

Wykresy funkcji

Jan Krawczyk

2 B

$$f(x) = x^3 + 4x^2 + 4x$$

1) Dziedzina funkcji

$$x \in R$$

2) Miejsca zerowe funkcji

$$x^3 + 4x^2 + 4x = 0$$

$$x = 0 \vee x^2 + 4x + 4 = 0$$

$$x = 0 \vee x = -2$$

3) Miejsce przecięcia z osią OY

$$x = 0 \Leftrightarrow f(x) = y$$

$$y = 0$$

4) Parzystość lub nieparzystość funkcji

Funkcja nie jest ani parzysta, ani nieparzysta

5) Granice

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x^3 + 4x^2 + 4x = x^3 \left(1 + \frac{4}{x} + \frac{4}{x^2}\right) = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 + 4x^2 + 4x = x^3 \left(1 + \frac{4}{x} + \frac{4}{x^2}\right) = -\infty$$

6) Asymptoty:

a) Pionowe: brak

b) Poziome: brak

c) Ukosne: brak

7) Monotonicznosc

$$f'(x) = 3x^2 + 8x + 4$$

$$3x^2 + 8x + 4 = 0$$

$$\Delta = 64 - 48$$

$$\sqrt{\Delta} = 4$$

$$x = -\frac{2}{3} \vee x = -2$$

$$f'(x) > 0, x \in (-\infty; -2) \cup (-\frac{2}{3}; \infty)$$

$$f'(x) < 0, x \in (-2; -\frac{2}{3})$$

$$f \nearrow (-\infty; -2), \langle -\frac{2}{3}; \infty)$$

$$f \searrow \langle -2; -\frac{2}{3} \rangle$$

8) Ekstremum

funkcja osiaga max w:

$$f(-2) = 0$$

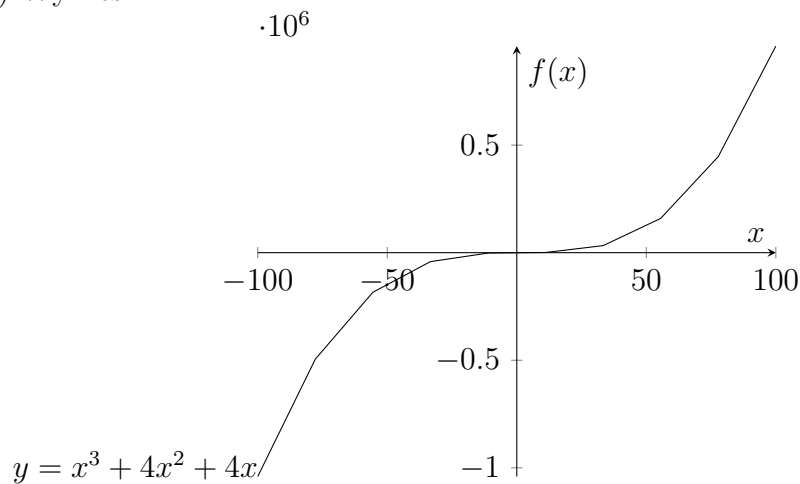
funkcja osiaga min w:

$$f(-\frac{2}{3}) = -1\frac{5}{27}$$

9) Tabela

x	$(-\infty; -2)$	(-2)	$(-2; -\frac{2}{3})$	$(-\frac{2}{3})$	$(-\frac{2}{3}; 0)$	(0)	$(0; \infty)$
$f'(x)$	+	0	-	0	+	+	+
$f(x)$	$-\infty \nearrow$	0^{max}	\searrow	$-1\frac{5}{27}^{min}$	\nearrow	0	\nearrow

10) Wykres



$$f(x) = \frac{x^2 - 16}{x^2 - 4}$$

1) Dziedzina funkcji

$$x \in R \setminus \{-2; 2\}$$

2) Miejsca zerowe funkcji

$$\frac{x^2 - 16}{x^2 - 4} = 0$$

$$x^2 - 16 = 0$$

$$x = -4 \vee x = 4$$

3) Miejsce przecięcia z osią OY

$$x = 0 \Leftrightarrow f(x) = y$$

$$y = \frac{-16}{-4} = 4$$

4) Parzystosc lub nieparzystosc funkcji

$$f(-x) = \frac{(-x)^2 - 16}{(-x)^2 - 4} = \frac{x^2 - 16}{x^2 - 4} = f(x)$$

Funkcja jest parzysta

5) Granice

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 16}{x^2 - 4} = \frac{x^2(1 - \frac{16}{x^2})}{x^2(1 - \frac{4}{x^2})} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 16}{x^2 - 4} = \frac{x^2(1 - \frac{16}{x^2})}{x^2(1 - \frac{4}{x^2})} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} = +\infty$$

6) Asymptoty:

a) Pionowe: $x = -2 \wedge x = 2$

b) Poziome: $y = 1$

c) Ukosne: brak

7) Monotonicznosc

$$f'(x) = \frac{2x(x^2 - 4) - 2x(x^2 - 16)}{(x^2 - 4)^2} = \frac{2x^3 - 8x - 2x^3 + 32x}{(x^2 - 4)^2} = \frac{24x}{(x^2 - 4)^2}$$

$$\frac{24x}{(x^2 - 4)^2} = 0$$

Znak pochodnej zalezy od licznika

$$24x = 0$$

$$x = 0$$

$$f'(x) > 0, x \in (0; \infty)$$

$$f'(x) < 0, x \in (-\infty; 0)$$

$$f \nearrow (0; \infty)$$

$$f \searrow (-\infty; 0)$$

8) Ekstremum

funkcja osiaga max w:

$$f(0) = 4$$

9) Tabela

x	$(-\infty; -2)$	(-2)	$(-2; 0)$	(0)	$(0; 2)$	(2)	$(2; \infty)$
$f'(x)$	-	-	-	0	+	+	+
$f(x)$	\searrow_{-1}	0	\searrow_{-4}	-4^{min}	\nearrow_{-4}	0	\nearrow_{-1}

10) Wykres

