

1. Решите сравнения с помощью цепных дробей:

$$7x \equiv 4 \pmod{19}$$

$$23x \equiv 5 \pmod{71}$$

$$37x \equiv 25 \pmod{107}$$

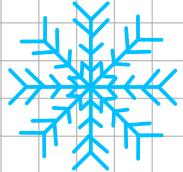
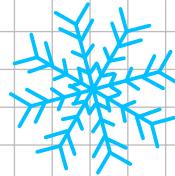


Таблица подходящих дробей. Формулы:  $P_{n+1} = P_n a_{n+1} + P_{n-1}$ ,  $Q_{n+1} = Q_n a_{n+1} + Q_{n-1}$ .

$n$	-1	0	1	2	3	...
$a_k$		$a_0$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	...
$P_k$	1	$a_0$				
$Q_k$	0	1				

$$2) 23x \equiv 5 \pmod{71} \quad x = (-1)^n b P_{n-1} \pmod{m} = (-1)^2 5 \cdot 34 \pmod{71} = 28 \pmod{71}$$

$$\frac{71}{23} = [3; 11, 2]$$

$$71 = 23 \cdot (3) + 2$$

$$23 = 2 \cdot (11) + 1$$

$$2 = 1 \cdot (2) + 0$$

$n$	-1	0	1	2	3	...
$a_k$		3	11	2		...
$P_k$	1	3	34	71		
$Q_k$	0	1	11	23		

2. Решите системы сравнений с помощью китайской теоремы об остатках:

$$\begin{cases} x \equiv 1 \pmod{5} \\ x \equiv 2 \pmod{6} \\ x \equiv 3 \pmod{7} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \equiv 2 \pmod{7} \\ x \equiv 7 \pmod{11} \\ x \equiv 3 \pmod{13} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \equiv 4 \pmod{7} \\ x \equiv 3 \pmod{9} \\ x \equiv 8 \pmod{11} \end{cases}$$

$$1) \begin{cases} x \equiv 1 \pmod{5} \\ x \equiv 2 \pmod{6} \\ x \equiv 3 \pmod{7} \end{cases}$$

$$x = M_1 b_1 + M_2 b_2 + \dots + M_n b_n$$

$$M = m_1 \cdot m_2 \cdot \dots \cdot m_n = 210$$

$$M_i = \frac{M}{m_i} \Rightarrow M_1 = 42; M_2 = 35; M_3 = 30$$

$$M_i b_i = a_i \pmod{m_i}$$

$$42 \cdot b_1 \equiv 1 \pmod{5} \Rightarrow 42 b_1 \equiv 126 \pmod{5} \Rightarrow b_1 \equiv 3 \pmod{5}$$

$$35 \cdot b_2 \equiv 2 \pmod{6} \Rightarrow -1 \cdot b_2 \equiv 2 \pmod{6} \Rightarrow b_2 \equiv 4 \pmod{6}$$

$$30 \cdot b_3 \equiv 3 \pmod{7} \Rightarrow 2 b_3 \equiv 3 \pmod{7} \Rightarrow b_3 \equiv 5 \pmod{7}$$

$$x = 42 \cdot 3 + 35 \cdot 4 + 30 \cdot 5 \pmod{210} = 206 \pmod{210}$$