VU W-Theorie und Statistik (LV 844260) WS 2024/25

Übungsprogramm 04 **14./15.11.2024**

Kapitel 4 (Teil 2) - Eindimensionale Zufallsgrößen

Für dieses Kapitel sind die folgende Aufgaben vorgesehen.

Übungen zur Poisson- und Exponentialverteilung:

Aufgabe 1.) Die Anzahl der Tanker, die täglich eine Raffinerie anlaufen, besitze eine Poisson-Verteilung mit Parameter $\mu = 4$. Die Raffinerie kann täglich bis zu 5 Tanker abfertigen. Weitere Tanker müssen abgewiesen werden.

- Was ist die wahrscheinlichste Anzahl von Tankern, die an einem Tag die Raffinerie anlaufen?
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, an einem Tag (mindestens) einen Tanker abweisen zu müssen?

Aufgabe 2.) Die Zeit zwischen zwei Anrufen in einem Callcenter sei exponentialverteilt mit dem Parameter $\lambda = \frac{1}{3}$ (Maßeinheit: pro Stunde).

- Mit welcher Wahrscheinlichkeit gibt es im Zeitintervall $[0,2]$ (Stunden) keinen Anruf?
- Mit welcher Wahrscheinlichkeit gibt es im Zeitintervall $[0,1]$, also innerhalb der ersten Stunde, wenigstens einen Anruf?

Übungen zu Erwartungswert, Varianz und zu Funktionen von Zufallsgrößen:

Aufgabe 3.) Im Abschnitt 4.5 des Vorlesungsskriptums wurden der Erwartungswert und die Varianz für Zufallsgrößen X berechnet, die

- nach einer diskreten Gleichverteilung, $P(X = j) = \frac{1}{k}$, $j = 1, \ldots, k$ bzw.
- nach einer kontinuierlichen Gleichverteilung auf dem Intervall $[a,b]$

verteilt sind. Überprüfen Sie diese Formeln mit Hilfe einer Simulation, indem Sie Werte für k, a und b wählen und den Mittelwert und die Varianz einer künstlichen Stichprobe berechnen.

Aufgabe 4.) Zufällige Schwankungen bei der Herstellung würfelförmiger Behälter führen zu Abweichungen in der Kantenlänge X. Diese Größe X unterliege einer kontinuierlichen Gleichverteilung auf dem Intervall $[a,b]$. Erzeugen Sie für den Fall $a = 0.99$ und $b = 1.01$ (1 % Abweichung) jeweils 10000 Zufallszahlen der Kantenlänge X und des entsprechenden Volumens $U = X^3$ und vergleichen Sie die Histogramme. Ermitteln Sie den Erwartungswert für das Volumen U der Behälter.