

5.6 Največji skupni delitelj in najmanjši skupni večkratnik

Največji skupni delitelj števil m in n je največje število od tistih, ki delijo števili m in n . Oznaka: $D(m, n)$.

Najmanjši skupni večkratnik števil m in n je najmanjše število od tistih, ki so deljiva s številoma m in n . Oznaka: $v(m, n)$.

Števili m in n , katerih največji skupni delitelj je 1, sta **tuji števili**.

Računanje D in v s prafaktorizacijo števil

- Števili m in n prafaktoriziramo.
- Za $D(m, n)$ vzamemo potence, ki so skupne obema številom v prafaktorizaciji.
- Za $v(m, n)$ vzamemo vse potence, ki se pojavijo v prafaktorizaciji števil, z največjim eksponentom.

Za poljubni naravni števili m in n velja zveza $D(m, n) \cdot v(m, n) = m \cdot n$.

Evklidov algoritem

V tem algoritmu zapored uporabljamo osnovni izrek o deljenju.

Najprej ga uporabimo na danih dveh številih.

V naslednjem koraku deljenec postane prejšnji delitelj, delitelj pa prejšnji ostanek.

V vsakem koraku imamo manjša števila, zato se algoritem konča v končno mnogo korakih.

Največji skupni delitelj danih števil m in n je zadnji od 0 različen ostanek pri deljenju v Evklidovem algoritmu.

Naloga 5.30. Izračunajte največji skupni delitelj in najmanjši skupni večkratnik danih parov števil.

- 6 in 8
- 36 in 48
- 550 in 286
- 6120 in 4158

Naloga 5.31. Preverite, ali sta števili 522 in 4025 tuji števili.

Naloga 5.32. Izračunajte največji skupni delitelj in najmanjši skupni večkratnik treh števil.

- 1320, 6732 in 297
- 372, 190 in 11264

Naloga 5.33. Z Evklidovim algoritmom izračunajte največji skupni delitelj parov števil.

- 754 in 3146
- 4446 in 6325

Naloga 5.34. Izračunajte število b , če velja: $D(78166, b) = 418$ in $v(78166, b) = 1485154$.

Naloga 5.35. Določite največji skupni delitelj izrazov.

- $x^3 - 5x^2 - 24x$ in $x^2 - 64$
- $x^2 + 3x + 10$, $x^3 - 4x$ in $x^3 - 8$
- $x^2 - 15$ in $x^3 - 27$

Naloga 5.36. *Določite najmanjši skupni večkratnik izrazov.*

- $x^2 - 64$ in $x + 8$
- $x, 8 - x$ in $x^2 - 64$
- $x^2 + 3x - 10, 2x$ in $x^2 + 5x$

Naloga 5.37. *Velika Janezova terasa je dolga 1035 cm in široka 330 cm. Janez bi jo rad sam tlakoval s kvadratnimi vinilnimi ploščami. Ker ni najbolj vešč tega dela, bo kupil tako velike plošče, da mu jih ne bo treba rezati. Koliko so največ lahko velik kvadratne plošče? Koliko plošč bo potreboval za tlakovanje?*

Naloga 5.38. *Neca gre v knjižnico vsake 14 dni, Nace pa vsakih 10 dni. V knjižnici se srečata v ponedeljek 1. marca. Čez koliko dni se bosta naslednjič srečala? Na kateri dan in datum?*