

MATEMATIKA

1. letnik – splošna gimnazija

Jan Kastelic

Gimnazija Antona Aškerca,
Šolski center Ljubljana

26. september 2024

1 Osnove logike in teorije množice

Section 1

Osnove logike in teorije množice

- 1 Osnove logike in teorije množice
 - Osnove logike
 - Osnove teorije množic

Izjave

Izjave

Matematična izjava

Izjave

Matematična izjava

Matematična izjava je vsaka smiselna poved, za katero lahko določimo resničnost oziroma pravilnost.

Izjave

Matematična izjava

Matematična izjava je vsaka smiselna poved, za katero lahko določimo resničnost oziroma pravilnost.

Logična vrednost matematične izjave

Izjave

Matematična izjava

Matematična izjava je vsaka smiselna poved, za katero lahko določimo resničnost oziroma pravilnost.

Logična vrednost matematične izjave

Matematična izjava lahko zavzame dve logični vrednosti:

Izjave

Matematična izjava

Matematična izjava je vsaka smiselna poved, za katero lahko določimo resničnost oziroma pravilnost.

Logična vrednost matematične izjave

Matematična izjava lahko zavzame dve logični vrednosti:

- izjava je **resnična/pravilna**, oznaka **R/P/1/T**;

Izjave

Matematična izjava

Matematična izjava je vsaka smiselna poved, za katero lahko določimo resničnost oziroma pravilnost.

Logična vrednost matematične izjave

Matematična izjava lahko zavzame dve logični vrednosti:

- izjava je **resnična/pravilna**, oznaka **R/P/1/⊤**;
- izjava je **neresnična/nepravilna**, oznaka **N/0/⊥**.

Izjave

Matematična izjava

Matematična izjava je vsaka smiselna poved, za katero lahko določimo resničnost oziroma pravilnost.

Logična vrednost matematične izjave

Matematična izjava lahko zavzame dve logični vrednosti:

- izjava je **resnična/pravilna**, oznaka **R/P/1/⊤**;
- izjava je **neresnična/nepravilna**, oznaka **N/0/⊥**.

Izjave označujemo z velikimi tiskanimi črkami ($A, B, C \dots$).

Naloga

Ali so naslednje povedi izjave?

Naloga

Ali so naslednje povedi izjave?

- Danes sije sonce.
- Koliko je ura?
- Piramida je geometrijski lik.
- Daj mi jabolko.
- Število 12 deli število 3.
- Število 3 deli število 10.
- Ali si pisal matematični test odlično?
- Matematični test si pisal odlično.
- Ali je 10 $d|$ isto kot 1 l ?
- Število 41 je praštevilo.

Naloga

Spodnjim izjavam določite logične vrednosti.

Naloga

Spodnjim izjavam določite logične vrednosti.

- A : Najvišja gora v Evropi je Mont Blanc.
- B : Število je deljivo s 4 natanko takrat, ko je vsota števk deljiva s 4.
- C : Ostanek pri deljenju s 4 je lahko 1, 2 ali 3.
- D : Mesec februar ima 28 dni.
- E : Vsa praštevila so liha števila.
- F : Število 1 je naravno število.
- G : Praštevil je neskončno mnogo.

Enostavne in sestavjene izjave

Enostavne in sestavjene izjave

Izjave delimo med:

Enostavne in sestavjene izjave

Izjave delimo med:

- **elementarne/enostavne izjave** – ne moremo jih razstaviti na bolj enostavne;

Enostavne in sestavljene izjave

Izjave delimo med:

- **elementarne/enostavne izjave** – ne moremo jih razstaviti na bolj enostavne;
- **sestavljene izjave** – sestavljene iz elementarnih izjav, ki jih med seboj povezujejo **logične operacije** (imenovane tudi izjavne povezave oziroma logična vezja).

Enostavne in sestavljene izjave

Izjave delimo med:

- **elementarne/enostavne izjave** – ne moremo jih razstaviti na bolj enostavne;
- **sestavljene izjave** – sestavljene iz elementarnih izjav, ki jih med seboj povezujejo **logične operacije** (imenovane tudi izjavne povezave oziroma logična vezja).

Vrednost sestavljene izjave izračunamo glede na vrednosti elementarnih izjav in izjavnih povezav med njimi.

Enostavne in sestavljene izjave

Izjave delimo med:

- **elementarne/enostavne izjave** – ne moremo jih razstaviti na bolj enostavne;
- **sestavljene izjave** – sestavljene iz elementarnih izjav, ki jih med seboj povezujejo **logične operacije** (imenovane tudi izjavne povezave oziroma logična vezja).

Vrednost sestavljene izjave izračunamo glede na vrednosti elementarnih izjav in izjavnih povezav med njimi.

Pravilnost sestavljenih izjav nazorno prikazujejo **resničnostne/pravilnostne tabele**.

Logične operacije

Logične operacije

Negacija

Logične operacije

Negacija

Negacija izjave A je izjava, ki **trdi nasprotno** kot izjava A .

Logične operacije

Negacija

Negacija izjave A je izjava, ki **trdi nasprotno** kot izjava A .

$\neg A$ **Ni res**, da velja izjava A .

Logične operacije

Negacija

Negacija izjave A je izjava, ki **trdi nasprotno** kot izjava A .

$\neg A$ **Ni res**, da velja izjava A .

Če je izjava A pravilna, je $\neg A$ nepravilna in obratno: če je $\neg A$ pravilna, je A nepravilna.

Logične operacije

Negacija

Negacija izjave A je izjava, ki **trdi nasprotno** kot izjava A .

$\neg A$ **Ni res**, da velja izjava A .

Če je izjava A pravilna, je $\neg A$ nepravilna in obratno: če je $\neg A$ pravilna, je A nepravilna.

A	$\neg A$
P	N
N	P

Logične operacije

Negacija

Negacija izjave A je izjava, ki **trdi nasprotno** kot izjava A .

$\neg A$ **Ni res**, da velja izjava A .

Če je izjava A pravilna, je $\neg A$ nepravilna in obratno: če je $\neg A$ pravilna, je A nepravilna.

Negacija negacije izjave je potrditev izjave. $\neg(\neg A) = A$

A	$\neg A$
P	N
N	P

Naloga

Izjavam določite logično vrednost, potem jih zanikajte in določite logično vrednost negacij.

Naloga

Izjavam določite logično vrednost, potem jih zanikajte in določite logično vrednost negacij.

- $A: 5 \cdot 8 = 30$
- B : Število 3 je praštevilo.
- C : Največje dvomestno število je 99.
- D : Število 62 je večkratnik števila 4.
- E : Praštevil je neskončno mnogo.
- $F: 7 \leq 5$
- G : Naša pisava je cirilica.

Konjunkcija

Konjunkcija

Konjunkcija izjav A in B nastane tako, da povežemo izjavi A in B z **in** (**hkrati**).

Konjunkcija

Konjunkcija izjav A in B nastane tako, da povežemo izjavi A in B z **in (hkrati)**.

$A \wedge B$ Velja izjava A **in (hkrati)** izjava B .

Konjunkcija

Konjunkcija izjav A in B nastane tako, da povežemo izjavi A in B z **in (hkrati)**.

$A \wedge B$ Velja izjava A **in (hkrati)** izjava B .

Če sta izjavi A in B pravilni, je pravilna tudi njuna konjunkcija, če je pa ena od izjav nepravilna, je nepravilna tudi njuna konjunkcija.

Konjunkcija

Konjunkcija izjav A in B nastane tako, da povežemo izjavi A in B z **in (hkrati)**.

$A \wedge B$ Velja izjava A **in (hkrati)** izjava B .

Če sta izjavi A in B pravilni, je pravilna tudi njuna konjunkcija, če je pa ena od izjav nepravilna, je nepravilna tudi njuna konjunkcija.

A	B	$A \wedge B$
P	P	P
P	N	N
N	P	N
N	N	N

Naloga

Določite logično vrednost konjunkcijam.

Naloga

Določite logično vrednost konjunkcijam.

- Število 28 je večkratnik števila 3 in večkratnik števila 8.
- Število 7 je praštevilo in je deljivo s številom 1.
- Vsakemu celemu številu lahko pripišemo nasprotno število in obratno število.
- Ostanki pri deljenju števila s 3 so lahko 0, 1 ali 2, pri deljenju s 5 pa 0, 1, 2, 3 ali 4.
- Število je deljivo s 3, če je vsota števk deljiva s 3, in je deljivo z 9, če je vsota števk deljiva z 9.

Disjunkcija

Disjunkcija

Disjunkcija izjav A in B nastane s povezavo **ali**.

Disjunkcija

Disjunkcija izjav A in B nastane s povezavo **ali**.

$A \vee B$ Velja izjava A **ali** izjava B (lahko tudi obe hkrati).

Disjunkcija

Disjunkcija izjav A in B nastane s povezavo **ali**.

$A \vee B$ Velja izjava A **ali** izjava B (lahko tudi obe hkrati).

Disjunkcija je nepravilna, če sta nepravilni obe izjavi, ki jo sestavljata, v preostalih treh primerih je pravilna.

Disjunkcija

Disjunkcija izjav A in B nastane s povezavo **ali**.

$A \vee B$ Velja izjava A **ali** izjava B (lahko tudi obe hkrati).

Disjunkcija je nepravilna, če sta nepravilni obe izjavi, ki jo sestavljata, v preostalih treh primerih je pravilna.

A	B	$A \vee B$
P	P	P
P	N	P
N	P	P
N	N	N

Naloga

Določite logično vrednost disjunkcijam.

Naloga

Določite logično vrednost disjunkcijam.

- Število 24 je večratnik števila 3 ali 8.
- Število 35 ni večratnik števila 7 ali 6.
- Število 5 deli število 16 ali 18.
- Ploščina kvadrata s stranico a je a^2 ali obseg kvadrata je $4a$.
- Ni res, da je vsota notranjih kotov trikotnika 160° , ali ni res, da Pitagorov izrek velja v poljubnem trikotniku.

Komutativnost konjunkcije in disjunkcije

Komutativnost konjunkcije in disjunkcije

$$A \wedge B = B \wedge A$$

$$A \vee B = B \vee A$$

Komutativnost konjunkcije in disjunkcije

$$A \wedge B = B \wedge A$$

$$A \vee B = B \vee A$$

Asociativnost konjunkcije in disjunkcije

Komutativnost konjunkcije in disjunkcije

$$A \wedge B = B \wedge A$$

$$A \vee B = B \vee A$$

Asociativnost konjunkcije in disjunkcije

$$(A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C)$$

$$(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$$

Komutativnost konjunkcije in disjunkcije

$$A \wedge B = B \wedge A$$

$$A \vee B = B \vee A$$

Asociativnost konjunkcije in disjunkcije

$$(A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C)$$

$$(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$$

Distributivnostna zakona za konjunkcijo in disjunkcijo

Komutativnost konjunkcije in disjunkcije

$$A \wedge B = B \wedge A$$

$$A \vee B = B \vee A$$

Asociativnost konjunkcije in disjunkcije

$$(A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C)$$

$$(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$$

Distributivnostna zakona za konjunkcijo in disjunkcijo

$$(A \vee B) \wedge C = (A \wedge C) \vee (B \wedge C)$$

$$(A \wedge B) \vee C = (A \vee C) \wedge (B \vee C)$$

Komutativnost konjunkcije in disjunkcije

$$A \wedge B = B \wedge A$$

$$A \vee B = B \vee A$$

Asociativnost konjunkcije in disjunkcije

$$(A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C)$$

$$(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$$

Distributivnostna zakona za konjunkcijo in disjunkcijo

$$(A \vee B) \wedge C = (A \wedge C) \vee (B \wedge C)$$

$$(A \wedge B) \vee C = (A \vee C) \wedge (B \vee C)$$

De Morganova zakona

Komutativnost konjunkcije in disjunkcije

$$A \wedge B = B \wedge A$$

$$A \vee B = B \vee A$$

Asociativnost konjunkcije in disjunkcije

$$(A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C)$$

$$(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$$

Distributivnostna zakona za konjunkcijo in disjunkcijo

$$(A \vee B) \wedge C = (A \wedge C) \vee (B \wedge C)$$

$$(A \wedge B) \vee C = (A \vee C) \wedge (B \vee C)$$

De Morganova zakona

- negacija konjunkcije je disjunkcija negacij: $\neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$

Komutativnost konjunkcije in disjunkcije

$$A \wedge B = B \wedge A$$

$$A \vee B = B \vee A$$

Asociativnost konjunkcije in disjunkcije

$$(A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C)$$

$$(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$$

Distributivnostna zakona za konjunkcijo in disjunkcijo

$$(A \vee B) \wedge C = (A \wedge C) \vee (B \wedge C)$$

$$(A \wedge B) \vee C = (A \vee C) \wedge (B \vee C)$$

De Morganova zakona

- negacija konjunkcije je disjunkcija negacij: $\neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$
- negacija disjunkcije je konjunkcija negacij: $\neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$

Naloga

Katere od spodnjih izjav so pravilne in katere nepravilne?

Naloga

Katere od spodnjih izjav so pravilne in katere nepravilne?

- $(3 \cdot 4 = 12) \wedge (12 : 4 = 3)$
- $(a^3 \cdot a^5 = a^{15}) \vee (a^3 \cdot a^5 = a^8)$
- $(3|30) \wedge (3|26)$
- $(3|30) \vee (3|26)$
- $(2^3 = 9) \vee (3^2 = 9)$
- $((-2)^2 = 4) \wedge \neg(-2^2 = 4)$

Implikacija

Implikacija

Implikacija izjav A in B je sestavljena izjava, ki jo lahko beremo na različne načine.

Implikacija

Implikacija izjav A in B je sestavljena izjava, ki jo lahko beremo na različne načine.

$A \Rightarrow B$ Če velja izjava A , **potem** velja izjava B . / **Iz A sledi B .**

Implikacija

Implikacija izjav A in B je sestavljena izjava, ki jo lahko beremo na različne načine.

$A \Rightarrow B$ Če velja izjava A , **potem** velja izjava B . / **Iz A sledi B .**

Izjava A je **pogoj** ali **privzetek**, izjava B pa **(logična) posledica** izjave A .

Implikacija

Implikacija izjav A in B je sestavljena izjava, ki jo lahko beremo na različne načine.

$A \Rightarrow B$ Če velja izjava A , **potem** velja izjava B . / **Iz A sledi B .**

Izjava A je **pogoj** ali **privzetek**, izjava B pa **(logična) posledica** izjave A .

Implikacija je nepravilna, ko je izjava A pravilna, izjava B pa nepravilna, v preostalih treh primerih je pravilna.

Implikacija

Implikacija izjav A in B je sestavljena izjava, ki jo lahko beremo na različne načine.

$A \Rightarrow B$ Če velja izjava A , **potem** velja izjava B . / **Iz A sledi B .**

Izjava A je **pogoj** ali **privzetek**, izjava B pa **(logična) posledica** izjave A .

Implikacija je nepravilna, ko je izjava A pravilna, izjava B pa nepravilna, v preostalih treh primerih je pravilna.

A	B	$A \Rightarrow B$
P	P	P
P	N	N
N	P	P
N	N	P

Naloga

Določite, ali so izjave pravilne.

Naloga

Določite, ali so izjave pravilne.

- Če je število deljivo s 100, je deljivo tudi s 4.
- Če je štirikotnik pravokotnik, se diagonali razpolavljata.
- Če je štirikotnik kvadrat, se diagonali sekata pod pravim kotom.
- Če sta števili 2 in 3 lihi števili, potem je produkt teh dveh števil sodo število.
- Če je število 18 deljivo z 9, potem je deljivo s 3.
- Če je 7 večkratnik števila 7, potem 7 deli število 43.
- Če je število deljivo s 4, potem je deljivo z 2.

Ekvivalenca

Ekvivalenca

Ekvivalenca izjavi A in B poveže s **če in samo če** oziroma **natanko tedaj, ko**.

Ekvivalenca

Ekvivalenca izjavi A in B poveže s **če in samo če** oziroma **natanko tedaj, ko**.

$A \Leftrightarrow B$ Izjava A velja, **če in samo če** velja izjava B ./
Izjava A velja **natanko tedaj, ko** velja izjava B .

Ekvivalenca

Ekvivalenca izjavi A in B poveže s **če in samo če** oziroma **natanko tedaj, ko**.

$A \Leftrightarrow B$ Izjava A velja, **če in samo če** velja izjava B ./
Izjava A velja **natanko tedaj, ko** velja izjava B .

Ekvivalenca dveh izjav je pravilna, če imata obe izjavi enako vrednost (ali sta obe pravilni ali obe nepravilni), in nepravilna, če imata izjavi različno vrednost.

Ekvivalenca

Ekvivalenca izjavi A in B poveže s **če in samo če** oziroma **natanko tedaj, ko**.

$A \Leftrightarrow B$ Izjava A velja, **če in samo če** velja izjava B ./
Izjava A velja **natanko tedaj, ko** velja izjava B .

Ekvivalenca dveh izjav je pravilna, če imata obe izjavi enako vrednost (ali sta obe pravilni ali obe nepravilni), in nepravilna, če imata izjavi različno vrednost.

A	B	$A \Leftrightarrow B$
P	P	P
P	N	N
N	P	N
N	N	P

Ekvivalenca

Ekvivalenca izjavi A in B poveže s **če in samo če** oziroma **natanko tedaj, ko**.

$A \Leftrightarrow B$ Izjava A velja, **če in samo če** velja izjava B ./
Izjava A velja **natanko tedaj, ko** velja izjava B .

Ekvivalenca dveh izjav je pravilna, če imata obe izjavi enako vrednost (ali sta obe pravilni ali obe nepravilni), in nepravilna, če imata izjavi različno vrednost.

Ekvivalentni/enakovredni izjavi pomenita eno in isto, lahko ju nadomestimo drugo z drugo.

A	B	$A \Leftrightarrow B$
P	P	P
P	N	N
N	P	N
N	N	P

Naloga

Določite, ali so naslednje izjave pravilne.

Naloga

Določite, ali so naslednje izjave pravilne.

- Število je deljivo z 12 natanko takrat, ko je deljivo s 3 in 4 hkrati.
- Število je deljivo s 24 natanko takrat, ko je deljivo s 4 in 6 hkrati.
- Število je praštevilo natanko takrat, ko ima natanko dva delitelja.
- Štirikotnik je kvadrat natanko tedaj, ko se diagonali sekata pod pravim kotom.
- Število je sodo natanko tedaj, ko je deljivo z 2.

Vrstni red operacij

Vrstni red operacij

Kadar so izjave povezane z več izjavnimi povezavami, pri določanju logične vrednosti upoštevamo oklepaje in naslednji **vrstni red** oziroma **prioriteto izjavnih povezav**:

Vrstni red operacij

Kadar so izjave povezane z več izjavnimi povezavami, pri določanju logične vrednosti upoštevamo oklepaje in naslednji **vrstni red** oziroma **prioriteto izjavnih povezav**:

- 1 negacija,

Vrstni red operacij

Kadar so izjave povezane z več izjavnimi povezavami, pri določanju logične vrednosti upoštevamo oklepaje in naslednji **vrstni red** oziroma **prioriteto izjavnih povezav**:

- 1 negacija,
- 2 konjunkcija,

Vrstni red operacij

Kadar so izjave povezane z več izjavnimi povezavami, pri določanju logične vrednosti upoštevamo oklepaje in naslednji **vrstni red** oziroma **prioriteto izjavnih povezav**:

- 1 negacija,
- 2 konjunkcija,
- 3 disjunkcija,

Vrstni red operacij

Kadar so izjave povezane z več izjavnimi povezavami, pri določanju logične vrednosti upoštevamo oklepaje in naslednji **vrstni red** oziroma **prioriteto izjavnih povezav**:

- ① negacija,
- ② konjunkcija,
- ③ disjunkcija,
- ④ implikacija,

Vrstni red operacij

Kadar so izjave povezane z več izjavnimi povezavami, pri določanju logične vrednosti upoštevamo oklepaje in naslednji **vrstni red** oziroma **prioriteto izjavnih povezav**:

- 1 negacija,
- 2 konjunkcija,
- 3 disjunkcija,
- 4 implikacija,
- 5 ekvivalenca.

Vrstni red operacij

Kadar so izjave povezane z več izjavnimi povezavami, pri določanju logične vrednosti upoštevamo oklepaje in naslednji **vrstni red** oziroma **prioriteto izjavnih povezav**:

- 1 negacija,
- 2 konjunkcija,
- 3 disjunkcija,
- 4 implikacija,
- 5 ekvivalenca.

Če moramo zapored izvesti več enakih izjavnih povezav, velja pravilo združevanja od leve proti desni.

Naloga

V sestavljeni izjavi zapišite oklepaje, ki bodo predstavljali vrstni red operacij. Nato tvorite pravilnostno tabelo za sestavljeno izjavo glede na različne logične vrednosti elementarnih izjav.

Naloga

V sestavljeni izjavi zapišite oklepaje, ki bodo predstavljali vrstni red operacij. Nato tvorite pravilnostno tabelo za sestavljeno izjavo glede na različne logične vrednosti elementarnih izjav.

- $A \vee B \Leftrightarrow \neg A \Rightarrow \neg B$
- $A \vee \neg A \Rightarrow \neg B \wedge (\neg A \Rightarrow B)$
- $A \Rightarrow B \Leftrightarrow \neg B \Rightarrow \neg A$
- $A \wedge \neg B \Leftrightarrow A \Rightarrow B$
- $C \Rightarrow A \vee \neg B \Leftrightarrow \neg A \wedge C$
- $\neg A \vee \neg B \Leftrightarrow B \wedge (C \Leftrightarrow \neg A)$

Tavtologija

Tavtologija

Tavtologija ali **logično pravilna izjava** je sestavljena izjava, ki je pri vseh naborih vrednosti elementarnih izjav, iz katerih je sestavljena, pravilna.

Tavtologija

Tavtologija ali **logično pravilna izjava** je sestavljena izjava, ki je pri vseh naborih vrednosti elementarnih izjav, iz katerih je sestavljena, pravilna.

Protislovje

Tautologija

Tautologija ali **logično pravilna izjava** je sestavljena izjava, ki je pri vseh naborih vrednosti elementarnih izjav, iz katerih je sestavljena, pravilna.

Protislovje

Protislovje je sestavljena izjava, ki ni nikoli pravilna.

Tautologija

Tautologija ali **logično pravilna izjava** je sestavljena izjava, ki je pri vseh naborih vrednosti elementarnih izjav, iz katerih je sestavljena, pravilna.

Protislovje

Protislovje je sestavljena izjava, ki ni nikoli pravilna.

Kvantifikatorja

Tautologija

Tautologija ali **logično pravilna izjava** je sestavljena izjava, ki je pri vseh naborih vrednosti elementarnih izjav, iz katerih je sestavljena, pravilna.

Protislovje

Protislovje je sestavljena izjava, ki ni nikoli pravilna.

Kvantifikatorja

- \forall (beri '(za) vsak') – izjava velja za vsak element dane množice

Tautologija

Tautologija ali **logično pravilna izjava** je sestavljena izjava, ki je pri vseh naborih vrednosti elementarnih izjav, iz katerih je sestavljena, pravilna.

Protislovje

Protislovje je sestavljena izjava, ki ni nikoli pravilna.

Kvantifikatorja

- \forall (beri '(za) vsak') – izjava velja za vsak element dane množice
- \exists (beri 'obstaja' ali 'eksistira') – izjava je pravilna za vsaj en element dane množice

Pomen izjav v matematiki

Pomen izjav v matematiki

Aksiomi so najpreprostejše izjave, ki so očitno pravilne in zato njihove pravilnosti ni treba dokazovati.

Pomen izjav v matematiki

Aksiomi so najpreprostejše izjave, ki so očitno pravilne in zato njihove pravilnosti ni treba dokazovati.

Izreki ali **teoremi** so izjave, ki so pravilne, vendar pa njihova pravilnost ni očitna. Pravilnost izreka (teorema) moramo potrditi z dokazom, ki temelji na aksiomih in na preprostejših že prej dokazanih izrekih.

Pomen izjav v matematiki

Aksiomi so najpreprostejše izjave, ki so očitno pravilne in zato njihove pravilnosti ni treba dokazovati.

Izreki ali **teoremi** so izjave, ki so pravilne, vendar pa njihova pravilnost ni očitna. Pravilnost izreka (teorema) moramo potrditi z dokazom, ki temelji na aksiomih in na preprostejših že prej dokazanih izrekih.

Definicije so izjave, s katerimi uvajamo nove pojme. Najpreprostejših pojmov v matematiki ne opisujemo z definicijami (to so pojmi kot npr.: število, premica ipd.); vsak nadaljnji pojem pa moramo definirati, zato da se nedvoumno ve, o čem govorimo.

Množice

Množice

Množica

Množice

Množica

Množica je skupek elementov, ki imajo neko skupno lastnost.

Množice

Množica

Množica je skupek elementov, ki imajo neko skupno lastnost.

Množica je določena, če:

Množice

Množica

Množica je skupek elementov, ki imajo neko skupno lastnost.

Množica je določena, če:

- lahko naštejemo vse njene elemente ali

Množice

Množica

Množica je skupek elementov, ki imajo neko skupno lastnost.

Množica je določena, če:

- lahko naštejemo vse njene elemente ali
- poznamo pravilo/skupno lastnost, ki pove, kateri elementi so v množici.

Množice

Množica

Množica je skupek elementov, ki imajo neko skupno lastnost.

Množica je določena, če:

- lahko naštejemo vse njene elemente ali
- poznamo pravilo/skupno lastnost, ki pove, kateri elementi so v množici.

Označujemo jih z velikimi črkami ($\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C} \dots$ ali $A, B, C \dots$).

Množice

Množica

Množica je skupek elementov, ki imajo neko skupno lastnost.

Množica je določena, če:

- lahko naštejemo vse njene elemente ali
- poznamo pravilo/skupno lastnost, ki pove, kateri elementi so v množici.

Označujemo jih z velikimi črkami ($\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C} \dots$ ali $A, B, C \dots$).

Univerzalna množica

Množice

Množica

Množica je skupek elementov, ki imajo neko skupno lastnost.

Množica je določena, če:

- lahko naštejemo vse njene elemente ali
- poznamo pravilo/skupno lastnost, ki pove, kateri elementi so v množici.

Označujemo jih z velikimi črkami ($\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C} \dots$ ali $A, B, C \dots$).

Univerzalna množica

Univerzalna množica ali **univerzum** (\mathcal{U}) je množica vseh elementov, ki v danem primeru nastopajo oziroma jih opazujemo.

Element množice

Element množice

Element množice je objekt v množici.

Element množice

Element množice je objekt v množici.

Označujemo jih z malimi črkami ($a, b, c \dots$).

Element množice

Element množice je objekt v množici.

Označujemo jih z malimi črkami ($a, b, c \dots$).

Elemente množice zapisujemo v zavitem oklepaju (npr. $\mathcal{A} = \{a, b, c\}$).

Element množice

Element množice je objekt v množici.

Označujemo jih z malimi črkami ($a, b, c \dots$).

Elemente množice zapisujemo v zavitem oklepaju (npr. $\mathcal{A} = \{a, b, c\}$).

Element je lahko vsebovan v množici (npr. $a \in \mathcal{A}$) ali pa v množici ni vsebovan (npr. $d \notin \mathcal{A}$).

Element množice

Element množice je objekt v množici.

Označujemo jih z malimi črkami ($a, b, c \dots$).

Elemente množice zapisujemo v zavitem oklepaju (npr. $\mathcal{A} = \{a, b, c\}$).

Element je lahko vsebovan v množici (npr. $a \in \mathcal{A}$) ali pa v množici ni vsebovan (npr. $d \notin \mathcal{A}$).

Prazna množica

Element množice

Element množice je objekt v množici.

Označujemo jih z malimi črkami ($a, b, c \dots$).

Elemente množice zapisujemo v zavitem oklepaju (npr. $\mathcal{A} = \{a, b, c\}$).

Element je lahko vsebovan v množici (npr. $a \in \mathcal{A}$) ali pa v množici ni vsebovan (npr. $d \notin \mathcal{A}$).

Prazna množica

Prazna množica ($\emptyset, \{\}$) je množica, ki ne vsebuje nobenega elementa.

Moč množice

Moč množice

Moč množice

Moč množice

Moč množice

Število elementov v množici predstavlja **moč množice**.

Moč množice

Moč množice

Število elementov v množici predstavlja **moč množice**. Oznaka: $\mathbf{m}(\mathcal{A})$ ali $|\mathcal{A}|$.

Moč množice

Moč množice

Število elementov v množici predstavlja **moč množice**. Oznaka: $\mathbf{m}(\mathcal{A})$ ali $|\mathcal{A}|$.

Množica je lahko:

Moč množice

Moč množice

Število elementov v množici predstavlja **moč množice**. Oznaka: $m(\mathcal{A})$ ali $|\mathcal{A}|$.

Množica je lahko:

- **končna množica** – vsebuje končno mnogo elementov: $m(\mathcal{A}) = n$;

Moč množice

Moč množice

Število elementov v množici predstavlja **moč množice**. Oznaka: $\mathbf{m}(\mathcal{A})$ ali $|\mathcal{A}|$.

Množica je lahko:

- **končna množica** – vsebuje končno mnogo elementov: $\mathbf{m}(\mathcal{A}) = \mathbf{n}$;
- **neskončna množica** – vsebuje neskončno mnogo elementov: $\mathbf{m}(\mathcal{A}) = \infty$.

Moč množice

Moč množice

Število elementov v množici predstavlja **moč množice**. Oznaka: $\mathbf{m}(\mathcal{A})$ ali $|\mathcal{A}|$.

Množica je lahko:

- **končna množica** – vsebuje končno mnogo elementov: $\mathbf{m}(\mathcal{A}) = \mathbf{n}$;
- **neskončna množica** – vsebuje neskončno mnogo elementov: $\mathbf{m}(\mathcal{A}) = \infty$.

Če ima množica toliko elementov, kot jih ima množica naravnih števil, je ta števno neskončna.

Moč množice

Moč množice

Število elementov v množici predstavlja **moč množice**. Oznaka: $\mathbf{m}(\mathcal{A})$ ali $|\mathcal{A}|$.

Množica je lahko:

- **končna množica** – vsebuje končno mnogo elementov: $\mathbf{m}(\mathcal{A}) = \mathbf{n}$;
- **neskončna množica** – vsebuje neskončno mnogo elementov: $\mathbf{m}(\mathcal{A}) = \infty$.

Če ima množica toliko elementov, kot jih ima množica naravnih števil, je ta števno neskončna. Njeno moč pišemo kot: $m(\mathcal{A}) = \aleph_0$.

Moč množice

Moč množice

Število elementov v množici predstavlja **moč množice**. Oznaka: $\mathbf{m}(\mathcal{A})$ ali $|\mathcal{A}|$.

Množica je lahko:

- **končna množica** – vsebuje končno mnogo elementov: $\mathbf{m}(\mathcal{A}) = \mathbf{n}$;
- **neskončna množica** – vsebuje neskončno mnogo elementov: $\mathbf{m}(\mathcal{A}) = \infty$.

Če ima množica toliko elementov, kot jih ima množica naravnih števil, je ta števno neskončna. Njeno moč pišemo kot: $m(\mathcal{A}) = \aleph_0$.

Za množici, ki imata isto moč, rečemo, da sta **ekvipolentni** oziroma **ekvipotentni**.

Naloga

Naštejte elemente množice in zapišite njeno moč, če je $\mathcal{U} = \mathbb{N}$.

Naloga

Naštejte elemente množice in zapišite njeno moč, če je $\mathcal{U} = \mathbb{N}$.

- $\mathcal{A} = \{x; x \mid 24\}$
- $\mathcal{B} = \{x; 3 < x \leq 7\}$
- $\mathcal{C} = \{x; x = 4k \wedge k \in \mathbb{N} \wedge k \leq 5\}$
- $\mathcal{D} = \{x; x = 3k + 2 \wedge k \in \mathbb{N} \wedge (4 < k \leq 8)\}$

Naloga

Naštejte elemente množice in zapišite njeno moč, če je $\mathcal{U} = \mathbb{N}$.

- $\mathcal{A} = \{x; x \mid 24\}$
- $\mathcal{B} = \{x; 3 < x \leq 7\}$
- $\mathcal{C} = \{x; x = 4k \wedge k \in \mathbb{N} \wedge k \leq 5\}$
- $\mathcal{D} = \{x; x = 3k + 2 \wedge k \in \mathbb{N} \wedge (4 < k \leq 8)\}$

Naloga

Naj bo $\mathcal{U} = \mathbb{N}$. Zapišite množico tako, da naštete njene elemente. Določite še njeno moč.

Naloga

Naštejte elemente množice in zapišite njeno moč, če je $\mathcal{U} = \mathbb{N}$.

- $\mathcal{A} = \{x; x \mid 24\}$
- $\mathcal{B} = \{x; 3 < x \leq 7\}$
- $\mathcal{C} = \{x; x = 4k \wedge k \in \mathbb{N} \wedge k \leq 5\}$
- $\mathcal{D} = \{x; x = 3k + 2 \wedge k \in \mathbb{N} \wedge (4 < k \leq 8)\}$

Naloga

Naj bo $\mathcal{U} = \mathbb{N}$. Zapišite množico tako, da naštejete njene elemente. Določite še njeno moč.

- Množica vseh deliteljev števila 18.
- Množica praštevil, ki so manjša od 20.
- Množica večkratnikov števila 5, ki so večji od 50 in manjši ali enaki 70.

Naloga

Zapišite množico s simboli.

Naloga

Zapišite množico s simboli.

- Množica vseh sodih naravnih števil.
- Množica vseh naravnih števil, ki dajo pri deljenju s 7 ostanek 5.

Naloga

Zapišite množico s simboli.

- Množica vseh sodih naravnih števil.
- Množica vseh naravnih števil, ki dajo pri deljenju s 7 ostanek 5.

Naloga

Podane so množice tako, da so naštetih njihovi elementi. Množice zapišite s simboli.

Naloga

Zapišite množico s simboli.

- Množica vseh sodih naravnih števil.
- Množica vseh naravnih števil, ki dajo pri deljenju s 7 ostanek 5.

Naloga

Podane so množice tako, da so naštetih njihovi elementi. Množice zapišite s simboli.

- $\mathcal{A} = \{1, 2, 3, 6\}$
- $\mathcal{B} = \{6, 12, 18, 24, 30\}$
- $\mathcal{C} = \{10, 12, 14, 16, 18, 20\}$
- $\mathcal{D} = \{2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024\}$
- $\mathcal{E} = \{1, 4, 9, 16, 25, 36, 49\}$

Podmnožica

Podmnožica

Množica \mathcal{B} je **podmnožica** množice \mathcal{A} , če za vsak element iz \mathcal{B} velja, da je tudi element množice \mathcal{A} .

Podmnožica

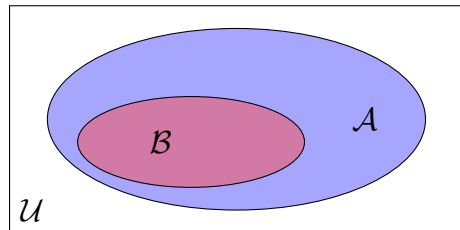
Množica \mathcal{B} je **podmnožica** množice \mathcal{A} , če za vsak element iz \mathcal{B} velja, da je tudi element množice \mathcal{A} .

$$\mathcal{B} \subseteq \mathcal{A} \Leftrightarrow \forall x \in \mathcal{B} \Rightarrow x \in \mathcal{A}$$

Podmnožica

Množica \mathcal{B} je **podmnožica** množice \mathcal{A} , če za vsak element iz \mathcal{B} velja, da je tudi element množice \mathcal{A} .

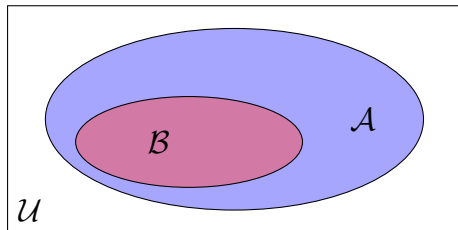
$$\mathcal{B} \subseteq \mathcal{A} \Leftrightarrow \forall x \in \mathcal{B} \Rightarrow x \in \mathcal{A}$$



Podmnožica

Množica \mathcal{B} je **podmnožica** množice \mathcal{A} , če za vsak element iz \mathcal{B} velja, da je tudi element množice \mathcal{A} .

$$\mathcal{B} \subseteq \mathcal{A} \Leftrightarrow \forall x \in \mathcal{B} \Rightarrow x \in \mathcal{A}$$

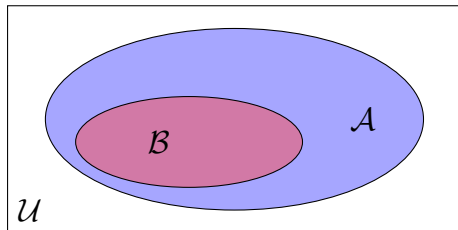


- $\forall \mathcal{A} : \mathcal{A} \subseteq \mathcal{A}$ – Vsaka množica je podmnožica same sebe.

Podmnožica

Množica \mathcal{B} je **podmnožica** množice \mathcal{A} , če za vsak element iz \mathcal{B} velja, da je tudi element množice \mathcal{A} .

$$\mathcal{B} \subseteq \mathcal{A} \Leftrightarrow \forall x \in \mathcal{B} \Rightarrow x \in \mathcal{A}$$

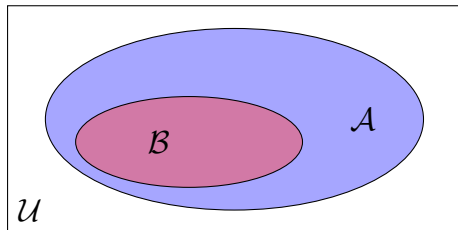


- $\forall \mathcal{A} : \mathcal{A} \subseteq \mathcal{A}$ – Vsaka množica je podmnožica same sebe.
- $\forall \mathcal{A} : \emptyset \subseteq \mathcal{A}$ – Prazna množica je podmnožica vsake množice.

Podmnožica

Množica \mathcal{B} je **podmnožica** množice \mathcal{A} , če za vsak element iz \mathcal{B} velja, da je tudi element množice \mathcal{A} .

$$\mathcal{B} \subseteq \mathcal{A} \Leftrightarrow \forall x \in \mathcal{B} \Rightarrow x \in \mathcal{A}$$



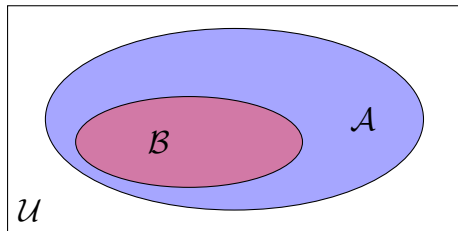
- $\forall \mathcal{A} : \mathcal{A} \subseteq \mathcal{A}$ – Vsaka množica je podmnožica same sebe.
- $\forall \mathcal{A} : \emptyset \subseteq \mathcal{A}$ – Prazna množica je podmnožica vsake množice.

Moč podmnožice \mathcal{B} množice \mathcal{A} je manjša ali enaka moči množice \mathcal{A} :

Podmnožica

Množica \mathcal{B} je **podmnožica** množice \mathcal{A} , če za vsak element iz \mathcal{B} velja, da je tudi element množice \mathcal{A} .

$$\mathcal{B} \subseteq \mathcal{A} \Leftrightarrow \forall x \in \mathcal{B} \Rightarrow x \in \mathcal{A}$$



- $\forall \mathcal{A} : \mathcal{A} \subseteq \mathcal{A}$ – Vsaka množica je podmnožica same sebe.
- $\forall \mathcal{A} : \emptyset \subseteq \mathcal{A}$ – Prazna množica je podmnožica vsake množice.

Moč podmnožice \mathcal{B} množice \mathcal{A} je manjša ali enaka moči množice \mathcal{A} :

$$\mathcal{B} \subseteq \mathcal{A} \Rightarrow m(\mathcal{B}) \leq m(\mathcal{A})$$

Množici \mathcal{A} in \mathcal{B} sta **enaki**, če imata iste elemente; sta druga drugi podmnožici.

Množici \mathcal{A} in \mathcal{B} sta **enaki**, če imata iste elemente; sta druga drugi podmnožici.

$$\mathcal{A} = \mathcal{B} \Leftrightarrow (\mathcal{A} \subseteq \mathcal{B}) \wedge (\mathcal{B} \subseteq \mathcal{A})$$

Množici \mathcal{A} in \mathcal{B} sta **enaki**, če imata iste elemente; sta druga drugi podmnožici.

$$\mathcal{A} = \mathcal{B} \Leftrightarrow (\mathcal{A} \subseteq \mathcal{B}) \wedge (\mathcal{B} \subseteq \mathcal{A})$$

Podmnožica \mathcal{B} množice \mathcal{A} , ki ni enaka množici \mathcal{A} , je **prava podmnožica** množice \mathcal{A} .

Množici \mathcal{A} in \mathcal{B} sta **enaki**, če imata iste elemente; sta druga drugi podmnožici.

$$\mathcal{A} = \mathcal{B} \Leftrightarrow (\mathcal{A} \subseteq \mathcal{B}) \wedge (\mathcal{B} \subseteq \mathcal{A})$$

Podmnožica \mathcal{B} množice \mathcal{A} , ki ni enaka množici \mathcal{A} , je **prava podmnožica** množice \mathcal{A} .

Potenčna množica

Množici \mathcal{A} in \mathcal{B} sta **enaki**, če imata iste elemente; sta druga drugi podmnožici.

$$\mathcal{A} = \mathcal{B} \Leftrightarrow (\mathcal{A} \subseteq \mathcal{B}) \wedge (\mathcal{B} \subseteq \mathcal{A})$$

Podmnožica \mathcal{B} množice \mathcal{A} , ki ni enaka množici \mathcal{A} , je **prava podmnožica** množice \mathcal{A} .

Potenčna množica

Potenčna množica množice \mathcal{A} je množica vseh podmnožic množice \mathcal{A} .

Množici \mathcal{A} in \mathcal{B} sta **enaki**, če imata iste elemente; sta druga drugi podmnožici.

$$\mathcal{A} = \mathcal{B} \Leftrightarrow (\mathcal{A} \subseteq \mathcal{B}) \wedge (\mathcal{B} \subseteq \mathcal{A})$$

Podmnožica \mathcal{B} množice \mathcal{A} , ki ni enaka množici \mathcal{A} , je **prava podmnožica** množice \mathcal{A} .

Potenčna množica

Potenčna množica množice \mathcal{A} je množica vseh podmnožic množice \mathcal{A} .

Oznaka: $\mathcal{P}\mathcal{A}$ / $\mathcal{P}(\mathcal{A})$.

Množici \mathcal{A} in \mathcal{B} sta **enaki**, če imata iste elemente; sta druga drugi podmnožici.

$$\mathcal{A} = \mathcal{B} \Leftrightarrow (\mathcal{A} \subseteq \mathcal{B}) \wedge (\mathcal{B} \subseteq \mathcal{A})$$

Podmnožica \mathcal{B} množice \mathcal{A} , ki ni enaka množici \mathcal{A} , je **prava podmnožica** množice \mathcal{A} .

Potenčna množica

Potenčna množica množice \mathcal{A} je množica vseh podmnožic množice \mathcal{A} .

Oznaka: $\mathcal{P}\mathcal{A}$ / $\mathcal{P}(\mathcal{A})$.

$$\mathcal{P}\mathcal{A} = \{\mathcal{X}; \mathcal{X} \subseteq \mathcal{A}\}$$

Množici \mathcal{A} in \mathcal{B} sta **enaki**, če imata iste elemente; sta druga drugi podmnožici.

$$\mathcal{A} = \mathcal{B} \Leftrightarrow (\mathcal{A} \subseteq \mathcal{B}) \wedge (\mathcal{B} \subseteq \mathcal{A})$$

Podmnožica \mathcal{B} množice \mathcal{A} , ki ni enaka množici \mathcal{A} , je **prava podmnožica** množice \mathcal{A} .

Potenčna množica

Potenčna množica množice \mathcal{A} je množica vseh podmnožic množice \mathcal{A} .

Oznaka: $\mathcal{P}\mathcal{A}$ / $\mathcal{P}(\mathcal{A})$.

$$\mathcal{P}\mathcal{A} = \{\mathcal{X}; \mathcal{X} \subseteq \mathcal{A}\}$$

$$m(\mathcal{P}\mathcal{A}) = 2^{m(\mathcal{A})}$$

Množici \mathcal{A} in \mathcal{B} sta **enaki**, če imata iste elemente; sta druga drugi podmnožici.

$$\mathcal{A} = \mathcal{B} \Leftrightarrow (\mathcal{A} \subseteq \mathcal{B}) \wedge (\mathcal{B} \subseteq \mathcal{A})$$

Podmnožica \mathcal{B} množice \mathcal{A} , ki ni enaka množici \mathcal{A} , je **prava podmnožica** množice \mathcal{A} .

Potenčna množica

Potenčna množica množice \mathcal{A} je množica vseh podmnožic množice \mathcal{A} .

Oznaka: $\mathcal{P}\mathcal{A}$ / $\mathcal{P}(\mathcal{A})$.

$$\mathcal{P}\mathcal{A} = \{\mathcal{X}; \mathcal{X} \subseteq \mathcal{A}\}$$

$$m(\mathcal{P}\mathcal{A}) = 2^{m(\mathcal{A})}$$

Potenčna množica ni nikoli prazna – vsebuje vsaj prazno množico.

Naloga

Dana je množica $\mathcal{A} = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$. Zapišite njeno potenčno množico. Kakšna je njena moč?

Naloga

Dana je množica $\mathcal{A} = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$. Zapišite njeno potenčno množico. Kakšna je njena moč?

Naloga

Dana je množica $\mathcal{A} = \{a, b, c, d\}$. Zapišite njeno potenčno množico. Kakšna je njena moč?

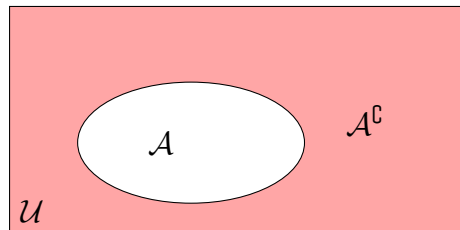
Operacije z množicami

Komplement množice

Komplement množice \mathcal{A} (glede na izbrani univerzum \mathcal{U}) je množica vseh elementov, ki so v množici \mathcal{U} in niso v množici \mathcal{A} .

Oznaka: \mathcal{A}^c / \mathcal{A}' .

$$\mathcal{A}^c = \{x; x \in \mathcal{U} \wedge x \notin \mathcal{A}\}$$



$$(\mathcal{A}^c)^c = \mathcal{A}$$

Naloga

Naj bo univerzalna množica $\mathcal{U} = \{x; x \in \mathbb{N} \wedge x \leq 20\}$. Zapišite komplementarno množico danih množic. Kakšna je njena mmoč?

Naloga

Naj bo univerzalna množica $\mathcal{U} = \{x; x \in \mathbb{N} \wedge x \leq 20\}$. Zapišite komplementarno množico danih množic. Kakšna je njena mmoč?

- $\mathcal{A} = \{x; x = 3k \wedge k \in \mathbb{N}\}$
- $\mathcal{B} = \{x; x \in \mathbb{N} \wedge x \mid 20\}$
- $\mathcal{C} = \{x; x = 2k \vee x = 3k \wedge k \in \mathbb{N}\}$

Unija množic

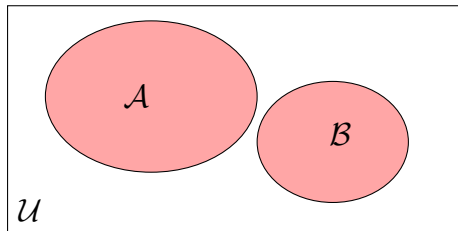
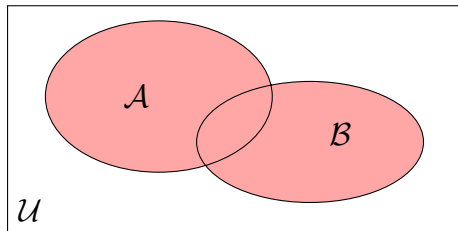
Unija množic \mathcal{A} in \mathcal{B} je množica vseh elementov, ki pripadajo množici \mathcal{A} ali množici \mathcal{B} .
Oznaka: $\mathcal{A} \cup \mathcal{B}$.

$$\mathcal{A} \cup \mathcal{B} = \{x; x \in \mathcal{A} \vee x \in \mathcal{B}\}$$

$$\mathcal{A} \cup \mathcal{A}^c = \mathcal{U}$$

$$\mathcal{A} \cup \emptyset = \mathcal{A}$$

$$\mathcal{A} \cup \mathcal{U} = \mathcal{U}$$



Naloga

Dani sta množici \mathcal{A} in \mathcal{B} . Zapišite množico $\mathcal{A} \cup \mathcal{B}$. Določite še njeno moč.

Naloga

Dani sta množici \mathcal{A} in \mathcal{B} . Zapišite množico $\mathcal{A} \cup \mathcal{B}$. Določite še njeno moč.

- $\mathcal{A} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ in $\mathcal{B} = \{3, 4, 5, 6, 7\}$
- $\mathcal{A} = \{4, 8, 12, 16, 20\}$ in $\mathcal{B} = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$
- $\mathcal{A} = \{x; x \in \mathbb{N} \wedge x \mid 18\}$ in $\mathcal{B} = \{x; x \in \mathbb{N} \wedge x \mid 21\}$
- $\mathcal{A} = \{5, 10, 15, 20, \dots\}$ in $\mathcal{B} = \{10, 20, 30, 40, 50, \dots\}$
- $\mathcal{A} = \{x; x = 6k \wedge k \in \mathbb{N} \wedge k \leq 4\}$ in $\mathcal{B} = \{x; x \in \mathbb{N} \wedge x \mid 12\}$

Presek množic

Presek množic \mathcal{A} in \mathcal{B} je množica vseh elementov, ki hkrati pripadajo množici \mathcal{A} in množici \mathcal{B} .

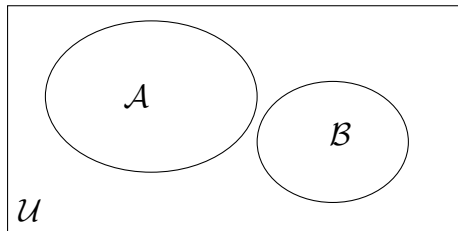
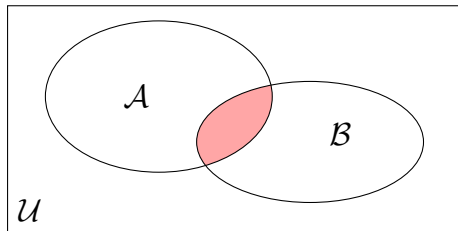
Oznaka: $\mathcal{A} \cap \mathcal{B}$.

$$\mathcal{A} \cap \mathcal{B} = \{x; x \in \mathcal{A} \wedge x \in \mathcal{B}\}$$

$$\mathcal{A} \cap \mathcal{A}^c = \emptyset$$

$$\mathcal{A} \cap \emptyset = \emptyset$$

$$\mathcal{A} \cap \mathcal{U} = \mathcal{A}$$



Naloga

Dani sta množici \mathcal{A} in \mathcal{B} . Zapišite množico $\mathcal{A} \cap \mathcal{B}$. Določite še njeno moč.

Naloga

Dani sta množici \mathcal{A} in \mathcal{B} . Zapišite množico $\mathcal{A} \cap \mathcal{B}$. Določite še njeno moč.

- $\mathcal{A} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ in $\mathcal{B} = \{3, 4, 5, 6, 7\}$
- $\mathcal{A} = \{4, 8, 12, 16, 20\}$ in $\mathcal{B} = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$
- $\mathcal{A} = \{x; x \in \mathbb{N} \wedge x \mid 18\}$ in $\mathcal{B} = \{x; x \in \mathbb{N} \wedge x \mid 21\}$
- $\mathcal{A} = \{5, 10, 15, 20, \dots\}$ in $\mathcal{B} = \{10, 20, 30, 40, 50, \dots\}$
- $\mathcal{A} = \{x; x = 6k \wedge k \in \mathbb{N} \wedge k \leq 4\}$ in $\mathcal{B} = \{x; x \in \mathbb{N} \wedge x \mid 12\}$

Za množici \mathcal{A} in \mathcal{B} velja:

$$m(\mathcal{A} \cup \mathcal{B}) = m(\mathcal{A}) + m(\mathcal{B}) - m(\mathcal{A} \cap \mathcal{B})$$

Množici, katerih presek je prazna množica, sta **disjunktni** množici.

$$\mathcal{A} \cap \mathcal{B} = \emptyset \Rightarrow m(\mathcal{A} \cap \mathcal{B}) = 0$$

$$\mathcal{A} \cap \mathcal{B} = \emptyset \Rightarrow m(\mathcal{A} \cup \mathcal{B}) = m(\mathcal{A}) + m(\mathcal{B})$$

Komutativnost unije in preseka

$$\mathcal{A} \cup \mathcal{B} = \mathcal{B} \cup \mathcal{A}$$

$$\mathcal{A} \cap \mathcal{B} = \mathcal{B} \cap \mathcal{A}$$

Asociativnost unije in preseka

$$(\mathcal{A} \cup \mathcal{B}) \cup \mathcal{C} = \mathcal{A} \cup (\mathcal{B} \cup \mathcal{C})$$

$$(\mathcal{A} \cap \mathcal{B}) \cap \mathcal{C} = \mathcal{A} \cap (\mathcal{B} \cap \mathcal{C})$$

Distributivnostna zakona za unijo in presek

$$(\mathcal{A} \cup \mathcal{B}) \cap \mathcal{C} = (\mathcal{A} \cap \mathcal{C}) \cup (\mathcal{B} \cap \mathcal{C})$$

$$(\mathcal{A} \cap \mathcal{B}) \cup \mathcal{C} = (\mathcal{A} \cup \mathcal{C}) \cap (\mathcal{B} \cup \mathcal{C})$$

De Morganova zakona

Komplement preseka dveh množic je enak uniji komplementov obeh množic:

$$(\mathcal{A} \cap \mathcal{B})^c = \mathcal{A}^c \cup \mathcal{B}^c.$$

Komplement unije dveh množic je enak preseku komplementov obeh množic:

$$(\mathcal{A} \cup \mathcal{B})^c = \mathcal{A}^c \cap \mathcal{B}^c.$$

Razlika množic

Razlika množic \mathcal{A} in \mathcal{B} je množica tistih elementov, ki pripadajo množici \mathcal{A} in hkrati ne pripadajo množici \mathcal{B} .

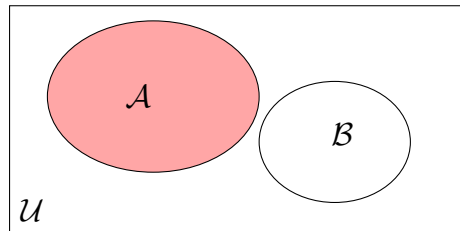
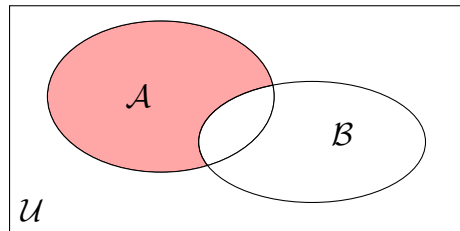
Oznaka: $\mathcal{A} \setminus \mathcal{B}$ / $\mathcal{A} - \mathcal{B}$.

$$\mathcal{A} \setminus \mathcal{B} = \{x; x \in \mathcal{A} \wedge x \notin \mathcal{B}\}$$

$$\mathcal{A} \setminus \mathcal{B} = \mathcal{A} \cap \mathcal{B}^c$$

$$\mathcal{A} \setminus \mathcal{B} \neq \mathcal{B} \setminus \mathcal{A}$$

$$\mathcal{A} \setminus \mathcal{A} = \emptyset$$



Naloga

Dani sta množici \mathcal{A} in \mathcal{B} . Zapišite njuno razliko $\mathcal{A} \setminus \mathcal{B}$.

Naloga

Dani sta množici \mathcal{A} in \mathcal{B} . Zapišite njuno razliko $\mathcal{A} \setminus \mathcal{B}$.

- $\mathcal{A} = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$ in $\mathcal{B} = \{x; x \in \mathbb{N} \wedge x > 10\}$
- $\mathcal{A} = \{x; x = 3k \wedge k \in \mathbb{N} \wedge k < 7\}$ in $\mathcal{B} = \{x; x = 6k \wedge k \in \mathbb{N}\}$
- $\mathcal{A} = \{x; x = 6k \wedge k \in \mathbb{N} \wedge k < 4\}$ in $\mathcal{B} = \{x; x = 3k \wedge k \in \mathbb{N}\}$

Kartezični produkt množic

Kartezični produkt (nepraznih) množic \mathcal{A} in \mathcal{B} je množica urejenih parov (x, y) , pri čemer je $x \in \mathcal{A}$ in $y \in \mathcal{B}$.

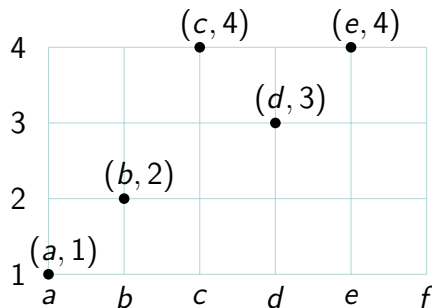
Oznaka: $\mathcal{A} \times \mathcal{B}$.

$$\mathcal{A} \times \mathcal{B} = \{(x, y); x \in \mathcal{A} \wedge y \in \mathcal{B}\}$$

$$x \neq y \Rightarrow (x, y) \neq (y, x)$$

$$\mathcal{A} \neq \mathcal{B} \Rightarrow \mathcal{A} \times \mathcal{B} \neq \mathcal{B} \times \mathcal{A}$$

$$m(\mathcal{A} \times \mathcal{B}) = m(\mathcal{A}) \cdot m(\mathcal{B})$$



$$\mathcal{A} \times \mathcal{B}$$

$$\mathcal{A} = \{a, b, c, d, e, f\}$$

$$\mathcal{B} = \{1, 2, 3, 4\}$$

Naloga

Dani sta množici \mathcal{A} in \mathcal{B} . Zapišite njun kartezični produkt $\mathcal{A} \times \mathcal{B}$.

Naloga

Dani sta množici \mathcal{A} in \mathcal{B} . Zapišite njun kartezični produkt $\mathcal{A} \times \mathcal{B}$.

- $\mathcal{A} = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$ in $\mathcal{B} = \{x; x \in \mathbb{N} \wedge x > 10\}$
- $\mathcal{A} = \{x; x = 3k \wedge k \in \mathbb{N} \wedge k < 7\}$ in $\mathcal{B} = \{x; x = 6k \wedge k \in \mathbb{N}\}$
- $\mathcal{A} = \{x; x = 6k \wedge k \in \mathbb{N} \wedge k < 4\}$ in $\mathcal{B} = \{x; x = 3k \wedge k \in \mathbb{N}\}$