Statistika

5. predavanje

Barbara Boldin

Fakulteta za matematiko, naravoslovje in informacijske tehnologije
Univerza na Primorskem

Zvezne slučajne spremenljivke

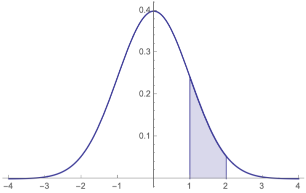
Osnovni pojmi

Zvezne slučajne spremenljivke lahko zavzamejo kontinuum vrednosti, npr.: v množici $[a, b], \mathbb{R}, \mathbb{R}^n, \ldots$

(pri tem predmetu obravnavamo le skalarne slučajne spremenljivke, npr.: z vrednostmi v $\mathbb{R}$)

Vlogo funkcije verjetnosti ima **funkcija gostote verjetnosti** f, ki zadošča:

- $f \geq 0$
- je odsekoma zvezna in
- $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1.$



$P(1 \leq X \leq 2)$ je ploščina območja med grafom $y = f(x)$ in absciso na $[1, 2]$

Če ima slučajna spremenljivka X gostoto f, je

$$\boxed{P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x)dx}$$

verjetnost, da X zavzame vrednosti v $[a, b]$.

Velja $P(a \leq X \leq b) = P(a \leq X < b) = P(a < X \leq b) = P(a < X < b)$

Zvezne slučajne spremenljivke

Osnovni pojmi

Zvezne slučajne spremenljivke lahko zavzamejo kontinuum vrednosti, npr.: v množici $[a, b], \mathbb{R}, \mathbb{R}^n, \ldots$

(pri tem predmetu obravnavamo le skalarne slučajne spremenljivke, npr.: z vrednostmi v $\mathbb{R}$)

Vlogo funkcije verjetnosti ima **funkcija gostote verjetnosti** f, ki zadošča:

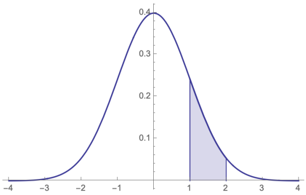
- $f \geq 0$
- je odsekoma zvezna in
- $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1.$

Če ima slučajna spremenljivka X gostoto f, je

$$\boxed{P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x)dx}$$

verjetnost, da X zavzame vrednosti v $[a, b]$.

Velja $P(a \leq X \leq b) = P(a \leq X < b) = P(a < X \leq b) = P(a < X < b)$



$P(1 \leq X \leq 2)$ je ploščina območja med grafom $y = f(x)$ in absciso na $[1, 2]$

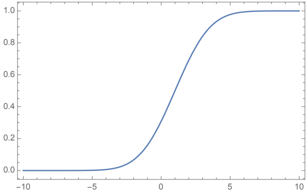
Porazdelitvena funkcija slučajne spremenljivke X z gostoto f je

$$\boxed{F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^{x} f(s)ds}$$

$F(x)$ je verjetnost, da slučajna spremenljivka X zavzame vrednosti do največ x.

Za porazdelitveno funkcijo velja:

- F je naraščajoča funkcija
- $\lim_{x\to\infty} F(x) = 1$
- $\lim_{x\to-\infty} F(x) = 0$
- $F'(x) = f(x)$



Verjetnost, da X zavzame vrednosti na intervalu $[a, b]$ lahko določimo iz porazdelitvene funkcije,

$$\boxed{P(a \leq X \leq b) = \int_{a}^{b} f(x)dx = F(b) - F(a)}$$

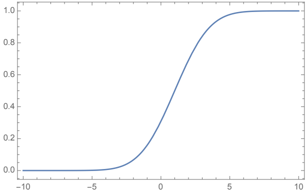
Porazdelitvena funkcija slučajne spremenljivke X z gostoto f je

$$\boxed{F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^{x} f(s)ds}$$

$F(x)$ je verjetnost, da slučajna spremenljivka X zavzame vrednosti do največ x.

Za porazdelitveno funkcijo velja:

- F je naraščajoča funkcija
- $\lim_{x\to\infty} F(x) = 1$
- $\lim_{x\to-\infty} F(x) = 0$
- $F'(x) = f(x)$



Verjetnost, da X zavzame vrednosti na intervalu $[a, b]$ lahko določimo iz porazdelitvene funkcije,

$$\boxed{P(a \leq X \leq b) = \int_{a}^{b} f(x)dx = F(b) - F(a)}$$

Primer. Za enakomerno porazdelitev na $[0,1]$ je funkcija gostote

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{za } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{sicer} \end{cases}$$

Porazdelitvena funkcija je

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{za } \; x \leq 0 \\ x & \text{za } \; 0 \leq x \leq 1 \\ 1 & \text{za } \; x > 1 \end{cases}$$

torej je npr.:

$$P(\tfrac{1}{3} < X < \tfrac{1}{2}) = F(\tfrac{1}{2}) - F(\tfrac{1}{3}) = \tfrac{1}{6}.$$

Primer. Za enakomerno porazdelitev na $[0,1]$ je funkcija gostote

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{za } 0 \le x \le 1 \\ 0 & \text{sicer} \end{cases}$$

Porazdelitvena funkcija je

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{za } \; x \le 0 \\ x & \text{za } \; 0 \le x \le 1 \\ 1 & \text{za } \; x > 1 \end{cases}$$

torej je npr.:

$$P(\tfrac{1}{3} < X < \tfrac{1}{2}) = F(\tfrac{1}{2}) - F(\tfrac{1}{3}) = \tfrac{1}{6}.$$

Kvantili za zvezne slučajne spremenljivke

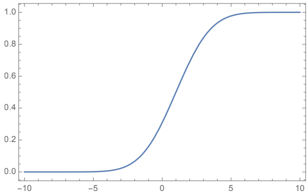
Naj bo X zvezna slučajna spremenljivka s porazdelitveno funkcijo F.

$p-$ **kvantil** $(0 \leq p \leq 1)$ za spremenljivko X je vrednost x_p, za katero velja

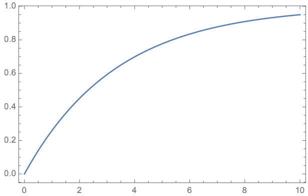
$$P(X \leq x_p) = p,$$

oziroma

$$\boxed{F(x_p) = p.}$$



(a)



(b)

V primeru (a) ocenimo iz grafa, da je

$$Q_1 \approx 0, Me \approx 1, Q_3 \approx 2$$

V primeru (b) ocenimo

$$Q_1 \approx 1, Me \approx 2.5, Q_3 \approx 4.5$$

Primer. Slučajna spremenljivka X lahko zavzame vrednosti v $[0, \infty)$ in ima porazdelitveno funkcijo $F(x) = \frac{x}{1+x}$.

- Funkcija gostote za X je

$$f(x) = F'(x) = \frac{1}{(1+x)^2}$$

- Verjetnost, da X zavzame vrednost na intervalu $[1, 2)$ je

$$P(1 \le X < 2) = F(2) - F(1) = \frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

- Mediana je vrednost Me, za katero $F(Me) = 0.5$, torej $Me = 1$. Verjetnost, da X zavzame vrednost na $[0, 1]$ je torej 0.5, kar je tudi verjetnost, da X zavzame vrednost na $[1, \infty)$

- 1. kvartil je vrednost Q_1, za katero $F(Q_1) = 0.25$, torej $Q_1 = \frac{1}{3}$. Verjetnost, da X zavzame vrednost na $[0, \frac{1}{3}]$ je torej 0.25.

Primer. Slučajna spremenljivka X lahko zavzame vrednosti v $[0, \infty)$ in ima porazdelitveno funkcijo $F(x) = \frac{x}{1+x}$.

- Funkcija gostote za X je

$$f(x) = F'(x) = \frac{1}{(1+x)^2}$$

- Verjetnost, da X zavzame vrednost na intervalu $[1, 2)$ je

$$P(1 \leq X < 2) = F(2) - F(1) = \frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

- Mediana je vrednost Me, za katero $F(Me) = 0.5$, torej $Me = 1$. Verjetnost, da X zavzame vrednost na $[0, 1]$ je torej 0.5, kar je tudi verjetnost, da X zavzame vrednost na $[1, \infty)$

- 1. kvartil je vrednost Q_1, za katero $F(Q_1) = 0.25$, torej $Q_1 = \frac{1}{3}$. Verjetnost, da X zavzame vrednost na $[0, \frac{1}{3}]$ je torej 0.25.

Primer. Slučajna spremenljivka X lahko zavzame vrednosti v $[0, \infty)$ in ima porazdelitveno funkcijo $F(x) = \frac{x}{1+x}$.

- Funkcija gostote za X je

$$f(x) = F'(x) = \frac{1}{(1+x)^2}$$

- Verjetnost, da X zavzame vrednost na intervalu $[1, 2)$ je

$$P(1 \leq X < 2) = F(2) - F(1) = \frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

- Mediana je vrednost Me, za katero $F(Me) = 0.5$, torej $Me = 1$. Verjetnost, da X zavzame vrednost na $[0, 1]$ je torej 0.5, kar je tudi verjetnost, da X zavzame vrednost na $[1, \infty)$

- 1. kvartil je vrednost Q_1, za katero $F(Q_1) = 0.25$, torej $Q_1 = \frac{1}{3}$. Verjetnost, da X zavzame vrednost na $[0, \frac{1}{3}]$ je torej 0.25.

Primer. Slučajna spremenljivka X lahko zavzame vrednosti v $[0, \infty)$ in ima porazdelitveno funkcijo $F(x) = \frac{x}{1+x}$.

- Funkcija gostote za X je

$$f(x) = F'(x) = \frac{1}{(1+x)^2}$$

- Verjetnost, da X zavzame vrednost na intervalu $[1, 2)$ je

$$P(1 \leq X < 2) = F(2) - F(1) = \frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

- Mediana je vrednost Me, za katero $F(Me) = 0.5$, torej $Me = 1$. Verjetnost, da X zavzame vrednost na $[0, 1]$ je torej 0.5, kar je tudi verjetnost, da X zavzame vrednost na $[1, \infty)$

- 1. kvartil je vrednost Q_1, za katero $F(Q_1) = 0.25$, torej $Q_1 = \frac{1}{3}$. Verjetnost, da X zavzame vrednost na $[0, \frac{1}{3}]$ je torej 0.25.

Primer. Slučajna spremenljivka X lahko zavzame vrednosti v $[0, \infty)$ in ima porazdelitveno funkcijo $F(x) = \frac{x}{1+x}$.

- Funkcija gostote za X je

$$f(x) = F'(x) = \frac{1}{(1+x)^2}$$

- Verjetnost, da X zavzame vrednost na intervalu $[1, 2)$ je

$$P(1 \leq X < 2) = F(2) - F(1) = \frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

- Mediana je vrednost Me, za katero $F(Me) = 0.5$, torej $Me = 1$. Verjetnost, da X zavzame vrednost na $[0, 1]$ je torej 0.5, kar je tudi verjetnost, da X zavzame vrednost na $[1, \infty)$

- 1. kvartil je vrednost Q_1, za katero $F(Q_1) = 0.25$, torej $Q_1 = \frac{1}{3}$. Verjetnost, da X zavzame vrednost na $[0, \frac{1}{3}]$ je torej 0.25.

Primer. Slučajna spremenljivka X lahko zavzame vrednosti v $[0, \infty)$ in ima porazdelitveno funkcijo $F(x) = \frac{x}{1+x}$.

- Funkcija gostote za X je

$$f(x) = F'(x) = \frac{1}{(1+x)^2}$$

- Verjetnost, da X zavzame vrednost na intervalu $[1, 2)$ je

$$P(1 \leq X < 2) = F(2) - F(1) = \frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

- Mediana je vrednost Me, za katero $F(Me) = 0.5$, torej $Me = 1$. Verjetnost, da X zavzame vrednost na $[0, 1]$ je torej 0.5, kar je tudi verjetnost, da X zavzame vrednost na $[1, \infty)$

- 1. kvartil je vrednost Q_1, za katero $F(Q_1) = 0.25$, torej $Q_1 = \frac{1}{3}$. Verjetnost, da X zavzame vrednost na $[0, \frac{1}{3}]$ je torej 0.25.

Primer. Slučajna spremenljivka X lahko zavzame vrednosti v $[0, \infty)$ in ima porazdelitveno funkcijo $F(x) = \frac{x}{1+x}$.

- Funkcija gostote za X je

$$f(x) = F'(x) = \frac{1}{(1+x)^2}$$

- Verjetnost, da X zavzame vrednost na intervalu $[1, 2)$ je

$$P(1 \leq X < 2) = F(2) - F(1) = \frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

- Mediana je vrednost Me, za katero $F(Me) = 0.5$, torej $Me = 1$. Verjetnost, da X zavzame vrednost na $[0, 1]$ je torej 0.5, kar je tudi verjetnost, da X zavzame vrednost na $[1, \infty)$

- 1. kvartil je vrednost Q_1, za katero $F(Q_1) = 0.25$, torej $Q_1 = \frac{1}{3}$. Verjetnost, da X zavzame vrednost na $[0, \frac{1}{3}]$ je torej 0.25.

Primer. Slučajna spremenljivka X lahko zavzame vrednosti v $[0, \infty)$ in ima porazdelitveno funkcijo $F(x) = \frac{x}{1+x}$.

- Funkcija gostote za X je

$$f(x) = F'(x) = \frac{1}{(1+x)^2}$$

- Verjetnost, da X zavzame vrednost na intervalu $[1, 2)$ je

$$P(1 \le X < 2) = F(2) - F(1) = \frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

- Mediana je vrednost Me, za katero $F(Me) = 0.5$, torej $Me = 1$. Verjetnost, da X zavzame vrednost na $[0, 1]$ je torej 0.5, kar je tudi verjetnost, da X zavzame vrednost na $[1, \infty)$
- 1. kvartil je vrednost Q_1, za katero $F(Q_1) = 0.25$, torej $Q_1 = \frac{1}{3}$. Verjetnost, da X zavzame vrednost na $[0, \frac{1}{3}]$ je torej 0.25.

Zvezne slučajne spremenljivke

Pričakovana vrednost in varianca

Pričakovana vrednost slučajne spremenljivke X z gostoto f je

$$\boxed{E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx}$$

Varianca slučajne spremenljivke X s pričakovano vrednostjo $\mu = E(X)$ je

$$\boxed{Var(X) = E\Big((X-\mu)^2\Big) = E(X^2) - E^2(X)}$$

Primer. Slučajna spremenljivka X lahko zavzame vrednosti v $[0,1]$ in ima funkcijo gostote $f(x) = 6x(1-x)$. Izračunajmo $E(X)$ in $Var(X)$.

$$E(X) = \int_0^1 xf(x)dx = \int_0^1 6x^2(1-x)dx = \frac{1}{2}.$$

Ker je $E(X^2) = \int_0^1 x^2 f(x)dx = \int_0^1 6x^3(1-x)dx = \frac{3}{10}$ sledi

$$Var(X) = E(X^2) - E^2(X) = \frac{1}{20}.$$

Zvezne slučajne spremenljivke

Pričakovana vrednost in varianca

Pričakovana vrednost slučajne spremenljivke X z gostoto f je

$$\boxed{E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx}$$

Varianca slučajne spremenljivke X s pričakovano vrednostjo $\mu = E(X)$ je

$$\boxed{Var(X) = E\big((X-\mu)^2\big) = E(X^2) - E^2(X)}$$

Primer. Slučajna spremenljivka X lahko zavzame vrednosti v $[0,1]$ in ima funkcijo gostote $f(x) = 6x(1-x)$. Izračunajmo $E(X)$ in $Var(X)$.

$$E(X) = \int_0^1 x f(x) dx = \int_0^1 6x^2(1-x) dx = \frac{1}{2}.$$

Ker je $E(X^2) = \int_0^1 x^2 f(x) dx = \int_0^1 6x^3(1-x) dx = \frac{3}{10}$ sledi

$$Var(X) = E(X^2) - E^2(X) = \frac{1}{20}.$$

Zvezne slučajne spremenljivke

Pričakovana vrednost in varianca

Pričakovana vrednost slučajne spremenljivke X z gostoto f je

$$\boxed{E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx}$$

Varianca slučajne spremenljivke X s pričakovano vrednostjo $\mu = E(X)$ je

$$\boxed{Var(X) = E\big((X-\mu)^2\big) = E(X^2) - E^2(X)}$$

Primer. Slučajna spremenljivka X lahko zavzame vrednosti v $[0,1]$ in ima funkcijo gostote $f(x) = 6x(1-x)$. Izračunajmo $E(X)$ in $Var(X)$.

$$E(X) = \int_0^1 xf(x)dx = \int_0^1 6x^2(1-x)dx = \frac{1}{2}.$$

Ker je $E(X^2) = \int_0^1 x^2 f(x)dx = \int_0^1 6x^3(1-x)dx = \frac{3}{10}$ sledi

$$Var(X) = E(X^2) - E^2(X) = \frac{1}{20}.$$

Zvezne slučajne spremenljivke

Eksponentna porazdelitev *Exp*(λ)

Gostota slučajne spremenljivke X z eksponentno porazdelitvijo s parametrom λ ($X \sim Exp(\lambda)$) je

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & \text{za } x \geq 0 \\ 0 & \text{za } x < 0 \end{cases}$$

Porazdelitvena funkcija za $X \sim Exp(\lambda)$ je

$$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x} & \text{za } x \geq 0 \\ 0 & \text{za } x < 0 \end{cases}$$

Velja

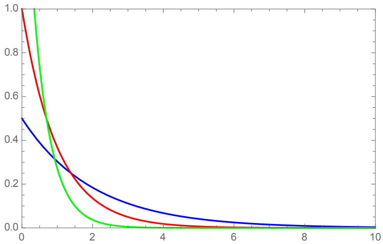
$$E(X) = \frac{1}{\lambda}$$

$$Var(X) = \frac{1}{\lambda^2}$$

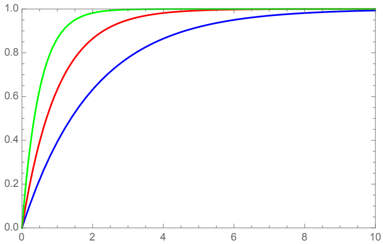
Kot zanimivost: eksponentna slučajna spremenljivka opisuje čas med dvema dogodkoma Poissonovega procesa.

Funkcije gostote in porazdelitvene funkcije $X \sim Exp(\lambda)$ za

$\lambda = 0.5$ (modra), $\lambda = 1$ (rdeča) in $\lambda = 2$ (zelena)



Grafi funkcij gostot $y = f(x)$



Grafi porazdelitvenih funkcij $y = F(x)$

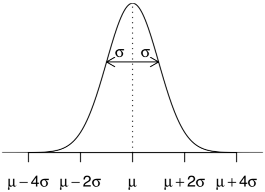
Zvezne slučajne spremenljivke

Normalna (oz. Gaussova) porazdelitev $N(\mu, \sigma^2)$

Normalna slučajna spremenljivka $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ima funkcijo gostote

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}.$$

Je simetrična porazdelitev s pričakovano vrednostjo μ ($\mu = E(X)$) in varianco σ^2 ($\sigma^2 = Var(X)$). Parameter σ je standardni odklon X.



Če $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, potem

- med $\mu - \sigma$ in $\mu + \sigma$ leži približno 68.3% enot
- med $\mu - 2\sigma$ in $\mu + 2\sigma$ leži približno 95.5% enot
- med $\mu - 3\sigma$ in $\mu + 3\sigma$ leži približno 99.7% enot

Standardna normalna slučajna spremenljivka $Z \sim N(0,1)$ ima funkcijo gostote

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}.$$

Standardizacija:

$$\text{če } X \sim N(\mu, \sigma^2) \text{ je } Z = \frac{X-\mu}{\sigma} \sim N(0,1).$$

Kakšna je verjetnost, da $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ zavzame vrednosti na $[a, b]$? To je

$$\int_a^b \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx$$

Te vrednosti določamo numerično, oz. s pomočje tabele za $N(0,1)$ s predhodno standardizacijo (glej e-učilnico).

Standardna normalna slučajna spremenljivka $Z \sim N(0,1)$ ima funkcijo gostote

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}.$$

Standardizacija:

$$\text{če } X \sim N(\mu, \sigma^2) \text{ je } Z = \frac{X-\mu}{\sigma} \sim N(0,1).$$

Kakšna je verjetnost, da $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ zavzame vrednosti na $[a, b]$? To je

$$\int_a^b \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}\, dx$$

Te vrednosti določamo numerično, oz. s pomočje tabele za $N(0,1)$ s predhodno standardizacijo (glej e-učilnico).

Primer. Naj bo $X \sim N(0,1)$. S pomočjo tabele določimo:

- $P(X \leq 1.05) =$
- $P(X \geq 2) =$
- $P(X \geq 2)$ lahko izračunamo tudi z upoštevanjem simetrije:

$$P(X \geq 2) = P(X \leq -2) = 0.0228$$

- $P(-1 \leq X < 2.65) =$
- Prvi kvartil je vrednost, pod katero leži 25% vrednosti, torej $Q_1 \approx -0.675$
- Mediana je vrednost, pod katero leži 50% vrednosti, torej $Me = 0$
- Sedmi decil je vrednost, pod katero leži 70% vrednosti, torej $D_7 \approx 0.525$

Primer. Naj bo $X \sim N(0,1)$. S pomočjo tabele določimo:

- $P(X \leq 1.05) = 0.8531$
- $P(X \geq 2) =$
- $P(X \geq 2)$ lahko izračunamo tudi z upoštevanjem simetrije:

$$P(X \geq 2) = P(X \leq -2) = 0.0228$$

- $P(-1 \leq X < 2.65) =$
- Prvi kvartil je vrednost, pod katero leži 25% vrednosti, torej $Q_1 \approx -0.675$
- Mediana je vrednost, pod katero leži 50% vrednosti, torej $Me = 0$
- Sedmi decil je vrednost, pod katero leži 70% vrednosti, torej $D_7 \approx 0.525$

Primer. Naj bo $X \sim N(0,1)$. S pomočjo tabele določimo:

- $P(X \leq 1.05) = 0.8531$
- $P(X \geq 2) = 1 - (X < 2) = 1 - 0.9772 = 0.0228$
- $P(X \geq 2)$ lahko izračunamo tudi z upoštevanjem simetrije:

$$P(X \geq 2) = P(X \leq -2) = 0.0228$$

- $P(-1 \leq X < 2.65) =$
- Prvi kvartil je vrednost, pod katero leži 25% vrednosti, torej $Q_1 \approx -0.675$
- Mediana je vrednost, pod katero leži 50% vrednosti, torej $Me = 0$
- Sedmi decil je vrednost, pod katero leži 70% vrednosti, torej $D_7 \approx 0.525$

Primer. Naj bo $X \sim N(0,1)$. S pomočjo tabele določimo:

- $P(X \leq 1.05) = 0.8531$
- $P(X \geq 2) = 1 - (X < 2) = 1 - 0.9772 = 0.0228$
- $P(X \geq 2)$ lahko izračunamo tudi z upoštevanjem simetrije:

$$P(X \geq 2) = P(X \leq -2) = 0.0228$$

- $P(-1 \leq X < 2.65) =$
- Prvi kvartil je vrednost, pod katero leži 25% vrednosti, torej $Q_1 \approx -0.675$
- Mediana je vrednost, pod katero leži 50% vrednosti, torej $Me = 0$
- Sedmi decil je vrednost, pod katero leži 70% vrednosti, torej $D_7 \approx 0.525$

Primer. Naj bo $X \sim N(0,1)$. S pomočjo tabele določimo:

- $P(X \leq 1.05) = 0.8531$
- $P(X \geq 2) = 1 - (X < 2) = 1 - 0.9772 = 0.0228$
- $P(X \geq 2)$ lahko izračunamo tudi z upoštevanjem simetrije:

$$P(X \geq 2) = P(X \leq -2) = 0.0228$$

- $P(-1 \leq X < 2.65) = P(X < 2.65) - P(X < -1) = 0.8373$
- Prvi kvartil je vrednost, pod katero leži 25% vrednosti, torej $Q_1 \approx -0.675$
- Mediana je vrednost, pod katero leži 50% vrednosti, torej $Me = 0$
- Sedmi decil je vrednost, pod katero leži 70% vrednosti, torej $D_7 \approx 0.525$

Primer. Naj bo $X \sim N(0,1)$. S pomočjo tabele določimo:

- $P(X \leq 1.05) = 0.8531$
- $P(X \geq 2) = 1 - (X < 2) = 1 - 0.9772 = 0.0228$
- $P(X \geq 2)$ lahko izračunamo tudi z upoštevanjem simetrije:

$$P(X \geq 2) = P(X \leq -2) = 0.0228$$

- $P(-1 \leq X < 2.65) = P(X < 2.65) - P(X < -1) = 0.8373$
- Prvi kvartil je vrednost, pod katero leži 25% vrednosti, torej $Q_1 \approx -0.675$
- Mediana je vrednost, pod katero leži 50% vrednosti, torej $Me = 0$
- Sedmi decil je vrednost, pod katero leži 70% vrednosti, torej $D_7 \approx 0.525$

Primer. Naj bo $X \sim N(0, 1)$. S pomočjo tabele določimo:

- $P(X \leq 1.05) = 0.8531$
- $P(X \geq 2) = 1 - (X < 2) = 1 - 0.9772 = 0.0228$
- $P(X \geq 2)$ lahko izračunamo tudi z upoštevanjem simetrije:

$$P(X \geq 2) = P(X \leq -2) = 0.0228$$

- $P(-1 \leq X < 2.65) = P(X < 2.65) - P(X < -1) = 0.8373$
- Prvi kvartil je vrednost, pod katero leži 25% vrednosti, torej $Q_1 \approx -0.675$
- Mediana je vrednost, pod katero leži 50% vrednosti, torej $Me = 0$
- Sedmi decil je vrednost, pod katero leži 70% vrednosti, torej $D_7 \approx 0.525$

Primer. Sistolični krvni tlak X je v populaciji normalno porazdeljen s pričakovano vrednostjo $\mu = 112$ in standardnim odklonom $\sigma = 10$.

Torej $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ in $Z = \frac{X-\mu}{\sigma} \sim N(0,1)$

- $P(X \leq 122) = P(\frac{X-112}{10} \leq \frac{122-112}{10}) = P(Z \leq 1) = 0.8413$
- $$P(102 \leq X \leq 122) = P\left(\frac{102-112}{10} \leq \frac{X-112}{10} \leq \frac{122-112}{10}\right)$$
  $$= P(-1 \leq Z \leq 1) = 0.683$$

  Približno 68.3% populacije ima sistolični krvni tlak med 102 in 122 (oziroma med $\mu - \sigma$ in $\mu + \sigma$)
- Kakšen delež populacije ima sistolični krvni tlak nad 140?

  $$P(X > 140) = P\left(\frac{X-112}{10} > \frac{140-112}{10}\right)$$
  $$= P(Z > 2.8) = P(Z < -2.8) = 0.0026$$

Primer. Sistolični krvni tlak X je v populaciji normalno porazdeljen s pričakovano vrednostjo $\mu = 112$ in standardnim odklonom $\sigma = 10$.

Torej $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ in $Z = \frac{X-\mu}{\sigma} \sim N(0,1)$

- $P(X \leq 122) = P(\frac{X-112}{10} \leq \frac{122-112}{10}) = P(Z \leq 1) = 0.8413$
-
$$P(102 \leq X \leq 122) = P\left(\frac{102-112}{10} \leq \frac{X-112}{10} \leq \frac{122-112}{10}\right)$$
$$= P(-1 \leq Z \leq 1) = 0.683$$

  Približno 68.3% populacije ima sistolični krvni tlak med 102 in 122 (oziroma med $\mu - \sigma$ in $\mu + \sigma$)
- Kakšen delež populacije ima sistolični krvni tlak nad 140?
$$P(X > 140) = P\left(\frac{X-112}{10} > \frac{140-112}{10}\right)$$
$$= P(Z > 2.8) = P(Z < -2.8) = 0.0026$$

Primer. Sistolični krvni tlak X je v populaciji normalno porazdeljen s pričakovano vrednostjo $\mu = 112$ in standardnim odklonom $\sigma = 10$.

Torej $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ in $Z = \frac{X-\mu}{\sigma} \sim N(0,1)$

- $P(X \le 122) = P(\frac{X-112}{10} \le \frac{122-112}{10}) = P(Z \le 1) = 0.8413$
- $$P(102 \le X \le 122) = P\Big(\frac{102-112}{10} \le \frac{X-112}{10} \le \frac{122-112}{10}\Big)$$ $$= P(-1 \le Z \le 1) = 0.683$$

  Približno 68.3% populacije ima sistolični krvni tlak med 102 in 122 (oziroma med $\mu - \sigma$ in $\mu + \sigma$)
- Kakšen delež populacije ima sistolični krvni tlak nad 140?

  $$P(X > 140) = P\Big(\frac{X-112}{10} > \frac{140-112}{10}\Big)$$ $$= P(Z > 2.8) = P(Z < -2.8) = 0.0026$$

Primer. Sistolični krvni tlak X je v populaciji normalno porazdeljen s pričakovano vrednostjo $\mu = 112$ in standardnim odklonom $\sigma = 10$.

Torej $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ in $Z = \frac{X-\mu}{\sigma} \sim N(0, 1)$

- $P(X \leq 122) = P(\frac{X-112}{10} \leq \frac{122-112}{10}) = P(Z \leq 1) = 0.8413$
- $$\begin{aligned} P(102 \leq X \leq 122) &= P\Big(\frac{102-112}{10} \leq \frac{X-112}{10} \leq \frac{122-112}{10}\Big) \\ &= P(-1 \leq Z \leq 1) = 0.683 \end{aligned}$$

  Približno 68.3% populacije ima sistolični krvni tlak med 102 in 122 (oziroma med $\mu - \sigma$ in $\mu + \sigma$)
- Kakšen delež populacije ima sistolični krvni tlak nad 140?

$$\begin{aligned} P(X > 140) &= P\Big(\frac{X-112}{10} > \frac{140-112}{10}\Big) \\ &= P(Z > 2.8) = P(Z < -2.8) = 0.0026 \end{aligned}$$