

Kapitel 6 - Stichprobentheorie

Für dieses Kapitel sind die folgende Aufgaben vorgesehen.

Aufgabe 1.) (Pseudozufallszahlen) Zu gegebenem $\alpha > 0$ werde die Folge

$a_n, n = 1, 2, 3, \dots$ definiert durch

$$a_n = n\alpha - \lfloor n\alpha \rfloor,$$

also durch n -mal α minus dem größten Ganzen in n -mal α . Für rationales α ist diese Folge periodisch, für irrationales α sind ihre Werte gleichverteilt im Intervall $[0, 1]$. Überprüfen Sie diese Tatsache, indem Sie – etwa für $\alpha = 1/7$ und für $\alpha = \sqrt{3}$ – die ersten 1000 Folgenglieder mit MATLAB berechnen und diese in einem Histogramm darstellen.

Aufgabe 2.) Gegeben seien drei unabhängige Zufallsgrößen X, Y, Z , welche eine Gleichverteilung im Intervall $[1, 3]$ besitzen mögen. Gesucht ist die Verteilung der Größe $V = XY - XZ^2$. Verwenden Sie dazu entweder Aufgabe 1 oder die im Anhang zu MATLAB vorgestellten Befehle für eine Monte-Carlo-Simulation mit MATLAB und gehen Sie so ähnlich vor wie im Beispiel auf Seite 70 im Skriptum.

Aufgabe 3.) Nehmen Sie die im Datenfile `UE01_Daten.xlsx` angegebene Stichprobe für das Körpergewicht X von 70 Informatikstudenten. Berechnen Sie mit MATLAB das Stichprobenmittel \bar{x} und die Stichprobenvarianz s_x^2 . Schätzen Sie damit die Parameter μ, σ^2 einer Normalverteilung. Plotten Sie ein Histogramm der Daten (flächentreue Darstellung) und die mit den geschätzten Parametern angepasste Normalverteilungskurve. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Student mehr als 100 kg wiegt?

Aufgabe 4.) Die maximal zulässige Belastung der Aufzüge im Fakultätsgebäude für die Technischen Wissenschaften beträgt 1500 kg oder 20 Personen. Ein Aufzug werde von 20 zufällig zusammengewürfelten männlichen Studenten benützt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit werden die 1500 kg überschritten? Nehmen Sie dazu an, dass das Körpergewicht des einzelnen Studenten normalverteilt ist mit Parametern μ, σ^2 , geschätzt aus Aufgabe 3.

Aufgabe 5.) Lösen Sie Aufgabe 4 mit Hilfe einer Simulation, indem Sie 1000 Mal 20 Studierende (Gewichte) unter den 70 Studierenden in `UE01_Daten.xlsx` zufällig auswählen. Die Indizes I für eine Auswahl erhalten Sie mit `I=randsample(1:70, 20)`.