MATEMATIKA

7. razred – osnovna šola

Jan Kastelic

Fakulteta za matematiko in fiziko,
Univerza v Ljubljani

14. december 2023

Vsebina

Section 1

Računanje z ulomki

1. Računanje z ulomki
   - Ulomki z enakimi imenovalci
   - Seštevanje ulomkov
   - Odštevanje ulomkov
   - Množenje ulomka z naravnim številom
   - Množenje ulomka z ulomkom
   - Deljenje ulomka z naravnim številom
   - Deljenje ulomka z ulomkom
   - Številski izrazi
   - Naloge z besedilo
   - Izrazi s spremenljivkami
   - Enačbe in neenačbe

Ulomki z enakimi imenovalci

Ulomke z enakimi imenovalci **seštevamo** tako, da **seštejemo števce**, **imenovalce** pa **prepišemo**.

$$\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{c}} + \frac{\mathbf{b}}{\mathbf{c}} = \frac{\mathbf{a} + \mathbf{b}}{\mathbf{c}},$$

pri pogoju, da $c \neq 0$.

Ulomke z enakimi imenovalci **odštevamo** tako, da **imenovalec prepišemo**, števec pa izračunamo tako, da **od števca prvega ulomka odštejemo števec drugega ulomka**.

$$\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{c}} - \frac{\mathbf{b}}{\mathbf{c}} = \frac{\mathbf{a} - \mathbf{b}}{\mathbf{c}},$$

pri pogoju, da $a \leq b$ in $c \neq 0$.

Seštevanje ulomkov

Seštevanje ulomkov z različnimi imenovalci

Ulomke z **različnimi imenovalci seštevamo** tako, da jih najprej **razširimo na skupni imenovalec**, imenovalec prepišemo, števce pa seštejemo.

POMNI

Dobljeni rezultat zapišemo s celim delom in delom, manjšim od 1.

POMNI

Rezultat vedno zapišemo kot okrajšan ulomek.

Odštevanje ulomkov

Odštevanje ulomkov z različnimi imenovalci

Ulomke z **različnimi imenovalci odštevamo** tako, da jih najprej **razširimo na skupni imenovalec**, imenovalec prepišemo, od števca zmanjševanca (prvega ulomka) pa odštejemo števec odštevanca (drugega ulomka).

POMNI

Če moramo zaporedoma odšteti več odštevancev, odštevance seštejemo in nato odštejemo njihovo vsoto.

Množenje ulomka z naravnim številom

Ulomek **množimo z naravnim številom** tako, da **števec pomnožimo z naravnim številom**, **imenovalec** pa **prepišemo**.

$$\mathbf{n} \cdot \frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}} = \frac{\mathbf{n} \cdot \mathbf{a}}{\mathbf{b}},$$

pri pogoju, da $b \neq 0$.

POZOR

$$n \cdot \frac{a}{b} \neq n\frac{a}{b}$$

Množenje ulomka z ulomkom

Ulomek **množimo** z ulomkom tako, da **pomnožimo števec s števcem** in **imenovalec z imenovalcem**.

$$\mathbf{\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}},$$

pri pogoju, da $b \neq 0, d \neq 0$.

POZOR

$$m\frac{a}{b} \cdot n\frac{c}{d} \neq m \cdot n\frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

POMNI

Rezultat naj bo vedno okrajšani ulomek. Če je mogoče, naj bo zapisan s celim delom in ulomkom, manjšim od 1.

Deljenje ulomka z naravnim številom

Ulomek delimo z naravnim številom na dva načina:

1. **števec** ulomka **delimo** z naravnim številom:

$$\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}} : \mathbf{n} = \frac{\mathbf{a} : \mathbf{n}}{\mathbf{b}};$$

2. **imenovalec** ulomka **pomnožimo** z naravnim številom:

$$\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}} : \mathbf{n} = \frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b} \cdot \mathbf{n}}.$$

POZOR

Drugi način je vedno mogoč, prvi pa le, če je števec ulomka deljiv z danim naravnim številom.

Deljenje ulomka z ulomkom

Obratni ulomek

Obratna ulomka sta ulomka, katerih produkt je enak 1.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1$$

Deljenje ulomkov

Ulomek delimo z drugim ulomkom tako, da ga pomnožimo z obratno vrednostjo drugega ulomka.

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

Številski izrazi

Vrstni red operacij

Pri številskih izrazih z oklepaji **izračunamo najprej računske operacije v oklepaju**. Vedno najprej v najbolj notranjem oklepaju.
Pri številskih izrazih brez oklepajev upoštevamo običajni vrstni red, po katerem **množimo in delimo pred seštevanjem in odštevanjem**.

Naloge z besedilom

DOGOVOR

Vsaka naloga z besedilom zahteva tudi zapisan odgovor.

POMNI

operacija	rezultat
$+$ seštevanje	vsota
$-$ odštevanje	razlika
$\cdot$ množenje	produkt
$:$ deljenje	kvocient

Neenačbe

Neenakost je izjava, v kateri nastopajo znaki $<$, $>$, $\leq$ ali $\geq$.

Neenačbe

Neenakost je izjava, v kateri nastopajo znaki $<$, $>$, $\leq$ ali $\geq$.

$<$	manjše
$>$	večje
$\leq$	manjše ali enako
$\geq$	večje ali enako

Neenačbe

Neenakost je izjava, v kateri nastopajo znaki $<$, $>$, $\leq$ ali $\geq$.

$$12.5 - 2 > 8$$

$$3 + 6 \leq 9$$

$<$	manjše
$>$	večje
$\leq$	manjše ali enako
$\geq$	večje ali enako

Neenačbe

Neenakost je izjava, v kateri nastopajo znaki $<$, $>$, $\leq$ ali $\geq$.

$$12.5 - 2 > 8$$

$$3 + 6 \leq 9$$

$<$	manjše
$>$	večje
$\leq$	manjše ali enako
$\geq$	večje ali enako

Neenačba je neenakost, v kateri nastopa neznanka.

Neenačbe

Neenakost je izjava, v kateri nastopajo znaki $<$, $>$, $\leq$ ali $\geq$.

$$12.5 - 2 > 8$$

$$3 + 6 \leq 9$$

$<$	manjše
$>$	večje
$\leq$	manjše ali enako
$\geq$	večje ali enako

Neenačba je neenakost, v kateri nastopa neznanka.

$$0.7 + x \geq 4$$

$$3 \cdot x + 5 < 17.6$$

Osnovna množica $\mathcal{U}$ je množica števil, ki jih smemo uporabiti pri reševanju neenačbe. Če osnovna množica ni posebej izbrana, je $\mathcal{U} = \mathbb{N}_0$ (naravna števila skupaj s številom 0).

Osnovna množica $\mathcal{U}$ je množica števil, ki jih smemo uporabiti pri reševanju neenačbe. Če osnovna množica ni posebej izbrana, je $\mathcal{U} = \mathbb{N}_0$ (naravna števila skupaj s številom 0).

Rešitev neenačbe je vsako število, za katero dobimo iz izjavne oblike pravilno izjavo. Zapišemo množico rešitev, ki jo označimo z $\mathcal{R}$.

Osnovna množica $\mathcal{U}$ je množica števil, ki jih smemo uporabiti pri reševanju neenačbe. Če osnovna množica ni posebej izbrana, je $\mathcal{U} = \mathbb{N}_0$ (naravna števila skupaj s številom 0).

Rešitev neenačbe je vsako število, za katero dobimo iz izjavne oblike pravilno izjavo. Zapišemo množico rešitev, ki jo označimo z $\mathcal{R}$.

$$x + 3\frac{1}{4} < 9$$

$$\mathcal{R} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

Osnovna množica $\mathcal{U}$ je množica števil, ki jih smemo uporabiti pri reševanju neenačbe. Če osnovna množica ni posebej izbrana, je $\mathcal{U} = \mathbb{N}_0$ (naravna števila skupaj s številom 0).

Rešitev neenačbe je vsako število, za katero dobimo iz izjavne oblike pravilno izjavo. Zapišemo množico rešitev, ki jo označimo z $\mathcal{R}$.

$$x + 3\frac{1}{4} < 9$$

$$\mathcal{R} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$\mathcal{U} = \{2, 3, 4\}$$

$$x + 3\frac{1}{4} < 9$$

$$\mathcal{R} = \{2, 3, 4\}$$

Osnovna množica $\mathcal{U}$ je množica števil, ki jih smemo uporabiti pri reševanju neenačbe. Če osnovna množica ni posebej izbrana, je $\mathcal{U} = \mathbb{N}_0$ (naravna števila skupaj s številom 0).

Rešitev neenačbe je vsako število, za katero dobimo iz izjavne oblike pravilno izjavo. Zapišemo množico rešitev, ki jo označimo z $\mathcal{R}$.

$$x + 3\frac{1}{4} < 9$$
$$\mathcal{R} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$\mathcal{U} = \{2, 3, 4\}$$
$$x + 3\frac{1}{4} < 9$$
$$\mathcal{R} = \{2, 3, 4\}$$

$$\mathcal{U} = \{10, 11, 12, 13, 14, 15\}$$
$$x + 3\frac{1}{4} < 9$$
$$\mathcal{R} = \{\}$$

Osnovna množica $\mathcal{U}$ je množica števil, ki jih smemo uporabiti pri reševanju neenačbe. Če osnovna množica ni posebej izbrana, je $\mathcal{U} = \mathbb{N}_0$ (naravna števila skupaj s številom 0).

Rešitev neenačbe je vsako število, za katero dobimo iz izjavne oblike pravilno izjavo. Zapišemo množico rešitev, ki jo označimo z $\mathcal{R}$.

$$x + 3\frac{1}{4} < 9$$
$$\mathcal{R} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$\mathcal{U} = \{2, 3, 4\}$$
$$x + 3\frac{1}{4} < 9$$
$$\mathcal{R} = \{2, 3, 4\}$$

$$\mathcal{U} = \{10, 11, 12, 13, 14, 15\}$$
$$x + 3\frac{1}{4} < 9$$
$$\mathcal{R} = \{\}$$

Množica rešitev je odvisna od osnovne množice. Kadar v osnovni množici ni števila, ki reši neenačbo, je množica rešitev prazna, kar zapišemo $\mathcal{R} = \emptyset$ ali $\mathcal{R} = \{\}$.

REŠEVANJE NEENAČBE S PREMISLEKOM

Naj bo $\mathcal{U} = \mathbb{N}_0$.

Poiskati želimo števila, ki ustrezajo neenačbi $\mathbf{2\frac{5}{7}} < \mathbf{x} \leq \mathbf{8\frac{1}{3}}$.

REŠEVANJE NEENAČBE S PREMISLEKOM

Naj bo $\mathcal{U} = \mathbb{N}_0$.
Poiskati želimo števila, ki ustrezajo neenačbi $\mathbf{2\frac{5}{7} < x \leq 8\frac{1}{3}}$.

Razmislimo, katera izmed naravnih števil lahko vstavimo namesto x-a, da bo izjava pravilna.

REŠEVANJE NEENAČBE S PREMISLEKOM

Naj bo $\mathcal{U} = \mathbb{N}_0$.
Poiskati želimo števila, ki ustrezajo neenačbi $\mathbf{2\frac{5}{7} < x \leq 8\frac{1}{3}}$.

Razmislimo, katera izmed naravnih števil lahko vstavimo namesto x-a, da bo izjava pravilna.
Takšna števila so: $x \in \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$.

REŠEVANJE NEENAČBE S PREMISLEKOM

Naj bo $\mathcal{U} = \mathbb{N}_0$.
Poiskati želimo števila, ki ustrezajo neenačbi $\mathbf{2\frac{5}{7} < x \leq 8\frac{1}{3}}$.

Razmislimo, katera izmed naravnih števil lahko vstavimo namesto x-a, da bo izjava pravilna.
Takšna števila so: $x \in \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$.
Zapišemo še množico rešitev: $\mathcal{R} = \{\mathbf{3}, \mathbf{4}, \mathbf{5}, \mathbf{6}, \mathbf{7}, \mathbf{8}\}$.

REŠEVANJE NEENAČBE S PREMISLEKOM

Naj bo $\mathcal{U} = \mathbb{N}_0$.
Poiskati želimo števila, ki ustrezajo neenačbi $\mathbf{2\frac{5}{7}} < \mathbf{x} \leq \mathbf{8\frac{1}{3}}$.

Razmislimo, katera izmed naravnih števil lahko vstavimo namesto x-a, da bo izjava pravilna.
Takšna števila so: $x \in \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$.
Zapišemo še množico rešitev: $\mathcal{R} = \{\mathbf{3}, \mathbf{4}, \mathbf{5}, \mathbf{6}, \mathbf{7}, \mathbf{8}\}$.

PREDSTAVITEV MNOŽICE REŠITEV NA ŠTEVILSKI PREMICI

Na številski premici želimo predstaviti zgornjo rešitev.

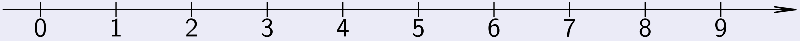
REŠEVANJE NEENAČBE S PREMISLEKOM

Naj bo $\mathcal{U} = \mathbb{N}_0$.
Poiskati želimo števila, ki ustrezajo neenačbi $\mathbf{2\frac{5}{7} < x \leq 8\frac{1}{3}}$.

Razmislimo, katera izmed naravnih števil lahko vstavimo namesto x-a, da bo izjava pravilna.
Takšna števila so: $x \in \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$.
Zapišemo še množico rešitev: $\mathcal{R} = \{\mathbf{3}, \mathbf{4}, \mathbf{5}, \mathbf{6}, \mathbf{7}, \mathbf{8}\}$.

PREDSTAVITEV MNOŽICE REŠITEV NA ŠTEVILSKI PREMICI

Na številski premici želimo predstaviti zgornjo rešitev.



REŠEVANJE NEENAČBE S PREGLEDNICO

Naj bo $\mathcal{U} = \left\{\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1, 1\frac{1}{3}\right\}$.

Rešujemo enačbo $\mathbf{x + 2\frac{1}{2} < 3\frac{1}{2}}$.

REŠEVANJE NEENAČBE S PREGLEDNICO

Naj bo $\mathcal{U} = \left\{\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1, 1\frac{1}{3}\right\}$.

Rešujemo enačbo $\mathbf{x + 2\frac{1}{2} < 3\frac{1}{2}}$.

x	leva stran neenačbe:	desna stran neenačbe:	pravilnost

REŠEVANJE NEENAČBE S PREGLEDNICO

Naj bo $\mathcal{U} = \left\{\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1, 1\frac{1}{3}\right\}$.

Rešujemo enačbo $\mathbf{x} + \mathbf{2\frac{1}{2}} < \mathbf{3\frac{1}{2}}$.

x	leva stran neenačbe: $x + 2\frac{1}{2}$	desna stran neenačbe: $3\frac{1}{2}$	pravilnost
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3} + 2\frac{1}{2} = 2\frac{5}{6}$	$3\frac{1}{2}$	P
$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3} + 2\frac{1}{2} = 3\frac{1}{6}$	$3\frac{1}{2}$	P
1	$1 + 2\frac{1}{2} = 3\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	N
$1\frac{1}{3}$	$1\frac{1}{3} + 2\frac{1}{2} = 3\frac{5}{6}$	$3\frac{1}{2}$	N

REŠEVANJE NEENAČBE S PREGLEDNICO

Naj bo $\mathcal{U} = \left\{\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1, 1\frac{1}{3}\right\}$.

Rešujemo enačbo $\mathbf{x} + \mathbf{2\frac{1}{2}} < \mathbf{3\frac{1}{2}}$.

x	leva stran neenačbe: $x + 2\frac{1}{2}$	desna stran neenačbe: $3\frac{1}{2}$	pravilnost
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3} + 2\frac{1}{2} = 2\frac{5}{6}$	$3\frac{1}{2}$	P
$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3} + 2\frac{1}{2} = 3\frac{1}{6}$	$3\frac{1}{2}$	P
1	$1 + 2\frac{1}{2} = 3\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	N
$1\frac{1}{3}$	$1\frac{1}{3} + 2\frac{1}{2} = 3\frac{5}{6}$	$3\frac{1}{2}$	N

Zapišemo množico rešitev: $\mathcal{R} = \left\{\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right\}$.