MATEMATIKA

3. letnik – splošna gimnazija

Jan Kastelic

Fakulteta za matematiko in fiziko, Univerza v Ljubljani

20. november 2023

Vsebina

- Motne funkcije
- Geometrijski liki
- Geometrijska telesa
- Polinomi in racionalne funkcije
- Stožnice



2/59

Section 1

Kotne funkcije



3/59

- Motne funkcije
 - Kotne funkcije poljubnih kotov
 - Izrazi s kotnimi funkcijami
 - Adicijski izreki
 - Posledice adicijskih izrekov
 - Grafa funkcij sinus in kosinus
 - Grafa funkcij tangens in kotangens
 - Krožne funkcije
 - Trigonometrijske enačbe
 - Problemske naloge
 - Naklonski kot premice, kod med dvema premicama
- 2 Geometrijski liki
- Geometrijska telesa
- 4 Polinomi in racionalne funkcije



20. november 2023

4/59

Stopinje in radiani

Radian

Loku na krožnici, ki je enako dolg kot polmer krožnice, pripada središčni kot, velik 1 radian.

$$1 \text{ rad} = \frac{180^{\circ}}{\pi} \doteq 57, 3^{\circ}$$

Pretvorba med stopinjami in radiani

Naj bo φ kot podan v radianih, ϕ pa njemu pripadajoči kot podan v stopinjah. Potem velja:

$$\varphi = \frac{\pi}{180^{\circ}} \phi$$

in

$$\phi = \frac{180^{\circ}}{\pi} \varphi.$$

イロト (倒) イミト (ミ) 「 ラ (の)

5/59

Kotne funkcije v pravokotnem trikotniku

Sinus kota α je količnik med kotu α nasprotno kateto in hipotenuzo:

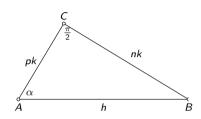
$$\sin \alpha = \frac{\text{nasprotna kateta}}{\text{hipotenuza}}.$$

Kosinus kota α je količnik med kotu α priležno kateto in hipotenuzo:

$$\cos \alpha = \frac{\text{priležna kateta}}{\text{hipotenuza}}.$$

Tangens kota α je količnik med kotu α nasprotno kateto in priležno kateto:

$$\tan \alpha = \frac{\text{nasprotna kateta}}{\text{priležna kateta}}.$$



Kotangens kota α je količnik med kotu α priležno kateto in nasprotno kateto:

$$\cot\alpha = \frac{\text{prile}\check{\text{z}}\text{na kateta}}{\text{nasprotna kateta}}.$$



Kotne funkcije komplementarnih kotov

Sinus kota je enak kosinusu komplementarnega kota in obratno.

$$\cos\frac{\pi}{2} - \alpha = \sin\alpha$$

$$\sin\frac{\pi}{2} - \alpha = \cos\alpha$$

Tangens kota je enak kotangensu komplementarnega kota in obratno.

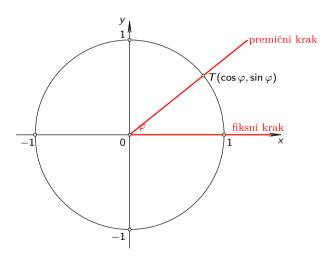
$$\tan\frac{\pi}{2} - \alpha = \cot\alpha$$

$$\cot\frac{\pi}{2} - \alpha = \tan\alpha$$

オロトオ御トオミトオミト ミ めのぐ

7/59

Kotne funkcije v enotskem krogu





8/59

Sinus kota α je enak oridnati presečišča premičnega kraka z enotsko krožnico. Kosinus kota α je enak abscisi presečišča premičnega kraka z enotsko krožnico.

9/59

Kotne funkcije poljubnih kotov

4 D > 4 D > 4 E > 4 E > E 900

20. november 2023

10/59

Izrazi s kotnimi funkcijami

◆ロト ◆御 ト ◆ 恵 ト ◆ 恵 ・ 夕 Q ②

11/59

Adicijski izreki

◆ロト ◆団 ト ◆ 豆 ト ◆ 豆 ・ 夕 ♀ ○

12/59

Posledice adicijskih izrekov

4□ > 4□ > 4 = > 4 = > = 90

13/59

Grafa funkcij sinus in kosinus

4 D > 4 A > 4 E > 4 E > E 9 Q Q

14/59

Grafa funkcij tangens in kotangens



20. november 2023

15 / 59

Krožne funkcije



16/59

20. november 2023

Trigonometrijske enačbe

4 □ ト ← □ ト ← □ ト ← □ ● ● の へ ○ ○

17/59

Problemske naloge



20. november 2023

18/59

Naklonski kot premice, kot med dvema premicama

4 D > 4 A > 4 B > 4 B > B 9 Q Q

19/59

Section 2

Geometrijski liki



20 / 59

- Motne funkcije
- Geometrijski liki
 - Obseg in ploščina
 - Obseg in ploščina kvadrata in pravokotnika
 - Obseg in ploščina trikotnika
 - Obseg in ploščina paralelograma
 - Obseg in ploščina trapeza in deltoida
 - Obseg in ploščina pravilnega večkotnika
 - Obseg in ploščina kroga
- Geometrijska telesa
- Polinomi in racionalne funkcije
- 5 Stožnice



21/59

Obseg in ploščina

◆ロト ◆団 ト ◆ 豆 ト ◆ 豆 ・ 夕 ♀ ○

22 / 59

Obseg in ploščina kvadrata in pravokotnika

4 D > 4 A > 4 B > 4 B > B 9 9 9 9

23 / 59

Obseg in ploščina trikotnika

24 / 59

Obseg in ploščina paralelograma

4 D > 4 A > 4 B > 4 B > B = 900

25 / 59

Obseg in ploščina trapeza in deltoida



26 / 59

Obseg in ploščina pravilnega večkotnika



27 / 59

Obseg in ploščina kroga

←□ → ←□ → ← = → ← = → へ へ ○

28 / 59

Section 3

Geometrijska telesa



29 / 59

- Motne funkcije
- 2 Geometrijski liki
- Geometrijska telesa
 - Površina in prostornina
 - Pokončna prizma
 - Pokončni valj
 - Pokončna piramida
 - Pokočni krožni stožec
 - Korgla
 - Primerjava pokonnih teles
 - Poševna telesa
 - Prisekana telesa
 - Vrtenine
- Polinomi in racionalne funkcije



30 / 59

20. november 2023

Površina in prostornina

31/59

Pokončna prizma

4□ > 4□ > 4 = > 4 = > = 90

32 / 59

Pokončni valj



33 / 59

Pokončna piramida

←□ → ←□ → ← = → ← = → へ へ ○

34 / 59

Pokočni krožni stožec

◆□ ト ◆□ ト ◆ 重 ト ◆ 重 ・ 夕 Q ②

35 / 59

20. november 2023

Krogla



20. november 2023

Jan Kastelic (FMF)

Primerjava pokončnih teles

<ロ > ←回 > ←回 > ← 直 > ← 直 → り へ ○

20. november 2023

37 / 59

Poševna telesa

38 / 59

Prisekana telesa



39 / 59

Vrtenine



20. november 2023

Section 4

Polinomi in racionalne funkcije



41 / 59

- Motne funkcije
- @ Geometrijski liki
- Geometrijska telesa
- Polinomi in racionalne funkcije
 - Polinomi
 - Računanje s polinomi
 - Ničle polinoma in Hornerjev algoritem
 - Graf polinoma
 - Polinomska neenačba
 - Metoda bisekcije
 - Racionalna funkcija
 - Racionalna neenačba
 - Modeliranje s polinomsko in racionalno funkcijo







20. november 2023

Polinomi



Jan Kastelic (FMF)

43 / 59

Računanje s polinomi

←□ → ←□ → ← = → ← = → へ へ ○

44 / 59

Ničle polinoma in Hornerjev algoritem

4 D > 4 B > 4 E > 4 E > 0 0 0

45 / 59

Graf polinoma



46 / 59

Polinomska neenačba

4 D > 4 B > 4 B > 4 B > 9 Q C

47 / 59

Metoda bisekcije

48 / 59

Racionalna funkcija

20. november 2023

49 / 59

Racionalna neenačba

50 / 59

Modeliranje s polinomsko in racionalno funkcijo

4 D > 4 D > 4 E > 4 E > E 900

51/59

Section 5

Stožnice



Jan Kastelic (FMF)

- Motne funkcije
- 2 Geometrijski liki
- Geometrijska telesa
- Polinomi in racionalne funkcije
- Stožnice
 - Krožnica
 - Elipsa
 - Hiperbola
 - Parabola
 - Krivulje drugega reda
 - Iracionalna enačba



Krožnica



Jan Kastelic (FMF)

Elipsa

Elipsa

Hiperbola



56 / 59

Parabola



57 / 59

Krivulje drugega reda



58 / 59

20. november 2023

Iracionalna enačba



59 / 59