

Kapitel 5 - Mehrdimensionale Zufallsgrößen

Für dieses Kapitel sind die folgende Aufgaben vorgesehen.

Aufgabe 1.) In der Planung zu einem Bauprojekt wurden drei mögliche Risiken identifiziert, die sich im Falle Ihres Eintreten mit einer Auswirkung von 3, 10 oder 1 Million Euro auf die Projektkosten niederschlagen:

	Eintrittswahrscheinlichkeit	Auswirkung
Risiko 1	0.9	0
	0.1	3
Risiko 2	0.95	0
	0.05	10
Risiko 3	0.8	0
	0.2	1

Das Gesamtrisiko ist die Summe der Einzelrisiken als Zufallsgrößen. Erzeugen Sie eine künstliche Stichprobe vom Umfang 1000 der drei Risiken und Ihrer Summe. Berechnen Sie die Mittelwerte und Varianzen. Überprüfen Sie, ob der Mittelwert (bzw. die Varianz) der Summe gleich der Summe der Mittelwerte (bzw. der Varianzen) ist.

Aufgabe 2.) Erzeugen Sie eine Matrix mit 20 mal 50 Zufallszahlen (also 20 Spalten zu je 50 Zufallszahlen = zufällige Werte zwischen 0 und 1). Berechnen Sie die 20 Spaltenmittelwerte und Spaltenvarianzen. Berechnen Sie sodann den Mittelwert und die Varianz der Spaltenmittelwerte. Zeichnen Sie Histogramme Ihrer Ergebnisse und diskutieren Sie diese.

Aufgabe 3.) (Eine gemischte Wahrscheinlichkeitsverteilung) Eine Verkehrsampel ist jeweils 20 Sekunden auf grün und 40 Sekunden auf rot bzw. gelb. Es bezeichne W die Zufallsgröße „Wartezeit an der Ampel“. Kommt man bei grün an, ist die Wartezeit 0. Also ist $P(W = 0) = 1/3$. Ansonsten ist die Wartezeit gleichverteilt im Intervall $[0, 40]$ (Sekunden) mit $P(W > 0) = 2/3$.

(i) Simulieren Sie eine Stichprobe vom Umfang 1000 für die Wartezeiten bei der Ampel, und fertigen Sie ein Histogramm an.

Hinweis: Erzeugen Sie zunächst eine Stichprobe vom Umfang 1000 einer Gleichverteilung X im Intervall $[0, 1]$. Setzen Sie $W = 0$, falls $X < 1/3$ und $W = 60(X - \frac{1}{3})$, falls $X \geq 1/3$ ist.

(ii) Skizzieren Sie die Verteilungsfunktion $F(t) = P(W \leq t)$. Was ist die mittlere Wartezeit $E(W)$?