### MATEMATIKA

2. letnik – splošna gimnazija

Jan Kastelic

Gimnazija Antona Aškerca, Šolski center Ljubljana

24. julij 2025

# Vsebina

Motne funkcije



2/32

24. julij 2025

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

# Section 1

# Kotne funkcije



3/32

- Motne funkcije
  - Definicija kotnih funkcij v pravokotnem trikotniku
  - Računanje vrednosti kotnih funkcij
  - Zveze med kotnimi funkcijami
  - Razširitev pojma kotne funkcije do polnega kota

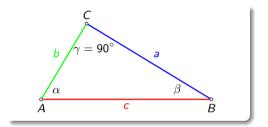


4/32



5/32

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

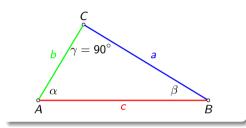


4 ロ ト 4 回 ト 4 直 ト 4 直 ・ り 9 0 0

5/32

24. julij 2025

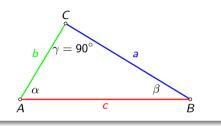
Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA



Sinus kota  $\alpha$  je razmerje med dolžinama kotu  $\alpha$  nasprotne katete in hipotenuze:

$$\sin \alpha = \frac{\text{nasprotna kateta}}{\text{hipotenuza}} = \frac{a}{c}.$$

5/32



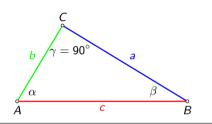
Sinus kota  $\alpha$  je razmerje med dolžinama kotu  $\alpha$  nasprotne katete in hipotenuze:

$$\sin \alpha = \frac{\text{nasprotna kateta}}{\text{hipotenuza}} = \frac{\textit{a}}{\textit{c}}.$$

Kosinus kota  $\alpha$  je razmerje med dolžinama kotu  $\alpha$  priležne katete in hipotenuze:

$$\cos \alpha = \frac{\text{priležna kateta}}{\text{hipotenuza}} = \frac{b}{c}.$$

5/32



Tangens kota  $\alpha$  je razmerje med dolžinama kotu  $\alpha$  nasprotne katete in priležne katete:

$$\tan \alpha = \frac{\text{nasprotna kateta}}{\text{priležna kateta}} = \frac{\textbf{a}}{\textbf{b}}.$$

Sinus kota  $\alpha$  je razmerje med dolžinama kotu  $\alpha$  nasprotne katete in hipotenuze:

$$\sin \alpha = \frac{\text{nasprotna kateta}}{\text{hipotenuza}} = \frac{a}{c}.$$

Kosinus kota  $\alpha$  je razmerje med dolžinama kotu  $\alpha$  priležne katete in hipotenuze:

$$\cos\alpha = \frac{\text{priležna kateta}}{\text{hipotenuza}} = \frac{b}{c}.$$

<ロ > ∢回 > ∢回 > ∢ 直 > √ 直 → の へ ⊙

5/32

V pravokotnem trikotniku sta dolžini katet a=12~cm in b=5~cm. Natančno izračunajte vrednosti kotnih funkcij kota  $\beta$ .

4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶
4□▶

V pravokotnem trikotniku sta dolžini katet a=12~cm in b=5~cm. Natančno izračunajte vrednosti kotnih funkcij kota  $\beta$ .

## Naloga

V pravokotnem trikotniku sta dolžini katet a=6 cm in b=5 cm. Natančno izračunajte vrednosti kotnih funkcij kota  $\beta$ .

6/32

V pravokotnem trikotniku sta dolžini katet a=12 cm in b=5 cm. Natančno izračunajte vrednosti kotnih funkcij kota  $\beta$ .

## Naloga

V pravokotnem trikotniku sta dolžini katet a=6 cm in b=5 cm. Natančno izračunajte vrednosti kotnih funkcij kota  $\beta$ .

### Naloga

V pravokotnem trikotniku je dolžina hipotenuze c=10 in dolžina katete a=6. Natančno izračunajte vrednosti kotnih funkcij za kot  $\alpha$ .

6/32

Načrtajte pravokotni trikotnik  $\triangle ABC$ , v katerem velja:

- $\bullet \, \sin \alpha = \frac{2}{5}$
- $\cos \alpha = \frac{5}{6}$
- $\tan \alpha = \frac{3}{7}$
- $\cos \beta = \frac{4}{7}$
- $\bullet \ \tan \beta = \frac{0.3}{0.2}$



7/32

# Vrednosti kotnih funkcij nekaterih kotov



8/32

24. julij 2025

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

# Vrednosti kotnih funkcij nekaterih kotov

$\varphi$ [rad]	φ [°]	$\sin arphi$	$\cos arphi$	anarphi	$\cot arphi$
0	0°	0	1	0	/
$\frac{\pi}{6}$	30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{4}$	45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	1
$\frac{\pi}{3}$	60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
$\frac{\pi}{2}$	90°	1	0	/	0

# Kotne funkcije komplementarnih kotov



9/32

# Kotne funkcije komplementarnih kotov

Sinus kota je enak kosinusu komplementarnega kota in obratno.

$$\sin{(90^{\circ}-\varphi)}=\cos{\varphi}$$

$$\cos{(90^\circ-\varphi)}=\sin{\varphi}$$

9/32

# Kotne funkcije komplementarnih kotov

Sinus kota je enak kosinusu komplementarnega kota in obratno.

$$\sin\left(90^\circ - \varphi\right) = \cos\varphi$$

$$\cos\left(90^\circ - \varphi\right) = \sin\varphi$$

Tangens kota je enak kotangensu komplementarnega kota in obratno.

$$\tan{(90^\circ-\varphi)}=\cot{\varphi}$$

$$\cot (90^{\circ} - \varphi) = \tan \varphi$$

(ロト 4년) + 4분 + 4분 + 1분 - 1900은

9/32

Računanje vrednosti kotnih funkcij

Na štiri decimalna mesta natančno izračunajte vrednosti kotnih funkcij za kot x.

- $x = 55^{\circ}$
- $x = 39^{\circ}$
- $x = 12^{\circ}$

10 / 32

Na štiri decimalna mesta natančno izračunajte vrednosti kotnih funkcij za kot x.

- $x = 55^{\circ}$
- $x = 39^{\circ}$
- $x = 12^{\circ}$

# Naloga

Na minuto natančno izračunaj velikost kota, če je:

- $\sin x = 0.25$
- $\cos x = 0.6$
- tan x = 3
- $\sin x = 2$
- $\cos x = \frac{2}{5}$

Računanje vrednosti kotnih funkcij

Natančno izračunajte vrednost izraza.

$$ullet$$
  $\sin 90^\circ + \cos 0^\circ + \tan 45^\circ$ 

$$\bullet \frac{\tan 30^{\circ}}{\sin 60^{\circ}} - \frac{\tan 60^{\circ}}{\cos 60^{\circ}}$$

• 
$$\tan 30^{\circ} \cdot \frac{\sin 45^{\circ}}{\cos 30^{\circ}}$$

$$\bullet$$
 sin  $60^{\circ}$  + cos  $30^{\circ}$  - tan  $45^{\circ}$ 

$$\bullet \quad \frac{\sin 30^{\circ}}{\cos 30^{\circ}}$$

$$\bullet \ \frac{1-\sin 45^{\circ}}{\cos 45^{\circ}}$$

$$ullet$$
  $rac{ ext{sin }90^{\circ}}{1- ext{tan }30^{\circ}}$ 

• 
$$\cos 45^{\circ} + \sin 45^{\circ} - 3 \tan 30^{\circ}$$

Računanje vrednosti kotnih funkcij

V pravokotniku meri stranica  $a=10\ cm$ , diagonala pa 14 cm. Izračunajte natančno dolžino druge stranice in velikost kota med stranico a in diagonalo na dve decimalki stopinje natančno.

V pravokotniku meri stranica  $a=10\ cm$ , diagonala pa 14 cm. Izračunajte natančno dolžino druge stranice in velikost kota med stranico a in diagonalo na dve decimalki stopinje natančno.

## Naloga

V enakokrakem trikotniku meri višina na osnovnico 24 cm, osnovnica pa 14 cm. Izračunajte dolžino kraka in velikost kota med krakom in osnovnico na dve decimalki stopinje natančno.

V pravokotniku meri stranica  $a=10\ cm$ , diagonala pa 14 cm. Izračunajte natančno dolžino druge stranice in velikost kota med stranico a in diagonalo na dve decimalki stopinje natančno.

## Naloga

V enakokrakem trikotniku meri višina na osnovnico 24 cm, osnovnica pa 14 cm. Izračunajte dolžino kraka in velikost kota med krakom in osnovnico na dve decimalki stopinje natančno.

## Naloga

Enakokraki trapez ima osnovnici dolgi 45 cm in 23 cm, višina pa je 60 cm. Izračunajte dolžino kraka in velikost kota med krakom in osnovnico na minuto natančno.

V pravokotniku meri stranica  $a=10\ cm$ , diagonala pa 14 cm. Izračunajte natančno dolžino druge stranice in velikost kota med stranico a in diagonalo na dve decimalki stopinje natančno.

### Naloga

V enakokrakem trikotniku meri višina na osnovnico 24 *cm*, osnovnica pa 14 *cm*. Izračunajte dolžino kraka in velikost kota med krakom in osnovnico na dve decimalki stopinje natančno.

### Naloga

Enakokraki trapez ima osnovnici dolgi 45 cm in 23 cm, višina pa je 60 cm. Izračunajte dolžino kraka in velikost kota med krakom in osnovnico na minuto natančno.

## Naloga

Vrh stolpa vidimo pod kotom  $19.17^{\circ}$ , če pa se mu približamo za 50~m, ga vidimo pod kotom  $34.23^{\circ}$ . Izračunajte višino stolpa, če je točka gledišča na višini 1.7~m.

Računanje vrednosti kotnih funkcij

Koliko meri središčni kot nad lokom AB v krogu s polmerom 8 cm, če je |AB| = 6 cm? Kot izrazite v stopinjah na štiri decimalke natančno.

< ロト < 個 ト < 重 ト < 重 ト ■ ● へ Q ○

Koliko meri središčni kot nad lokom AB v krogu s polmerom 8 cm, če je |AB| = 6 cm? Kot izrazite v stopinjah na štiri decimalke natančno.

## Naloga

V enakokrakem trapezu z osnovnicama 12 cm in 6 cm kot ob osnovnici meri  $\alpha=73^\circ$ . Izračunajte dolžino kraka.

13 / 32

Koliko meri središčni kot nad lokom AB v krogu s polmerom 8 cm, če je |AB| = 6 cm? Kot izrazite v stopinjah na štiri decimalke natančno.

## Naloga

V enakokrakem trapezu z osnovnicama 12 cm in 6 cm kot ob osnovnici meri  $\alpha=73^\circ$ . Izračunajte dolžino kraka.

### Naloga

Pravokotnik ima stranici dolgi 5 cm in 6 cm. Na minuto natančno izračunajte kot, ki ga oklepata diagonali v pravokotniku.

13 / 32

Koliko meri središčni kot nad lokom AB v krogu s polmerom 8 cm, če je |AB| = 6 cm? Kot izrazite v stopinjah na štiri decimalke natančno.

### Naloga

V enakokrakem trapezu z osnovnicama 12 cm in 6 cm kot ob osnovnici meri  $\alpha=73^\circ$ . Izračunajte dolžino kraka.

#### Naloga

Pravokotnik ima stranici dolgi 5 cm in 6 cm. Na minuto natančno izračunajte kot, ki ga oklepata diagonali v pravokotniku.

## Naloga

V rombu je dolžina diagonale e dvakrat tolikšna kot dolžina diagonale f. Na minuto natančno izračunajte velikost kota  $\alpha$ .

# Zveze med kotnimi funkcijami



14/32

$$\tan \varphi = \frac{b}{a} = \frac{\frac{a}{c}}{\frac{b}{c}} = \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi}$$



14/32

$$\tan \varphi = \frac{b}{a} = \frac{\frac{a}{c}}{\frac{b}{c}} = \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi}$$

$$\cot \varphi = \frac{a}{b} = \frac{\frac{b}{c}}{\frac{a}{c}} = \frac{\cos \varphi}{\sin \varphi}$$

14/32

$$\tan \varphi = \frac{b}{a} = \frac{\frac{a}{c}}{\frac{b}{c}} = \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi}$$

$$\cot \varphi = \frac{a}{b} = \frac{\frac{b}{c}}{\frac{a}{c}} = \frac{\cos \varphi}{\sin \varphi}$$

$$\tan \varphi \cdot \cot \varphi = \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1$$

4□ > 4□ > 4 = > 4 = > = 90

14/32

$$\tan \varphi = \frac{b}{a} = \frac{\frac{a}{c}}{\frac{b}{c}} = \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi}$$

$$\cot \varphi = \frac{a}{b} = \frac{\frac{b}{c}}{\frac{a}{c}} = \frac{\cos \varphi}{\sin \varphi}$$

$$\tan \varphi \cdot \cot \varphi = \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1$$

$$\sin^2\varphi + \cos^2\varphi = 1$$



14 / 32

### Naloga

Natančno izračunajte vrednosti preostalih kotnih funnkcj v pravokotnem trikotniku, če je kot  $\alpha$  oster in velja:

- $\cos \alpha = 0.1$
- $\bullet \ \sin \alpha = \frac{8}{17}$
- $\tan \alpha = 2$



Jan Kastelic (GAA)

### Naloga

Poenostavite izraze s pomočjo zvez med kotnimi funkcijami.

$$\bullet 1 - \sqrt{(1-\sin^2 x)\cos^2 x}$$

$$\bullet \ \tan^2 x - \frac{1}{1 - \sin^2 x}$$

$$\bullet \ \frac{\cos x}{1+\sin x} + \frac{\cos x}{\sin x - 1}$$

$$\bullet \ \frac{\sin x}{\tan x} \cdot \cos x - 1$$

$$\bullet \, \cos x \left( 1 + \tan^2 x \right)$$

$$\bullet \frac{(\sin x + \cos x)^2 - 1}{\tan x}$$

$$\bullet \ \frac{1}{\tan x} + \frac{1 - 2\cos^2 x}{\sin x \cos x}$$

$$\bullet \ \sin x + \cos^2 x \cdot \sin^{-1} x$$

$$\frac{1}{\left(\frac{\tan^{-1} x \cdot \sin x}{\sqrt{1 - \cos^2 x}}\right)}$$

$$\bullet \left( \left( \tan x \cos x \right)^{-2} + \cos^{-2} x \right) \sin^2 x$$

$$\bullet \left(\frac{1}{\cot x}\sin^{-1}x\right)^{-2} + \sin x \tan x \cos x$$

16/32

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 24. julij 2025 17 / 32

Zveze med kotnimi funkcijami

### Naloga

Natančno izračunajte brez uporabe računala.

$$\bullet \ \frac{\cos 15^\circ}{\sin 75^\circ} - 2 \cdot \frac{\sin 15^\circ}{\cos 75^\circ}$$

$$\bullet \sin^2 55^\circ + \cos^2 45^\circ - \frac{\tan 33^\circ}{\sin 33^\circ} \sin 57^\circ$$

$$\bullet \ \sin^2 86^\circ \cdot \left(\sin^2 5^\circ + \sin^2 85^\circ + \tan^2 4^\circ\right)$$

$$\bullet \ \frac{1-\sin^2 15^\circ}{\sin^2 75^\circ}$$



17 / 32



18 / 32

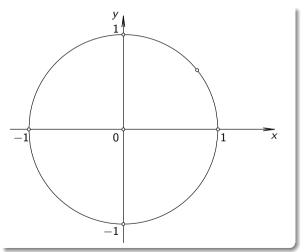
Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

**Enotska krožnica** je krožnica s polmerom ene enote in s središčem v koordinatnem izhodišču.



18 / 32

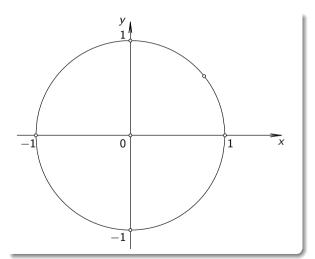
**Enotska krožnica** je krožnica s polmerom ene enote in s središčem v koordinatnem izhodišču.



18 / 32

**Enotska krožnica** je krožnica s polmerom ene enote in s središčem v koordinatnem izhodišču.

Kot  $\varphi$  z vrhom v koordinatnem izhodišču določata:

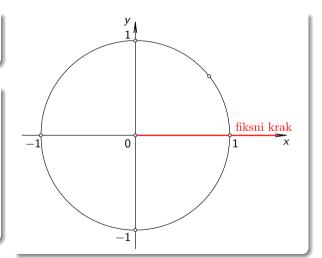


 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 24. julij 2025
 18/32

**Enotska krožnica** je krožnica s polmerom ene enote in s središčem v koordinatnem izhodišču.

Kot  $\varphi$  z vrhom v koordinatnem izhodišču določata:

 fiksni/nepremični krak kota leži na pozitivnem delu abscisne osi in

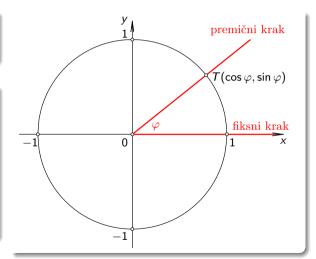


18 / 32

**Enotska krožnica** je krožnica s polmerom ene enote in s središčem v koordinatnem izhodišču.

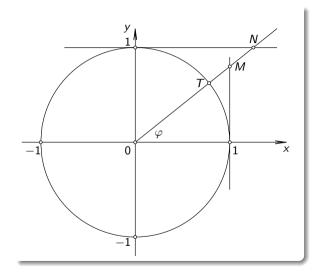
Kot  $\varphi$  z vrhom v koordinatnem izhodišču določata:

- fiksni/nepremični krak kota leži na pozitivnem delu abscisne osi in
- premični krak določa velikost kota in leži v enem izmed štirih kvadrantov ter seka enotsko krožnico v točki (cos x, sin x).

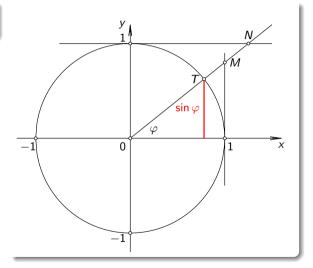


18 / 32

24. julij 2025

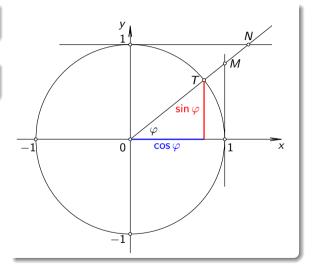


Jan Kastelic (GAA)



19 / 32

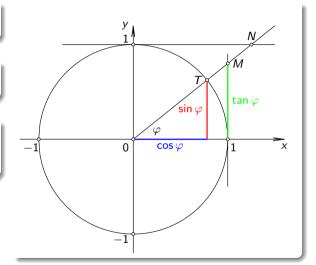
Kosinus kota  $\varphi$  je enak abscisi presečišča premičnega kraka z enotsko krožnico.



 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 24. julij 2025
 19/32

**Kosinus** kota  $\varphi$  je enak abscisi presečišča premičnega kraka z enotsko krožnico.

Tangens kota  $\varphi$  je enak ordinati presečišča nosilke premičnega kraka z navpično tangento enotskega kroga v točki (1,0).

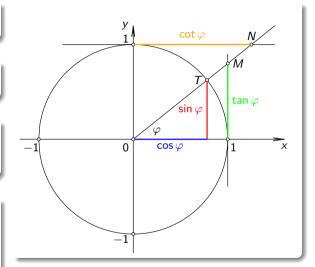


 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 24. julij 2025
 19 / 32

**Kosinus** kota  $\varphi$  je enak abscisi presečišča premičnega kraka z enotsko krožnico.

Tangens kota  $\varphi$  je enak ordinati presečišča nosilke premičnega kraka z navpično tangento enotskega kroga v točki (1,0).

Kotangens kota  $\varphi$  je enak abscisi presečišča nosilke premičnega kraka z vodoravno tangento enotskega kroga v točki (0,1).



19 / 32



20 / 32

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

#### Radian

Loku na krožnici, ki je enako dolg kot polmer krožnice, pripada središčni kot, velik 1 radian.

(ㅁㅏㅓ@ㅏㅓㅌㅏㅓㅌㅏ · ㅌ · 쒸٩@

20 / 32

#### Radian

Loku na krožnici, ki je enako dolg kot polmer krožnice, pripada središčni kot, velik 1 radian.

$$1 \text{ rad} = \frac{180^{\circ}}{\pi} \doteq 57, 3^{\circ}$$

20 / 32

#### Radian

Loku na krožnici, ki je enako dolg kot polmer krožnice, pripada središčni kot, velik 1 radian.

$$1 \text{ rad} = \frac{180^{\circ}}{\pi} \doteq 57, 3^{\circ}$$

### Pretvorba med stopinjami in radiani

Naj bo kot  $\varphi$  podan v radianih,  $\phi$  pa njemu pripadajoči kot podan v stopinjah. Potem velja:



20 / 32

#### Radian

Loku na krožnici, ki je enako dolg kot polmer krožnice, pripada središčni kot, velik 1 radian.

$$1 \text{ rad} = \frac{180^{\circ}}{\pi} \doteq 57, 3^{\circ}$$

### Pretvorba med stopinjami in radiani

Naj bo kot  $\varphi$  podan v radianih,  $\phi$  pa njemu pripadajoči kot podan v stopinjah. Potem velja:

$$\varphi = \frac{\pi}{180^{\circ}} \phi$$

20/32

#### Radian

Loku na krožnici, ki je enako dolg kot polmer krožnice, pripada središčni kot, velik 1 radian.

$$1 \text{ rad} = \frac{180^{\circ}}{\pi} \doteq 57, 3^{\circ}$$

### Pretvorba med stopinjami in radiani

Naj bo kot  $\varphi$  podan v radianih,  $\phi$  pa njemu pripadajoči kot podan v stopinjah. Potem velja:

$$\varphi = \frac{\pi}{180^{\circ}} \phi$$

in

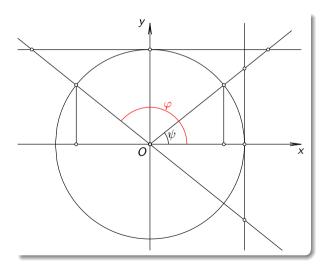
$$\phi = \frac{180^{\circ}}{\pi} \varphi.$$

<ロト < 回 > < 巨 > < 巨 > く 巨 > 一 豆 | か へ ()

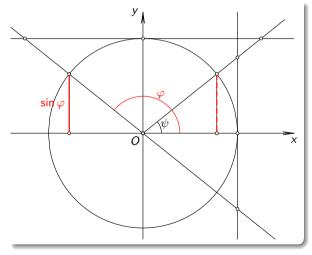
20/32



Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA



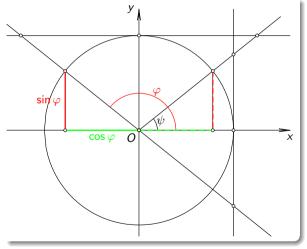
 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 24. julij 2025
 21 / 32



### Sinusa suplementarnih kotov sta enaka;

$$\sin{(180^{\circ} - \psi)} = \sin{\psi}$$





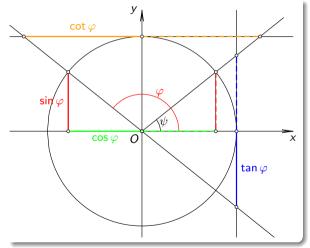
Sinusa suplementarnih kotov sta enaka; kosinusa suplementarnih kotov sta nasprotno enaka.

$$\sin{(180^\circ - \psi)} = \sin{\psi}$$

$$\cos{(180^{\circ} - \psi)} = -\cos{\psi}$$

4□ > 4□ > 4 = > 4 = > = 90

21 / 32



Sinusa suplementarnih kotov sta enaka; kosinusa suplementarnih kotov sta nasprotno enaka.

$$\sin\left(180^\circ - \psi\right) = \sin\psi$$

$$\cos{(180^\circ - \psi)} = -\cos{\psi}$$

Tangensa in kotangensa suplementarnih kotov sta nasprotno enaka.

$$\tan{(180^{\circ} - \psi)} = -\tan{\psi}$$

$$\cot (180^{\circ} - \psi) = -\cot \psi$$

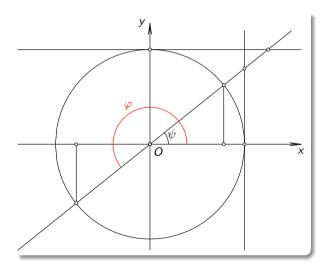
 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 24. julij 2025
 21/32

### Kot $\varphi$ med $180^\circ$ in $270^\circ$



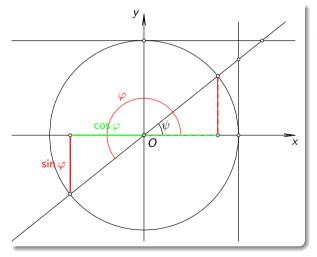
Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

# Kot $\varphi$ med $180^\circ$ in $270^\circ$



 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 24. julij 2025
 22 / 32

### Kot $\varphi$ med $180^{\circ}$ in $270^{\circ}$



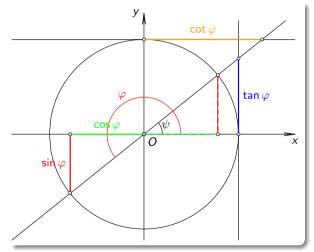
Sinusa in kosinusa kotov, ki se razlikujeta za  $\pi$ , sta nasprotno enaka.

$$\sin\left(180^\circ + \psi\right) = -\sin\psi$$

$$\cos{(180^\circ + \psi)} = -\cos{\psi}$$

 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 24. julij 2025
 22 / 32

## Kot $\varphi$ med $180^{\circ}$ in $270^{\circ}$



Sinusa in kosinusa kotov, ki se razlikujeta za  $\pi$ , sta nasprotno enaka.

$$\sin\left(180^\circ + \psi\right) = -\sin\psi$$

$$\cos{(180^\circ + \psi)} = -\cos{\psi}$$

Tangensa in kotangensa kotov, ki se razlikujeta za  $\pi$ , sta enaka.

$$\tan{(180^{\circ} + \psi)} = \tan{\psi}$$

$$\cot (180^{\circ} + \psi) = \cot \psi$$

<ロ > < @ > < 重 > < 重 > の < で

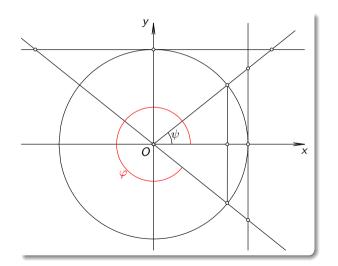
Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 24. julij 2025 22 / 32

# Kot $\varphi$ med 270 $^{\circ}$ in 360 $^{\circ}$

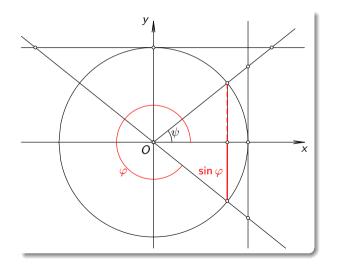


Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

# Kot $\varphi$ med 270 $^{\circ}$ in 360 $^{\circ}$



 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 24. julij 2025
 23 / 32



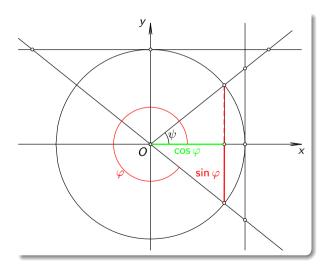
$$\sin{(360^\circ-\psi)}=-\sin{\psi}$$

$$\sin\left(-\psi\right) = -\sin\psi$$

◆□▶ ◆□▶ ◆■▶ ◆■▶ ■ りへ○

23 / 32

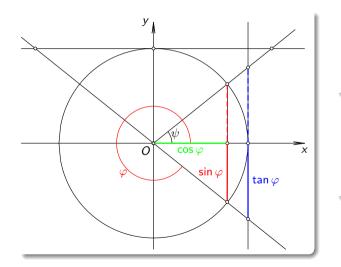
Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 24. julij 2025



$$\sin (360^{\circ} - \psi) = -\sin \psi$$
$$\cos (360^{\circ} - \psi) = \cos \psi$$

$$\sin(-\psi) = -\sin\psi$$
$$\cos(-\psi) = \cos\psi$$

 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 24. julij 2025
 23 / 32

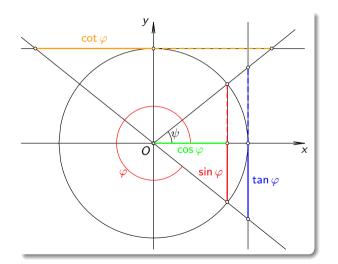


$$\sin (360^{\circ} - \psi) = -\sin \psi$$
$$\cos (360^{\circ} - \psi) = \cos \psi$$
$$\tan (360^{\circ} - \psi) = -\tan \psi$$

$$\sin(-\psi) = -\sin\psi$$
$$\cos(-\psi) = \cos\psi$$
$$\tan(-\psi) = -\tan\psi$$

<ロト < 回 > < 巨 > < 巨 > ・ 巨 ・ りへ ○

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 24. julij 2025 23 / 32



$$\sin (360^{\circ} - \psi) = -\sin \psi$$

$$\cos (360^{\circ} - \psi) = \cos \psi$$

$$\tan (360^{\circ} - \psi) = -\tan \psi$$

$$\cot (360^{\circ} - \psi) = -\cot \psi$$

$$\sin(-\psi) = -\sin\psi$$

$$\cos(-\psi) = \cos\psi$$

$$\tan(-\psi) = -\tan\psi$$

$$\cot(-\psi) = -\cot\psi$$

 Jan Kastelic (GAA)
 MATEMATIKA
 24. julij 2025
 23 / 32

# Vrednosti kotnih funkcij nekaterih kotov



24 / 32

24. julij 2025

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA

# Vrednosti kotnih funkcij nekaterih kotov

$\varphi$ [rad]	φ [°]	$\sin arphi$	$\cos arphi$	$\tan\varphi$	$\cot arphi$
0	0	0	1	0	/
$\frac{\pi}{6}$	30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{4}$	45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	1
$\frac{\pi}{3}$	60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
$\frac{\pi}{2}$	90°	1	0	/	0
$\pi$	180°	0	-1	0	/
$\frac{3\pi}{2}$	270°	-1	0	/	0

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 24. julij 2025 24 / 32

Izrazite s kotno funkcijo kota, manjšega od 45°.

• sin 200°

• cot 335°

• cos 154°

 $\bullet$  cos  $115^{\circ}$ 

ullet tan  $163^\circ$ 

• sin 245°

 $\bullet$  tan  $170^{\circ}$ 

• cos 255°

ullet tan  $140^\circ$ 

• sin 299°

 $\bullet$  sin  $190^\circ$ 

• cos 218°

• cos 355°

• cot 203°

• tan 179°

24. julij 2025

Najprej izrazite vrednost dane kotne funkcije s kotno funkcijo ostrega kota in nato izračunajte njeno natančno vrednost.

- $\bullet$  sin 300°
- $\bullet$  cos 330°
- $\bullet$  tan  $315^{\circ}$
- cos 225°

- sin 240°
- $\bullet$  tan  $150^{\circ}$
- cos 120°
- sin 180°

24. julij 2025

Natančno izračunajte.

• 
$$\frac{\cos 300^{\circ} - \sin 210^{\circ} - \sin 0^{\circ}}{\tan 300^{\circ} + \tan 135^{\circ}}$$

• 
$$(\sin 150^{\circ} - \cos 210^{\circ})^2 + \tan^2 315^{\circ}$$

• 
$$\frac{\cos 135^{\circ} + \sin 225^{\circ}}{\tan 300^{\circ} - \tan 120^{\circ} - \sin 270^{\circ}}$$

$$ullet$$
  $\sin 120^\circ - \cos 150^\circ + \tan 225^\circ$ 

$$\frac{\cos 240^{\circ} + \tan 135^{\circ} - \sin^2 315^{\circ}}{\tan 300^{\circ}}$$

27 / 32

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 24. julij 2025

Za kot x je podana vrednost ene kotne funkcije in območje velikost kota. Izračunajte natančne vrednosti drugih kotnih funkcij za kot x.

• 
$$x \in [180^{\circ}, 270^{\circ}]$$
;  $\sin x = -0.6$ 

• 
$$x \in [90^{\circ}, 180^{\circ}]; \cos x = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

• *IV*. kvadrant; 
$$\tan x = -\sqrt{3}$$

• II. kvadrant; 
$$tan x = -2$$

• III. kvadrant; 
$$tan x = 3$$

• II. kvadrant; 
$$\sin x = \frac{3}{4}$$

• 
$$x \in [270^\circ, 360^\circ]; \cos x = \frac{1}{3}$$

• 
$$x \in [180^\circ, 270^\circ]; \cos x = -\frac{4}{5}$$

• 
$$IV$$
. kvadrant;  $\sin x = -\frac{15}{17}$ 

Podana je vrednost ene kotne funkcije za kot x. Izračunajte velikost kota x glede na pogoj o njegovi velikosti.

• 
$$x \in [270^{\circ}, 360^{\circ}]; \cos x = 0.5$$

$$ullet$$
  $x \in [0^\circ, 360^\circ]$ ;  $an x = -1$ 

• 
$$x \in [180^{\circ}, 360^{\circ}]; \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

• 
$$x \in [0^{\circ}, 360^{\circ}]; \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

• 
$$x \in [180^{\circ}, 360^{\circ}]; \cos x = -1$$

• 
$$x \in [0^{\circ}, 180^{\circ}]$$
;  $\tan x = 1$ 

• 
$$x \in [180^{\circ}, 270^{\circ}]; \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

• 
$$x \in [0^{\circ}, 360^{\circ}]; \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$ullet$$
  $x\in[0^\circ,270^\circ]$ ;  $an x=-\sqrt{3}$ 

V enotski krožnici narišite vse kote, za ketere velja dani podatek. Izračunajte velikosti kotov na štiri decimalna mesta natančno.

• 
$$\sin x = 0.6$$

• 
$$\cos x = 0.3$$

• 
$$\tan x = 0.8$$

$$\bullet \, \sin x = -\frac{2}{3}$$

$$\cos x = -\frac{3}{5}$$

• 
$$\tan x = -\frac{3}{2}$$

• 
$$tan x = 2$$

Natančno izračunajte.

$$\frac{\sin 315^{\circ} + \cos 135^{\circ} - \tan^2 120^{\circ}}{\sin^2 150^{\circ} - \cos^2 225^{\circ}}$$

31/32

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 24. julij 2025

Natančno izračunajte.

$$\frac{\sin 315^{\circ} + \cos 135^{\circ} - \tan^2 120^{\circ}}{\sin^2 150^{\circ} - \cos^2 225^{\circ}}$$

Naloga

Poenostavite izraz.

$$1 + \left(\frac{\sin^2 x + \tan^{-1} x \cdot \sin x \cdot \cos x}{\frac{1}{\sin^2 x} - 1}\right)^{-1}$$

31/32

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 24. julij 2025

Natančno izračunajte.

$$\frac{\sin 315^{\circ} + \cos 135^{\circ} - \tan^2 120^{\circ}}{\sin^2 150^{\circ} - \cos^2 225^{\circ}}$$

#### Naloga

Poenostavite izraz.

$$1 + \left(\frac{\sin^2 x + \tan^{-1} x \cdot \sin x \cdot \cos x}{\frac{1}{\sin^2 x} - 1}\right)^{-1}$$

MATEMATIKA

#### Naloga

Za  $\tan x = -5$  in  $270^{\circ} < x < 360^{\circ}$  izračunajte velikost kota x, na minuto natančno, in natančne vrednosti preostalih kotnih funkcij.

Zapišite s kotno funkcijo kota, manjšega od 45°.

- sin 355°
- $\bullet$  cos  $291^{\circ}$
- tan 174°
- sin 247°

32 / 32

Jan Kastelic (GAA) MATEMATIKA 24. julij 2025

Zapišite s kotno funkcijo kota, manjšega od 45°.

- sin 355°
- cos 291°
- tan 174°
- sin 247°

## Naloga

Voznik podmornice na višini -200~m vidi razbitino ladje, ki leži potopljena na višini -1200~m, pod kotom  $8.4^\circ$ . Izračunajte razdaljo, ki jo mora prevoziti, da bo točno nad razbitino, če se vozi s hitrostjo 40~km/h. Koliko časa potrebuje za to pot?