Algoritmi v bioinformatiki
Nekaj osnovnih definicij o grafih

Martin Milanič
martin.milanic@upr.si
UP FAMNIT

23. april 2025

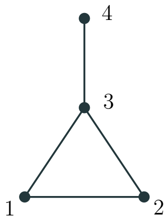
graf: urejen par $G = (V, E)$,

V je množica **točk** (ali **vozlišč**),

$E \subseteq \binom{V}{2}$ (2-elementne podmnožice množice V) je množica **povezav**

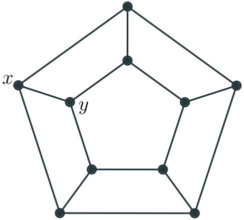
Oznaka: $V(G) = V$, $E(G) = E$.

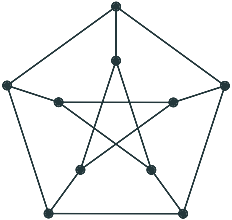
Zgled: $V = \{1, 2, 3, 4\}$, $E = \{\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{3, 4\}\}$



$e = \{x, y\} \in E$: pisali bomo $e = xy$ $(= yx)$

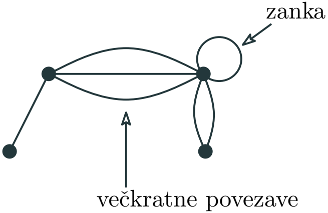
x, y **krajišči** povezave e





Petersenov graf

multigrafi:



(E je multipodmnožica $\binom{V}{2} \cup V$)

- Oznaka $e = xy$ je lahko dvoumna za multigrafe;
  po potrebi uporabimo *incidenčno funkcijo*: $\psi(e) = xy$.
- Pozor - nekateri avtorji uporabljajo drugačno terminologijo:
  graf = multigraf
  enostaven graf = graf (brez zank in večkratnih povezav)

Stopnja točke x v grafu G je število povezav, ki vsebuje x. Oznaka: $d(x)$.

Točka v je **izolirana**, če je $d(v) = 0$.

V **digrafu** (ali **usmerjenem grafu**) ločimo med

izhodno stopnjo $d^+(x)$ točke x (število povezav, ki se v toči x pričnejo) in

vhodno stopnjo, $d^-(x)$ (število povezav, ki se v točki x končajo).

Stopnja točke v pa je v tem primeru definirana kot $d(v) = d^+(v) + d^-(v)$.

Sprehod v grafu $G = (V, E)$ je zaporedje

$$x_0 e_1 x_1 \cdots e_\ell x_\ell \,,$$

kjer je $x_i \in V$ in $e_i = x_{i-1}x_i \in E$.

Opombe:

- $\ell =$ število povezav
- običajno pišemo kar $x_0 x_1 \cdots x_k$ (izpustimo torej $e_i$je) (ne za multigrafe)

Sled je sprehod, v katerem so vse povezave različne.

Pot je sprehod, v katerem so vse točke različne.

Sprehod je **sklenjen**, če je $x_\ell = x_0$.

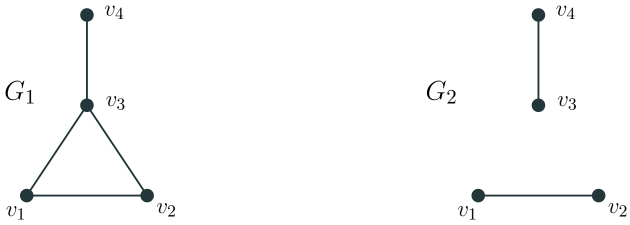
Cikel: taka sklenjena sled, da je $x_0 x_1 \cdots x_{\ell-1}$ pot.

Pri definicijah poti in ciklov v **digrafih** upoštevamo tudi usmerjenost povezav.

Graf je **povezan**, če za vsaki dve točki $u, v \in V(G)$ obstaja pot med njima.

Zgled:

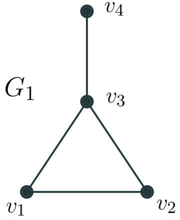
graf G_1 je povezan, graf G_2 pa ne

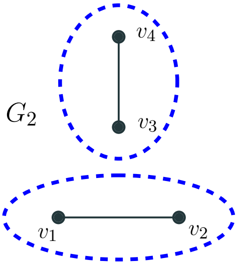


Graf je **povezan**, če za vsaki dve točki $u, v \in V(G)$ obstaja pot med njima.

Zgled:

graf G_1 je povezan, graf G_2 pa ne



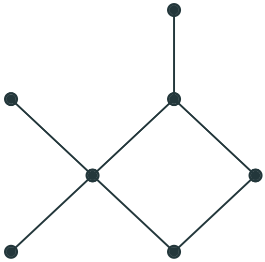


(povezane) komponente grafa G: maksimalni povezani podgrafi

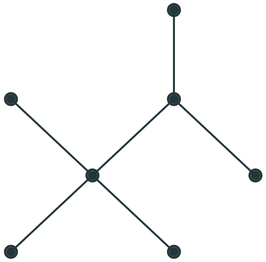
gozd = graf brez ciklov (acikličen graf)

drevo = povezan gozd

Zgled:



povezan graf, ki vsebuje cikel



povezan acikličen graf = drevo