

Zusammengesetzte Funktionen

Jan Kunde

Im folgenden gilt $x \in \mathbb{R} \ \forall f(x)$

Summenfunktionen:

Wenn:

$$f(x) = u(x) + v(x)$$

Dann gilt:

$$f'(x) = u'(x) + v'(x)$$

Beispiel:

$$f(x) = x^3 + \ln(x)$$

$$f'(x) = 3x^2 + \frac{1}{x}$$

Differenzfunktionen:

Wenn:

$$f(x) = u(x) - v(x)$$

Dann gilt:

$$f'(x) = u'(x) - v'(x)$$

Beispiel:

$$f(x) = x^3 - \ln(x)$$

$$f'(x) = 3x^2 - \frac{1}{x}$$

Produktfunktionen:

Wenn:

$$f(x) = u(x) \cdot v(x)$$

Dann gilt:

$$f'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$$

Beispiel:

$$f(x) = e^x \cdot x^3$$

$$f'(x) = e^x \cdot x^3 + e^x \cdot 3x^2 = e^x(x^3 + 3x^2)$$

Gebrochenrationale Funktionen:

Wenn:

$$f(x) = \frac{u(x)}{v(x)}$$

Dann gilt:

$$f'(x) = \frac{v(x) \cdot u'(x) - v'(x) \cdot u(x)}{v(x)^2}$$

Alternativ lässt sich eine gebrochenrationale Funktion $f(x) = \frac{u(x)}{v(x)}$ zu

$f(x) = u(x) \cdot v(x)^{-1}$ umformen und mit Produkt- und Kettenregel ableiten.

Beispiel:

$$f(x) = \frac{3x^4}{4x+3}$$

$$f'(x) = \frac{4 \cdot 3x^4 - (4x+3) \cdot 12x^3}{(4x+3)^2} = \frac{36x^3 \cdot (x+1)}{(4x+3)^2}$$

Verkettete Funktionen:

Wenn:

$$f(x) = (u \circ v)(x) = u(v(x))$$

Dann gilt:

$$f'(x) = v'(x) \cdot u'(v(x))$$

Beispiel:

$$f(x) = e^{3x^2}$$

$$f'(x) = 6x \cdot e^{3x^2}$$