

Spektralne lastnosti modela t - J in večdelčna lokalizacija

Avtor: Jan Šuntajs
Mentor: prof. dr. Janez Bonča
Somentor: doc. dr. Lev Vidmar

4. september 2018

Univerza v Ljubljani
Fakulteta za *matematiko in fiziko*



Predstavitev v štirih točkah

1 Nastop **večdelčne lokalizacije (MBL)** v modelu t - J

2 Vloga **spinskega** in **potencialnega** nereda

3 Metoda: **polna numerična diagonalizacija**

4 Indikatorji:

- Povprečno razmerje razmikov med sosednjimi nivoji
- **Spektralni oblikovni faktor (SFF)**
- Prepletenostna entropija **lastnih stanj**

Predstavitev v štirih točkah

1 Nastop **večdelčne lokalizacije (MBL)** v modelu t - J

2 Vloga **spinskega** in **potencialnega** nereda

3 Metoda: **polna numerična diagonalizacija**

4 Indikatorji:

- Povprečno razmerje razmikov med sosednjimi nivoji
- **Spektralni oblikovni faktor (SFF)**
- Prepletenostna entropija **lastnih stanj**

Predstavitev v štirih točkah

1 Nastop **večdelčne lokalizacije (MBL)** v modelu t - J

2 Vloga **spinskega** in **potencialnega** nereda

3 Metoda: **polna numerična diagonalizacija**

4 Indikatorji:

- Povprečno razmerje razmikov med sosednjimi nivoji
- **Spektralni oblikovni faktor (SFF)**
- Prepletenostna entropija **lastnih stanj**

Predstavitev v štirih točkah

1 Nastop **večdelčne lokalizacije (MBL)** v modelu t - J

2 Vloga **spinskega** in **potencialnega** nereda

3 Metoda: **polna numerična diagonalizacija**

4 Indikatorji:

- Povprečno razmerje razmikov med sosednjimi nivoji
- **Spektralni oblikovni faktor (SFF)**
- Prepletenostna entropija **lastnih stanj**

Predstavitev v štirih točkah

1 Nastop **večdelčne lokalizacije (MBL)** v modelu t - J

2 Vloga **spinskega** in **potencialnega** nereda

3 Metoda: **polna numerična diagonalizacija**

4 Indikatorji:

- Povprečno razmerje razmikov med sosednjimi nivoji
- **Spektralni oblikovni faktor (SFF)**
- Prepletenostna entropija **lastnih stanj**

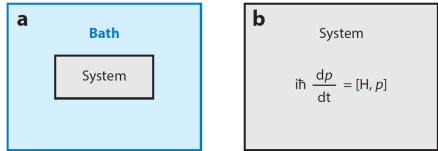
MBL - glavni poudarki

- **Zaprte** kvantni sistemi

Nandkishore, Huse, 2015

MBL - glavni poudarki

- **Zaprta** kvantni sistemi

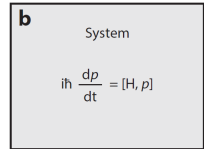
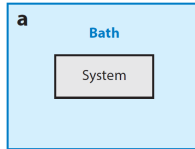


Nandkishore, Huse, 2015

- Meddelčne interakcije

MBL - glavni poudarki

- **Zaprti** kvantni sistemi

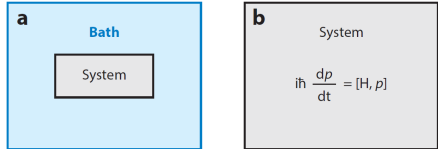


Nandkishore, Huse, 2015

- **Meddelčne interakcije**
- Prisotnost **nereda**

MBL - glavni poudarki

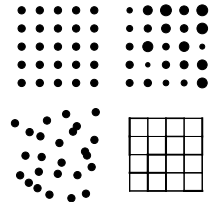
- **Zaprti** kvantni sistemi



Nandkishore, Huse, 2015

- **Meddelčne interakcije**

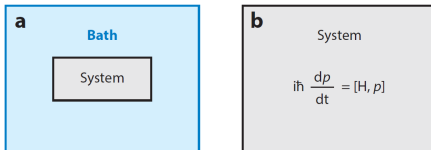
- Prisotnost **nereda**



- Odsotnost **TERMALIZACIJE**

MBL - glavni poudarki

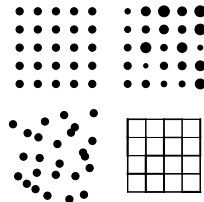
- **Zaprti** kvantni sistemi



Nandkishore, Huse, 2015

- **Meddelčne interakcije**

- Prisotnost **nereda**



- Odsotnost **TERMALIZACIJE**

- 1 Značilnosti MBL sistemov
 - Hipoteza termalizacije lastnih stanj (**ETH**)
- 2 Vpeljava modela t - J
- 3 Predstavitev numeričnih rezultatov
 - Statistika sosednjih energijskih nivojev
 - **Spektralni oblikovni faktor (SFF)**
 - Prepletenostna entropija
- 4 Zaključek



NEERGODIČNOST

Abanin, Altman, Bloch, Serbyn, 2018

• PREPLETENOSTNA ENTROPIJA:

- Površinsko skaliranje za lastna stanja
- Logaritemsko naraščanje s časom

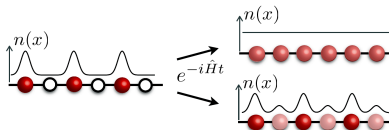
• POSEBNE LASTNOSTI ENERGIJSKIH SPEKTROV

- Predmet naše numerične analize

Značilnosti MBL sistemov



NEERGODIČNOST



Abanin, Altman, Bloch, Serbyn, 2018

● PREPLETENOSTNA ENTROPIJA:

- Površinsko skaliranje za lastna stanja
- Logaritemsko naraščanje s časom

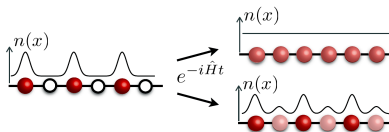
● POSEBNE LASTNOSTI ENERGIJSKIH SPEKTROV

- Predmet naše numerične analize

Značilnosti MBL sistemov



NEERGODIČNOST



Abanin, Altman, Bloch, Serbyn, 2018

● PREPLETENOSTNA ENTROPIJA:

- Površinsko skaliranje za lastna stanja
- Logaritemsko naraščanje s časom

PHYSICAL REVIEW B 77, 064426 (2008)

Many-body localization in the Heisenberg XXZ magnet in a random field

Marko Žnidarič,¹ Tomaž Prosen,¹ and Peter Prelovšek^{1,2}

¹Department of Physics, FMF, University of Ljubljana, Jadranska 19, SI-1000 Ljubljana, Slovenia

²Jožef Stefan Institute, Jamova 39, SI-1000 Ljubljana, Slovenia

(Received 31 August 2007; revised manuscript received 8 November 2007; published 25 February 2008)

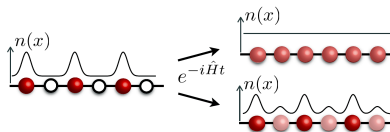
● POSEBNE LASTNOSTI ENERGIJSKIH SPEKTROV

- Predmet naše numerične analize

Značilnosti MBL sistemov



NEERGODIČNOST



Abanin, Altman, Bloch, Serbyn, 2018

● PREPLETENOSTNA ENTROPIJA:

- Površinsko skaliranje za lastna stanja
- Logaritemsko naraščanje s časom

PHYSICAL REVIEW B 77, 064426 (2008)

Many-body localization in the Heisenberg XXZ magnet in a random field

Marko Žnidarič,¹ Tomaž Prosen,¹ and Peter Prelovšek^{1,2}

¹Department of Physics, FMF, University of Ljubljana, Jadranska 19, SI-1000 Ljubljana, Slovenia

²Jožef Stefan Institute, Jamova 39, SI-1000 Ljubljana, Slovenia

(Received 31 August 2007; revised manuscript received 8 November 2007; published 25 February 2008)

● POSEBNE LASTNOSTI ENERGIJSKIH SPEKTROV

- Predmet naše numerične analize

Hipoteza termalizacije lastnih stanj (**ETH**)

Če sistem termalizira \iff **lastna stanja** $|m\rangle$ so “**TERMALNA**”



Pričakovane vrednosti opazljivk so enake ansambelskim povprečjem:

$$\langle m | \hat{O} | m \rangle = \langle \hat{O} \rangle_T$$

ETH ne velja v **INTEGRABILNIH** in **MBL** sistemih

Hipoteza termalizacije lastnih stanj (**ETH**)

Če sistem termalizira \iff **lastna stanja** $|m\rangle$ so “**TERMALNA**”



Pričakovane vrednosti opazljivk so enake ansambelskim povprečjem:

$$\langle m | \hat{O} | m \rangle = \langle \hat{O} \rangle_T$$

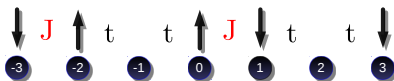
ETH ne velja v **INTEGRABILNIH** in **MBL** sistemih

Hamiltonka

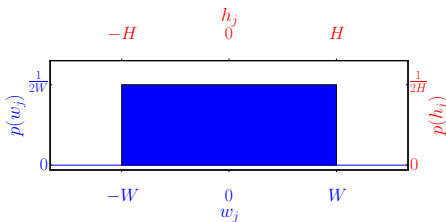
$$H = -t \sum_{i,\sigma} \left(\tilde{c}_{i,\sigma}^\dagger \tilde{c}_{i+1,\sigma} + c.c. \right) + J \sum_i \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_{i+1} + \sum_i h_i S_i^z + \sum_{i,\sigma} u_i n_{i,\sigma}$$

- Projicirani fermionski operatorji: $\tilde{c}_{i,\sigma} = (1 - n_{i,-\sigma})c_{i,\sigma}$
- h_i, u_i : spinski in vrzelni nered, škatlasti porazdelitvi s parametroma W in H
- Preučujemo: 1D, PBC primer, $S^z = 0$

Model t - J



Oznake: L - št. mest, N_h - št. vrzeli, N_u - število spinov \uparrow



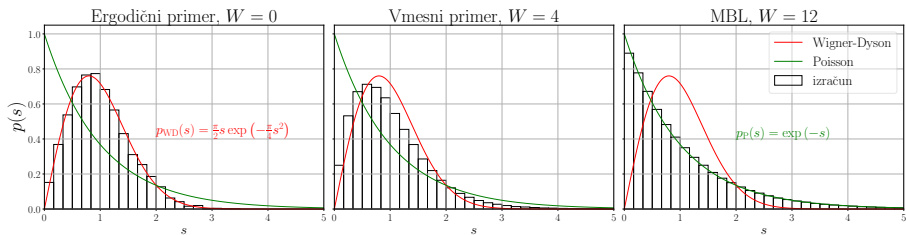
Spinski (W) in vrzelni (H) nered

Preučevanje spektralne statistike

- Preučujemo **porazdelitev razmikov** med sosednjimi nivoji v spektru hamiltonke
- Upoštevamo **teorijo naključnih matrik (RMT)**:
 - **Ergodični** sistemi: spektralna statistika ustreza Gaussovemu ortogonalnemu ansamblu (**GOE**)
 - **MBL** sistemi: sosednji nivoji porazdeljeni v skladu s **Poissonovo** porazdelitvijo, med njimi ni odboja

Preučevanje spektralne statistike

Primeri statistik v ergodičnem, vmesnem in MBL režimu



GOE: Wigner-Dysonova porazdelitev

MBL: Poissonova porazdelitev

Povprečno razmerje razmikov

- Razmiki med **sosednjimi** energijskimi nivoji:

$$\delta_n = E_{n+1} - E_n \geq 0$$

- Definiramo **razmerje razmikov**:

$$0 \leq r_n = \min\{\delta_n, \delta_{n-1}\} / \max\{\delta_n, \delta_{n-1}\} \leq 1$$

- **KLJUČNO**: limitni povprečni vrednosti $\langle r \rangle$ sta dobro znani:

$$\langle r \rangle_{\text{GOE}} = 0.5307, \quad \langle r \rangle_{\text{P}} = 2 \ln 2 - 1 \approx 0.3863$$

Povprečno razmerje razmikov

- Razmiki med **sosednjimi** energijskimi nivoji:

$$\delta_n = E_{n+1} - E_n \geq 0$$

- Definiramo **razmerje razmikov**:

$$0 \leq r_n = \min\{\delta_n, \delta_{n-1}\} / \max\{\delta_n, \delta_{n-1}\} \leq 1$$

- **KLJUČNO**: limitni povprečni vrednosti $\langle r \rangle$ sta dobro znani:

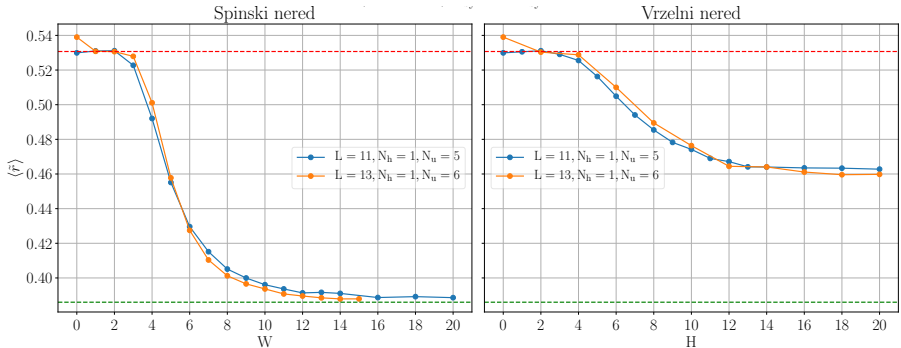
$$\langle r \rangle_{\text{GOE}} = 0.5307, \quad \langle r \rangle_{\text{P}} = 2 \ln 2 - 1 \approx 0.3863$$

VPRAŠANJI:

- **Nastopi MBL za oba tipa nereda?**
- **Kakšna je vloga dopiranja?**

Rezultati

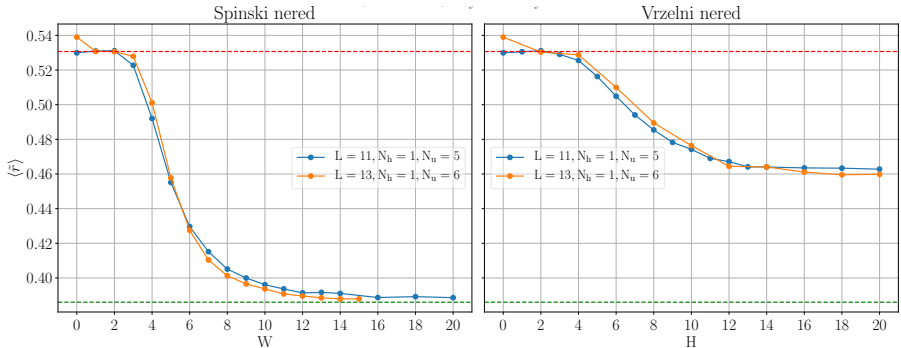
Dopiranje z eno vrzeljo, $N_h = 1$:



VRZELNI NERED: ni MBL

Rezultati

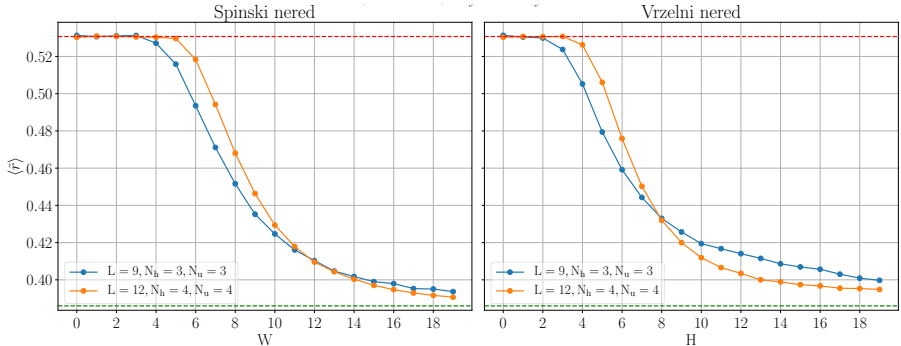
Dopiranje z eno vrzeljo, $N_h = 1$:



VRZELNI NERED: ni MBL

Rezultati

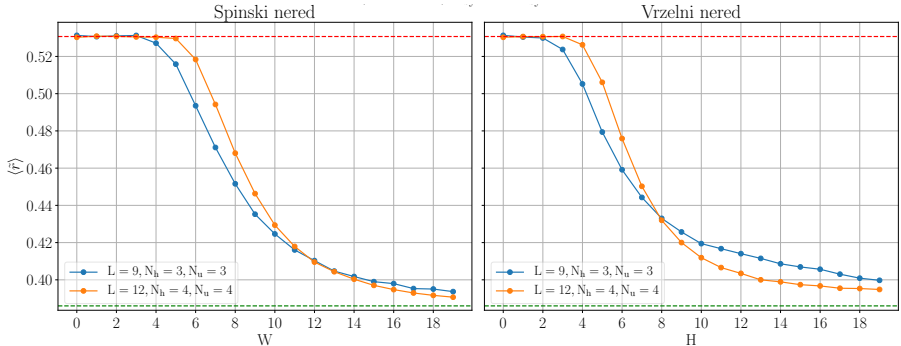
Tretjinsko dopiranje, $N_h = L/3$:



MBL za oba tipa nereda

Rezultati

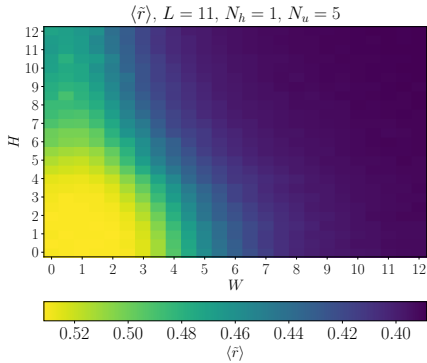
Tretjinsko dopiranje, $N_h = L/3$:



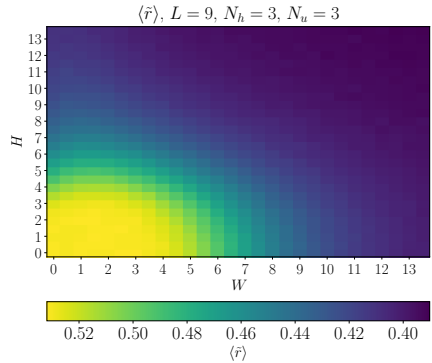
MBL za oba tipa nereda

Rezultati

Oba tipa nereda hkrati



Ena vrzel.



Tretjinsko dopiranje.

Spektralni oblikovni faktor (SFF)

Definicija

$$K(\tau) := \left\langle \frac{1}{N} \sum_{i,j}^N e^{-i(E_i - E_j)\tau} \right\rangle$$

Spektralni oblikovni faktor (SFF)

Definicija

$$K(\tau) := \left\langle \frac{1}{N} \sum_{i,j}^N e^{-i(E_i - E_j)\tau} \right\rangle$$

Povezani spektralni oblikovni faktor

$$K_c(\tau) := K(\tau) - \left| \left\langle \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_i e^{-iE_i\tau} \right\rangle \right|^2$$

Spektralni oblikovni faktor (SFF)

$K(\tau)$ v ergodičnem sistemu

$$K_{\text{GOE}}(\tau) = \begin{cases} 2\tau - \tau \log(1 + 2\tau), & \tau \leq 1, \\ 2 - \tau \log\left(\frac{2\tau+1}{2\tau-1}\right), & \tau > 1. \end{cases}$$

$K(\tau)$ v MBL (in integrabilnih) sistemih

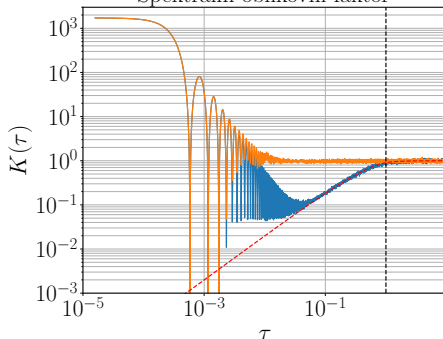
$$K(\tau) = 1$$

Spektralni oblikovni faktor (SFF)

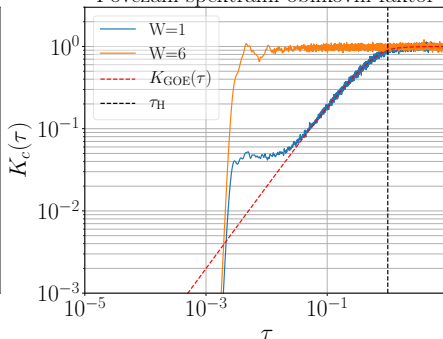
$K(\tau)$ v ergodičnem sistemu

$$K_{\text{GOE}}(\tau) = \begin{cases} 2\tau - \tau \log(1 + 2\tau), & \tau \leq 1, \\ 2 - \tau \log\left(\frac{2\tau+1}{2\tau-1}\right), & \tau > 1. \end{cases}$$

SFF v ergodičnem in MBL režimu, $L = 14$, $N_h = 0$, $N_u = 7$
Spektralni oblikovni faktor

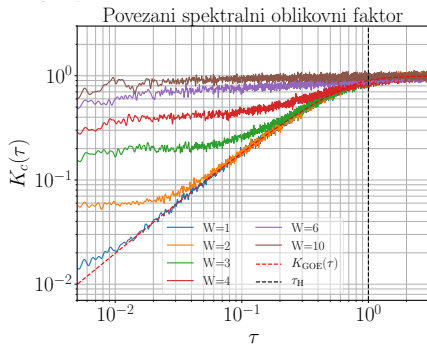


Povezani spektralni oblikovni faktor

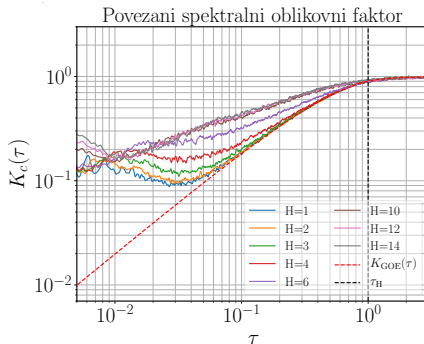


SFF - rezultati

Ena vrzel - $L = 11, N_h = 1, N_u = 5$



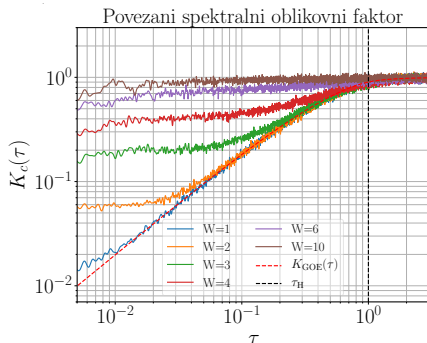
Spinski nered.



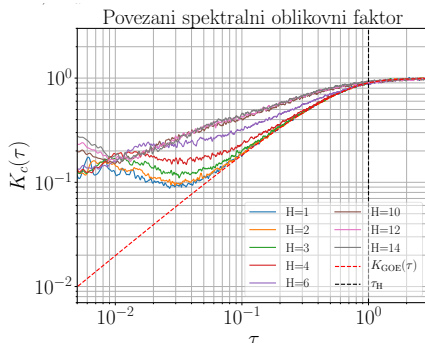
Vrzelni nered - **ni MBL**.

SFF - rezultati

Ena vrzel - $L = 11, N_h = 1, N_u = 5$



Spinski nered.

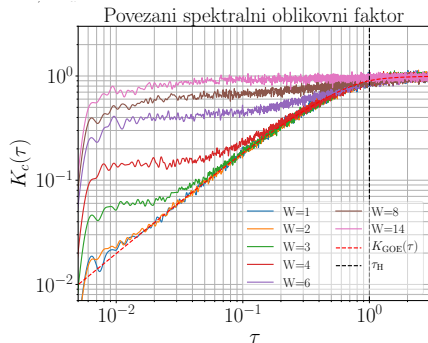


Vrzelni nered - **ni MBL**.

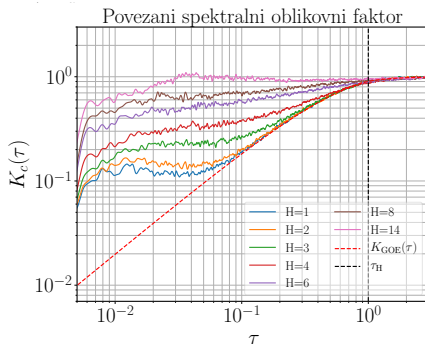
Za vrzelni nered NI PREHODA - vmesno obnašanje.

SFF - rezultati

Tretjinsko dopiranje - $L = 9, N_h = 3, N_u = 3$



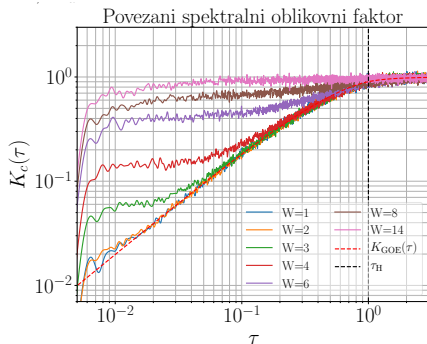
Spinski nered.



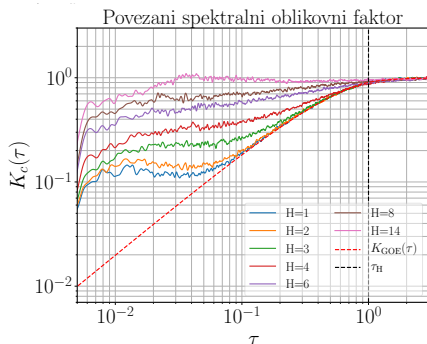
Vrzelni nered.

SFF - rezultati

Tretjinsko dopiranje - $L = 9, N_h = 3, N_u = 3$



Spinski nered.



Vrzelni nered.

Prehod v MBL za oba tipa nereda.