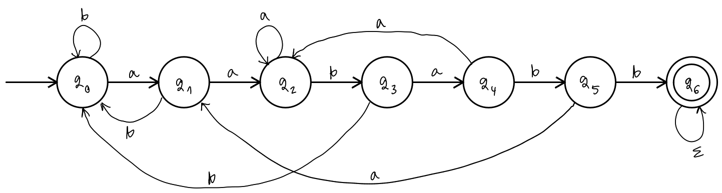
1. Brez grafične ponazoritve zapišite tabelo prehodov (δ) za deterministični končni avtomat iz 14. naloge 1. vaj.



$p = aababb$ (1 2 3 4 5 6)

$m = 6$

q	0	0	0	1	1	1	1	2	2	2	…
ℓ	a	b	b	a	b	b	b	a	a	b	…
k	${}^{2}1$	${}^{2}1$	0	${}^{3}2$	${}^{3}2$	1	0	${}^{4}3$	2	${}^{4}3$	…
$p[q]\cdot\ell$	a	b	b	aa	ab	ab	ab	aaa	aaa	aab	…
$p[k]$	a	a	ε	aa	aa	a	ε	aab	aa	aab	…
$\delta[q,\ell]$	1		0	2			0		2	3	…

znaki p[:k]

drugi a je pripona prvemu, zato odčitamo k

Prazna beseda je vedno pripona

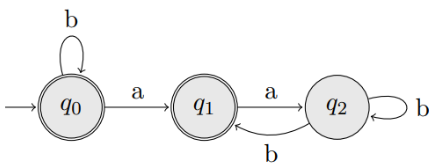
Na koncu dobimo za vsako stanje in znak abecede vrednost v δ-tabeli.

Algoritem:

```
def Construct δ(p):
  m = |p|
  for q = 0 .. m do
    for ℓ ∈ Σ do
      k = min(m+1, q+2)
      repeat k = k-1
      until p[q]•ℓ vsebuje p[k]
        kot pripono δ[q,ℓ] = k
  return δ
```

konkatenacija

2. Dan imamo naslednji nedeterminističen končni avtomat



$\Rightarrow F = \{q_0, q_1\}$

Poiščite ustrezen determinističen končni avtomat.

Izpišemo si δ-tabelo za avtomat:

δ	a	b
0	1	0
1	2	/
2	/	1,2

problem!

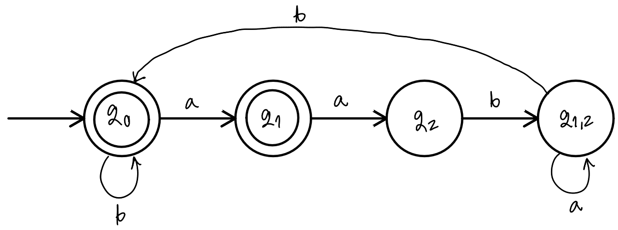
Zapišeš vse neprazne podmnožice stanj, ki jih je $2^{|Q|}-1$. Za stanje $q_{1,2}$ narediš unijo stanj q_1 in q_2 glede na stolpce (za vsak znak). Napišeš samo dosegljiva stanja, t.j. ta ki se pojavijo v tabeli.

$\Rightarrow$

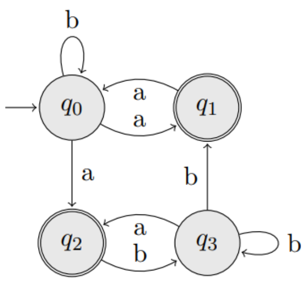
δ	a	b
0	1	0
1	2	/
2	/	1,2
1,2	1,2	0

Končna stanja se ohranijo, zato to imel tudi novi KA $F = \{q_0, q_1\}$.

Morali smo dodat samo eno stanje. Dobimo:



3. Poiščite determinističen končni avtomat za nedeterminističen končni avtomat:



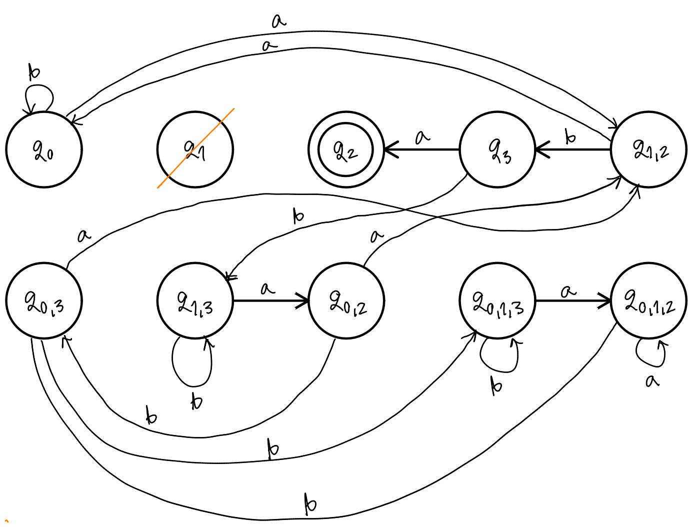
$F = \{q_1, q_2\}$

$\Sigma = \{a, b\}$

$\Rightarrow$

δ	a	b
0	1,2	0
1	0	/
2	/	3
3	2	1,3
1,2	0	3
0,3	1,2	0,1,3
1,3	0,2	1,3
0,2	1,2	0,3
0,1,3	0,1,2	0,1,3
0,1,2	0,1,2	0,3

$\Rightarrow$



Zgodi se tudi, da po kreaciji nove δ-tabele kateri od starih stanj odpade, saj ni poti vanj – q_1 v tem primeru.

4. Dana imamo regularna izraza

$$r_1 = a^* + b^* \text{ in}$$

$$r_2 = ab^* + ba^* + b^*a + (a^*b)^*.$$

Poiščite besede, ki

(a) spadajo v $L(r_1)$ toda ne v $L(r_2)$.
(b) spadajo v $L(r_2)$ toda ne v $L(r_1)$.
(c) spadajo v oba, $L(r_1)$ in $L(r_2)$.
(d) ne spadajo niti v $L(r_1)$ niti v $L(r_2)$.

a) T.j. $L(r_1) \setminus L(r_2)$

- $L(r_1) = \{\varepsilon, a, b, aa, bb, aaa, bbb, \dots\}$

poljubno mnogo a ali b

- $L(r_2) = \{\varepsilon, a, ab, abb, \dots, b, ba, baa, \dots, bba, bbba, \dots, aab, aaab, \dots, bb, bbb, \dots\}$

Katere besede torej "r_2" ne razume? Poljubno mnogo a toda več (ali enako) 2-krat:

$\{aa, aaa, \dots\} = \{aaa^*\}$

b) Katere iz $L(r_2)$ ne razume r_1?

$\{ab, abb, \dots, ba, baa, \dots, bba, bbba, \dots, aab, aaab, \dots\}$ = vse kjer se a in b mešata...
$= \{abb^*, baa^*, b^*ba, a^*ab\}$

c) $L(r_1) \cap L(r_2) = \{a, b, \varepsilon, bb, bbb, \dots\}$
$= \{a^*, b^*, \varepsilon\}$ $\quad bb, bbb, \dots = b^*$

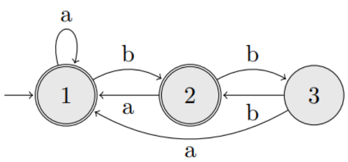
d) Katerih besed ne razumeta oba?

vsaj 1 b

- r_2 ne razume večkratnih ponovitev a (samo a)
- r_1 ne razume besed z a IN b ⇒ vedno a in b skupaj

⇒ $\{\cancel{ab}, \cancel{aab}, \dots, \cancel{abb}, \dots, aba, abaa, \dots aba, abba, \dots, \cancel{ba}, \cancel{baa}, \dots \cancel{bba}, \dots baba, baaba, \dots babba, \dots, bbaba, \dots babaa, \dots\}$
$= \{aba, abaa, \dots, abba, \dots, baba, baaba, \dots, babba, \dots, bbaba, \dots, babaa, \dots\}$

5. Poiščite regularen izraz, ki ustreza determinističnemu končnemu avtomatu

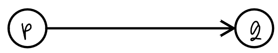


Iz DKA dobimo regulatorni izraz preko naslednje formule:

$$L(p,q,k+1) = L(p,q,k) \cup L(p,k+1,k)\, L(k+1,k+1,k)^*\, L(k+1,q,k)$$

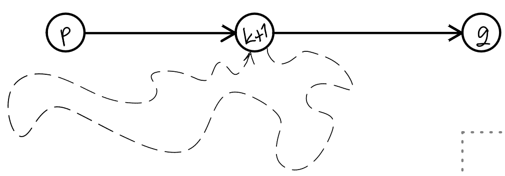
Velja $L(p,q,j)$, kjer $p,q \in Q$ in $j \geq 0$. To je mn. vseh besed, ki omogočajo, da naš avtomat pride iz stanja p v q, brez da bi pri tem uporabili stanje večje od j.

Primer direktne povezave:

$L(p,q,0)$ ⇒ 

Osnovna ideja: predp. da je za nek $k \geq 0$ $L(p,q,k)$ regulatorni jezik za $\forall p,q \in Q$. Vprašamo se "kako pridemo do $L(p,q,k+1)$"? ⇔ Kako sestavimo tako besedo v tem jeziku? Imamo 2 možnosti:

1. Beseda ne gre preko k+1, zato je ta v $L(p,q,k)$.
2. Beseda gre iz p v k+1, ki je najvišje stanje na poti. Lahko da se bo k+1 stanje večkrat vrnilo vase, ampak ultimativno pride na koncu do q iz k+1.



To pojasnjuje zgornja enačba.

Naloga: $q_0 = 1$, $q = 1$ ali 2, $j = 3$

$r(1,1,3) = r(1,1,2) + r(1,3,2)\, r(3,3,2)^*\, r(3,1,2)$ ⇒ $r(M) = \underbrace{r(1,1,3)}_{} + \underbrace{r(1,2,3)}_{}$

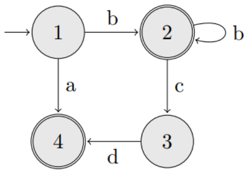
izračunamo po formuli

$r(1,1,2) = r(1,1,1) + r(1,2,1)\, r(2,2,1)^*\, r(2,1,1)$ $\quad a^*a = a^*$

$= r(1,1,1) + r(1,2,1)\, r(2,2,1)^*$

... zzz ...

6. Poiščite regularen izraz, ki ustreza determinističnemu končnemu avtomatu



$\Sigma = \{a, b\}$

Neformalen (praktičen) postopek: Za $\forall$ končno stanje obravnavamo $\forall$ možno pot od začetnega stanja. $(q_0 = 1)$

$F = 2$: bb^*

$F = 4$: ima dve možni poti:

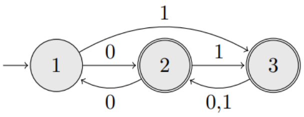
1. a
2. bb^*cd

$\Rightarrow$ Rezultat je unija vseh:

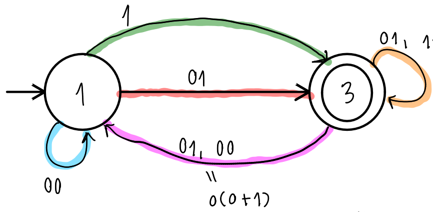
$r(M) = bb^* + a + bb^*cd$

7. Poiščite regularen izraz, ki ustreza determinističnemu končnemu avtomatu

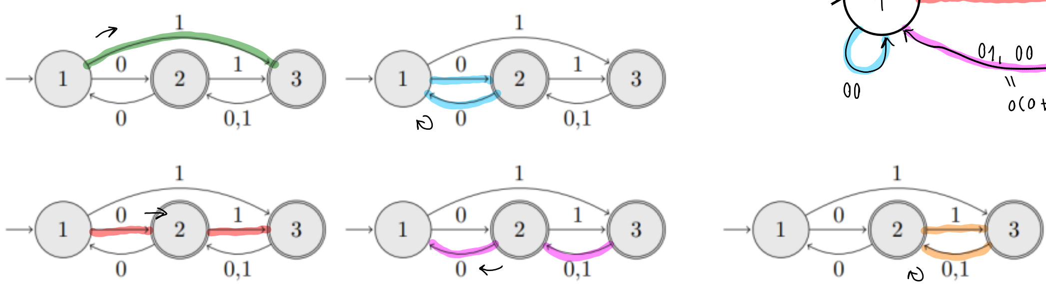
$\Sigma = \{0, 1\}$



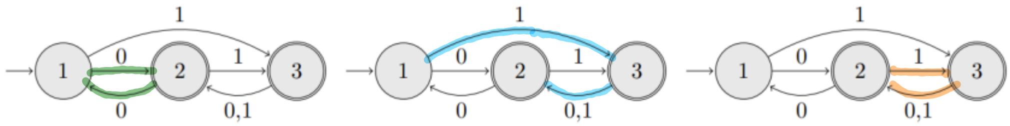
! $\Rightarrow$ izbrišemo eno končno stanje $\rightarrow$ obravnavamo poti drugega končnega stanja do začetnega.

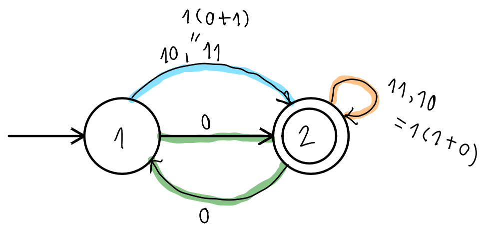


- Vzporedne poti: +
- Zaporedne poti: × (množenje)
- Cikli/zanke: *



$$r_2 = (00)^*(1 + 01)\left((0+1)1 + 0(0+1) + (00)^*(1+01)\right)^*$$





$$r_3 = (0 + 1(0+1))\left(1(1+0) + 0(0 + 1(0+1))\right)^*$$

8. Zapišite π tabelo za naslednje vzorce (besede):

(a) $p_1 =$ ABCDABEABF
(b) $p_2 =$ ABCDCABFABC
(c) $p_3 =$ ABABABAB

a)

P_1	A	B	C	D	A	B	E	A	B	F
$\pi(P_1)$	0	0	0	0	1	2	0	1	2	0

b)

P_2	A	B	C	D	C	A	B	F	A	B	C
$\pi(P_2)$	0	0	0	0	0	1	2	0	1	2	3

c)

P_3	A	B	A	B	A	B	A	B
$\pi(P_3)$	0	0	1	2	3	4	5	6