

1. Найти порядок группы и порядки всех элементов группы Z_{12} .

$$|Z_{12}| = 12 \quad (\mathbb{Z}, +) \quad e = 0$$

$$\text{Card } 0 = 1$$

$$\text{Card } 1 = 12$$

$$\text{Card } 2 = 6$$

$$\text{Card } 3 = 4$$

$$\text{Card } 4 = 3$$

$$\text{Card } 5 = 12$$

$$\text{Card } 6 = 2$$

$$\text{Card } 7 = 12$$

$$\text{Card } 8 = 3$$

$$\text{Card } 9 = 4$$

$$\text{Card } 10 = 6$$

$$\text{Card } 11 = 12$$

2. Найти порядок группы и порядки всех элементов группы Z_{13}^* .

$$|Z_{13}^*| = 12 \quad Z_{13}^* = \{1, 2, 3, \dots, 12\}$$

$$e = 1$$

$$\text{Card } 1 = 1$$

$$\text{Card } 2 = 12$$

$$\text{Card } 3 = 3$$

$$\text{Card } 4 = 6$$

$$\text{Card } 5 = 4$$

$$\text{Card } 6 = 12$$

$$\text{Card } 7 = 12$$

$$\text{Card } 8 = 4$$

$$\text{Card } 9 = 3$$

$$\text{Card } 10 = 6$$

$$\text{Card } 11 = 12$$

$$\text{Card } 12 = 2$$

$$2^2 = 4$$

$$2^3 = 8$$

$$2^4 = 3$$

$$2^5 = 6$$

$$2^6 = 12$$

$$2^7 = 11$$

$$2^8 = 9$$

$$2^9 = 5$$

$$2^{10} = 10$$

$$2^{11} = 7$$

$$2^{12} = 1 = e$$

3. Найти порядок группы и порядки всех элементов группы Q_8 .

$$|Q_8| = 8 \quad Q_8 = \{\pm 1, \pm i, \pm j, \pm k\} \quad e = 1$$

$$\text{Card } 1 = 1$$

$$\text{Card } -1 = 2$$

$$\text{Card } \pm i = 4$$

$$\text{Card } \pm j = 4$$

$$\text{Card } \pm k = 4$$

$$i^2 = j^2 = k^2 = -1$$

4. Найти порядок группы и порядки всех элементов группы V_4 .

$$V_4 = \{ e, (12)(34), (13)(24), (14)(32) \}$$

$$|V_4| = 4$$

$$\text{Card } e = 1$$

$$\text{Card } (12)(34) = ((12)(34))^2 = (12)(34)(12)(34) = (1)(2)(3)(4) = e$$

5. Записать все элементы группы S_3 в виде циклов. Найти порядок группы и порядки всех элементов группы S_3 .

$$S_3 = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \right. \\ \left. \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

$$S_3 = \{ e, (32), (12), (13), (123), (132) \}$$

$$|S_3| = 3! = 6$$

$$\text{Card } e = 1$$

$$\text{Card } (32) = 2$$

$$\text{Card } (12) = 2$$

$$\text{Card } (123) = 3$$

$$\text{Card } (132) = 3$$

$$\text{Card } (13) = 2$$

$$(123)(123) = (132)$$

$$(132)(123) = (1)(2)(3)$$

6. Записать все элементы группы S_4 в виде циклов. Найти порядок группы и порядки всех элементов группы S_4 .

$$S_4 = \{ e, (12), (13), (14), (23), (24), (34), \\ (123), (124), (132), (134), (143), (142), \\ (234), (243), (1234), (1324), (1342), \\ (1423), (1432), (12)(34), (13)(24), (14)(23) \}$$

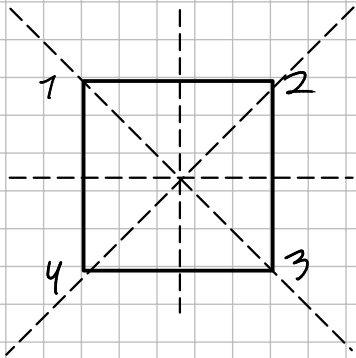
$$|S_4| = 4! = 24$$

7. Записать все элементы группы A_4 в виде циклов. Найти порядок группы и порядки всех элементов группы A_4 .

$$A_4 = \{ e, (123), (132), (124), (142), (134), (143), (234), (243) \}$$

8. Записать все элементы группы D_4 в виде циклов. Найти порядок группы и порядки всех элементов группы D_4 .

$$D_4 = \{ (12)(34), (14)(23), (13), (24), e, \overset{\downarrow 0^\circ}{(1234)}, \overset{\downarrow 90^\circ}{(13)(24)}, \overset{\downarrow 180^\circ}{(1432)}, \overset{\downarrow 270^\circ}{(12)(34)} \}$$



$$|D_4| = 8$$

$$\text{Card } e = 1$$

$$\text{Card}(i, j) = 2$$

$$\text{Card}(i, j, k, t) = 4$$

$$\text{Card}(i, j)(k, t) = 2$$