Wrocław University of Technology

Logika w ES

Halina Kwaśnicka
Katedra Inteligencji Obliczeniowej
Politechnika Wrocławska
Halina.kwasnicka@pwr.edu.pl

Dlaczego Logika?

- Logikę zna większość inżynierów i informatyków,
- Symbolika logiki ułatwia manipulowanie wiedzą z zachowaniem matematycznych podstaw
- Logikę można wykorzystać do *wyrażania zdań*, do *uzasadnionego wnioskowania nowych zdań*, do *rygorystycznego dowodzenia zdań* (wyrażeń, *statements*)

Ale:

- Ludzie nie zawsze rozumują poprzez logiczne wnioskowanie
- Logika jest zbyt rygorystyczna, nieelastyczna, aby można ją było wykorzystywać we wszystkich dziedzinach

Logika ?

- Klasyczna logika jest *monotoniczna*: wszystko, co da się wywnioskować z danego zbioru faktów, da się również wywnioskować z rozszerzonego (w efekcie wnioskowania) zbioru faktów
- Codzienne doświadczenia wskazują , że obserwacje nowych faktów często powodują u ludzi rewizję starych faktów (lub „beliefs”) – *niemonotoniczna logika*
- Często w rozumowaniu człowieka ważne jest pojęcie czasu – klasyczna logika może być rozszerzona do *logiki temporalnej*
- Przy wnioskowaniu z niepewnością, klasyczna logika może być zmodyfikowana do *logiki rozmytej* (*fuzzy logic*), *logiki probabilistycznej* (*probabilistic logic*)

Definicje

- *Wnioskowanie* – proces generowania (nowych) faktów z (innych) istniejących faktów
- *Dedukcja* – logicznie (formalnie) poprawna metoda wnioskowania
- *Indukcja* – wnioskowanie z części do całości, która, w kontekście uczenia, może obejmować aglomerację lub klasyfikację nowych informacji do większych bytów
- *Abdukcja* – wnioskowanie o prawdopodobnych przyczynach

Implikacja

$$p \rightarrow q$$

Term po lewej stronie (przesłanka) *implikuje* term po prawej stronie (konkluzję)

$$(p \rightarrow q) \equiv \neg p \cup q$$

Tablica wartości logicznych (Implikacja)

p	q	$p \rightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

Tablica wartości logicznych (Modus Ponens)

p	q	$p \rightarrow q$	$(p \cap (p \rightarrow q))$
T	T	T	T
T	F	F	F
F	T	T	F
F	F	T	F

Słabości implikacji

1. p i q razem mogą nie mieć sensu

   IF 4+2=3 THEN Psy są mądrzejsze od ludzi

2. fałszywa (FALSE) hipoteza implikuje każdą konkluzję
3. implikacja $p \rightarrow q$ nie oznacza, że

   „p powoduje q”
4. proste wyrażenie może być traktowane jak implikacja bez przesłanki (q)

Dedukcja

- **Wnioskowanie dedukcyjne** wykorzystuje operator implikacji:
- zakłada się, że **prawdziwa jest implikacja** $p \rightarrow q$,
- z prawdziwości implikacji i **z prawdziwości przesłanki** p (która może być zdaniem złożonym)
- dedukuje się **prawdziwość konkluzji** q

True: $p \rightarrow q$

True: P

Infer: *q is True*

- Z pewnej ogólnej reguły (znana) i faktu (znany) dedukujemy nowy fakt (wnioskowanie ***top-down***) – od ogółu do szczegółu

Kilka definicji

- **Term** jest stałą, zmienną, lub *n*-argumentową funkcją
- **Formuła atomowa (atom)** - to stwierdzenie, że pomiędzy termami t_1, t_2, ..., t_n zachodzi relacja *R*: $R(t_1, t_2, ..., t_n)$ – proste wyrażenie logiczne lub predykat
- **Klauzula** to wyrażenie postaci: $B_1, B_2, ..., B_m \leftarrow A_1, A_2, ..., A_n$,
  - $B_1, B_2, ..., B_m, A_1, A_2, ..., A_n$ - formuły atomowe, takie że
  - $B_1, B_2, ..., B_m$ stanowią alternatywę konkluzji
  - $A_1, A_2, ..., A_n$ stanowią koniunkcję warunków
- **Klauzula hornowska** to klauzula, która ma co najwyżej jedną konkluzję
- **Asercja** to klauzula hornowska bez warunków, mająca tylko konkluzję (stwierdzenie)
- **Implikacja** to klauzula hornowska z jedną konkluzją i przynajmniej jednym warunkiem

Definicje - cd.

- **Formuła dobrze zbudowana** (**wff**, ang. *well-formed formula*) - to predykat lub wyrażenie proste lub złożone
- *a* - formuła atomowa, to zastosowanie $\neg, \cap, \cup, \rightarrow, \exists, \forall$ do *a* - też **wff**
- **Funkcja** jest *n*-tką termów poprzedzonych przez symbol funkcji lub nazwę (nazywaną również *funktorem*) który spełnia definicję funkcji
- **Predykat** jest *n*-tką termów, poprzedzonych przez symbol lub nazwę predykatu.
- Mniej formalna definicja **predykatu**: Predykat to parametryzowane stwierdzenie, tzn. stwierdzenie ze zmiennymi
- **Predykatowa funkcja** na zbiorze *A* jest funkcją, która mapuje elementy*A* na zbiór {TRUE, FALSE}.
- Przykład: A – zbiór liczb całkowitych, predykat *odd* jest:

$$P_{odd}(n) = \begin{cases} TRUE \text{ if } n \text{ is odd} \\ FALSE \text{ otherwise} \end{cases}$$

Dedukcja wykorzystująca twierdzenia logiki

- implikacja 1:
  - p_1 Profesor wyższej uczelni uczy latem
  - q_1 Profesor nie może robić nic innego (bo uczy)
- implikacja 2:
  - p_2 Profesor nie może robić nic innego (bo uczy)
  - q_2 Profesor nie ma czasu na badania
- implikacja 3:
  - p_3 Profesor nie ma czasu na badania
  - q_3 Profesor jest nieszczęśliwy

- **Określić:** prawdziwość wyrażenia q_3, mając dany prawdziwy fakt p_1

- Baza wiedzy: $p_1 \rightarrow q_1$; $p_2 \rightarrow q_2$; $p_3 \rightarrow q_3$;
  $p_2 = q_1$; $q_2 = p_3$;
- Przepisana baza wiedzy: $p_1 \rightarrow q_1$; $q_1 \rightarrow q_2$; $q_2 \rightarrow q_3$;

Sieć wnioskowania dla trzech reguł - przykład dedukcji

$$p_1 \xrightarrow{\text{reguła 1}} q_1 \xrightarrow{\text{dopasowanie}} p_2 \xrightarrow{\text{reguła 2}} q_2 \xrightarrow{\text{dopasowanie}} p_3 \xrightarrow{\text{reguła 3}} q_3;$$

dane dedukowane dedukowane dedukowane dedukowane dedukowane

- dopasowanie – podejście symbolicznego dopasowania, it przypisuje równość (*equality*) prawdziwych wyrażeń (zdań), realizowane zwykle przez mechanizm wnioskujący

Forward Chaining - paradygmat wnioskowania w przód

Sieć wnioskowania i zapalanie reguł:

1. $(p_1 \rightarrow q_1) \cap p_1$ jest TRUE) $\rightarrow$ (q_1 jest TRUE)
2. (q_1 jest TRUE) i ($q_1 = p_2$) jest TRUE daje p_2 jest TRUE
3. [Podobnie do kroku 1]

   $(p_2 \rightarrow q_2) \cap p_2$ jest TRUE) $\rightarrow$ (q_2 jest TRUE)
4. [Podobnie do kroku 2]

   (q_2 jest TRUE) i ($q_2 = p_3$) jest TRUE daje p_3 jest TRUE
5. [Podobnie do kroku 1 i 3]

   $(p_3 \rightarrow q_3) \cap p_3$ jest TRUE) $\rightarrow$ (q_3 jest TRUE)

Predykaty i zmienne

- Fakty pamiętane są w postaci predykatów
- Predykaty z pojedynczą zmienną zwykle stosuje się do reprezentacji relacji unarnych (*unary relations*), popularnie zwanych **własnościami**:
  - *may_move* (*Object*)
  - *next_to* (*Region1*, *Region2*)
  - *on_top* (*Support*, *Object*)

Wybór reprezentacji predykatu

- Chcemy reprezentować zdanie:

  The circuit breaker in line 4 is open
- W rachunku predykatów możemy zapisać:
  - *is-open* (*circuit-breaker*, *line-4*)
  - *circuit-breaker* (*line-4*, *is-open*)
  - *line-4* (*circuit-breaker*, *is-open*)
- Wszystkie powyższe reprezentacje są dopuszczalne

Reprezentacja predykatów

- Ogólne dwu-zmienne relacje:
  - *is-open* (*What*, *Where*)
  - *circuit-breaker* (*Where*, *Status*)
  - *line-4* (*Protection*, *Status*)
- Przykłady odpowiednich dziedzin dla zmiennych:
  - *What* = {*circuit-breaker*, *disconnect-switch*, *line-itself*}
  - *Where* = {*line-1*, *line-2*, *line-3*, *line-4*}
  - *Status* = {*open*, *closed*, *inoperable*}
  - *Protection* = {*relay*, *circuit-breaker*, *recloser*}
- **Zwykle, jako predykat wybierany jest czasownik**

Rezolucja (Dowód przez zaprzeczenie)

- Dobrze zdefiniowana formuła (Well formed formula, wff) jest predykatem lub wyrażeniem (z negacją, koniunkcją, dysjunkcją, implikacją, kwantyfikatorami)
- Klauzule:
  - są analogiczne do zdań
  - są zbudowane z wykorzystaniem predykatów i logicznych łączników
  - mogą zawierać uniwersalny kwantyfikator
- Można udowodnić prawdziwość klauzuli w kontekście zbioru znanych prawdziwych klauzul przez dodanie logicznego zaprzeczenia tej klauzuli do znanego zbioru i szukanie sprzeczności

Strategia rezolucji łącząc parami

$$\frac{\begin{array}{ll} \neg p \cup q & \mathrm{T} \\ \mathrm{p} \cup r & \mathrm{T} \end{array}}{\begin{array}{ll} q \cup r & \mathrm{T} \end{array}}$$

p→q jest zastępowane przez ((¬ p)∪q)

p≡q jest zastępowane przez ((¬ p) ∪ q) ∩ (p ∪ ¬ q)

(¬ p ∪ q) ∩ (p∪r)→ (q ∪ r)

Zastosowanie rezolucji - przykład

D1: cel: ($q2=?$)
1. p1
2. $p1 \rightarrow q1$
3. $q1 \rightarrow q2$

(1) $p \rightarrow q$ jest zastępowane przez $((\neg p) \cup q)$
Dodajemy zaprzeczony cel ($\neg q2$)

(2) Rezolucja (2) i (3), to jest:

$q1 \cup \neg p1$

$\underline{\neg q1 \cup q2}$

$\neg p1 \cup q2$

D2:
1. p1
2. $\neg p1 \cup q1$
3. $\neg q1 \cup q2$
4. $\neg q2$

D3:
1. p1
2. $\neg p1 \cup q1$
3. $\neg q1 \cup q2$
4. $\neg q2$
5. $\neg p1 \cup q2$

D4:
1. p1
2. $\neg p1 \cup q1$
3. $\neg q1 \cup q2$
4. $\neg q2$
5. $\neg p1 \cup q2$
6. $\neg p1$

(3) rezolucja (4) i (5), to jest:

$\neg q2$

$\underline{\neg q2 \cup p1}$

$\neg p1$

Unifikacja (podstawa strategii wnioskowania)

- Wartość prawdy predykatu jest funkcją wartości przyjmowanych przez jego argumenty
- *Unifikacja* – systematyczna procedura ukonkretniania zmiennych w wffs
- Podstawą unifikacji jest *substytucja*
- Trzy uzasadnione substytucje:
  - zmienna może być zastąpiona przez stałą
  - zmienna może być zastąpiona przez zmienną
  - zmienna może być zastąpiona przez funkcję, która nie zawiera zmiennych (dopuszczone są cykle)

Unifikacja

- **Unifikacja** jest to proces mający na celu uczynić dwa wyrażenia *identycznymi* przez znalezienie odpowiedniej *substytucji* lub *wiązania zmiennych* w tym wyrażeniu
- **Substytucja** jest zbiorem przypisań termów do zmiennych, przy czym każda zmienna może być przypisana tylko do jednego termu
- Zbiór wyrażeń jest **unifikowalny** wtedy i tylko wtedy, jeśli istnieje jedna lub więcej substytucji, które czynią wyrażenia identycznymi

Indukcja

- Indukcja
  - nie jest poprawną formą wnioskowania logicznego
  - jest wnioskowaniem ***bottom-up*** – od szczegółu do ogółu
- **W indukcji:**
  - **nie znamy ogólnej reguły lub reguł**
  - znamy tylko zbiór faktów – przykładów
  - musimy domyśleć się czegoś sensownego, 'indukować' ogólną regułę, która będzie również prawdziwa dla innych przykładów, niewykorzystanych w procesie indukcji
- Przykłady?

Abdukcja

- nie jest poprawną (logicznie) metodą wnioskowania
- jest to generowanie wyjaśnienia potencjalnych przyczyn

Jeśli:

- mamy prawdziwą implikację $p \rightarrow q$
- obserwujemy prawdziwy fakt będący konkluzją q
- to wnioskujemy o tym, że prawdziwa jest przesłanka p (jeśli $p \rightarrow q$ i q to p)
- *Przykład*:
  - Implikacja: Jeśli człowiek jest pijany, to nie może iść prosto
  - Fakt: Iksiński nie idzie prosto

  Wniosek: Iksiński nie może iść prosto, bo jest pijany
- Dyskusja