

MATEMATIKA

7. razred – osnovna šola

Jan Kastelic

Fakulteta za matematiko in fiziko,
Univerza v Ljubljani

14. december 2023

1 Računanje z ulomki

Section 1

Računanje z ulomki

- 1 Računanje z ulomki
 - Ulomki z enakimi imenovalci
 - Seštevanje ulomkov
 - Odštevanje ulomkov
 - Množenje ulomka z naravnim številom
 - Množenje ulomka z ulomkom
 - Deljenje ulomka z naravnim številom
 - Deljenje ulomka z ulomkom
 - Številski izrazi
 - Naloge z besedilo
 - Izrazi s spremenljivkami
 - Enačbe in neenačbe

Ulomki z enakimi imenovalci

Ulomke z enakimi imenovalci **seštevamo** tako, da **seštejemo števce**, **imenovalce** pa **prepišemo**.

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c},$$

pri pogoju, da $c \neq 0$.

Ulomke z enakimi imenovalci **odštevamo** tako, da **imenovalec prepišemo**, števec pa **izračunamo** tako, da **od števca prvega ulomka odštejemo števec drugega ulomka**.

$$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c},$$

pri pogoju, da $a \leq b$ in $c \neq 0$.

POMNI

Rezultat zapišemo s celim delom in delom manjšim od 1 ter ga okrajšamo.

Seštevanje ulomkov

Seštevanje ulomkov z različnimi imenovalci

Ulomke z **različnimi imenovalci seštevamo** tako, da jih najprej **razširimo na skupni imenovalec**, imenovalec prepíšemo, števce pa seštejemo.

POMNI

Dobljeni rezultat zapišemo s celim delom in delom, manjšim od 1.

POMNI

Rezultat vedno zapišemo kot okrajšan ulomek.

Odštevanje ulomkov

Odštevanje ulomkov z različnimi imenovalci

Ulomke z **različnimi imenovalci odštevamo** tako, da jih najprej **razširimo na skupni imenovalec**, imenovalec prepíšemo, od števca zmanjševanca (prvega ulomka) pa odštejemo števec odštevance (dr drugega ulomka).

POMNI

Če moramo zaporedoma odšteti več odštevancev, odštevance seštejemo in nato odštejemo njihovo vsoto.

Množenje ulomka z naravnim številom

Ulomek **množimo z naravnim številom** tako, da **števec pomnožimo z naravnim številom**, **imenovalec** pa **prepišemo**.

$$n \cdot \frac{a}{b} = \frac{n \cdot a}{b},$$

pri pogoju, da $b \neq 0$.

POZOR

$$n \cdot \frac{a}{b} \neq n \frac{a}{b}$$

Množenje ulomka z ulomkom

Ulomek **množimo** z ulomkom tako, da **pomnožimo števec s števcem** in **imenovalcem z imenovalcem**.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d},$$

pri pogoju, da $b \neq 0, d \neq 0$.

POZOR

$$m \frac{a}{b} \cdot n \frac{c}{d} \neq m \cdot n \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

POMNI

Rezultat naj bo vedno okrajšani ulomek. Če je mogoče, naj bo zapisan s celim delom in ulomkom, manjšim od 1.

Deljenje ulomka z naravnim številom

Ulomek delimo z naravnim številom na dva načina:

① **števec** ulomka **delimo** z naravnim številom:

$$\frac{a}{b} : n = \frac{a : n}{b};$$

② **imenovalec** ulomka **pomnožimo** z naravnim številom:

$$\frac{a}{b} : n = \frac{a}{b \cdot n}.$$

POZOR

Drugi način je vedno mogoč, prvi pa le, če je števec ulomka deljiv z danim naravnim številom.

Deljenje ulomka z ulomkom

Obratni ulomek

Obratna ulomka sta ulomka, katerih produkt je enak 1.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1$$

Deljenje ulomkov

Ulomek delimo z drugim ulomkom tako, da ga pomnožimo z obratno vrednostjo drugega ulomka.

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

Številski izrazi

Vrstni red operacij

Pri številskih izrazih z oklepaji **izračunamo najprej računske operacije v oklepaju**.

Vedno najprej v najbolj notranjem oklepaju.

Pri številskih izrazih brez oklepajev upoštevamo običajni vrstni red, po katerem **množimo in delimo pred seštevanjem in odštevanjem**.

Naloge z besedilom

DOGOVOR

Vsaka naloga z besedilom zahteva tudi zapisan odgovor.

POMNI

operacija	rezultat
+ seštevanje	vsota
− odštevanje	razlika
· množenje	produkt
: deljenje	kvocient

Izrazi s spremenljivkami

Enačbe in neenačbe

Reševanje enačb in neenačb

Besedilne naloge, ki vsebujejo neznane količine (enačbe ali neenačbe) rešujemo tako, da najprej **določimo neznanko**, nato **sklepamo**, nakar **rešimo nalogo** s preglednico, diagramom ali enačbo, na koncu **preverimo rezultat** in **zapišemo odgovor**.

Neenačbe

Neenakost je izjavna oblika, v kateri nastopajo znaki $<$, $>$, \leq ali \geq .

Neenačbe

Neenakost je izjavna oblika, v kateri nastopajo znaki $<$, $>$, \leq ali \geq .

$<$	manjše
$>$	večje
\leq	manjše ali enako
\geq	večje ali enako

Neenačbe

Neenakost je izjavna oblika, v kateri nastopajo znaki $<$, $>$, \leq ali \geq .

$$12.5 - 2 > 8$$

$$3 + 6 \leq 9$$

$<$	manjše
$>$	večje
\leq	manjše ali enako
\geq	večje ali enako

Neenačbe

Neenakost je izjavna oblika, v kateri nastopajo znaki $<$, $>$, \leq ali \geq .

$$12.5 - 2 > 8$$

$$3 + 6 \leq 9$$

$<$	manjše
$>$	večje
\leq	manjše ali enako
\geq	večje ali enako

Neenačba je neenakost, v kateri nastopa neznanka.

Neenačbe

Neenakost je izjavna oblika, v kateri nastopajo znaki $<$, $>$, \leq ali \geq .

$$12.5 - 2 > 8$$

$$3 + 6 \leq 9$$

$<$	manjše
$>$	večje
\leq	manjše ali enako
\geq	večje ali enako

Neenačba je neenakost, v kateri nastopa neznanka.

$$0.7 + x \geq 4$$

$$3 \cdot x + 5 < 17.6$$

Osnovna množica \mathcal{U} je množica števil, ki jih smemo uporabiti pri reševanju neenačbe. Če osnovna množica ni posebej izbrana, je $\mathcal{U} = \mathbb{N}$.

Osnovna množica \mathcal{U} je množica števil, ki jih smemo uporabiti pri reševanju neenačbe. Če osnovna množica ni posebej izbrana, je $\mathcal{U} = \mathbb{N}$.

Rešitev neenačbe je vsako število, za katero dobimo iz izjavne oblike pravilno izjavo. Zapišemo množico rešitev, ki jo označimo z \mathcal{R} .

Osnovna množica \mathcal{U} je množica števil, ki jih smemo uporabiti pri reševanju neenačbe. Če osnovna množica ni posebej izbrana, je $\mathcal{U} = \mathbb{N}$.

Rešitev neenačbe je vsako število, za katero dobimo iz izjavne oblike pravilno izjavo. Zapišemo množico rešitev, ki jo označimo z \mathcal{R} .

$$x + 3\frac{1}{4} < 9$$

$$\mathcal{R} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

Osnovna množica \mathcal{U} je množica števil, ki jih smemo uporabiti pri reševanju neenačbe. Če osnovna množica ni posebej izbrana, je $\mathcal{U} = \mathbb{N}$.

Rešitev neenačbe je vsako število, za katero dobimo iz izjavne oblike pravilno izjavo. Zapišemo množico rešitev, ki jo označimo z \mathcal{R} .

$$x + 3\frac{1}{4} < 9$$

$$\mathcal{R} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$\mathcal{U} = \{2, 3, 4\}$$

$$x + 3\frac{1}{4} < 9$$

$$\mathcal{R} = \{2, 3, 4\}$$

Osnovna množica \mathcal{U} je množica števil, ki jih smemo uporabiti pri reševanju neenačbe. Če osnovna množica ni posebej izbrana, je $\mathcal{U} = \mathbb{N}$.

Rešitev neenačbe je vsako število, za katero dobimo iz izjavne oblike pravilno izjavo. Zapišemo množico rešitev, ki jo označimo z \mathcal{R} .

$$x + 3\frac{1}{4} < 9$$

$$\mathcal{R} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$\mathcal{U} = \{2, 3, 4\}$$

$$x + 3\frac{1}{4} < 9$$

$$\mathcal{R} = \{2, 3, 4\}$$

$$\mathcal{U} = \{10, 11, 12, 13, 14, 15\}$$

$$x + 3\frac{1}{4} < 9$$

$$\mathcal{R} = \{\}$$

Osnovna množica \mathcal{U} je množica števil, ki jih smemo uporabiti pri reševanju neenačbe. Če osnovna množica ni posebej izbrana, je $\mathcal{U} = \mathbb{N}$.

Rešitev neenačbe je vsako število, za katero dobimo iz izjavne oblike pravilno izjavo. Zapišemo množico rešitev, ki jo označimo z \mathcal{R} .

$$x + 3\frac{1}{4} < 9$$

$$\mathcal{R} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$\mathcal{U} = \{2, 3, 4\}$$

$$x + 3\frac{1}{4} < 9$$

$$\mathcal{R} = \{2, 3, 4\}$$

$$\mathcal{U} = \{10, 11, 12, 13, 14, 15\}$$

$$x + 3\frac{1}{4} < 9$$

$$\mathcal{R} = \{\}$$

Množica rešitev je odvisna od osnovne množice. Kadar v osnovni množici ni števil, ki reši enačbo ali neenačbo, je množica rešitev prazna. Kar zapišemo $\mathcal{R} = \emptyset$ ali $\mathcal{R} = \{\}$.

Reševanje neenačbe s preglednico

Naj bo $\mathcal{U} = \left\{\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1, 1\frac{1}{3}\right\}$.

Rešujemo enačbo $x + 2\frac{1}{2} \leq 3\frac{1}{2}$.

Reševanje neenačbe s preglednico

Naj bo $\mathcal{U} = \left\{\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1, 1\frac{1}{3}\right\}$.

Rešujemo enačbo $x + 2\frac{1}{2} \leq 3\frac{1}{2}$.

x	leva stran neenačbe:	desna stran neenačbe:	pravilnost

Reševanje neenačbe s preglednico

Naj bo $\mathcal{U} = \left\{\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1, 1\frac{1}{3}\right\}$.

Rešujemo enačbo $x + 2\frac{1}{2} \leq 3\frac{1}{2}$.

x	leva stran neenačbe: $x + 2\frac{1}{2}$	desna stran neenačbe: $3\frac{1}{2}$	pravilnost
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3} + 2\frac{1}{2} = 2\frac{5}{6}$	$3\frac{1}{2}$	P
$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3} + 2\frac{1}{2} = 3\frac{1}{6}$	$3\frac{1}{2}$	P
1	$1 + 2\frac{1}{2} = 3\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	P
$1\frac{1}{3}$	$1\frac{1}{3} + 2\frac{1}{2} = 3\frac{5}{6}$	$3\frac{1}{2}$	N

Reševanje neenačbe s preglednico

Naj bo $\mathcal{U} = \left\{\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1, 1\frac{1}{3}\right\}$.

Rešujemo enačbo $x + 2\frac{1}{2} \leq 3\frac{1}{2}$.

x	leva stran neenačbe: $x + 2\frac{1}{2}$	desna stran neenačbe: $3\frac{1}{2}$	pravilnost
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3} + 2\frac{1}{2} = 2\frac{5}{6}$	$3\frac{1}{2}$	P
$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3} + 2\frac{1}{2} = 3\frac{1}{6}$	$3\frac{1}{2}$	P
1	$1 + 2\frac{1}{2} = 3\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	P
$1\frac{1}{3}$	$1\frac{1}{3} + 2\frac{1}{2} = 3\frac{5}{6}$	$3\frac{1}{2}$	N

Zapišemo množico rešitev: $\mathcal{R} = \left\{\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1\right\}$.

Reševanje neenačbe (način???)

Naj bo \mathcal{U} množica vseh nenegativnih števil. Rešiti želimo neenačbo $3 \cdot x + 4\frac{1}{2} \leq 15\frac{1}{4}$.

Reševanje neenačbe (način???)

Naj bo \mathcal{U} množica vseh nenegativnih števil. Rešiti želimo neenačbo $3 \cdot x + 4\frac{1}{2} \leq 15\frac{1}{4}$.

$$3 \cdot x + 4\frac{1}{2} \leq 15\frac{1}{4}$$

Reševanje neenačbe (način???)

Naj bo \mathcal{U} množica vseh nenegativnih števil. Rešiti želimo neenačbo $3 \cdot x + 4\frac{1}{2} \leq 15\frac{1}{4}$.

$$3 \cdot x + 4\frac{1}{2} \leq 15\frac{1}{4}$$

Na obeh straneh neenačbe odštejemo $4\frac{1}{2}$.

Reševanje neenačbe (način???)

Naj bo \mathcal{U} množica vseh nenegativnih števil. Rešiti želimo neenačbo $3 \cdot x + 4\frac{1}{2} \leq 15\frac{1}{4}$.

$$3 \cdot x + 4\frac{1}{2} \leq 15\frac{1}{4}$$

$$3 \cdot x \leq 15\frac{1}{4} - 4\frac{1}{2}$$

Na obeh straneh neenačbe odštejemo $4\frac{1}{2}$.

Reševanje neenačbe (način???)

Naj bo \mathcal{U} množica vseh nenegativnih števil. Rešiti želimo neenačbo $3 \cdot x + 4\frac{1}{2} \leq 15\frac{1}{4}$.

$$3 \cdot x + 4\frac{1}{2} \leq 15\frac{1}{4}$$

$$3 \cdot x \leq 15\frac{1}{4} - 4\frac{1}{2}$$

$$3 \cdot x \leq 10\frac{3}{4}$$

Na obeh straneh neenačbe odštejemo $4\frac{1}{2}$.

Reševanje neenačbe (način???)

Naj bo \mathcal{U} množica vseh nenegativnih števil. Rešiti želimo neenačbo $3 \cdot x + 4\frac{1}{2} \leq 15\frac{1}{4}$.

$$3 \cdot x + 4\frac{1}{2} \leq 15\frac{1}{4}$$

Na obeh straneh neenačbe odštejemo $4\frac{1}{2}$.

$$3 \cdot x \leq 15\frac{1}{4} - 4\frac{1}{2}$$

$$3 \cdot x \leq 10\frac{3}{4}$$

Obe strani neenačbe delimo s 3.

Reševanje neenačbe (način???)

Naj bo \mathcal{U} množica vseh nenegativnih števil. Rešiti želimo neenačbo $3 \cdot x + 4\frac{1}{2} \leq 15\frac{1}{4}$.

$$3 \cdot x + 4\frac{1}{2} \leq 15\frac{1}{4}$$

$$3 \cdot x \leq 15\frac{1}{4} - 4\frac{1}{2}$$

$$3 \cdot x \leq 10\frac{3}{4}$$

$$x \leq \frac{43}{4} : 3$$

Na obeh straneh neenačbe odštejemo $4\frac{1}{2}$.

Obe strani neenačbe delimo s 3.

Reševanje neenačbe (način???)

Naj bo \mathcal{U} množica vseh nenegativnih števil. Rešiti želimo neenačbo $3 \cdot x + 4\frac{1}{2} \leq 15\frac{1}{4}$.

$$3 \cdot x + 4\frac{1}{2} \leq 15\frac{1}{4}$$

$$3 \cdot x \leq 15\frac{1}{4} - 4\frac{1}{2}$$

$$3 \cdot x \leq 10\frac{3}{4}$$

$$x \leq \frac{43}{4} : 3$$

$$x \leq 3\frac{7}{12}$$

Na obeh straneh neenačbe odštejemo $4\frac{1}{2}$.

Obe strani neenačbe delimo s 3.

Predstavitev množice rešitev na številski premici

Predstaviti želimo vsa nenegativna števila, ki manjša ali enaka $3\frac{7}{12}$.