Statistika

3. predavanje

Barbara Boldin

Fakulteta za matematiko, naravoslovje in informacijske tehnologije
Univerza na Primorskem

Mere centralne tendence

Najbolj uporabljene mere centralne tendence oz. središčnosti:

- (tehtana) aritmetična sredina
- mediana
- modus

  Modus je vrednost z najvišjo frekvenco.

Katere od teh lahko določimo za opisne, urejenostne, številske spremenljivke?

SPREMENLJIVKA	ŠTEVILO MLADIČEV	STOPNJA IZOBRAZBE	SPOL
Vrednosti	3, 1, 7, 2, 2,	III, V, IV, VII, VII	M, Ž, M, Ž, Ž
Urejene vrednosti	1, 2, 2, 3, 7	III, IV, V, VII, VII	
Aritmetična sredina			
Mediana			
Modus			

Mere centralne tendence

Najbolj uporabljene mere centralne tendence oz. središčnosti:

- (tehtana) aritmetična sredina
- mediana
- modus

  Modus je vrednost z najvišjo frekvenco.

Katere od teh lahko določimo za opisne, urejenostne, številske spremenljivke?

Spremenljivka	Število mladičev	Stopnja izobrazbe	Spol
Vrednosti	3, 1, 7, 2, 2,	III, V, IV, VII, VII	M, Ž, M, Ž, Ž
Urejene vrednosti	1, 2, 2, 3, 7	III, IV, V, VII, VII	
Aritmetična sredina	3		
Mediana			
Modus			

Mere centralne tendence

Najbolj uporabljene mere centralne tendence oz. središčnosti:

- (tehtana) aritmetična sredina
- mediana
- modus

  Modus je vrednost z najvišjo frekvenco.

Katere od teh lahko določimo za opisne, urejenostne, številske spremenljivke?

Spremenljivka	Število mladičev	Stopnja izobrazbe	Spol
Vrednosti	3, 1, 7, 2, 2,	III, V, IV, VII, VII	M, Ž, M, Ž, Ž
Urejene vrednosti	1, 2, 2, 3, 7	III, IV, V, VII, VII	
Aritmetična sredina	3		
Mediana	2	V	
Modus			

Mere centralne tendence

Najbolj uporabljene mere centralne tendence oz. središčnosti:

- (tehtana) aritmetična sredina
- mediana
- modus

  Modus je vrednost z najvišjo frekvenco.

Katere od teh lahko določimo za opisne, urejenostne, številske spremenljivke?

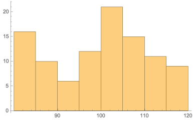
Spremenljivka	Število mladičev	Stopnja izobrazbe	Spol
Vrednosti	3, 1, 7, 2, 2,	III, V, IV, VII, VII	M, Ž, M, Ž, Ž
Urejene vrednosti	1, 2, 2, 3, 7	III, IV, V, VII, VII	
Aritmetična sredina	3		
Mediana		V	
Modus	2	VII	Ž

Primer. Izmerjena glasnost (dB) 100 škržatov (podatki v ranžirni vrsti):

80, 80, 80, 80, 80, 81, 81, 82, 82, 82, 82, 83, 83, 83, 84, 84, 85, 86, 86, 86, 86, 87, 87, 87, 88, 89, 91, 92, 92, 93, 93, 94, 95, 95, 95, 96, 96, 96, 97, 99, 99, 99, 99, 99, 100, 100, 100, 100, 100, 100, 101, 101, 101, 101, 101, 101, 101, 101, 103, 103, 103, 103, 103, 103, 104, 105, 105, 105, 105, 105, 105, 106, 106, 107, 108, 108, 109, 109, 109, 109, 110, 110, 110, 111, 111, 111, 111, 111, 112, 112, 114, 115, 115, 116, 116, 118, 118, 118, 118, 119

Aritmetična sredina: $\bar{x} = \frac{x_1+\ldots+x_n}{n} = 99.01\ dB$

Mediana:
Modus:



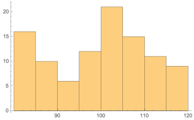
Primer. Izmerjena glasnost (dB) 100 škržatov (podatki v ranžirni vrsti):

80, 80, 80, 80, 80, 81, 81, 82, 82, 82, 82, 83, 83, 83, 84, 84, 85, 86, 86, 86, 86, 87, 87, 87, 88, 89, 91, 92, 92, 93, 93, 94, 95, 95, 95, 96, 96, 96, 97, 99, 99, 99, 99, 99, 100, 100, 100, 100, 100, 100, 101, 101, 101, 101, 101, 101, 101, 101, 103, 103, 103, 103, 103, 103, 104, 105, 105, 105, 105, 105, 105, 106, 106, 107, 108, 108, 109, 109, 109, 109, 110, 110, 110, 111, 111, 111, 111, 111, 112, 112, 114, 115, 115, 116, 116, 118, 118, 118, 118, 119

Aritmetična sredina: $\bar{x} = \frac{x_1 + \ldots + x_n}{n} = 99.01\ dB$

Mediana:

$$R(Me) = 0.5 \cdot n + 0.5 = 50.5$$
$$Me = 100.5\ dB$$



Modus:

Primer. Izmerjena glasnost (dB) 100 škržatov (podatki v ranžirni vrsti):

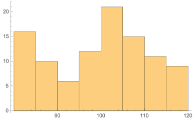
80, 80, 80, 80, 80, 81, 81, 82, 82, 82, 82, 83, 83, 83, 84, 84, 85, 86, 86, 86, 86, 87, 87, 87, 88, 89, 91, 92, 92, 93, 93, 94, 95, 95, 95, 96, 96, 96, 97, 99, 99, 99, 99, 99, 100, 100, 100, 100, 100, 100, 101, 101, 101, 101, 101, 101, 101, 101, 103, 103, 103, 103, 103, 103, 104, 105, 105, 105, 105, 105, 105, 106, 106, 107, 108, 108, 109, 109, 109, 109, 110, 110, 110, 111, 111, 111, 111, 111, 112, 112, 114, 115, 115, 116, 116, 118, 118, 118, 118, 119

Aritmetična sredina: $\bar{x} = \frac{x_1 + \ldots + x_n}{n} = 99.01\ dB$

Mediana:

$$R(Me) = 0.5 \cdot n + 0.5 = 50.5$$

$$Me = 100.5\ dB$$



Modus: 101 dB

Primer. Izmerjena glasnost 100 škržatov (podatki le v frekvenčni tabeli):

Glasnost (dB)	Število enot (f_i)	$x_{i,min}$	$x_{i,max}$	x_i	F_i
80 - 84	16	79.5	84.5	82	16
85 - 89	10	84.5	89.5	87	26
90 - 94	6	89.5	94.5	92	32
95 - 99	12	94.5	99.5	97	44
100 - 104	21	99.5	104.5	102	65
105 - 109	15	104.5	109.5	107	80
110 - 114	11	109.5	114.5	112	91
115 - 119	9	114.5	119.5	117	100

Primer. Izmerjena glasnost 100 škržatov (podatki le v frekvenčni tabeli):

Glasnost (dB)	Število enot (f_i)	$x_{i,min}$	$x_{i,max}$	x_i	F_i
80 - 84	16	79.5	84.5	82	16
85 - 89	10	84.5	89.5	87	26
90 - 94	6	89.5	94.5	92	32
95 - 99	12	94.5	99.5	97	44
100 - 104	21	99.5	104.5	102	65
105 - 109	15	104.5	109.5	107	80
110 - 114	11	109.5	114.5	112	91
115 - 119	9	114.5	119.5	117	100

Tehtana aritmetična sredina: $\boxed{\bar{x} = \frac{f_1 x_1 + \ldots + f_k x_k}{f_1 + \ldots + f_k} = \frac{f_1 x_1 + \ldots + f_k x_k}{n}}$

k je število razredov, n je število enot, x_j je sredina j-tega razreda

$$\bar{x} = \frac{18 \cdot 82 + 10 \cdot 87 + 6 \cdot 92 + \ldots + 9 \cdot 117}{100} = 99.3$$

Primer. Izmerjena glasnost 100 škržatov (podatki le v frekvenčni tabeli):

Glasnost (dB)	Število enot (f_i)	$x_{i,min}$	$x_{i,max}$	x_i	F_i
80 - 84	16	79.5	84.5	82	16
85 - 89	10	84.5	89.5	87	26
90 - 94	6	89.5	94.5	92	32
95 - 99	12	94.5	99.5	97	44
100 - 104	21	99.5	104.5	102	65
105 - 109	15	104.5	109.5	107	80
110 - 114	11	109.5	114.5	112	91
115 - 119	9	114.5	119.5	117	100

Tehtana aritmetična sredina: $\boxed{\bar{x} = \frac{f_1 x_1 + \ldots + f_k x_k}{f_1 + \ldots + f_k} = \frac{f_1 x_1 + \ldots + f_k x_k}{n}}$

k je število razredov, n je število enot, x_j je sredina j-tega razreda

$$\bar{x} = \frac{18 \cdot 82 + 10 \cdot 87 + 6 \cdot 92 + \ldots + 9 \cdot 117}{100} = 99.3$$

Mediana: leži v razredu 100 – 104 dB.

$$Me = x_{0,min} + \frac{F(Me) - F(x_0, min)}{f_0} d_0 = 99.5 + \frac{50.5 - 44}{21} \cdot 5 = 101.05$$

$x_{0,min}$, f_0, d_0 so (v tem zaporedju) spodnja meja razreda, frekvenca in širina razreda, v katerem leži mediana ter $F(Me) = 0.5 \cdot n + 0.5$

Primer. Izmerjena glasnost 100 škržatov (podatki le v frekvenčni tabeli):

Glasnost (dB)	Število enot (f_i)	$x_{i,min}$	$x_{i,max}$	x_i	F_i
80 - 84	16	79.5	84.5	82	16
85 - 89	10	84.5	89.5	87	26
90 - 94	6	89.5	94.5	92	32
95 - 99	12	94.5	99.5	97	44
100 - 104	21	99.5	104.5	102	65
105 - 109	15	104.5	109.5	107	80
110 - 114	11	109.5	114.5	112	91
115 - 119	9	114.5	119.5	117	100

Tehtana aritmetična sredina: $\boxed{\bar{x} = \frac{f_1 x_1 + \ldots + f_k x_k}{f_1 + \ldots + f_k} = \frac{f_1 x_1 + \ldots + f_k x_k}{n}}$

k je število razredov, n je število enot, x_j je sredina j-tega razreda

$$\bar{x} = \frac{18 \cdot 82 + 10 \cdot 87 + 6 \cdot 92 + \ldots + 9 \cdot 117}{100} = 99.3$$

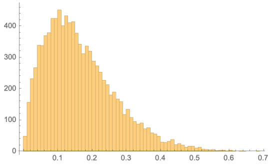
Mediana: leži v razredu 100 – 104 dB.

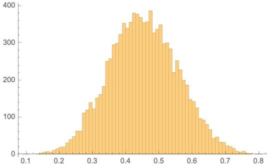
$$Me = x_{0,min} + \frac{F(Me) - F(x_0, min)}{f_0} d_0 = 99.5 + \frac{50.5 - 44}{21} \cdot 5 = 101.05$$

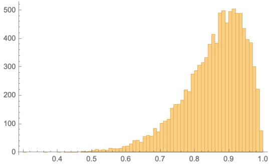
$x_{0,min}$, f_0, d_0 so (v tem zaporedju) spodnja meja razreda, frekvenca in širina razreda, v katerem leži mediana ter $F(Me) = 0.5 \cdot n + 0.5$

Modusni razred: 100 – 104 dB

Porazdelitve slučajnih spremenljivk







Asimetrična v desno
$\bar{x} = 0.16$
$Me = 0.14$
$\bar{x} > Me$

Približno simetrična
$\bar{x} = 0.454$
$Me = 0.452$
$\bar{x} \approx Me$

Asimetrična v levo
$\bar{x} = 0.85$
$Me = 0.87$
$\bar{x} < Me$

Mere variabilnosti

Zakaj poleg mer središčnosti potrebujemo tudi mere variabilnosti?

Primer. Mesečni zaslužek za dve skupini delavcev (v EUR):

$$1.skupina : 500, 500, 500, 2500$$
$$2.skupina : 1000, 1000, 1000, 1000$$

V obeh skupinah je povprečni zaslužek 1000 EUR, a v 1. skupini ima kar 75% delavcev podpovprečni zaslužek!

Najbolj uporabljene mere variabilnosti so:

- variacijski razmik: $\boxed{VR = x_{max} - x_{min}}$
- interkvartilni (oz. medkvartilni) razpon: $\boxed{IQR = Q_{3/4} - Q_{1/4}}$

  Interval $[Q_{1/4}, Q_{3/4}]$ vsebuje 50% sredinskih vrednosti.
- varianca:
  - populacijska varianca ($n =$ število enot v populaciji)

    $$\boxed{\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

  - vzorčna varianca ($n =$ velikost vzorca)

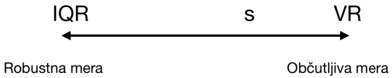
    $$\boxed{s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

- standardni odklon:
  - populacijski: σ
  - vzorčni: s

Občutljivost mer na skrajne vrednosti

Za skrajne vrednosti (t.i. **osamelce**) običajno obravnavamo vrednosti zunaj intervala $[Q_{1/4} - 1.5IQR, Q_{3/4} + 1.5IQR]$.

Spremenljivka	Število mladičev	Število mladičev
Vrednosti	3, 1, 7, 2, 2	3, 1, 20, 2, 2
Aritmetična sredina	3	5.6
Mediana	2	2
Standardni odklon	2.3	8.1
Medkvartilni razmik	2.25	5.5
VR	6	19



Primer. Pet naključno izbranih lastnikov psov izmeri višino svojih psov (mm): 600, 470, 170, 430, 300.

Povprečna višina: $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$

$$\bar{x} = \frac{600 + 470 + 170 + 430 + 300}{5} = 394\ mm$$

Vzorčna varianca: $s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$

$$s^2 = \frac{(600-394)^2 + (470-394)^2 + (170-394)^2 + (430-394)^2 + (300-394)^2}{4} = 27130\ mm^2$$

Vzorčni standardni odklon:

$$s = 164.7\ mm$$

Primer. Pet naključno izbranih lastnikov psov izmeri višino svojih psov (mm): 600, 470, 170, 430, 300.

Povprečna višina: $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$

$$\bar{x} = \frac{600 + 470 + 170 + 430 + 300}{5} = 394\ mm$$

Vzorčna varianca: $s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$

$$s^2 = \frac{(600-394)^2 + (470-394)^2 + (170-394)^2 + (430-394)^2 + (300-394)^2}{4} = 27130\ mm^2$$

Vzorčni standardni odklon:

$s = 164.7\ mm$

Primer. Pet naključno izbranih lastnikov psov izmeri višino svojih psov (mm): 600, 470, 170, 430, 300.

Povprečna višina: $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$

$$\bar{x} = \frac{600 + 470 + 170 + 430 + 300}{5} = 394\ mm$$

Vzorčna varianca: $s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$

$$s^2 = \frac{(600-394)^2 + (470-394)^2 + (170-394)^2 + (430-394)^2 + (300-394)^2}{4} = 27130\ mm^2$$

Vzorčni standardni odklon:

$s = 164.7\ mm$

Primer. Pet naključno izbranih lastnikov psov izmeri višino svojih psov (mm): 600, 470, 170, 430, 300.

Povprečna višina: $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$

$$\bar{x} = \frac{600 + 470 + 170 + 430 + 300}{5} = 394\ mm$$

Vzorčna varianca: $s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$

$$s^2 = \frac{(600 - 394)^2 + (470 - 394)^2 + (170 - 394)^2 + (430 - 394)^2 + (300 - 394)^2}{4} = 27130\ mm^2$$

Vzorčni standardni odklon:

$$s = 164.7\ mm$$

Primer. Ocene 1. izpita Statistike:

Ocena (x_i)	f_i
5	9
6	10
7	7
8	7
9	4
10	3
Skupaj	40

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i \cdot x_i}{n} =$$

k je število razredov, n je število enot

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i (x_i - \bar{x})^2}{n-1} =$$

Primer. Ocene 1. izpita Statistike:

Ocena (x_i)	f_i
5	9
6	10
7	7
8	7
9	4
10	3
Skupaj	40

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i \cdot x_i}{n} = 6.9$$

k je število razredov, n je število enot

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i (x_i - \bar{x})^2}{n-1} =$$

Primer. Ocene 1. izpita Statistike:

Ocena (x_i)	f_i
5	9
6	10
7	7
8	7
9	4
10	3
Skupaj	40

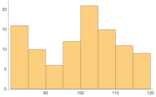
$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i \cdot x_i}{n} = 6.9$$

k je število razredov, n je število enot

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i (x_i - \bar{x})^2}{n-1} = 2.45$$

Primer. Izmerjena glasnost 100 škržatov (podatki le v frekvenčni tabeli):

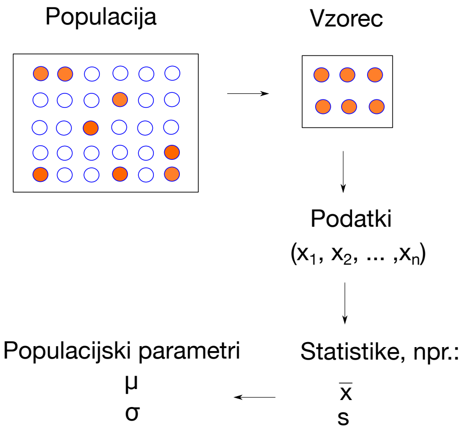
Glasnost (dB)	Število enot (f_i)	$x_{i,min}$	$x_{i,max}$	x_i	F_i
80 - 84	16	79.5	84.5	82	16
85 - 89	10	84.5	89.5	87	26
90 - 94	6	89.5	94.5	92	32
95 - 99	12	94.5	99.5	97	44
100 - 104	21	99.5	104.5	102	65
105 - 109	15	104.5	109.5	107	80
110 - 114	11	109.5	114.5	112	91
115 - 119	9	114.5	119.5	117	100



Povprečje $\bar{x} = 99.3$ dB

$$
\begin{aligned}
s^2 &= \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i (x_i - \bar{x})^2}{n-1} \\
&= \frac{16(82-99.3)^2 + 10(87-99.3)^2 + \ldots + 9(117-99.3)^2}{99} \\
&= 124.46\ dB^2
\end{aligned}
$$

Sedaj znamo za dan vzorec izračunati nekaj osnovnih statistik (npr.: aritmetično sredino, varianco). Kaj nam te statistike povedo o populaciji?



Za podajanje statističnih sklepov potrebujemo nekaj znanja o slučajnih spremenljivkah ...

Slučajne spremenljivke

Neformalna definicija: slučajna spremenljivka je vrednost, ki jo dobimo kot rezultat poskusa (dogodka) z več možnimi izidi. Npr.:

- rezultat posameznega meta kovanca je slučajna spremenljivka X, ki lahko zavzame eno od dveh vrednosti: grb (G) ali cifra (C). Vsak od dogodkov se zgodi z verjetnostjo $\frac{1}{2}$, t.j.,

$$P(X = G) = \frac{1}{2},\ P(X = C) = \frac{1}{2}.$$

- Kovanec vržemo trikrat. Rezultat je slučajna spremenljivka Y, ki lahko zavzame eno od osmih vrednosti v množici

$$\{GGG, GGC, GCG, CGG, GCC, CGC, CCG, CCC\},$$

vsak od rezultatov se zgodi z verjetnostjo $\frac{1}{8}$.

Poznamo **diskretne** in **zvezne** slučajne spremenljivke.

Slučajne spremenljivke

Neformalna definicija: slučajna spremenljivka je vrednost, ki jo dobimo kot rezultat poskusa (dogodka) z več možnimi izidi. Npr.:

- rezultat posameznega meta kovanca je slučajna spremenljivka X, ki lahko zavzame eno od dveh vrednosti: grb (G) ali cifra (C). Vsak od dogodkov se zgodi z verjetnostjo $\frac{1}{2}$, t.j.,

$$P(X = G) = \frac{1}{2},\ P(X = C) = \frac{1}{2}.$$

- Kovanec vržemo trikrat. Rezultat je slučajna spremenljivka Y, ki lahko zavzame eno od osmih vrednosti v množici

$$\{GGG, GGC, GCG, CGG, GCC, CGC, CCG, CCC\},$$

vsak od rezultatov se zgodi z verjetnostjo $\frac{1}{8}$.

Poznamo **diskretne** in **zvezne** slučajne spremenljivke.

Diskretne slučajne spremenljivke

Osnovni pojmi

Diskretne slučajne spremenljivke zavzamejo diskretne vrednosti, npr. v množici $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\{1, \ldots, n\}, \{x_1, \ldots, x_n\}$. Najpomembnejše diskretne spremenljivke so Bernoullijeva, binomska, geometrijska in Poissonova slučajna spremenljivka.

Naj bo X diskretna slučajna spremenljivka, ki zavzame vrednosti v množici $\{x_1, \ldots, x_n\}$. **Funkcija verjetnosti** p za slučajno spremenljivko X je podana z

$$\boxed{p(x) = P(X = x)}$$

$p(x)$ je verjetnost, da slučajna spremenljivka X zavzame vrednost x.
Velja $\sum_{i=1}^{n} p(x_i) = 1$.

Porazdelitvena funkcija F (ali zbirna funkcija verjetnosti) je definirana z

$$\boxed{F(x) = P(X \leq x).}$$

$F(x)$ je verjetnost, da slučajna spremenljivka X zavzame vrednost manjšo ali enako x.
Lastnosti: (i) F je nepadajoča funkcija, (ii) $\lim_{x\to\infty} = 1$, (iii) $\lim_{x\to-\infty} = 0$

Diskretne slučajne spremenljivke zavzamejo diskretne vrednosti, npr. v množici $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\{1, \ldots, n\}$, $\{x_1, \ldots, x_n\}$. Najpomembnejše diskretne spremenljivke so Bernoullijeva, binomska, geometrijska in Poissonova slučajna spremenljivka.

Naj bo X diskretna slučajna spremenljivka, ki zavzame vrednosti v množici $\{x_1, \ldots, x_n\}$. **Funkcija verjetnosti** p za slučajno spremenljivko X je podana z

$$\boxed{p(x) = P(X = x)}$$

$p(x)$ je verjetnost, da slučajna spremenljivka X zavzame vrednost x.
Velja $\sum_{i=1}^{n} p(x_i) = 1$.

Porazdelitvena funkcija F (ali zbirna funkcija verjetnosti) je definirana z

$$\boxed{F(x) = P(X \leq x).}$$

$F(x)$ je verjetnost, da slučajna spremenljivka X zavzame vrednost manjšo ali enako x.
Lastnosti: (i) F je nepadajoča funkcija, (ii) $\lim_{x\to\infty} = 1$, (iii) $\lim_{x\to-\infty} = 0$

Diskretne slučajne spremenljivke

Osnovni pojmi

Diskretne slučajne spremenljivke zavzamejo diskretne vrednosti, npr. v množici $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\{1, \ldots, n\}$, $\{x_1, \ldots, x_n\}$. Najpomembnejše diskretne spremenljivke so Bernoullijeva, binomska, geometrijska in Poissonova slučajna spremenljivka.

Naj bo X diskretna slučajna spremenljivka, ki zavzame vrednosti v množici $\{x_1, \ldots, x_n\}$. **Funkcija verjetnosti** p za slučajno spremenljivko X je podana z

$$\boxed{p(x) = P(X = x)}$$

$p(x)$ je verjetnost, da slučajna spremenljivka X zavzame vrednost x.
Velja $\sum_{i=1}^{n} p(x_i) = 1$.

Porazdelitvena funkcija F (ali zbirna funkcija verjetnosti) je definirana z

$$\boxed{F(x) = P(X \leq x).}$$

$F(x)$ je verjetnost, da slučajna spremenljivka X zavzame vrednost manjšo ali enako x.
Lastnosti: (i) F je nepadajoča funkcija, (ii) $\lim_{x\to\infty} = 1$, (iii) $\lim_{x\to-\infty} = 0$

Primer. Naj bo X število grbov v treh metih kovanca. Določimo funkcijo verjetnosti in porazdelitveno funkcijo ter narišimo njuna grafa.

X lahko zavzame vrednosti 0, 1, 2 ali 3.

x	p(x)
0	
1	
2	
3	

x	F(x)
0	
1	
2	
3	

Primer. Naj bo X število grbov v treh metih kovanca. Določimo funkcijo verjetnosti in porazdelitveno funkcijo ter narišimo njuna grafa.

X lahko zavzame vrednosti 0, 1, 2 ali 3.

x	p(x)
0	$\frac{1}{8}$
1	$\frac{3}{8}$
2	$\frac{3}{8}$
3	$\frac{1}{8}$

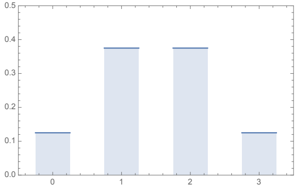
x	F(x)
0	$\frac{1}{8}$
1	$\frac{4}{8}$
2	$\frac{7}{8}$
3	1

Primer. Naj bo X število grbov v treh metih kovanca. Določimo funkcijo verjetnosti in porazdelitveno funkcijo ter narišimo njuna grafa.

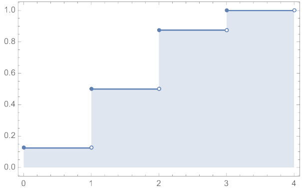
X lahko zavzame vrednosti 0, 1, 2 ali 3.

x	p(x)
0	$\frac{1}{8}$
1	$\frac{3}{8}$
2	$\frac{3}{8}$
3	$\frac{1}{8}$

x	F(x)
0	$\frac{1}{8}$
1	$\frac{4}{8}$
2	$\frac{7}{8}$
3	1



Funkcija verjetnosti



Porazdelitvena funkcija

Bernoullijeva slučajna spremenljivka lahko zavzame le dve vrednosti npr.: $\{0, 1\}$, $\{uspeh, neuspeh\}, \{grb, cifra\}$ itd.

Označimo ti vrednosti z x_1 in x_2. Verjetnostna funkcija je podana z

$$
\begin{aligned}
P(X = x_1) &= p \\
P(X = x_2) &= 1 - p.
\end{aligned}
$$

Diskretne slučajne spremenljivke

Binomska slučajna spremenljivka

Binomska slučajna spremenljivka beleži število “uspehov” v n neodvisnih poskusih, kjer je vsak od poskusov Bernoullijeva slučajna spremenljivka.

Binomsko porazdelitev $B(n, p)$ določata dva parametra: število poskusov (dogodkov) n ter verjetnost p “uspeha” Bernoullijevega poskusa.

Če ima X binomsko porazdelitev s parametroma n in p), to zapišemo kot

$$X \sim B(n, p).$$

Funkcija verjetnosti

$$\boxed{P(X = k) = \tbinom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}, \; k = 0, \ldots, n,}$$

kjer

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Binomska slučajna spremenljivka beleži število "uspehov" v n neodvisnih poskusih, kjer je vsak od poskusov Bernoullijeva slučajna spremenljivka.

Binomsko porazdelitev $B(n, p)$ določata dva parametra: število poskusov (dogodkov) n ter verjetnost p "uspeha" Bernoullijevega poskusa.

Če ima X binomsko porazdelitev s parametroma n in p), to zapišemo kot

$$X \sim B(n, p).$$

Funkcija verjetnosti

$$\boxed{P(X = k) = \tbinom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k},\ k = 0, \ldots, n,}$$

kjer

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Primer. Bolezen Tay-Sach je redka genetska bolezen. Če sta oba starša nosilca gena za T-S, potem je verjetnost, s katero otrok bolezen deduje enaka $p = 0.25$. Denimo, da ima par štiri otroke in sta oba od staršev nosilca gena za T-S.
Kakšno porazdelitev ima spremenljivka

$$X = \text{ŠTEVILO OTROK V DRUŽINI Z BOLEZNIJO T-S?}$$

Kakšni sta funkcija verjetnosti in porazdelitvena funkcija?

$X \sim B(4, 0.25)$, torej $P(X = k) = \binom{4}{k} \cdot 0.25^k \cdot 0.75^{4-k}$ za $k = 0, \ldots, 4$

x	p(x)
0	
1	
2	
3	
4	

x	F(x)
0	
1	
2	
3	
4	

Primer. Bolezen Tay-Sach je redka genetska bolezen. Če sta oba starša nosilca gena za T-S, potem je verjetnost, s katero otrok bolezen deduje enaka $p = 0.25$. Denimo, da ima par štiri otroke in sta oba od staršev nosilca gena za T-S.
Kakšno porazdelitev ima spremenljivka

$$X = \text{\textsc{število otrok v družini z boleznijo} T-S?}$$

Kakšni sta funkcija verjetnosti in porazdelitvena funkcija?

$X \sim B(4, 0.25)$, torej $P(X = k) = \binom{4}{k} \cdot 0.25^k \cdot 0.75^{4-k}$ za $k = 0, \ldots, 4$

x	p(x)
0	
1	
2	
3	
4	

x	F(x)
0	
1	
2	
3	
4	

Primer. Bolezen Tay-Sach je redka genetska bolezen. Če sta oba starša nosilca gena za T-S, potem je verjetnost, s katero otrok bolezen deduje enaka $p = 0.25$. Denimo, da ima par štiri otroke in sta oba od staršev nosilca gena za T-S.
Kakšno porazdelitev ima spremenljivka

$$X = \text{ŠTEVILO OTROK V DRUŽINI Z BOLEZNIJO T-S?}$$

Kakšni sta funkcija verjetnosti in porazdelitvena funkcija?

$X \sim B(4, 0.25)$, torej $P(X = k) = \binom{4}{k} \cdot 0.25^k \cdot 0.75^{4-k}$ za $k = 0, \ldots, 4$

x	p(x)
0	0.316
1	0.422
2	0.211
3	0.047
4	0.004

x	F(x)
0	
1	
2	
3	
4	

Primer. Bolezen Tay-Sach je redka genetska bolezen. Če sta oba starša nosilca gena za T-S, potem je verjetnost, s katero otrok bolezen deduje enaka $p = 0.25$. Denimo, da ima par štiri otroke in sta oba od staršev nosilca gena za T-S.
Kakšno porazdelitev ima spremenljivka

$$X = \text{ŠTEVILO OTROK V DRUŽINI Z BOLEZNIJO T-S?}$$

Kakšni sta funkcija verjetnosti in porazdelitvena funkcija?

$X \sim B(4, 0.25)$, torej $P(X = k) = \binom{4}{k} \cdot 0.25^k \cdot 0.75^{4-k}$ za $k = 0, \ldots, 4$

x	p(x)
0	0.316
1	0.422
2	0.211
3	0.047
4	0.004

x	F(x)
0	0.316
1	0.738
2	0.949
3	0.996
4	1