

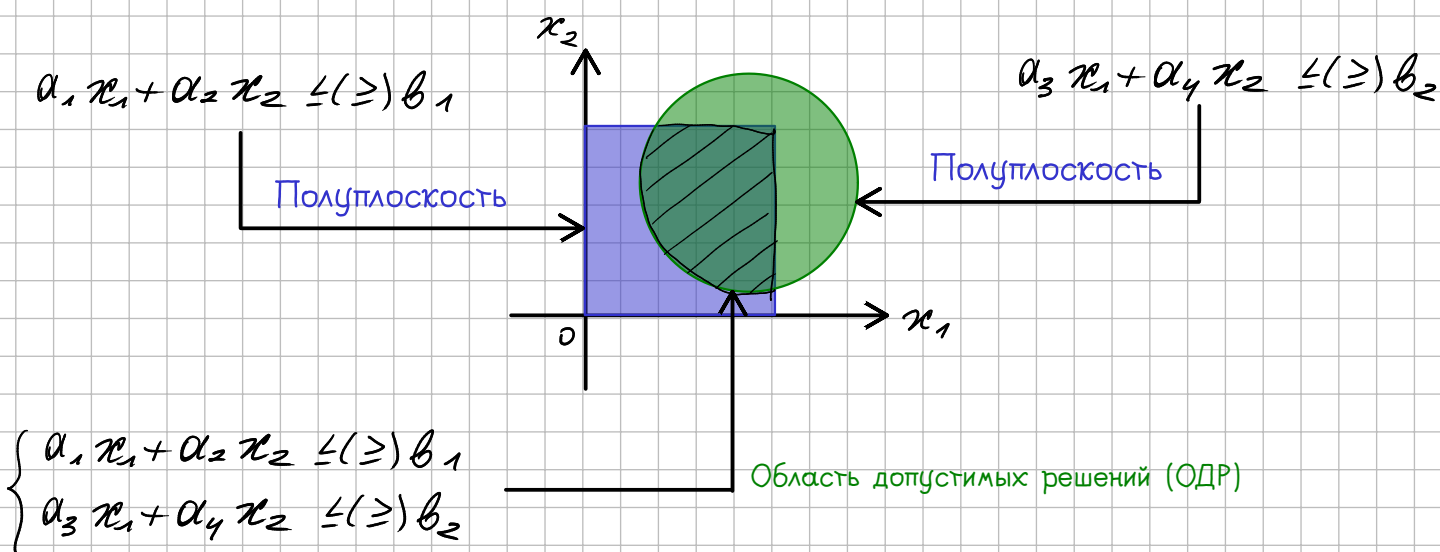
Графический метод решения ЗЛП

Применяется для решения ЗЛП с 2-мя перемен.

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ - & - \\ a_{m1} & a_{m2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \leq (\geq) \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_m \end{pmatrix} \quad x_1, x_2 \geq 0$$

$$F = c_1 x_1 + c_2 x_2 \rightarrow \max (\min)$$

При $n > 3$ - графически не решается



Мн-во точек называется **выпуклым**, если оно вместе с 2-мя точками содержит и их произвольную выпуклую комбинацию.

Если ОДР - выпуклое, то областью допустимых значений является выпуклое мн-во, которое называют **многоугольником решений**.

Геометрически ЗЛП представляет собой:
отыскание (x_1, x_2) :

$$F(x_1, x_2) \rightarrow \max (\min)$$

← **целевая функция**

$$1) \text{ ОДР} \neq \emptyset$$

$$2) F \text{ ограничена сверху}$$

При поиске оптимального решения ЗЛП возможны следующие ситуации:

Решение сущ.-ет?

Да

Нет

$\exists!$ реш.

\forall точка отрезка AB

Сист. опр. несовместна

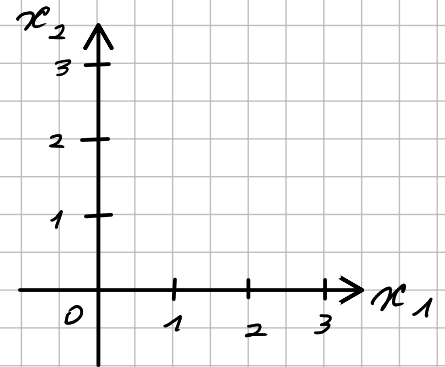
F не ограничена

ОДР - 1 точка

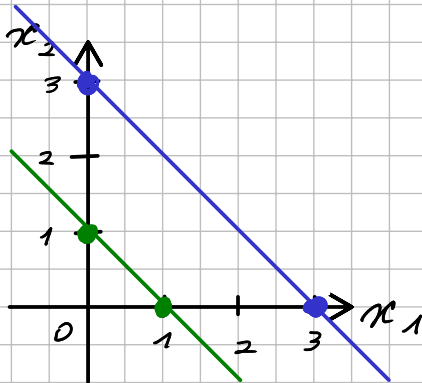
Алгоритм метода:

Рассмотрим на примере:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 1 \\ x_1 + x_2 \leq 3 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases} \quad F = x_1 - x_2 \rightarrow \max$$



1) Построение ОДР



$$x_1 + x_2 = 1$$

$$\text{при } x_1 = 0 \Rightarrow x_2 = 1$$

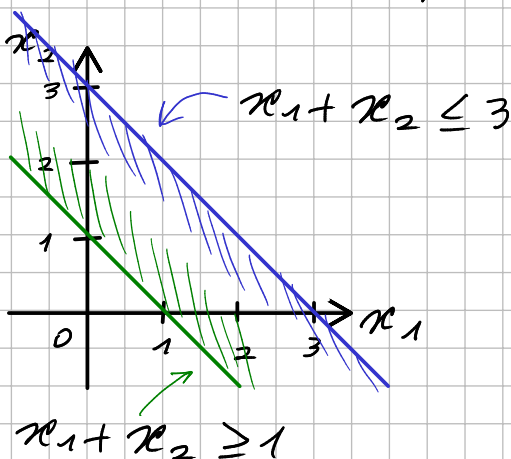
$$\text{при } x_2 = 0 \Rightarrow x_1 = 1$$

$$x_1 + x_2 = 3$$

$$\text{при } x_1 = 0 \Rightarrow x_2 = 3$$

$$\text{при } x_2 = 0 \Rightarrow x_1 = 3$$

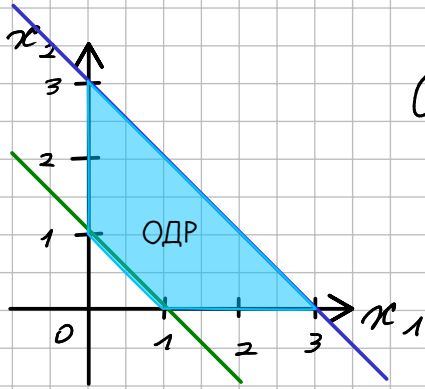
2) Найти и заштриховать полумоскости



$\leq \Rightarrow$ всё, что ниже

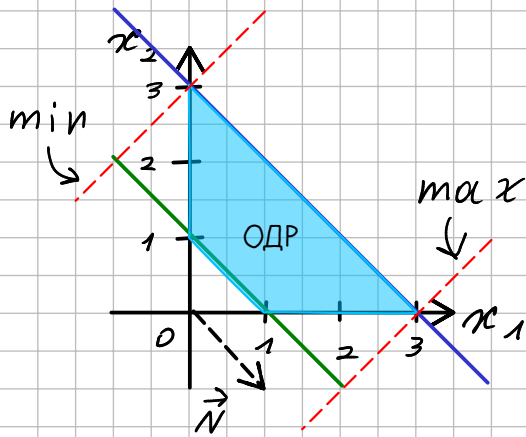
$\geq \Rightarrow$ всё, что выше

3) Определить многоугольник решений как пересечение полуплоскостей.



ОДР \rightarrow пустое $\xrightarrow{\text{Нет}}$ построить линию уровня
 \downarrow Да
 \nexists реш.

4) Исследование поведения F на ОДР при помощи линии уровня.



4.1) Построение градиента F

$$F = c_1 x_1 + c_2 x_2 \rightarrow \max (\min)$$

$$\vec{N} = (c_1, c_2)$$

$$\vec{N} = (1; -1)$$

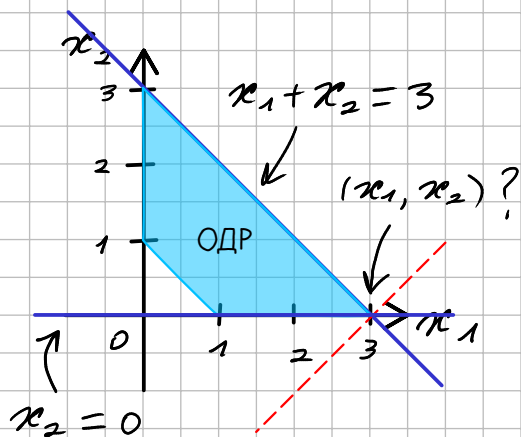
4.2) Построение прямой $\perp \vec{N}$ (линия уровня) ЛУ

$F \rightarrow \max \Rightarrow$ двигаем ЛУ по напр. \vec{N}

$F \rightarrow \min \Rightarrow$ двигаем ЛУ в обр. напр. \vec{N}

Крайняя точка касания ЛУ и ОДР = $\max (\min)$

5) Нахождение значения $F \rightarrow \max (\min)$



$$\begin{cases} x_2 = 0 \\ x_1 + x_2 = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_2 = 0 \\ x_1 = 3 \end{cases}$$

Ответ: $(3; 0)$