Resumo sobre diferentes tipos de testes

1) Razão Verossimilhança

$$H_0: \theta \in \Omega_0$$
$$H_1: \theta \in \Omega_1$$

Definimos a estatística de teste

MLE Em Ω_0

$$\Delta(x) = \frac{\sup_{\theta \in \Omega_0} f_n(x|\theta)}{\sup_{\theta \in \Omega} f(x|\theta)} \leq 1$$

MLE em Ω

Rejeitamos de $\Delta(x) \leq K$, $K \in (0,1)$

Porque se $\Delta(x) \to 1 \Rightarrow \theta \in \Omega_0$ fica mais evidente

Note que queremos que

$$\sup_{\theta \in \Theta_0} \mathbb{P}(\Delta(x) \leq k \mid \theta) \leq \alpha_0$$

H_0 verdade

$-2 \log \Lambda(x) \xrightarrow{d} \chi^2_j, \; j = \dim(\Omega_0)$

2) Teste t: testes baseados na distribuição t.

$X_1, \dots, X_n \sim N(\mu, \sigma^2)$, μ e σ^2 desconhecidos

$$H_0: \mu \leq \mu_0$$
$$H_1: \mu > \mu_0$$

$U := n^{1/2} \dfrac{\bar{X}_n - \mu_0}{\sigma'}$ é a estatística de teste

Rejeitamos H_0 se $U \geq c$.

Quando $\mu = \mu_0 \Rightarrow U \sim t_{n-1}$

Sabemos que

$$\pi(\mu, \sigma^2 | \delta) = \begin{cases} \alpha_0, & \mu = \mu_0 \\ < \alpha_0, & \mu < \mu_0 \\ > \alpha_0 & \mu > \mu_0 \end{cases}$$

E $\mu \to -\infty \Rightarrow \pi(\mu, \sigma^2|\delta) \to 0$
$\mu \to \infty \Rightarrow \pi(\mu, \sigma^2|\delta) \to 1$

Se $\mu \neq \mu_0$, dizemos que $U \sim t_\psi(n-1)$, onde ψ é parâmetro de não centralidade (Ela vem da normal que gera a t-sudent). No caso,

$$\psi = n^{1/2}(\mu - \mu_0)/\sigma$$

P-valor: $1 - T_{n-1}(u)$

3. Teste t para comparar médias de normais

$$H_0: \mu_1 \leq \mu_2$$
$$H_1: \mu_1 > \mu_2$$

Assume as variâncias são iguais a σ^2

$$S_x = \sum_{i=1}^{m} (x_i - \bar{X})^2, \quad S_y = \sum_{i=1}^{n} (Y_i - \bar{Y})^2$$

$$U = \frac{(m+n-2)^{1/2}(\bar{X}_n - \bar{Y}_n)}{(1/n + 1/m)^{1/2}(S_x^2 + S_y^2)^{1/2}}$$

$$U \sim t_\psi(m+n-2), \quad \psi = \frac{\mu_1 - \mu_2}{\sigma\left(\frac{1}{m} + \frac{1}{n}\right)^{1/2}}$$

4. Teste F: Comparando variâncias

$$H_0: \sigma_1^2 \leq \sigma_2^2$$
$$H_1: \sigma_1^2 > \sigma_2^2$$

$$V = \frac{S_x^2/(m-1)}{S_y^2/(n-1)}$$

Rejeitamos H_0 se $V \geq c = F^{-1}_{m-1,n-1}(1-\alpha_0)$

Observamos que $\left(\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}\right) V \sim F_{m-1,n-1}$

Obs.: $Y \sim \chi^2_m$ e $W \sim \chi^2_n$,

$$X = \frac{Y/m}{W/n} \sim F_{m,n}$$

Lembre que $1/X \sim F_{n,m}$ e se $Y \sim t_n \Rightarrow Y^2 \sim F_{1,n}$