

# Formeln aus Schälli Skript / Folien

|  |           |
|--|-----------|
| <b>BIPOLARER TRANSISTOR</b>                                | <b>2</b>  |
| <b>1 Allgemeines</b>                                       | <b>2</b>  |
| <b>2 Arbeitspunktstabilisierung</b>                        | <b>3</b>  |
| 2.1 Arbeitspunktstabilisierung mit Emitterwiderstand $R_E$ | 3         |
| 2.2 Arbeitspunktstabilisierung mit DC-Analyse (wichtig)    | 4         |
| <b>3 Kleinsignal-Parameter</b>                             | <b>4</b>  |
| 3.1 Allgemein  | 4         |
| 3.2 Hybrid $\pi$ Modell für Kleinsignal-Parameter          | 5         |
| 3.3 Emitterschaltung Kleinsignal-Parameter ohne $R_E$      | 6         |
| 3.4 Emitterschaltung Kleinsignal-Parameter mit $R_E$       | 7         |
| 3.5 Kollektorschaltung Kleinsignal Parameter               | 7         |
| <b>4 Darlingtonschaltung</b>                               | <b>9</b>  |
| <b>FELDEFFEKTTRANSISTOR</b>                                | <b>10</b> |
| <b>5 Allgemeines</b>                                       | <b>10</b> |
| 5.1 Typen  | 11        |
| <b>6 Kleinsignal</b>                                       | <b>12</b> |
| 6.1 Sourceschaltung  | 12        |
| 6.2 Sourceschaltung Kleinsignal-Parameter                  | 12        |
| 6.3 Drainschaltung   | 13        |
| 6.4 Drainschaltung Kleinsignal-Parameter                   | 13        |
| <b>7 CMOS Inverter</b>                                     | <b>14</b> |
| <b>OPERATIONSVERSTÄRKER</b>                                | <b>15</b> |
| <b>8 Idealer OP</b>  | <b>15</b> |
| 8.1 Invertierender OP                                      | 15        |
| 8.2 Nicht-invertierender Verstärker                        | 16        |
| 8.3 Strom / Spannungswandler                               | 17        |
| 8.4 Summierverstärker                                      | 17        |
| 8.5 Komparator   | 17        |
| 8.6 Schmitt-Trigger (Komparator mit Hysterese)             | 18        |
| 8.7 Frequenzgang OP  | 18        |
| 8.8 Wechselspannungsverstärker mit invertierendem OP       | 19        |
| 8.9 Integrierer  | 20        |
| 8.10 Differenzverstärker                                   | 21        |
| 8.11 Instrumentenverstärker                                | 22        |

# Bipolarer Transistor

## 1 Allgemeines

$$i_C = I_S e^{v_{BE} / V_T}$$

$U_{CE} < 0.4V$

$U_{CE} > 0.4V$

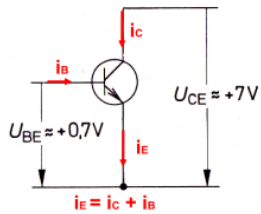
$I_S$  = Sperrstrom Basis-Emitter Diode

Sättigungsregion

Aktive Region

### Transistor Stromverstärkung

Hochschule Luzern  
Technik & Architektur



Stromverstärkung:  $B = \frac{I_C}{I_B}$  typ: 20 bis 1000

→ Stromgesteuerte Stromsenke

$$i_C = I_S \cdot \left( e^{\frac{v_{BE}}{V_T}} \right)$$

$$V_T = \frac{kT}{q}$$

$$V_T(25^\circ C) = 25.8mV$$

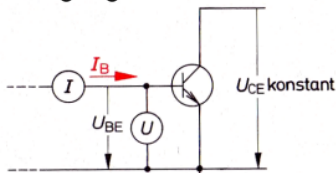
$I_S$ : Sperrstrom Emitter Basis Diode  
(Transistortyp und Temp. abhängig)

$T$ : Temperatur [K]

$k$ : Boltzmann-Konstante,  $k = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$

$q$ : Elementarladung,  $1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

#### • Eingangskennlinienfeld

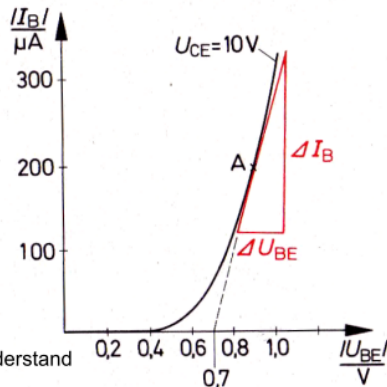


$$r_{BE} = \frac{\Delta U_{BE}}{\Delta I_B}$$

$r_{BE}$  : diff. Transistoreingangswiderstand

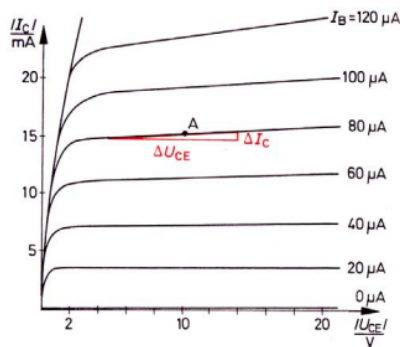
$\Delta U_{BE}$  : Basis Emitterspannungsänderung

$\Delta I_B$  : Basisstromänderung



ET-ELO - Sco - 3.9.09

#### • Ausgangskennlinienfeld:



$$r_{CE} = \frac{\Delta U_{CE}}{\Delta I_C}$$

$$r_{CE} = (U_a + U_c) / I_c$$

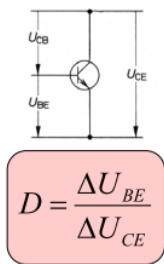
$r_{CE}$  : diff. Transistor  
Ausgangswiderstand

$\Delta U_{CE}$  : Kollektor Emitter  
Spannungsänderung

$\Delta I_C$  : Kollektor Stromänderung

Earlyspannung ist  $U_a$  = dort wo sich die Verlängerungen kreuzen, ganz links im minus.

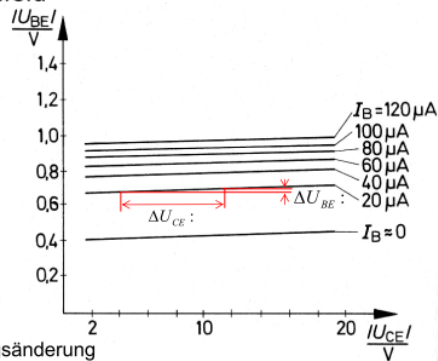
## • Rückwirkungskennlinienfeld



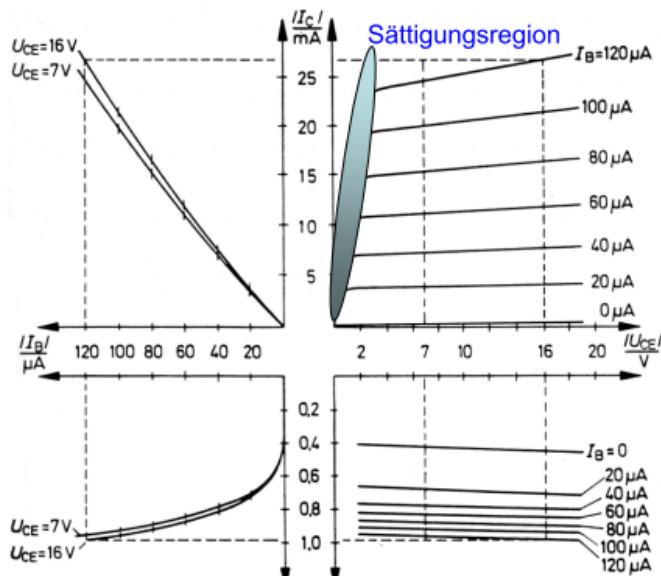
$D$  : diff. Rückwirkungsfaktor

$\Delta U_{BE}$  : Basis Emitter Spannungsänderung

$\Delta U_{CE}$  : Kollektor Emitter Spannungsänderung



## 4 Quadranten Kennlinienfeld in Emitterschaltung



## 2 Arbeitspunktstabilisierung

### 2.1 Arbeitspunktstabilisierung mit Emitterwiderstand $R_E$

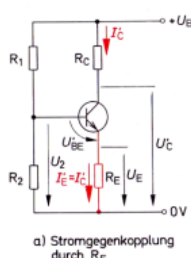
$$I_E = \frac{V_{BB} - V_{BE}}{R_E + R_B / (\beta + 1)}$$

$V_{BB}$  = Basisspannung

## Arbeitspunktstabilisierung

Technik & Architektur

### Gegenkopplung:



Vorteil:

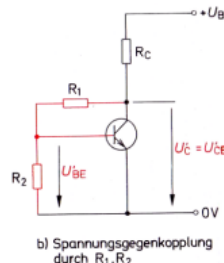
- Eingangswiderstand steigt

Nachteil:

- Emitter nicht auf HF GND

- Begrenzung des Aussteuerbereichs

- Für Hohe AC Verstärkung zusätzlicher Kondensator nötig



Vorteil:

- Einfache Schaltung

- Emitter auf HF GND

- keine Begrenzung des Aussteuerbereichs

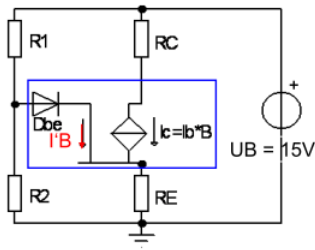
Nachteil:

- Eingangsimpedanz sinkt

## 2.2 Arbeitspunktstabilisierung mit DC-Analyse (wichtig)

### DC - Analyse

Hochschule Luzern  
Technik & Architektur



Transistordaten:  
B = 230  
U<sub>BE</sub> = 0.67V

$$\text{Gleichung 1)} \quad I_E = \frac{U_E}{R_E}$$

$$\text{Gleichung 2)} \quad I_E = I_B + I_C = I_B \cdot (1 + \beta)$$

$$1) = 2) \quad \frac{U_E}{I_B} = R_E \cdot (1 + \beta) = R_E^T = 157 \text{ k}\Omega$$

$$U_E = \frac{U_Q - U_{BE}}{R_i + R_E^T} \cdot R_E^T = 0.675 \text{ V}$$

$$U_Q = \frac{U_B \cdot R_2}{R_1 + R_2}, R_i = R_1 \parallel R_2$$

$$U_a = U_B - (I_E - I_B) \cdot R_C = 8.27 \text{ V}$$

$$I_E = U_E / R_E, I_B = I_E / (1 + \beta)$$

## 3 Kleinsignal-Parameter

### 3.1 Allgemein

#### Kleinsignal Ersatzschaltung

Hochschule Luzern  
Technik & Architektur

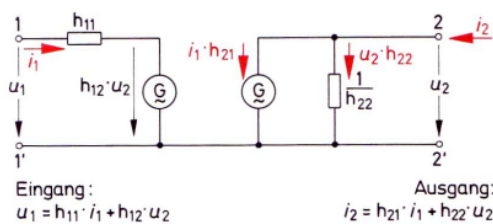
- Transistor Kleinsignal Ersatzschaltung Hybridmodell
  - h - Parameter
  - Emitterschaltung als Stromgesteuerte Stromquelle

$$r_{BE} = \frac{\Delta U_{BE}}{\Delta I_B} = h_{11e}$$

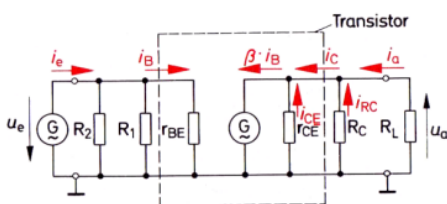
$$r_{CE} = \frac{\Delta U_{CE}}{\Delta I_C} = \frac{1}{h_{22e}}$$

$$\beta = \frac{\Delta I_C}{\Delta I_B} = h_{21e}$$

$$D = \frac{\Delta U_{BE}}{\Delta U_{CE}} = h_{12e}$$



- Transistor Kleinsignal Ersatzschaltung Hybridmodell
  - Emitterschaltung als Stromgesteuerte Stromquelle



Der Basisstrom:

$$i_B = \frac{u_e}{r_{BE}}$$

Stromquelle G des Transistors:

$$i_C = i_B \cdot \beta$$

Damit die Ausgangsspannung:

$$u_a = i_B \cdot \beta \cdot r_{CE} \parallel R_C \parallel R_L$$

Die Verstärkung:

$$V_U = \frac{u_a}{u_e} = \beta \frac{r_{CE} \parallel R_C \parallel R_L}{r_{BE}}$$

### Berechnung Kollektorstrom:

$$v_{BE} = V_{BE} + v_{be}$$

$$i_C = I_S e^{v_{BE}/V_T} = I_S e^{(V_{BE} + v_{be})/V_T} = I_C e^{v_{be}/V_T}$$

Für  $v_{be} \ll V_T$  gilt:

$$i_C \cong I_C \left(1 + \frac{v_{be}}{V_T}\right)$$

und damit

$$i_C = I_C + \frac{I_C}{V_T} v_{be}$$

Der Kollektorstrom besteht also aus einem Konstanten Arbeitspunktwert  $I_C$  und einer Kleinsignal-Komponente  $i_c$ .

$$i_c = \frac{I_C}{V_T} v_{be} = g_m v_{be} \quad g_m = \frac{I_C}{V_T}$$

$g_m$  wird auch als **Transkonduktanz** bezeichnet.

Graphisch interpretiert ist  $g_m$  die Steigung der  $i_C(v_{BE})$ -Kurve im Arbeitspunkt, siehe Fig. 6.2.

### Berechnung Basisstrom

$$i_B = \frac{i_C}{\beta} = \frac{I_C}{\beta} + \frac{1}{\beta} \frac{I_C}{V_T} v_{be}$$

somit

$$i_B = I_B + i_b$$

und

$$i_b = \frac{1}{r_\pi} v_{be} \quad \text{mit} \quad r_\pi = \frac{\beta}{g_m} = \frac{V_T}{I_B} = \frac{V_T \beta}{I_C}$$

$r_\pi$  ist der **Kleinsignal-Widerstand**, wenn man von der Basis her in den Transistor schaut.

### Berechnung Emittterstrom

$$i_E = \frac{i_C}{\alpha} = \frac{I_C}{\alpha} + \frac{i_c}{\alpha}$$

somit

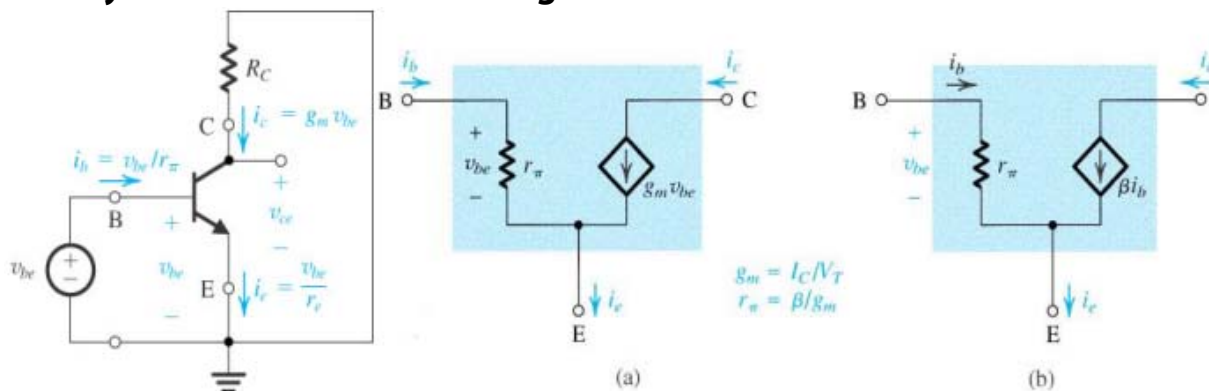
$$i_E = I_E + i_e$$

und

$$i_e = \frac{i_c}{\alpha} = \frac{I_C}{\alpha V_T} v_{be} = \frac{1}{r_e} v_{be} \quad \text{mit} \quad r_e = \frac{\alpha}{g_m} = \frac{1}{(\beta+1)} r_\pi$$

$r_e$  ist der **Kleinsignal-Widerstand**, wenn man vom Emittter her in den Transistor schaut.

## 3.2 Hybrid $\pi$ Modell für Kleinsignal-Parameter



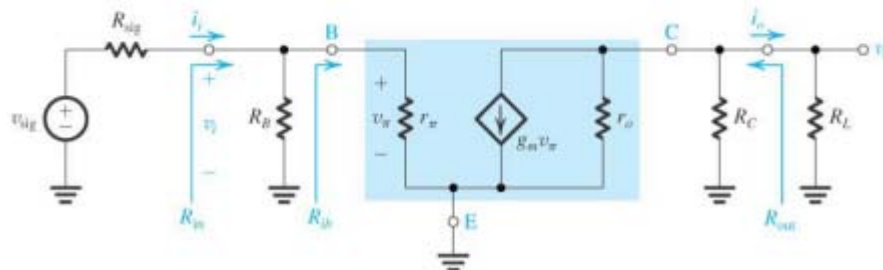
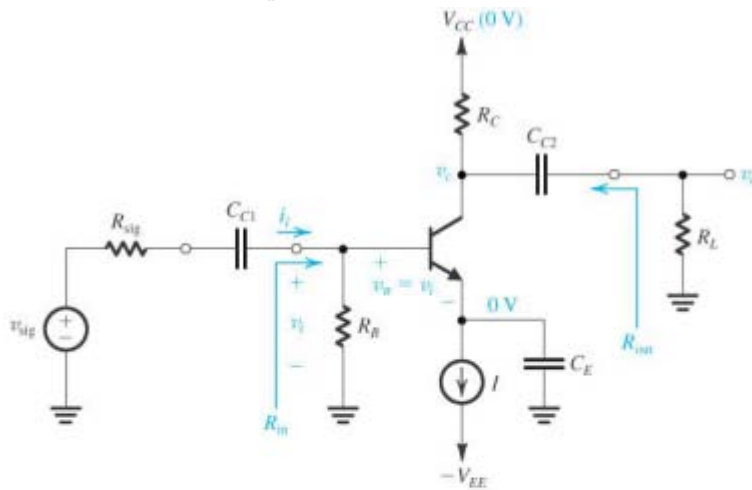
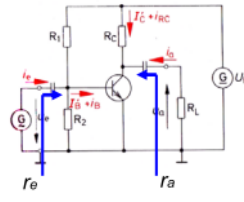
### 3.3 Emitterschaltung Kleinsignal-Parameter ohne $R_E$

Spannungsverstärkung:  $V_U = \frac{u_a}{u_e} = \beta \frac{r_{CE} \parallel R_C \parallel R_L}{r_{BE}}$

Eingangswiderstand:  $r_e = r_{BE} \parallel R_1 \parallel R_2$

Stromverstärkung:  $V_i = \frac{i_a}{i_e} = \beta \frac{r_{CE} \parallel R_C \parallel R_L}{R_L}$

Ausgangswiderstand:  $r_a = r_{CE} \parallel R_C$



Eingangswiderstand:

$$R_{in} = \frac{v_i}{i_i} = R_B \parallel r_{\pi}$$

Ausgangswiderstand:

$$R_{out} = \frac{v_o}{i_o} = R_C \parallel r_o$$

Spannungsverstärkung:

$$A_v = \frac{v_o}{v_i} = -g_m (r_o \parallel R_C \parallel R_L)$$

Stromverstärkung bei kurzgeschlossenem Ausgang:

$$A_{is} = \frac{i_{os}}{i_i} = -g_m R_{in}$$

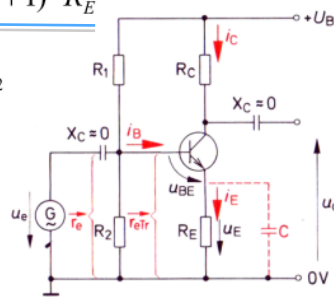
### 3.4 Emitterschaltung Kleinsignal-Parameter mit $R_E$

Spannungsverstärkung:  $V_U' = \frac{u_a}{u_e} = \frac{-\beta \cdot R_C}{r_{BE} + (1 + \beta) \cdot R_E} \approx \frac{-R_C}{R_E}$

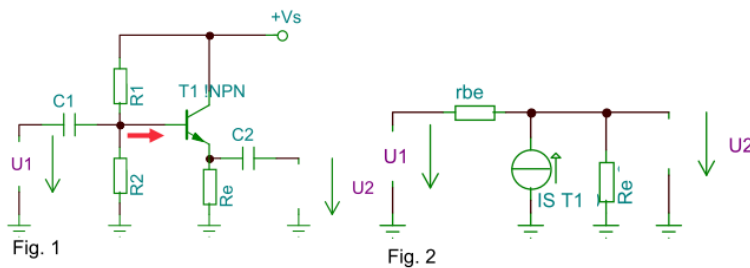
Eingangswiderstand:  $r_{eTr}' \approx r_{BE} + (\beta + 1) \cdot R_E$

$r_e$  der Schaltung:  $r_e' \approx r_{eTr} \parallel R_1 \parallel R_2$

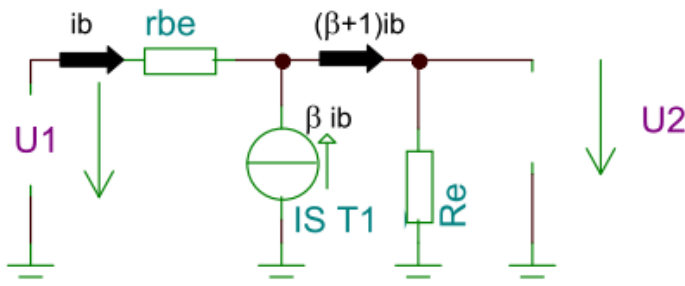
Ausgangswiderstand:  $r_a' \approx R_C$



### 3.5 Kollektorschaltung Kleinsignal Parameter Kleinsignal Ersatzschaltbild



### Verstärkung der Kollektorschaltung



Für die Spannungen gilt:

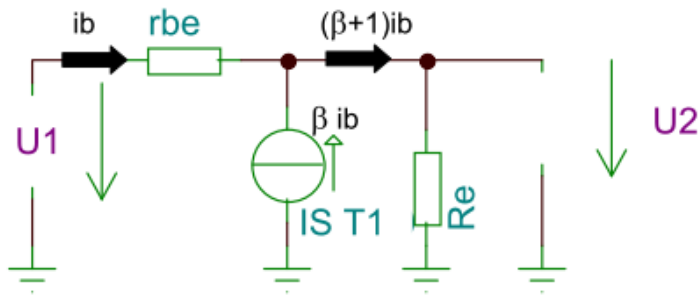
$$u1 = ib \cdot rbe + (\beta + 1) \cdot ib \cdot Re$$

$$u2 = (\beta + 1) \cdot ib \cdot Re$$

Damit erhält man für die Verstärkung:

$$V_u = \frac{u2}{u1} = \frac{(\beta + 1) \cdot Re}{rbe + (\beta + 1) \cdot Re} = \frac{1}{1 + \frac{rbe}{(\beta + 1) \cdot Re}}$$

# Eingangswiderstand rin



Für die Spannungen gilt:

$$u1 = ib \cdot rbe + (\beta + 1) \cdot ib \cdot Re$$

$$u2 = (\beta + 1) \cdot ib \cdot Re$$

Aus Gleichung (1) folgt:

$$rin = \frac{u1}{ib} = rbe + (\beta + 1) \cdot Re$$

## Ausgangswiderstand ro

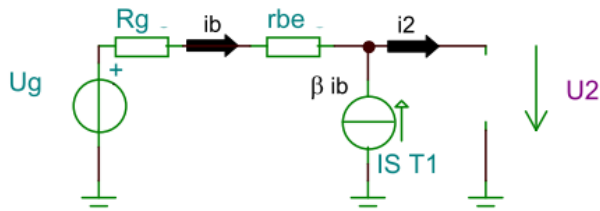


Fig. 4

Für die Ausgangsspannung gilt:

$$u2 = ib \cdot (Rg + rbe) \quad (5)$$

Der Ausgangsstrom wird:

$$i2 = (\beta + 1) \cdot ib \quad (6)$$

Damit wird der Ausgangswiderstand (ohne Emitter und Lastwiderstand):

$$ro = \frac{u2}{i2} = \frac{Rg + rbe}{\beta + 1} \quad (7)$$

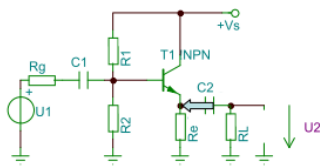


Fig. 5

Die **Verstärkung** für die gesamte Schaltung: Dabei wird Re durch die Parallelschaltung von Re und RL ersetzt.

$$Vu = \frac{u2}{u1} = \frac{1}{1 + \frac{rbe}{(\beta + 1) \cdot Re \parallel RL}} \quad (8)$$

Der **Eingangswiderstand** kann damit auch für die praktische Schaltung formuliert werden:

$$rin = R1 \parallel R2 \parallel (rbe + (\beta + 1) \cdot Re \parallel RL) \quad (9)$$

Der **Ausgangswiderstand** wird mit den zusätzlichen Bauteilen zu:

$$ro = Re \parallel \frac{R1 \parallel R2 \parallel Rg + rbe}{\beta + 1} \quad (10)$$



Eingangswiderstand:

$$R_{in} = R_B \parallel (\beta + 1) [r_e + (r_o \parallel R_L)]$$

Der Eingangswiderstand hängt vom Lastwiderstand ab (Schaltung ist nicht **unilateral**). Der Eingangswiderstand kann sehr gross gemacht werden.

Ausgangswiderstand:

$$R_{out} = r_o \parallel \left( r_e + \frac{R_{sig} \parallel R_B}{\beta + 1} \right)$$

Die Widerstände am Basiseingang erscheinen um den Faktor  $(\beta + 1)$  verkleinert vom Emitter aus betrachtet. Der Ausgangswiderstand kann sehr klein gemacht werden.

Spannungsverstärkung:

$$G_v = \frac{v_o}{v_{sig}} = \frac{R_B}{R_B + R_{sig}} \frac{(\beta + 1)(r_o \parallel R_L)}{(R_{sig} \parallel R_B) + (\beta + 1)[r_e + (r_o \parallel R_L)]}$$

Für genügend hohe Stromverstärkungen  $\beta$  und  $R_B \gg R_{sig}$  wird die Spannungsverstärkung ungefähr 1. Stromverstärkung bei kurzgeschlossenem Ausgang:

$$A_{is} = \frac{i_c}{i_b} = \beta + 1$$

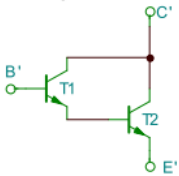
Die Kollektorschaltung hat also einen grossen Eingangswiderstand und einen kleinen Ausgangswiderstand, eine Spannungsverstärkung von ungefähr 1 und eine relativ hohe Stromverstärkung (und demnach auch Leistungsverstärkung). Eine Quelle mit grossem Quellwiderstand kann also an eine niederohmige Last angepasst werden (Impedanzanpassung).

## 4 Darlingtonschaltung

### Darlingtonschaltung

Hochschule Luzern  
Technik & Architektur

Darlington-Schaltung



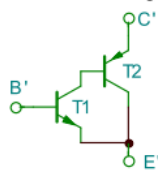
Ersatzkennwerte der Schaltung :

Stromverstärkung :  $\beta' = \beta_1 \cdot \beta_2$

Eingangswiderstand :  $r_{B'E'} = 2r_{BE1}$

Ausgangswiderstand :  $r_{C'E'} = \frac{2}{3}r_{CE2}$

Komplementär-Darlington-Schaltung



Ersatzkennwerte der Schaltung :

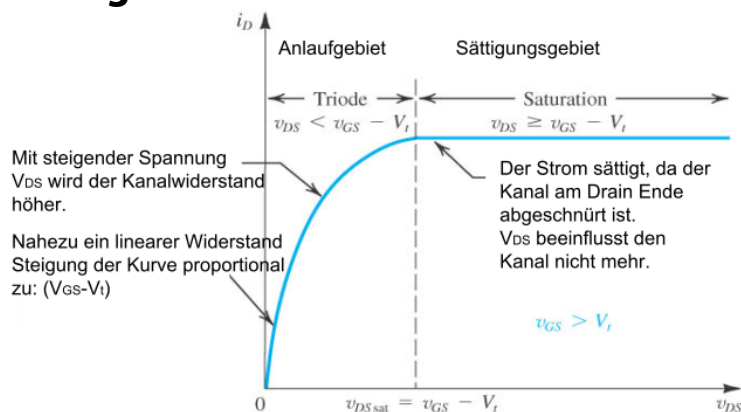
Stromverstärkung :  $\beta' = \beta_1 \cdot \beta_2$

Eingangswiderstand :  $r_{B'E'} = r_{BE1}$

Ausgangswiderstand :  $r_{C'E'} = \frac{1}{2}r_{CE2}$

# Feldeffekttransistor

## 5 Allgemeines



## Strom- Spannungsbeziehungen

im Anlaufgebiet, d.h. für:  $v_{GD} \geq V_t$      $v_{GS} \geq V_t$

$$i_D = k \frac{W}{L} \left[ (v_{GS} - V_t) v_{DS} - \frac{1}{2} v_{DS}^2 \right]$$

$k$  müssen wir mit anderen Werten im Datenblatt ermitteln

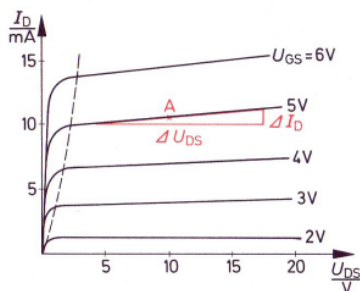
$U_t$  und  $U_{th}$  sind das gleiche

im Sättigungsgebiet, d.h.  $v_{GD} \leq V_t$      $v_{GS} \geq V_t$

$$i_D = k \frac{W}{2L} (v_{GS} - V_t)^2$$

W: Gatebreite  
L: Gatelänge  
V<sub>t</sub>: Schwellspannung, threshold voltage  
k: Boltzmann-Konstante,  
 $k = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$

• Ausgangskennlinienfeld:



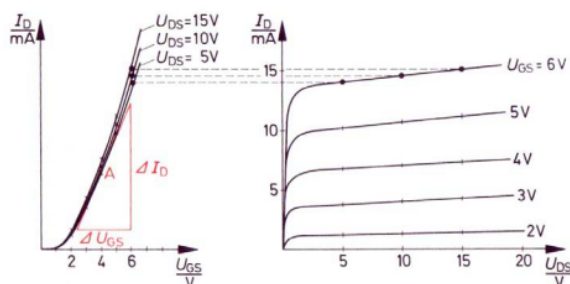
$$r_{DS} = \frac{\Delta U_{DS}}{\Delta I_D}$$

$r_{DS}$  : diff. Ausgangswiderstand

$\Delta U_{DS}$  : Drain Source Spannungsänderung

$\Delta I_D$  : Drain Stromänderung

• Eingangskennlinienfeld:



$$g_{fs} = (2 \cdot I_D) / (U_{GS} - U_{th})^2$$

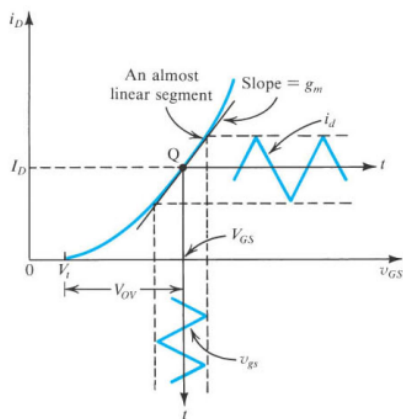
$$S = g_m = \frac{\Delta I_D}{\Delta U_{GS}}$$

$\Delta U_{GS}$  : Gatespannungsänderung  
 $S = g_m$  : Steilheit, Transkonduktanz [ $S = 1/\Omega = A/V$ ]  
 $\Delta I_D$  : Drainstromänderung

# Transkonduktanz: $g_m$

Technik & Architektur

- Kennlinie der Spannungsgesteuerten Stromquelle

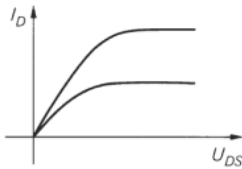
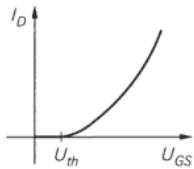
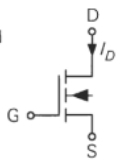


$$g_m = \left. \frac{\partial i_D}{\partial v_{GS}} \right|_{v_{GS}=V_{GS}}$$

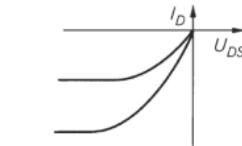
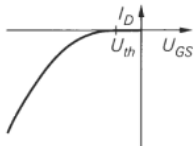
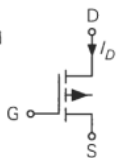
$$g_m = k \frac{W}{L} (V_{GS} - V_t)$$

## 5.1 Typen

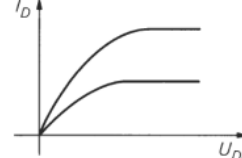
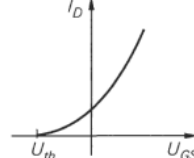
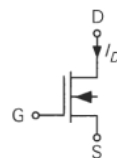
n-Mosfet,  
selbstsperrend



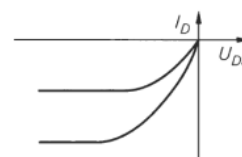
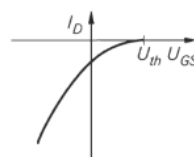
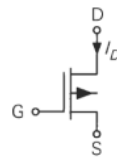
p-Mosfet,  
selbstsperrend



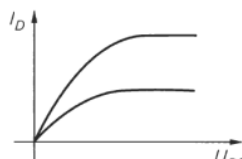
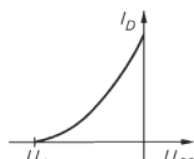
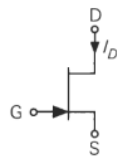
n-Mosfet,  
selbstleitend



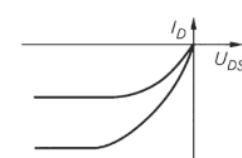
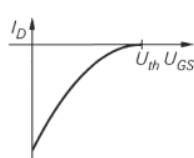
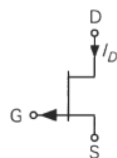
p-Mosfet,  
selbstleitend



n-Jfet

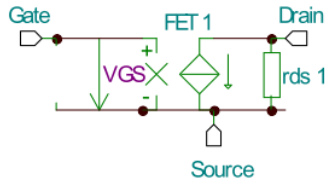


p-Jfet



## 6 Kleinsignal

- Spannungsgesteuerte Stromquelle

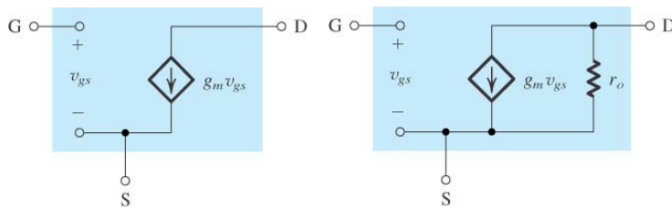


$$i_{DS} = g_m \cdot v_{GS} = S \cdot v_{GS}$$

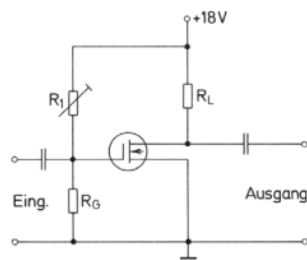
$g_m, S$ : Transkonduktanz, Steilheit [A/V, 1/Ω, S]

$$r_{GS} = \infty$$

Das **Kleinsignal-Ersatzschaltbild** für einen n-Kanal MOSFET ist in Fig. 4.13 gezeigt. Es ist ähnlich dem Ersatzschaltbild des Bipolartransistors, der Widerstand zwischen Gate und Source kann als unendlich gross angenommen werden.



### 6.1 Sourceschaltung



Spannungsverstärkung:

$$V_u = g_m \cdot \frac{R_L \cdot r_{DS}}{R_L + r_{DS}}$$

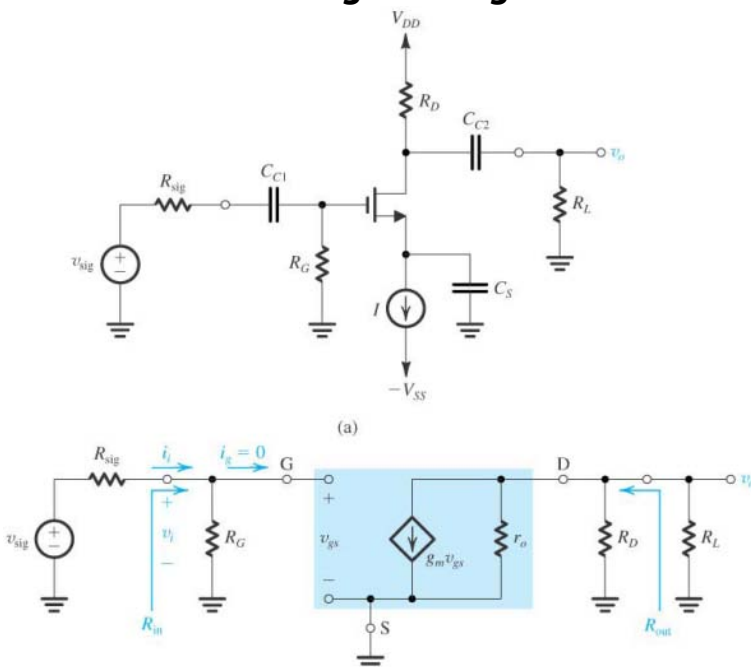
Ausgangswiderstand:

$$R_a = \frac{R_L \cdot r_{DS}}{R_L + r_{DS}}$$

Eingangswiderstand:

$$r_e = \frac{r_{GS} \cdot R'_G}{r_{GS} + R'_G} \quad R'_G = R_G \parallel R_1$$

### 6.2 Sourceschaltung Kleinsignal-Parameter



Eingangswiderstand:

$$R_{in} = \frac{v_i}{i_i} = R_G \quad R_G \text{ wird meistens sehr gross, typ. im } M\Omega\text{-Bereich gew\u00e4hlt.}$$

Ausgangswiderstand:

$$R_{out} = \frac{v_o}{i_o} = R_D \parallel r_o$$

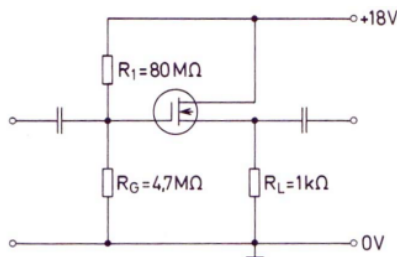
Spannungsverst\u00e4rkung:

$$A_v = \frac{v_o}{v_i} = -g_m (r_o \parallel R_D \parallel R_L)$$

Stromverst\u00e4rkung bei kurzgeschlossenem Ausgang:

$$A_{is} = \frac{i_{os}}{i_i} = -g_m R_{in}$$

### 6.3 Drainschaltung



Spannungsverst\u00e4rkung:

$$V_u = \frac{(r_{DS} \parallel R_L)}{(r_{DS} \parallel R_L) + \frac{1}{g_m}} \approx 1$$

JFET

Ausgangswiderstand:

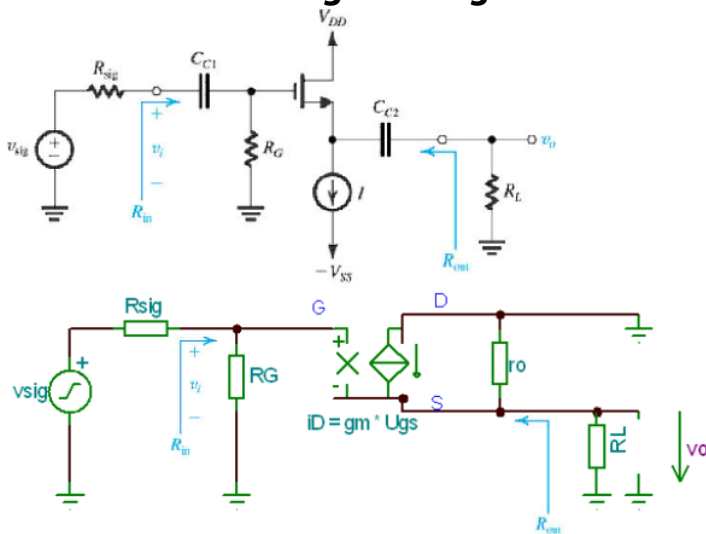
$$r_a = \frac{1}{g_m} \parallel r_{DS} \parallel R_L$$

$$C_e = (1 - V_{US}) * C_{DG} + (1 - V_{UD}) * C_{GS}$$

Eingangswiderstand:

$$r_e = (r_{GS} \cdot R_L \cdot g_m + R_L + r_{GS}) \parallel R_1 \parallel R_G$$

### 6.4 Drainschaltung Kleinsignal-Parameter



Eingangswiderstand:

$$R_{in} = \frac{v_i}{i_i} = R_G \quad R_G \text{ wird meistens sehr gross, typ. im } M\Omega\text{-Bereich gew\u00e4hlt.}$$

Ausgangswiderstand:

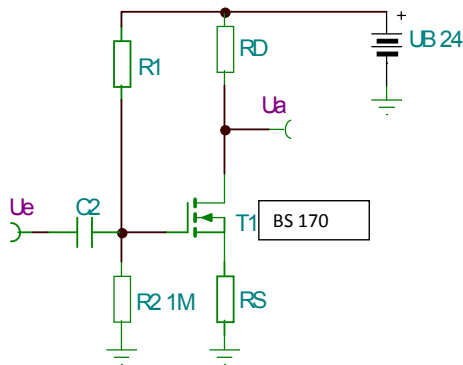
$$R_{out} = \frac{v_o}{i_o} = \frac{1}{g_m} \parallel r_o$$

Spannungsverst\u00e4rkung:

$$A_v = \frac{v_o}{v_i} = \frac{(r_o \parallel R_L)}{(r_o \parallel R_L) + 1/g_m} \text{ ist ungef\u00e4hr } 1$$

Die Schaltung hat einen sehr grossen Eingangswiderstand und einen kleinen Ausgangswiderstand.  
Die Drain-Schaltung wird \u00e4hnlich wie die Kollektor-Schaltung zur Impedanzanpassung verwendet.

## Stromgegenkopplung (Reduktion der Verstärkung durch $R_S$ )



### Dimensionierung:

- Wahl von  $I_D$  aufgrund des nötigen Ausgangswiderstandes  $R_D$
- Wahl von  $R_S$  für ein  $U_{RS}$  von ca. 1V
- Wahl von  $R_2$  je nach Leckströmen von T1 im Bereich von 100kΩ bis 10MΩ
- $R_1 = (U_B - U_{GS} - U_{RS}) / (U_{GS} + U_{RS}) / R_2$
- Untere Grenzfrequenz:  $f_{gu} = 1/(2\pi \cdot C_2 \cdot R_1 || R_2)$

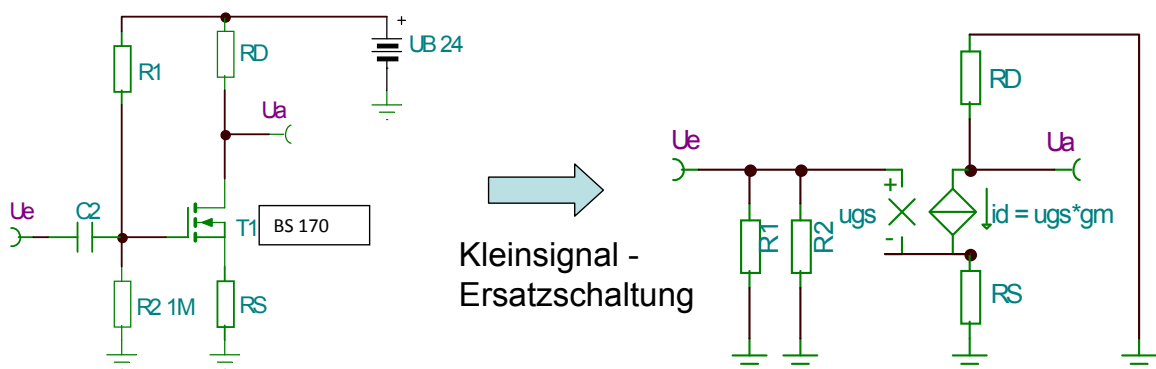
ET+ELO

Seite 31

sco – 2.10.2013

## Analyse Kleinsignalverhalten

## Stromgegenkopplung (Reduktion der Verstärkung durch $R_S$ )



### Spannungsverstärkung:

$$V_u = \frac{U_a}{U_e} = \frac{-g_{fs} \cdot R_D}{R_S \cdot g_{fs} + 1}$$

### Eingangswiderstand:

$$r_e = R_1 || R_2$$

### Ausgangswiderstand:

$$r_a = R_D$$

(Annahme:  $r_{DS} \gg R_D$ )

ET+ELO

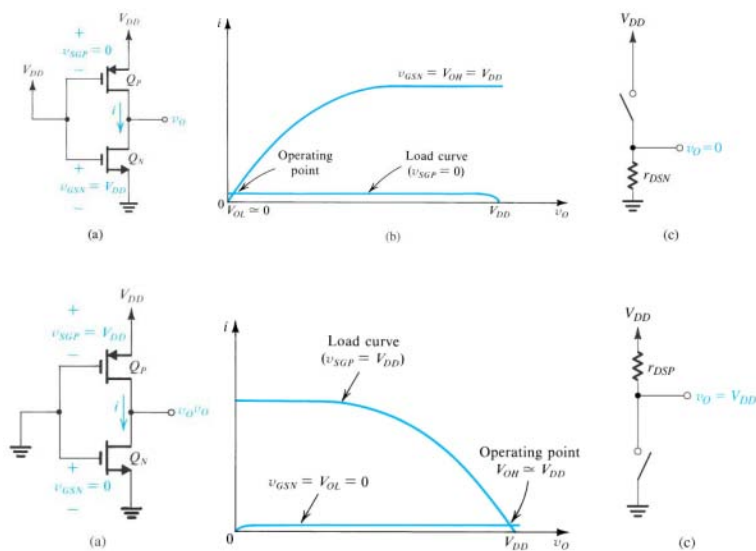
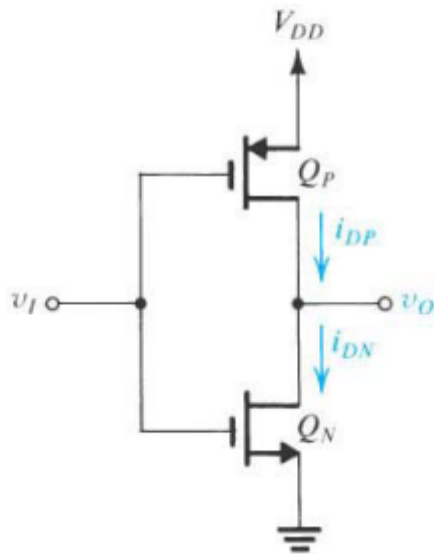
Seite 32

sco – 2.10.2013

## 7 CMOS Inverter

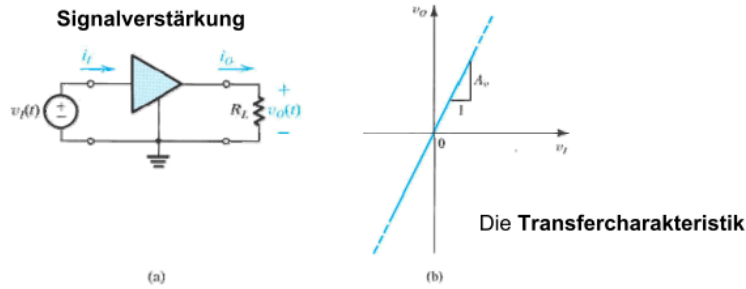
### 8. CMOS

Die bei weitem verbreitetste Technologie mit Transistoren ist **CMOS (Complementary MOS)**. Sie wird vor allem für Logik-Schaltungen verwendet. Gründe dafür sind niedriger Leistungsverbrauch, die hohe Eingangsimpedanz der Gates und die hohe Integrationsdichte. Das Grundelement ist in Fig. 4.17 dargestellt. Es handelt sich um den **CMOS Inverter**.



# Operationsverstärker

## 8 Idealer OP



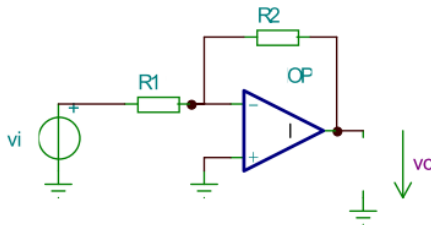
$$v_O(t) = A_v \cdot v_I(t)$$

$v_O$ : Ausgangsspannung

$v_I$ : Eingangsspannung

$A_v$ : Spannungsverstärkung

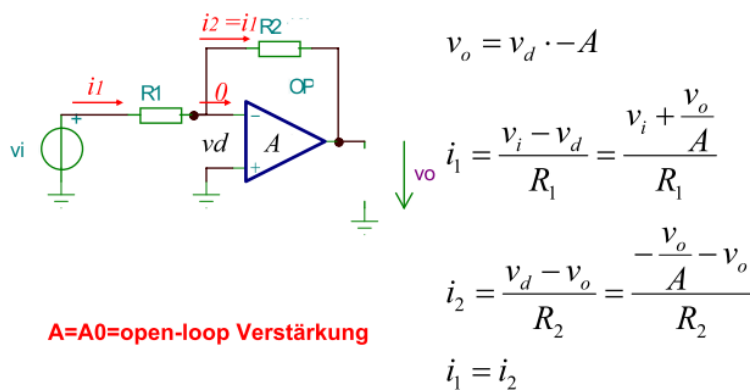
### 8.1 Invertierender OP



$$\frac{v_o}{v_i} = -\frac{R_2}{R_1}$$

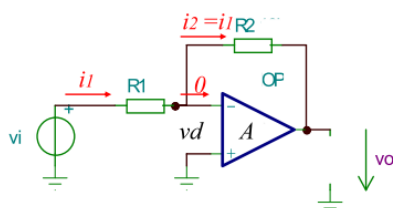
#### Effekt der endlichen Verstärkung A

Technik & Architektur



#### Effekt der endlichen Verstärkung A

Technik & Architektur



$$\frac{v_o}{v_i} = \frac{-R_2 / R_1}{1 + (1 + R_2 / R_1) / A}$$

**$A_v = -R_2 / R_1 \rightarrow \text{unendlich}$**

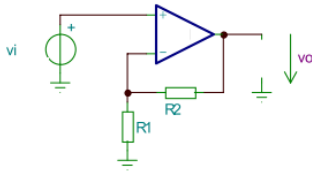
Merke:

Bei einer Veränderung der Leerlaufverstärkung A um -50% ändert sich die Verstärkung im gegengekoppelten Fall (closed-loop) die Verstärkung ( $v_o/v_i$ ) nur um -0.1%!

Modul EGD-ET



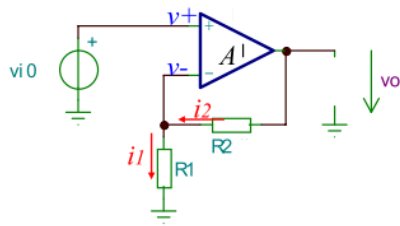
## 8.2 Nicht-invertierender Verstärker



$$\frac{v_o}{v_i} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

### Effekt der endlichen Verstärkung A

Nicht Invertierender Verstärker



$$v_o = A \cdot (v_+ - v_-)$$

$$v_+ = v_i$$

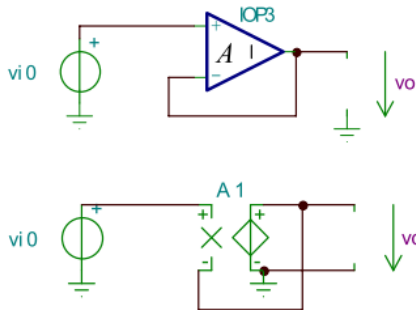
$$v_- = \frac{v_o \cdot R_1}{R_1 + R_2}$$

$$i_1 = i_2$$

$$\frac{v_o}{v_i} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 + \frac{R_1 + R_2}{A}}$$

### Spezialfall: Spannungs Folger

„Voltage Follower, unity-gain amplifier, Impedanzwandler“



$$\frac{v_o}{v_i} = \frac{1}{1 + \frac{1}{A}} \xrightarrow{A \rightarrow \infty} = 1$$

Merke:  
Bei einer Veränderung der Leerlaufverstärkung A um -50% ändert sich die Verstärkung im gegengekoppelten Fall (closed-loop) die Verstärkung ( $v_o/v_i$ ) nur um - 0.1%!

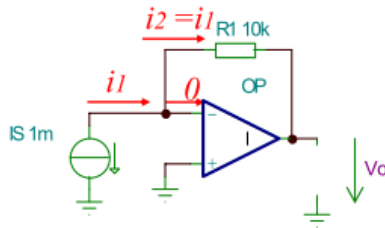
Modul EQu4BT

### Vergleich der OP-Grundsaltungen

|                    | Inv. Verstärker | nicht inv. Verstärker |
|--------------------|-----------------|-----------------------|
| • Rin              | = R1            | -> ∞                  |
| • Phase            | -1 (180°)       | 1 (0°)                |
| • Min. Verstärkung | - 0             | 1                     |

## 8.3 Strom / Spannungswandler

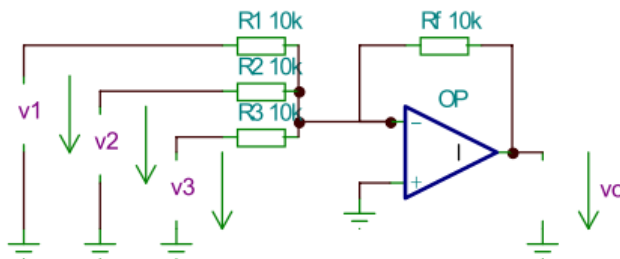
Der Strom / Spannungswandler



$$v_o = -i_1 \cdot R_1$$

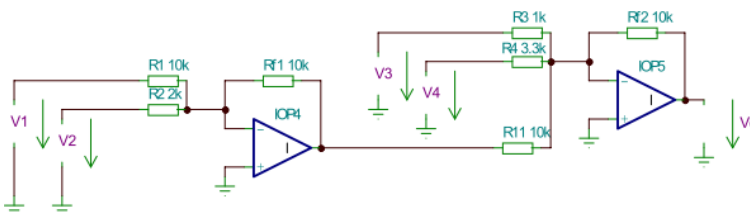
## 8.4 Summierverstärker

Der Summierverstärker, gewichteter Summierer



$$v_o = -R_f \cdot \left( \frac{v_1}{R_1} + \frac{v_2}{R_2} + \frac{v_3}{R_3} \right)$$

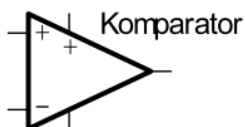
Summierverstärker



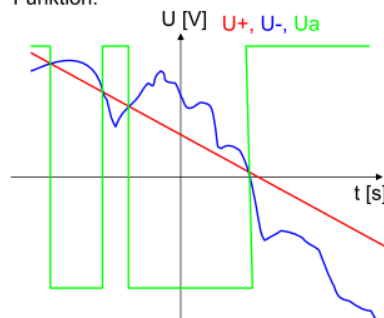
$$v_o = -R_{f2} \cdot \left( \frac{v_3}{R_3} + \frac{v_4}{R_4} \right) + \frac{R_{f2}}{R_{11}} \cdot R_{f1} \cdot \left( \frac{v_1}{R_1} + \frac{v_2}{R_2} \right)$$

## 8.5 Komparator

Schaltsymbol:



Funktion:

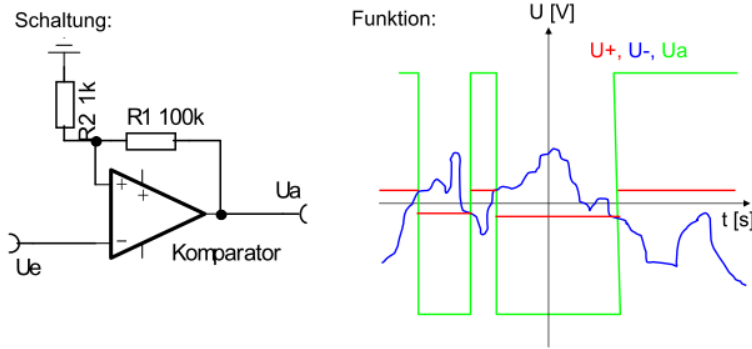


Anwendungen

- Zweipunktregler, z. B. Thermostaten
- Triggerschaltungen, z. B. in Frequenzzählern,
- in Analog-Digital-Umsetzern
- in analogen Zeitgebern,
- in Schaltnetzteilen zur Regelung und Strombegrenzung
- als Pulsweitenmodulator

→  $U_a$  = Vorzeichen des Differenzsignals zwischen  $U_+$  und  $U_-$  Eingang

## 8.6 Schmitt-Trigger (Komparator mit Hysterese)



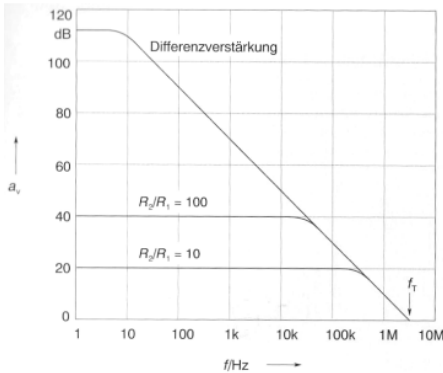
Hysterese: eine Mitkopplung, das heisst positive Rückkopplung

### Anwendungen

- Komparator mit Störspannungsunterdrückung
- Impulsformer
- Logikpegeldetektion

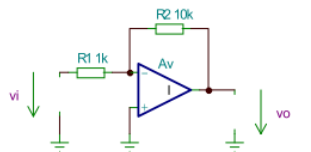
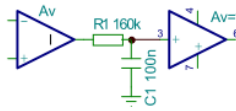
## 8.7 Frequenzgang OP

- Verstärkungsbandbreiteprodukt



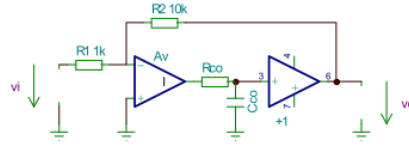
fr: Transistfrequenz (Verstärkung = 1) = GBW

AC Modell des OP:



Av: Spannungsverstärkung DC  
fco: Openloop Grenzfrequenz  
fr: Transistfrequenz

$$\frac{v_o}{v_i} \cdot f_g \approx A_v \cdot f_{co} = f_T$$



Übertragungsfunktion:

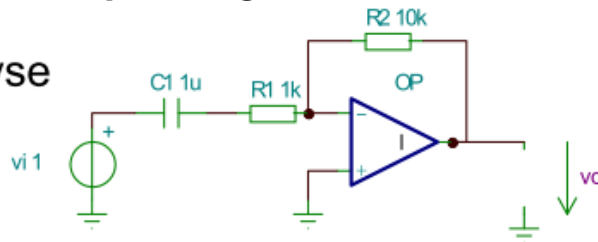
$$\frac{v_o}{v_i} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \left( 1 + \frac{1}{A_v} \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1} \cdot \left( 1 + j \frac{f}{f_{co}} \right) \right)^{-1}$$

Grenzfrequenz:

$$f_g = \left( \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot A_v + 1 \right) \cdot f_{co}$$

## 8.8 Wechselspannungsverstärker mit invertierendem OP

### Analyse

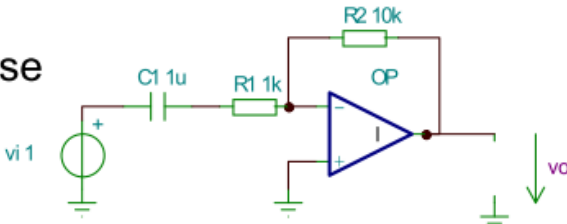


$$X_C = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C}$$

$$\frac{v_o}{v_i} = \frac{-R_2}{R_1 + X_C} \rightarrow \infty = 0$$

1. Analyse bei Gleichspannung ( $f = 0$ )

### Analyse



$$X_C = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C}$$

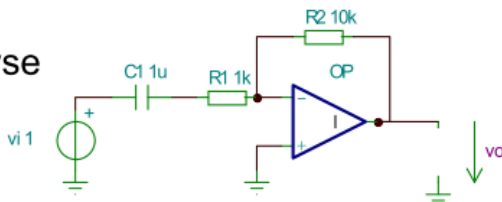
$$\frac{v_o}{v_i} = \frac{-R_2}{R_1 + X_C} \rightarrow 0 = \frac{-R_2}{R_1}$$

$$H \text{ [dB]} = 20 \log(\text{abs}(U_a/U_e))$$

1. Analyse bei Gleichspannung ( $f = 0$ )

2. Analyse bei Wechselspannung ( $f \rightarrow \infty$ )

### Analyse



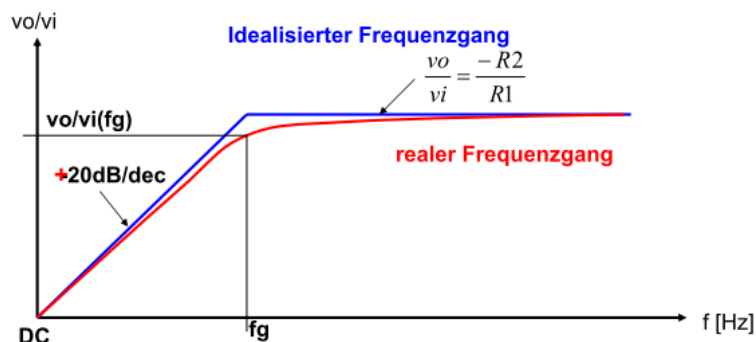
R1 und C1

$$f_g \text{ bei } R_1 = X_{C1} \quad X_C = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C} \quad f_g = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot C_1 \cdot R_1}$$

1. Analyse bei Gleichspannung ( $f = 0$ )

2. Analyse bei Wechselspannung ( $f \rightarrow \infty$ )

3. Grenzfrequenz bestimmen (welche Bauelemente sind involviert?)



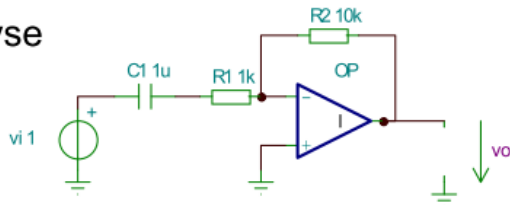
1. Analyse bei Gleichspannung ( $f = 0$ )

2. Analyse bei Wechselspannung ( $f \rightarrow \infty$ )

3. Grenzfrequenz bestimmen (welche Bauelemente sind involviert?)

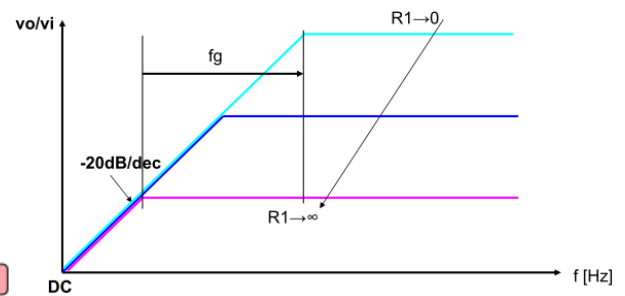
4. Zeichnen der idealisierten Frequenzganges

## Analyse



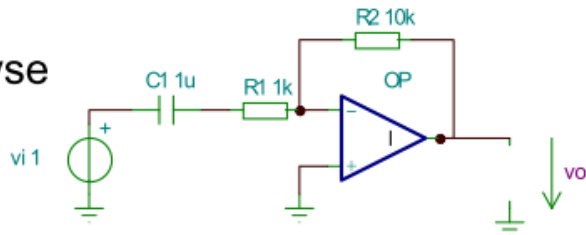
$$C1 \rightarrow \infty \rightarrow f_g \rightarrow 0 \text{ Hz} \quad f_g = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot C1 \cdot R1}$$

$$R1 \rightarrow 0 \rightarrow f_g \rightarrow \infty$$



1. Analyse bei Gleichspannung ( $f = 0$ )
2. Analyse bei Wechselspannung ( $f \rightarrow \infty$ )
3. Grenzfrequenz bestimmen (welche Bauelemente sind involviert?)
4. Zeichnen der idealisierten Frequenzganges
5. Analyse der Grenzfälle (Bauelemente  $\rightarrow \infty$  oder  $\rightarrow 0$ ?)

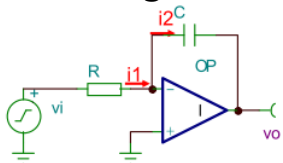
## Analyse



## Übertragungsfunktion:

$$H(j\omega) = -\frac{R_2}{\frac{1}{j\omega \cdot C_1} + R_1} \quad f_g = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot C1 \cdot R1}$$

## 8.9 Integrierer

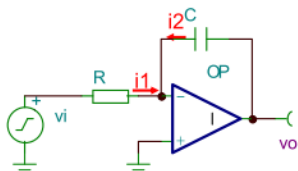


Analyse im Zeitbereich:  
→ DGL

$$0 = i_1 + i_2, \quad i_2 = C \cdot \frac{dv_o}{dt}, \quad v_i = R \cdot i_1$$

$$R \cdot C \cdot \frac{dv_o}{dt} = -v_i$$

$$v_o(t) = v_o(0) - \frac{1}{RC} \int_0^t v_i(t') dt'$$



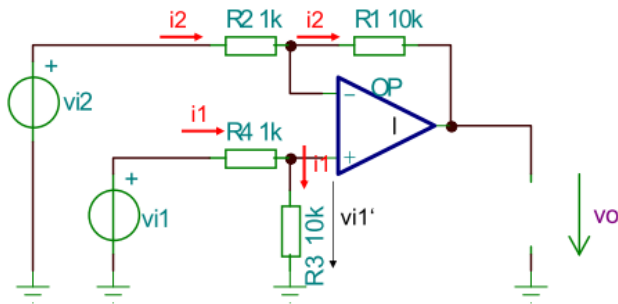
Analyse im Frequenzbereich: →

Komplexe Übertragungsfunktion

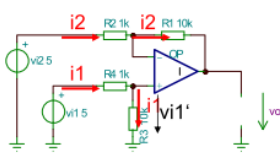
$$H(j\omega) = -\frac{Z_C}{R} = -\frac{1}{j\omega C R}$$

$$H(j\omega) = -\frac{1}{j\omega \cdot C \cdot R}$$

## 8.10 Differenzverstärker



$$vo(vi1) = vo1 = \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) \cdot vi1' \quad vo(vi2) = vo2 = -\frac{R_1}{R_2} \cdot vi2$$



$$vo1 = \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) \cdot vi1'$$

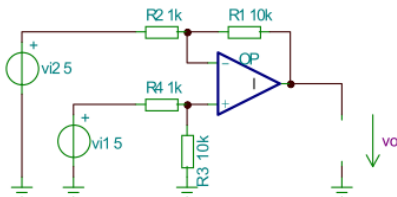
$$vo2 = -\frac{R_1}{R_2} \cdot vi2$$

$$vo = vo1 + vo2 = \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) \cdot vi1' - \frac{R_1}{R_2} \cdot vi2$$

Vi1': Spannungsteiler mit R3 und R4:

$$vi1' = \left(\frac{R_3}{R_3 + R_4}\right) \cdot vi1 = \frac{vi1}{1 + \frac{R_4}{R_3}}$$

$$vo1 = \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) \cdot \frac{1}{1 + \frac{R_4}{R_3}} \cdot vi1 - \frac{R_1}{R_2} \cdot vi2$$



$$vo1 = \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) \cdot \frac{1}{1 + \frac{R_4}{R_3}} \cdot vi1 - \frac{R_1}{R_2} \cdot vi2$$

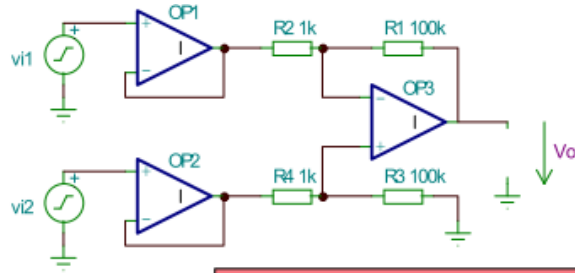
Wenn alle Widerstände gleich sind gilt:  $vo = vi1 - vi2$

Wahl der Widerstände für eine Differenzverstärkung von Aid:

$$Aid = \frac{R1}{R2} = \frac{R3}{R4}$$

Damit gilt:  $vo = Aid \cdot (vi1 - vi2)$

## 8.11 Instrumentenverstärker

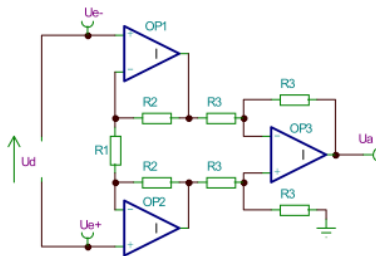


$$v_o = \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) \cdot \frac{1}{1 + \frac{R_4}{R_3}} \cdot v_{i1} - \frac{R_1}{R_2} \cdot v_{i2}$$

Wahl der Widerstände für eine Differenzverstärkung von  $A_{id}$ :

$$A_{id} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$$

Damit gilt:  $v_o = A_{id} \cdot (v_{i1} - v_{i2})$



Elektrometersubtrahierer

Wahl der Widerstände für eine Differenzverstärkung die nur von  $R_1$  und  $R_2$  abhängt.

$$U_a = \left(1 + \frac{2R_2}{R_1}\right) \cdot (U_{e+} - U_{e-})$$

- + Damit wird eine hohe Gleichtaktunterdrückung (CMRR) erreicht.
- + Die Verstärkung kann mit einem einzigen Widerstand  $R_1$  eingestellt werden.