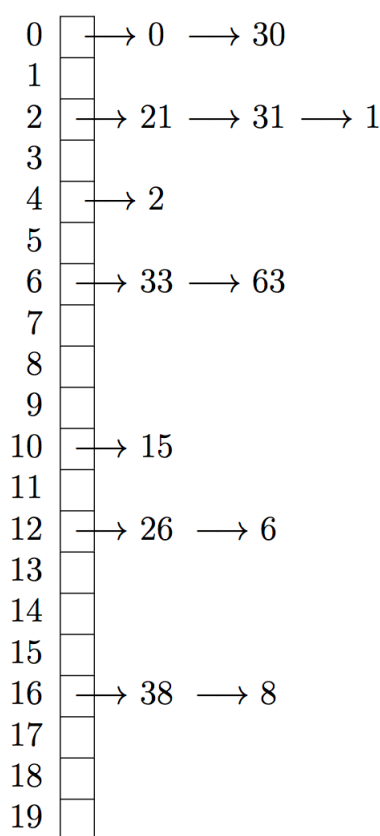


# Podatkovne strukture in algoritmi (2024/25)

## 3. domača naloga – teoretični del

**1. naloga:** Peter Zmeda je našel listek s 13 elementi, vstavljenimi v razpršeno tabelo na Sliki 1. Ker je vesten študent, je opazil problem.



Slika 1: Razpršilna tabela.

- (i) Kaj je problem na Sliki 1?
- (ii) Pomagajte Petru in poiščite razpršilno funkcijo, ki bi lahko porodila situacijo na Sliki 1.
- (iii) Poiščite kakšno boljšo razpršilno funkcijo.

**2. naloga:** V tej nalogi predpostavimo, da je  $h: U \rightarrow \{0, 1, \dots, m-1\}$  dobra funkcija zgoščanja, to je, vsak ključ  $k$  ima enako verjetnost  $\frac{1}{m}$ , da se preslika na katerokoli mesto v razpršeni tabeli  $T$  dolžine  $m$ .

- (i) Kakšna je verjetnost, da se trije paroma različni elementi  $u_1, u_2, u_3 \in U$  s funkcijo  $h$  preslikajo na isto mesto v tabeli (to je,  $h(u_1) = h(u_2) = h(u_3)$ )?
- (ii) Recimo, da vstavimo tri elemente v prazno tabelo  $T$  uporabljajoč funkcijo  $h$ . Če sovpadanje rešujemo z veriženjem, kakšna je verjetnost, da sta  $T[0]$  in  $T[1]$  prazna?

**3. naloga:** V tej nalogi predpostavimo, da so elementi iz univerzalne množice  $U$ .

- (i) Recimo, da vstavimo  $n$  (različnih) elementov v prazno razpršeno tabelo  $T$  dolžine  $m$ . Če je  $m = O(n)$ , kakšna je časovna zahtevnost iskanja minimalnega elementa v  $T$ ?
- (ii) Naj bo  $|U| = m^2$  in predpostavimo, da sovpadanje rešujemo z veriženjem. Pokažite, da za **vsako** funkcijo zgoščanja  $h: U \rightarrow \{0, 1, \dots, m-1\}$  obstaja zaporedje  $m$  vstavljanj, ki porodi povezan seznam dolžine  $m$ .

**4. naloga:** Naj bosta  $S = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$  in  $T = \{t_1, t_2, \dots, t_m\}$ ,  $n \leq m$ , množici celih števil.

- (i) Opišite deterministični algoritem, ki preveri, ali je  $S$  podmnožica množice  $T$ . Kakšna je časovna zahtevnost vašega algoritma?
- (ii) Zasnujte algoritem, ki uporabljajoč razpršeno tabelo dolžine  $n$  testira, ali je  $S$  podmnožica množice  $T$ . Kakšna je pričakovana časovna zahtevnost vašega algoritma?

**5. naloga:** Naj bo  $T$  dvojiško iskalno drevo z  $n$  elementi. Opišite algoritem s časovno zahtevnostjo  $O(n)$ , ki zgradi preskočni seznam  $S$  iz  $T$  tako, da je **najslabša** časovna zahtevnost funkcije iskanja v  $S$  enaka  $O(\log n)$ .

*Namig:* zgradite deterministični preskočni seznam.

**6. naloga:** Opišite, kako razširiti preskočni seznam, da bo podpiral funkcijo  $Select(S, k)$ , ki poišče  $k$ -ti največji element v preskočnem seznamu  $S$  z  $n$  elementi. Pričakovana časovna zahtevnost funkcije  $Select(S, k)$  mora biti  $O(\log n)$ .

Rešitev nalog oddajte preko e-učilnice: **oddajte .pdf datoteko**. Vse naloge je potrebno reševati **samostojno**. Prepisovanje se kaznuje z negativnimi točkami. Rok za oddajo nalog je **nedelja, 14. december 2024**.