Spektralne lastnosti modela t-J in večdelčna lokalizacija

Avtor: Jan Šuntajs
Mentor: prof. dr. Janez Bonča
Somentor: doc. dr. Lev Vidmar

7. september 2018

Univerza *v Ljubljani*
Fakulteta za *matematiko in fiziko*

Predstavitev v štirih točkah

1. Nastop **večdelčne lokalizacije** (**MBL**) v modelu t-J
2. Vloga **spinskega** in **potencialnega** nereda
3. Metoda: **polna numerična diagonalizacija**
4. Indikatorji:
   - Povprečno razmerje razmikov med sosednjimi nivoji
   - **Spektralni oblikovni faktor** (**SFF**)
   - Prepletenostna entropija **lastnih stanj**

Predstavitev v štirih točkah

1. Nastop **večdelčne lokalizacije** (**MBL**) v modelu t-J
2. Vloga **spinskega** in **potencialnega** nereda
3. Metoda: **polna numerična diagonalizacija**
4. Indikatorji:
   - Povprečno razmerje razmikov med sosednjimi nivoji
   - **Spektralni oblikovni faktor** (**SFF**)
   - Prepletenostna entropija **lastnih stanj**

Predstavitev v štirih točkah

1. Nastop **večdelčne lokalizacije** (**MBL**) v modelu t-J
2. Vloga **spinskega** in **potencialnega** nereda
3. Metoda: **polna numerična diagonalizacija**
4. Indikatorji:
   - Povprečno razmerje razmikov med sosednjimi nivoji
   - **Spektralni oblikovni faktor** (**SFF**)
   - Prepletenostna entropija **lastnih stanj**

Predstavitev v štirih točkah

1. Nastop **večdelčne lokalizacije** (**MBL**) v modelu t-J
2. Vloga **spinskega** in **potencialnega** nereda
3. Metoda: **polna numerična diagonalizacija**
4. Indikatorji:
   - Povprečno razmerje razmikov med sosednjimi nivoji
   - **Spektralni oblikovni faktor** (**SFF**)
   - Prepletenostna entropija **lastnih stanj**

Predstavitev v štirih točkah

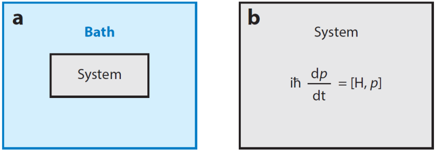
1. Nastop **večdelčne lokalizacije** (**MBL**) v modelu t-J
2. Vloga **spinskega** in **potencialnega** nereda
3. Metoda: **polna numerična diagonalizacija**
4. Indikatorji:
   - Povprečno razmerje razmikov med sosednjimi nivoji
   - **Spektralni oblikovni faktor** (**SFF**)
   - Prepletenostna entropija **lastnih stanj**

Osnovne zahteve za nastop **MBL**

- **Zaprti** kvantni sistemi Nandkishore, Huse, 2015

Osnovne zahteve za nastop **MBL**

- **Zaprti** kvantni sistemi

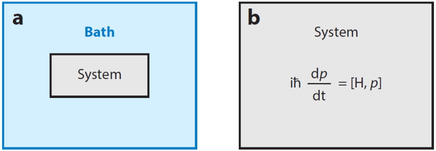


Nandkishore, Huse, 2015

- **Meddelčne interakcije**

Osnovne zahteve za nastop **MBL**

- **Zaprti** kvantni sistemi

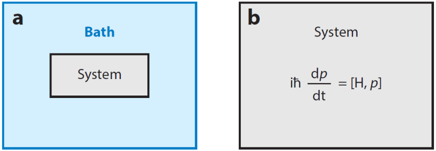


Nandkishore, Huse, 2015

- **Meddelčne interakcije**
- Prisotnost **nereda**

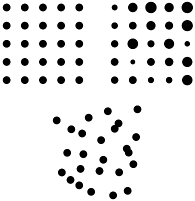
Osnovne zahteve za nastop **MBL**

- **Zaprti** kvantni sistemi



Nandkishore, Huse, 2015

- **Meddelčne interakcije**



- Prisotnost **nereda**

Vsebina

1. Značilnosti MBL sistemov
2. Vpeljava modela t-J
3. Predstavitev numeričnih rezultatov
   - Statistika sosednjih energijskih nivojev
   - **Spektralni oblikovni faktor** (**SFF**)
   - Prepletenostna entropija
4. Zaključek

Značilnosti MBL sistemov

- **NEERGODIČNOST**

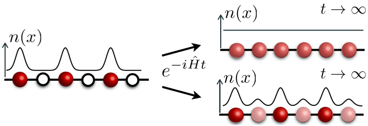
  Abanin, Altman, Bloch, Serbyn, 2018

- **PREPLETENOSTNA ENTROPIJA:**
  - **Površinsko skaliranje za lastna stanja**
  - Logaritemsko naraščanje s časom → glej rdeči okvir

- **POSEBNE LASTNOSTI ENERGIJSKIH SPEKTROV**
  - Predmet naše numerične analize

Značilnosti MBL sistemov

- **NEERGODIČNOST**



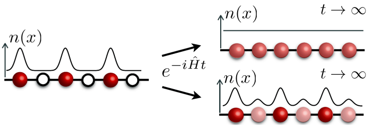
Abanin, Altman, Bloch, Serbyn, 2018

- **PREPLETENOSTNA ENTROPIJA:**
  - **Površinsko skaliranje za lastna stanja**
  - Logaritemsko naraščanje s časom $\rightarrow$ glej rdeči okvir

- **POSEBNE LASTNOSTI ENERGIJSKIH SPEKTROV**
  - Predmet naše numerične analize

Značilnosti MBL sistemov

- **NEERGODIČNOST**



Abanin, Altman, Bloch, Serbyn, 2018

- **PREPLETENOSTNA ENTROPIJA:**
  - **Površinsko skaliranje za lastna stanja**
  - Logaritemsko naraščanje s časom → glej rdeči okvir

PHYSICAL REVIEW B **77**, 064426 (2008)

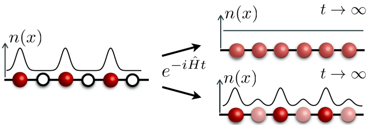
Many-body localization in the Heisenberg *XXZ* magnet in a random field

Marko Žnidarič,[1] Tomaž Prosen,[1] and Peter Prelovšek[1,2]
[1]*Department of Physics, FMF, University of Ljubljana, Jadranska 19, SI-1000 Ljubljana, Slovenia*
[2]*Jožef Stefan Institute, Jamova 39, SI-1000 Ljubljana, Slovenia*
(Received 31 August 2007; revised manuscript received 8 November 2007; published 25 February 2008)

- **POSEBNE LASTNOSTI ENERGIJSKIH SPEKTROV**
  - Predmet naše numerične analize

Značilnosti MBL sistemov

- **NEERGODIČNOST**



Abanin, Altman, Bloch, Serbyn, 2018

- **PREPLETENOSTNA ENTROPIJA:**
  - **Površinsko skaliranje za lastna stanja**
  - Logaritemsko naraščanje s časom → glej rdeči okvir

PHYSICAL REVIEW B **77**, 064426 (2008)

Many-body localization in the Heisenberg *XXZ* magnet in a random field

Marko Žnidarič,[1] Tomaž Prosen,[1] and Peter Prelovšek[1,2]
[1]*Department of Physics, FMF, University of Ljubljana, Jadranska 19, SI-1000 Ljubljana, Slovenia*
[2]*Jožef Stefan Institute, Jamova 39, SI-1000 Ljubljana, Slovenia*
(Received 31 August 2007; revised manuscript received 8 November 2007; published 25 February 2008)

- **POSEBNE LASTNOSTI ENERGIJSKIH SPEKTROV**
  - Predmet naše numerične analize

Model t-J

Hamiltonka:

Spin: $S = 1/2$ 1D PBC

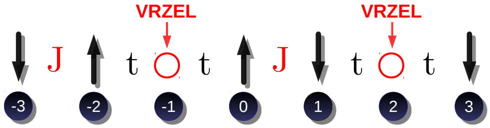
$$H = -t\sum_{i,\sigma}\left(\tilde{c}^{\dagger}_{i,\sigma}\tilde{c}_{i+1,\sigma} + c.c.\right) + J\sum_{i}\boldsymbol{S}_i\cdot\boldsymbol{S}_{i+1} + \sum_{i} h_i S_i^z + \sum_{i,\sigma} u_i n_{i,\sigma}$$

- i - mesto v verigi, σ - projekcija spina
- Projicirani fermionski operatorji: $\tilde{c}_{i,\sigma} = (1 - n_{i,-\sigma})c_{i,\sigma}$
- h_i, u_i: spinski in vrzelni nered, škatlasti porazdelitvi s parametroma W in H

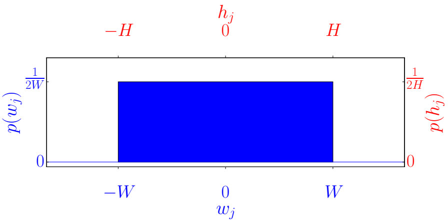
Model t-J

$t = 1$

$J = 1$



Oznake: L - št. mest, N_h - št. vrzeli, N_u - število spinov $\uparrow$



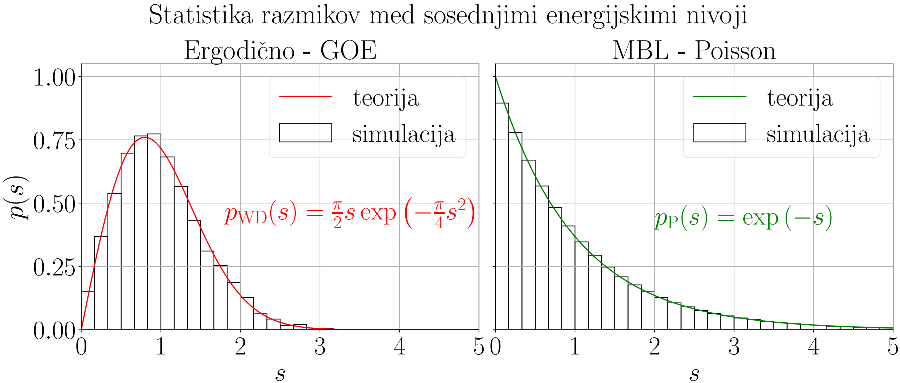
Spinski (W) in vrzelni (H) nered

Statistične lastnosti spektrov

- Analiziramo **statistične lastnosti** energijskega spektra hamiltonke
- Upoštevamo **teorijo naključnih matrik (RMT):**
  - **Ergodični** sistemi: spektralna statistika ustreza **Gaussovemu ortogonalnemu ansamblu** (**GOE**)
  - **MBL** sistemi: sosednji nivoji porazdeljeni v skladu s **Poissonovo** porazdelitvijo
- **Izračune** primerjamo z omenjenima **dvema možnostma.**

Statistične lastnosti spektrov

- Analiziramo **statistične lastnosti** energijskega spektra



- **Izračune** primerjamo z omenjenima **dvema možnostma.**

Povprečno razmerje razmikov

- Razmiki med **sosednjimi** energijskimi nivoji:

$$\delta_n = E_{n+1} - E_n \geq 0$$

- Definiramo **razmerje razmikov**:

$$0 \leq r_n = \min\{\delta_n, \delta_{n-1}\}/\max\{\delta_n, \delta_{n-1}\} \leq 1$$

- **KLJUČNO:** limitni povprečni vrednosti $\langle r \rangle$ sta dobro znani:

Ergodično: $\langle r \rangle_{\mathrm{GOE}} = 0.5307$

MBL: $\langle r \rangle_{\mathrm{P}} = 2\ln 2 - 1 \approx 0.3863$

Povprečno razmerje razmikov

- Razmiki med **sosednjimi** energijskimi nivoji:

$$\delta_n = E_{n+1} - E_n \geq 0$$

- Definiramo **razmerje razmikov**:

$$0 \leq r_n = \min\{\delta_n, \delta_{n-1}\} / \max\{\delta_n, \delta_{n-1}\} \leq 1$$

- **KLJUČNO:** limitni povprečni vrednosti $\langle r \rangle$ sta dobro znani:

Ergodično: $\langle r \rangle_{\mathrm{GOE}} = 0.5307$

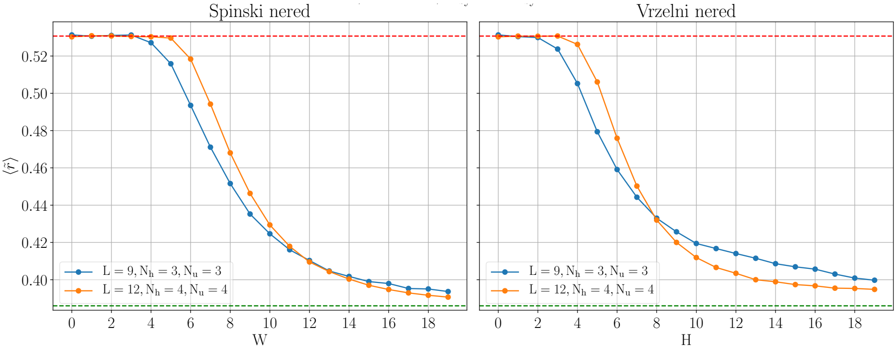
MBL: $\langle r \rangle_{\mathrm{P}} = 2 \ln 2 - 1 \approx 0.3863$

VPRAŠANJE:

- **Nastopi MBL za oba tipa nereda?**

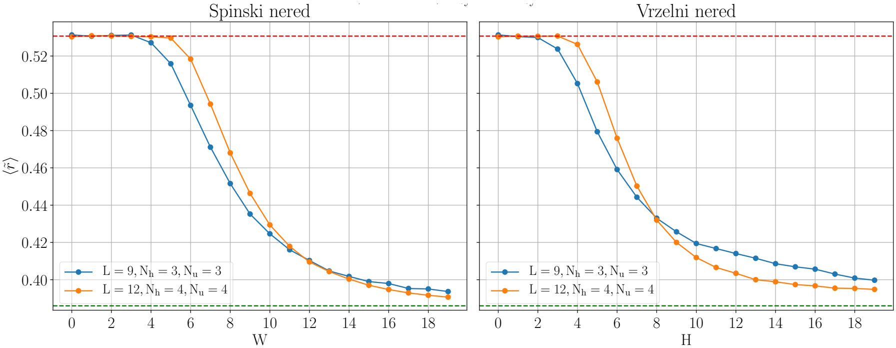
Rezultati

Tretjinsko dopiranje, $N_h = L/3$:



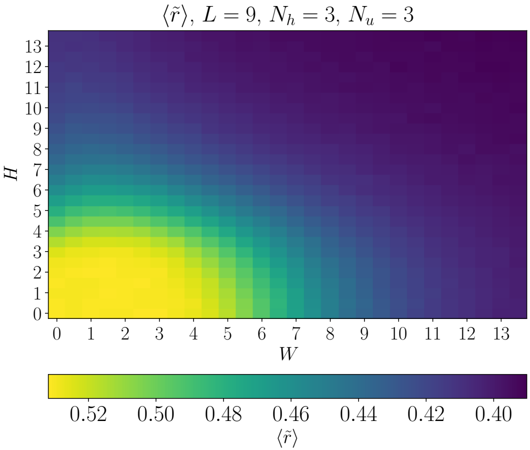
MBL za oba tipa nereda

Tretjinsko dopiranje, $N_h = L/3$:



MBL za oba tipa nereda

Oba tipa nereda hkrati



Rumena $\rightarrow$ ergodično **Modra** $\rightarrow$ MBL

Od razmerja razmikov do SFF

Povprečno razmerje razmikov:

- Prednost: enostavna implementacija
- Slabost: zanemarimo podrobnosti spektrov

Če želimo podrobnejšo sliko, več informacij:

- Izračun SFF
- zahtevnejša implementacija

Od razmerja razmikov do SFF

Povprečno razmerje razmikov:

- Prednost: enostavna implementacija
- Slabost: zanemarimo podrobnosti spektrov

Če želimo podrobnejšo sliko, več informacij:

- Izračun SFF
- zahtevnejša implementacija

Spektralni oblikovni faktor (SFF)

Definicija

$$K(\tau) := \left\langle \frac{1}{N} \sum_{i,j}^{N} \mathrm{e}^{-i(E_i - E_j)\tau} \right\rangle; \qquad K(0) = N, \qquad K(\tau \to \infty) = 1$$

Povezani spektralni oblikovni faktor - tega preučujemo v praksi

$$K_{\mathrm{c}}(\tau) := K(\tau) - \left| \left\langle \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i} \mathrm{e}^{-iE_i\tau} \right\rangle \right|^2$$

τ - zunanji parameter

Upoštevamo korelacije med **VSEMI** energijskimi nivoji v spektru!

Spektralni oblikovni faktor (SFF)

PONOVNO: dva limitna primera

$K_{\mathrm{c}}(\tau)$ v MBL (in integrabilnih) sistemih

$$K_{\mathrm{P}}(\tau) = 1$$

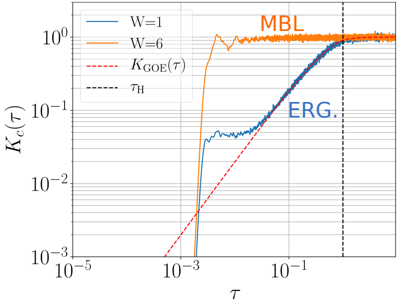
$K_{\mathrm{c}}(\tau)$ v ergodičnem sistemu

$$K_{\mathrm{GOE}}(\tau) = \begin{cases} 2\tau - \tau \log\left(1 + 2\tau\right), & \tau \leq 1, \\ 2 - \tau \log\left(\frac{2\tau+1}{2\tau-1}\right), & \tau > 1. \end{cases}$$

$K_c(\tau)$ v ergodičnem sistemu

$$K_{\mathrm{GOE}}(\tau) = \begin{cases} 2\tau - \tau \log\left(1 + 2\tau\right), & \tau \leq 1, \\ 2 - \tau \log\left(\frac{2\tau+1}{2\tau-1}\right), & \tau > 1. \end{cases}$$

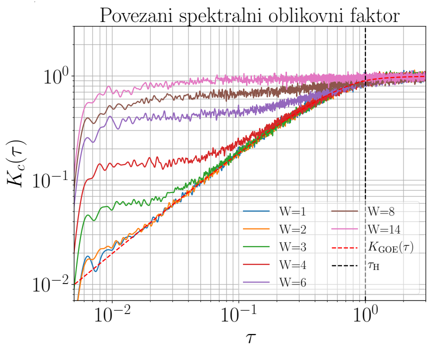
Ergodični in MBL primer



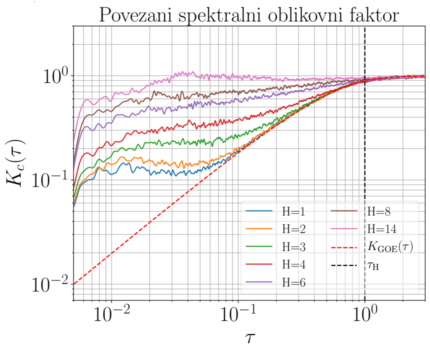
$$L = 14, N_h = 0, N_u = 7$$

SFF - rezultati

Tretjinsko dopiranje - $L = 9, N_h = 3, N_u = 3$

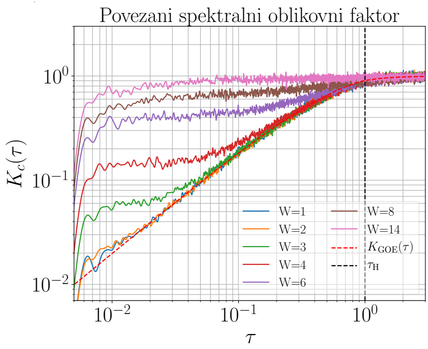


Spinski nered.

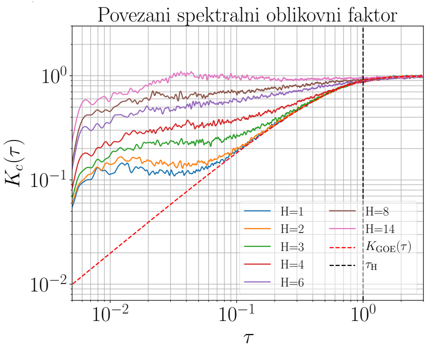


Vrzelni nered.

Tretjinsko dopiranje - $L = 9, N_h = 3, N_u = 3$



Spinski nered.



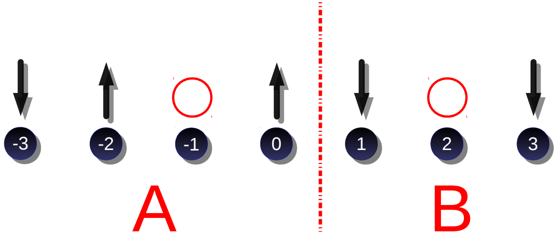
Vrzelni nered.

Prehod v MBL za oba tipa nereda.

Prepletenostna entropija

Računamo: Prepletenostno entropijo **VSEH** lastnih stanj.

Sistem razdelimo na **podsistema** A in B.



Nato izračunamo reducirano gostotno matriko.

Prepletenostna entropija

Računamo: Prepletenostno entropijo **VSEH** lastnih stanj.

Sistem razdelimo na **podsistema** A in B.

Reducirana gostotna matrika podsistema:

$$\rho_{\mathrm{A}} = \mathrm{Tr}_{\mathrm{B}} \rho, \qquad \rho = |\psi\rangle\langle\psi|$$

Prepletenostna entropija - von Neumannova entropija podsistema

$$S_{\mathrm{ent}}(\mathrm{A}) = -\,\mathrm{Tr}\left\{\rho_{\mathrm{A}} \log \rho_{\mathrm{A}}\right\} = -\sum_{i=1}^{d_{\mathrm{A}}} \lambda_i^{\mathrm{A}} \log \lambda_i^{\mathrm{A}}$$

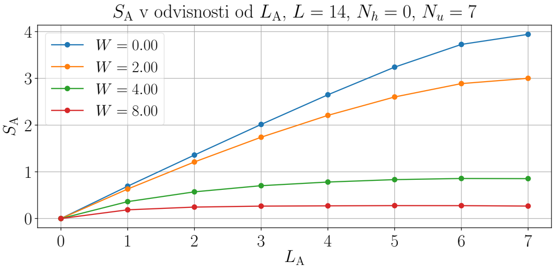
Prepletenostna entropija

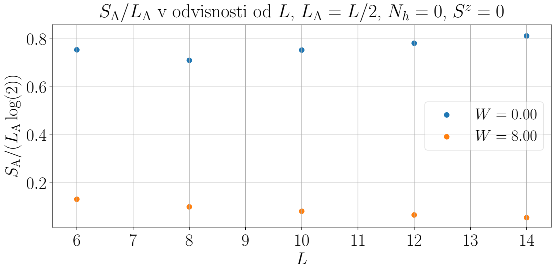
Volumsko skaliranje - ergodičnost:

$$S_\mathrm{A} \propto L_\mathrm{A}, \quad L \to \infty$$

Površinsko skaliranje - MBL:

$$S_\mathrm{A}/L = \mathrm{const.}, \quad L \to \infty$$





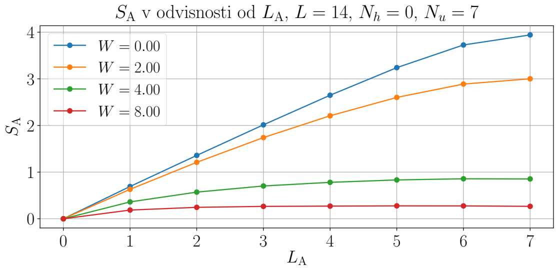
Prepletenostna entropija

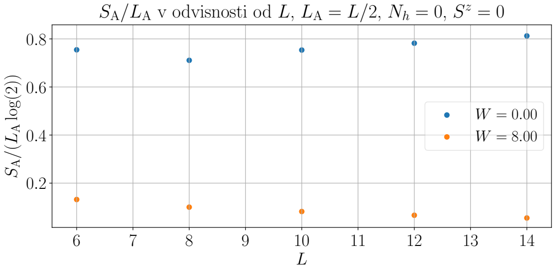
Volumsko skaliranje - ergodičnost:

$$S_{\mathrm{A}}/L = \mathrm{const.}, \quad L \to \infty$$

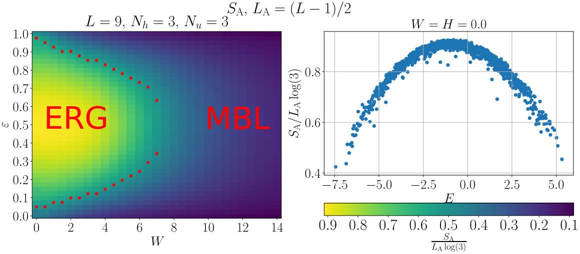
Površinsko skaliranje - MBL:

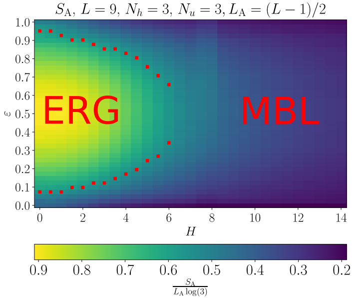
$$S_{\mathrm{A}}/L \to 0, \quad L \to \infty$$





Prepletenostna entropija - rezultati





Zaključek

1. Končno dopiranje - nastop MBL za oba tipa nereda
2. Ujemajoče se napovedi treh različnih indikatorjev
3. Implementacija SFF odpira nove raziskovalne možnosti

Zaključek

Hvala za pozornost!