

FUNKCIJE VEČ SPREMENLJIVK

1. Dana je funkcija $z(x, y) = \frac{x^2}{y}$, kjer velja $x(u, v) = u - 2v$ in $y(u, v) = v + 2u$. Izračunajte $\frac{\partial z}{\partial u}$ in $\frac{\partial z}{\partial v}$.
2. Dane so funkcije $f(x, y) = x^2y + x$, $x(t) = 2t$ in $y(t) = \sin t$. Izračunajte $\frac{\partial f}{\partial t}(x(t), y(t))$
 - (a) s pomočjo verižnega pravila.
 - (b) po direktni poti.
3. Določite lokalne ekstreme naslednjih funkcij:
 - (a) $f(x, y) = x^2 + (y - 1)^2$
 - (b) $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy$
 - (c) $f(x, y) = (x^2 + \frac{3}{4}) \cdot e^{-x^2 - y^2}$
 - (d) $f(x, y, z) = 2x^2 + y^2 + 2z - xy - xz$
4. Pokażite, da ima funkcija $f(x, y) = (1 + e^y) \cdot \cos x - ye^y$ neskončno maksimumov in nobenega minimuma.
5. Poiščite točko na eliptičnem paraboloidu $z = 4x^2 + y^2$, ki je najbližje točki $(0, 0, 8)$.
6. Izmed vseh pravokotnih trikotnikov določite dolžine stranic tistega, ki ima ploščino enako 2 in najmanjši obseg.
7. Na hiperboličnem valju $x^2 - z^2 - 1 = 0$ poiščite točke najbližje koordinatnemu izhodišču.
8. Določite dolžine stranic kvadra s površino 10, ki ima največjo prostornino.
9. Določite največjo in najmanjšo vrednost funkcije $f(x, y) = xy$ na elipsi $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{2} = 1$.