Matice

obdélníkové schema $m \times n$ $\begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ a_{m1} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$

množina všech reálných matic $\mathbb{R}^{m \times n}$

Sloupcový vektor

- matice typu $n \times 1$

* notace

A_{i*} i-tý řádek

A_{*j} j-tý sloupec

Soustava lineárních rovnic

řešením je vektor vyhovující všem rovnicím

Matice soustavy — rozšířená

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & & a_{mn} \end{pmatrix} \qquad (A|b) = \left(\begin{array}{ccc|c} a_{11} & \dots & a_{1n} & b_1 \\ a_{m1} & \dots & a_{mn} & b_m \end{array}\right)$$

geometrie

$2 \times 2 \to$ průnik 2 přímek

$3 \times 3 \to$ průnik 3 rovin

pro libovolné n rovnice popisují nadroviny

Elementární řádkové úpravy

vynásobení i-tého řádku reálným číslem $\alpha \neq 0$

prohození řádků

přičtení násobku řádku k jinému

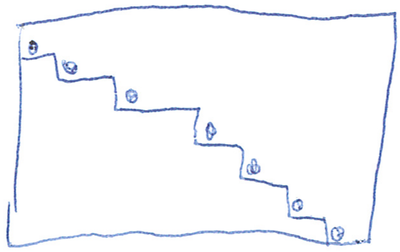
Odstupňovaný tvar matice (REF)

$\exists r$: řádky $1 \dots r$ jsou nenulové

$r+1 \dots m$ jsou nulové

$p_i = \min\{j \,;\, a_{ij} \neq 0\}$

$p_1 < p_2 < p_3 \dots < p_r$



LA1 P01S02

sloupce kde je pivot jsou bazické

Hodnost matice
počet nenulových řádků v REF rank(A)
dobře definované protože pozice pivotů jsou jednoznačné

Algoritmus REF
1. $i := 1$ $j := 1$
2. if $a_{kl} = 0$ $\forall k \geq i \wedge \forall l \geq j$ then konec
3. $j := \min\{l \,;\, l \geq j,\ a_{kl} \neq 0$ pro nějaké $k \geq i\}$
4. vezmi $a_{kj} \neq 0$, $k \geq i$ a vyměň A_{i*} a A_{k*} // vyměníme na řádek, který je má nenulové políčko
5. $\forall k > i$ polož $A_{k*} := A_{k*} - \frac{a_{kj}}{a_{ij}} A_{i*}$ // vynulujeme políčko
6. $i{+}{+}$ $j{+}{+}$ goto 2.

pozn 4. v INF se vyplatí vybrat řádek s největší $abs(a_{kj})$ viz Parciální pivotizace

Gaussova eliminace
máme $(A|b)$ $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ $b \in \mathbb{R}^m$
převedeme na REF $(A'|b')$, $r = rank(A|b)$
(A) nemá řešení
poslední sloupec je bazický $\Leftrightarrow$ v posledním sloupci je pivot
$rank(A) < rank(A|b)$

(B) má alespoň 1 řešení
$rank(A) = rank(A|b)$

(B1) jediné řešení $r = n$
zpětná substituce $x_k = \dfrac{b'_k - \sum_{j=k+1}^{n} a'_{kj} x_j}{a'_{kk}}$

(B2) nekonečně mnoho řešení $r < n$
nebazické proměnné - parametry