + \beta' + \gamma' = 360^{\circ}.$$



Nasproti daljše stranice trikotnika leži večji notranji kot, nasproti krajše stranice pa manjši notranji kot trikotnika.

$$a > b \Leftrightarrow \alpha > \beta$$



Nasproti daljše stranice trikotnika leži večji notranji kot, nasproti krajše stranice pa manjši notranji kot trikotnika.

$$a > b \Leftrightarrow \alpha > \beta$$

Trikotniška neenakost

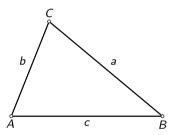
Vsaka stranica trikotnika je krajša od vsote dolžin drugih dveh stranic.

$$a < b + c$$

$$b < a + c$$

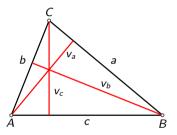
$$c < a + b$$

Višina na stranico trikotnika je daljica, ki povezuje nosilko te stranice z nasprotnim ogliščem in je pravokotna na to nosilko. Njena dolžina je razdalja oglišča od nasprotne stranice.



Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

Višina na stranico trikotnika je daljica, ki povezuje nosilko te stranice z nasprotnim ogliščem in je pravokotna na to nosilko. Njena dolžina je razdalja oglišča od nasprotne stranice.

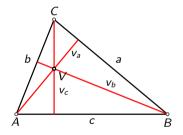




37 / 50

Jan Kastelic (GAA)MATEMATIKA24. avgust 2025

Višina na stranico trikotnika je daljica, ki povezuje nosilko te stranice z nasprotnim ogliščem in je pravokotna na to nosilko. Njena dolžina je razdalja oglišča od nasprotne stranice.

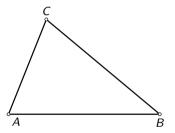


Nosilke vseh treh višin na stranice trikotnika se sekajo v eni točki, ki jo imenujemo **višinska točka** ali **ortocenter**.

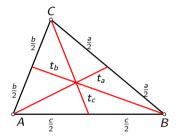
37 / 50

 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 24. avgust 2025

Težiščnica na stranico trikotnika je daljica, ki povezuje razpolovišče te stranice z nasprotnim ogliščem.



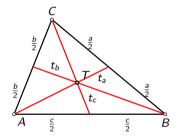
Težiščnica na stranico trikotnika je daljica, ki povezuje razpolovišče te stranice z nasprotnim ogliščem.



38 / 50

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 24. avgust 2025

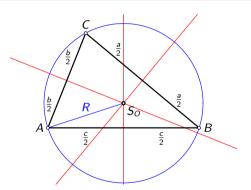
Težiščnica na stranico trikotnika je daljica, ki povezuje razpolovišče te stranice z nasprotnim ogliščem.



Vse tri trikotnikove težiščnice se sekajo v eni točki – **težišču** ali **baricentru** trikotnika. Težišče deli težiščnico v razmerju 1 : 2.

38 / 50

Simetrale vseh treh stranic trikotnika se sekajo v eni točki. Ta točka je **središče trikotniku očrtane krožnice**.

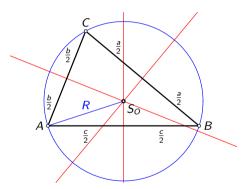




39 / 50

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 24. avgust 2025

Simetrale vseh treh stranic trikotnika se sekajo v eni točki. Ta točka je **središče trikotniku očrtane krožnice**.

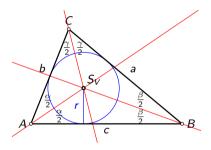


Očrtana krožnica poteka skozi vsa tri oglišča trikotnika. Vse tri stranice trikotnika so tetive te krožnice.

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 24. avgust 2025

39 / 50

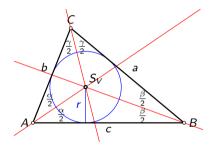
Simetrale notranjih kotov trikotnika se sekajo v eni točki. Ta točka je **središče trikotniku včrtane krožnice**.





40 / 50

Simetrale notranjih kotov trikotnika se sekajo v eni točki. Ta točka je **središče trikotniku včrtane krožnice**.



Včrtana krožnica ima vse tri stranice trikotnika za tangente.



40 / 50

24. avgust 2025

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

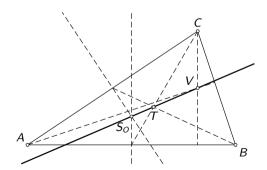
Težišče, središče trikotniku očrtane kroznice, središče trikotniku včrtane krožnice in višinska točka so **znamenite točke trikotnika**.

41 / 50

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 24. avgust 2025

Težišče, središče trikotniku očrtane kroznice, središče trikotniku včrtane krožnice in višinska točka so **znamenite točke trikotnika**.

Višinska točka, središče očrtane krožnice in težišče so vedno kolinearne. Premico, ki jih povezuje, imenujemo **Eulerjeva premica**.



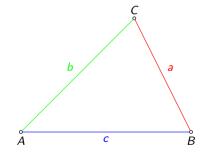


42 / 50

24. avgust 2025

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

RAZNOSTRANIČNI TRIKOTNIK

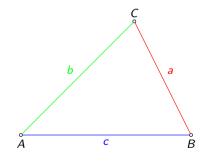


vse tri stranice različno dolge



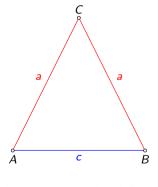
24. avgust 2025

RAZNOSTRANIČNI TRIKOTNIK



vse tri stranice različno dolge

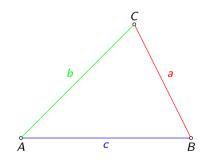
ENAKOKRAKI TRIKOTNIK



dve stranici enako dolgi

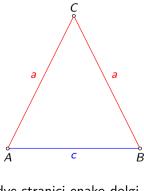
24. avgust 2025

RAZNOSTRANIČNI TRIKOTNIK



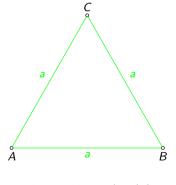
vse tri stranice različno dolge

ENAKOKRAKI TRIKOTNIK



dve stranici enako dolgi

ENAKOSTRANIČNI ali PRAVILNI TRIKOTNIK



vse tri stranice enako dolge

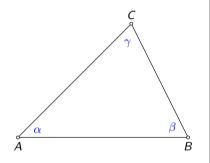


43 / 50

24. avgust 2025

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

OSTROKOTNI TRIKOTNIK

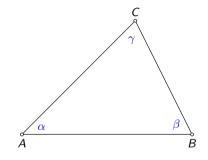


ima tri ostre notranje kote



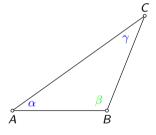
24. avgust 2025

OSTROKOTNI TRIKOTNIK



ima tri ostre notranje kote

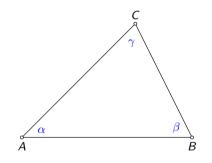
TOPOKOTNI TRIKOTNIK



ima en topi notranji kot, ostala dva kota ostra

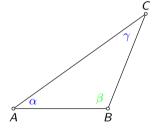


OSTROKOTNI TRIKOTNIK



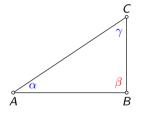
ima tri ostre notranje kote

TOPOKOTNI TRIKOTNIK



ima en topi notranji kot, ostala dva kota ostra

PRAVOKOTNI TRIKOTNIK



ima en pravi notranji kot, ostala dva kot ostra

24. avgust 2025

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 24. avgust 2025 44 / 50

Dve stranici trikotnika merita 2 in 7 enot. Zapišite interval vrednosti za dolžino tretje stranice tega trikotnika.



Dve stranici trikotnika merita 2 in 7 enot. Zapišite interval vrednosti za dolžino tretje stranice tega trikotnika.

Naloga

Ali obstaja trikotnik, katerega dolžine stranic so rešitve sistema enačb:

$$a+b+c=16$$

$$a-c=2$$

$$a+b=13$$

Dve stranici trikotnika merita 2 in 7 enot. Zapišite interval vrednosti za dolžino tretje stranice tega trikotnika.

Naloga

Ali obstaja trikotnik, katerega dolžine stranic so rešitve sistema enačb:

$$a + b + c = 16$$

 $a - c = 2$
 $a + b = 13$.

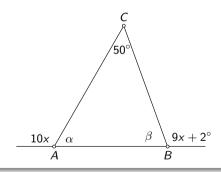
Naloga

Za katere vrednosti števila x obstaja trikotnik s stranicami dolžin x + 7, 2x + 2 in 3x - 1?



24. avgust 2025

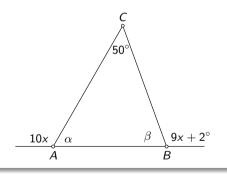
Izračunajte velikosti kotov α in β .



Jan Kastelic (GAA)

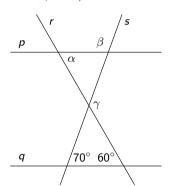
45 / 50

Izračunajte velikosti kotov α in β .



Naloga

Premici p in q sta vzporedni. Izračunajte velikosti kotov α , β in γ .



Krog



Krog

Krožnica je množica ravninskih točk, ki so enako oddaljene od dane točke *S*. Točko *S* imenujemo **središče** krožnice, razdalja *r* med središčem in poljubno točko na krožnici pa je **polmer** ali **radij** krožnice.



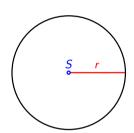
46 / 50

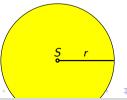
 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 24. avgust 2025

Krog

Krožnica je množica ravninskih točk, ki so enako oddaljene od dane točke S. Točko S imenujemo **središče** krožnice, razdalja r med središčem in poljubno točko na krožnici pa je **polmer** ali **radij** krožnice.

Krog s središčem S in polmerom r je množica ravninskih točk, katerih oddaljenost od središča je manjša ali enaka r. To pomeni, da je krog del ravnine omejen s krožnico.





Štirikotnik



Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 24

Večkotnik

Podobnost



24. avgust 2025

Podobnost v pravokotnem trikotniku

