Logika rozmyta

Agnieszka Nowak - Brzezińska

FUZZY SETS AND FUZZY LOGIC
Theory and Applications
George J. Klir
Type-2 Fuzzy Logic: Theory and Applications
Springer
FUZZY SETS, FUZZY LOGIC, APPLICATIONS
Freerk A. Lootsma
FUZZY LOGIC FOR PLANNING AND DECISION MAKING
STUDIES IN FUZZINESS AND SOFT COMPUTING
Senén Barro
Roque Marín
Editors
Fuzzy Logic in Medicine
S. N. Sivanandam
S. Sumathi
S. N. Deepa
Introduction to Fuzzy Logic using MATLAB
Springer
Uziel Sandler
Lev Tsitolovsky
STUDIES IN FUZZINESS AND SOFT COMPUTING
Zhong Li · Wolfgang A. Halang
Guanrong Chen
Editors
Integration of Fuzzy Logic and Chaos Theory
Springer
An Introduction to Fuzzy Sets
Analysis and Design
Witold Pedrycz and Fernando Gomide
USING FUZZY LOGIC
Dynamic Fuzzy Logic and its Applications
Fanzhang Li
Industrial Applications of Fuzzy Logic and Intelligent Systems
Hung T. Nguyen
Elbert A. Walker
A First Course in FUZZY LOGIC
SECOND EDITION
CHAPMAN & HALL/CRC
TIMOTHY J. ROSS
FUZZY LOGIC
WITH ENGINEERING APPLICATIONS
SECOND EDITION
WILEY
JOHN YEN   REZA LANGARI
WILEY
WILEY PROFESSIONAL COMPUTING
FUZZY LOGIC FOR THE MANAGEMENT OF UNCERTAINTY
Lotfi Zadeh and Janusz Kacprzyk
AN INTRODUCTION TO FUZZY LOGIC FOR PRACTICAL APPLICATIONS
Translated by Tak Niimura
FUZZY LOGIC
A PRACTICAL APPROACH
F. MARTIN McNEILL · ELLEN THRO
Foreword by Ronald R. Yager
Knowledge-Based Neurocomputing: A Fuzzy Logic Approach
Springer

Geneza Logiki rozmytej

- Za twórcę teorii zbiorów rozmytych i logiki rozmytej uważa się **Lotfiego A. Zadeha**, który w 1965 roku opublikował artykuł „Fuzzy Sets" (Information Control 8, 338-353, 1965).
- Tak naprawdę, historia myśli, która doprowadziła do stworzenia tej teorii jest jednak znacznie dłuższa i warto przedstawić chociaż dwa fakty z tym związane. Pierwszych prób wyjścia poza dwuwartościową logikę można doszukać się już u Platona stwierdzającego, że istnieje jakiś dodatkowy obszar pomiędzy prawdą i fałszem.
- W początkowych latach XX wieku, polski uczony - **Jan Łukasiewicz** zaproponował system logiki trójwartościowej stanowiącej bazę dla logiki rozmytej.

- Na systemy rozmyte składają się te techniki i metody, które służą do obrazowania informacji nieprecyzyjnych, nieokreślonych bądź niekonkretnych. Pozwalają one opisywać zjawiska o charakterze wieloznacznym, których nie jest w stanie ująć teoria klasyczna i logika dwuwartościowa.

- Charakteryzują się tym, że wiedza jest przetwarzana w postaci symbolicznej i zapisywana w postaci rozmytych reguł.

- Systemy rozmyte znajdują zastosowanie tam, gdzie nie posiadamy wystarczającej wiedzy o modelu matematycznym rządzącym danym zjawiskiem oraz tam gdzie odtworzenie tegoż modelu staje się nieopłacalne lub nawet niemożliwe. Tak więc możemy je spotkać w bazach danych, sterowaniu oraz dziedzinach zajmujących się przetwarzaniem języka naturalnego.

Zastosowanie logiki rozmytej (Fuzzy-Logic)

- Logika rozmyta jest stosowana wszędzie tam, gdzie użycie klasycznej logiki stwarza problem ze względu na trudność w zapisie matematycznym procesu lub gdy wyliczenie lub pobranie zmiennych potrzebnych do rozwiązania problemu jest niemożliwe.
- Ma szerokie zastosowanie w różnego rodzaju sterownikach. Sterowniki te mogą pracować w urządzeniach tak pospolitych jak lodówki czy pralki, jak również mogą być wykorzystywane do bardziej złożonych zagadnień jak przetwarzanie obrazu, rozwiązywanie problemu korków ulicznych czy unikanie kolizji.
- Sterowniki wykorzystujące logikę rozmytą są również używane na przykład w połączeniu z sieciami neuronowymi.

Przykłady zastosowań:

Intensywny rozwój logiki rozmytej na całym świecie daje się zauważyć zwłaszcza na początku lat dziewięćdziesiątych. Logika rozmyta znajduje bardzo szerokie i różnorodne zastosowania zarówno w elektronice, systemach sterowania jak i w medycynie czy w różnych gałęziach przemysłu. Poniżej wymienione są niektóre aplikacje obrazujące możliwości wykorzystania logiki rozmytej:

- **układy sterowania rozrusznika serca**
- **układ sterowania samochodu**
- **bojler wodny**
- **reaktory i urządzenia chemiczne**
- **urządzenia chłodnicze**
- **urządzenia klimatyzacyjne i wentylacyjne**
- **urządzenia do spalania śmieci**
- **piec do wytopu szkła**
- **układ sterowania ciśnienia krwi**
- **urządzenia diagnostyki nowotworowej**
- **system ostrzegawczy chorób serca**
- **układ sterowania suwnicą lub dźwigiem**
- **stacja pomp**
- **przetwarzanie obrazów**
- **urządzenia szybkiego ładowania akumulatorów**
- **rozpoznawanie słów**
- **terapia diabetyczna, sterowanie poziomu cukru we krwi**
- **układ energetyczny**
- **urządzenia do obróbki metali**
- **sterowanie bioprocesorów**
- **urządzenia grzewcze**
- **sterowanie silników elektrycznych**
- **urządzenia i procesy spawalnicze**
- **sterowanie ruchu**
- **biomedycyna**
- **urządzenia do czyszczenia pomieszczeń**
- **urządzenia do odszlamiania**
- **urządzenia do oczyszczania wody**
- **układy autopilotów samolotów i okrętów**

Przykład: wentylator powietrza

- Na podstawie temperatury pokoju ustalana jest odpowiednio siła działania wentylatora powietrza (czy ma on chłodzić czy nagrzewać i w jakim stopniu).

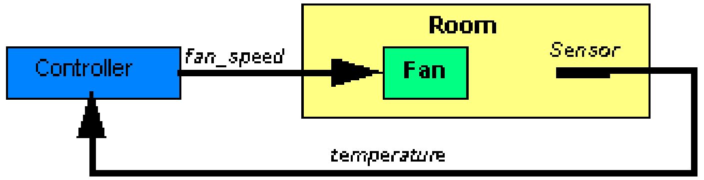


Figure 1: A Simple Temperarure Controller

Normalny kontroler ciepła działa tak, że jeśli ustawimy, że ma grzać dopiero od temp 78 stopni, to grzejnik aktywuje się dopiero wówczas, gdy temperatura będzie mniejsza bądź równa 75 stopni. Kiedy temp będzie wyższa niż 81 stopni grzejnik się wyłączy.

Rozmyty termostat

- pracuje w odcieniach szarości, gdzie temperatura jest traktowana jako seria zachodzących na siebie zakresów. Na przykład, **temperatura 78 stopni to w 60% ciepło i w 20% gorąco**.
- Sterownik działa w oparciu o reguły: „if-then”. Dzięki temu, gdy zmienia się temperatura prędkość wentylatora się zmienia i dostosowuje do żądanej do utrzymania temperatury.

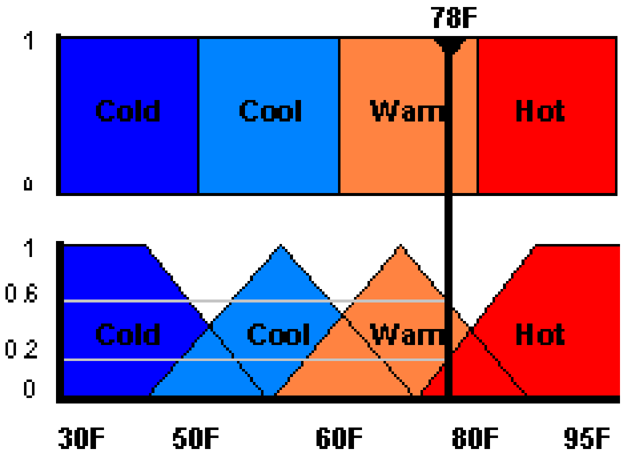


Figure2: Conventionnal and Fuzzy Sets

Reguły wnioskowania…

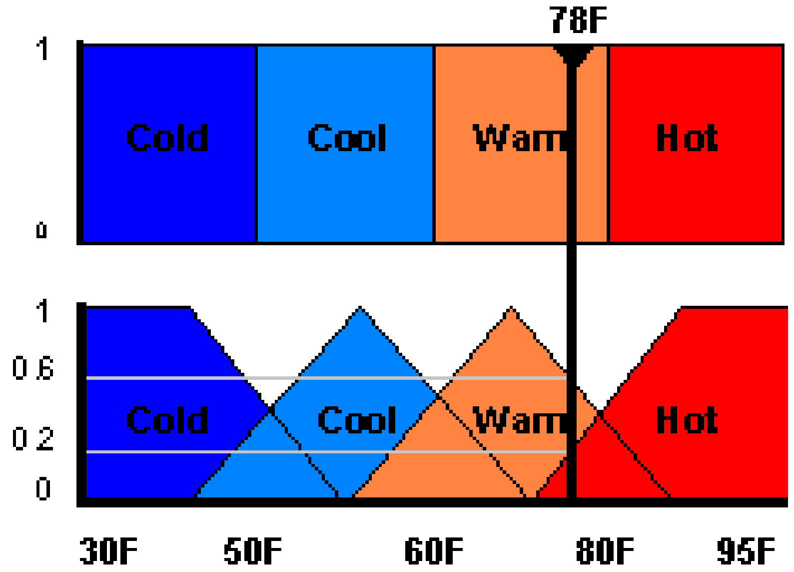


Figure2: Conventionnal and Fuzzy Sets

- IF temperature IS cold THEN fan_speed IS high
- IF temperature IS cool THEN fan_speed IS medium
- IF temperature IS warm THEN fan_speed IS low
- IF temperature IS hot THEN fan_speed IS zero

Działanie rozmytego wentylatora

Pobrana jest wejściowa dana: temperatura. W procesie rozmywania zostaje obliczona wartość rozmyta danego parametru, następuje ewaluacja reguły – gdzie rozmyta wartość wyjścia jest obliczana. W procesie defuzyfikacji rozmyta wartość wyjścia jest z powrotem przeliczana na wartość w języku naturalnym.

1. W procesie rozmywania wartość temperatury równa 78oF na wejściu jest tłumaczona na wartość rozmytą „ciepło” jako 0.6 (czy 60%) i „gorącą” jako 0.2 (lub 20%).
2. W procesie ewaluacji reguły wejściowy zbiór reguł jest analizowany i pewne reguły zostają uaktywnione. Dla temp. 78 F tylko ostatnie 2 reguły zostaną uaktywnione. Uaktywniając regułę 3: fan_speed będzie niskie z wartością 0.6. Stosując regułę 4: fan_speed będzie równe 0 z wartością 0.2.
3. W procesie defuzyfikacji wartość niska równa 60% i zerowa równa 20% zostają połączone za pomocą metody środka ciężkości (ang. Center of Gravity (COG)) i zostaje obliczona wartość 13.5 RPM dla zmiennej fan speed.

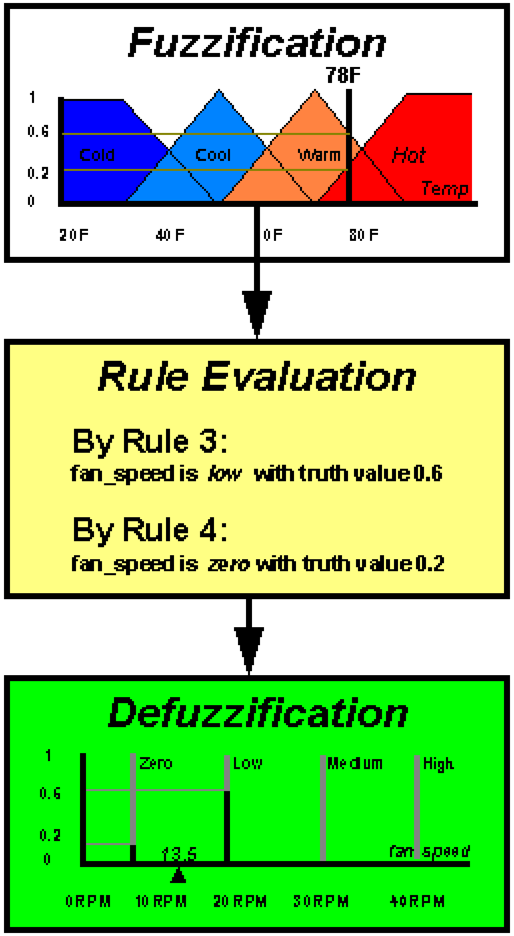


Figure 3 The Fuzzy Inference Process

Logika klasyczna

2 + 2 = 4

Dzień lub noc

Tak lub nie

0 lub 1

Białe lub czarne

Zdrowy lub chory

Zdać egzamin lub nie zdać egzaminu

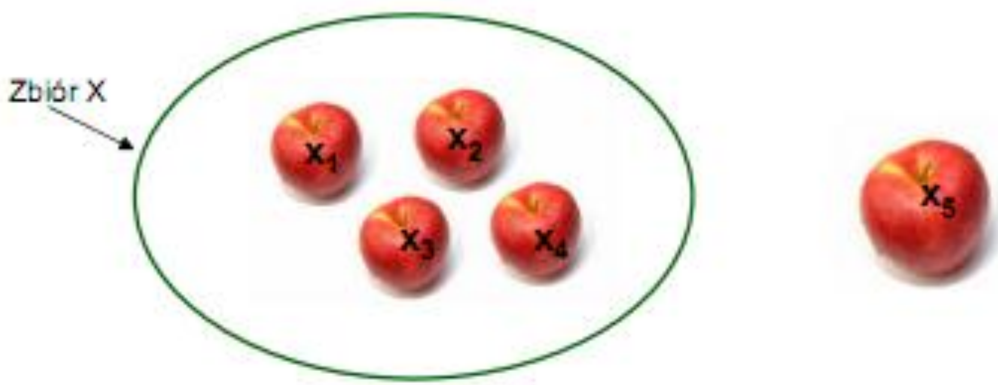
Zbiór i przynależność do niego

$(x \in X)$ – x jest elementem zbioru X.

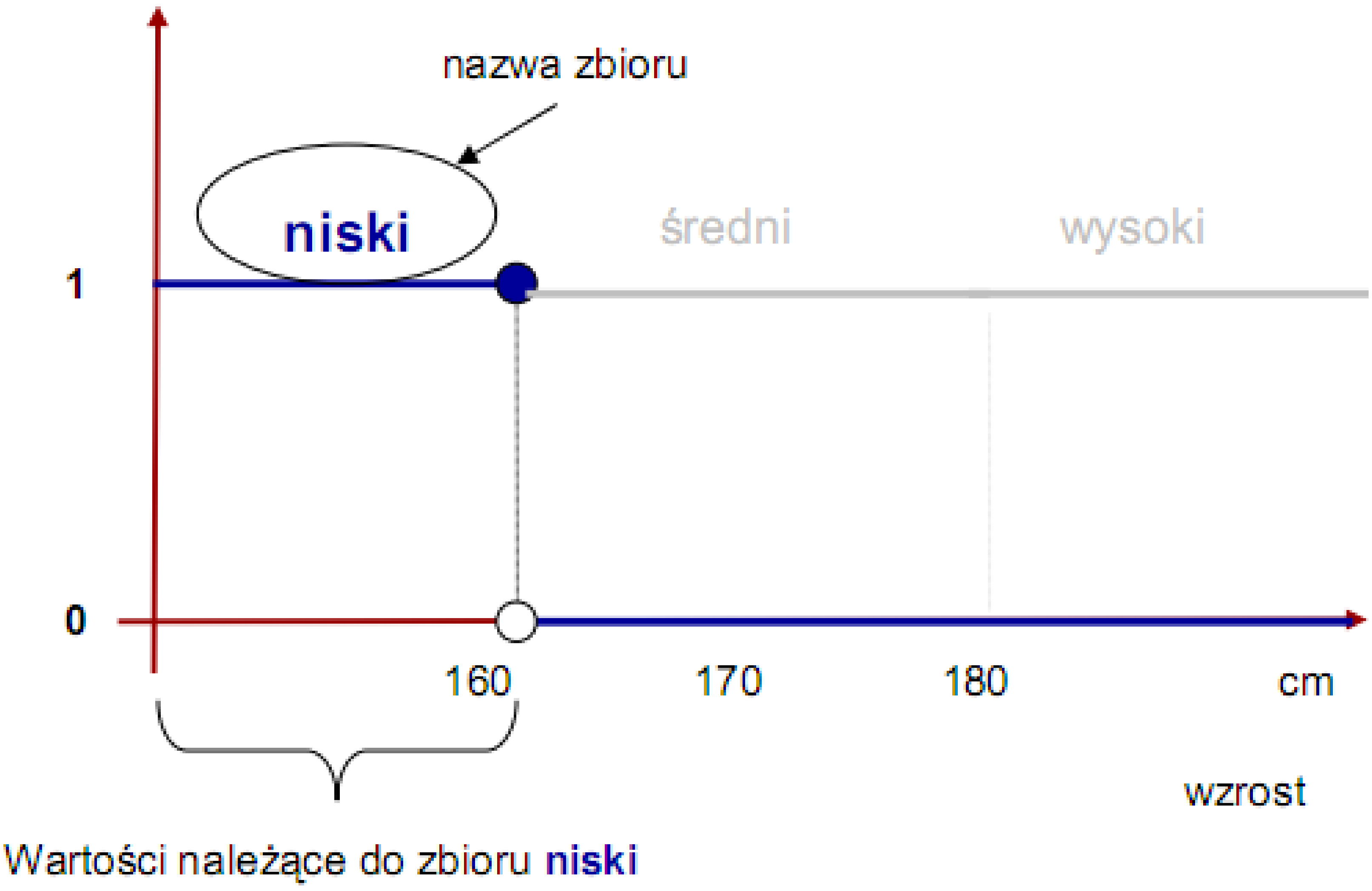
Każdy element, który przynależy do zbioru ma ustawianą wartość 1.

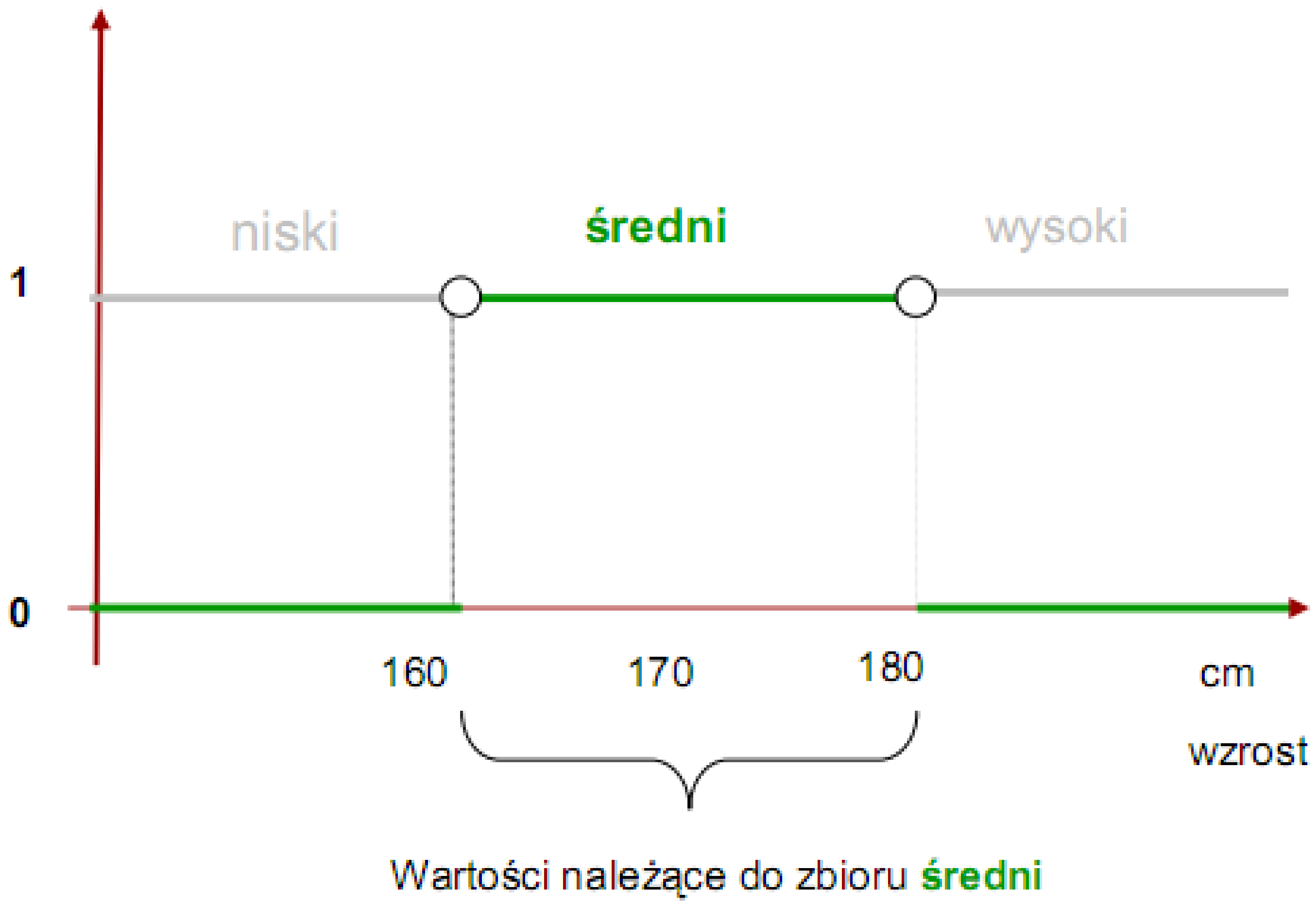
$(x \notin X)$ – x nie należy zbioru X.

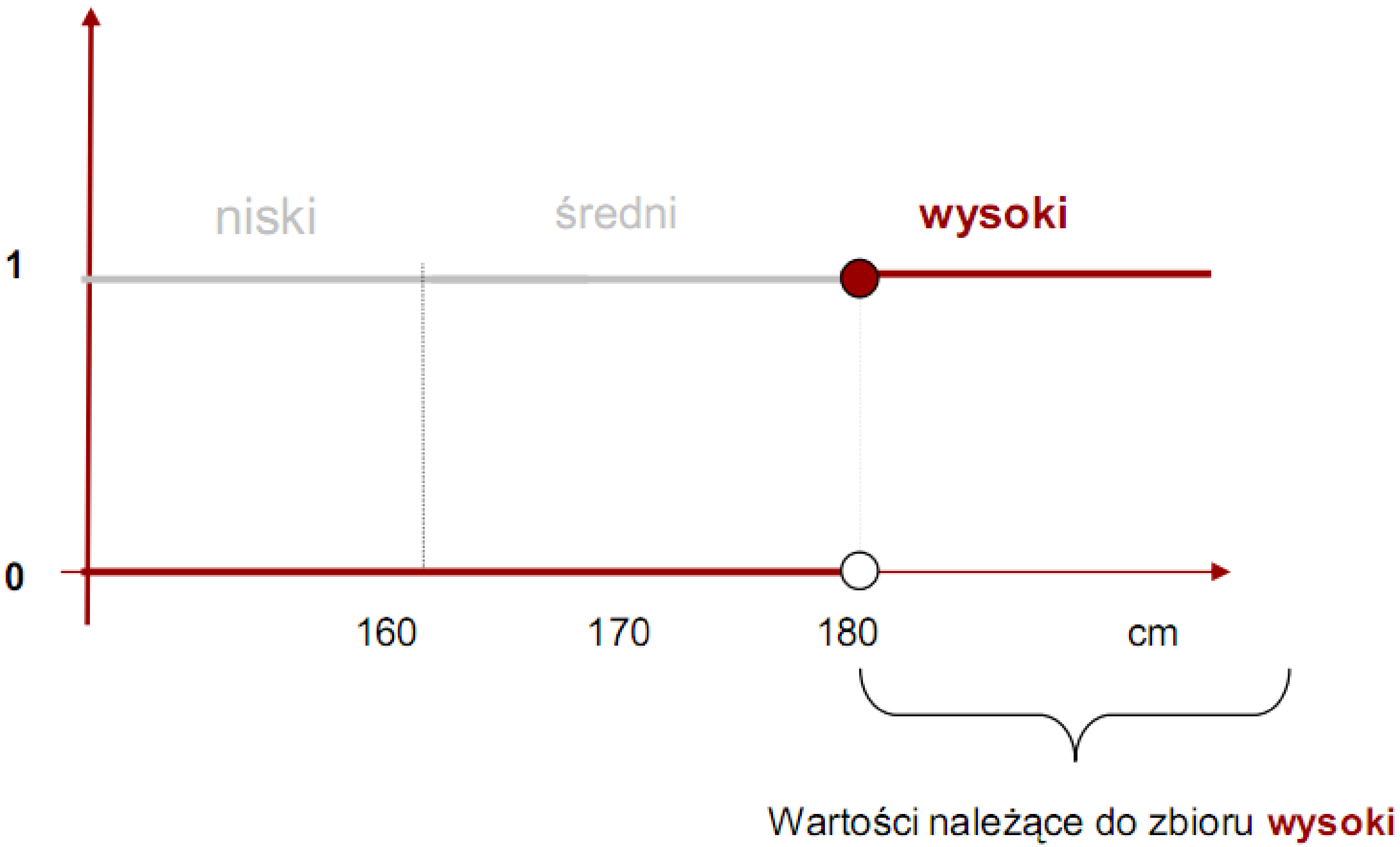
Każdy element, który nie jest elementem zbioru ma ustawianą wartość 0.



Zbiór i przynależność do niego

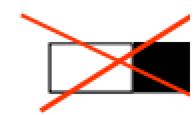



niski
średni
wysoki
1
0
160
170
180
cm
wzrost
Wartości należące do zbioru średni


niski
średni
wysoki
1
0
160
170
180
cm
Wartości należące do zbioru **wysoki**

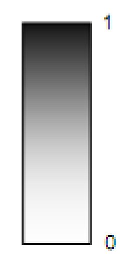
Logika rozmyta

- Nie zawsze da się jednoznacznie ustalić granicę między danymi spełniającymi pewne kryterium a danymi, które tego kryterium nie spełniają.
- Dzięki wprowadzeniu funkcji przynależności – zbiory rozmyte pozwalają na określanie stopnia przynależności elementu do zbioru bądź klasy.

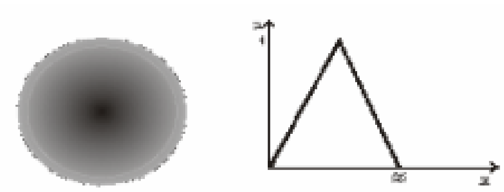


$$\mu \in X \rightarrow [0,1]$$

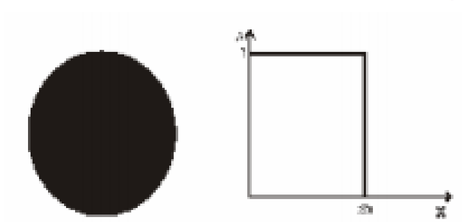
współczynnik przynależności

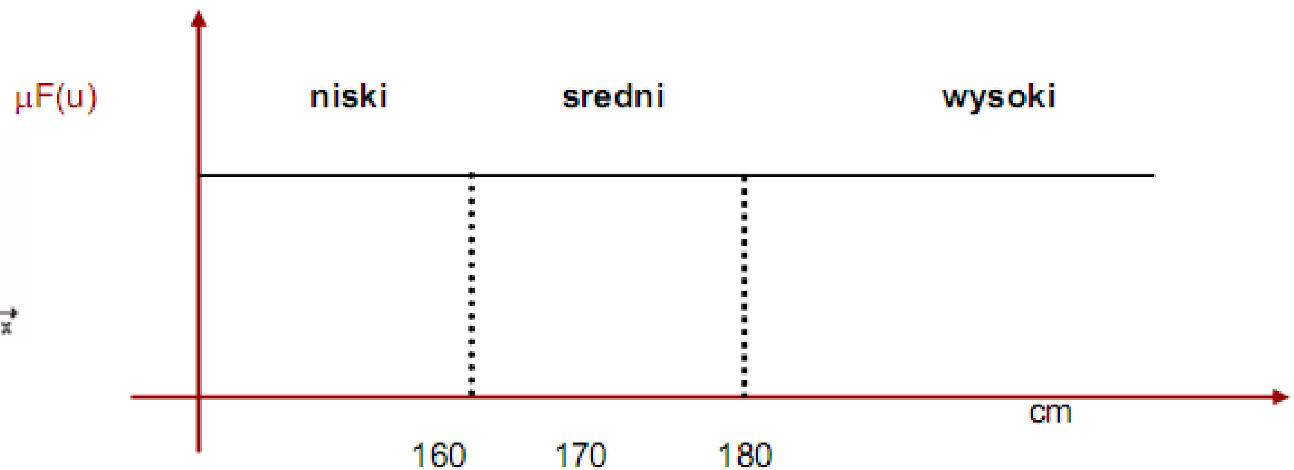


Logika rozmyta



Logika klasyczna





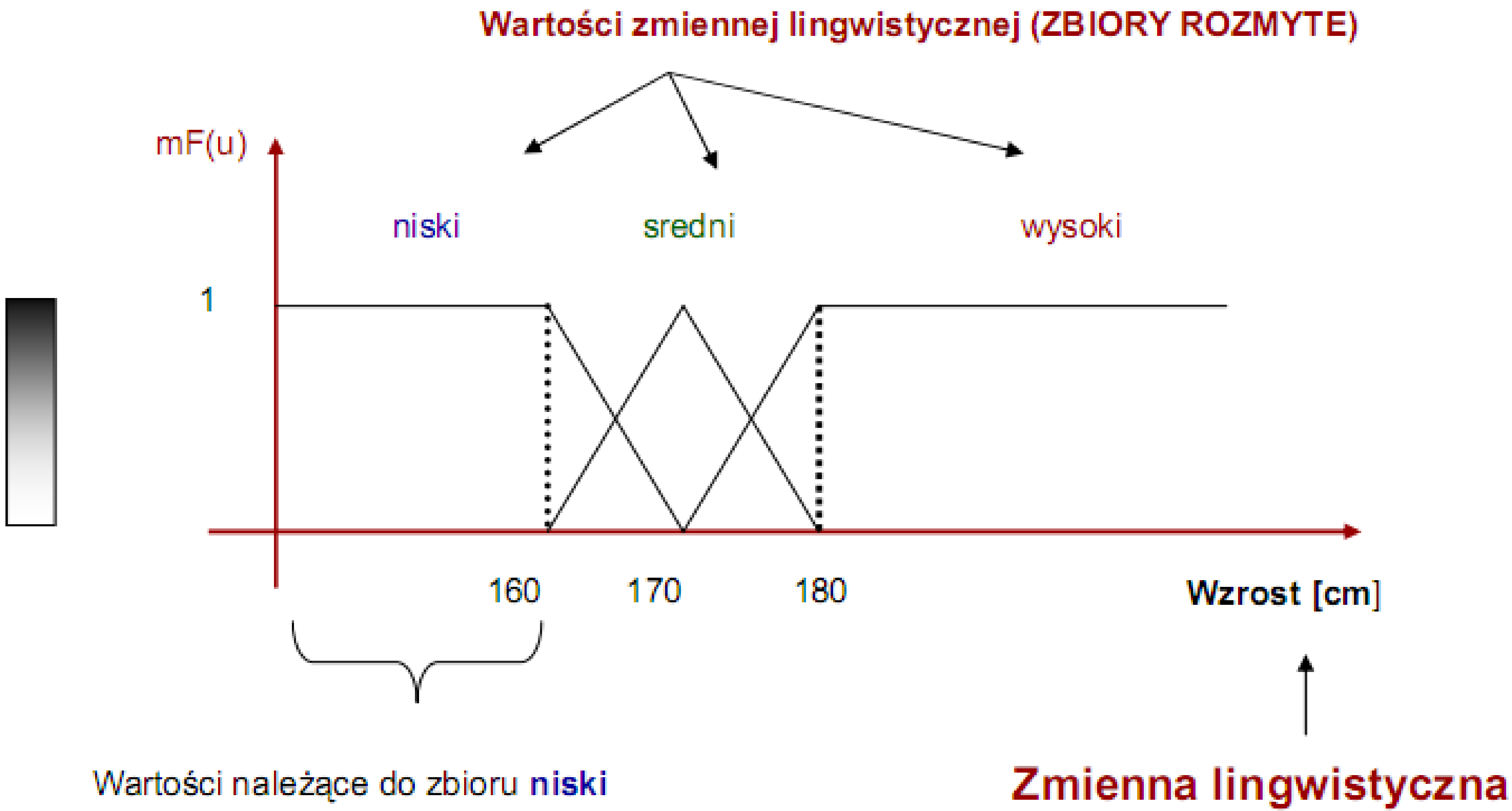
Zmienna lingwistyczna

Zmienna lingwistyczna – jest to, wyrażone w języku naturalnym, określenie pewnej wielkości (wielkość wejściowa lub wyjściowa procesu, zmienna stanu, parametr)

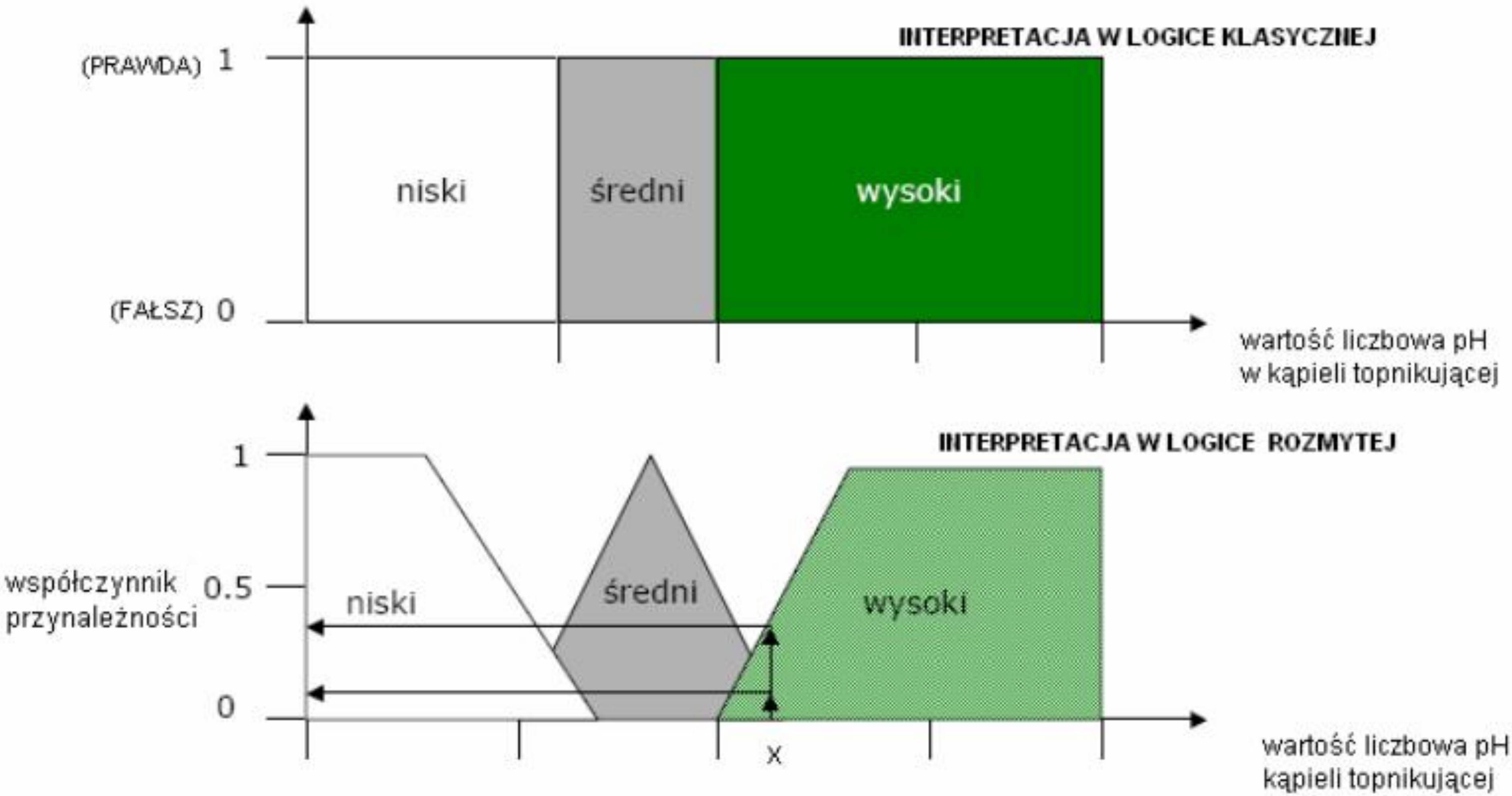
np. stężenie, ciśnienie, grubość, prędkość…

Wartość zmiennej lingwistycznej (zbiór ROZMYTY) – może być określany również w języku naturalnym - w sposób jakościowy.

Np. {małe, średnie, duże, bardzo duże} albo {niski, średni, wysoki}.


Wartości zmiennej lingwistycznej (ZBIORY ROZMYTE)
mF(u)
niski
sredni
wysoki
1
160
170
180
Wzrost [cm]
Wartości należące do zbioru niski
Zmienna lingwistyczna

Przykład wartości lingwistycznych {niski, średni, wysoki} charakteryzujący zmienną lingwistyczną „pH kąpieli topnikującej” w interpretacji logiki klasycznej i rozmytej.



Zbiór rozmyty - definicja

Zbiorem rozmytym nazwiemy zbiór elementów, które w różnym stopniu do niego należą. Zbiór rozmyty A w niepustej przestrzeni X, $A \subset X$ opisywany przez zbiór par:

$$A = \{(X, \mu_A(X)) : x \in X\}$$

gdzie

$$\mu_A(x); x \rightarrow [0,1]$$

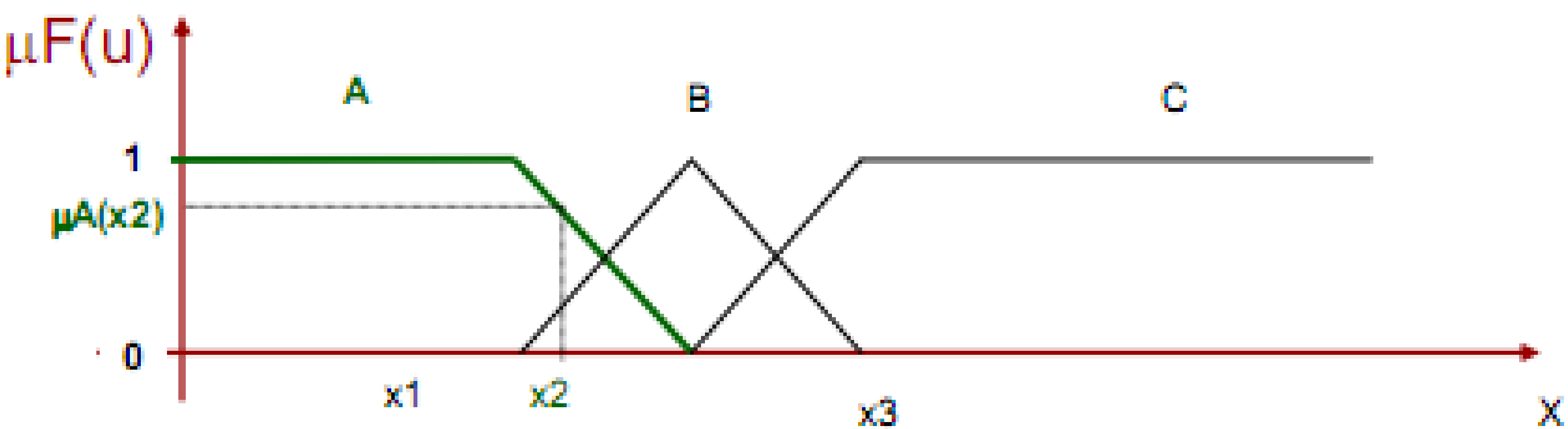
Jest funkcją przynależności zbioru rozmytego A

Funkcja przynależności

$$\mu_A : X \to [0,1]$$

Funkcja ta każdemu elementowi $x \in X$ przypisuje jego stopień przynależności do zbioru rozmytego A, przy czym można wyróżnić 3 przypadki:

- $\mu_A(x)=1$ – pełna przynależność do zbioru rozmytego A,
- $\mu_A(x)=0$ – element x nie należy do zbioru rozmytego A,
- $0<\mu_A(x)<1$ – element x częściowo należy do zbioru rozmytego A.



Symboliczny zapis zbioru rozmytego wyrażany jest w postaci:

- Gdy X jest przestrzenią o skończonej liczbie elementów X = {x_1,..,x_n}

$$A = \frac{\mu_A(x_1)}{x_1} + \ldots + \frac{\mu_A(x_n)}{x_n} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\mu_A(x)}{x}$$

- Lub gdy X jest przestrzenia o nieskończonej liczbie elementów.

$$A = \int_x \frac{\mu_A(x)}{x}$$

Przykład:

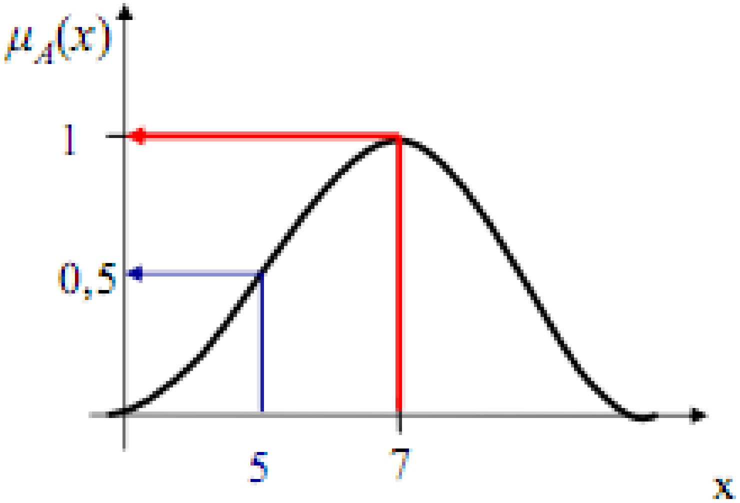
X = N jest zbiorem liczb naturalnych. Określamy pojęcie zbioru liczb naturalnych „bliskich liczbie 7" definiując zbiór rozmyty A ∈ **X**:

$$A = \frac{0,2}{4} + \frac{0,5}{5} + \frac{0,8}{6} + \frac{1}{7} + \frac{0,8}{8} + \frac{0,5}{9} + \frac{0,2}{10}$$

Przykład:

X = R jest zbiorem liczb rzeczywistych. Określamy pojęcie zbioru liczb rzeczywistych „bliskich liczbie 7" definiując funkcję przynależności

$$\mu_A(x) = \frac{1}{1 + (x-7)^2}$$



Podstawowe pojęcia związane ze zbiorami rozmytymi

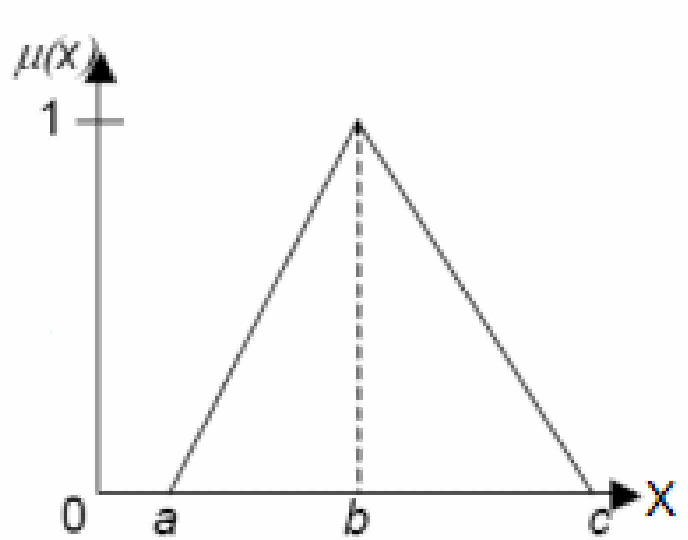
- **Zbiory rozmyte** (przykładowo A i B) **są równe** wtedy i tylko wtedy, gdy
- $$\underset{x \in X}{\forall} \mu_A(x) = \mu_B(x)$$
- **Zbiór rozmyty** A **jest podzbiorem zbioru rozmytego** B ($A \subseteq B$) wtedy i tylko wtedy, gdy: $\underset{x \in X}{\forall} \mu_A(x) \le \mu_B(x)$
- **Nośnikiem** (ang.support) zbioru rozmytego A nazywamy klasyczny zbiór złożony z obiektów, dla których funkcja przynależności jest dodatnia: $Supp(A) = \{x \in X \mid \mu_A(x) > 0\}$
- Rdzeniem (ang. core) jest zbiór składający się z elementów, dla których funkcja przynależności jest równa 1:

  $$Core\ (A) = \{x \in X \mid \mu_A(x) = 1\}$$
- Każdy zbiór rozmyty jest jednoznacznie opisany przez swoją funkcję przynależności.

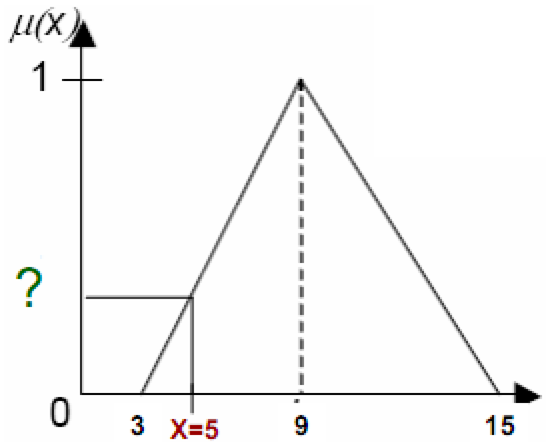
Typowe funkcje przynależności

1. *Trójkątna*
2. *Trapezowa*
3. *Gaussowska*
4. *Uogólniona dzwonowa*
5. *Sigmoidalna*
6. *Rozmyty singleton*
7. *Funkcja typu S*
8. *Funkcja typu Z*
9. *Funkcja typu Π*

Trójkątna funkcja przynależności

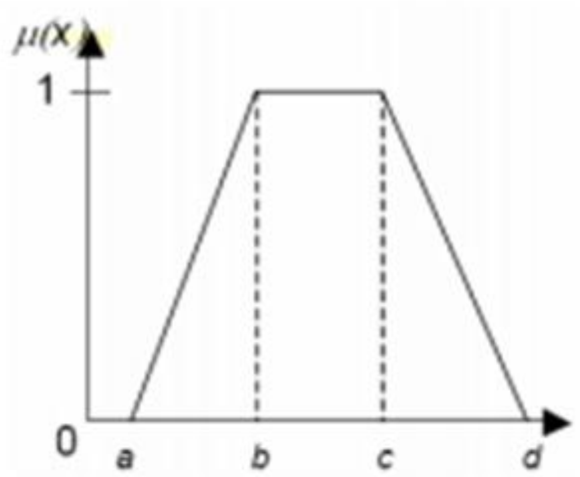


$$\mu_A(x;a,b,c)=\begin{cases}0, & x\le a\\ \dfrac{x-a}{b-a}, & a<x\le b\\ \dfrac{c-x}{c-b}, & b<x\le c\\ 0, & x>c\end{cases}$$



$$\mu_A(x;a,b,c)=\begin{cases}0, & x\le a\\ \boxed{\dfrac{x-a}{b-a}}, & a<x\le b\\ \dfrac{c-x}{c-b}, & b<x\le c\\ 0, & x>c\end{cases}$$

Trapezowa funkcja przynależności

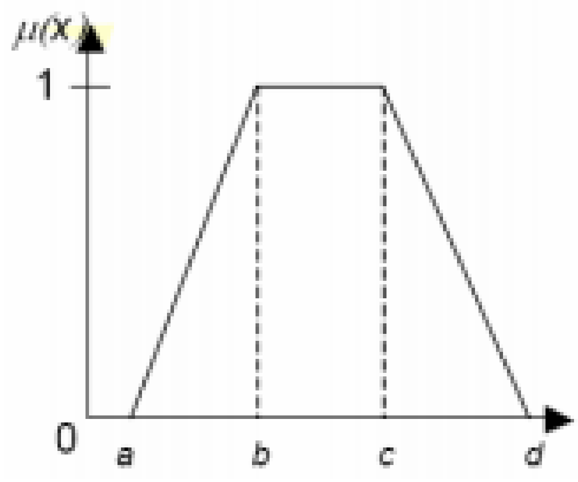


$$\mu_A(x;a,b,c,d) = \begin{cases} 0, & x \le a \\ \dfrac{x-a}{b-a}, & a < x \le b \\ 1, & b < x \le c \\ \dfrac{d-x}{d-c} & c < x \le d \\ 0, & x > d \end{cases}$$

- Gdzie: a,b,c są parametrami (a≤b≤c≤d). Dla b=c mamy trójkątną funkcję przynależności. Dla a=b i c=d mamy prostokątną lub inaczej przedziałową.

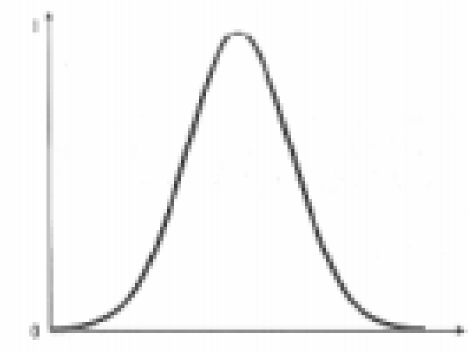
$$\mu_A(x;a,b,c,d) = \max\left[\min\left(\frac{x-a}{b-a}, 1, \frac{d-x}{d-c}\right), 0\right]$$

- Trapezowa



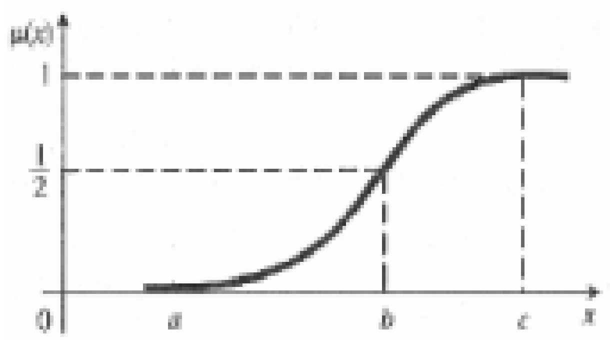
$$\mu_A(x;a,b,c,d)=\begin{cases}0, & x\le a\\ \dfrac{x-a}{b-a}, & a<x\le b\\ 1, & b<x\le c\\ \dfrac{d-x}{d-c} & c<x\le d\\ 0, & x>d\end{cases}$$

- Gaussowska



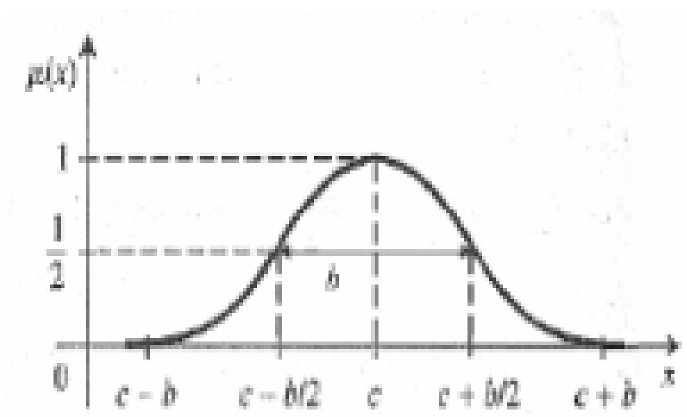
$$\mu_A(x;\bar{x},\sigma)=\exp\left(-\left(\frac{x-\bar{x}}{\sigma}\right)^2\right).$$

❑ Klasy s



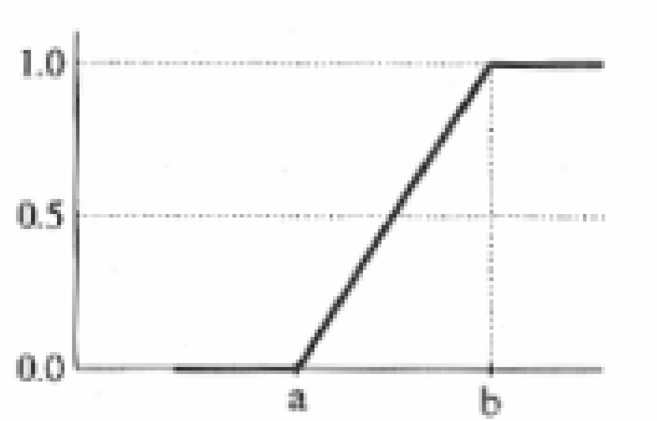
$$s(x;a,b,c)=\begin{cases} 0 & dla \quad x \le a \\ 2\left(\frac{x-a}{c-a}\right)^2 & dla \quad a < x \le b \\ 1-2\left(\frac{x-c}{c-a}\right)^2 & dla \quad b < x \le c \\ 1 & dla \quad x > c \end{cases}$$

❑ Klasy π



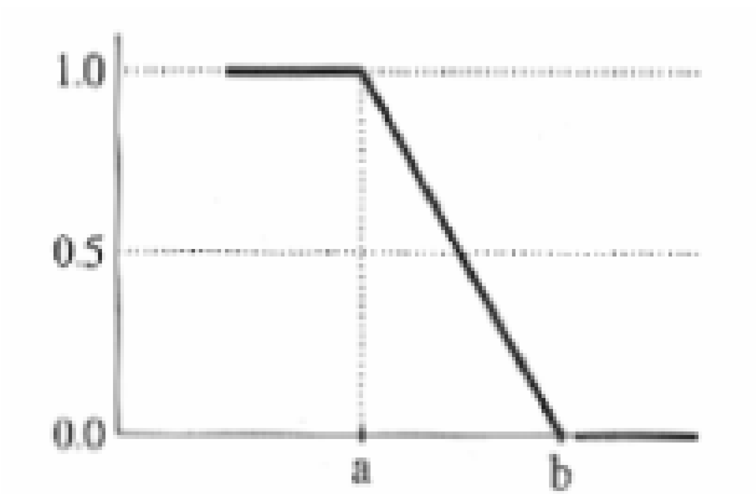
$$\pi(x;a,b,c)=\begin{cases} s(x;c-b,c-b/2,c) & dla \quad x \le c \\ 1-s(x;c,c+b/2,c+b) & dla \quad x > c \end{cases}$$

❑ Klasy γ



$$\gamma(x;a,b)=\begin{cases} 0 & dla \quad x \le a \\ \frac{x-a}{b-a} & dla \quad a < x \le b \\ 1 & dla \quad x > b \end{cases}$$

❑ Klasy L

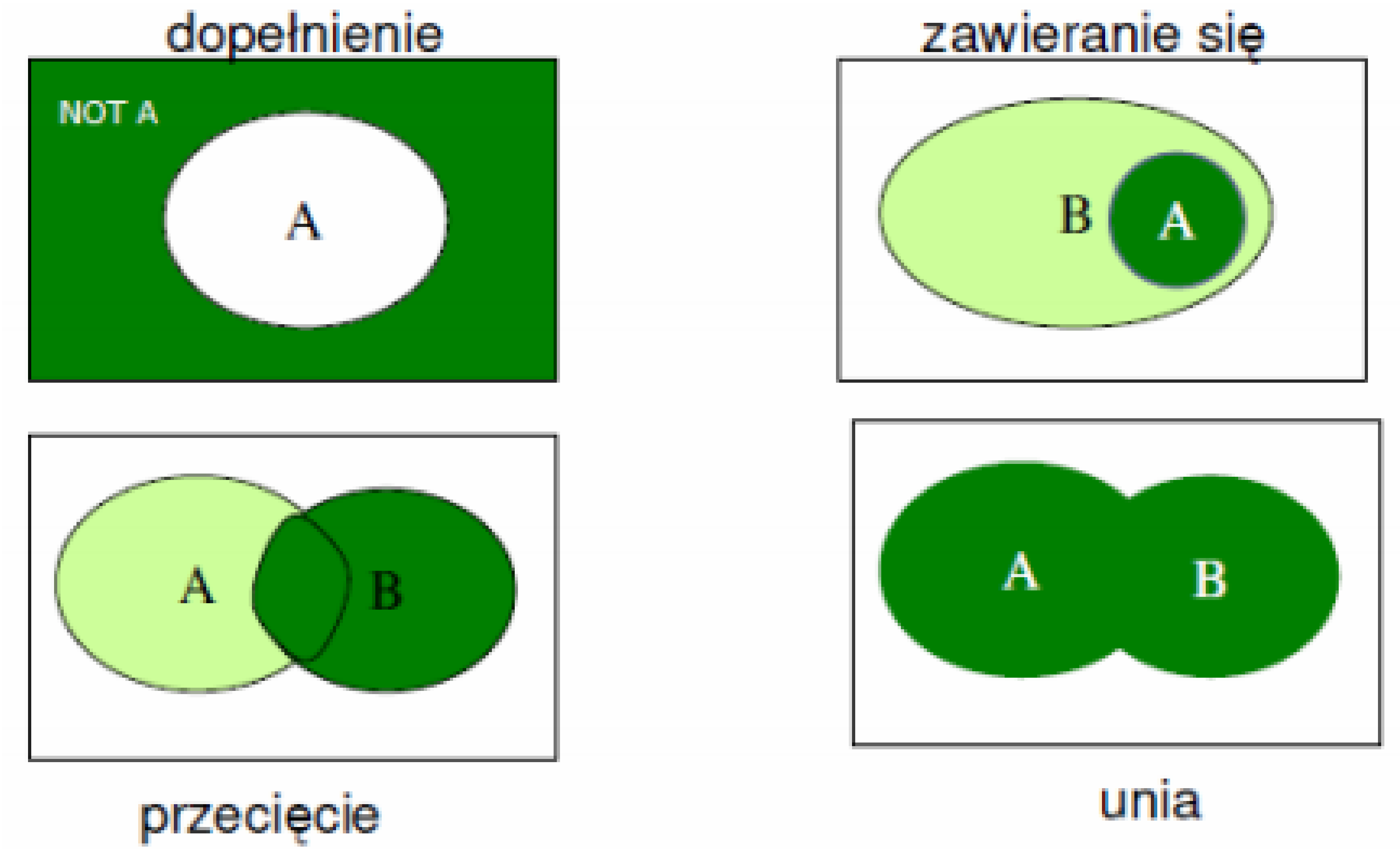


$$t(x;a,b)=\begin{cases} 1 & dla \quad x \le a \\ \frac{b-x}{b-a} & dla \quad a < x \le b \\ 0 & dla \quad x > b \end{cases}$$

Operacje na zbiorach rozmytych

- Musimy być w stanie działać na zbiorach rozmytych i umieć opisywać ich **przecięcie, sumę, dopełnienia** itp.
- Wszystko po to, abyśmy mogli użyć złożonych opisów lingwistycznych w sposób matematyczny. Np.. pacjent, który jest chory i radosny, należy do zbioru osób chorych ale również do zbioru osób radosnych. „chory radosny” pacjent powinien zatem należeć do zbioru chorych radosnych osób, który jest przecięciem tych zbiorów.

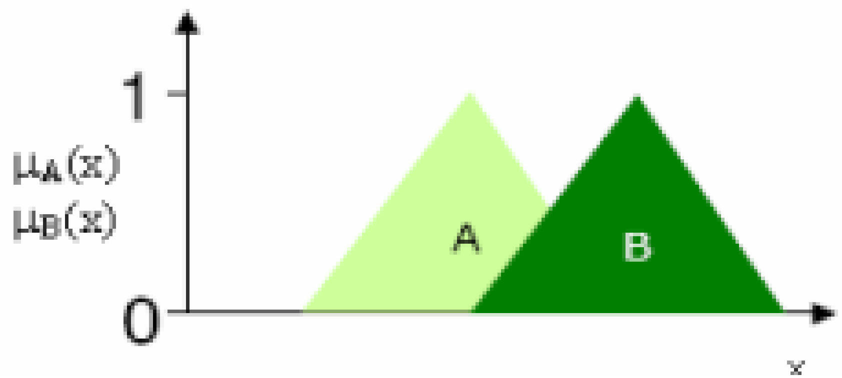
Operacje na zbiorach rozmytych

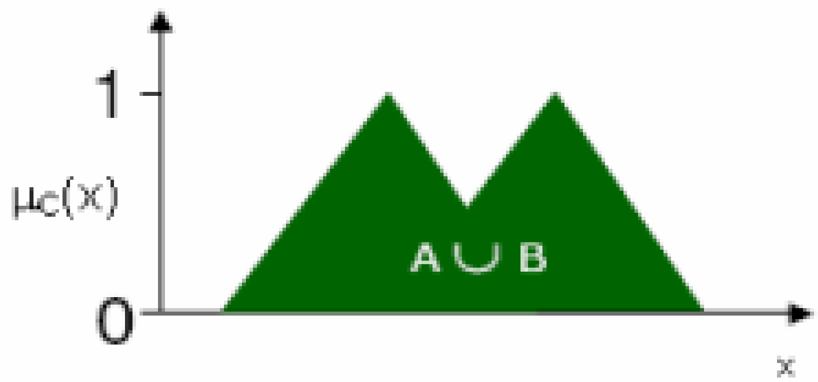


Operacje na zbiorach rozmytych

Suma zbiorów (alternatywa)

→**Zbiór klasyczny:** Który element należy do jednego z, lub obu zbiorów?
→**Zbiór rozmyty:** Jak bardzo element przynależy do jednego z, lub obu zbiorów?





$$\mu_C(x) = \underline{Max}\,[\mu_A(x), \mu_B(x)]$$

- Suma zbiorów rozmytych A i B jest zbiorem rozmytym C = A ∪ B o funkcji przynależności

$$m_C(x) = \max\{m_A(x), m_B(x)\ \}$$

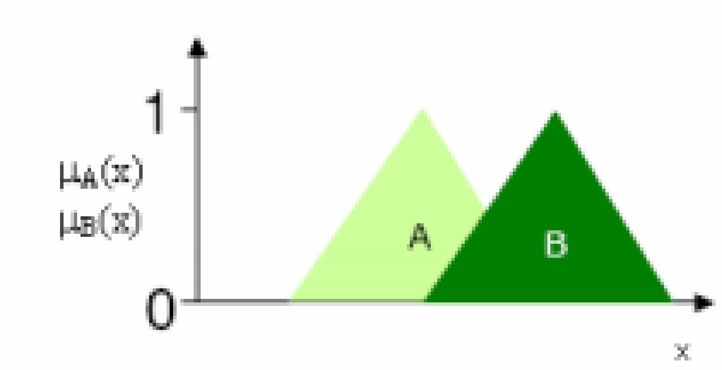
dla x ∈ X

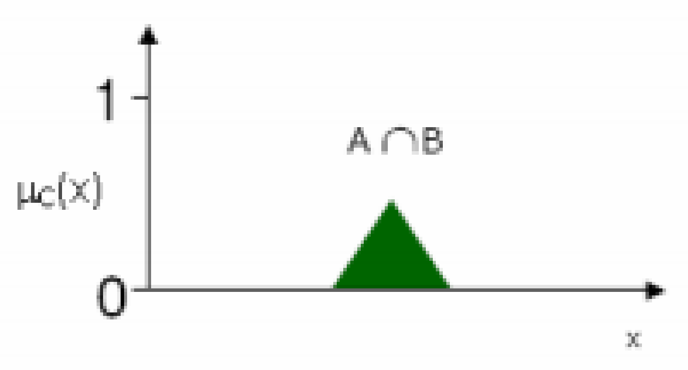
Przecięcie (iloczyn) dwóch zbiorów rozmytych A i B jest zbiorem rozmytym C = A ∩ B o funkcji przynależności

$$m_C(x) = \min\{m_A(x), m_B(x)\ \}$$

Iloczyn zbiorów (koniunkcja)

→**Zbiór klasyczny:** Który element należy do obu zbiorów?
→**Zbiór rozmyty:** Jak bardzo element przynależy do obu zbiorów rozmytych?

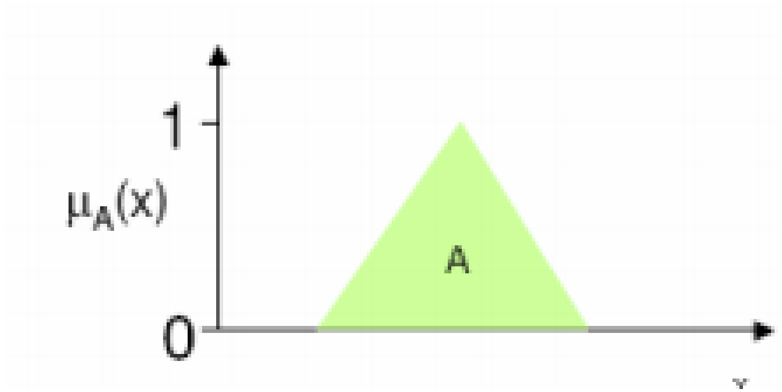


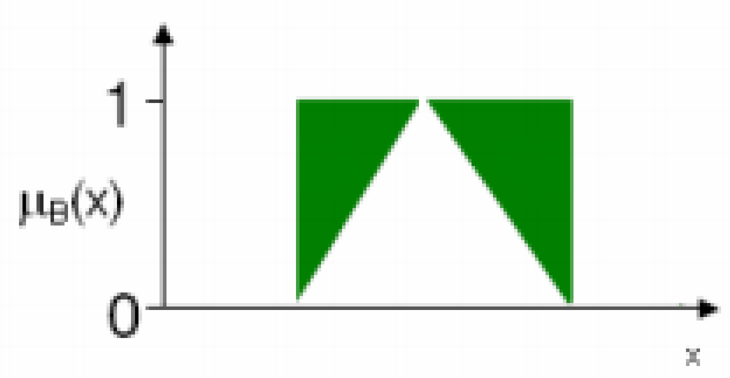


$$\mu_C(x) = \underline{Min}\,[\mu_A(x), \mu_B(x)]$$

Dopełnienie zbiorów

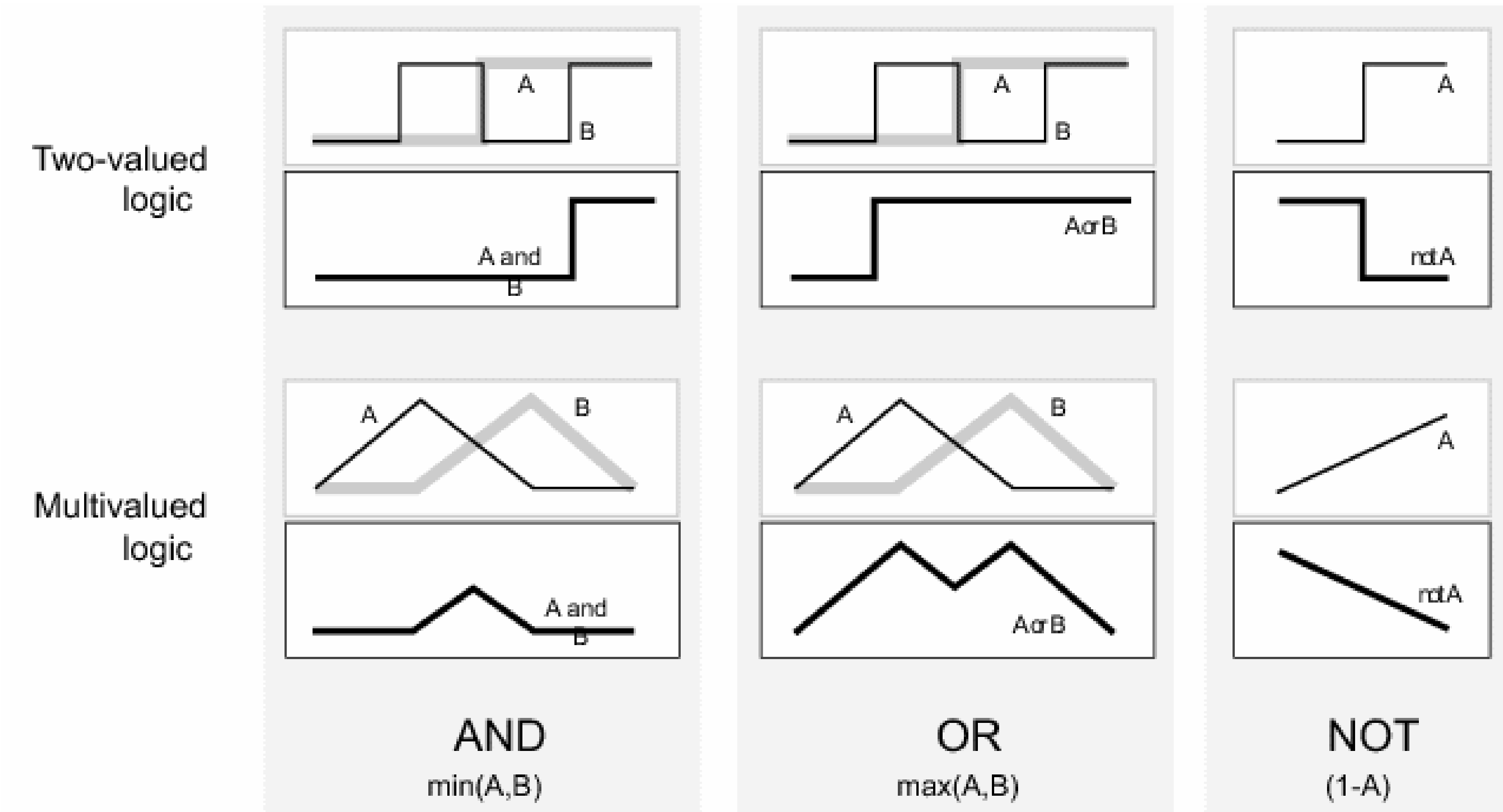
→**Zbiór klasyczny:** Kto/co nie należy do zbioru?
→ **Zbiór rozmyty**: Jak bardzo element nie przynależy do zbioru?

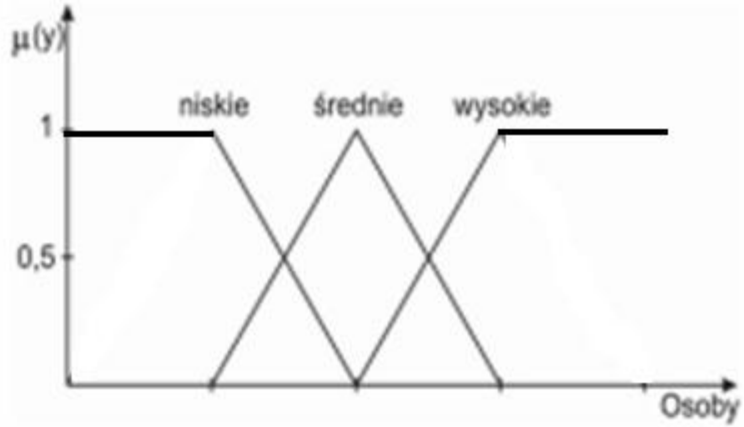




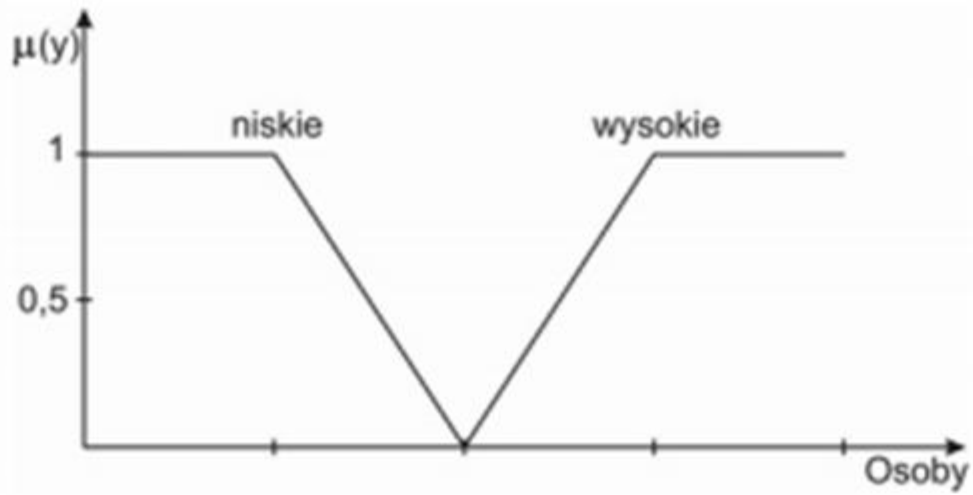
$$\mu_B(x) = 1 - \mu_A(x)$$

Logika dwuwartościowa vs. wielowartościowa





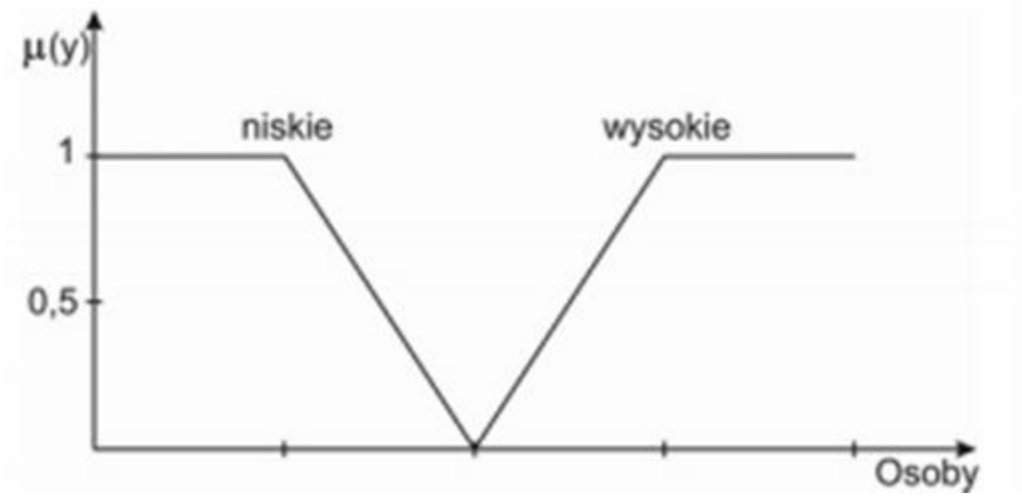
ZBIÓR OSÓB NIE ŚREDNICH.



operacja logiczna NIE

Zbiór osób NIE średnich

- A – NOT średnie
- NOT średnie to znaczy, że „niskie OR wysokie"



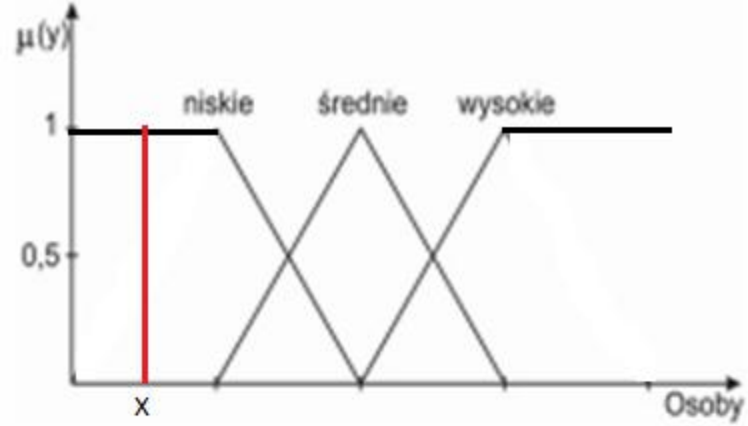
Czy x jest osobą NIE średniego wzrostu?

- Mierzymy wartość funkcji przynależności obiektu **x** do zbioru **A** oznaczającego grupę osób o wzroście nie średnim.

$$\mu_{niskie}(x) = 1$$

$$\mu_{średnie}(x) = 0$$

$$\mu_{wysokie}(x) = 0$$



$$NOT\mu_{średnie}(x) = 1 - \mu_{średnie}(x) = 1 - 0 = 1$$

Zresztą to samo uzyskamy badając dopełnienie tego zbioru osób:

$$NOT\mu_{średnie}(x) = \mu_{niskie}(x) + \mu_{wysokie}(x) = 1 + 0 = 1$$

„**1**” jako wartość funkcji **NOT** średnie dla naszej osoby „**x**” oznacza, że:
Osoba **x** na pewno nie jest wzrostu średniego, co jest oczywiście prawdą.

W przypadku sumy i iloczynu logicznego mamy kilka możliwości uzyskania wyników.

Do obliczania ich zaproponowanych zostało kilka wzorów matematycznych, różnych dla każdej z tych operacji.

- Dla sumy logicznej zbiorów rozmytych są to tak zwane operatory s-normy
- Dla iloczynu logicznego zbiorów rozmytych są to tak zwane operatory t-normy.

Chory radosny pacjent

- $\mu_{chory}(x) = 0.8$
- $\mu_{radosny}(x) = 0.9$

Wtedy wartość funkcji przynależności byłaby:

$$\mu_{choryANDradosny}(pacjent) =$$
$$\min\{\mu_{chory}(pacjent), \mu_{radosny}(pacjent)\}$$
$$= \min\{0.8, 0.9\} = 0.8$$

Pacjent który nie jest chory

- To dopełnienie do zbioru pacjentów chorych, a więc $1 – \mu_{chory}(pacjent) = 1 – 0.8 = 0.2$

Stopniowanie rozmywania pojęć

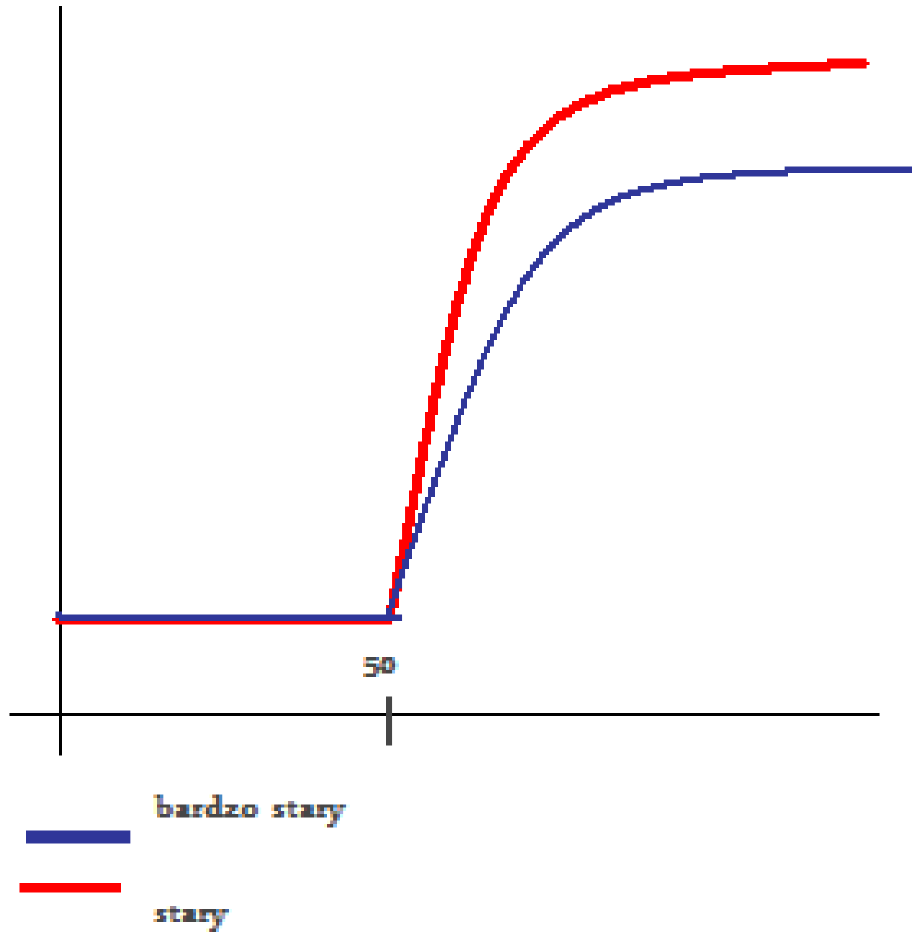
- Pacjent może być „bardzo stary”.
- Jeśli tak jest to zastosowanie tego słowa do opisu rozmytego intuicyjnie powinno dawać odpowiedni efekt wzmacniający dla funkcji przynależności.

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & gdy\ x \le 50 \\ \left(1 + \dfrac{25}{(x-50)}\right)^{-1} & gdy\ x > 50 \end{cases}$$

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & gdy\ x \le 50 \\ \left(1 + \dfrac{25}{(x-50)}\right)^{-1} & gdy\ x > 50 \end{cases}$$

- Jeśli jako A* określimy zbiór „**bardzo stary**”, to ten nowy zbiór można zdefiniować jako:

$$\mu_{A*}(x) = (\mu_A(x))^2 \quad \underset{x \in X}{\forall}$$



Przykład: Jeśli jest **zimno**, załóż polar.
To znaczy od ilu stopni?
Przy 17.99° założyć, a przy 18.01° nie zakładać?

Przykład: Do gry w koszykówkę potrzeba **wysokich** zawodników.
Czy odrzucimy wszystkich poniżej 190 cm wzrostu?

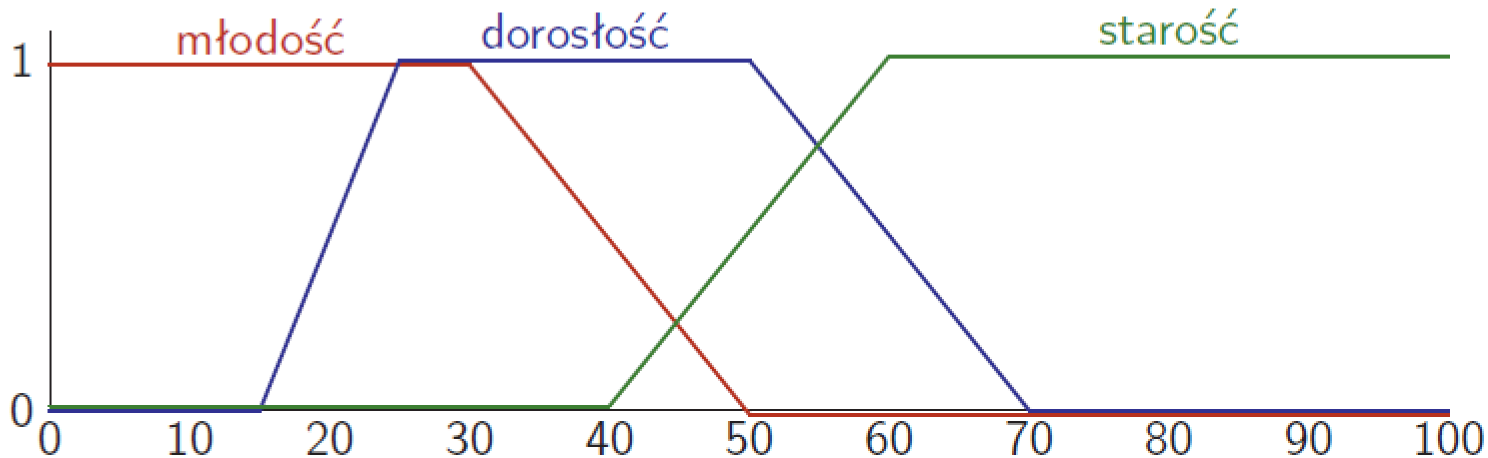
Przykład: Propozycja dla **młodych**.
Jeśli wiek < 30, to człowiek jest młody.
Czy dzień po 30-tych urodzinach jest już stary?

Młodość:

Niech X — *uniwersum*, z którego czerpiemy elementy zbiorów.

DEFINICJA: zbiór rozmyty —
dowolna funkcja $\mu : X \to [0\,..\,1]$.

Przykład:



Wiek 50:

- młody w stopniu 0,
- dorosły w stopniu 1,
- stary w stopniu 0.5.

Stopień przynależności a prawdopodobieństwo:

Przykład: jaka jutro będzie pogoda?

- **sąd probalistyczny:**

  „jutro będzie może słonecznie, a może deszczowo”

  — dzień **będzie w pełni** albo słoneczny albo deszczowy;
  — **nie jesteśmy pewni, jaki będzie**, jest 40% szansy na słońce a 30% na deszcz;

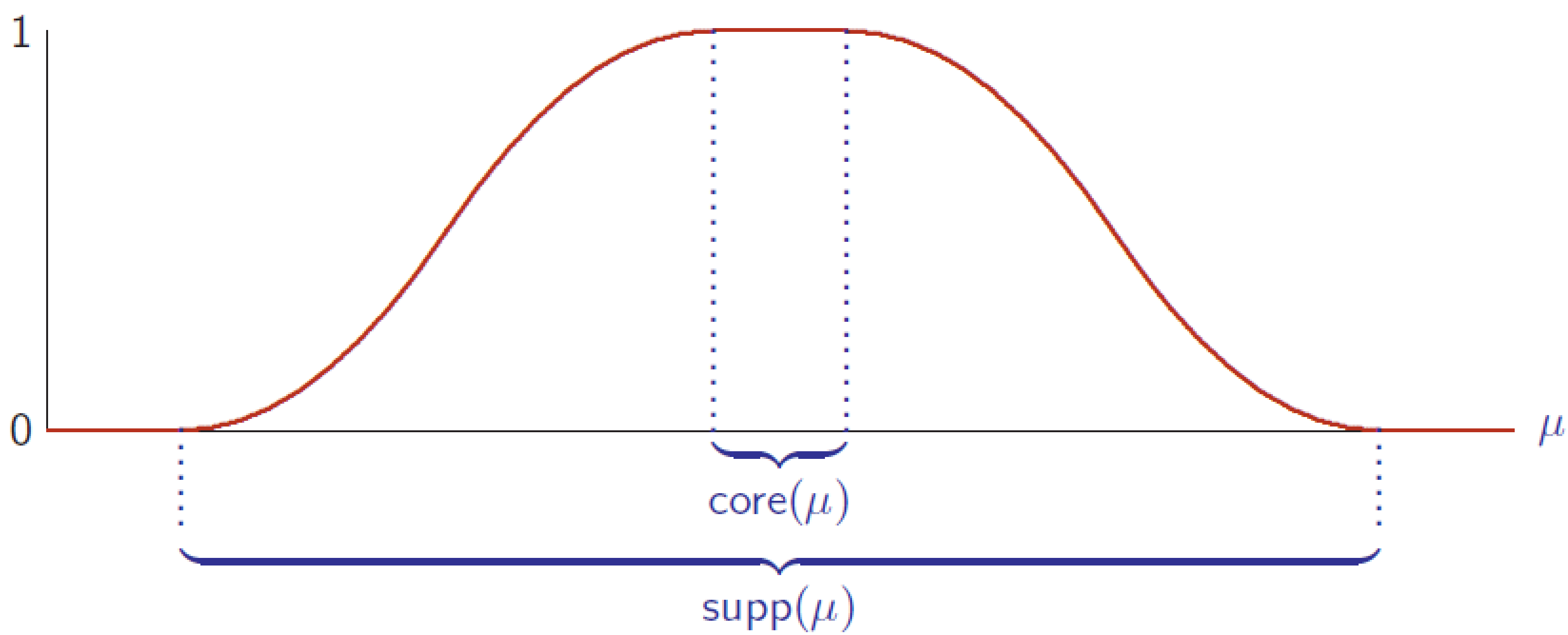
- **sąd rozmyty:**

  „jutro będzie trochę słońca, a trochę deszczu”

  — dzień **nie da się zaliczyć w pełni** do żadnej z tych klas;
  — **wiemy na pewno**, że dzień będzie w 40% słoneczny a w 30% deszczowy.

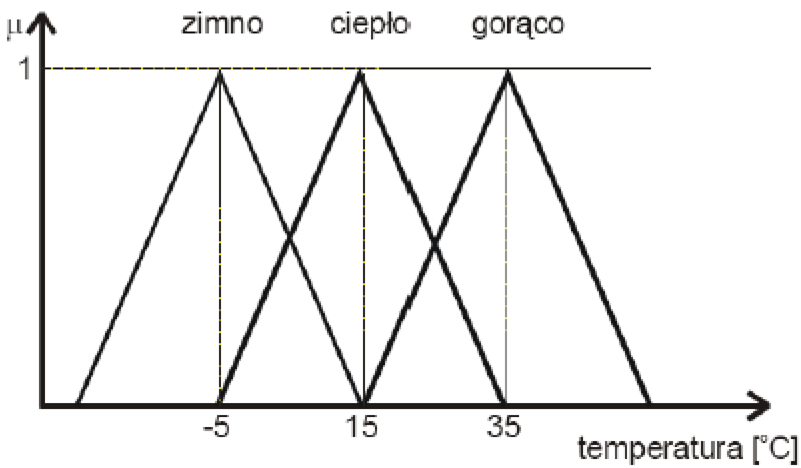
Jądro a nośnik zbioru

DEFINICJA:
Niech $\mu : X \to [0\,..\,1]$ — zbiór rozmyty.
Jądro μ to zbiór $\mathrm{core}(\mu) \stackrel{\text{def}}{=} \left\{ x \in X \,\middle|\, \mu(x) = 1 \right\}$ — elementy **w pełni** należące do zbioru.
Nośnik μ to zbiór $\mathrm{supp}(\mu) \stackrel{\text{def}}{=} \left\{ x \in X \,\middle|\, \mu(x) > 0 \right\}$ — elementy **w pewnym stopniu** należące do zbioru.



Jak odczytywać wartości dla zmiennych lingwistycznych ?

- Określmy zmienną lingwistyczną ***temperatura*** o terminach: ***zimno***, **ciepło**, ***gorąco***, której zbiorem rozważań jest przedział [0°C,55°C].
- Z wykresu poniżej możemy odczytać, że temperaturę **25°*C*** uważamy w około ½ za gorącą i w około ½ za ciepłą.
- Podobnie temperaturę **7.5°*C*** uznajemy w ok. 1/4 za zimną i w ok. ¾ za ciepłą.



Wnioskowanie rozmyte…słowo wstępu

Zmienna lingwistyczna dla zmiennej temperatura jak widzimy może przyjąć różną wartości: gorąco, umiarkowanie, zimno.

Rozmyte określanie zmiennych

Każda rozmyta zmienna może być atomowa bądź złożona.

*"**Temperature is hot**" jest zmienną rozmytą atomową.*

*"**Temperature is hot and humidity is low**" jest złożoną zmienną rozmytą.*

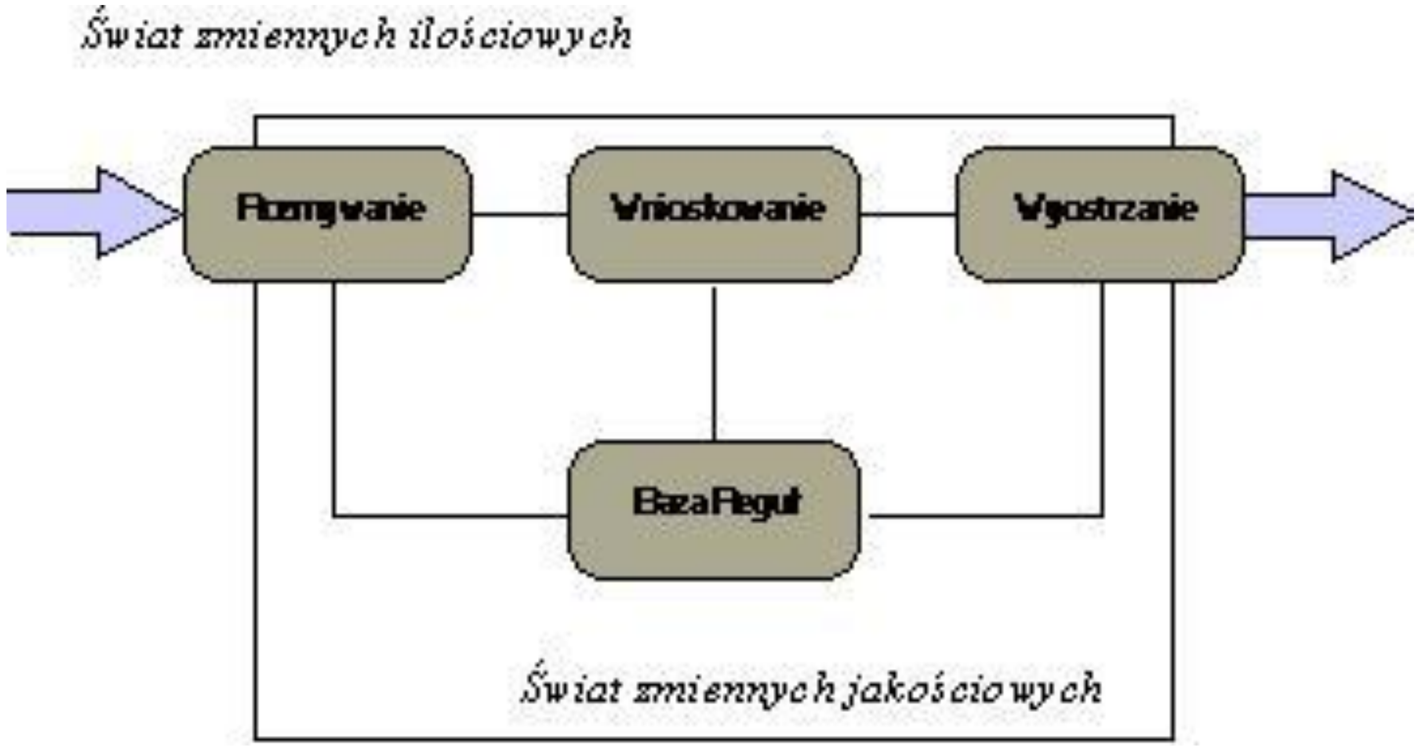
Zmienne złożone wyraża się za pomocą operatorów logicznych dla zbiorów: sumy, iloczynu bądź dopełnienia.

Syntaktyka reguł:

Reguły rozmyte zapisujemy następująco:

IF <fuzzy proposition> **THEN** <fuzzy proposition>

Schemat wnioskowania



$$\text{JEŚLI } \underbrace{u_1 \text{ JEST } F_1 \text{ I} \dots \text{I } u_n \text{ JEST } F_n}_{\text{Część poprzedników (przesłanki)}} \quad \text{TO} \quad \underbrace{y \text{ JEST } Y_k}_{\text{Częśćnastępników (konkluzje)}}$$

Schemat wnioskowania

- ***Rozmywanie (fuzyfikacja)*** - operacja przekształcająca sygnały wejściowe z dziedziny ilościowej na wielkości jakościowe reprezentowane przez zbiory rozmyte na podstawie określających je funkcji przynależności.
- ***Wnioskowanie rozmyte*** - operacja wyznaczania w dziedzinie jakościowej wartości wyjść na podstawie wejść za pomocą zbioru reguł rozmytych.
- ***Baza reguł*** - reprezentuje wiedzę jakościową o systemie w postaci zbioru reguł rozmytych w postaci wyrażeń **jeśli-to**. W przypadku układu MISO mają one postać:

$$\text{JEŚLI } \underbrace{u_1 \text{ JEST } F_1 \text{ I} \dots \text{I } u_n \text{ JEST } F_n}_{\text{Część poprzedników (przesłanki)}} \text{ TO } \underbrace{y \text{ JEST } Y_k}_{\text{Część następników (konkluzje)}}$$

- ***Wyostrzanie (defuzyfikacja)*** - operacja przekształcająca sygnały wyjściowe systemu z dziedziny jakościowej na ilościową.

Implikacja (wynikanie logiczne)

- **Każda reguła typu** "If *a* Then *b*„ opiera się o tabelę prawdy:

Inna forma implikacji to:

$\bar{a} \vee b$ or $(a \wedge b) \vee \bar{a}$

a	b	$a \Rightarrow b$ or $\bar{a} \vee b$
F	F	T
F	T	T
T	F	F
T	T	T

Wnioskowanie rozmyte

Typy wnioskowania:

1. Typu Mamdani - nie jest korzystne obliczeniowo, ponieważ należy wyznaczać centra dwuwymiarowych figur.
2. Typu Sugeno - Stosuje pojedyncze wartości (singeltony) jako funkcje przynależności znalezionych konsekwencji. Mają one wartości różne od zera tylko w jednym punkcie.

Mandami	**Sugeno**
· Jest intuicyjny · Metoda szeroko wykorzystywana i akceptowana · Dobrze dopasowana do wejść opisywanych przez człowieka	· Efektywny obliczeniowo · Pracuje poprawnie z technikami liniowymi · Jest wydajny dla technik optymalizacji i adaptacji · Gwarantuje ciągłość płaszczyzny wyjściowej · Dopasowany do analiz matematycznych

Implikacja Mamdani „Min”

- Mamdani w 1977 roku zaproponował regułę rozmytej implikacji. To uproszczona wersja implikacji Zadeha z 1973 roku.
- $$\phi[\mu_A(x), \mu_B(y)] \equiv \mu_A(x) \wedge \mu_B(y)$$
- Dla rozmytej zmiennej „temperatura” i reguły:

"***If the temperature is hot or temperature is moderately hot, then the ice cream parlor is crowded.***„

Mamy:

Przesłankę reguły: "***temperature is hot or temperature is moderately hot***" oraz konkluzję: "***ice cream parlor is crowded***".

Mamy zmienne lingwistyczne: „temperature" i "ice cream parlor". Lingwistyczne wartości dla zmiennych to odpowiednio: dla „temperature”: *hot, moderately hot i cold.*

Funkcja przynależności dla zmiennej „ ice cream parlor***" o wartościach:***
crowded oraz *unfilled* ***określona na zbiorze U jest zdefiniowana jako:***

$$\mu_c(x) = \begin{cases} 0 & \text{if } x < 25 \\ \dfrac{x-25}{25} & \text{if } 25 \le x \le 50 \\ 1 & \text{if } x > 50 \end{cases}$$

crowded

$$\mu_{nc}(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } x < 25 \\ -\left(\dfrac{x+50}{25}\right) & \text{if } 25 \le x \le 50 \\ 0 & \text{if } x > 50 \end{cases}$$

unfilled

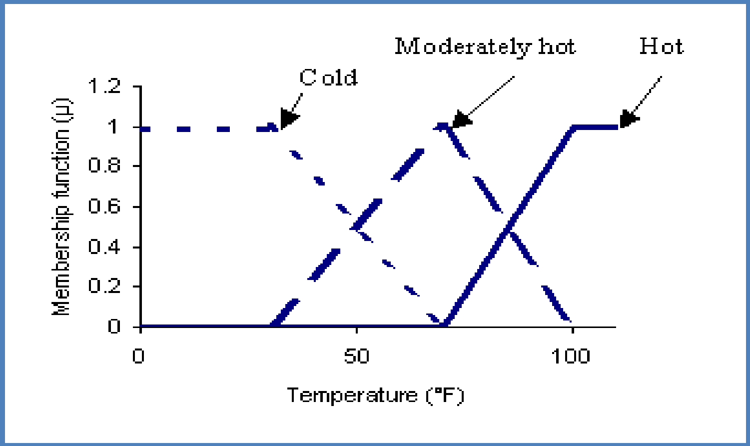
Funkcja przynależności wówczas określona na zbiorze U jest zdefiniowana jako:

$$\mu_{Hot}(x) = \begin{cases} 0 & \text{if } x < 70^{\circ}F \\ \dfrac{x-70}{30} & \text{if } 70^{\circ}F \leq x \leq 100^{\circ}F \\ 1 & \text{if } x > 100^{\circ}F \end{cases}$$

$$\mu_{ModeratelyHot}(x) = \begin{cases} -\left(\dfrac{x-100}{30}\right) & \text{if } 70^{\circ}F \leq x \leq 100^{\circ}F \\ \dfrac{x-30}{40} & \text{if } 30^{\circ}F \leq x \leq 70^{\circ}F \\ 0 & \text{if } x > 100^{\circ}F \text{ and } x < 30^{\circ}F \end{cases}$$

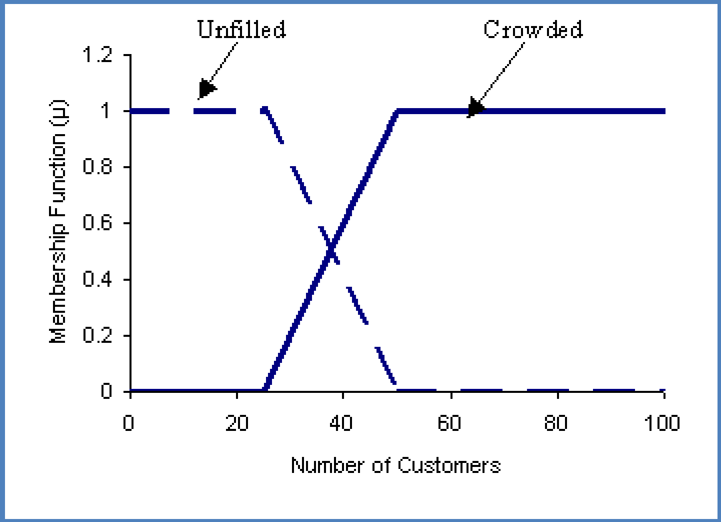
$$\mu_{Cold}(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } x < 30^{\circ}F \\ -\left(\dfrac{x-30}{40}\right) & \text{if } 30^{\circ}F \leq x \leq 70^{\circ}F \\ 0 & \text{if } x > 70^{\circ}F \end{cases}$$

Wykres funkcji przynależności dla temperatury i liczby klientów



Membership function of temperature

Membership function of number of customers



Temp = 75 °F

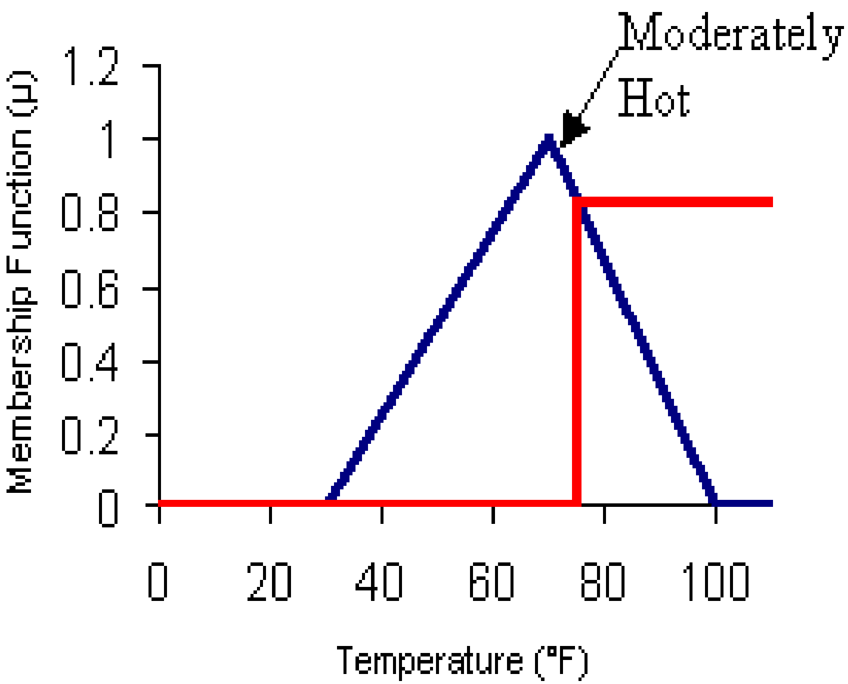
$$I'_{Temp}(75^\circ F) = I'_{Hot} \cup I'_{ModeratelyHot} = I'_{Hot} \vee I'_{ModeratelyHot} =$$

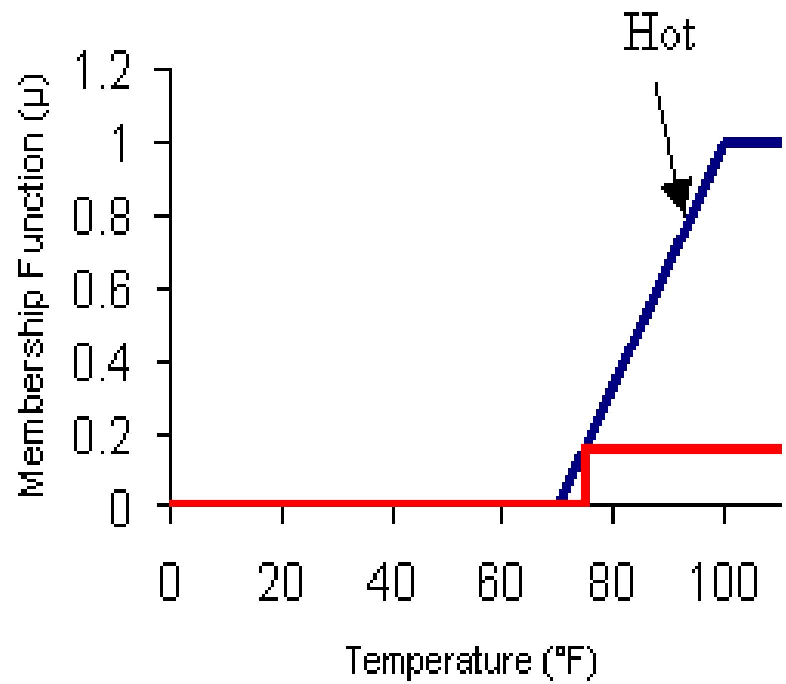
$$max[I'_{Hot}(75^\circ F), I'_{ModeratelyHot}(75^\circ F)] =$$

$$max\left[\ \left[\left(\frac{75-70}{30}\right), -\left(\frac{75-100}{30}\right)\right]\ \right] = max[0.167, 0.833] = 0.833$$

Reguła Mamdani dla Poprzednika reguły i jej następnika:

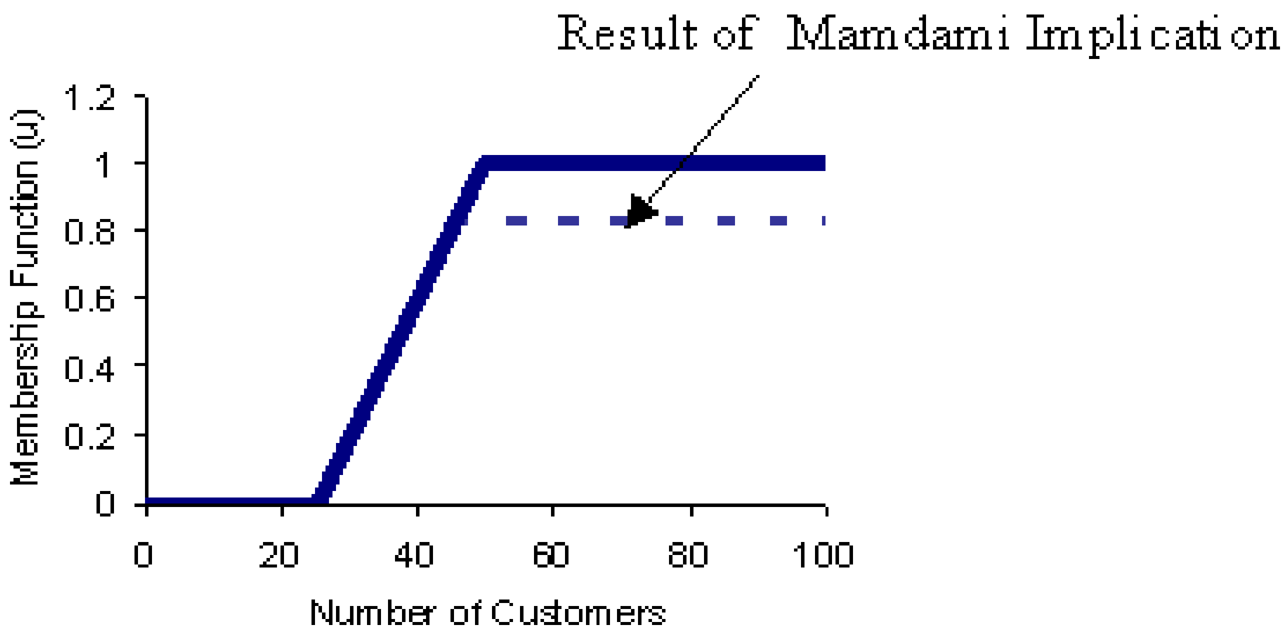
$$\phi[l'_{Temp}(75\,^{\circ}F),\ l'_c(\text{Number of Customers})] = l'_{Temp}(75\,^{\circ}F) \wedge l'_c(\text{Number of Customers})$$
$$= \mathit{min}[l'_{Temp}(75^{\circ} F),\ l'_c(\text{Number of Customers})]$$
$$= \mathit{min}\ [0.833,\ l'_c(\text{Number of Customers})]$$





Funkcja przynależności dla „liczba klientów” po zastosowaniu implikacji typu Mamdani

Kropkowana linia oznacza wyjściową wartość po zastosowaniu reguły implikacji Mamdaniego. Na każdym punkcie wzdłuż osi rzędnych bierzemy wartość minimalną z funkcji przynależności i wartości dla $l'_{Temp}(75\ ^{\circ}F)$:



Proces wnioskowania

Jako regułę wnioskowania dla sterowników rozmytych stosuje sie rozmytą regułę *modus ponens*. Reguła ta wygląda następująco:

Przesłanka: x jest A'
Implikacja: If x jest A THEN y jest B
Wniosek: y jest B'

Załóżmy, że mamy regułę

Jeśli prędkość samochodu jest duża, to poziom hałasu jest wysoki.

Niech teraz przesłanka mówi: *Prędkość samochodu jest średnia*.

Sterownik powinien na podstawie tego wywnioskować, że:

Poziom hałasu jest średnio wysoki.

Defuzyfikacja

To proces wyboru odpowiedniego elementu z rozmytego wyjściowego zbioru wywnioskowanego z rozmytego algorytmu kontrolnego.

Najczęściej używanymi operatorami defuzyfikacji są:

- Środka ciężkości (center-of-area/gravity)
- Środka sumy (największego boszaru) (center-of-sums, Center-of-largest-Area)
- Pierwszego maksimum (first-of-maxima)
- Środka maksimum (middle-of-maxima)
- Największej wartości (max-criterion)

Defuzyfikacja - wyostrzanie

Logika rozmyta sprawia, że w procesie rozmywania każda reguła zostaje opatrzona pewną rozmytą wartością i musi potem być powtórnie konwertowana na wartość rzeczywistą.

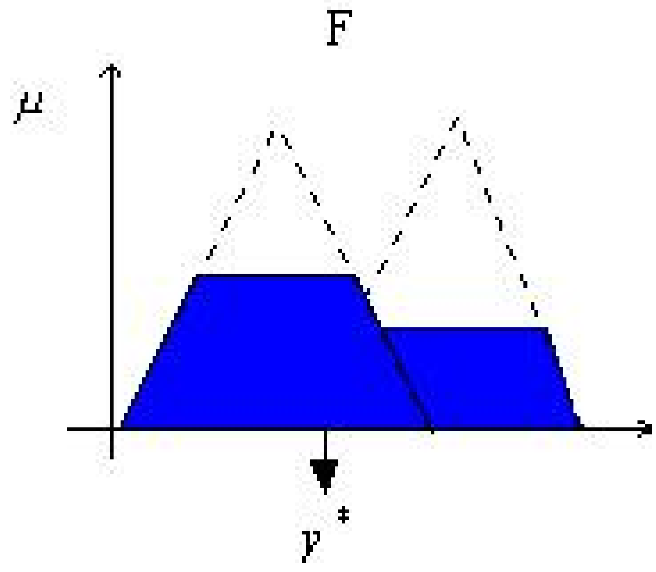
Przed procesem wyostrzania wszystkie rozmyte wartości wyjściowe są zsumowane za pomocą funkcji *max* ze zbioru wartości funkcji przynależności:

$$\mu_A = \bigcup_i \left(\mu_i(x) \right)$$

Metoda środka ciężkości

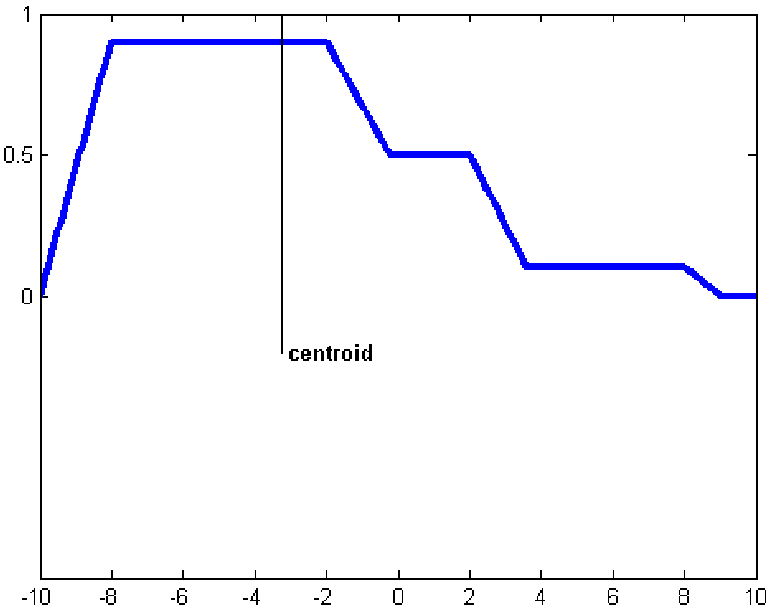
Operacja wyostrzania umożliwia następnie wyznaczenie ilościowej wartości dla zmiennej wyjściowej na podstawie znajomości zbioru F. Istnieje kilka strategii obliczania numerycznej wartości wyjścia - y*, takie jak metody *Środkowy z Największych* (MOM) lub *metoda Wysokości* (HM). Jedną z najczęściej stosowanych jest *metoda Środka Ciężkości* (COG) w której wartością wyjścia jest rzut środka ciężkości kształtu tworzonego przez zbiór F:

$$y^* = \frac{\int_F y \cdot \mu_F(y)\,dy}{\int_F \mu_F(y)\,dy} = y^* = \frac{\sum_{j=1}^{n} y \cdot \mu_F(y)}{\sum_{j=1}^{n} \mu_F(y)}$$



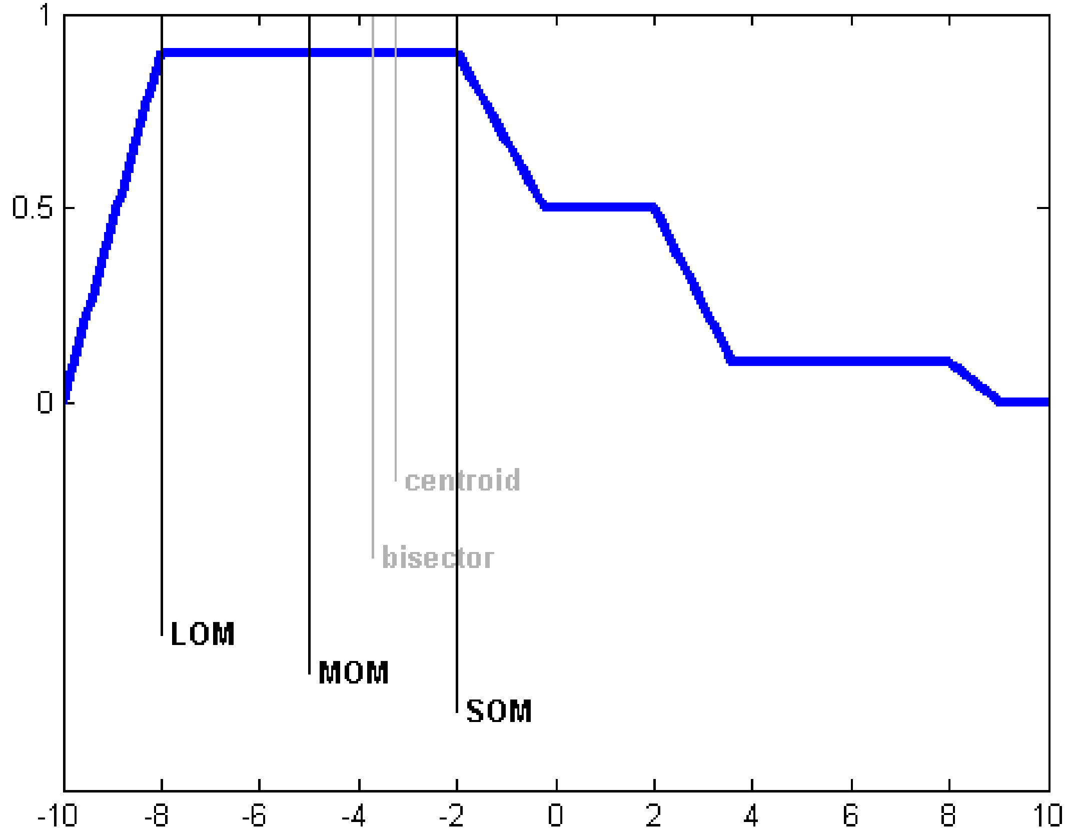
Metoda centroidu

Centroid defuzzification returns the center of area under the curve. If you think of the area as a plate of equal density, the centroid is the point along the x axis about which this shape would balance.



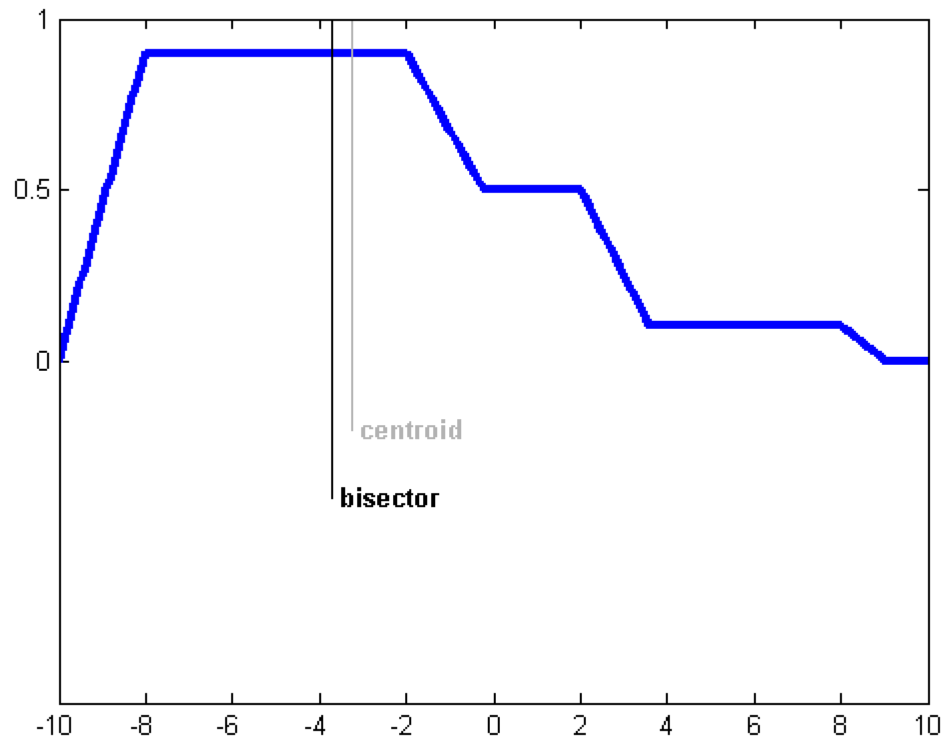
MOM, SOM, i LOM

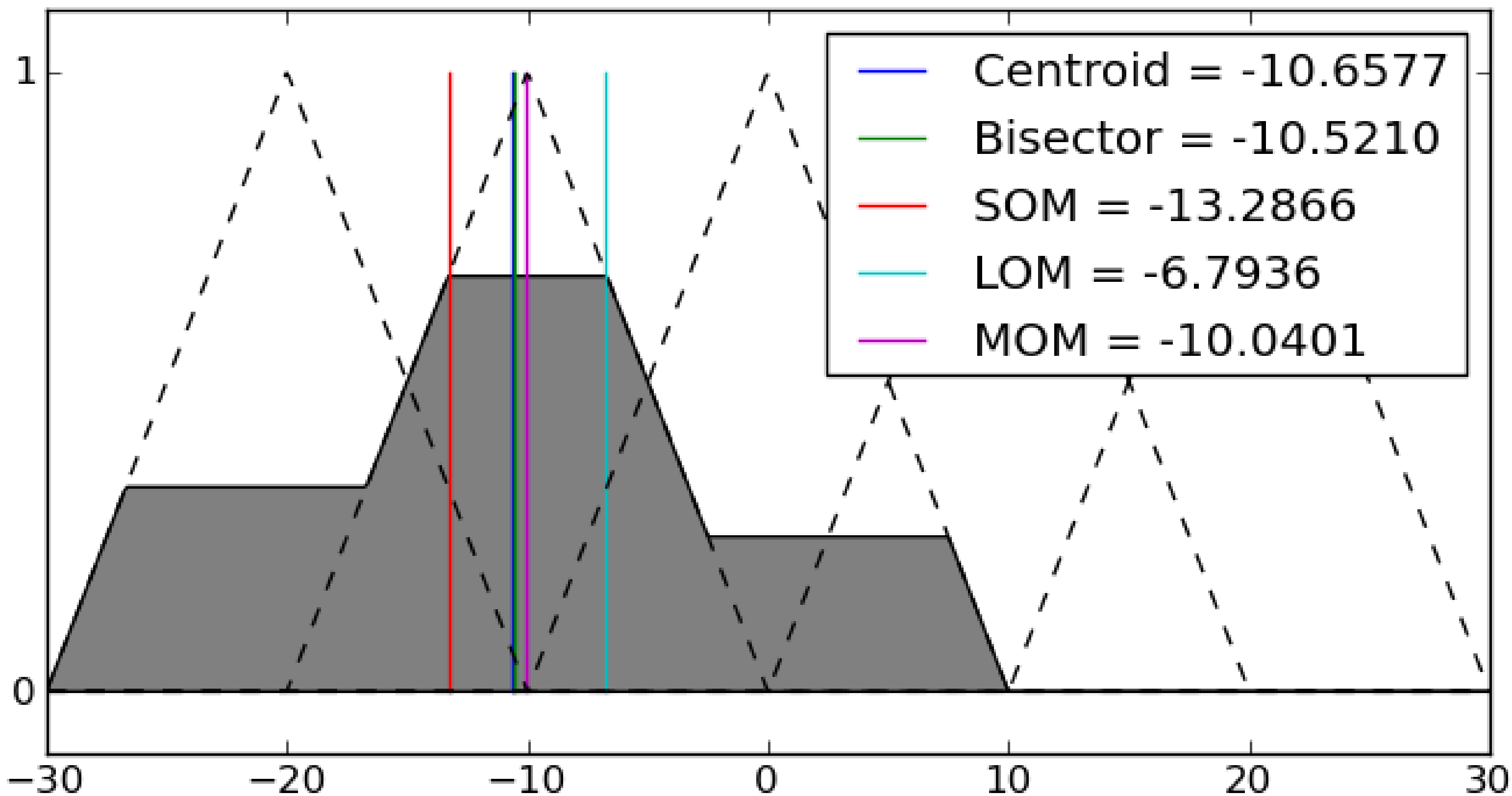
- **Middle (MOM) of Maximum**
- **Smallest (SOM) of Maximum**
- **Largest (LOM) of Maximum**



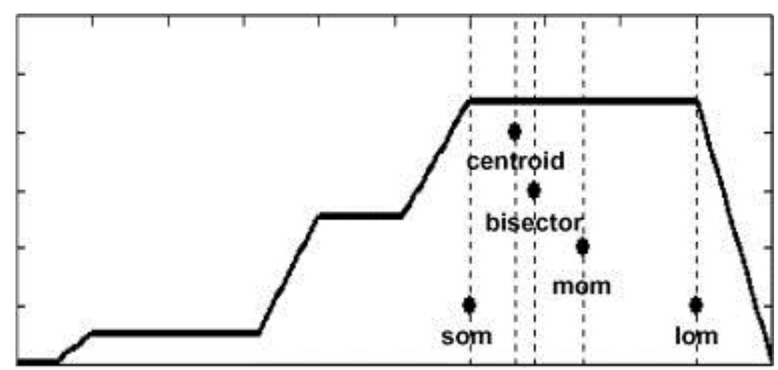
Metoda bisekcji

The bisector is the vertical line that will divide the region into two sub-regions of equal area. It is sometimes, but not always coincident with the centroid line.





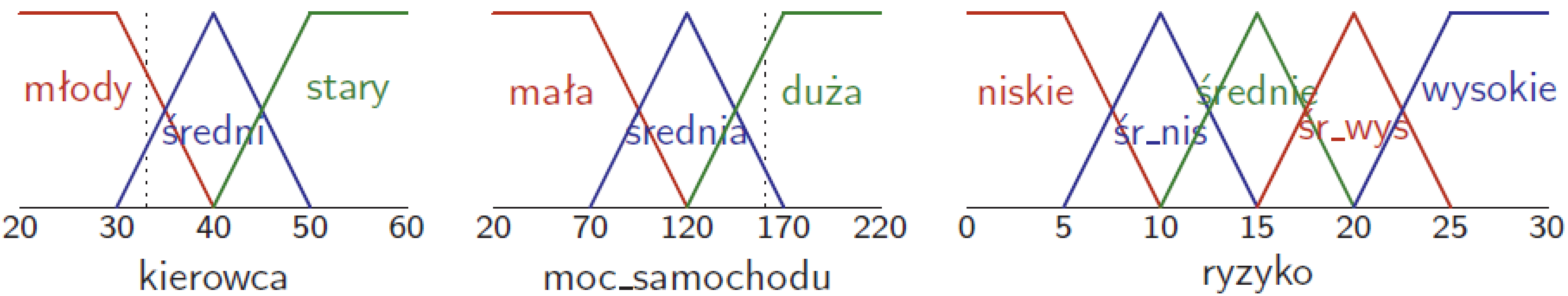
- centroid = Centroid(mf, y) # Centroid method
- bisec = Bisector(mf, y) # Bissection method
- som = SmallestOfMaxima(mf, y) # Smallest of Maxima
- lom = LargestOfMaxima(mf, y) # Largest of Maxima
- mom = MeanOfMaxima(mf, y) # Mean of Maxima



Rozmyte reguły wnioskowania (Mamdani)

Przykład: (wnioskowanie tow. ubezpieczeniowego)

1. **JEŚLI** kierowca $\in$ młody **I** moc_samochodu $\in$ duża **TO** ryzyko $\in$ wysokie
2. **JEŚLI** kierowca $\in$ młody **I** moc_samochodu $\in$ średnia **TO** ryzyko $\in$ śr_wys
3. **JEŚLI** kierowca $\in$ średni **I** moc_samochodu $\in$ duża **TO** ryzyko $\in$ śr_wys
4. **JEŚLI** kierowca $\in$ średni **I** moc_samochodu $\in$ średnia **TO** ryzyko $\in$ średnie
5. ...

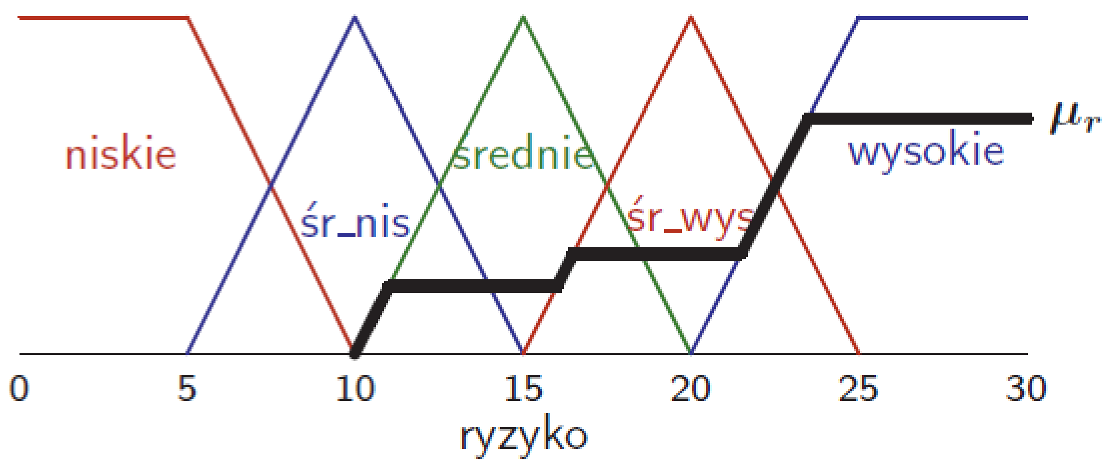


$$\left.\begin{array}{l}\text{kierowca ma 33 lata}\\ \text{samochód ma moc 160 KM}\end{array}\right\} \Rightarrow \text{stosują się reguły} \left\{\begin{array}{l}\text{1 w stopniu } \min(0.7, 0.8) = 0.7\\ \text{2 w stopniu } \min(0.7, 0.2) = 0.2\\ \text{3 w stopniu } \min(0.3, 0.8) = 0.3\\ \text{4 w stopniu } \min(0.3, 0.2) = 0.2\end{array}\right.$$

Rozmyte reguły wnioskowania (Mamdani)

ryzyko jest $\begin{cases} \text{wysokie w stopniu } 0.7 \\ \text{śr\_wys w stopniu } \max(0.2, 0.3) = 0.3 \\ \text{średnie w stopniu } 0.2 \end{cases}$

Rozmyte ryzyko:



Wartość ryzyka (środek ciężkości): $r = \dfrac{\int x \cdot \mu_r(x)\, dx}{\int \mu_r(x)\, dx}$

Czy ktoś jest wysoki?

tall(x) =

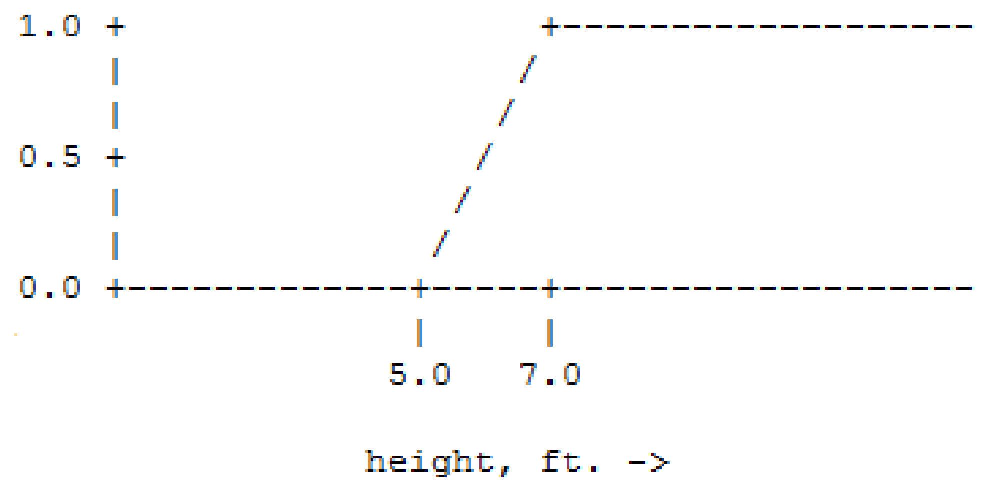
{

0, if height(x) < 5 ft.,

(height(x)-5ft.)/2ft., if 5 ft. <= height (x) <= 7 ft.,

1, if height(x) > 7 ft.

}



Osoba	Wzrost	Stopień dla „wysoki”
Billy	3’2’’	0.00
Yoke	5’5’’	0.21
Drew	5’9’’	0.38
Erik	5’10’’	0.42
Mark	6’1’’	0.54
Kareem	7’2’’	1.00

Czyli Drew mający wzrost 5’9’’ powiemy, że prawdziwe jest stwierdzenie, że jest on wysoki – i stopień przynależności do klasy wysokich osób w jego przypadku wynosi 0.38.

A więc już wiemy jak w logice rozmytej interpretować zdanie:

X jest NISKI

Pojawia się teraz problem jak interpretować zdania typu:

X jest niski i Y jest Wysoki lub (nie Z jest średni)

Logika nakazuje nam przyjąć odpowiednie założenia:

- truth (not x) = 1.0 - truth (x)
- truth (x and y) = minimum (truth(x), truth(y))
- truth (x or y) = maximum (truth(x), truth(y))

Czy ktoś jest stary ?

stary (x) =

{

0 gdy wiek(x) < 18

(wiek(x)-18)/42 gdy 18 <= wiek(x) <= 60

1 gdy wiek(x) > 60

}

Jeśli teraz założymy, że…

- a = X is WYSOKI and X is STARY
- b = X is WYSOKI or X is STARY
- c = not X is WYSOKI

Wtedy możemy wyznaczyć następujące wartości:

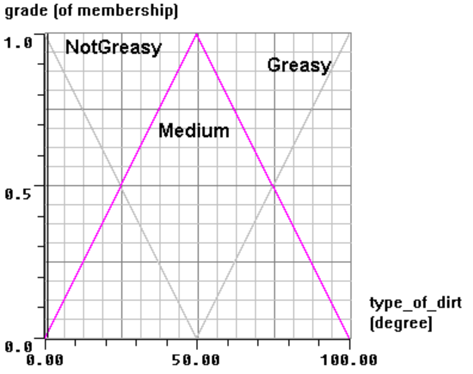
height	age	X is TALL	X is OLD	a	b	c
3' 2"	65?	0.00	1.00	0.00	1.00	1.00
5' 5"	30	0.21	0.29	0.21	0.29	0.79
5' 9"	27	0.38	0.21	0.21	0.38	0.62
5' 10"	32	0.42	0.33	0.33	0.42	0.58
6' 1"	31	0.54	0.31	0.31	0.54	0.46
7' 2"	45?	1.00	0.64	0.64	1.00	0.00
3' 4"	4	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00

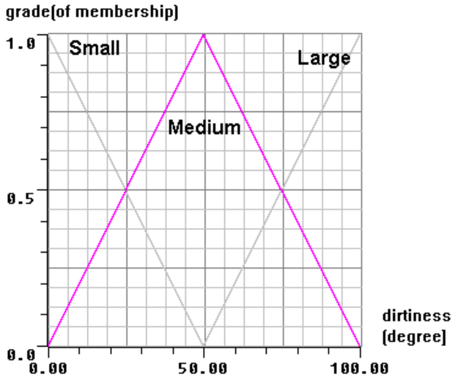
Pralka – z logiką rozmytą…

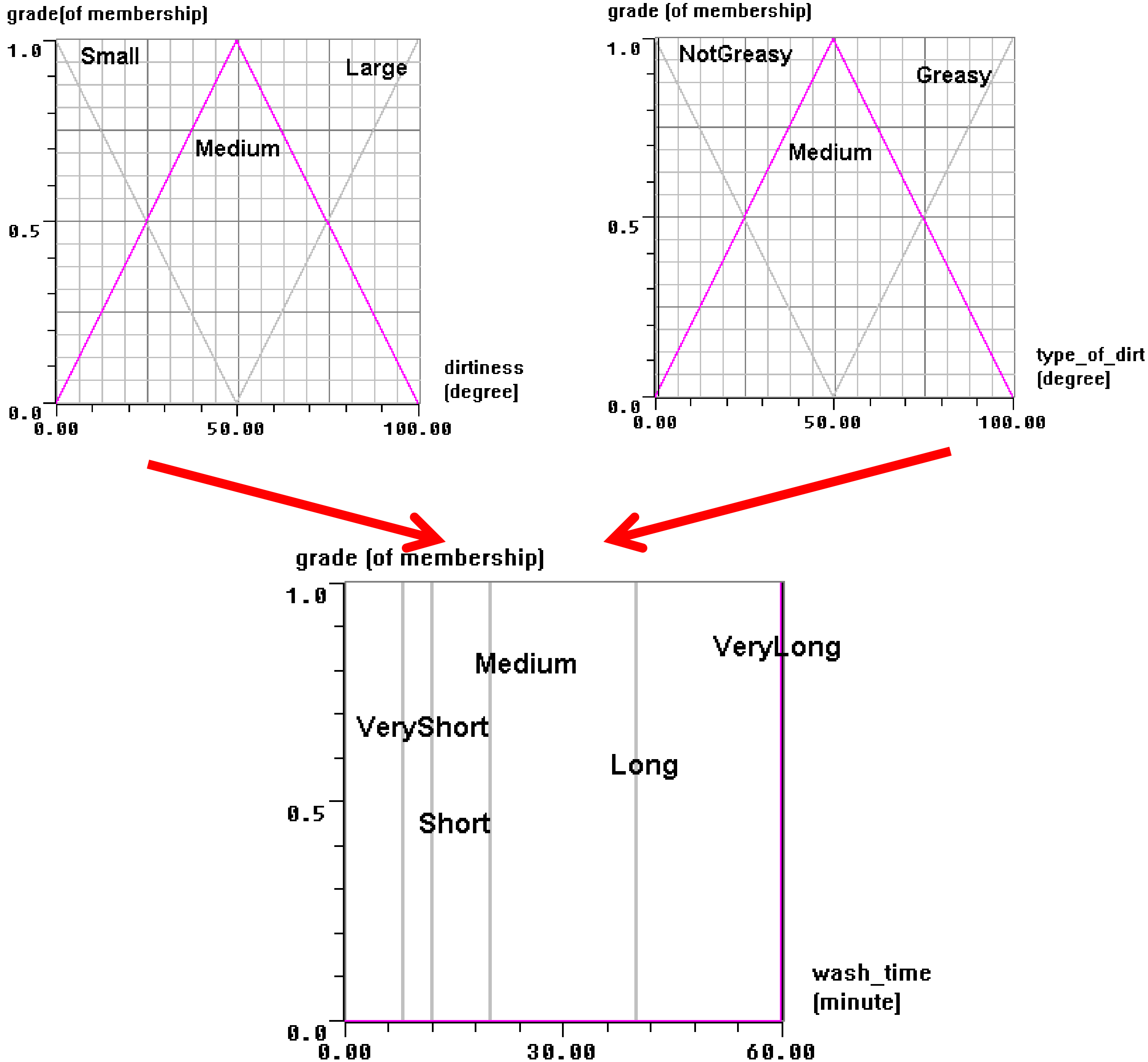
- Projekt pralki, która steruje czasem prania w zależności od stopnia zabrudzenia odzieży i typu zabrudzenia.

Pralka – z logiką rozmytą…

- Zmienne:
- ***Typ zabrudzenia*** oraz ***stopień zabrudzenia*** mają wartości z zakresu [0,100]






grade(of membership)
Small
Medium
Large
dirtiness
[degree]
1.0
0.5
0.0
0.00
50.00
100.00
grade (of membership)
NotGreasy
Medium
Greasy
type_of_dirt
[degree]
1.0
0.5
0.0
0.00
50.00
100.00
grade (of membership)
VeryShort
Short
Medium
Long
VeryLong
wash_time
[minute]
1.0
0.5
0.0
0.00
30.00
60.00

Pralka – z logiką rozmytą…

- If *saturation time* is **long** and *transparency* is **bad,** then *wash time* should be **long**.

```
$ RULES

if dirtness_of_clothes is Large  and type_of_dirt is Greasy     then wash_time is VeryLong;
if dirtness_of_clothes is Medium and type_of_dirt is Greasy     then wash_time is Long;
if dirtness_of_clothes is Small  and type_of_dirt is Greasy     then wash_time is Long;

if dirtness_of_clothes is Large  and type_of_dirt is Medium     then wash_time is Long;
if dirtness_of_clothes is Medium and type_of_dirt is Medium     then wash_time is Medium;
if dirtness_of_clothes is Small  and type_of_dirt is Medium     then wash_time is Medium;

if dirtness_of_clothes is Large  and type_of_dirt is NotGreasy  then wash_time is Medium;
if dirtness_of_clothes is Medium and type_of_dirt is NotGreasy  then wash_time is Short;
if dirtness_of_clothes is Small  and type_of_dirt is NotGreasy  then wash_time is VeryShort
end
```

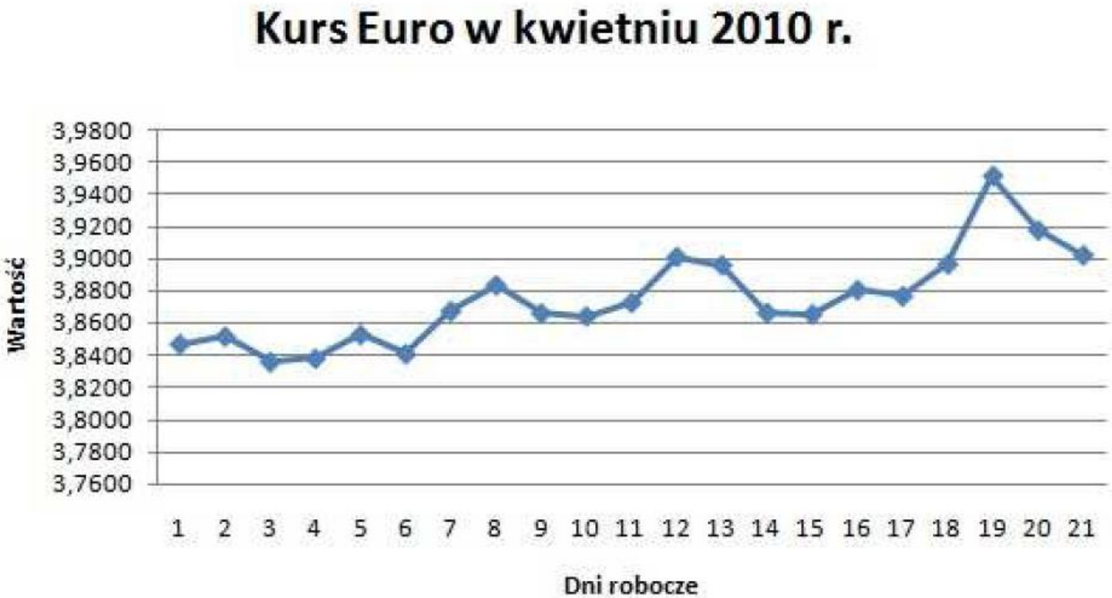
Prognozowanie wartości waluty funta brytyjskiego na podstawie kursu euro – z zastosowaniem logiki rozmytej

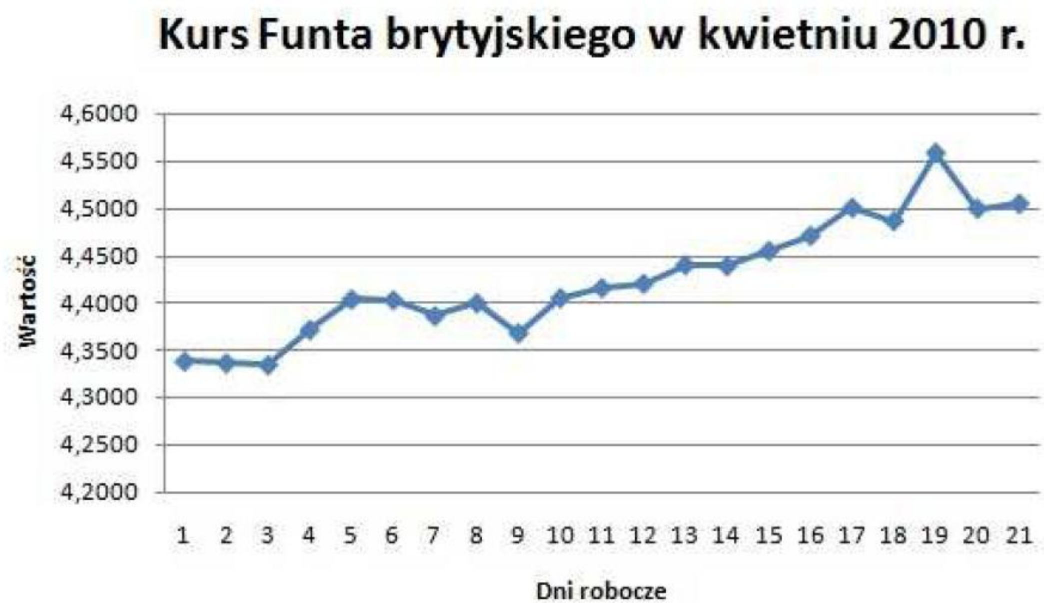
- Załóżmy, że dane dotyczące wartości walut pochodzą z okresu 01.04 –30.04.2010r.
- Model wnioskowania, jaki zastosowaliśmy w naszej pracy to model Mamdaniego.
- Naszym zdaniem model ten jest dla tego zastosowania bardziej odpowiedni.

Etapy działania sterownika…

1. Pierwszym krokiem jest fuzyfikacja, czyli rozmywanie. W tej części zajmiemy się określeniem stopni przynależności zmiennych lingwistycznych do każdego ze zbiorów rozmytych.
2. Po tej czynności opiszemy bazę reguł naszego modelu, czyli najistotniejszą część zadania.
3. Na końcu pokażemy kolejne etapy inferencji, wyznaczając m.in. poziom zapłonu dla poszczególnych reguł

Fuzyfikacja





Zmienne lingwistyczne:

- *wartość Euro*

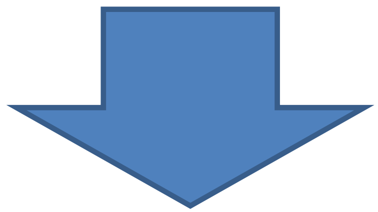
Oraz

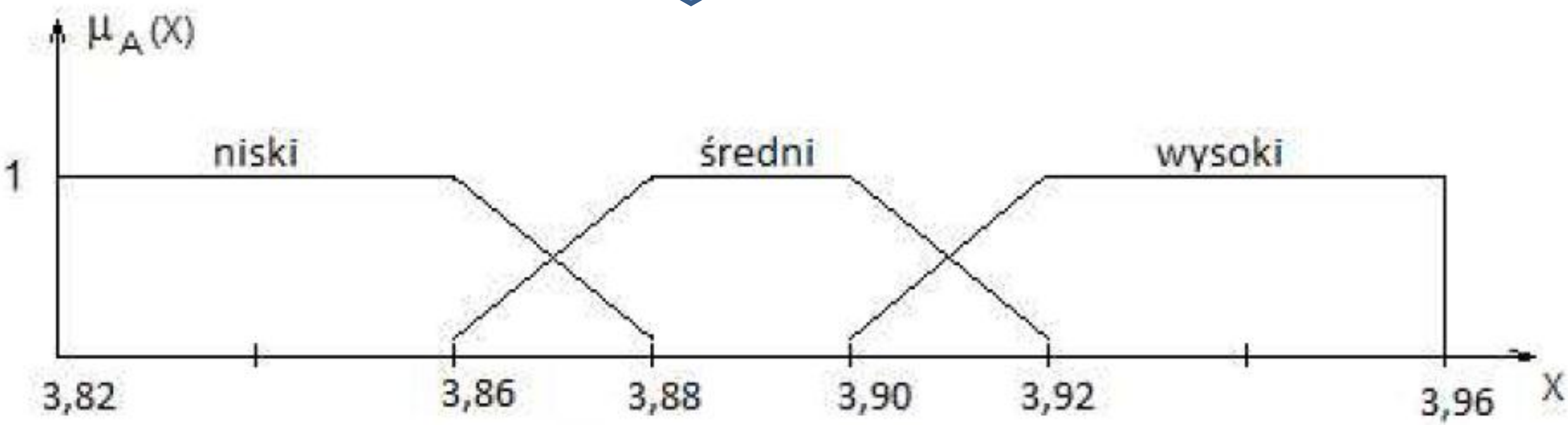
- *wartość Funta brytyjskiego*

Obie te zmienne przyjmują trzy wartości rozmyte (niska, średnia, wysoka).

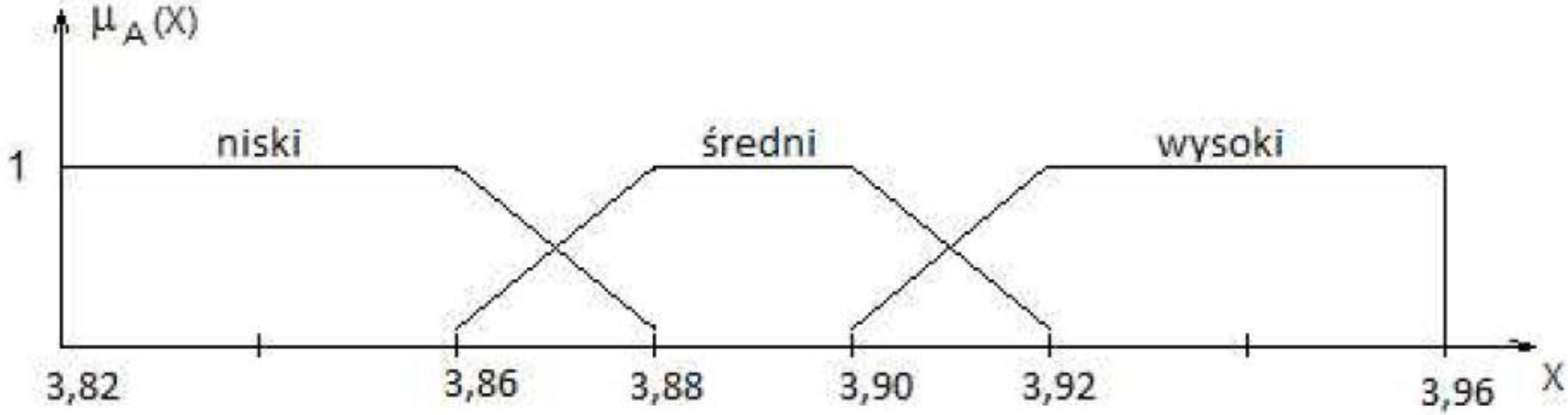
Kurs	**Euro**		**Funt brytyjski**	
	Granica dolna	*Granica górna*	*Granica dolna*	*Granica górna*
Niski	3,82	3,88	4,33	4,43
Średni	3,86	3,92	4,40	4,49
Wysoki	3,90	3,96	4,46	4,56

Kurs	***Euro***		***Funt brytyjski***	
	Granica dolna	*Granica górna*	*Granica dolna*	*Granica górna*
Niski	3,82	3,88	4,33	4,43
Średni	3,86	3,92	4,40	4,49
Wysoki	3,90	3,96	4,46	4,56





Charakterystyka funkcji przynależności dla kursy Euro



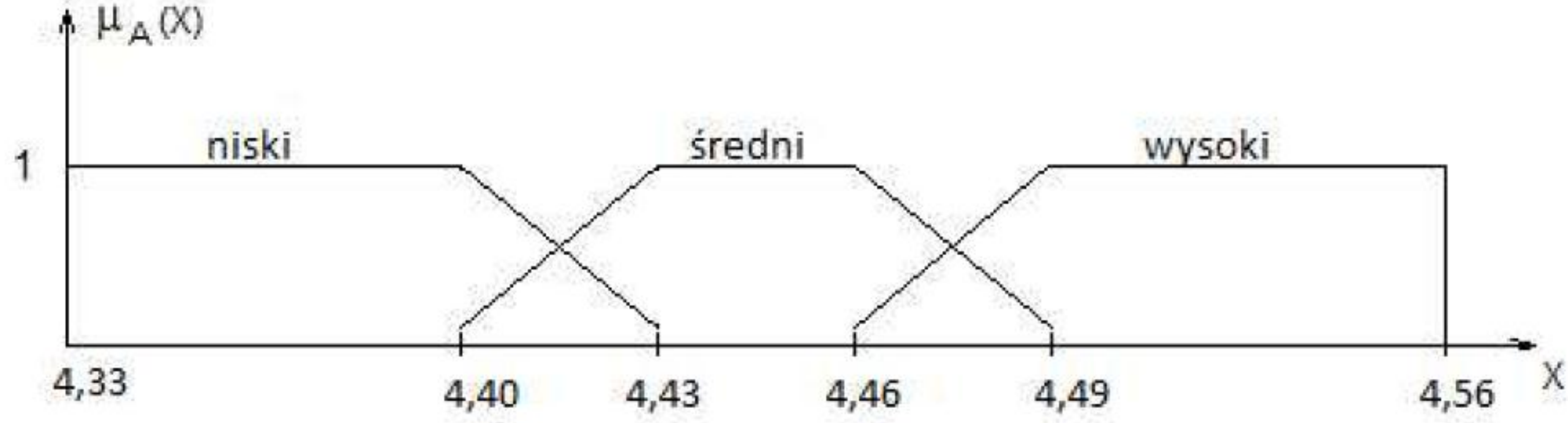
Zapis matematyczny:

$$\mu A_1(x) = \begin{cases} 1 \; dla \; x \in (3{,}82; 3{,}86) \\ \dfrac{3{,}88 - x}{3{,}88 - 3{,}86} \; dla \; x \in (3{,}86; 3{,}88) \end{cases}$$

$$\mu A_2(x) = \begin{cases} \dfrac{x - 3{,}86}{3{,}88 - 3{,}86} \; dla \; x \in (3{,}86; 3{,}88) \\ 1 \; dla \; x \in (3{,}88; 3{,}90) \\ \dfrac{3{,}92 - x}{3{,}92 - 3{,}90} \; dla \; x \in (3{,}90; 3{,}92) \end{cases}$$

$$\mu A_3(x) = \begin{cases} \dfrac{x - 3{,}90}{3{,}92 - 3{,}90} \; dla \; x \in (3{,}90; 3{,}92) \\ 1 \; dla \; x \in (3{,}92; 3{,}96) \end{cases}$$

Charakterystyka funkcji przynależności dla kursy Funta brytyjskiego



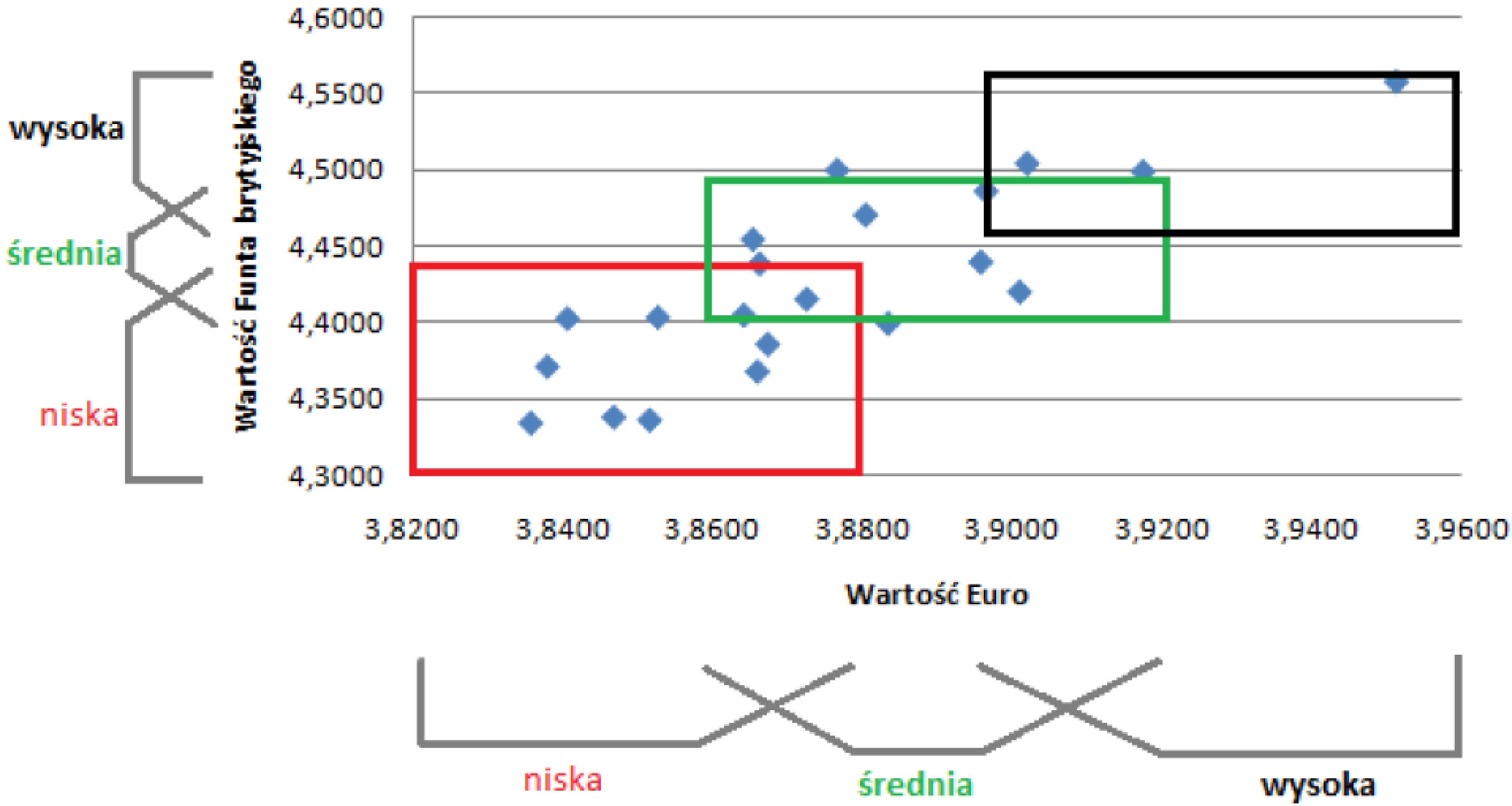
Zapis matematyczny:

$$\mu A_1(x) = \begin{cases} 1 \ dla \ x \in (4{,}33; 4{,}40) \\ \dfrac{4{,}43 - x}{4{,}43 - 4{,}40} \ dla \ x \in (4{,}40; 4{,}43) \end{cases}$$

$$\mu A_2(x) = \begin{cases} \dfrac{x - 4{,}40}{4{,}43 - 4{,}40} \ dla \ x \in (4{,}40; 4{,}43) \\ 1 \ dla \ x \in (4{,}43; 4{,}46) \\ \dfrac{4{,}49 - x}{4{,}49 - 4{,}46} \ dla \ x \in (4{,}46; 4{,}49) \end{cases}$$

$$\mu A_3(x) = \begin{cases} \dfrac{x - 4{,}46}{4{,}49 - 4{,}46} \ dla \ x \in (4{,}46; 4{,}49) \\ 1 \ dla \ x \in (4{,}49; 4{,}56) \end{cases}$$

Zależność kursu Funta brytyjskiego od wartości Euro



Reguły wnioskowania

Postanowiliśmy zastosować trzy reguły opisujące działanie naszego systemu wnioskowania:

R1: IF x IS *niska* THEN y IS *niska*
R2: IF x IS *średnia* THEN y IS *średnia*
R3: IF x IS *wysoka* THEN y IS *wysoka*

Inferencja (wnioskowanie)

Wyznaczamy poziom zapłonu, dla każdej reguły.

Przykładowe wejście nierozmyte: x*=3,87

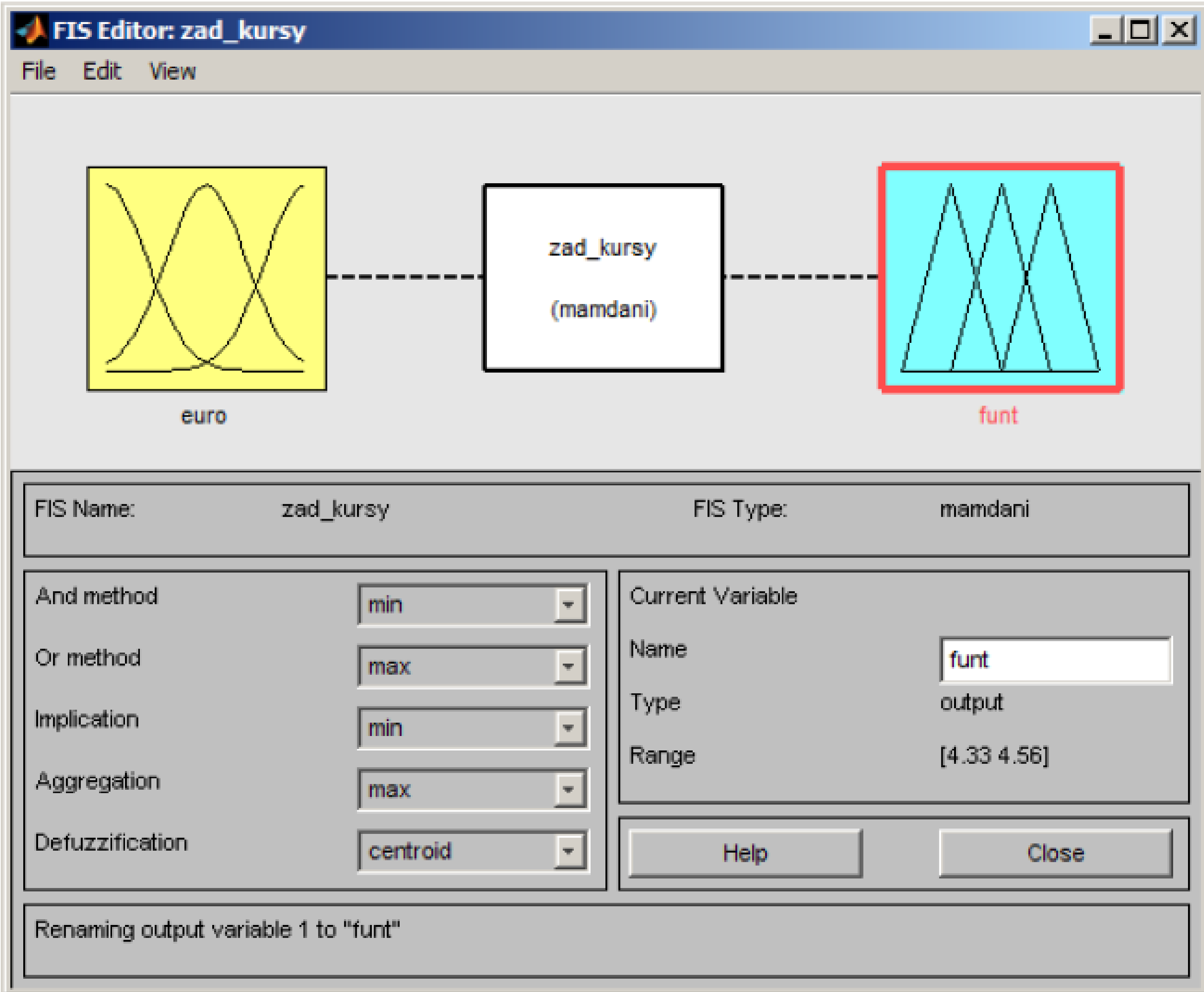
- Dla reguły R1:
- Dla reguły R2:
- Dla reguły R3:

$$\mu_{R1}(x^*) = \mu_{A1}(x^*) = \mu_{A1}(3{,}87) = 0{,}375$$

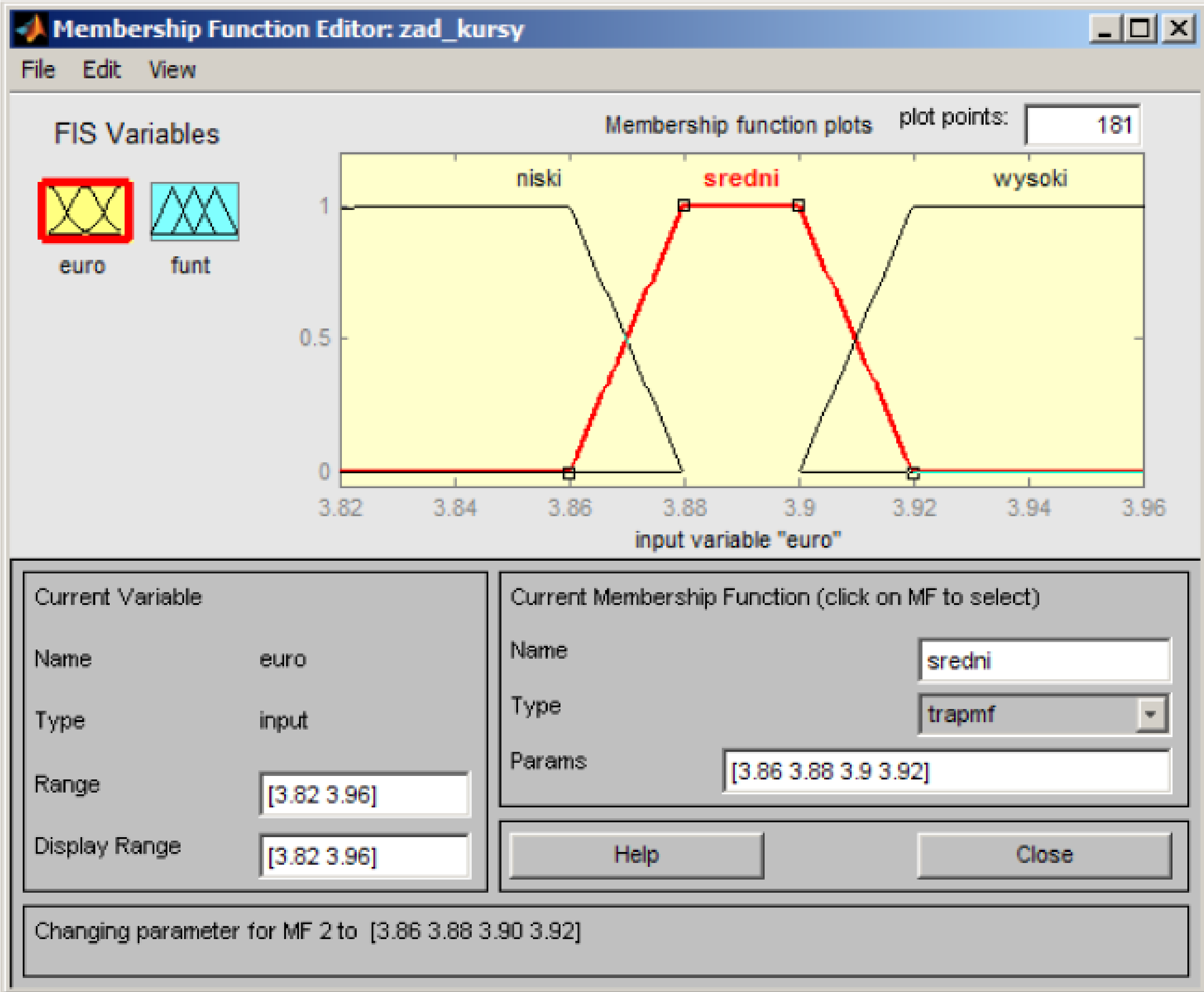
$$\mu_{R2}(x^*) = \mu_{A2}(x^*) = \mu_{A2}(3{,}87) = 0{,}625$$

$$\mu_{R3}(x^*) = \mu_{A3}(x^*) = \mu_{A3}(3{,}87) = 0$$

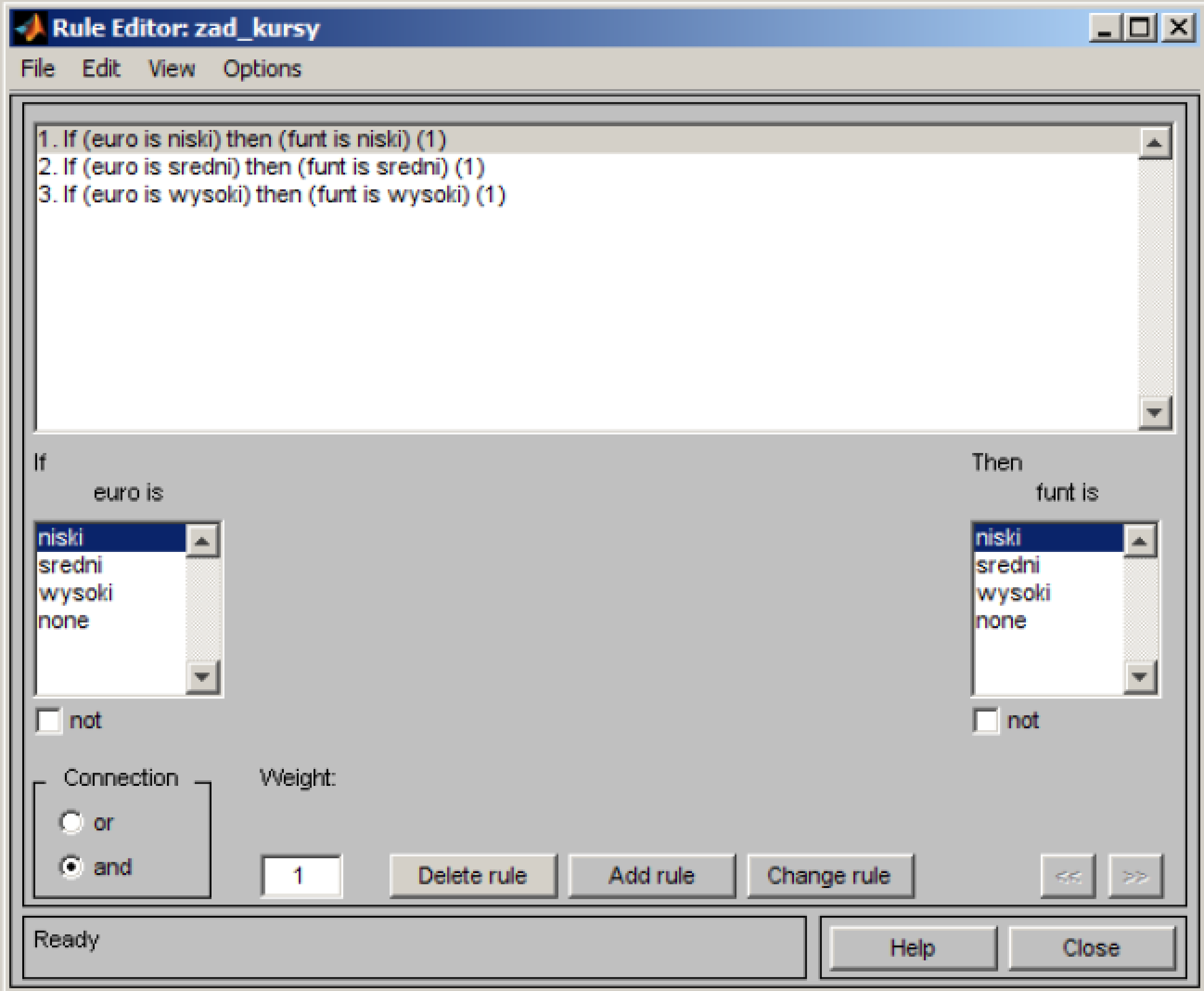
Widzimy więc, że dla reguły trzeciej poziom ten jest równy zeru. Reguła zatem nie bierze udziału w procesie wnioskowania.


FIS Editor: zad_kursy
File
Edit
View
zad_kursy
(mamdani)
euro
funt
FIS Name:
zad_kursy
FIS Type:
mamdani
And method
min
Or method
max
Implication
min
Aggregation
max
Defuzzification
centroid
Current Variable
Name
funt
Type
output
Range
[4.33 4.56]
Help
Close
Renaming output variable 1 to "funt"

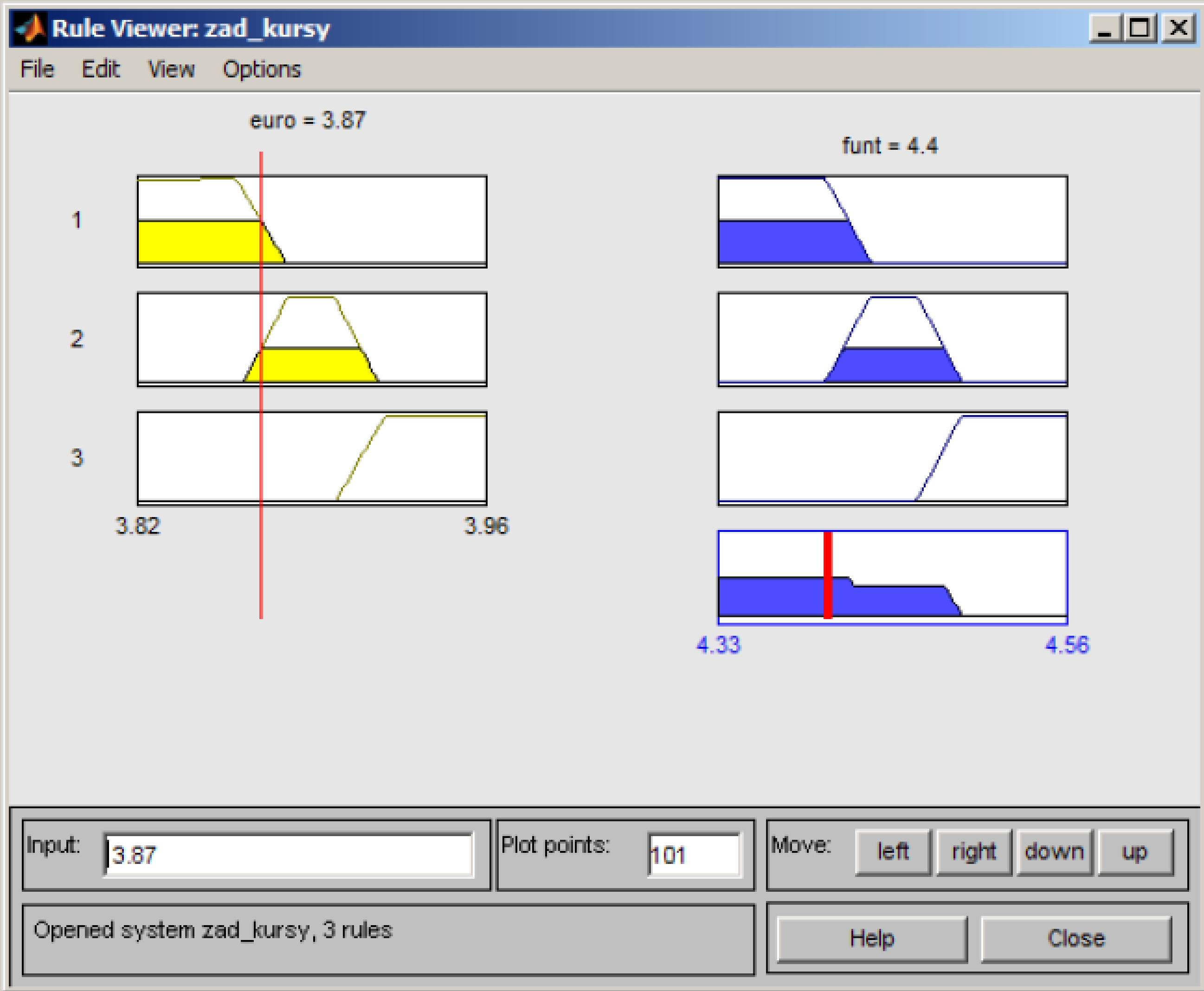
- Na wejściu (input) podajemy kurs Euro, który jest analizowany przez system z zastosowanym modelem Mamdaniego.
- Na wyjściu (output) otrzymujemy kurs Funta brytyjskiego. Można zdefiniować także sposoby obliczania operacji logicznych AND (w tym przypadku minimum) czy OR (maximum).
- Defuzyfikacja zostaje przeprowadzona oczywiście przez centroidę.



- Następną czynnością było określenie funkcji przynależności dla wejścia, jak i wyjścia.
- (Range) - zakres wartości
- (Type) - kształt funkcji –funkcja trapezowa.
- (Params) - charakterystyczne punkty wykresu funkcji.



Definiujemy reguły: zaznaczamy zbiór rozmyty dla wejścia w przesłance reguły oraz zaznaczenia odpowiadającego zbioru wyjścia w konkluzji reguły. Rzecz jasna, reguły możemy łączyć operatorami logicznymi OR bądź AND, lecz w naszym przypadku skupimy się na prostszych regułach, by lepiej pokazać sens ich stosowania.



Mapa wnioskowania:

Dzięki suwakowi (czerwona pionowa linia) możemy swobodnie wybierać wartość wejścia. W tym momencie automatycznie uzyskamy wyjście po prawej stronie.

- Analizując powyższy rysunek możemy potwierdzić nasze poprzednie obliczenia. Dla wejścia x*=3,87 otrzymujemy pozytywne wartości zapłonu reguł nr 1 oraz nr 2, natomiast reguła nr 3 nie bierze udziału we wnioskowaniu. Widzimy również zastosowanie inferencji typu MAXMIN.
- Działanie operatora MIN najlepiej zaobserwować w zaznaczonych kolorem niebieskim obszarach zbiorów w konkluzjach poszczególnych reguł. Podczas agregacji, przedstawionej w ostatniej czyli wynikowej charakterystyce został zastosowany operator MAX.
- Defuzifikowane wyjście jest oznaczone grubszą czerwoną linią na wspomnianej charakterystyce.
- Wynikiem defuzyfikacji, a tym samym prognozowaną wartością Funta brytyjskiego w tym przypadku jest y*= 4.40.

Co na laboratorium ?

Następująca funkcja rozmyta ma być użyta do obliczania funkcji przynależności da zbioru osób zdrowych. „1" – zdrowy, „0" – nie zdrowy. Wartość między 0 a 1 ma określać stopień przynależności do klasy zdrowych.

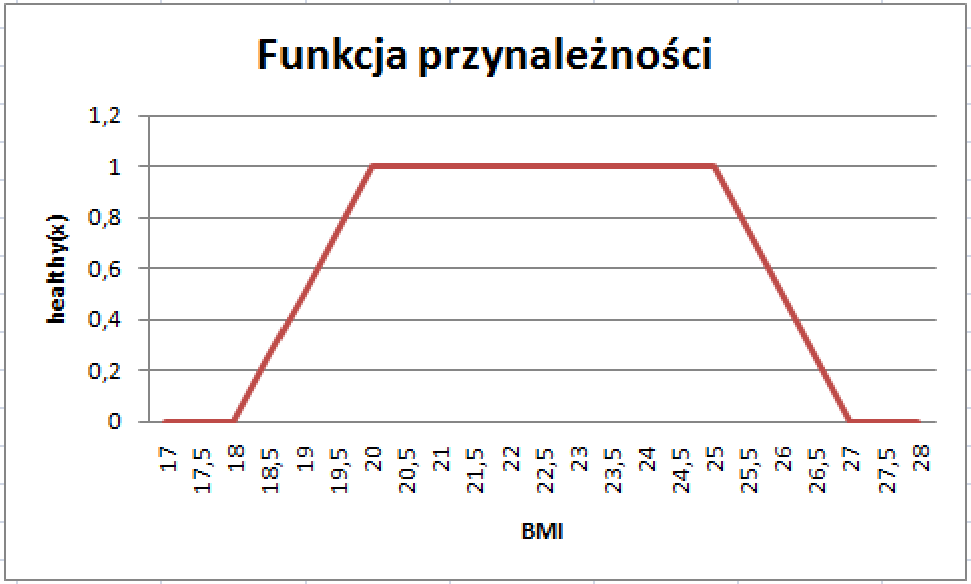
$$\texttt{healthy(x)} = \begin{cases} \texttt{0,} & \text{if } \texttt{bmi(x) < 18} \\ \texttt{(bmi(x)-18)/2,} & \text{if } \texttt{18 <= bmi(x) <= 20} \\ \texttt{1,} & \text{if } \texttt{20 < bmi(x) < 25} \\ \texttt{(27-bmi(x))/2,} & \text{if } \texttt{25 <= bmi(x) <= 27} \\ \texttt{0,} & \text{if } \texttt{bmi(x) > 27} \end{cases}$$

BMI z przedziału między 20 a 25 to przesłanka do tego by uznać kogoś za zdrowego. BMI większe niż 27 albo mniejsze niż 18 na pewno nie świadczy o stanie zdrowym. Wartości BMI bliskie zakresowi wartości dla osob zdrowych – a więc z od 20 do 25, to wartości z przedziału 0 a 1. Np. BMI = 19.6 to 0.8

1. Narysuj graficznie reprezentację funkcji rozmytej health(x) – reprezentującą zarówno klasę „zdrowy" i „niezdrowy".
2. Jaki jest stopień przynależności rozmytego zbioru dla osób zdrowych w przypadku Marka, którego BMI wynosi 26.2 ? A jaki jest stopień jego przynależności do zbioru „niezdrowych" ?
3. Oblicz swój własny BMI i określ jaki jest stopień przynależności twojego BMI do klasy zdrowych ?

Laboratorium...

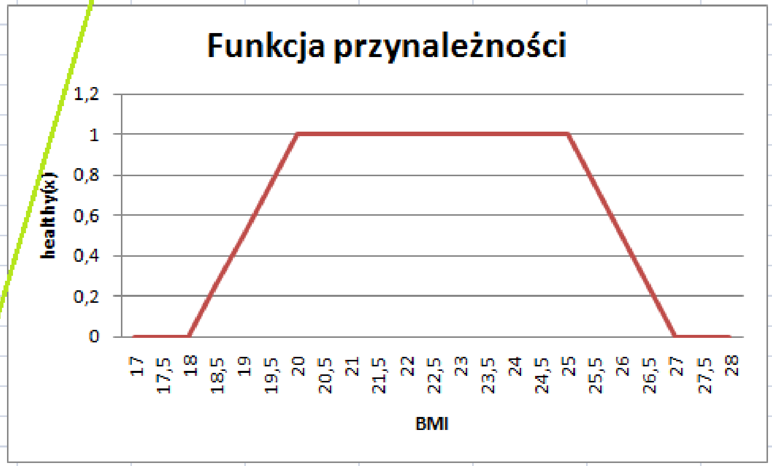
A	B
17,5	0
18	0
18,5	0,25
19	0,5
19,5	0,75
20	1
20,5	1
21	1
21,5	1
22	1
22,5	1
23	1
23,5	1
24	1
24,5	1
25	1
25,5	0,75
26	0,5
26,5	0,25
27	0
27,5	0
28	0



B26

=JEZELI(A26<18;0;JEZELI(ORAZ(A26 >= 18; A26 <=20); (A26-18)/2;JEZELI(ORAZ(A26 > 20; A26 <25);1;JEZELI(ORAZ(A26 >= 25; A26 <=27);(27 - A26)/2;JEŻELI(A26>27;0;-1)))))

A	B
17,5	0
18	0
18,5	0,25
19	0,5
19,5	0,75
20	1
20,5	1
21	1
21,5	1
22	1
22,5	1
23	1
23,5	1
24	1
24,5	1
25	1
25,5	0,75
26	0,5
26,5	0,25
27	0
27,5	0
28	0
BMI MARKA	
26,2	0,4



40% - zdrowy
60% - chory

=JEŻELI(A26<18;0;JEŻELI(ORAZ(A26 >= 18; A26 <=20); (A26-18)/2;JEŻELI(ORAZ(A26 > 20; A26 <25);1;JEŻELI(ORAZ(A26 >= 25; A26 <=27);(27 - A26)/2;JEŻELI(A26>27;0;-1)))))

Kolejny problem do rozwiązania…

Dwa zbiory rozmyte reprezentują obraz samochodu i ciężarówki, i są zdefiniowane następująco:

Car = {0.5 / truck, 0.4 / motor, 0.3 / boat, 0.9 / car, 0.1 / house}

Truck = {1 / truck, 0.1 / motor, 0.4 / boat, 0.4 / car, 0.2 / house}

Znajdź:

1. Car ∪ Truck

3. not(Car)

5. Car ∪ not(Car)

2. Car ∩ Truck

4. Car ∩ not(Truck)

6. Car ∩ not(Car)

Rozwiązanie...

$$Car = \left\{\frac{0.5}{truck}, \frac{0.4}{motor}, \frac{0.3}{boat}, \frac{0.9}{car}, \frac{0.1}{house}\right\}$$

$$Truck = \left\{\frac{1}{truck}, \frac{0.1}{motor}, \frac{0.4}{boat}, \frac{0.4}{car}, \frac{0.2}{house}\right\}$$

$$Car \cup Truck = \left\{\frac{1}{truck}, \frac{0.4}{motor}, \frac{0.4}{boat}, \frac{0.9}{car}, \frac{0.2}{house}\right\}$$

$$\sim Car = \left\{\frac{0,5}{truck}, \frac{0.6}{motor}, \frac{0.7}{boat}, \frac{0.1}{car}, \frac{0.9}{house}\right\}$$

$$Car \cup \sim Car = \left\{\frac{0.5}{truck}, \frac{0.6}{motor}, \frac{0.7}{boat}, \frac{0.9}{car}, \frac{0.9}{house}\right\}$$

$$Car \cap Truck = \left\{\frac{0.5}{truck}, \frac{0.1}{motor}, \frac{0.3}{boat}, \frac{0.4}{car}, \frac{0.1}{house}\right\}$$

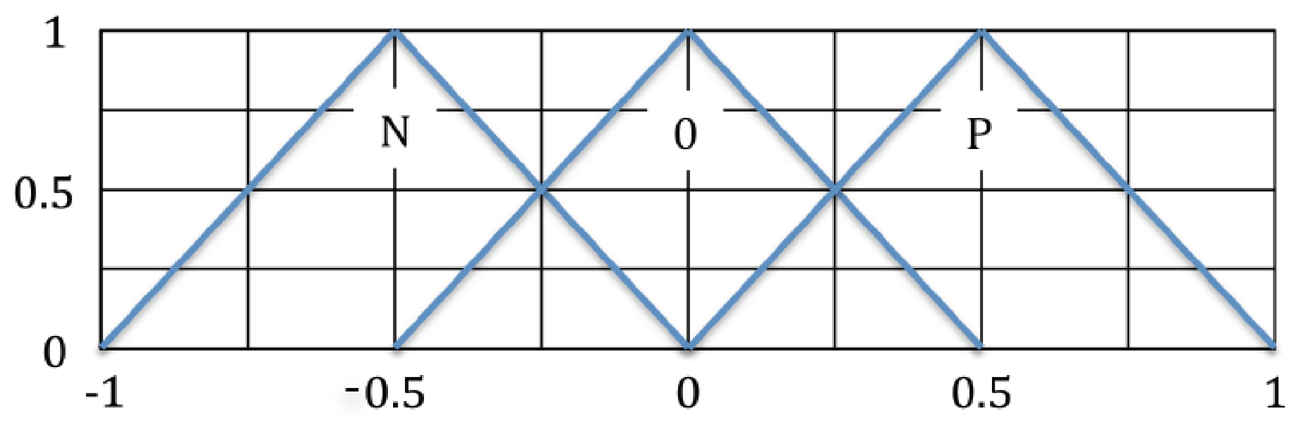
$$\sim Truck = \left\{\frac{0}{truck}, \frac{0.9}{motor}, \frac{0.6}{boat}, \frac{0.6}{car}, \frac{0.8}{house}\right\}$$

$$Car \cap \sim Truck = \left\{\frac{0}{truck}, \frac{0.4}{motor}, \frac{0.3}{boat}, \frac{0.6}{car}, \frac{0.1}{house}\right\}$$

$$Car \cap \sim Car = \left\{\frac{0.5}{truck}, \frac{0.4}{motor}, \frac{0.3}{boat}, \frac{0.1}{car}, \frac{0.1}{house}\right\}$$

Wnioskowanie rozmyte

- Załóżmy, że mamy system będący prostym kontrolerem stosującym błąd sygnału e i zmiana błędu sygnału de jako dane wejściowe i zadane są 4 reguły w oparciu o które działa model rozmyty:
- RULE 1: IF e = P AND de = P THEN x = N
- RULE 2: IF e = P AND de = N THEN x = 0
- RULE 3: IF e = N AND de = P THEN x = 0
- RULE 4: IF e = N AND de = N THEN x = P
- Załóżmy, że dane są dwa zbiory rozmyte jako wartości rozmytych zmiennych wejściowych **e** i **de**: P (positive) i N (negative). Rozmyta zmienna wyjściowa ma 3 wartości: P (positive), 0 (zero), N (negative) tak jak to pokazano na rysunku powyżej. Zakładając, że wejściowe zmienne mają następujące wartości funkcji przynależności w zbiorach wejściowych: $\mu_N(e) = 0.4$; $\mu_P(e) = 0.6$ i $\mu_N(de) = 0.2$; i $\mu_P(de) = 0.8$



Dziękuję za uwagę…