

# MATEMATIKA

2. letnik – splošna gimnazija

Jan Kastelic

Gimnazija Antona Aškerca,  
Šolski center Ljubljana

21. januar 2026

# Vsebina

- 1 Potence in korenji
- 2 Funkcije
- 3 Potenčna funkcija

# Section 1

## Potence in koreni

## 1 Potence in korenji

- Koreni poljubnih stopenj
- Potence z racionalnimi eksponenti
- Iracionalne enačbe

## 2 Funkcije

## 3 Potenčna funkcija

# Kvadratni koren

# Kvadratni koren

## Kvadratni koren

**Kvadratni koren**  $\sqrt{a}$  realnega števila  $a \geq 0$  je tisto nenegativno realno število  $x$ , katerega kvadrat je enak  $a$ .

# Kvadratni koren

## Kvadratni koren

**Kvadratni koren**  $\sqrt{a}$  realnega števila  $a \geq 0$  je tisto nenegativno realno število  $x$ , katerega kvadrat je enak  $a$ .

$$\sqrt{a} = x \Leftrightarrow a = x^2; \quad a, x \in \mathbb{R}^+$$

# Kvadratni koren

## Kvadratni koren

**Kvadratni koren**  $\sqrt{a}$  realnega števila  $a \geq 0$  je tisto nenegativno realno število  $x$ , katerega kvadrat je enak  $a$ .

$$\sqrt{a} = x \Leftrightarrow a = x^2; \quad a, x \in \mathbb{R}^+$$

Število  $a$  imenujemo **korenjenec**, simbol  $\sqrt{\phantom{x}}$  pa **korenski znak**.

# Kvadratni koren

## Kvadratni koren

**Kvadratni koren**  $\sqrt{a}$  realnega števila  $a \geq 0$  je tisto nenegativno realno število  $x$ , katerega kvadrat je enak  $a$ .

$$\sqrt{a} = x \Leftrightarrow a = x^2; \quad a, x \in \mathbb{R}^+$$

Število  $a$  imenujemo **korenjenec**, simbol  $\sqrt{\phantom{x}}$  pa **korenski znak**.

## Pravila za računanje s kvadratnimi korenji

# Kvadratni koren

## Kvadratni koren

**Kvadratni koren**  $\sqrt{a}$  realnega števila  $a \geq 0$  je tisto nenegativno realno število  $x$ , katerega kvadrat je enak  $a$ .

$$\sqrt{a} = x \Leftrightarrow a = x^2; \quad a, x \in \mathbb{R}^+$$

Število  $a$  imenujemo **korenjenec**, simbol  $\sqrt{\phantom{x}}$  pa **korenski znak**.

## Pravila za računanje s kvadratnimi korenji

- $(\sqrt{a})^2 = a; \quad a \geq 0$

# Kvadratni koren

## Kvadratni koren

**Kvadratni koren**  $\sqrt{a}$  realnega števila  $a \geq 0$  je tisto nenegativno realno število  $x$ , katerega kvadrat je enak  $a$ .

$$\sqrt{a} = x \Leftrightarrow a = x^2; \quad a, x \in \mathbb{R}^+$$

Število  $a$  imenujemo **korenjenec**, simbol  $\sqrt{\phantom{x}}$  pa **korenski znak**.

## Pravila za računanje s kvadratnimi korenji

- $(\sqrt{a})^2 = a; \quad a \geq 0$
- $\sqrt{a^2} = \begin{cases} a, & a \geq 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases} = |a|$

# Kvadratni koren

## Kvadratni koren

**Kvadratni koren**  $\sqrt{a}$  realnega števila  $a \geq 0$  je tisto nenegativno realno število  $x$ , katerega kvadrat je enak  $a$ .

$$\sqrt{a} = x \Leftrightarrow a = x^2; \quad a, x \in \mathbb{R}^+$$

Število  $a$  imenujemo **korenjenec**, simbol  $\sqrt{\phantom{x}}$  pa **korenski znak**.

## Pravila za računanje s kvadratnimi korenji

- $(\sqrt{a})^2 = a; \quad a \geq 0$
- $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}; \quad a, b \geq 0$
- $\sqrt{a^2} = \begin{cases} a, & a \geq 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases} = |a|$

# Kvadratni koren

## Kvadratni koren

**Kvadratni koren**  $\sqrt{a}$  realnega števila  $a \geq 0$  je tisto nenegativno realno število  $x$ , katerega kvadrat je enak  $a$ .

$$\sqrt{a} = x \Leftrightarrow a = x^2; \quad a, x \in \mathbb{R}^+$$

Število  $a$  imenujemo **korenjenec**, simbol  $\sqrt{\phantom{x}}$  pa **korenski znak**.

## Pravila za računanje s kvadratnimi korenji

- $(\sqrt{a})^2 = a; \quad a \geq 0$

- $\sqrt{a^2} = \begin{cases} a, & a \geq 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases} = |a|$

- $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}; \quad a, b \geq 0$

- $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}; \quad a \geq 0, b > 0$

# Kubični koren

# Kubični koren

## Kubični koren

**Kubični koren**  $\sqrt[3]{a}$  realnega števila  $a$  je tisto realno število  $x$ , katerega kub je enak  $a$ .

# Kubični koren

## Kubični koren

**Kubični koren**  $\sqrt[3]{a}$  realnega števila  $a$  je tisto realno število  $x$ , katerega kub je enak  $a$ .

$$\sqrt[3]{a} = x \Leftrightarrow a = x^3; \quad a, x \in \mathbb{R}$$

# Kubični koren

## Kubični koren

**Kubični koren**  $\sqrt[3]{a}$  realnega števila  $a$  je tisto realno število  $x$ , katerega kub je enak  $a$ .

$$\sqrt[3]{a} = x \Leftrightarrow a = x^3; \quad a, x \in \mathbb{R}$$

Število  $a$  imenujemo **korenjenec**, simbol  $\sqrt[n]{\phantom{x}}$  **korenski znak**, število 3 pa **korenski eksponent**.

# Kubični koren

## Kubični koren

**Kubični koren**  $\sqrt[3]{a}$  realnega števila  $a$  je tisto realno število  $x$ , katerega kub je enak  $a$ .

$$\sqrt[3]{a} = x \Leftrightarrow a = x^3; \quad a, x \in \mathbb{R}$$

Število  $a$  imenujemo **korenjenec**, simbol  $\sqrt[n]{\phantom{x}}$  **korenski znak**, število 3 pa **korenski eksponent**.

## Pravila za računanje s kubičnimi koreni

# Kubični koren

## Kubični koren

**Kubični koren**  $\sqrt[3]{a}$  realnega števila  $a$  je tisto realno število  $x$ , katerega kub je enak  $a$ .

$$\sqrt[3]{a} = x \Leftrightarrow a = x^3; \quad a, x \in \mathbb{R}$$

Število  $a$  imenujemo **korenjenec**, simbol  $\sqrt[n]{\phantom{x}}$  **korenski znak**, število 3 pa **korenski eksponent**.

## Pravila za računanje s kubičnimi koreni

- $(\sqrt[3]{a})^3 = a$

# Kubični koren

## Kubični koren

**Kubični koren**  $\sqrt[3]{a}$  realnega števila  $a$  je tisto realno število  $x$ , katerega kub je enak  $a$ .

$$\sqrt[3]{a} = x \Leftrightarrow a = x^3; \quad a, x \in \mathbb{R}$$

Število  $a$  imenujemo **korenjenec**, simbol  $\sqrt[n]{\phantom{x}}$  **korenski znak**, število 3 pa **korenski eksponent**.

## Pravila za računanje s kubičnimi koreni

- $(\sqrt[3]{a})^3 = a$
- $\sqrt[3]{a^3} = a$

# Kubični koren

## Kubični koren

**Kubični koren**  $\sqrt[3]{a}$  realnega števila  $a$  je tisto realno število  $x$ , katerega kub je enak  $a$ .

$$\sqrt[3]{a} = x \Leftrightarrow a = x^3; \quad a, x \in \mathbb{R}$$

Število  $a$  imenujemo **korenjenec**, simbol  $\sqrt[n]{\phantom{x}}$  **korenski znak**, število 3 pa **korenski eksponent**.

## Pravila za računanje s kubičnimi koreni

- $(\sqrt[3]{a})^3 = a$
- $\sqrt[3]{a^3} = a$

- $\sqrt[3]{a \cdot b} = \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b}$

# Kubični koren

## Kubični koren

**Kubični koren**  $\sqrt[3]{a}$  realnega števila  $a$  je tisto realno število  $x$ , katerega kub je enak  $a$ .

$$\sqrt[3]{a} = x \Leftrightarrow a = x^3; \quad a, x \in \mathbb{R}$$

Število  $a$  imenujemo **korenjenec**, simbol  $\sqrt[n]{\phantom{x}}$  **korenski znak**, število 3 pa **korenski eksponent**.

## Pravila za računanje s kubičnimi koreni

- $(\sqrt[3]{a})^3 = a$
- $\sqrt[3]{a^3} = a$

- $\sqrt[3]{a \cdot b} = \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b}$
- $\sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}}; \quad b \neq 0$

# Koreni poljubnih stopenj

# Koreni poljubnih stopenj

## *n*-ti koren

Za sodo naravno število  $n$  je ***n*-ti koren**  $\sqrt[n]{a}$  realnega števila  $a \geq 0$  tisto nenegativno realno število  $x$ , za katerega velja  $a = x^n$ .

# Koreni poljubnih stopenj

## *n*-ti koren

Za sodo naravno število  $n$  je ***n*-ti koren**  $\sqrt[n]{a}$  realnega števila  $a \geq 0$  tisto nenegativno realno število  $x$ , za katerega velja  $a = x^n$ .

$$\sqrt[n]{a} = x \Leftrightarrow a = x^n; \quad a, x \in \mathbb{R}^+$$

# Koreni poljubnih stopenj

## *n*-ti koren

Za sodo naravno število  $n$  je ***n*-ti koren**  $\sqrt[n]{a}$  realnega števila  $a \geq 0$  tisto nenegativno realno število  $x$ , za katerega velja  $a = x^n$ .

$$\sqrt[n]{a} = x \Leftrightarrow a = x^n; \quad a, x \in \mathbb{R}^+$$

Za liho naravno število  $n$  je ***n*-ti koren**  $\sqrt[n]{a}$  realnega števila  $a$  tisto realno število  $x$ , za katerega velja  $a = x^n$ .

# Koreni poljubnih stopenj

## *n*-ti koren

Za sodo naravno število  $n$  je ***n*-ti koren**  $\sqrt[n]{a}$  realnega števila  $a \geq 0$  tisto nenegativno realno število  $x$ , za katerega velja  $a = x^n$ .

$$\sqrt[n]{a} = x \Leftrightarrow a = x^n; \quad a, x \in \mathbb{R}^+$$

Za liho naravno število  $n$  je ***n*-ti koren**  $\sqrt[n]{a}$  realnega števila  $a$  tisto realno število  $x$ , za katerega velja  $a = x^n$ .

$$\sqrt[n]{a} = x \Leftrightarrow a = x^n; \quad a, x \in \mathbb{R}$$

# Korenji poljubnih stopenj

## *n*-ti koren

Za sodo naravno število  $n$  je ***n*-ti koren**  $\sqrt[n]{a}$  realnega števila  $a \geq 0$  tisto nenegativno realno število  $x$ , za katerega velja  $a = x^n$ .

$$\sqrt[n]{a} = x \Leftrightarrow a = x^n; \quad a, x \in \mathbb{R}^+$$

Za liho naravno število  $n$  je ***n*-ti koren**  $\sqrt[n]{a}$  realnega števila  $a$  tisto realno število  $x$ , za katerega velja  $a = x^n$ .

$$\sqrt[n]{a} = x \Leftrightarrow a = x^n; \quad a, x \in \mathbb{R}$$

Število  $a$  imenujemo **korenjenec**, simbol  $\sqrt[n]{\phantom{x}}$  **korenski znak**, število  $n$  pa **korenski eksponent**.



## Pravila za računanje s korenji poljubnih stopenj

Pri tem za sode korenske stopnje  $n$  privzamemo  $a, b \in [0, \infty)$ ; za lihe stopnje  $n$  pa  $a, b \in \mathbb{R}$ .

## Pravila za računanje s korenji poljubnih stopenj

- $(\sqrt[n]{a})^n = a$

Pri tem za sode korenske stopnje  $n$  privzamemo  $a, b \in [0, \infty)$ ; za lihe stopnje  $n$  pa  $a, b \in \mathbb{R}$ .

## Pravila za računanje s korenji poljubnih stopenj

- $(\sqrt[n]{a})^n = a$
- $\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} |a|, & n = 2k, k \in \mathbb{N} \\ a, & n = 2k - 1, k \in \mathbb{N} \end{cases}$

Pri tem za sode korenske stopnje  $n$  privzamemo  $a, b \in [0, \infty)$ ; za lihe stopnje  $n$  pa  $a, b \in \mathbb{R}$ .

## Pravila za računanje s korenji poljubnih stopenj

- $(\sqrt[n]{a})^n = a$
- $\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} |a|, & n = 2k, k \in \mathbb{N} \\ a, & n = 2k - 1, k \in \mathbb{N} \end{cases}$
- $\sqrt[n]{a^w} = (\sqrt[n]{a})^w$

Pri tem za sode korenske stopnje  $n$  privzamemo  $a, b \in [0, \infty)$ ; za lihe stopnje  $n$  pa  $a, b \in \mathbb{R}$ .

## Pravila za računanje s korenji poljubnih stopenj

- $(\sqrt[n]{a})^n = a$
- $\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} |a|, & n = 2k, k \in \mathbb{N} \\ a, & n = 2k - 1, k \in \mathbb{N} \end{cases}$
- $\sqrt[n]{a^w} = (\sqrt[n]{a})^w$
- $\sqrt[n]{a^w} = \sqrt[nz]{a^{wz}}$

Pri tem za sode korenske stopnje  $n$  privzamemo  $a, b \in [0, \infty)$ ; za lihe stopnje  $n$  pa  $a, b \in \mathbb{R}$ .

## Pravila za računanje s korenji poljubnih stopenj

- $(\sqrt[n]{a})^n = a$
- $\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} |a|, & n = 2k, k \in \mathbb{N} \\ a, & n = 2k - 1, k \in \mathbb{N} \end{cases}$
- $\sqrt[n]{a^w} = (\sqrt[n]{a})^w$
- $\sqrt[n]{a^w} = \sqrt[nz]{a^{wz}}$
- $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[nm]{a}$

Pri tem za sode korenske stopnje  $n$  privzamemo  $a, b \in [0, \infty)$ ; za lihe stopnje  $n$  pa  $a, b \in \mathbb{R}$ .

## Pravila za računanje s korenji poljubnih stopenj

- $(\sqrt[n]{a})^n = a$

- $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$

- $\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} |a|, & n = 2k, k \in \mathbb{N} \\ a, & n = 2k - 1, k \in \mathbb{N} \end{cases}$

- $\sqrt[n]{a^w} = (\sqrt[n]{a})^w$

- $\sqrt[n]{a^w} = \sqrt[nz]{a^{wz}}$

- $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[nm]{a}$

Pri tem za sode korenske stopnje  $n$  privzamemo  $a, b \in [0, \infty)$ ; za lihe stopnje  $n$  pa  $a, b \in \mathbb{R}$ .

## Pravila za računanje s korenji poljubnih stopenj

- $(\sqrt[n]{a})^n = a$
- $\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} |a|, & n = 2k, k \in \mathbb{N} \\ a, & n = 2k - 1, k \in \mathbb{N} \end{cases}$
- $\sqrt[n]{a^w} = (\sqrt[n]{a})^w$
- $\sqrt[n]{a^w} = \sqrt[nz]{a^{wz}}$
- $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[nm]{a}$
- $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$
- $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}; b \neq 0$

Pri tem za sode korenske stopnje  $n$  privzamemo  $a, b \in [0, \infty)$ ; za lihe stopnje  $n$  pa  $a, b \in \mathbb{R}$ .

## Pravila za računanje s korenji poljubnih stopenj

- $(\sqrt[n]{a})^n = a$

- $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$

- $\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} |a|, & n = 2k, k \in \mathbb{N} \\ a, & n = 2k - 1, k \in \mathbb{N} \end{cases}$

- $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}; \quad b \neq 0$

- $\sqrt[n]{a^w} = (\sqrt[n]{a})^w$

- $\sqrt[n]{a^w} \cdot \sqrt[n]{a^z} = \sqrt[n]{a^{w+z}}$

- $\sqrt[n]{a^w} = \sqrt[nz]{a^{wz}}$

- $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[nm]{a}$

Pri tem za sode korenske stopnje  $n$  privzamemo  $a, b \in [0, \infty)$ ; za lihe stopnje  $n$  pa  $a, b \in \mathbb{R}$ .

## Pravila za računanje s korenji poljubnih stopenj

- $(\sqrt[n]{a})^n = a$

- $\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} |a|, & n = 2k, k \in \mathbb{N} \\ a, & n = 2k - 1, k \in \mathbb{N} \end{cases}$

- $\sqrt[n]{a^w} = (\sqrt[n]{a})^w$

- $\sqrt[n]{a^w} = \sqrt[nz]{a^{wz}}$

- $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[nm]{a}$

- $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$

- $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}; b \neq 0$

- $\sqrt[n]{a^w} \cdot \sqrt[n]{a^z} = \sqrt[n]{a^{w+z}}$

- $\frac{\sqrt[n]{a^w}}{\sqrt[n]{a^z}} = \sqrt[n]{a^{w-z}}; a \neq 0$

Pri tem za sode korenske stopnje  $n$  privzamemo  $a, b \in [0, \infty)$ ; za lihe stopnje  $n$  pa  $a, b \in \mathbb{R}$ .



## Naloga

Poenostavite izraz in ga delno korenite.

## Naloga

Poenostavite izraz in ga delno korenite.

$$\bullet \sqrt[3]{xy^2} \sqrt{x^5y}$$

$$\bullet \sqrt[4]{ab^2} \sqrt[3]{ab}$$

$$\bullet \sqrt[6]{a^2b^3} \sqrt{a^8} \sqrt[3]{b}$$

$$\bullet \sqrt{a} \sqrt{a^2} \sqrt{a^3}$$

$$\bullet \sqrt[3]{a} \sqrt[4]{a} \sqrt[5]{a}$$

$$\bullet \sqrt[3]{x} \sqrt{y^3} \sqrt[4]{x^3} \sqrt[5]{y^6} \sqrt{y^{-1}}$$

$$\bullet \sqrt[4]{a^3b^2} \sqrt{ab^5}$$

$$\bullet \sqrt[5]{x^4y} \sqrt[4]{x^5y^3}$$



## Naloga

Izračunajte.

## Naloga

Izračunajte.

- $\sqrt[5]{\frac{1}{32}}$

- $\sqrt[4]{\frac{16}{81}}$

- $\sqrt[3]{-8}$

- $\sqrt[4]{-625}$

- $\sqrt[3]{0.125}$

- $\sqrt[4]{0.0016}$



## Naloga

Poenostavite.

## Naloga

Poenostavite.

- $\sqrt[18]{x^{15}}$

- $\sqrt[9]{a^6}$

- $\sqrt[30]{y^{18}}$

- $\sqrt[20]{b^{30}}$



## Naloga

Racionalizirajte ulomke.

## Naloga

Racionalizirajte ulomke.

- $\frac{1}{3 - \sqrt{x}}$

- $\frac{x - 1}{\sqrt[3]{x} - 1}$

- $\frac{1}{\sqrt[4]{2} - 1}$

- $\frac{1}{2 - 4\sqrt[3]{a}}$

- $\frac{8x}{2\sqrt[3]{x} + 1}$

- $\frac{\sqrt[4]{y}}{2 - \sqrt[4]{y}}$

- $\frac{2}{a - \sqrt[3]{b}}$

- $\frac{1}{2 - \sqrt[4]{3}}$

- $\frac{3}{1 + \sqrt[5]{2}}$



## Naloga

Poenostavite in delno korenite izraz.

## Naloga

Poenostavite in delno korenite izraz.

$$\bullet \frac{\sqrt[4]{2}}{\sqrt{2\sqrt{8}}}$$

$$\bullet \frac{\sqrt{\sqrt{a}}}{\sqrt[3]{a^2}}$$

$$\bullet \frac{\sqrt[7]{b^{13}\sqrt{b^{-2}}}}{\sqrt{\sqrt{b^{-1}}}}$$

$$\bullet \frac{\sqrt[3]{9}}{\sqrt[5]{3}\sqrt{27}}$$

$$\bullet \frac{\sqrt{a\sqrt[3]{a^{-1}}} \cdot \sqrt[3]{a^2\sqrt[5]{a}}}{\sqrt[5]{a\sqrt{a^{-5}}}}$$

$$\bullet \frac{\sqrt[3]{x^2\sqrt[4]{x^{-1}}}\cdot \sqrt[4]{x^3\sqrt{x}}}{\sqrt[4]{x\sqrt{x\sqrt[3]{x^{-1}}}}}$$

$$\bullet \frac{\sqrt{\sqrt{\sqrt{1}}}}{\sqrt[17]{1}}$$

$$\bullet \frac{\sqrt{x^3\sqrt[4]{x^3\sqrt{x}}}}{\sqrt[4]{x^{-3}\sqrt[4]{x}}}$$

$$\bullet \frac{\sqrt{8ab^{-1}}}{\sqrt{0.5}\sqrt[3]{8ab^2}}$$



## Naloga

Izračunajte natančno vrednost korena.

## Naloga

Izračunajte natančno vrednost korena.

- $\sqrt{31 - 12\sqrt{3}}$

- $\sqrt{18 + 8\sqrt{2}}$

- $\sqrt{9 - 4\sqrt{5}}$

- $\sqrt{17 + 2\sqrt{2}}$



## Naloga

Poenostavite izraz in ga delno korenite.

## Naloga

Poenostavite izraz in ga delno korenite.

$$\bullet \frac{\sqrt[5]{xy^3} \sqrt[4]{x^2y^3}}{\sqrt[10]{\sqrt{x}}}$$

$$\bullet \sqrt[3]{\sqrt{\sqrt{4096}}} + \sqrt{\sqrt{\sqrt{16}}} - \sqrt[5]{32}$$

$$\bullet \frac{\sqrt[4]{ab^3} \sqrt[3]{a^2b^3}}{\sqrt{\sqrt[6]{a}}}$$

$$\bullet \frac{\sqrt[6]{ab^3} \sqrt{a^3b}}{\sqrt[4]{b^{-3}} \sqrt[3]{a}}$$

$$\bullet \left( \frac{1-z}{1-\sqrt[3]{z}} - \sqrt[3]{z} \right) \left( 1 - \sqrt[6]{z^4} \right)$$

# Potence z racionalnimi eksponenti

# Potence z racionalnimi eksponenti

## Potenca z racionalnim eksponentom

Potenca z racionalnim eksponentom je definirana kot:

# Potence z racionalnimi eksponenti

## Potenca z racionalnim eksponentom

Potenca z racionalnim eksponentom je definirana kot:

$$x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m},$$

# Potence z racionalnimi eksponenti

## Potenca z racionalnim eksponentom

Potenca z racionalnim eksponentom je definirana kot:

$$x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m},$$

kjer je  $m \in \mathbb{Z}$ ,  $n \in \mathbb{N}$  in  $a \in [0, \infty)$ .

# Potence z racionalnimi eksponenti

## Potenca z racionalnim eksponentom

Potenca z racionalnim eksponentom je definirana kot:

$$x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m},$$

kjer je  $m \in \mathbb{Z}$ ,  $n \in \mathbb{N}$  in  $a \in [0, \infty)$ .

## Pravila za računanje s potencami s celimi eksponenti

# Potence z racionalnimi eksponenti

## Potenca z racionalnim eksponentom

Potenca z racionalnim eksponentom je definirana kot:

$$x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m},$$

kjer je  $m \in \mathbb{Z}$ ,  $n \in \mathbb{N}$  in  $a \in [0, \infty)$ .

## Pravila za računanje s potencami s celimi eksponenti

V pravilih upoštevamo primerni realni osnovi  $x, y \in \mathbb{R}$  in racionalne eksponente  $p, q \in \mathbb{Q}$ .

# Potence z racionalnimi eksponenti

## Potenza z racionalnim eksponentom

Potenza z racionalnim eksponentom je definirana kot:

$$x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m},$$

kjer je  $m \in \mathbb{Z}$ ,  $n \in \mathbb{N}$  in  $a \in [0, \infty)$ .

## Pravila za računanje s potencami s celimi eksponenti

- $x^p \cdot x^q = x^{p+q}$

V pravilih upoštevamo primerni realni osnovi  $x, y \in \mathbb{R}$  in racionalne eksponente  $p, q \in \mathbb{Q}$ .

# Potence z racionalnimi eksponenti

## Potenca z racionalnim eksponentom

Potenca z racionalnim eksponentom je definirana kot:

$$x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m},$$

kjer je  $m \in \mathbb{Z}$ ,  $n \in \mathbb{N}$  in  $a \in [0, \infty)$ .

## Pravila za računanje s potencami s celimi eksponenti

- $x^p \cdot x^q = x^{p+q}$
- $x^p \cdot y^p = (xy)^p$

V pravilih upoštevamo primerni realni osnovi  $x, y \in \mathbb{R}$  in racionalne eksponente  $p, q \in \mathbb{Q}$ .

# Potence z racionalnimi eksponenti

## Potenca z racionalnim eksponentom

Potenca z racionalnim eksponentom je definirana kot:

$$x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m},$$

kjer je  $m \in \mathbb{Z}$ ,  $n \in \mathbb{N}$  in  $a \in [0, \infty)$ .

## Pravila za računanje s potencami s celimi eksponenti

- $x^p \cdot x^q = x^{p+q}$
- $x^p \cdot y^p = (xy)^p$
- $(x^p)^q = x^{pq}$

V pravilih upoštevamo primerni realni osnovi  $x, y \in \mathbb{R}$  in racionalne eksponente  $p, q \in \mathbb{Q}$ .

# Potence z racionalnimi eksponenti

## Potenca z racionalnim eksponentom

Potenca z racionalnim eksponentom je definirana kot:

$$x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m},$$

kjer je  $m \in \mathbb{Z}$ ,  $n \in \mathbb{N}$  in  $a \in [0, \infty)$ .

## Pravila za računanje s potencami s celimi eksponenti

- $x^p \cdot x^q = x^{p+q}$
- $x^p : x^q = \frac{x^p}{x^q} = x^{p-q}; \quad x \neq 0$
- $x^p \cdot y^p = (xy)^p$
- $(x^p)^q = x^{pq}$

V pravilih upoštevamo primerni realni osnovi  $x, y \in \mathbb{R}$  in racionalne eksponente  $p, q \in \mathbb{Q}$ .

# Potence z racionalnimi eksponenti

## Potenca z racionalnim eksponentom

Potenca z racionalnim eksponentom je definirana kot:

$$x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m},$$

kjer je  $m \in \mathbb{Z}$ ,  $n \in \mathbb{N}$  in  $a \in [0, \infty)$ .

## Pravila za računanje s potencami s celimi eksponenti

- $x^p \cdot x^q = x^{p+q}$
- $x^p \cdot y^p = (xy)^p$
- $(x^p)^q = x^{pq}$
- $x^p : x^q = \frac{x^p}{x^q} = x^{p-q}; \quad x \neq 0$
- $x^p : y^p = \frac{x^p}{y^p} = \left(\frac{x}{y}\right)^p; \quad y \neq 0$

V pravilih upoštevamo primerni realni osnovi  $x, y \in \mathbb{R}$  in racionalne eksponente  $p, q \in \mathbb{Q}$ .



## Naloga

Izračunajte.

## Naloga

Izračunajte.

- $8^{\frac{1}{3}} - 16^{\frac{2}{4}}$

- $27^{\frac{2}{3}} - 125^{\frac{1}{3}}$

- $(-8)^{-\frac{1}{3}}$

- $1000^{\frac{2}{3}} - 343^{\frac{2}{3}}$



## Naloga

Izračunajte.

## Naloga

Izračunajte.

$$\bullet \sqrt{625^{\frac{3}{4}} - \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}} + 4^{\frac{1}{3}} \cdot 16^{\frac{1}{3}}$$

$$\bullet \left( \left(\frac{4}{9}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot 32^{\frac{1}{5}} + 169^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\bullet 4 \cdot 0.16^{-\frac{1}{2}} - \sqrt[3]{5 \cdot 8^{\frac{1}{3}} + 2 \cdot 81^{\frac{3}{4}}}$$

$$\bullet 0.25^{-\frac{1}{2}} \cdot 0.001^{-\frac{1}{3}} - \sqrt[3]{10^2 + 0.2^{-2}}$$

$$\bullet \left( 2 \cdot 9^{\frac{3}{2}} + 5 \cdot 16^{\frac{1}{4}} \right)^{\frac{1}{3}}$$

$$\bullet \left( 3\frac{3}{8} \right)^{\frac{2}{3}} \cdot \left( \frac{1}{4} \right)^{-\frac{1}{2}} \cdot (3 - \sqrt{5}) \sqrt{7 + 3\sqrt{5}}$$



## Naloga

Izračunajte.

## Naloga

Izračunajte.

$$\bullet 2.25^{-0.5} \cdot \sqrt{4^{1.5} + 1}$$

$$\bullet \left(3\frac{1}{16}\right)^{-0.5} \sqrt{0.125^{-\frac{2}{3}} + 3} + 0.002^{-\frac{2}{3}}$$

$$\bullet 6.25^{-0.5} \cdot 2.25^{1.5} + \sqrt{16^{0.75} + 1}$$

$$\bullet \sqrt{10} \left(5^{-0.5} - 2\right)^{-1} - \sqrt{90}$$

$$\bullet \sqrt{27^{\frac{2}{3}} + 0.25^{-2}} + (2 - \sqrt{5}) \sqrt{9 + 4\sqrt{5}} - \frac{1 + \sqrt{12}}{2 + \sqrt{3}}$$



## Naloga

Izraz zapišite s potencami in ga poenostavite.

## Naloga

Izraz zapišite s potencami in ga poenostavite.

- $\left( \frac{1-z}{1-\sqrt[3]{z}} - \sqrt[3]{z} \right) \left( 1 - \sqrt[6]{z^4} \right)$

- $\frac{\sqrt[3]{x^{-4}\sqrt{x^2y^{-3}}}}{\sqrt[4]{x^{-3}y^2}} \cdot (x^{0.3}y^{0.2})^5$

- $\frac{\sqrt[6]{ab^3\sqrt{a^3b}}}{\sqrt[4]{b^{-3}\sqrt[3]{a}}}$

- $\frac{\sqrt[5]{x^{-2}\sqrt[3]{x^{-3}y^4}}}{y^{-\frac{1}{3}}x^{\frac{1}{2}}} \left( \sqrt[6]{\sqrt{y^{-3}}} \right)^4$

- $(y^{\frac{2}{3}}x^{-0.25})^6 : \left( \sqrt{x^{-4}y^2} \cdot \sqrt{y\sqrt[3]{xy^{-3}}} \right)^3$

- $\frac{\sqrt[4]{x^{-2}y}}{\sqrt[6]{x^3\sqrt{y^{-7}}}} \sqrt[4]{x^2y^{-5}}^2$

# Iracionalne enačbe

# Iracionalne enačbe

## Iracionalna enačba

**Iracionalna enačba** je enačba, v kateri neznanka nastopa po korenom poljubne stopnje.

# Iracionalne enačbe

## Iracionalna enačba

**Iracionalna enačba** je enačba, v kateri neznanka nastopa po korenom poljubne stopnje.

## Reševanje iracionalne enačbe

Iracionalno enačbo rešujemo tako, da jo s pomočjo potenciranja prevedemo v enačbo, ki nima neznanke pod korenom.

Tako dobimo enačbo, ki ni nujno ekvivalentna prvotni enačba, saj lahko s potenciranjem pridobimo kakšno rešitev, ki ne ustreza prvotni enačbo.

Na koncu reševanja moramo vedno narediti **preizkus**, s katerim izločimo morebitne neustrezne rešitve.



## Naloga

Rešite enačbo.

## Naloga

Rešite enačbo.

- $\sqrt{x - 1} - 5 = 0$

- $\sqrt{x + 5} = 2$

- $\sqrt{3 - x} - 5 = 0$

- $1 + \sqrt{x - 5} = 0$



## Naloga

Rešite enačbo.

## Naloga

Rešite enačbo.

$$\bullet \sqrt{2x - 1} + 2x = x$$

$$\bullet 2x + 3 = \sqrt{3x^2 + 5x - 1}$$

$$\bullet 2 + \sqrt[3]{x - 1} = 0$$

$$\bullet \sqrt{-8x - 4} = -2x$$

$$\bullet \sqrt{x^2 + 2} - \sqrt{3x} = 0$$

$$\bullet \sqrt{x^2 - 1} - 2 = 0$$

$$\bullet x - \sqrt{5x - 11} = 1$$

$$\bullet \sqrt{x + 3} = -9$$



## Naloga

Rešite enačbo.

## Naloga

Rešite enačbo.

$$\bullet \sqrt{x} + \sqrt{x+1} = 3$$

$$\bullet \sqrt{x+5} - 3 = -\sqrt{x}$$

$$\bullet \sqrt{x-2} - 2 = \sqrt{x+2}$$

$$\bullet \sqrt{3x+1} - 1 = \sqrt{x+4}$$

$$\bullet \sqrt{x+1} = \sqrt{2} - \sqrt{x-1}$$

$$\bullet \sqrt[3]{x+2} - \sqrt{10+x} = -2$$

$$\bullet \sqrt{x-6} + \sqrt{x+2} = 2$$

$$\bullet \sqrt{5+x} - 1 = \sqrt{3x+4}$$



## Naloga

Rešite enačbo.

## Naloga

Rešite enačbo.

$$\bullet \sqrt[3]{x^3 + 7x^2 + x + 26} - 3 = x - 1$$

$$\bullet \sqrt[3]{5 - x + \sqrt{2x + 14}} - 2 = 0$$

$$\bullet \sqrt{x - 2} - \sqrt{2x - 3} = 2$$

$$\bullet \sqrt{x - 6} - \sqrt{x + 2} - 2 = 0$$

$$\bullet \sqrt{x^2 + 3x} + x = 2$$

$$\bullet \sqrt{x + 3 + \sqrt{x + 2}} = \sqrt{3}$$

$$\bullet \sqrt{x + 7} - \sqrt{2x - 1} = 3$$

$$\bullet \sqrt[5]{x^2 + 3x + 34} = 2$$

# Section 2

## Funkcije

1 Potence in korenji

2 Funkcije

- Funkcija in njene lastnosti
- Transformacije funkcij
- Inverzna funkcija

3 Potenčna funkcija

# Preslikava

# Preslikava

Preslikava

# Preslikava

## Preslikava

Naj bosta  $\mathcal{X}$  in  $\mathcal{Y}$  neprazni množici.

# Preslikava

## Preslikava

Naj bosta  $\mathcal{X}$  in  $\mathcal{Y}$  neprazni množici.

**Preslikava**  $f$  sestoji iz:

$f :$

# Preslikava

## Preslikava

Naj bosta  $\mathcal{X}$  in  $\mathcal{Y}$  neprazni množici.

**Preslikava**  $f$  sestoji iz:

- množice  $\mathcal{X}$ , ki ji pravimo **domena**,

$f : \mathcal{X}$

# Preslikava

## Preslikava

Naj bosta  $\mathcal{X}$  in  $\mathcal{Y}$  neprazni množici.

**Preslikava**  $f$  sestoji iz:

- množice  $\mathcal{X}$ , ki ji pravimo **domena**,
- množice  $\mathcal{Y}$ , ki ji pravimo **kodomena** in

$$f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$$

# Preslikava

## Preslikava

Naj bosta  $\mathcal{X}$  in  $\mathcal{Y}$  neprazni množici.

**Preslikava**  $f$  sestoji iz:

- množice  $\mathcal{X}$ , ki ji pravimo **domena**,
- množice  $\mathcal{Y}$ , ki ji pravimo **kodomena** in
- **prirejanja**, ki vsakemu elementu  $x$  domene priredi natanko en element  $y$  kodomene.

$$\begin{aligned}f : \mathcal{X} &\rightarrow \mathcal{Y} \\f : x &\mapsto y\end{aligned}$$

# Preslikava

## Preslikava

Naj bosta  $\mathcal{X}$  in  $\mathcal{Y}$  neprazni množici.

**Preslikava**  $f$  sestoji iz:

- množice  $\mathcal{X}$ , ki ji pravimo **domena**,
- množice  $\mathcal{Y}$ , ki ji pravimo **kodomena** in
- **prirejanja**, ki vsakemu elementu  $x$  domene priredi natanko en element  $y$  kodomene.

$$\begin{aligned}f : \mathcal{X} &\rightarrow \mathcal{Y} \\f : x &\mapsto y\end{aligned}$$

Elemente  $x$  kodomene  $\mathcal{X}$  imenujemo **originali** preslikave.

# Preslikava

## Preslikava

Naj bosta  $\mathcal{X}$  in  $\mathcal{Y}$  neprazni množici.

**Preslikava**  $f$  sestoji iz:

- množice  $\mathcal{X}$ , ki ji pravimo **domena**,
- množice  $\mathcal{Y}$ , ki ji pravimo **kodomena** in
- **prirejanja**, ki vsakemu elementu  $x$  domene priredi natanko en element  $y$  kodomene.

$$\begin{aligned}f : \mathcal{X} &\rightarrow \mathcal{Y} \\f : x &\mapsto y\end{aligned}$$

Elemente  $x$  kodomene  $\mathcal{X}$  imenujemo **originali** preslikave.

Če elementu  $x$  priredimo element  $y$  iz kodomene, potem  $y$  imenujemo **slika** elemeta  $x$ .

# Preslikava

## Preslikava

Naj bosta  $\mathcal{X}$  in  $\mathcal{Y}$  neprazni množici.

**Preslikava**  $f$  sestoji iz:

- množice  $\mathcal{X}$ , ki ji pravimo **domena**,
- množice  $\mathcal{Y}$ , ki ji pravimo **kodomena** in
- **prirejanja**, ki vsakemu elementu  $x$  domene priredi natanko en element  $y$  kodomene.

$$\begin{aligned}f : \mathcal{X} &\rightarrow \mathcal{Y} \\f : x &\mapsto y\end{aligned}$$

Elemente  $x$  kodomene  $\mathcal{X}$  imenujemo **originali** preslikave.

Če elementu  $x$  priredimo element  $y$  iz kodomene, potem  $y$  imenujemo **slika** elemeta  $x$ .

Preslikavo lahko podamo s predpisom, puščičnim diagramom, besednim opisom ...

# Funkcija

# Funkcija

## Funkcija

# Funkcija

## Funkcija

Naj bosta  $\mathcal{X}$  in  $\mathcal{Y}$  neprazni številski množici.

# Funkcija

## Funkcija

Naj bosta  $\mathcal{X}$  in  $\mathcal{Y}$  neprazni številski množici.

**Funkcija**  $f$  je preslikava med številskima množicama  $\mathcal{X}$  in  $\mathcal{Y}$ :

# Funkcija

## Funkcija

Naj bosta  $\mathcal{X}$  in  $\mathcal{Y}$  neprazni številski množici.

**Funkcija**  $f$  je preslikava med številskima množicama  $\mathcal{X}$  in  $\mathcal{Y}$ :

$$f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}.$$

# Funkcija

## Funkcija

Naj bosta  $\mathcal{X}$  in  $\mathcal{Y}$  neprazni številski množici.

**Funkcija**  $f$  je preslikava med številskima množicama  $\mathcal{X}$  in  $\mathcal{Y}$ :

$$f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}.$$

Število  $y$  je **funkcijska vrednost** števila  $x$ , če se število  $x$  preslika v število  $y$ .

$$f(x) = y$$

# Funkcija

## Funkcija

Naj bosta  $\mathcal{X}$  in  $\mathcal{Y}$  neprazni številski množici.

**Funkcija**  $f$  je preslikava med številskima množicama  $\mathcal{X}$  in  $\mathcal{Y}$ :

$$f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}.$$

Število  $y$  je **funkcijska vrednost** števila  $x$ , če se število  $x$  preslika v število  $y$ .

$$f(x) = y$$

$x$  je neodvisna spremenljivka,  $f(x)$  je od  $x$  odvisna spremenljivka.



V nekaterih primerih za opis funkcije uporabimo poseben izraz:

V nekaterih primerih za opis funkcije uporabimo poseben izraz:

- $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}; \mathcal{X} \subseteq \mathbb{R}$  – realna funkcija realne spremenljivke;

V nekaterih primerih za opis funkcije uporabimo poseben izraz:

- $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}; \mathcal{X} \subseteq \mathbb{R}$  – realna funkcija realne spremenljivke;
- $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}; \mathcal{X} \subseteq \mathbb{N}$  – realna funkcija naravne spremenljivke;

V nekaterih primerih za opis funkcije uporabimo poseben izraz:

- $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}; \mathcal{X} \subseteq \mathbb{R}$  – realna funkcija realne spremenljivke;
- $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}; \mathcal{X} \subseteq \mathbb{N}$  – realna funkcija naravne spremenljivke;
- $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{N}; \mathcal{X} \subseteq \mathbb{R}$  – naravna funkcija realne spremenljivke;

V nekaterih primerih za opis funkcije uporabimo poseben izraz:

- $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}; \mathcal{X} \subseteq \mathbb{R}$  – realna funkcija realne spremenljivke;
- $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}; \mathcal{X} \subseteq \mathbb{N}$  – realna funkcija naravne spremenljivke;
- $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{N}; \mathcal{X} \subseteq \mathbb{R}$  – naravna funkcija realne spremenljivke;
- $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{N}; \mathcal{X} \subseteq \mathbb{N}$  – naravna funkcija naravne spremenljivke.

# Definicijsko območje in zaloga vrednosti funkcije

# Definicijsko območje in zaloga vrednosti funkcije

## Definicijsko območje

# Definicijsko območje in zaloga vrednosti funkcije

## Definicijsko območje

**Definicijsko območje**  $D_f$  preslikave ali funkcije  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  je množica vseh originalov, ki jih v danem primeru opazujemo.

# Definijsko območje in zaloga vrednosti funkcije

## Definijsko območje

**Definijsko območje**  $D_f$  preslikave ali funkcije  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  je množica vseh originalov, ki jih v danem primeru opazujemo.

Za definicijsko območje navadno vzamemo največjo možno množico, za katero je predpis funkcije veljaven/definiran.

# Definicijsko območje in zaloga vrednosti funkcije

## Definicijsko območje

**Definicijsko območje**  $D_f$  preslikave ali funkcije  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  je množica vseh originalov, ki jih v danem primeru opazujemo.

Za definicijsko območje navadno vzamemo največjo možno množico, za katero je predpis funkcije veljaven/definiran.

## Zaloga vrednosti

# Definicijsko območje in zaloga vrednosti funkcije

## Definicijsko območje

**Definicijsko območje**  $D_f$  preslikave ali funkcije  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  je množica vseh originalov, ki jih v danem primeru opazujemo.

Za definicijsko območje navadno vzamemo največjo možno množico, za katero je predpis funkcije veljaven/definiran.

## Zaloga vrednosti

**Zaloga vrednosti**  $Z_f$  preslikave ali funkcije  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  je množica vseh slik ozziroma funkcijskih vrednosti.

# Definicijsko območje in zaloga vrednosti funkcije

## Definicijsko območje

**Definicijsko območje**  $D_f$  preslikave ali funkcije  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  je množica vseh originalov, ki jih v danem primeru opazujemo.

Z definicijsko območje navadno vzamemo največjo možno množico, za katero je predpis funkcije veljaven/definiran.

## Zaloga vrednosti

**Zaloga vrednosti**  $Z_f$  preslikave ali funkcije  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  je množica vseh slik oziroma funkcijskih vrednosti.

Zaloga vrednosti  $Z_f$  je podmnožica kodomene  $\mathcal{Y}$ :  $Z_f \subseteq \mathcal{Y}$ .

# Ničla in začetna vrednost funkcije

# Ničla in začetna vrednost funkcije

## Ničla funkcije

# Ničla in začetna vrednost funkcije

## Ničla funkcije

**Ničla** funkcije  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  je tista vrednost  $x_0 \in \mathcal{X}$  neodvisne spremenljivke, pri kateri je vrednost funkcije  $f$  enaka 0:  $f(x_0) = 0$ .

# Ničla in začetna vrednost funkcije

## Ničla funkcije

**Ničla** funkcije  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  je tista vrednost  $x_0 \in \mathcal{X}$  neodvisne spremenljivke, pri kateri je vrednost funkcije  $f$  enaka 0:  $f(x_0) = 0$ .

Ničle funkcije  $f$  poiščemo tako, da rešimo enačbo  $f(x) = 0$ .

# Ničla in začetna vrednost funkcije

## Ničla funkcije

**Ničla** funkcije  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  je tista vrednost  $x_0 \in \mathcal{X}$  neodvisne spremenljivke, pri kateri je vrednost funkcije  $f$  enaka 0:  $f(x_0) = 0$ .

Ničle funkcije  $f$  poiščemo tako, da rešimo enačbo  $f(x) = 0$ .

Ničle so le tiste izmed vrednosti, ki ležijo v definicijskem območju  $D_f$  funkcije  $f$ .

# Ničla in začetna vrednost funkcije

## Ničla funkcije

**Ničla** funkcije  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  je tista vrednost  $x_0 \in \mathcal{X}$  neodvisne spremenljivke, pri kateri je vrednost funkcije  $f$  enaka 0:  $f(x_0) = 0$ .

Ničle funkcije  $f$  poiščemo tako, da rešimo enačbo  $f(x) = 0$ .

Ničle so le tiste izmed vrednosti, ki ležijo v definicijskem območju  $D_f$  funkcije  $f$ .

## Začetna vrednost

# Ničla in začetna vrednost funkcije

## Ničla funkcije

**Ničla** funkcije  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  je tista vrednost  $x_0 \in \mathcal{X}$  neodvisne spremenljivke, pri kateri je vrednost funkcije  $f$  enaka 0:  $f(x_0) = 0$ .

Ničle funkcije  $f$  poiščemo tako, da rešimo enačbo  $f(x) = 0$ .

Ničle so le tiste izmed vrednosti, ki ležijo v definicijskem območju  $D_f$  funkcije  $f$ .

## Začetna vrednost

**Začetna vrednost** funkcije  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  je funkcionalna vrednost pri  $x = 0$ , to je  $f(0)$ .

# Ničla in začetna vrednost funkcije

## Ničla funkcije

**Ničla** funkcije  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  je tista vrednost  $x_0 \in \mathcal{X}$  neodvisne spremenljivke, pri kateri je vrednost funkcije  $f$  enaka 0:  $f(x_0) = 0$ .

Ničle funkcije  $f$  poiščemo tako, da rešimo enačbo  $f(x) = 0$ .

Ničle so le tiste izmed vrednosti, ki ležijo v definicijskem območju  $D_f$  funkcije  $f$ .

## Začetna vrednost

**Začetna vrednost** funkcije  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  je funkcionalna vrednost pri  $x = 0$ , to je  $f(0)$ .

Začetna vrednost obstaja le, če je 0 v definicijskem območju funkcije  $f$ :  $0 \in D_f$ .

# Graf funkcije

# Graf funkcije

## Graf funkcije

# Graf funkcije

## Graf funkcije

**Graf**  $\Gamma_f$  funkcije  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  je množica urejenih parov  $(x, y) \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y}$ , kjer element  $x$  preteče celotno definicijsko območje  $D_f$  funkcije, element  $y$  pa je slika pripadajočega  $x$ , torej  $y = f(x)$ .

# Graf funkcije

## Graf funkcije

**Graf**  $\Gamma_f$  funkcije  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  je množica urejenih parov  $(x, y) \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y}$ , kjer element  $x$  preteče celotno definicijsko območje  $D_f$  funkcije, element  $y$  pa je slika pripadajočega  $x$ , torej  $y = f(x)$ .

$$\Gamma_f = \{(x, y) \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y}; x \in D_f \wedge y = f(x)\}$$

# Graf funkcije

## Graf funkcije

**Graf**  $\Gamma_f$  funkcije  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  je množica urejenih parov  $(x, y) \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y}$ , kjer element  $x$  preteče celotno definicijsko območje  $D_f$  funkcije, element  $y$  pa je slika pripadajočega  $x$ , torej  $y = f(x)$ .

$$\Gamma_f = \{(x, y) \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y}; x \in D_f \wedge y = f(x)\}$$

Urejene pare iz množice  $\Gamma_f$  lahko upodobimo v koordinatnem sistemu.

# Graf funkcije

## Graf funkcije

**Graf**  $\Gamma_f$  funkcije  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  je množica urejenih parov  $(x, y) \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y}$ , kjer element  $x$  preteče celotno definicijsko območje  $D_f$  funkcije, element  $y$  pa je slika pripadajočega  $x$ , torej  $y = f(x)$ .

$$\Gamma_f = \{(x, y) \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y}; x \in D_f \wedge y = f(x)\}$$

Urejene pare iz množice  $\Gamma_f$  lahko upodobimo v koordinatnem sistemu.

Vsakemu elementu  $(x, f(x))$  iz zgornje množice pripada natanko ena točka v koordinatnem sistemu, katere abscisa je enaka  $x$ , ordinata pa je njegova slika  $f(x)$ .

# Graf funkcije

## Graf funkcije

**Graf**  $\Gamma_f$  funkcije  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  je množica urejenih parov  $(x, y) \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y}$ , kjer element  $x$  preteče celotno definicijsko območje  $D_f$  funkcije, element  $y$  pa je slika pripadajočega  $x$ , torej  $y = f(x)$ .

$$\Gamma_f = \{(x, y) \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y}; x \in D_f \wedge y = f(x)\}$$

Urejene pare iz množice  $\Gamma_f$  lahko upodobimo v koordinatnem sistemu.

Vsakemu elementu  $(x, f(x))$  iz zgornje množice pripada natanko ena točka v koordinatnem sistemu, katere abscisa je enaka  $x$ , ordinata pa je njegova slika  $f(x)$ .

V ničli, če obstaja, graf funkcije seka ali se dotika abscisne osi, v začetni vrednosti, če obstaja, pa seka ordinatno os.

# Naraščanje in padanje funkcije

# Naraščanje in padanje funkcije

## Naraščajoča funkcija

# Naraščanje in padanje funkcije

## Naraščajoča funkcija

Funkcija  $f$  je na intervalu  $(a, b)$  **naraščajoča**, če za poljubna  $x_1, x_2 \in (a, b)$ , kjer je  $x_1 < x_2$ , velja  $f(x_1) \leq f(x_2)$ .

# Naraščanje in padanje funkcije

## Naraščajoča funkcija

Funkcija  $f$  je na intervalu  $(a, b)$  **naraščajoča**, če za poljubna  $x_1, x_2 \in (a, b)$ , kjer je  $x_1 < x_2$ , velja  $f(x_1) \leq f(x_2)$ .

Funkcija  $f$  je na intervalu  $(a, b)$  **strogo naraščajoča**, če za poljubna  $x_1, x_2 \in (a, b)$ , kjer je  $x_1 < x_2$ , velja  $f(x_1) < f(x_2)$ .

# Naraščanje in padanje funkcije

## Naraščajoča funkcija

Funkcija  $f$  je na intervalu  $(a, b)$  **naraščajoča**, če za poljubna  $x_1, x_2 \in (a, b)$ , kjer je  $x_1 < x_2$ , velja  $f(x_1) \leq f(x_2)$ .

Funkcija  $f$  je na intervalu  $(a, b)$  **strogo naraščajoča**, če za poljubna  $x_1, x_2 \in (a, b)$ , kjer je  $x_1 < x_2$ , velja  $f(x_1) < f(x_2)$ .

## Padajoča funkcija

# Naraščanje in padanje funkcije

## Naraščajoča funkcija

Funkcija  $f$  je na intervalu  $(a, b)$  **naraščajoča**, če za poljubna  $x_1, x_2 \in (a, b)$ , kjer je  $x_1 < x_2$ , velja  $f(x_1) \leq f(x_2)$ .

Funkcija  $f$  je na intervalu  $(a, b)$  **strogo naraščajoča**, če za poljubna  $x_1, x_2 \in (a, b)$ , kjer je  $x_1 < x_2$ , velja  $f(x_1) < f(x_2)$ .

## Padajoča funkcija

Funkcija  $f$  je na intervalu  $(a, b)$  **padajoča**, če za poljubna  $x_1, x_2 \in (a, b)$ , kjer je  $x_1 < x_2$ , velja  $f(x_1) \geq f(x_2)$ .

# Naraščanje in padanje funkcije

## Naraščajoča funkcija

Funkcija  $f$  je na intervalu  $(a, b)$  **naraščajoča**, če za poljubna  $x_1, x_2 \in (a, b)$ , kjer je  $x_1 < x_2$ , velja  $f(x_1) \leq f(x_2)$ .

Funkcija  $f$  je na intervalu  $(a, b)$  **strogo naraščajoča**, če za poljubna  $x_1, x_2 \in (a, b)$ , kjer je  $x_1 < x_2$ , velja  $f(x_1) < f(x_2)$ .

## Padajoča funkcija

Funkcija  $f$  je na intervalu  $(a, b)$  **padajoča**, če za poljubna  $x_1, x_2 \in (a, b)$ , kjer je  $x_1 < x_2$ , velja  $f(x_1) \geq f(x_2)$ .

Funkcija  $f$  je na intervalu  $(a, b)$  **strogo padajoča**, če za poljubna  $x_1, x_2 \in (a, b)$ , kjer je  $x_1 < x_2$ , velja  $f(x_1) > f(x_2)$ .

# Injektivnost in surjektivnost

# Injektivnost in surjektivnost

## Surjektivnost

# Injektivnost in surjektivnost

## Surjektivnost

Funkcija  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  je **surjektivna**, če je zaloga vrednosti  $Z_f$  funkcije enaka njeni kodomeni  $\mathcal{Y}$  – vsak element kodomene  $\mathcal{Y}$  je slika vsaj enega elementa iz domene  $\mathcal{X}$ .

# Injektivnost in surjektivnost

## Surjektivnost

Funkcija  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  je **surjektivna**, če je zaloga vrednosti  $Z_f$  funkcije enaka njeni kodomeni  $\mathcal{Y}$  – vsak element kodomene  $\mathcal{Y}$  je slika vsaj enega elementa iz domene  $\mathcal{X}$ .

$$\forall y \in \mathcal{Y}. \exists x \in \mathcal{X} \ni f(x) = y$$

# Injektivnost in surjektivnost

## Surjektivnost

Funkcija  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  je **surjektivna**, če je zaloga vrednosti  $Z_f$  funkcije enaka njeni kodomeni  $\mathcal{Y}$  – vsak element kodomene  $\mathcal{Y}$  je slika vsaj enega elementa iz domene  $\mathcal{X}$ .

$$\forall y \in \mathcal{Y}. \exists x \in \mathcal{X} \ni f(x) = y$$

## Injektivnost

# Injektivnost in surjektivnost

## Surjektivnost

Funkcija  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  je **surjektivna**, če je zaloga vrednosti  $Z_f$  funkcije enaka njeni kodomeni  $\mathcal{Y}$  – vsak element kodomene  $\mathcal{Y}$  je slika vsaj enega elementa iz domene  $\mathcal{X}$ .

$$\forall y \in \mathcal{Y}. \exists x \in \mathcal{X} \ni f(x) = y$$

## Injektivnost

Funkcija  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  je **injektivna**, če se dva poljubna različna originala iz domene  $\mathcal{X}$  preslikata v različni sliki v kodomeni  $\mathcal{Y}$  – vsak element kodomene  $\mathcal{Y}$  je slika kvečjemu enega elementa iz domene  $\mathcal{X}$ .

# Injektivnost in surjektivnost

## Surjektivnost

Funkcija  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  je **surjektivna**, če je zaloga vrednosti  $Z_f$  funkcije enaka njeni kodomeni  $\mathcal{Y}$  – vsak element kodomene  $\mathcal{Y}$  je slika vsaj enega elementa iz domene  $\mathcal{X}$ .

$$\forall y \in \mathcal{Y}. \exists x \in \mathcal{X} \ni f(x) = y$$

## Injektivnost

Funkcija  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  je **injektivna**, če se dva poljubna različna originala iz domene  $\mathcal{X}$  preslikata v različni sliki v kodomeni  $\mathcal{Y}$  – vsak element kodomene  $\mathcal{Y}$  je slika kvečjemu enega elementa iz domene  $\mathcal{X}$ .

$$\forall x, y \in \mathcal{X} : f(x) = f(y) \Rightarrow x = y$$

# Injektivnost in surjektivnost

## Surjektivnost

Funkcija  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  je **surjektivna**, če je zaloga vrednosti  $Z_f$  funkcije enaka njeni kodomeni  $\mathcal{Y}$  – vsak element kodomene  $\mathcal{Y}$  je slika vsaj enega elementa iz domene  $\mathcal{X}$ .

$$\forall y \in \mathcal{Y}. \exists x \in \mathcal{X} \ni f(x) = y$$

## Injektivnost

Funkcija  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  je **injektivna**, če se dva poljubna različna originala iz domene  $\mathcal{X}$  preslikata v različni sliki v kodomeni  $\mathcal{Y}$  – vsak element kodomene  $\mathcal{Y}$  je slika kvečjemu enega elementa iz domene  $\mathcal{X}$ .

$$\forall x, y \in \mathcal{X} : f(x) = f(y) \Rightarrow x = y$$

Funkcija  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  je **bijektivna**, če je injektivna in surjektivna hkrati – vsak element iz kodomene  $\mathcal{Y}$  je slika natanko enega elementa domene  $\mathcal{X}$ .

# Omejenost funkcije

# Omejenost funkcije

## Omejenost navzgor

# Omejenost funkckije

## Omejenost navzgor

Funkcija  $f$  je **navzgor omejena**, če obstaja tako realno število  $M$ , da je  $f(x) \leq M$  za vsak  $x \in D_f$ . Število  $M$  imenujemo zgornja meja.

# Omejenost funkckije

## Omejenost navzgor

Funkcija  $f$  je **navzgor omejena**, če obstaja tako realno število  $M$ , da je  $f(x) \leq M$  za vsak  $x \in D_f$ . Število  $M$  imenujemo zgornja meja.

$$\exists M \in \mathbb{R}. \forall x \in D_f \exists: f(x) \leq M$$

# Omejenost funkckije

## Omejenost navzgor

Funkcija  $f$  je **navzgor omejena**, če obstaja tako realno število  $M$ , da je  $f(x) \leq M$  za vsak  $x \in D_f$ . Število  $M$  imenujemo zgornja meja.

$$\exists M \in \mathbb{R}. \forall x \in D_f \exists: f(x) \leq M$$

## Omejenost navzdol

# Omejenost funkcije

## Omejenost navzgor

Funkcija  $f$  je **navzgor omejena**, če obstaja tako realno število  $M$ , da je  $f(x) \leq M$  za vsak  $x \in D_f$ . Število  $M$  imenujemo *zgornja meja*.

$$\exists M \in \mathbb{R}. \forall x \in D_f \exists: f(x) \leq M$$

## Omejenost navzdol

Funkcija  $f$  je **navzdol omejena**, če obstaja tako realno število  $m$ , da je  $f(x) \geq m$  za vsak  $x \in D_f$ . Število  $m$  imenujemo *spodnja meja*.

# Omejenost funkckije

## Omejenost navzgor

Funkcija  $f$  je **navzgor omejena**, če obstaja tako realno število  $M$ , da je  $f(x) \leq M$  za vsak  $x \in D_f$ . Število  $M$  imenujemo *zgornja meja*.

$$\exists M \in \mathbb{R}. \forall x \in D_f \exists: f(x) \leq M$$

## Omejenost navzdol

Funkcija  $f$  je **navzdol omejena**, če obstaja tako realno število  $m$ , da je  $f(x) \geq m$  za vsak  $x \in D_f$ . Število  $m$  imenujemo *spodnja meja*.

$$\exists m \in \mathbb{R}. \forall x \in D_f \exists: f(x) \geq m$$

# Omejenost funkckije

## Omejenost navzgor

Funkcija  $f$  je **navzgor omejena**, če obstaja tako realno število  $M$ , da je  $f(x) \leq M$  za vsak  $x \in D_f$ . Število  $M$  imenujemo *zgornja meja*.

$$\exists M \in \mathbb{R}. \forall x \in D_f \exists: f(x) \leq M$$

## Omejenost navzdol

Funkcija  $f$  je **navzdol omejena**, če obstaja tako realno število  $m$ , da je  $f(x) \geq m$  za vsak  $x \in D_f$ . Število  $m$  imenujemo *spodnja meja*.

$$\exists m \in \mathbb{R}. \forall x \in D_f \exists: f(x) \geq m$$

## Omejenost

# Omejenost funkckije

## Omejenost navzgor

Funkcija  $f$  je **navzgor omejena**, če obstaja tako realno število  $M$ , da je  $f(x) \leq M$  za vsak  $x \in D_f$ . Število  $M$  imenujemo *zgornja meja*.

$$\exists M \in \mathbb{R}. \forall x \in D_f \exists: f(x) \leq M$$

## Omejenost navzdol

Funkcija  $f$  je **navzdol omejena**, če obstaja tako realno število  $m$ , da je  $f(x) \geq m$  za vsak  $x \in D_f$ . Število  $m$  imenujemo *spodnja meja*.

$$\exists m \in \mathbb{R}. \forall x \in D_f \exists: f(x) \geq m$$

## Omejenost

Funkcija  $f$  je **omejena**, če je navzgor omejena in navzdol omejena.

# Omejenost funkckije

## Omejenost navzgor

Funkcija  $f$  je **navzgor omejena**, če obstaja tako realno število  $M$ , da je  $f(x) \leq M$  za vsak  $x \in D_f$ . Število  $M$  imenujemo *zgornja meja*.

$$\exists M \in \mathbb{R}. \forall x \in D_f \ni f(x) \leq M$$

## Omejenost navzdol

Funkcija  $f$  je **navzdol omejena**, če obstaja tako realno število  $m$ , da je  $f(x) \geq m$  za vsak  $x \in D_f$ . Število  $m$  imenujemo *spodnja meja*.

$$\exists m \in \mathbb{R}. \forall x \in D_f \ni f(x) \geq m$$

## Omejenost

Funkcija  $f$  je **omejena**, če je navzgor omejena in navzdol omejena.

$$\exists m, M \in \mathbb{R}. \forall x \in D_f \ni f(x) \in [m, M]$$



# Neomejenost navzgor

## Neomejenost navzgor

Funkcija  $f$  je **navzgor neomejena**, če za vsako pozitivno realno število  $M$  obstaja tak  $x \in D_f$ , da je  $f(x) > M$ .

## Neomejenost navzgor

Funkcija  $f$  je **navzgor neomejena**, če za vsako pozitivno realno število  $M$  obstaja tak  $x \in D_f$ , da je  $f(x) > M$ .

$$\forall M \in \mathbb{R}^+. \exists x \in D_f \ni f(x) > M$$

## Neomejenost navzgor

Funkcija  $f$  je **navzgor neomejena**, če za vsako pozitivno realno število  $M$  obstaja tak  $x \in D_f$ , da je  $f(x) > M$ .

$$\forall M \in \mathbb{R}^+. \exists x \in D_f \ni f(x) > M$$

## Neomejenost navzdol

## Neomejenost navzgor

Funkcija  $f$  je **navzgor neomejena**, če za vsako pozitivno realno število  $M$  obstaja tak  $x \in D_f$ , da je  $f(x) > M$ .

$$\forall M \in \mathbb{R}^+. \exists x \in D_f \ni f(x) > M$$

## Neomejenost navzdol

Funkcija  $f$  je **navzdol neomejena**, če za vsako negativno realno število  $N$  obstaja tak  $x \in D_f$ , da je  $f(x) < N$ .

## Neomejenost navzgor

Funkcija  $f$  je **navzgor neomejena**, če za vsako pozitivno realno število  $M$  obstaja tak  $x \in D_f$ , da je  $f(x) > M$ .

$$\forall M \in \mathbb{R}^+. \exists x \in D_f \ni f(x) > M$$

## Neomejenost navzdol

Funkcija  $f$  je **navzdol neomejena**, če za vsako negativno realno število  $N$  obstaja tak  $x \in D_f$ , da je  $f(x) < N$ .

$$\forall N \in \mathbb{R}^- . \exists x \in D_f \ni f(x) < N$$

## Neomejenost navzgor

Funkcija  $f$  je **navzgor neomejena**, če za vsako pozitivno realno število  $M$  obstaja tak  $x \in D_f$ , da je  $f(x) > M$ .

$$\forall M \in \mathbb{R}^+. \exists x \in D_f \ni f(x) > M$$

## Neomejenost navzdol

Funkcija  $f$  je **navzdol neomejena**, če za vsako negativno realno število  $N$  obstaja tak  $x \in D_f$ , da je  $f(x) < N$ .

$$\forall N \in \mathbb{R}^- . \exists x \in D_f \ni f(x) < N$$

## Neomejenost

## Neomejenost navzgor

Funkcija  $f$  je **navzgor neomejena**, če za vsako pozitivno realno število  $M$  obstaja tak  $x \in D_f$ , da je  $f(x) > M$ .

$$\forall M \in \mathbb{R}^+. \exists x \in D_f \ni f(x) > M$$

## Neomejenost navzdol

Funkcija  $f$  je **navzdol neomejena**, če za vsako negativno realno število  $N$  obstaja tak  $x \in D_f$ , da je  $f(x) < N$ .

$$\forall N \in \mathbb{R}^- . \exists x \in D_f \ni f(x) < N$$

## Neomejenost

Funkcija  $f$  je **neomejena**, če je navzgor neomejena in navzdol neomejena.

# Predznak funkcije

# Predznak funkcije

## Pozitivnost

# Predznak funkcije

## Pozitivnost

Funkcija  $f$  je na intervalu  $(a, b)$  **pozitivna**, če za vsak  $x \in (a, b)$  velja  $f(x) > 0$ .

# Predznak funkcije

## Pozitivnost

Funkcija  $f$  je na intervalu  $(a, b)$  **pozitivna**, če za vsak  $x \in (a, b)$  velja  $f(x) > 0$ .

$$\forall x \in (a, b) \cap D_f \exists: f(x) > 0$$

# Predznak funkcije

## Pozitivnost

Funkcija  $f$  je na intervalu  $(a, b)$  **pozitivna**, če za vsak  $x \in (a, b)$  velja  $f(x) > 0$ .

$$\forall x \in (a, b) \cap D_f \exists: f(x) > 0$$

## Negativnost

# Predznak funkcije

## Pozitivnost

Funkcija  $f$  je na intervalu  $(a, b)$  **pozitivna**, če za vsak  $x \in (a, b)$  velja  $f(x) > 0$ .

$$\forall x \in (a, b) \cap D_f \exists: f(x) > 0$$

## Negativnost

Funkcija  $f$  je na intervalu  $(a, b)$  **negativna**, če za vsak  $x \in (a, b)$  velja  $f(x) < 0$ .

# Predznak funkcije

## Pozitivnost

Funkcija  $f$  je na intervalu  $(a, b)$  **pozitivna**, če za vsak  $x \in (a, b)$  velja  $f(x) > 0$ .

$$\forall x \in (a, b) \cap D_f \ni f(x) > 0$$

## Negativnost

Funkcija  $f$  je na intervalu  $(a, b)$  **negativna**, če za vsak  $x \in (a, b)$  velja  $f(x) < 0$ .

$$\forall x \in (a, b) \cap D_f \ni f(x) < 0$$

# Sodost in lihost funkcije

# Sodost in lihost funkcije

Sodost

# Sodost in lihost funkcije

## Sodost

Funkcija  $f$  je **soda**, če za vsak  $x \in D_f$  velja  $f(-x) = f(x)$ .

# Sodost in lihost funkcije

## Sodost

Funkcija  $f$  je **soda**, če za vsak  $x \in D_f$  velja  $f(-x) = f(x)$ .

$$\forall x \in D_f : f(-x) = f(x)$$

# Sodost in lihost funkcije

## Sodost

Funkcija  $f$  je **soda**, če za vsak  $x \in D_f$  velja  $f(-x) = f(x)$ .

$$\forall x \in D_f : f(-x) = f(x)$$

Graf sode funkcije je simetričen glede na ordinatno os.

# Sodost in lihost funkcije

## Sodost

Funkcija  $f$  je **soda**, če za vsak  $x \in D_f$  velja  $f(-x) = f(x)$ .

$$\forall x \in D_f : f(-x) = f(x)$$

Graf sode funkcije je simetričen glede na ordinatno os.

## Lihost

# Sodost in lihost funkcije

## Sodost

Funkcija  $f$  je **soda**, če za vsak  $x \in D_f$  velja  $f(-x) = f(x)$ .

$$\forall x \in D_f : f(-x) = f(x)$$

Graf sode funkcije je simetričen glede na ordinatno os.

## Lihost

Funkcija  $f$  je **liha**, če za vsak  $x \in D_f$  velja  $f(-x) = -f(x)$ .

# Sodost in lihost funkcije

## Sodost

Funkcija  $f$  je **soda**, če za vsak  $x \in D_f$  velja  $f(-x) = f(x)$ .

$$\forall x \in D_f : f(-x) = f(x)$$

Graf sode funkcije je simetričen glede na ordinatno os.

## Lihost

Funkcija  $f$  je **liha**, če za vsak  $x \in D_f$  velja  $f(-x) = -f(x)$ .

$$\forall x \in D_f : f(-x) = -f(x)$$

# Sodost in lihost funkcije

## Sodost

Funkcija  $f$  je **soda**, če za vsak  $x \in D_f$  velja  $f(-x) = f(x)$ .

$$\forall x \in D_f : f(-x) = f(x)$$

Graf sode funkcije je simetričen glede na ordinatno os.

## Lihost

Funkcija  $f$  je **liha**, če za vsak  $x \in D_f$  velja  $f(-x) = -f(x)$ .

$$\forall x \in D_f : f(-x) = -f(x)$$

Graf lihe funkcije je simetričen glede na koordinatno izhodišče.

# Konveksnost in konkavnost funkcije

# Konveksnost in konkavnost funkcije

## Konveksnost

# Konveksnost in konkavnost funkcije

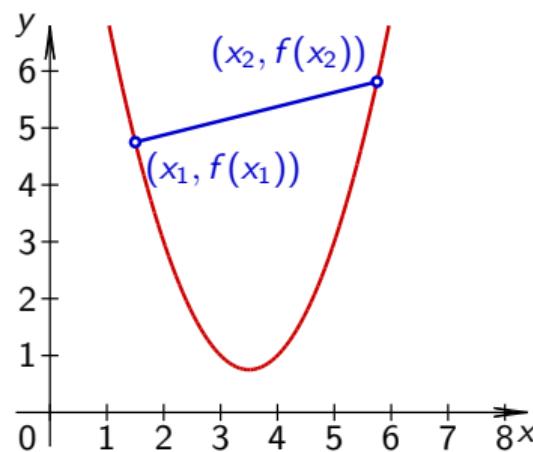
## Konveksnost

Funkcija  $f$  je na intervalu  $(a, b)$  **konveksna**, če za poljubna  $x_1, x_2 \in (a, b)$  velja, da je graf funkcije pod zveznico točk  $(x_1, f(x_1))$  in  $(x_2, f(x_2))$ .

# Konveksnost in konkavnost funkcije

## Konveksnost

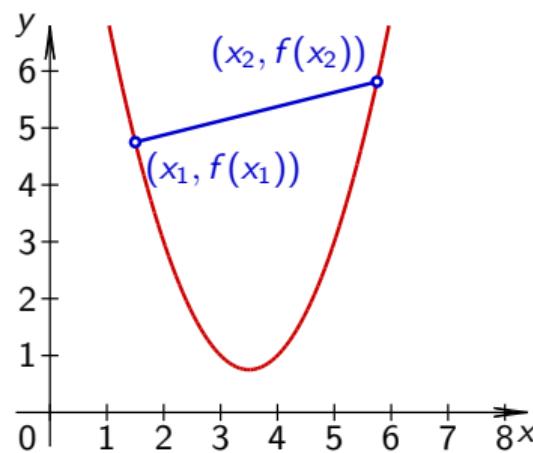
Funkcija  $f$  je na intervalu  $(a, b)$  **konveksna**, če za poljubna  $x_1, x_2 \in (a, b)$  velja, da je graf funkcije pod zveznico točk  $(x_1, f(x_1))$  in  $(x_2, f(x_2))$ .



# Konveksnost in konkavnost funkcije

## Konveksnost

Funkcija  $f$  je na intervalu  $(a, b)$  **konveksna**, če za poljubna  $x_1, x_2 \in (a, b)$  velja, da je graf funkcije pod zveznico točk  $(x_1, f(x_1))$  in  $(x_2, f(x_2))$ .

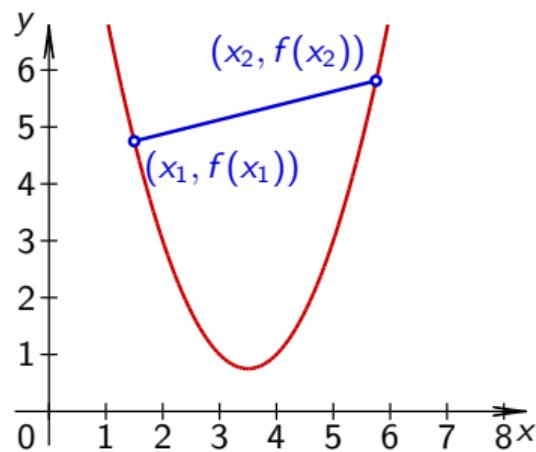


## Konkavnost

# Konveksnost in konkavnost funkcije

## Konveksnost

Funkcija  $f$  je na intervalu  $(a, b)$  **konveksna**, če za poljubna  $x_1, x_2 \in (a, b)$  velja, da je graf funkcije pod zveznico točk  $(x_1, f(x_1))$  in  $(x_2, f(x_2))$ .



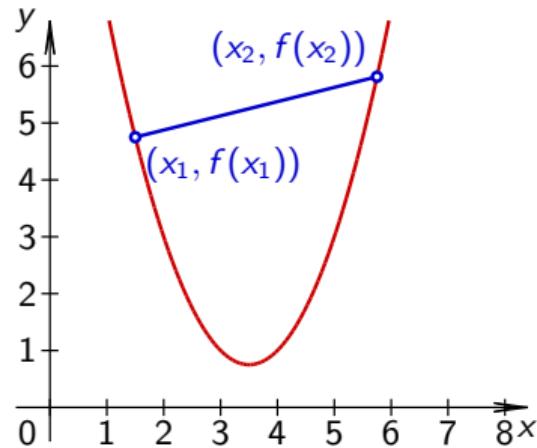
## Konkavnost

Funkcija  $f$  je na intervalu  $(a, b)$  **konkavna**, če za poljubna  $x_1, x_2 \in (a, b)$  velja, da je graf funkcije nad zveznico točk  $(x_1, f(x_1))$  in  $(x_2, f(x_2))$ .

# Konveksnost in konkavnost funkcije

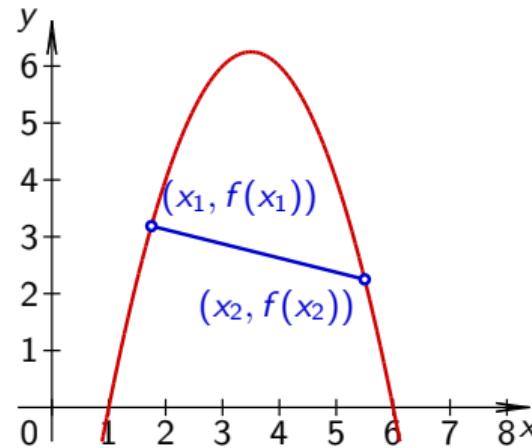
## Konveksnost

Funkcija  $f$  je na intervalu  $(a, b)$  **konveksna**, če za poljubna  $x_1, x_2 \in (a, b)$  velja, da je graf funkcije pod zveznico točk  $(x_1, f(x_1))$  in  $(x_2, f(x_2))$ .



## Konkavnost

Funkcija  $f$  je na intervalu  $(a, b)$  **konkavna**, če za poljubna  $x_1, x_2 \in (a, b)$  velja, da je graf funkcije nad zveznico točk  $(x_1, f(x_1))$  in  $(x_2, f(x_2))$ .





## Naloga

Za katere  $x$  je dana funkcija definirana? Zapišite definicijsko območje.

- $f(x) = \frac{1}{x}$

- $k(x) = \sqrt{x - 4}$

- $g(x) = 2x - 3$

- $l(x) = (x - 3)^{-2}$

- $h(x) = \frac{x}{x - 3}$

- $m(x) = \sqrt{3x + 4}$

- $i(x) = x^2 - 2x + 1$

- $n(x) = \frac{x - 1}{x^2 + 5x + 6}$

- $j(x) = \frac{x - 1}{x + 1}$

- $o(x) = \sqrt{3 - 6x}$



## Naloga

Izračunajte začetno vrednost in ničle funkcije.

- $f(x) = 2x - 4$

- $k(x) = \frac{1}{x}$

- $g(x) = x^2 - 4$

- $l(x) = \frac{2x + 4}{2x^2 - 1}$

- $h(x) = 5x + 2$

- $m(x) = \sqrt{x + 5}$

- $i(x) = \frac{x + 3}{x - 3}$

- $n(x) = \sqrt{2x + 6}$

- $j(x) = (x - 1)^{-2} - 1$



## Naloga

Narišite graf funkcije. Izračunajte ničle in začetno vrednost ter vrednosti preverite na grafu.

- $f(x) = x - 3$

- $p(x) = -\frac{1}{2}x + 1$

- $g(x) = 2x + 1$

- $q(x) = \frac{2-x}{4}$

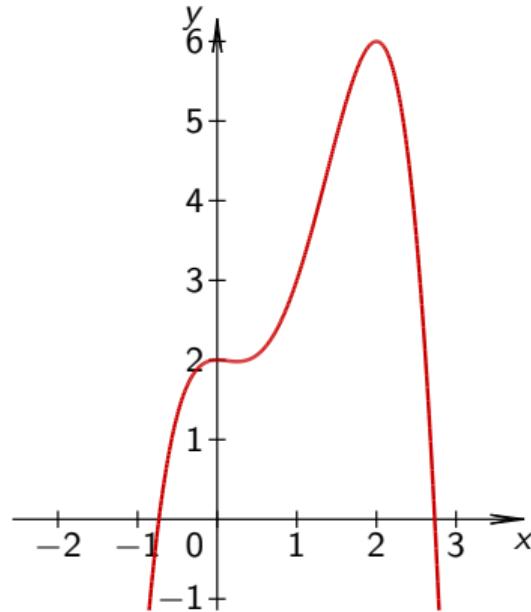
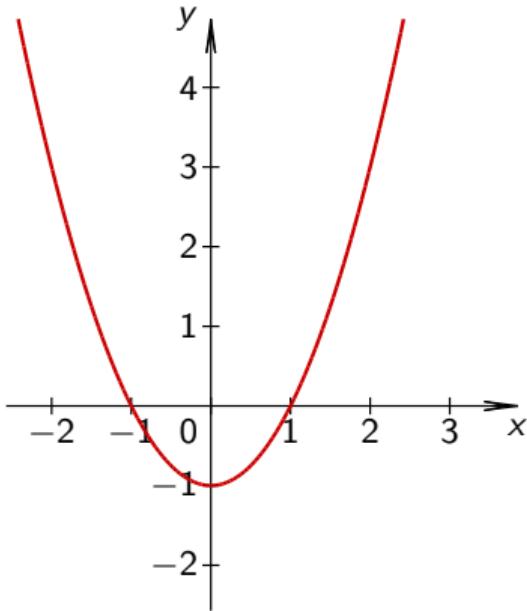
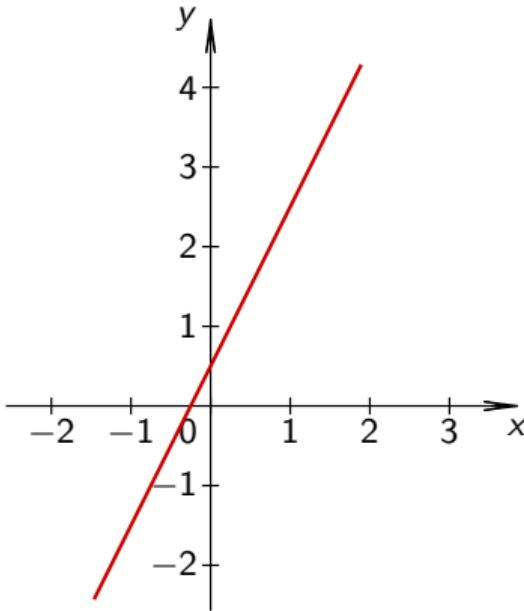
- $h(x) = -2x + 1$

- $r(x) = |2x - 4| - 1$



## Naloga

Z grafa funkcije razberite, kam funkcija preslika originale  $x = -1$ ,  $x = 0$ ,  $x = 1$  in  $x = 2$ .

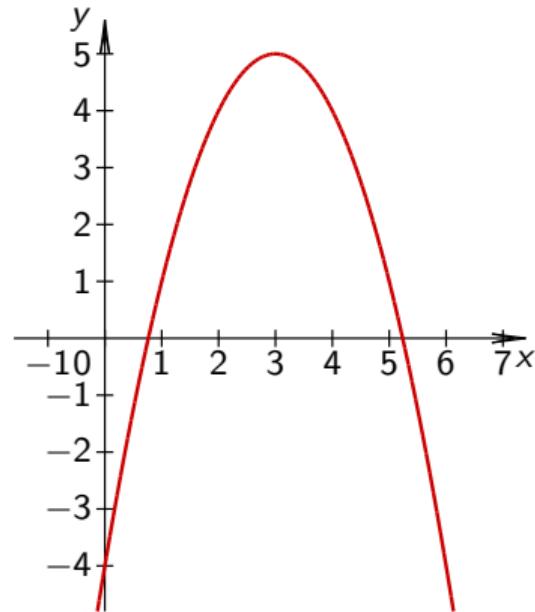




## Naloga

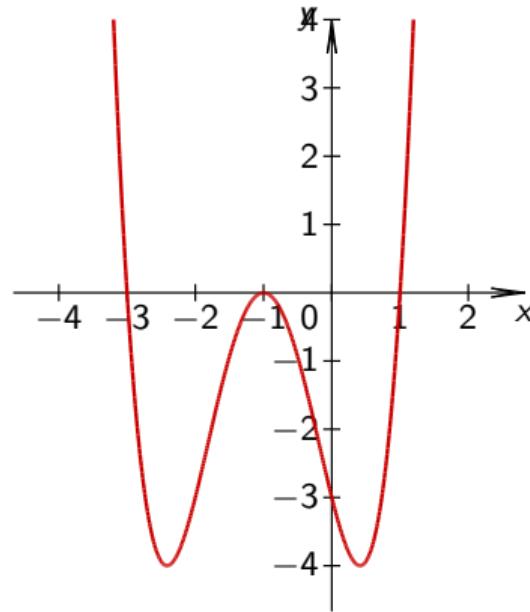
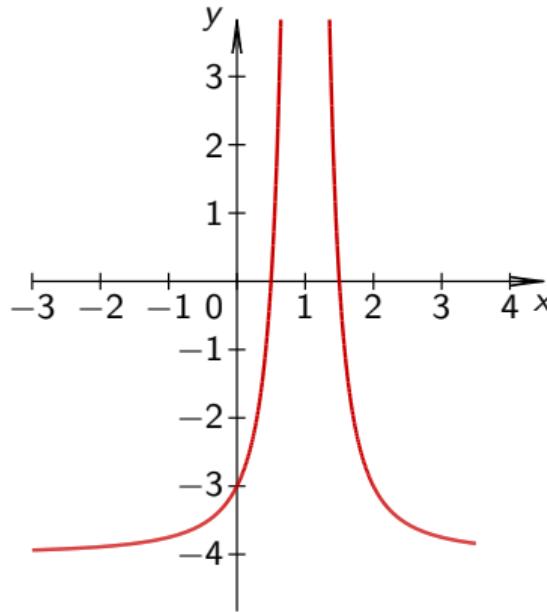
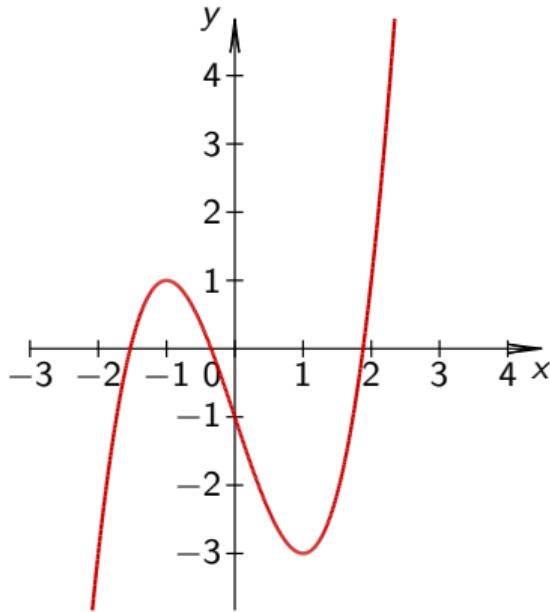
Narisan je graf funkcije. Zapišite:

- začetno vrednost funkcije,
- intervale, kjer funkcija narašča ozziroma pada,
- natančno zgornjo in spodnjo mejo, če je funkcija navzgor ali navzdol omejena.





## Naloga





## Naloga

Računsko preverite, ali je dana funkcija soda ali liha.

- $f(x) = 3x$

- $j(x) = x^2 + 3x - 1$

- $g(x) = -3x + 1$

- $k(x) = x^3 + 2x$

- $h(x) = 2|x| + 4$

- $l(x) = 5x^3 - 4x + 1$

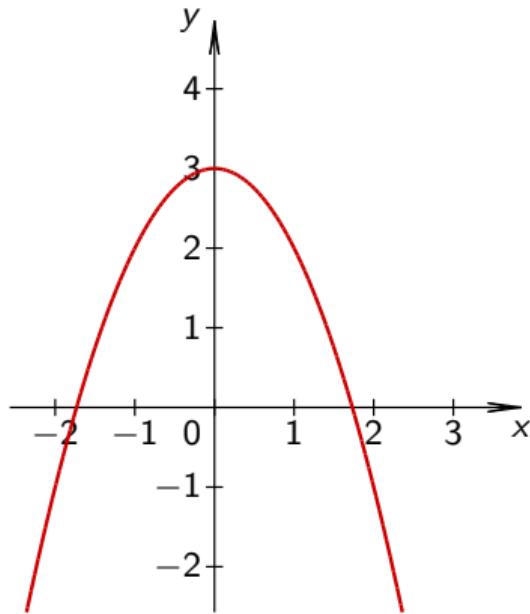
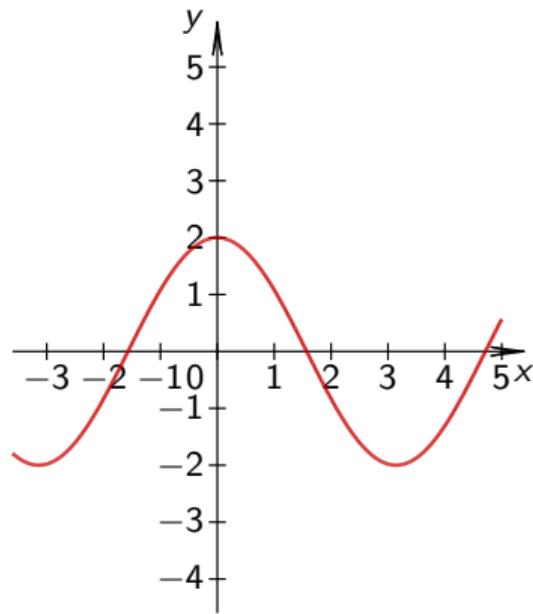
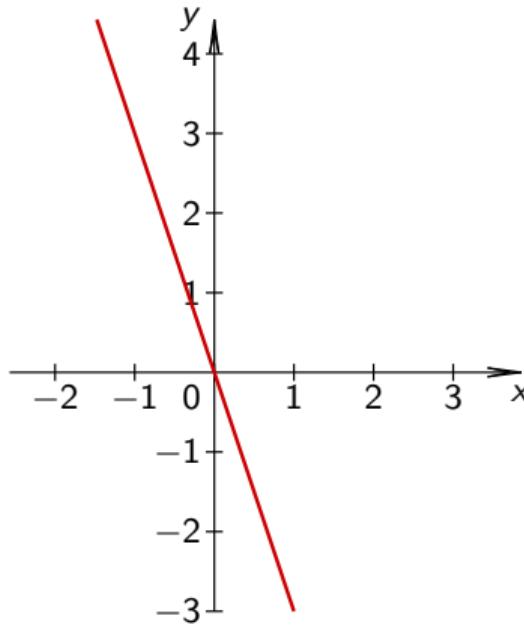
- $i(x) = x^2 + 1$

- $m(x) = \frac{x^3 - 2x}{7x^3 + x}$



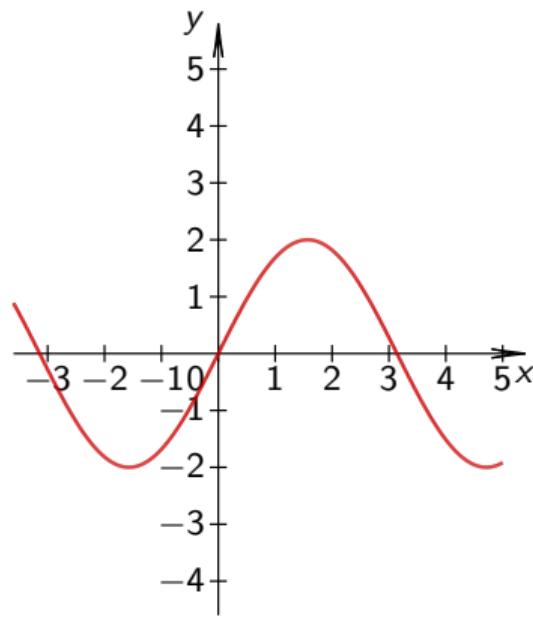
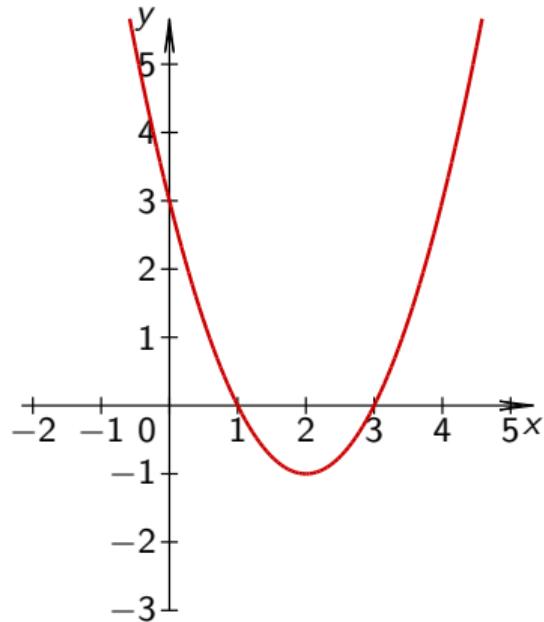
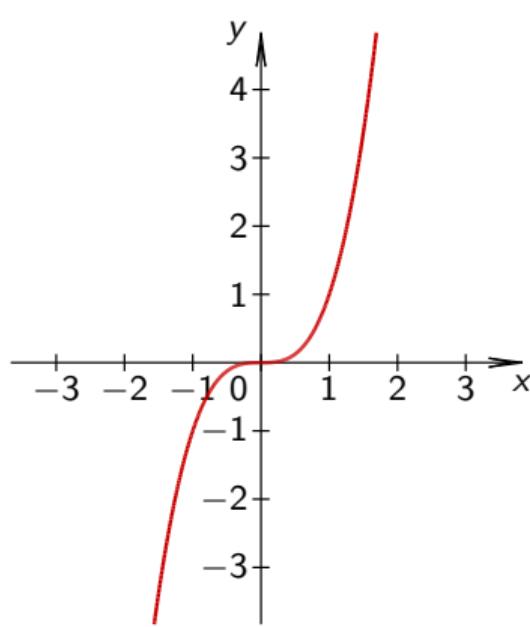
## Naloga

Z grafa funkcije razberite, ali je funkcija soda ali liha.





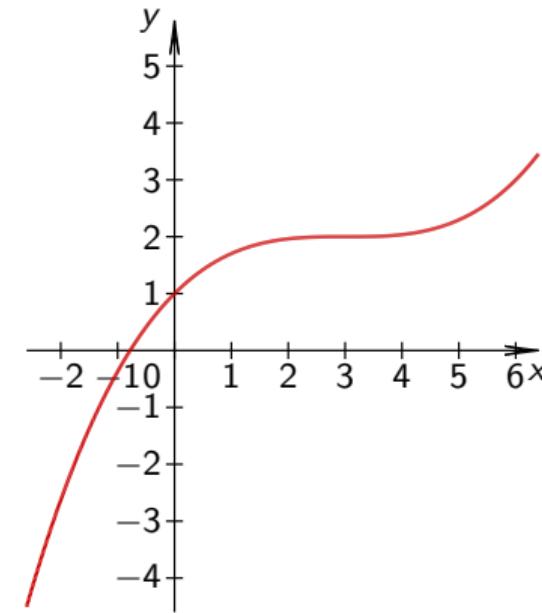
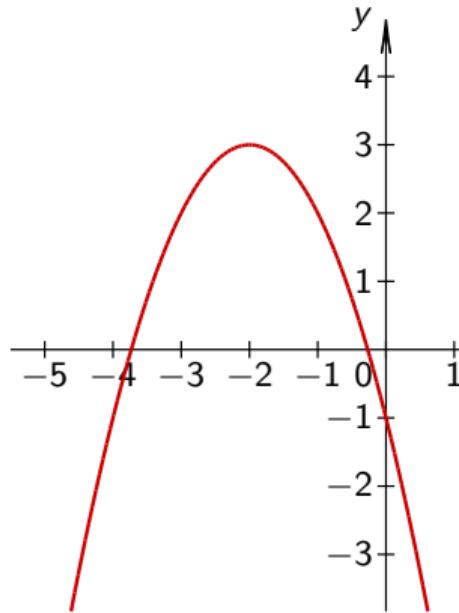
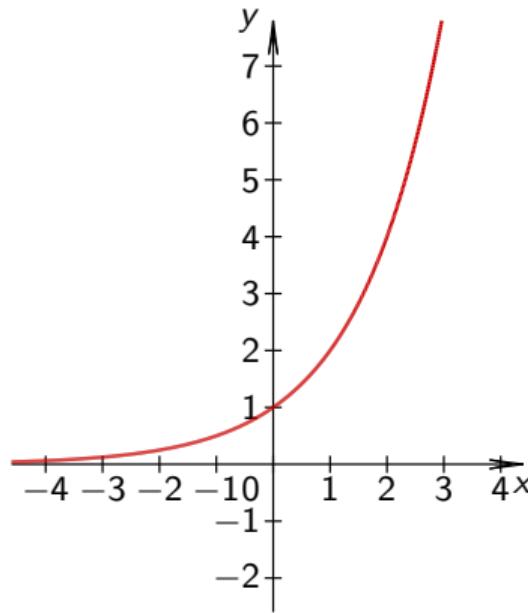
## Naloga





## Naloga

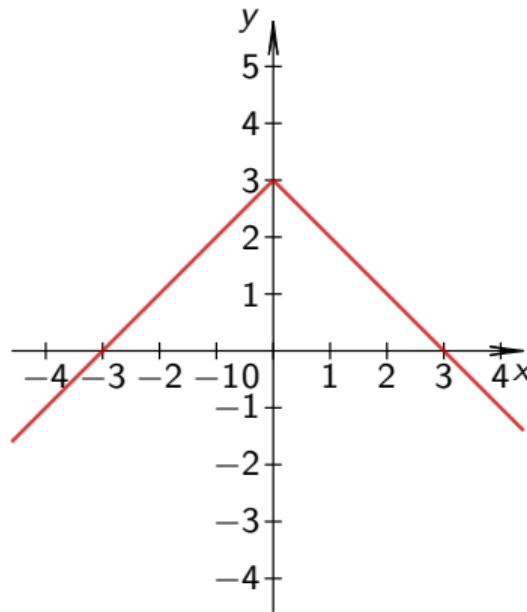
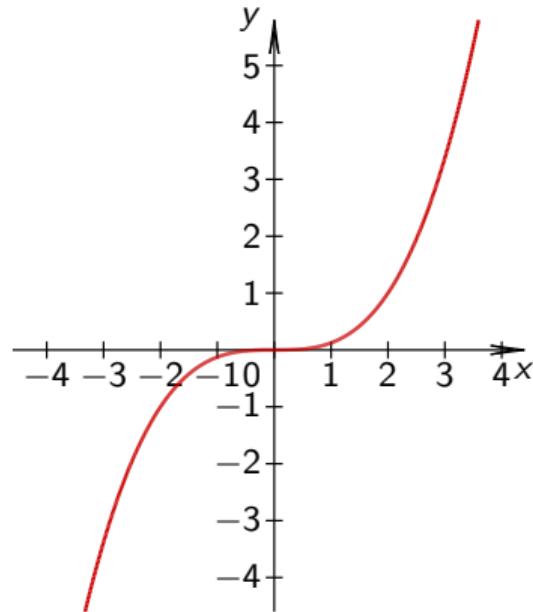
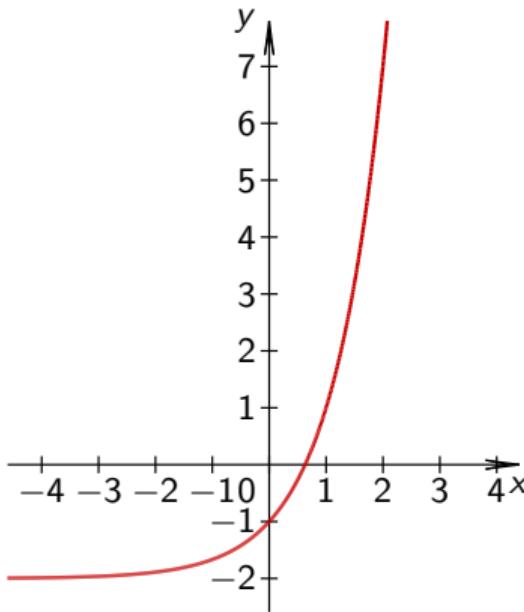
Z grafa funkcije razberite, na katerih intervalih je funkcija konveksna in na katerih konkavna.





## Naloga

Z grafa funkcije razberite, ali je realna funkcija realne spremenljivke injektivna, surjektivna, bijektivna.



# Zrcaljenja

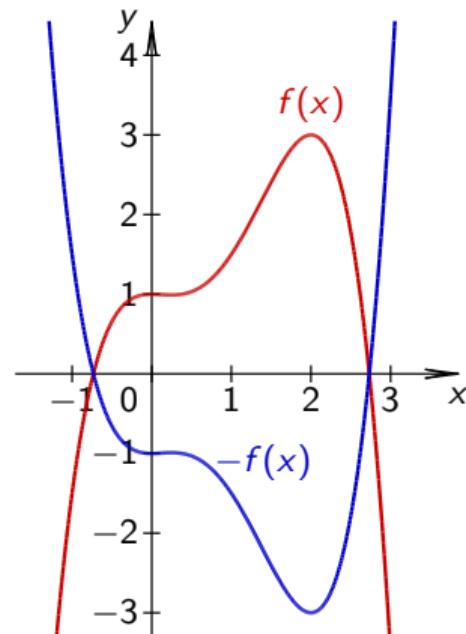
## Zrcaljenje preko abscisne osi

Zrcaljenje preko abscisne osi vsako točko  $T(x, y)$  grafa funkcije preslika v točko  $T'(x, -y)$ .

$$Z_x : (x, y) \mapsto (x, -y)$$

Do prezrcaljene funkcije  $f$  preko abscisne osi pridemo tako, da funkcijo  $f$  pomnožimo z  $-1$

$$Z_x : f(x) \mapsto -f(x)$$



# Zrcaljenja

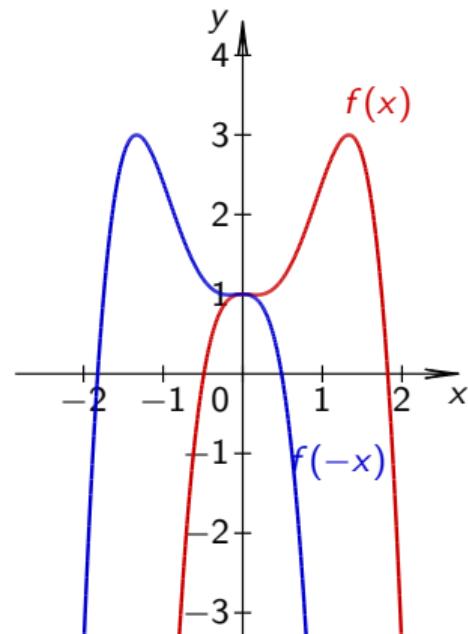
## Zrcaljenje preko ordinatne osi

Zrcaljenje preko ordinatne osi vsako točko  $T(x, y)$  grafa funkcije preslika v točko  $T'(-x, y)$ .

$$Z_y : (x, y) \mapsto (-x, y)$$

Do prezrcaljene funkcije  $f$  preko ordinatne osi pridemo tako, da neodvisno spremenljivko  $x$  funkcije  $f$  pomnožimo z  $-1$

$$Z_y : f(x) \mapsto f(-x)$$



# Zrcaljenja

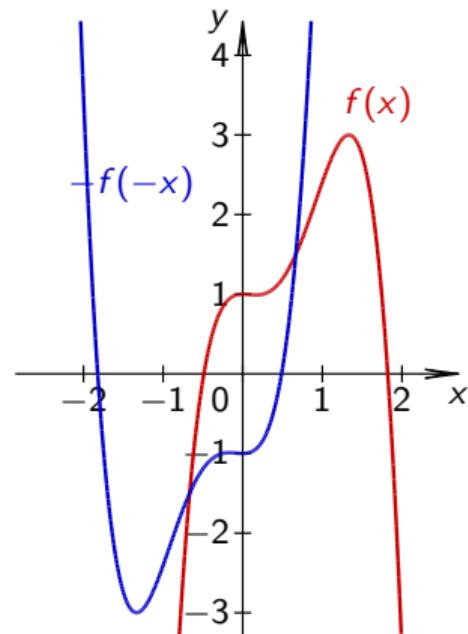
## Zrcaljenje preko izhodišča

Zrcaljenje preko izhodišča vsako točko  $T(x, y)$  grafa funkcije preslika v točko  $T'(-x, -y)$ .

$$Z_i : (x, y) \mapsto (-x, -y)$$

Do prezrcaljene funkcije  $f$  preko izhodišča pridemo tako, da neodvisno spremenljivko  $x$  funkcije  $f$  in funkcijo  $f$  pomnožimo z  $-1$

$$Z_i : f(x) \mapsto -f(-x)$$



# Zrcaljenja

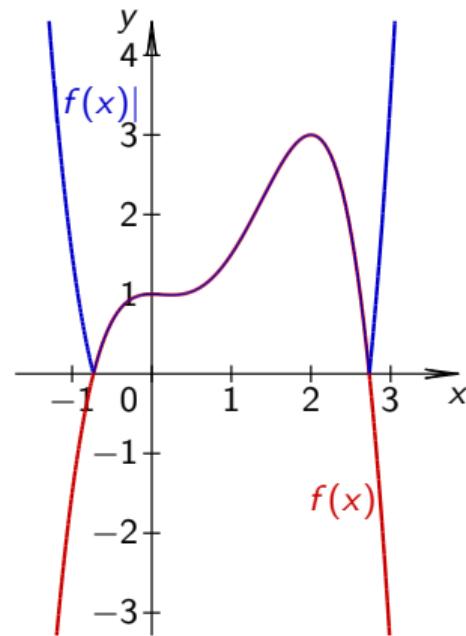
## Absolutna vrednost funkcije

Absolutna vrednost funkcije  $f$  vse negativne vrednosti funkcije  $f$  pomnoži z  $-1$ , pozitivne vrednosti pa ohrani.

$$T_1 : f(x) \mapsto |f(x)|$$

Tisti del grafa funkcije  $f$ , ki leži pod abscisno osjo, se preslika preko abscisne osi. Del grafa, ki leži nad abscisno osjo se ohrani.

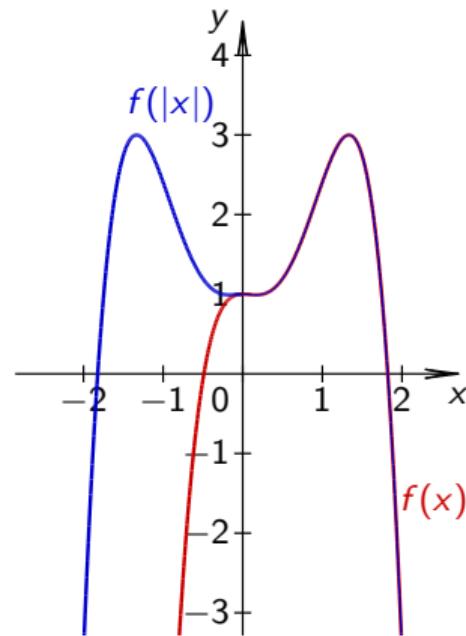
Dobimo nenegativno funkcijo.



# Zrcaljenja

Če v funkciji  $f(x)$  neodvisno spremenljivko  $x$  nadomestimo z  $|x|$ , dobimo novo funkcijo, ki je soda.

$$T_2 : f(x) \mapsto f(|x|)$$



# Premiki

## Vzporedni premik vzdolž ordinatne osi

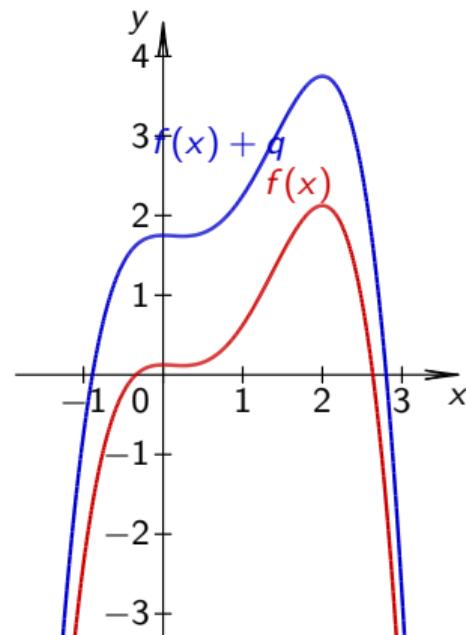
Vzporedni premik v smeri ordinatne osi za  $q$  vsako točko  $T(x, y)$  grafa funkcije preslika v točko  $T'(x, y + q)$ .

$$P_y : (x, y) \mapsto (x, y + q)$$

Do premaknjene funkcije  $f$  vzdolž ordinatne osi pridemo tako, da funkciji  $f$  prištejemo  $q$ .

$$P_y : f(x) \mapsto f(x) + q$$

Pri  $q > 0$  se graf premakne v pozitivni smeri ordinatne osi (navzgor), pri  $q < 0$  se graf premakne v negativni smeri ordinatne osi (navzdol).



# Premiki

## Vzporedni premik vzdolž abscisne osi

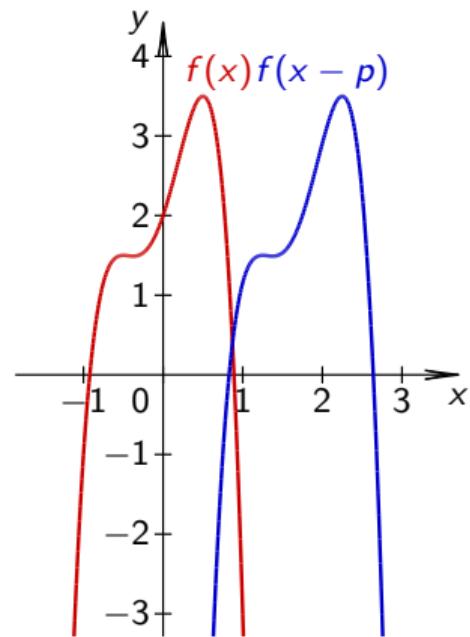
Vzporedni premik v smeri abscisne osi za  $p$  vsako točko  $T(x, y)$  grafa funkcije preslika v točko  $T'(x + p, y)$ .

$$P_x : (x, y) \mapsto (x + p, y)$$

Do premaknjene funkcije  $f$  vzdolž abscisne osi pridemo tako, da neodvisni spremenljivki  $x$  funkcije odštejemo  $p$ .

$$P_x : f(x) \mapsto f(x - p)$$

Pri  $p > 0$  se graf premakne v pozitivni smeri abscisne osi (v desno), pri  $p < 0$  se graf premakne v negativni smeri abscisne osi (v levo).



# Premiki

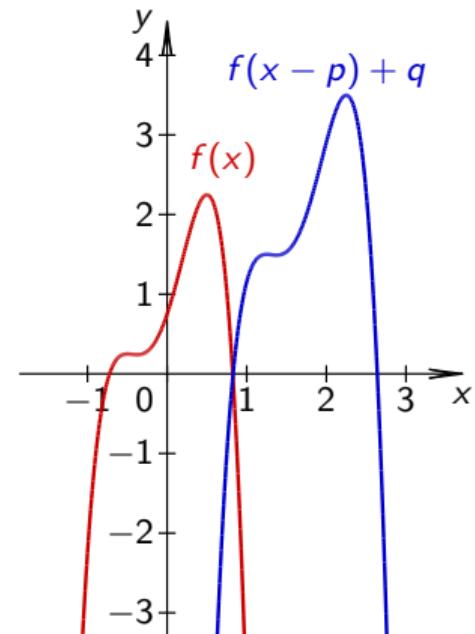
## Premik za vektor

Premik za vektor  $(p, q)$  vsako točko  $T(x, y)$  grafa funkcije preslika v točko  $T'(x + p, y + q)$ .

$$P_v : (x, y) \mapsto (x + p, y + q)$$

Do premaknjene funkcije  $f$  za vektor  $(p, q)$  pridemo tako, da funkciji  $f$  prištejemo  $q$ , neodvisni spremenljivki  $x$  funkcije  $f$  pa odštejemo  $p$ .

$$P_v : f(x) \mapsto f(x - p) + q$$



# Raztegi

## Raztag vzdolž ordinatne osi

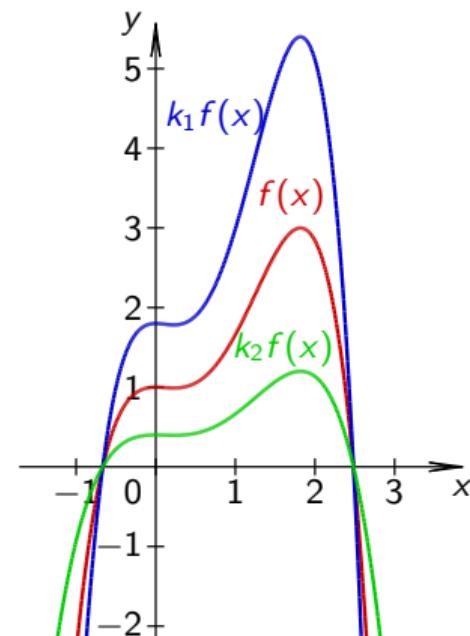
Raztag za faktor  $k \in \mathbb{R}^*$  vzdolž ordinatne osi vsako točko  $T(x, y)$  grafa funkcije preslikava v točko  $T'(x, ky)$ .

$$R_y : (x, y) \mapsto (x, ky)$$

Do raztegnjene funkcije  $f$  za faktor  $k \in \mathbb{R}^*$  vzdolž ordinatne osi pridemo tako, da funkcijo pomnožimo s  $k$ .

$$R_y : f(x) \mapsto kf(x)$$

Pri  $|k| > 1$  se graf funkcije raztegne pri  $|k| < 1$  pa skrči vzdolž ordinatne osi. Za  $k = 1$  se graf funkcije ohrani – identična preslikava.



# Raztegi

## Raztag vzdolž abscisne osi

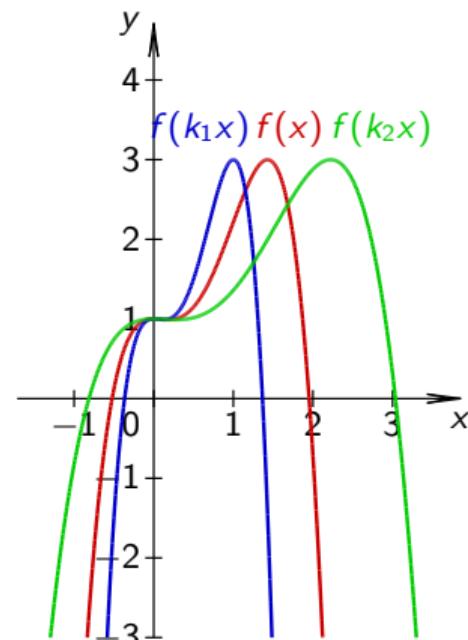
Raztag za faktor  $k \in \mathbb{R}^*$  vzdolž abscisne osi vsako točko  $T(x, y)$  grafa funkcije preslika v točko  $T'(\frac{x}{k}, y)$ .

$$R_x : (x, y) \mapsto \left( \frac{x}{k}, y \right)$$

To raztegnjene funkcije  $f$  za faktor  $k \in \mathbb{R}^*$  vzdolž abscisne osi pridemo tako, da neodvisno spremenljivko  $x$  funkcije  $f$  pomnožimo s  $k$ .

$$R_x : f(x) \mapsto f(kx)$$

Pri  $|k| > 1$  se graf funkcije skrči pri  $|k| < 1$  pa raztegne vzdolž abscisne osi. Za  $k = 1$  se graf funkcije ohrani – identična preslikava.

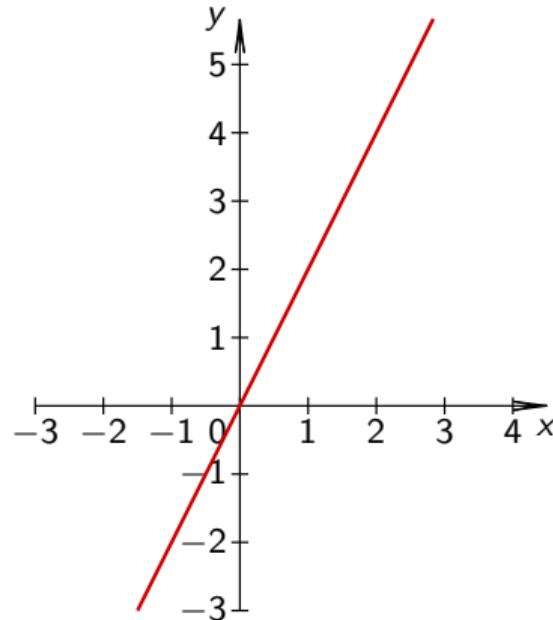




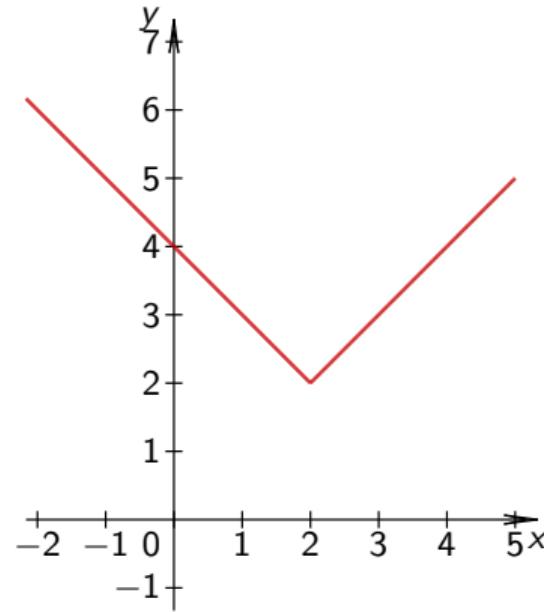
## Naloga

V koordinatnem sistemu je narisani graf funkcije  $f(x)$ . Narišite graf funkcije  $g(x) = f(x) + k$  in zapišite predpis nove funkcije, ki ji pripada premaknjeni graf.

- $f(x) = 2x, k = 2$

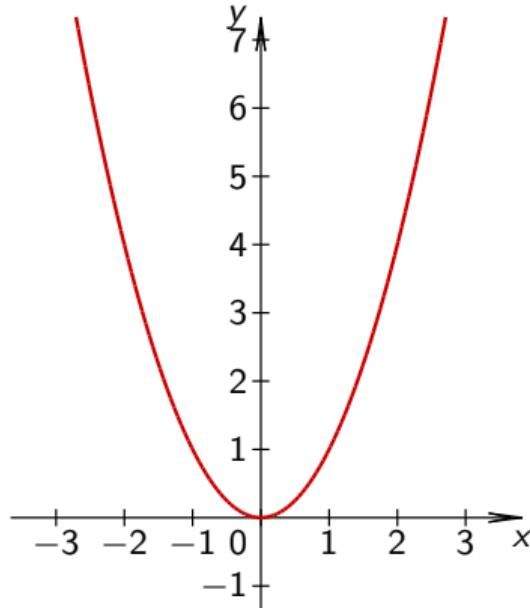


- $f(x) = |x - 2| + 2, k = -3$

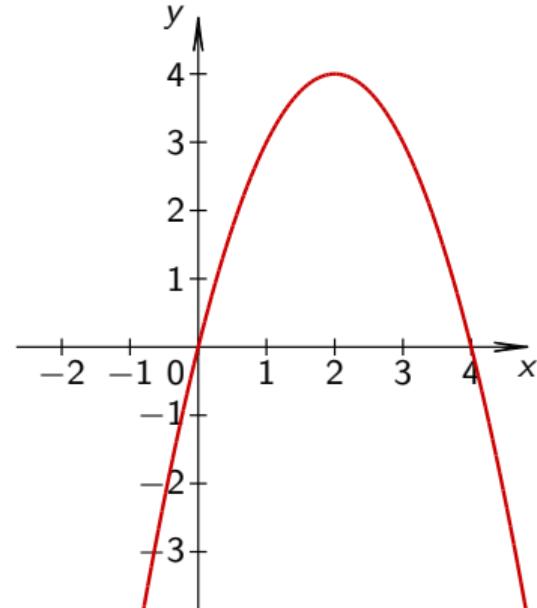


## Naloga

- $f(x) = x^2, k = 2$



- $f(x) = -x^2 + 4x, k = -2$





## Naloga

Graf funkcije  $f$  togo premaknemo za  $k$  navzgor ali navzdol in dobimo graf funkcije  $g$ . Zapišite predpis funkcije  $g$ .

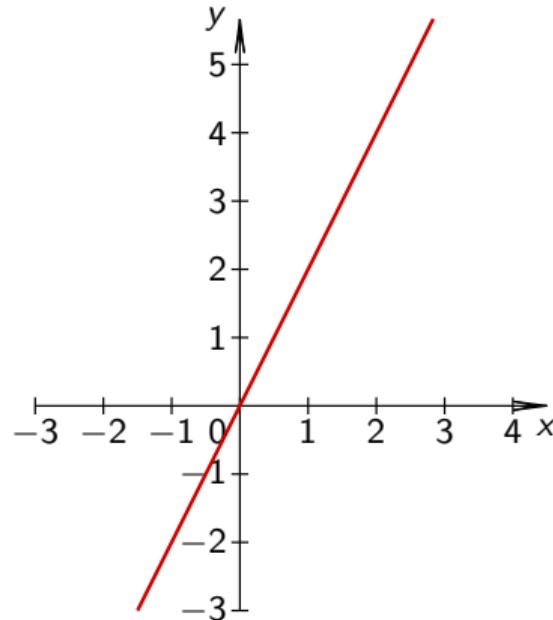
- $f(x) = 4x - 1$ , togi premik za 3 navzgor
- $f(x) = -2x + 3$ , togi premik za 1 navzdol
- $f(x) = \frac{5-x}{2}$ , togi premik za 4 navzgor
- $f(x) = \sqrt{x-1}$ , togi premik za 7 navzdol



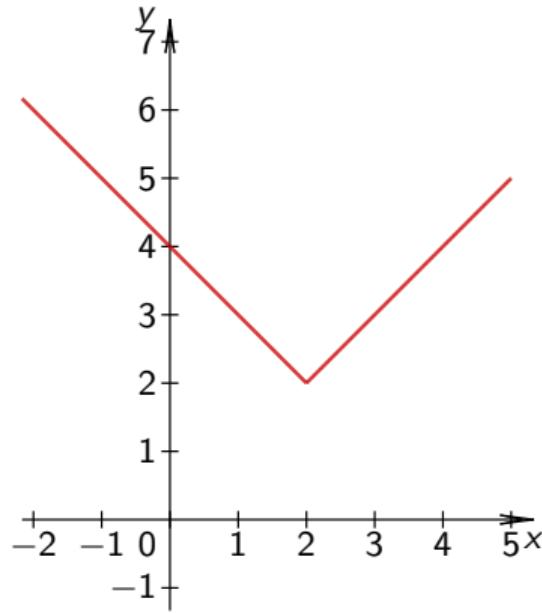
## Naloga

V koordinatnem sistemu je narisani graf funkcije  $f(x)$ . Narišite graf funkcije  $g(x) = f(x - k)$  in zapišite predpis nove funkcije, ki ji pripada premaknjeni graf.

- $f(x) = 2x, k = -2$

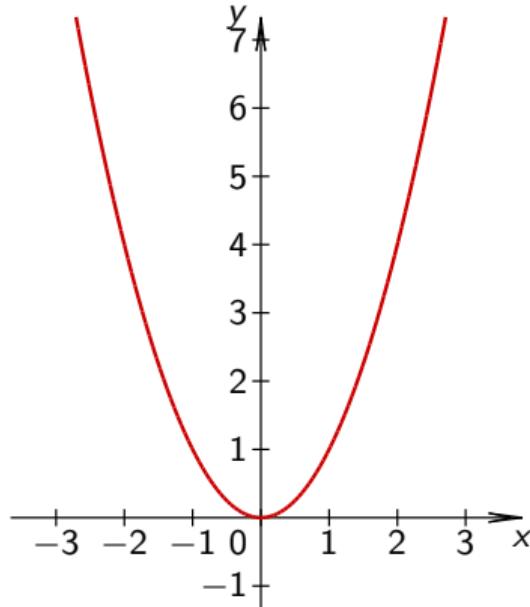


- $f(x) = |x - 2| + 2, k = 2$

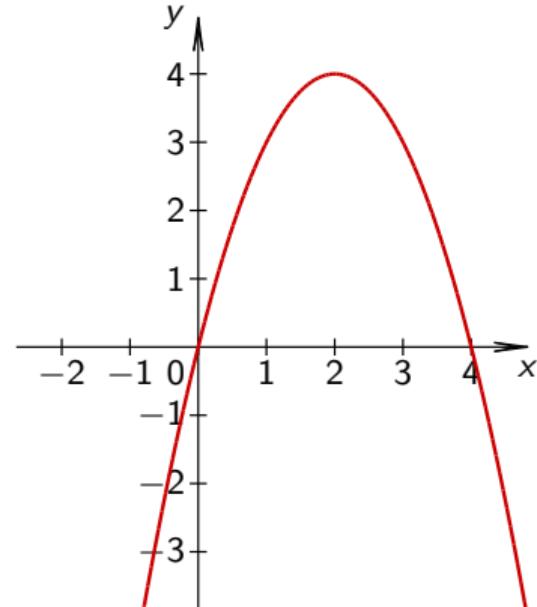


## Naloga

- $f(x) = x^2, k = 2$



- $f(x) = -x^2 + 4x, k = 3$





## Naloga

Graf funkcije  $f$  togo premaknemo za  $k$  v levo ali desno in dobimo graf funkcije  $g$ . Zapišite predpis funkcije  $g$ .

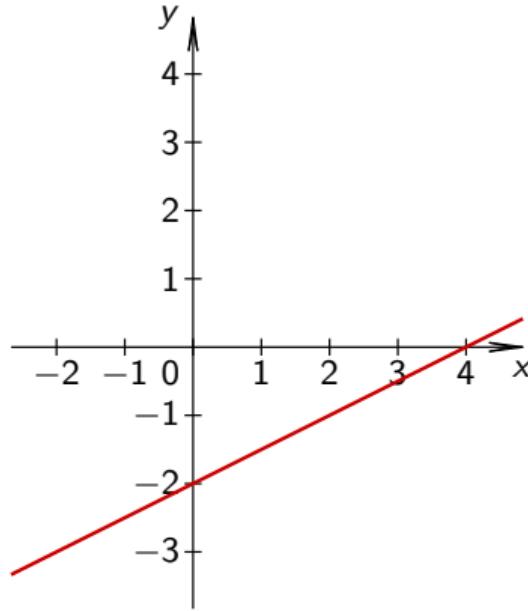
- $f(x) = 4x - 1$ , togi premik za 3 v levo
- $f(x) = -2x + 3$ , togi premik za 1 v desno
- $f(x) = \frac{5-x}{2}$ , togi premik za 4 v desno
- $f(x) = \sqrt{x-1}$ , togi premik za 7 v levo



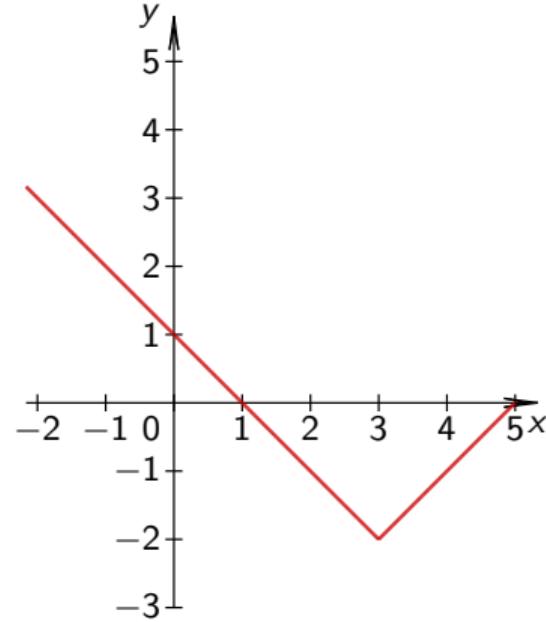
## Naloga

V koordinatnem sistemu je narisani graf funkcije  $f(x)$ . Narišite graf funkcije  $g(x) = -f(x)$  in zapišite predpis funkcije  $g(x)$ .

- $f(x) = \frac{1}{2}x - 2$



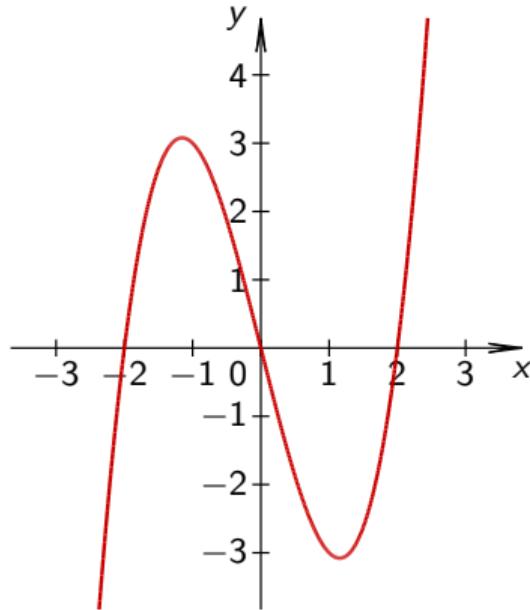
- $f(x) = |x - 3| - 2$



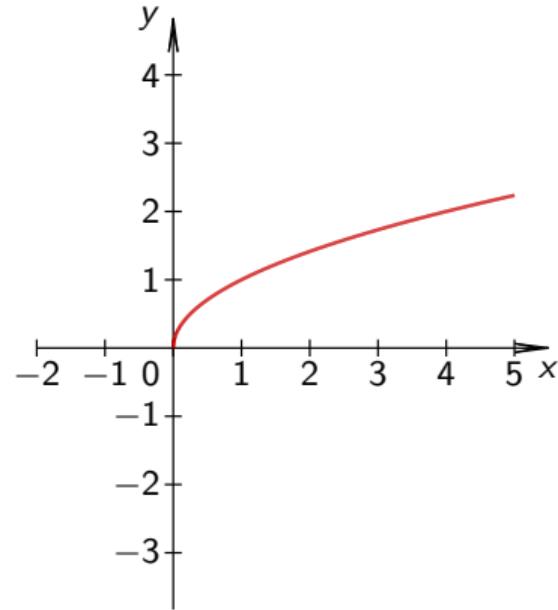


## Naloga

- $f(x) = x^3 - 4x$



- $f(x) = \sqrt{x}$

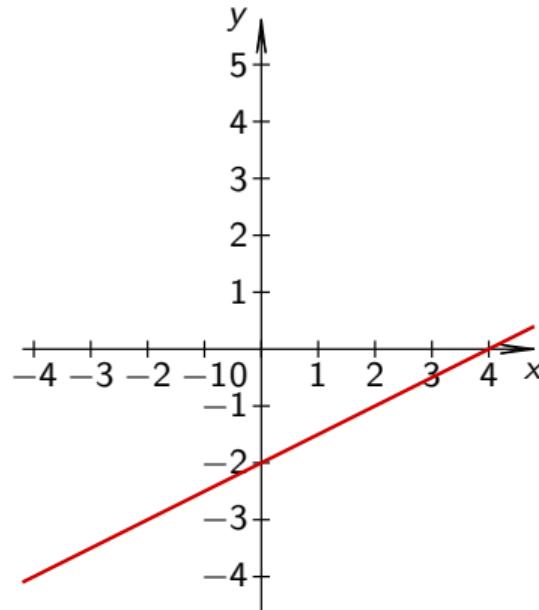




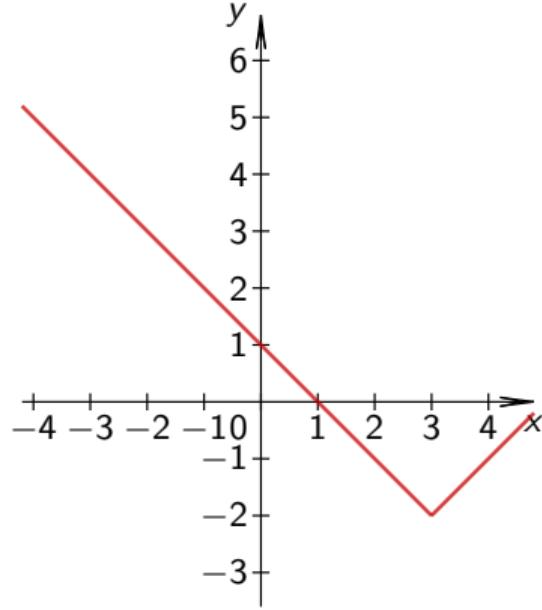
## Naloga

V koordinatnem sistemu je narisani graf funkcije  $f(x)$ . Narišite graf funkcije  $g(x) = f(-x)$  in zapišite predpis funkcije  $g(x)$ .

- $f(x) = \frac{1}{2}x - 2$



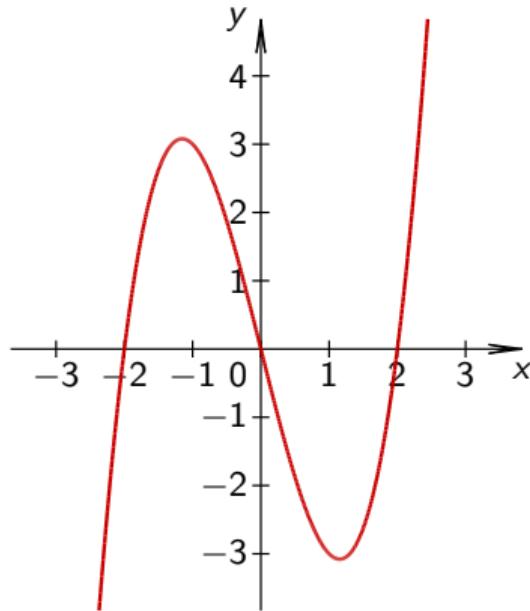
- $f(x) = |x - 3| - 2$



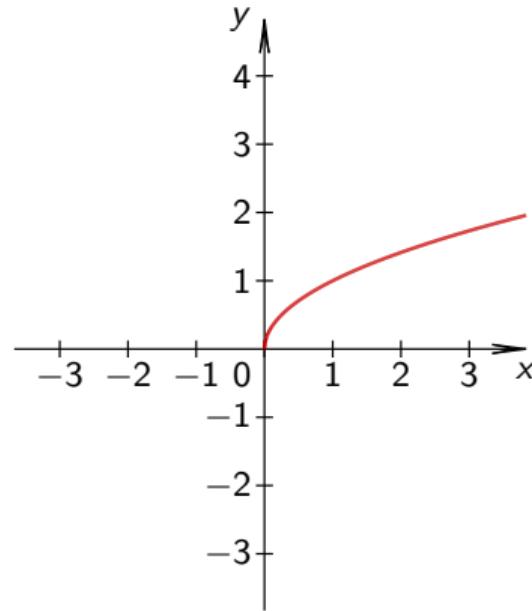


## Naloga

- $f(x) = x^3 - 4x$



- $f(x) = \sqrt{x}$





## Naloga

Če graf funkcije  $f$  prezrcalimo čez abscisno os, dobimo graf funkcije  $g$ . Če pa graf funkcije  $f$  prezrcalimo čez ordinatno os, dobimo graf funkcije  $h$ . Zapišite predpisa funkcije  $g$  in funkcije  $h$ .

- $f(x) = 4x - 1$
- $f(x) = -2x + 2$
- $f(x) = \frac{5-x}{2}$
- $f(x) = \sqrt{x-1}$
- $f(x) = x^2 - 3x$



## Naloga

Dan je predpis funkcije  $f(x)$ . Če graf funkcije premaknemo in zrcalimo po navodilu, dobimo graf funkcije  $g$ . Zapišite predpis funkcije  $g(x)$ .

- $f(x) = 2x - 1$ , togí premik za 5 v desno in za 2 navzdol
- $f(x) = -3x + 5$ , togí premik za 4 v levo in za 3 navzgor
- $f(x) = |x| + 1$ , togí premik za 3 v desno in za 1 navzdol
- $f(x) = -2x + 1$ , zrcaljenje čez abscisno os
- $f(x) = 4x - 1$ , zrcaljenje čez ordinatno os
- $f(x) = -7x - 6$ , togí premik za 2 v desno in za 3 navzdol, zrcaljenje čez abscisno os



## Naloga

Dan je predpis funkcije  $f(x)$ . Če graf funkcije premaknemo in zrcalimo po navodilu, dobimo graf funkcije  $g$ . Zapišite predpis funkcije  $g(x)$ .

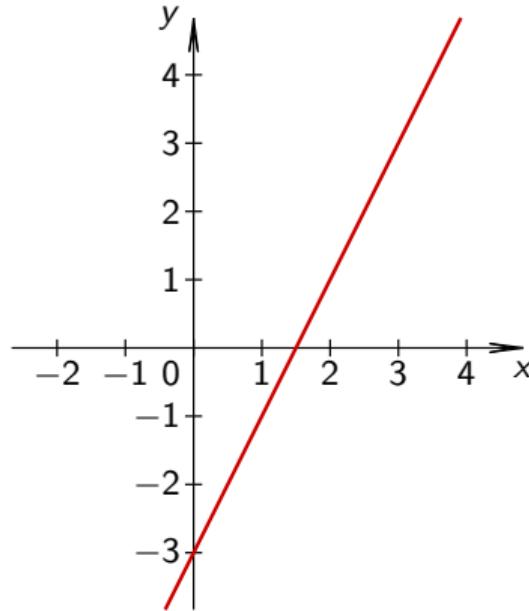
- $f(x) = x^2 - 1$ , togi premik za 2 v desno in za 1 navzdol
- $f(x) = -x^3 + 2x - 1$ , togi premik za 1 v levo in za 2 navzgor
- $f(x) = 3x^2 - 7$ , zrcaljenje čez abscisno os
- $f(x) = -2x^2 + 3$ , zrcaljenje čez ordinatno os
- $f(x) = x^{-2}$ , togi premik za 2 v desno in za 1 navzdol
- $f(x) = (x - 1)^{-2} + 1$ , togi premik za 1 v levo in za 1 navzdol



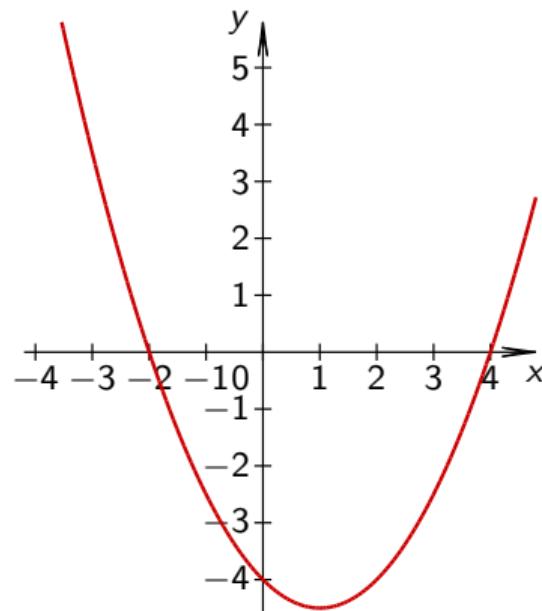
## Naloga

V koordinatnem sistemu je narisani graf funkcije  $f(x)$ . Narišite grafa funckij  $g(x) = |f(x)|$  in  $h(x) = f(|x|)$ .

- $f(x) = 2x - 3$



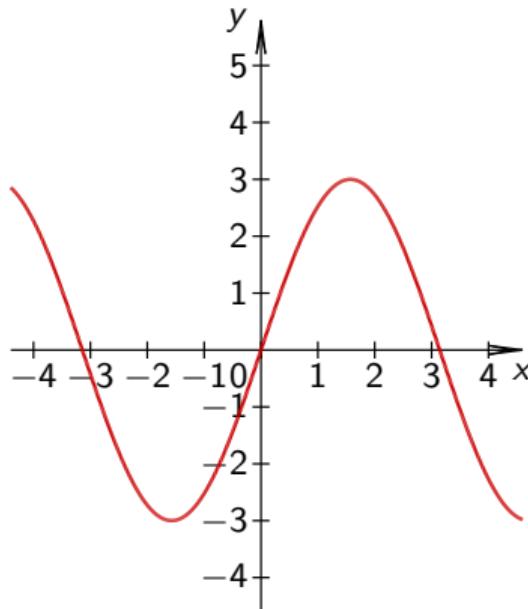
- $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x - 4$



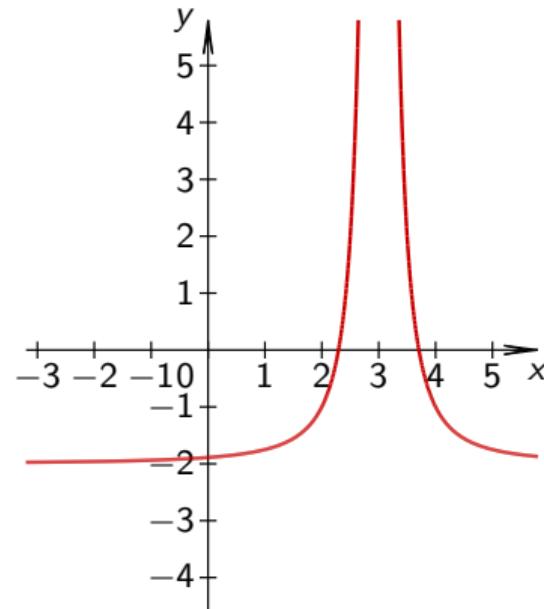


## Naloga

- $f(x) = \sin x$



- $f(x) = (x - 3)^{-2} - 2$

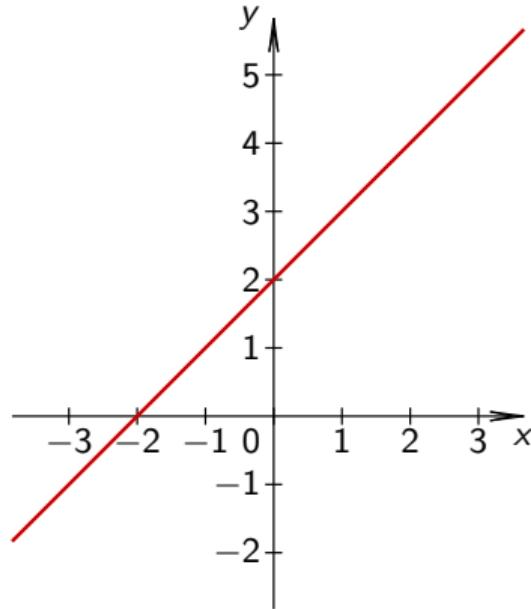




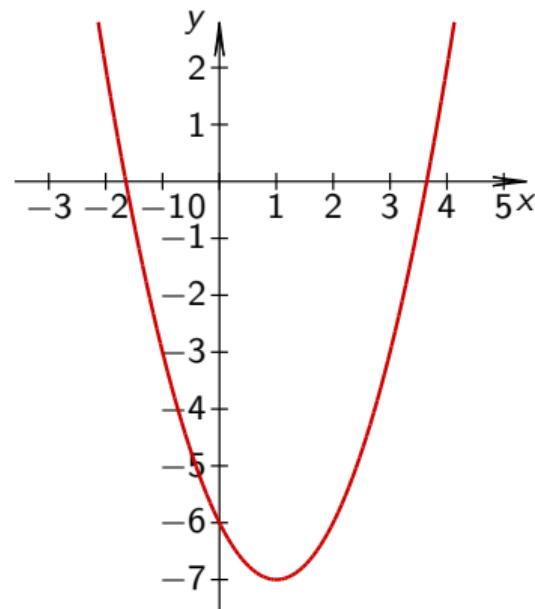
## Naloga

V koordinatnem sistemu je narisani graf funkcije  $f(x)$ . Narišite grafa funckij  $g(x) = kf(x)$  in  $h(x) = f(kx)$  ter zapišite njuna predpisa.

- $f(x) = x + 2, k = 2$



- $f(x) = x^2 - 2x - 6, k = \frac{1}{2}$





## Naloga

Graf funkcije  $f$  raztegnemo ali skrčimo za faktor  $k$  v smeri abscisne ali ordinatne osi. Dobimo graf funkcije  $g$ . Zapišite predpis funkcije  $g$ .

- $f(x) = 4x - 1$ , razteg v smeri ordinatne osi za faktor 2
- $f(x) = -2x + 3$ , skrčitev v smeri abscisne osi za faktor 2 in zrcaljenje čez abscisno os
- $f(X) = \frac{5-x}{2}$ , razteg v smeri ordinatne osi za faktor 4
- $f(x) = \sqrt{x-1}$ , skrčitev v smeri abscisne osi za faktor 2



## Naloga

Če graf funkcije  $f$  transformiramo po navodilu, dobimo graf funkcije  $g$ . Zapišite predpis funkcije  $g$ .

- $f(x) = 5x - 1$ , togí premik za 4 v desno, zrcaljenje čez abscisno os
- $f(x) = 6 - 3x$ , raztag za faktor 2 v smeri ordinatne osi in togí premik za 4 navzgor
- $f(x) = 7x + 2$ , zrcaljenje čez abscisno in čez ordinatno os
- $f(X) = -4x + 1$ , skrčitev za faktor 2 v smeri abscisne osi in togí premik za 3 v levo
- $f(x) = 2x + 3$ , raztag v smeri abscisne osi za faktor 2 in zrcaljenje čez abscisno os



## Naloga

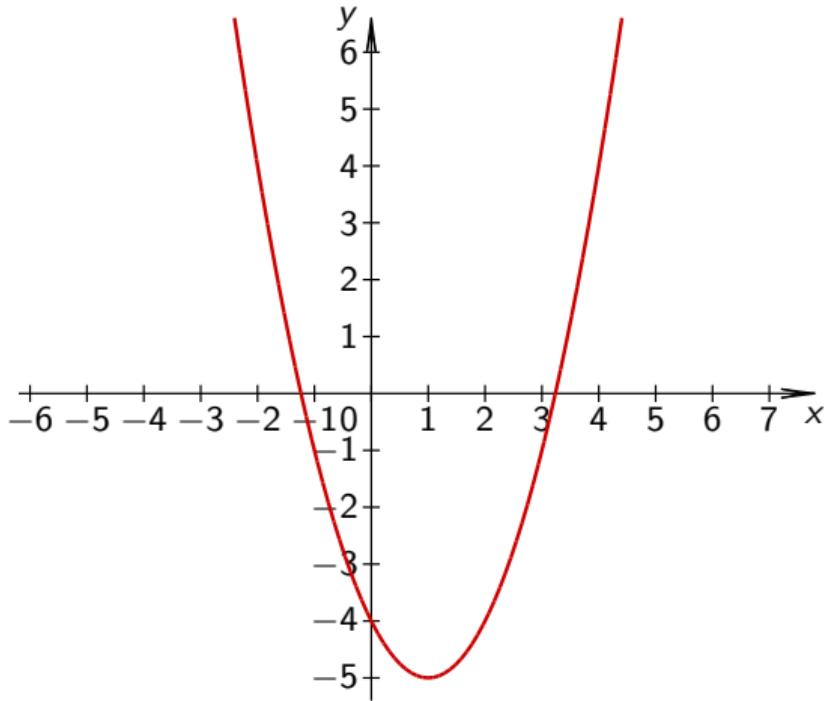
Če graf funkcije  $f$  transformiramo po navodilu, dobimo graf funkcije  $g$ . Zapišite predpis funkcije  $g$ .

- $f(x) = x^2$ , togi premik za 3 v levo in 2 navzgor
- $f(x) = x^3$ , togi premik za 2 v desno, zrcaljenje čez ordinatno os
- $f(X) = \frac{x}{x+1}$ , togi premik za za 2 v levo in za 5 navzgor
- $f(x) = \frac{x}{x+1}$ , zracljenje čez abscisno in čez ordinatno os



## Naloga

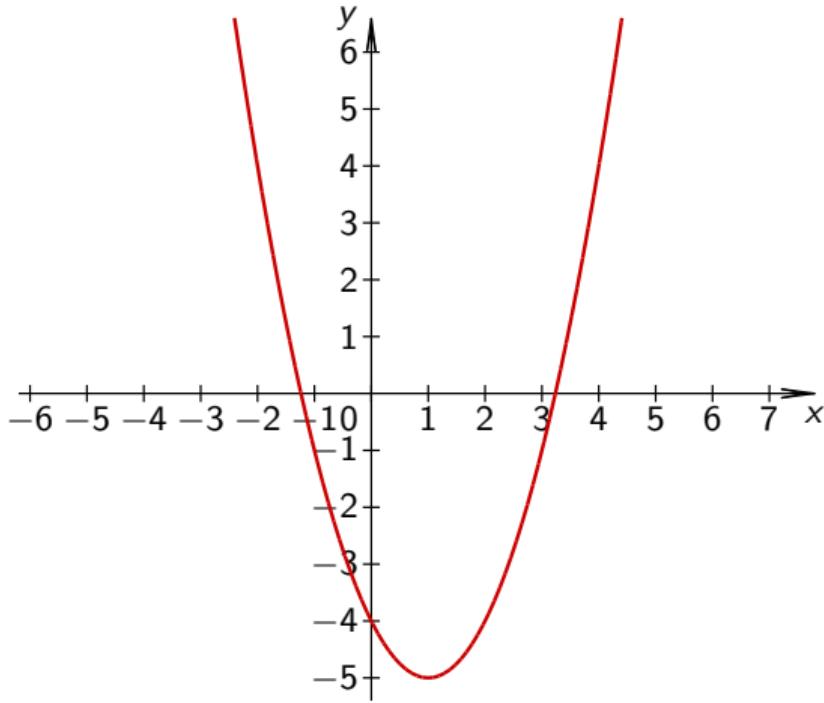
Narisan je graf funkcije  $f(x) = x^2 - 2x - 4$ .



- Narišite graf funkcije  $g(x) = f(x - 3) + 2$  in zapišite predpis funkcije.
- Narišite graf funkcije  $h(x) = |f(x + 4)|$  in zapišite predpis funkcije.
- Narišite graf funkcije  $i(x) = f(|x|) + 2$  in zapišite predpis funkcije.
- Narišite graf funkcije  $j(x) = f(-x) + 2$  in zapišite predpis funkcije.

## Naloga

Narisan je graf funkcije  $f(x) = x^2 - 2x - 4$ .



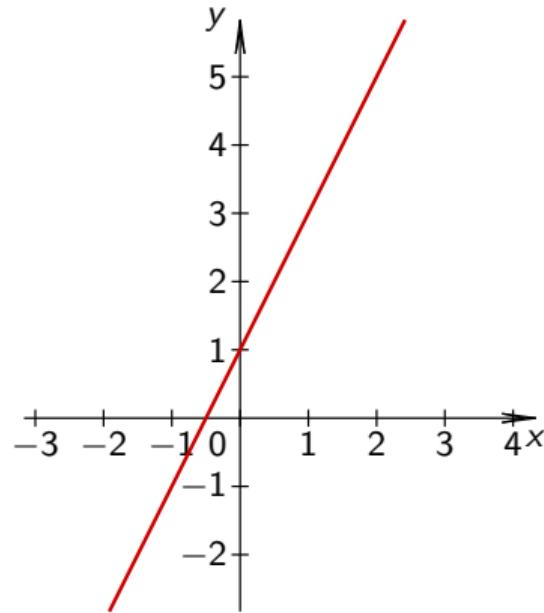
- Narišite graf funkcije  $k(x) = -\frac{1}{2}f(x)$  in zapišite predpis funkcije.
- Narišite graf funkcije  $l(x) = f(\frac{1}{2}x)$  in zapišite predpis funkcije.
- Narišite graf funkcije  $m(x) = |f(2x)|$  in zapišite predpis funkcije.
- Narišite graf funkcije  $n(x) = -f(-x)$  in zapišite predpis funkcije.



## Naloga

Narisan je graf funkcije  $f(x)$ .

- Narišite graf funkcije  $g(x) = f(-x) + 4$  in zapišite predpis funkcije.

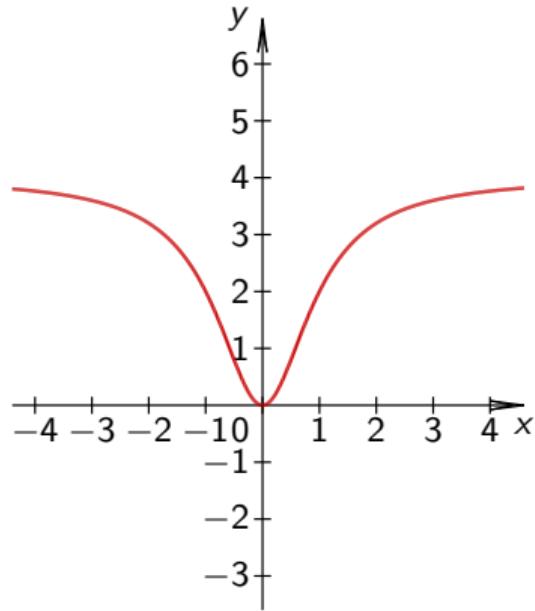




## Naloga

Narisan je graf funkcije  $f(x)$ .

- Narišite graf funkcije  $h(x) = -f(x) + 4$  in zapišite predpis funkcije.

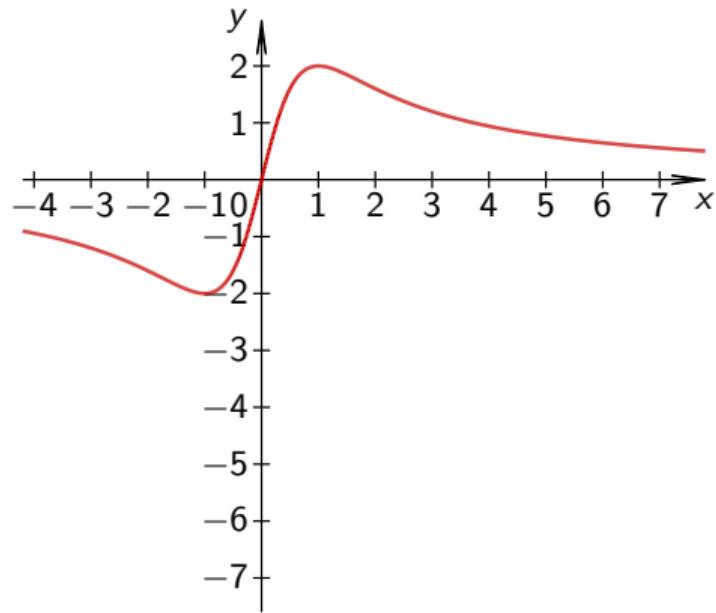




## Naloga

Narisan je graf funkcije  $f(x)$ .

- Narišite graf funkcije  $e(x) = f(x - 3) - 4$  in zapišite predpis funkcije.



# Inverzna funkcija

# Inverzna funkcija

## Inverzna funkcija

# Inverzna funkcija

## Inverzna funkcija

Naj bo  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  bijektivna funkcija, ki vsakemu originalu  $x \in \mathcal{X}$  privedi sliko  $y = f(x) \in \mathcal{Y}$ .

# Inverzna funkcija

## Inverzna funkcija

Naj bo  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  bijektivna funkcija, ki vsakemu originalu  $x \in \mathcal{X}$  priredi sliko  $y = f(x) \in \mathcal{Y}$ .

**Inverzna funkcija**  $f^{-1}$  je funkcija, ki slika iz množice  $\mathcal{Y}$  v množico  $\mathcal{X}$  in sliki  $y$  priredi original  $x$ :  $f^{-1}(y) = x$ .

# Inverzna funkcija

## Inverzna funkcija

Naj bo  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  bijektivna funkcija, ki vsakemu originalu  $x \in \mathcal{X}$  priredi sliko  $y = f(x) \in \mathcal{Y}$ .

**Inverzna funkcija**  $f^{-1}$  je funkcija, ki slika iz množice  $\mathcal{Y}$  v množico  $\mathcal{X}$  in sliki  $y$  priredi original  $x$ :  $f^{-1}(y) = x$ .

$$\begin{aligned}f : \mathcal{X} &\rightarrow \mathcal{Y} & f^{-1} : \mathcal{Y} &\rightarrow \mathcal{X} \\f : x &\mapsto y & f^{-1} : &y \mapsto x\end{aligned}$$

# Inverzna funkcija

## Inverzna funkcija

Naj bo  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  bijektivna funkcija, ki vsakemu originalu  $x \in \mathcal{X}$  priredi sliko  $y = f(x) \in \mathcal{Y}$ .

**Inverzna funkcija**  $f^{-1}$  je funkcija, ki slika iz množice  $\mathcal{Y}$  v množico  $\mathcal{X}$  in sliki  $y$  priredi original  $x$ :  $f^{-1}(y) = x$ .

$$\begin{aligned}f : \mathcal{X} &\rightarrow \mathcal{Y} & f^{-1} : \mathcal{Y} &\rightarrow \mathcal{X} \\f : x &\mapsto y & f^{-1} : &y \mapsto x\end{aligned}$$

---

Definijsko območje funkcije  $f^{-1}$  je množica  $\mathcal{Y}$ , njena zaloga vrednosti pa množica  $\mathcal{X}$ .

# Inverzna funkcija

## Inverzna funkcija

Naj bo  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  bijektivna funkcija, ki vsakemu originalu  $x \in \mathcal{X}$  priredi sliko  $y = f(x) \in \mathcal{Y}$ .

**Inverzna funkcija**  $f^{-1}$  je funkcija, ki slika iz množice  $\mathcal{Y}$  v množico  $\mathcal{X}$  in sliki  $y$  priredi original  $x$ :  $f^{-1}(y) = x$ .

$$\begin{aligned}f &: \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y} & f^{-1} &: \mathcal{Y} \rightarrow \mathcal{X} \\f &: x \mapsto y & f^{-1} &: y \mapsto x\end{aligned}$$

Definijsko območje funkcije  $f^{-1}$  je množica  $\mathcal{Y}$ , njena zaloga vrednosti pa množica  $\mathcal{X}$ .

Graf inverzne funkcije  $f^{-1}$  je simetričen grafu funkcije  $f$  glede na simetralo lihih kvadrantov  $y = x$ . Če je točka  $T(x_0, y_0) \in \Gamma_f$ , potem je točka  $T'(y_0, x_0) \in \Gamma_{f^{-1}}$ .

# Inverzna funkcija

Inverzna funkcija  $f^{-1} : \mathcal{Y} \rightarrow \mathcal{X}$  funkcije  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  obstaja natanko tedaj, ko je funkcija  $f$  bijektivna.

# Inverzna funkcija

Inverzna funkcija  $f^{-1} : \mathcal{Y} \rightarrow \mathcal{X}$  funkcije  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  obstaja natanko tedaj, ko je funkcija  $f$  bijektivna.

Če je funkcija  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  injektivna, ni pa surjektivna, obstaja inverzna funkcija  $f^{-1} : Z_f \rightarrow \mathcal{X}$  in je  $Z_f \subset \mathcal{Y}$ .



## Naloga

Linearni funkciji zapišite predpis inverzne funkcije.

- $f(x) = -4x + 2$

- $g(x) = 2x - 1$

- $h(x) = 3x - \frac{7}{4}$

- $i(x) = \frac{3}{4}x - \frac{1}{2}$

- $j(x) = \frac{x+5}{3}$



## Naloga

Bijektivni funkciji zapišite funkcijski predpis inverzne funkcije.

- $f(x) = x^3$

- $k(x) = x^3 + 5$

- $g(x) = x^5 - 2$

- $l(x) = \frac{x+1}{x-7}$

- $h(x) = (x-1)^3$

- $m(x) = \frac{3x-2}{x+1}$

- $i(x) = 5x + 27$

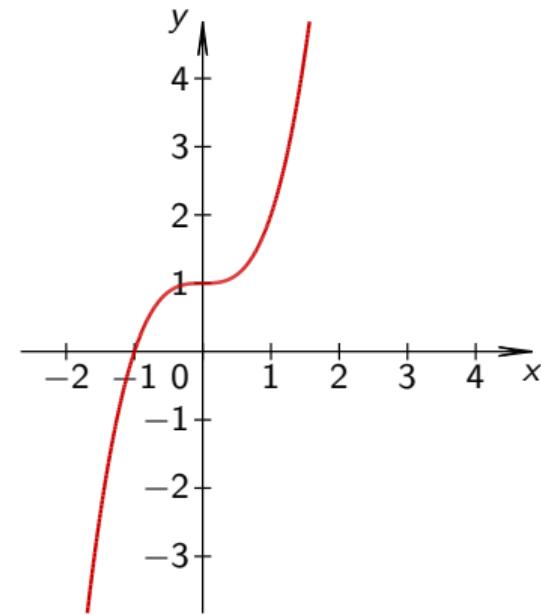
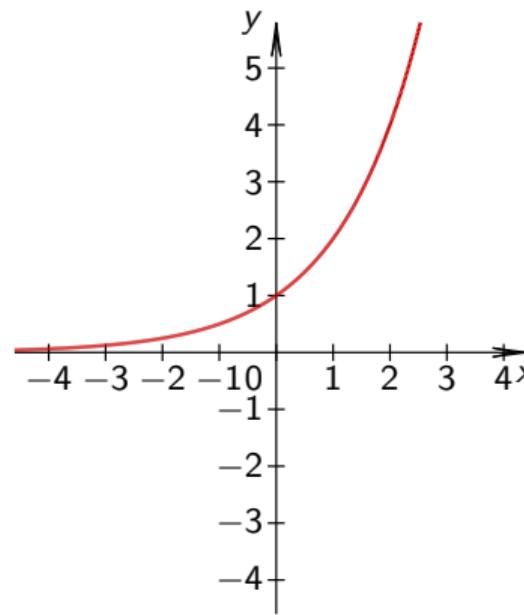
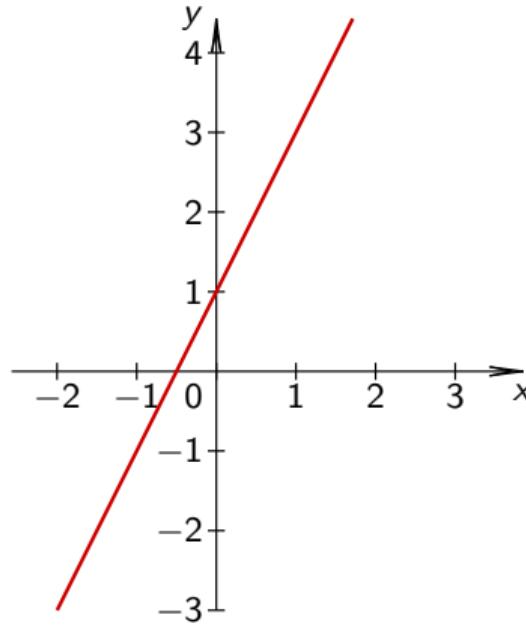
- $n(x) = \frac{5x-3}{4x-1}$

- $j(x) = (x+5)^3$



## Naloga

Grafu bijektivne funkcije na sliki narišite graf inverzne funkcije.



## Section 3

## Potenčna funkcija

1 Potence in korenji

2 Funkcije

3 Potenčna funkcija

- Potenčna funkcija z naravnim eksponentom
- Potenčna funkcija z negativnim celim eksponentom

# Potenčna funkcija z naravnim eksponentom



## Naloga

Katere izmed točk  $(1, 27)$ ,  $(-1, 9)$ ,  $(10, 157)$  ležijo na grafu funkcije  $f(x) = 2(x - 3)^4 - 5$ ?

## Naloga

Katere izmed točk  $(1, 27)$ ,  $(-1, 9)$ ,  $(10, 157)$  ležijo na grafu funkcije  $f(x) = 2(x - 3)^4 - 5$ ?

## Naloga

Dana je funkcija  $f(x) = x^3$ . Zapišite predpis za funkcijo  $g$ , katere graf je premaknjen:

- za 2 v levo in za 3 navzgor;
- za 3 v desno in za 2 navzgor;
- za 1 v levo in za 5 navzdol;
- za 4 v desno in za 1 nvazdol.



## Naloga

Dana je funkcija  $f(x) = (x + 3)^3 + 1$ . Zapišite predpis za funkcijo  $g$ , katere graf je premaknjen:

- za 2 v levo in za 3 navzgor;
- za 3 v desno in za 2 navzgor;
- za 1 v levo in za 5 navzdol;
- za 4 v desno in za 1 nvazdol;
- za 1 v desno in za 3 navzdol;
- za 5 v levo in za 4 navzdol.



## Naloga

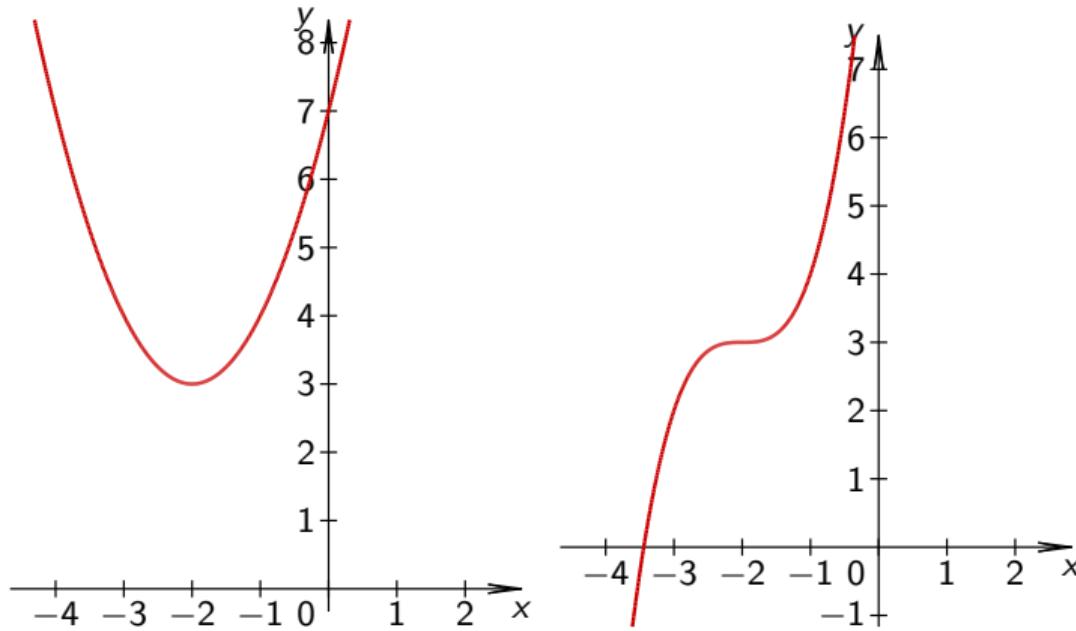
Graf funkcije  $g$  smo dobili s togim premikom grafa funkcije  $f(x) = x^2$ . Zapišite vektor premika. Narišite graf. V kateri točki ima funkcija  $g$  teme?

- $g(x) = (x - 3)^2 + 1$
- $g(x) = (x - 2)^2 - 1$
- $g(x) = (x + 3)^2 + 4$
- $g(x) = (x + 1)^2 - 5$



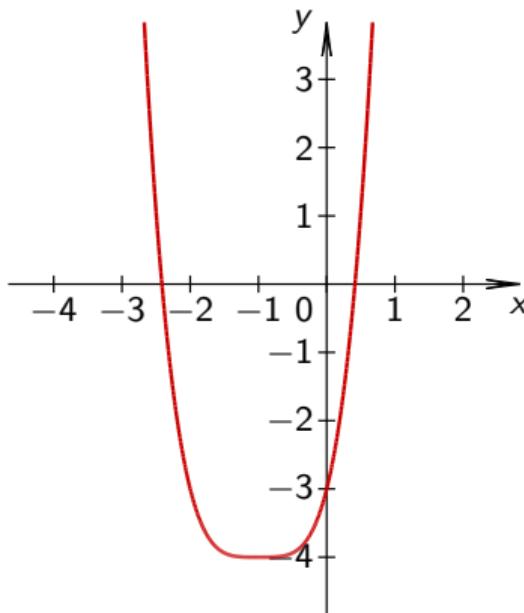
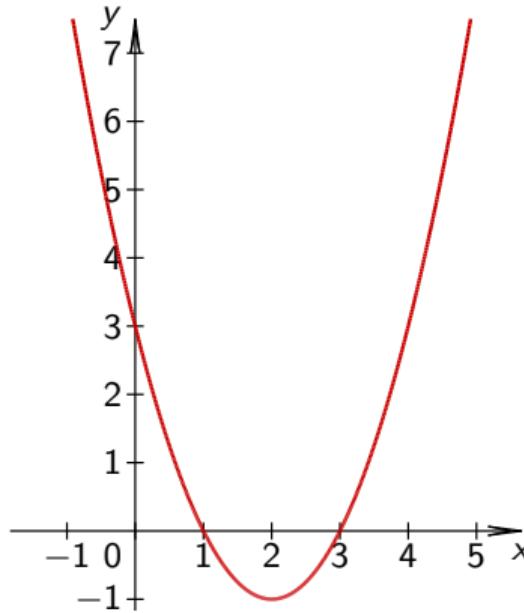
## Naloga

Z grafa funkcije  $f(x) = (x + a)^n + b$  razberite vrednosti parametrov  $a$ ,  $b$  in  $n$ .



## Naloga

Z grafa funkcije  $f(x) = (x + a)^n + b$  razberite vrednosti parametrov  $a$ ,  $b$  in  $n$ .





## Naloga

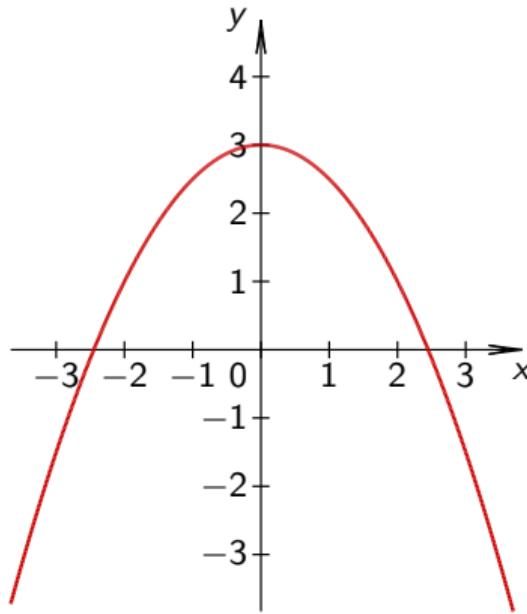
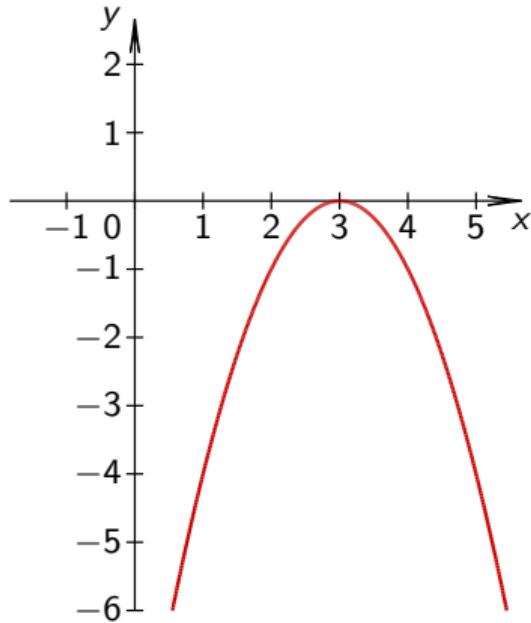
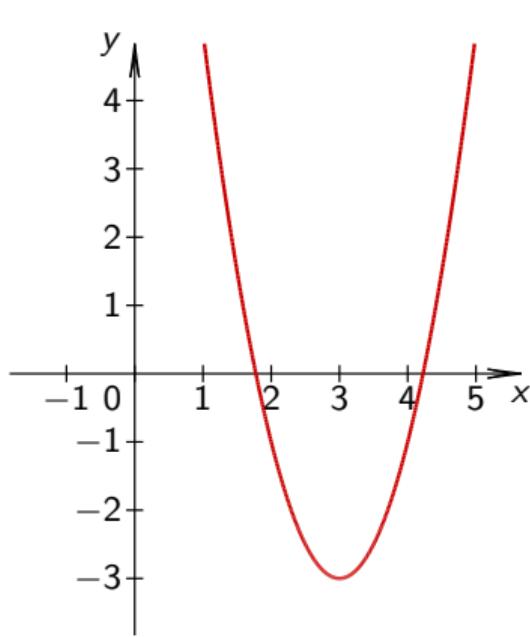
Narišite graf funkcije  $f$ , potem pa v isti koordinatni sistem še graf funkcije  $g$ .

- $f(x) = x^3, g(x) = \frac{1}{2}x^3$
- $f(x) = x^2, g(x) = -2x^2$
- $f(x) = x^4, g(x) = -x^4$
- $f(x) = x^3, g(x) = |2x^3|$



## Naloga

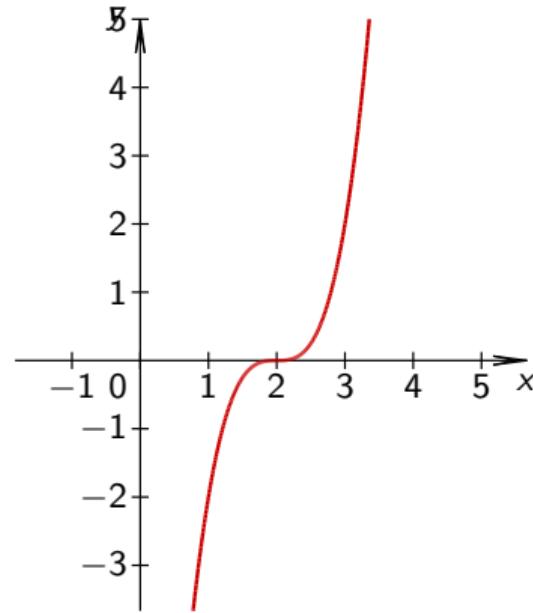
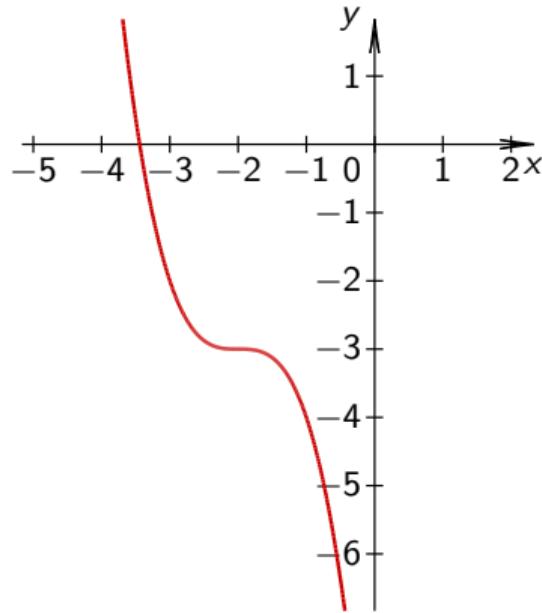
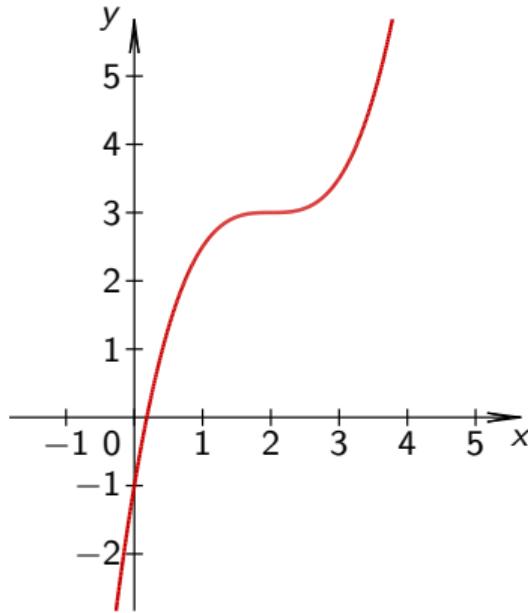
Z grafa funkcije  $f(x) = a(x - p)^2 + q$  razberite vrednosti parametrov  $a$ ,  $p$  in  $q$ .





## Naloga

Z grafa funkcije  $f(x) = a(x - p)^3 + q$  razberite vrednosti parametrov  $a$ ,  $p$  in  $q$ .





## Naloga

Izračunajte presečišče grafa dane funkcije  $f$  in dane premice.

- $f(x) = (x - 3)^2 - 2$  in  $y = -2x + 4$
- $f(x) = 2(x - 1)^2 + 4$  in  $y = 6$
- $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 3$  in  $y = x - 1$

## Naloga

Izračunajte presečišče grafa dane funkcije  $f$  in dane premice.

- $f(x) = (x - 3)^2 - 2$  in  $y = -2x + 4$
- $f(x) = 2(x - 1)^2 + 4$  in  $y = 6$
- $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 3$  in  $y = x - 1$

## Naloga

Izračunajte presečišče grafov danih funkcij  $f$  in  $g$ .

- $f(x) = (x - 3)^2$  in  $g(x) = x^2 + 3$
- $f(x) = (x - 3)^2 - 2$  in  $g(x) = (x - 4)^2 + 1$
- $f(x) = -x^2 + 2$  in  $g(x) = (x - 1)^2 + 1$



## Naloga

Naj bo prvič funkcija  $f$  dana s predpisom  $f(x) = x^2$ , drugič pa s  $f(x) = x^3$ . Zapišite predpis funkcije  $g$  za oba primera in narišite oba grafa.

- $g(x) = f(x - 2)$

- $g(x) = -f(x) + 1$

- $g(x) = f(x + 1)$

- $g(x) = -f(x - 2) + 1$

- $g(x) = f(x) + 1$

- $g(x) = |f(x) - 1|$

- $g(x) = f(x) - 2$

- $g(x) = 2f(x)$

- $g(x) = f(x + 1) - 3$

- $g(x) = f(|x|) + 1$

# Potenčna funkcija z negativnim celim eksponentom



## Naloga

Katere izmed točk  $(0, 5)$ ,  $(-1, \frac{11}{4})$ ,  $(2, -5)$  ležijo na grafu funkcije  $f(x) = 2(x - 1)^{-3} + 3$ ?

## Naloga

Katere izmed točk  $(0, 5)$ ,  $(-1, \frac{11}{4})$ ,  $(2, -5)$  ležijo na grafu funkcije  $f(x) = 2(x - 1)^{-3} + 3$ ?

## Naloga

Naj bo  $f(x) = x^{-2}$ . Če graf funkcije  $f$  premaknemo po navodilu, dobimo graf funkcije  $g$ . Zapišite predpis funkcije  $g$ , njeni definicijski območje, zaloge vrednosti, enačbi navpične in vodoravne asimptote, izračunajte ničle ter začetno vrednost in narišite njen graf.

- prmeik za 2 v levo in za 3 navzdol
- premik za 2 v desno in za 1 navzdol
- premik za 1 v desno in za 2 navzgor
- premik za 2 v levo in zrcaljenje čez ordinatno os
- premik za 2 v levo in zrcaljenje čez abscisno os
- premik za 2 navzgor, razteg za faktor 0.5 in zrcaljenje čez abscisno os



## Naloga

Naj bo  $f(x) = x^{-3}$ . Če graf funkcije  $f$  premaknemo po navodilu, dobimo graf funkcije  $g$ . Zapišite predpis funkcije  $g$ , njeni definicijski območje, zaloge vrednosti, enačbi navpične in vodoravne asimptote, izračunajte ničle ter začetno vrednost in narišite njen graf.

- za 2 v levo in za 3 navzdol
- za 2 v desno in za 1 navzdol
- za 1 v levo in za 2 navzgor
- za 2 v levo in zrcaljenje čez abscisno os
- za 2 v levo in zrcaljenje čez ordinatno os
- za 3 navzdol in zrcaljenje čez abscisno os
- premik za 1 navzgor in zrcaljenje čez koordinatno izhodišče



## Naloga

Graf funkcije  $g$  smo dobili s togim premikom grafa funkcije  $f(x) = x^{-2}$ . Zapišite vektor premika ter enačbi navpične in vodoravne asymptote.

- $g(x) = (x - 3)^{-2} + 1$
- $g(x) = (x - 2)^{-2} - 1$
- $g(x) = (x + 3)^{-2} + 4$
- $g(x) = (x + 1)^{-2} - 5$

## Naloga

Graf funkcije  $g$  smo dobili s togim premikom grafa funkcije  $f(x) = x^{-2}$ . Zapišite vektor premika ter enačbi navpične in vodoravne asymptote.

- $g(x) = (x - 3)^{-2} + 1$
- $g(x) = (x - 2)^{-2} - 1$
- $g(x) = (x + 3)^{-2} + 4$
- $g(x) = (x + 1)^{-2} - 5$

## Naloga

Izračunajte presečišče grafa dane funkcije  $f$  in dane premice.

- $f(x) = (x - 3)^{-1} - 2$  in  $y = -1$
- $f(x) = 2(x - 1)^{-2} + 4$  in  $y = 6$
- $f(x) = -\frac{1}{2}x^{-2} + 3$  in  $y = 1$



## Naloga

Naj bo  $f(x) = x^{-1}$ . Zapišite predpis funkcije  $g$  in narišite njen graf.

- $g(x) = f(x - 2)$

- $g(x) = -f(x) + 1$

- $g(x) = f(x + 1)$

- $g(x) = -f(x - 2) + 1$

- $g(x) = f(x) + 1$

- $g(x) = |f(x) - 1|$

- $g(x) = f(x) - 2$

- $g(x) = 2f(x)$

- $g(x) = f(x + 2) - 1$

- $g(x) = f(|x|) + 1$



## Naloga

Naj bo  $f(x) = x^{-2}$ . Zapišite predpis funkcije  $g$  in narišite njen graf.

- $g(x) = f(x - 2)$

- $g(x) = -f(x) + 1$

- $g(x) = f(x + 1)$

- $g(x) = -f(x - 2) + 1$

- $g(x) = f(x) + 1$

- $g(x) = |f(x) - 1|$

- $g(x) = f(x) - 2$

- $g(x) = 2f(x)$

- $g(x) = f(x + 2) - 3$

- $g(x) = f(|x|) + 1$



## Naloga

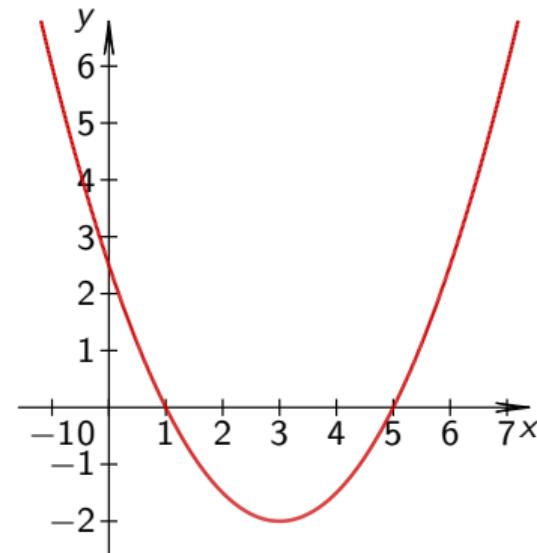
Dana je funkcija  $f(x)$ . Narišite graf funkcije  $g(x)$ .

- $f(x) = x^{-1}$ ,  $g(x) = -f(x)$
- $f(x) = x^{-2}$ ,  $g(x) = 0.5f(x)$
- $f(x) = x^2$ ,  $g(x) = -f(x - 1)$
- $f(x) = x^3$ ,  $g(x) = -2f(x)$
- $f(x) = x^{-2}$ ,  $g(x) = 2f(x + 1)$
- $f(x) = x^{-1}$ ,  $g(x) = 3f(x - 2) - 1$
- $f(x) = x^3$ ,  $g(x) = 2f(x + 1) + 3$



## Naloga

Graf ene od potenčnih funkcij ( $x^2$ ,  $x^3$ ,  $x^{-1}$ ,  $x^{-2}$ ) smo raztegnili v smeri ordinatne osi in ga premaknili v smeri abscisne ter ordinatne osi in tako dobili graf na sliki. Zapišite funkcijo, katere graf je narisani. Z grafa razberite, če je mogoče, definicijsko območje, ničle, začetno vrednost in interval, kjer funkcija narašča. Ali je funkcija injektivna?





## Naloga

