

Spektralne lastnosti modela t - J in večdelčna lokalizacija

Avtor: Jan Šuntajs
Mentor: prof. dr. Janez Bonča
Somentor: doc. dr. Lev Vidmar

6. september 2018

Univerza v Ljubljani
Fakulteta za *matematiko in fiziko*



Predstavitev v štirih točkah

1 Nastop **večdelčne lokalizacije (MBL)** v modelu t - J

2 Vloga **spinskega** in **potencialnega** nereda

3 Metoda: **polna numerična diagonalizacija**

4 Indikatorji:

- Povprečno razmerje razmikov med sosednjimi nivoji
- **Spektralni oblikovni faktor (SFF)**
- Prepletenostna entropija **lastnih stanj**

Predstavitev v štirih točkah

1 Nastop **večdelčne lokalizacije (MBL)** v modelu t - J

2 Vloga **spinskega** in **potencialnega** nereda

3 Metoda: **polna numerična diagonalizacija**

4 Indikatorji:

- Povprečno razmerje razmikov med sosednjimi nivoji
- **Spektralni oblikovni faktor (SFF)**
- Prepletenostna entropija **lastnih stanj**

Predstavitev v štirih točkah

1 Nastop **večdelčne lokalizacije (MBL)** v modelu t - J

2 Vloga **spinskega** in **potencialnega** nereda

3 Metoda: **polna numerična diagonalizacija**

4 Indikatorji:

- Povprečno razmerje razmikov med sosednjimi nivoji
- **Spektralni oblikovni faktor (SFF)**
- Prepletenostna entropija **lastnih stanj**

Predstavitev v štirih točkah

1 Nastop **večdelčne lokalizacije (MBL)** v modelu t - J

2 Vloga **spinskega** in **potencialnega** nereda

3 Metoda: **polna numerična diagonalizacija**

4 Indikatorji:

- Povprečno razmerje razmikov med sosednjimi nivoji
- **Spektralni oblikovni faktor (SFF)**
- Prepletenostna entropija **lastnih stanj**

Predstavitev v štirih točkah

1 Nastop **večdelčne lokalizacije (MBL)** v modelu t - J

2 Vloga **spinskega** in **potencialnega** nereda

3 Metoda: **polna numerična diagonalizacija**

4 Indikatorji:

- Povprečno razmerje razmikov med sosednjimi nivoji
- **Spektralni oblikovni faktor (SFF)**
- Prepletenostna entropija **lastnih stanj**

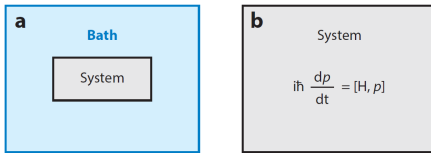
Osnovne zahteve za nastop **MBL**

- **Zaprti** kvantni sistemi

Nandkishore, Huse, 2015

Osnovne zahteve za nastop **MBL**

- **Zaprti** kvantni sistemi

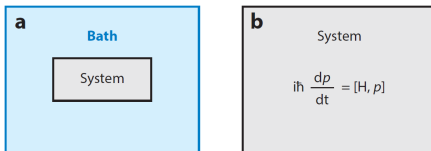


Nandkishore, Huse, 2015

- Meddelčne interakcije

Osnovne zahteve za nastop **MBL**

- **Zaprti** kvantni sistemi

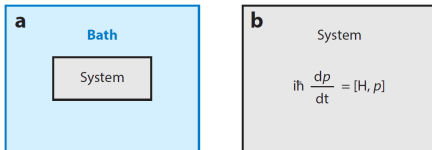


Nandkishore, Huse, 2015

- **Meddelčne interakcije**
- Prisotnost **nereda**

Osnovne zahteve za nastop **MBL**

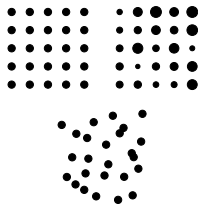
- **Zaprta** kvantni sistemi



Nandkishore, Huse, 2015

- **Meddelčne interakcije**

- Prisotnost **nereda**



- 1 Značilnosti MBL sistemov
- 2 Vpeljava modela t - J
- 3 Predstavitev numeričnih rezultatov
 - Statistika sosednjih energijskih nivojev
 - **Spektralni oblikovni faktor (SFF)**
 - Prepletenostna entropija
- 4 Zaključek

Značilnosti MBL sistemov

- NEERGODIČNOST

Abanin, Altman, Bloch, Serbyn, 2018

- PREPLETENOSTNA ENTROPIJA:

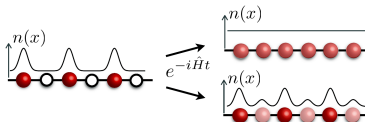
- Površinsko skaliranje za lastna stanja
- Logaritemsko naraščanje s časom → glej rdeči okvir

- POSEBNE LASTNOSTI ENERGIJSKIH SPEKTROV

- Predmet naše numerične analize

Značilnosti MBL sistemov

- **NEERGODIČNOST**



Abanin, Altman, Bloch, Serbyn, 2018

- **PREPLETENOSTNA ENTROPIJA:**

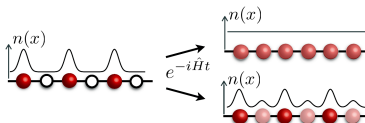
- Površinsko skaliranje za lastna stanja
- Logaritemsko naraščanje s časom → **glej rdeči okvir**

- **POSEBNE LASTNOSTI ENERGIJSKIH SPEKTROV**

- Predmet naše numerične analize

Značilnosti MBL sistemov

- NEERGODIČNOST



Abanin, Altman, Bloch, Serbyn, 2018

- PREPLETENOSTNA ENTROPIJA:

- Površinsko skaliranje za lastna stanja
- Logaritemsko naraščanje s časom → glej rdeči okvir

PHYSICAL REVIEW B 77, 064426 (2008)

Many-body localization in the Heisenberg XXZ magnet in a random field

Marko Žnidarič,¹ Tomaž Prosen,¹ and Peter Prelovšek^{1,2}

¹Department of Physics, FMF, University of Ljubljana, Jadranska 19, SI-1000 Ljubljana, Slovenia

²Jožef Stefan Institute, Jamova 39, SI-1000 Ljubljana, Slovenia

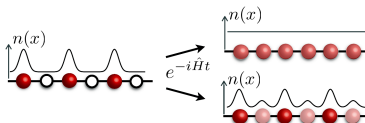
(Received 31 August 2007; revised manuscript received 8 November 2007; published 25 February 2008)

- POSEBNE LASTNOSTI ENERGIJSKIH SPEKTROV

- Predmet naše numerične analize

Značilnosti MBL sistemov

● NEERGODIČNOST



Abanin, Altman, Bloch, Serbyn, 2018

● PREPLETENOSTNA ENTROPIJA:

- Površinsko skaliranje za lastna stanja
- Logaritemsko naraščanje s časom → **glej rdeči okvir**

PHYSICAL REVIEW B 77, 064426 (2008)

Many-body localization in the Heisenberg XXZ magnet in a random field

Marko Žnidarič¹, Tomaž Prosen,¹ and Peter Prelovšek^{1,2}

¹Department of Physics, FMF, University of Ljubljana, Jadranska 19, SI-1000 Ljubljana, Slovenia

²Jožef Stefan Institute, Jamova 39, SI-1000 Ljubljana, Slovenia

(Received 31 August 2007; revised manuscript received 8 November 2007; published 25 February 2008)

● POSEBNE LASTNOSTI ENERGIJSKIH SPEKTROV

- Predmet naše numerične analize

Model t - J

Hamiltonka

Spin: $S = 1/2$

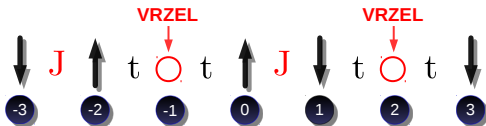
$$H = -t \sum_{i,\sigma} \left(\tilde{c}_{i,\sigma}^\dagger \tilde{c}_{i+1,\sigma} + c.c. \right) + J \sum_i \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_{i+1} + \sum_i h_i S_i^z + \sum_{i,\sigma} u_i n_{i,\sigma}$$

- Projicirani fermionski operatorji: $\tilde{c}_{i,\sigma} = (1 - n_{i,-\sigma})c_{i,\sigma}$
- h_i, u_i : spinski in vrzelni nered, škatlasti porazdelitvi s parametroma W in H
- Preučujemo: 1D, $S^z = 0$ periodični robni pogoji

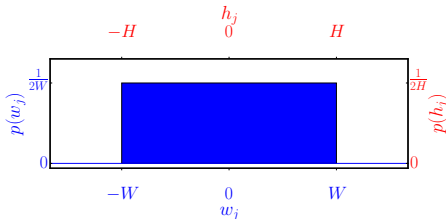
Model t - J

$t = 1$

$J = 1$



Oznake: L - št. mest, N_h - št. vrzeli, N_u - število spinov \uparrow



Spinski (W) in vrzelni (H) nered

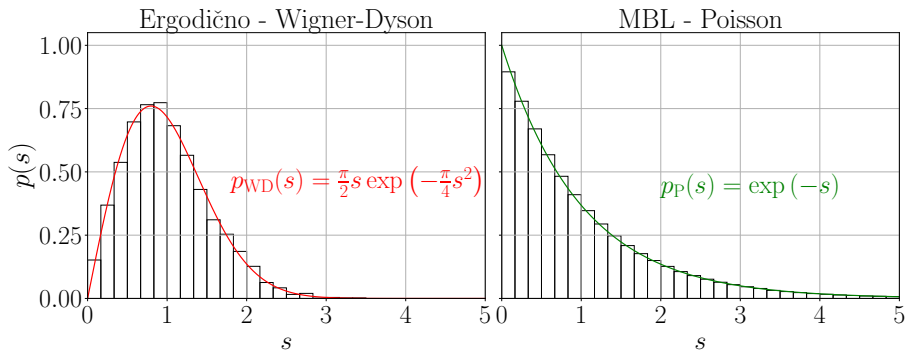
Povprečno razmerje razmikov

- Analiziramo **statistične lastnosti** energijskega spektra hamiltonke
- Upoštevamo **teorijo naključnih matrik (RMT)**:
 - **Ergodični** sistemi: spektralna statistika ustreza Gaussovemu ortogonalnemu ansamblu (**GOE**)
 - **MBL** sistemi: sosednji nivoji porazdeljeni v skladu s **Poissonovo** porazdelitvijo
- Upoštevamo korelacije med **NAJBLIŽJIMI** nivoji v spektru!

Povprečno razmerje razmikov

- Analiziramo **statistične lastnosti** energijskega spektra

Statistika razmikov med sosednjimi energijskimi nivoji



- Upoštevamo korelacije med **NAJBLIŽJIMI** nivoji v spektru!

Povprečno razmerje razmikov

- Razmiki med **sosednjimi** energijskimi nivoji:

$$\delta_n = E_{n+1} - E_n \geq 0$$

- Definiramo **razmerje razmikov**:

$$0 \leq r_n = \min\{\delta_n, \delta_{n-1}\} / \max\{\delta_n, \delta_{n-1}\} \leq 1$$

- **KLJUČNO**: limitni povprečni vrednosti $\langle r \rangle$ sta dobro znani:

$$\langle r \rangle_{\text{GOE}} = 0.5307, \quad \langle r \rangle_{\text{P}} = 2 \ln 2 - 1 \approx 0.3863$$

Povprečno razmerje razmikov

- Razmiki med **sosednjimi** energijskimi nivoji:

$$\delta_n = E_{n+1} - E_n \geq 0$$

- Definiramo **razmerje razmikov**:

$$0 \leq r_n = \min\{\delta_n, \delta_{n-1}\} / \max\{\delta_n, \delta_{n-1}\} \leq 1$$

- **KLJUČNO**: limitni povprečni vrednosti $\langle r \rangle$ sta dobro znani:

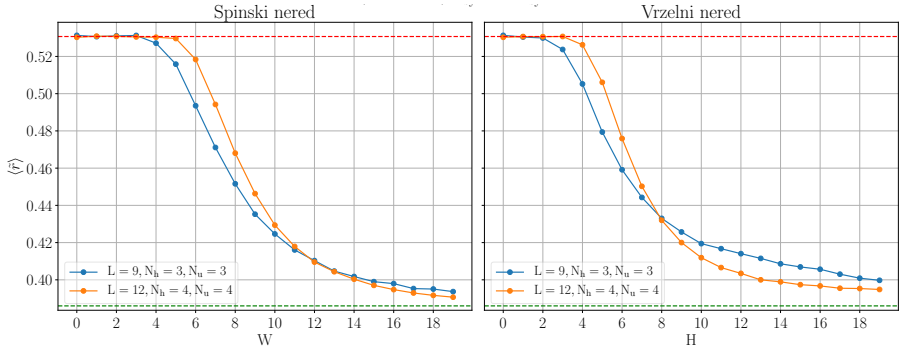
$$\langle r \rangle_{\text{GOE}} = 0.5307, \quad \langle r \rangle_{\text{P}} = 2 \ln 2 - 1 \approx 0.3863$$

VPRAŠANJE:

- **Nastopi MBL za oba tipa nereda?**

Rezultati

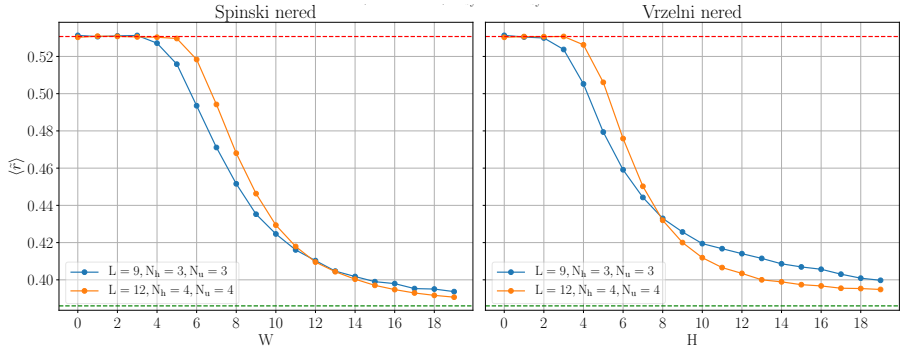
Tretjinsko dopiranje, $N_h = L/3$:



MBL za oba tipa nereda

Rezultati

Tretjinsko dopiranje, $N_h = L/3$:

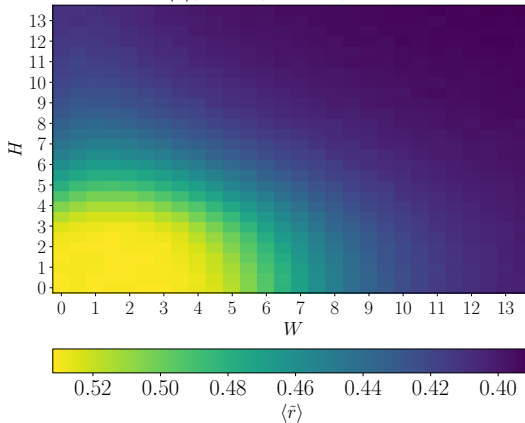


MBL za oba tipa nereda

Rezultati

Oba tipa nereda hkrati

$$\langle \tilde{r} \rangle, L = 9, N_h = 3, N_u = 3$$



Rumena → ergodično

Modra → MBL

Spektralni oblikovni faktor (SFF)

Definicija

$$K(\tau) := \left\langle \frac{1}{N} \sum_{i,j}^N e^{-i(E_i - E_j)\tau} \right\rangle$$

Povezani spektralni oblikovni faktor

$$K_c(\tau) := K(\tau) - \left| \left\langle \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_i e^{-iE_i\tau} \right\rangle \right|^2$$

Upoštevamo korelacije med **VSEMI** energijskimi nivoji v spektru!

Spektralni oblikovni faktor (SFF)

$K(\tau)$ v ergodičnem sistemu

$$K_{\text{GOE}}(\tau) = \begin{cases} 2\tau - \tau \log(1 + 2\tau), & \tau \leq 1, \\ 2 - \tau \log\left(\frac{2\tau+1}{2\tau-1}\right), & \tau > 1. \end{cases}$$

$K(\tau)$ v MBL (in integrabilnih) sistemih

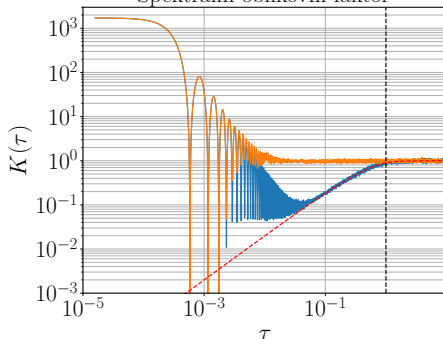
$$K_{\text{P}}(\tau) = 1$$

Spektralni oblikovni faktor (SFF)

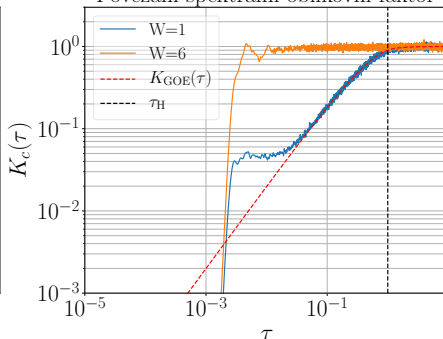
$K(\tau)$ v ergodičnem sistemu

$$K_{\text{GOE}}(\tau) = \begin{cases} 2\tau - \tau \log(1 + 2\tau), & \tau \leq 1, \\ 2 - \tau \log\left(\frac{2\tau+1}{2\tau-1}\right), & \tau > 1. \end{cases}$$

SFF v ergodičnem in MBL režimu, $L = 14$, $N_h = 0$, $N_u = 7$
Spektralni oblikovni faktor

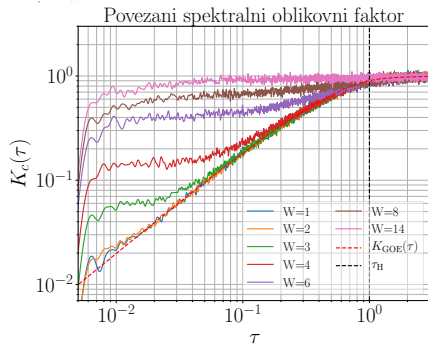


Povezani spektralni oblikovni faktor

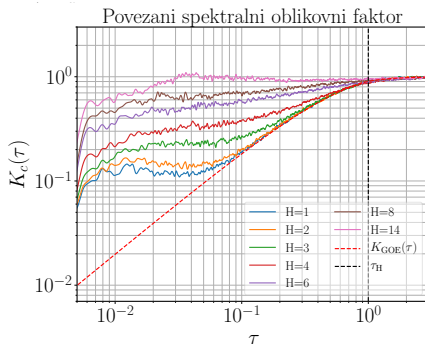


SFF - rezultati

Tretjinsko dopiranje - $L = 9, N_h = 3, N_u = 3$



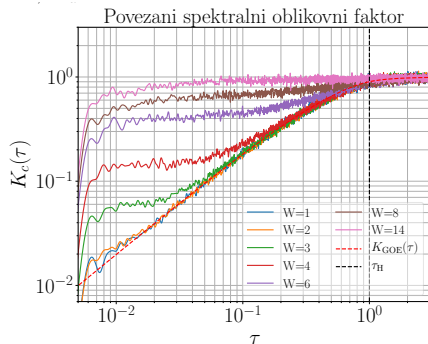
Spinski nered.



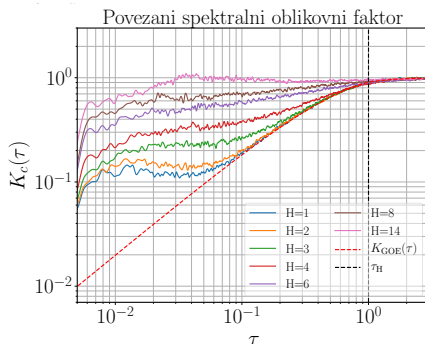
Vrzelni nered.

SFF - rezultati

Tretjinsko dopiranje - $L = 9, N_h = 3, N_u = 3$



Spinski nered.



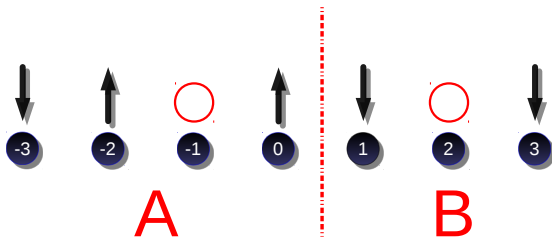
Vrzelni nered.

Prehod v MBL za oba tipa nereda.

Prepletenostna entropija

Računamo: Prepletenostno entropijo **VSEH** lastnih stanj.

Sistem razdelimo na **podсистema** A in B.



Prepletenostna entropija

Računamo: Prepletenostno entropijo **VSEH** lastnih stanj.

Sistem razdelimo na **podсистема** A in B.

Reducirana gostotna matrika podсистema:

$$\rho_A = \text{Tr}_B \rho, \quad \rho = |\psi\rangle\langle\psi|$$

Prepletenostna entropija - von Neumannova entropija podсистema

$$S_{\text{ent}}(A) = -\text{Tr} \{ \rho_A \log \rho_A \} = - \sum_{i=1}^{d_A} \lambda_i^A \log \lambda_i^A$$

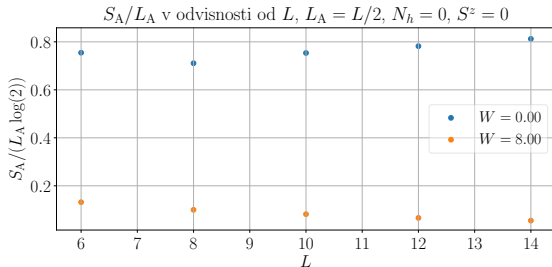
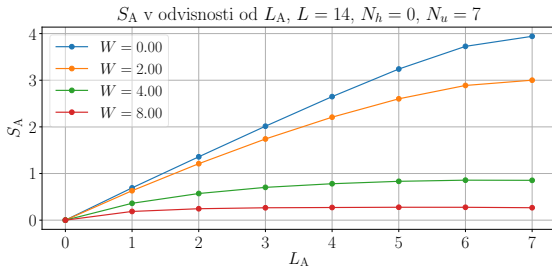
Prepletenostna entropija

Volumsko skaliranje:

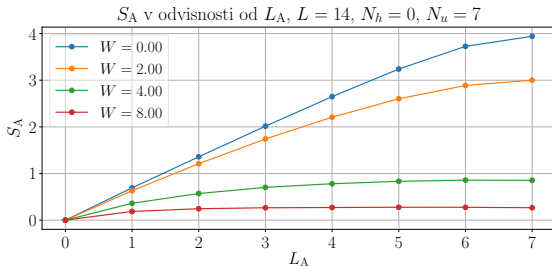
$$S_A \propto L_A, \quad L \rightarrow \infty$$

Površinsko skaliranje:

$$S_A/L = \text{const.}, \quad L \rightarrow \infty$$



Prepletenostna entropija

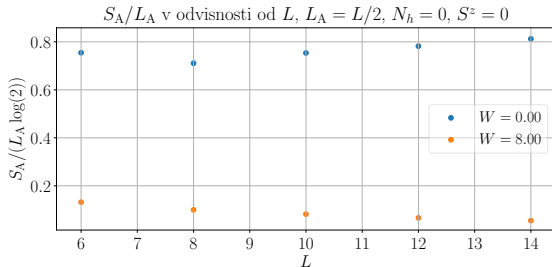


Volumsko skaliranje:

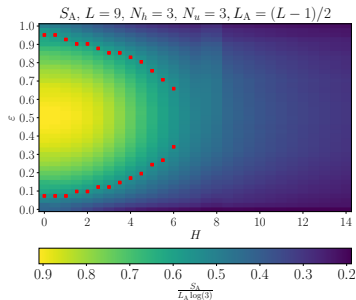
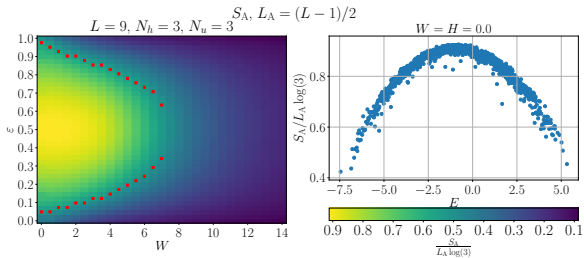
$$S_A/L = \text{const.}, \quad L \rightarrow \infty$$

Površinsko skaliranje:

$$S_A/L \rightarrow 0, \quad L \rightarrow \infty$$



Prepletenostna entropija - rezultati



Zaključek

- 1 Končno dopiranje - nastop MBL za oba tipa nereda
- 2 Ujemajoče se napovedi treh različnih indikatorjev
- 3 Implementacija SFF odpira nove raziskovalne možnosti

Zaključek

Hvala za pozornost!