2.12.25 Синицын Е.А.

1. Решите сравнения с помощью цепных дробей:

$7x = 4 \pmod{19}$ $23x = 5 \pmod{71}$ $37x = 25 \pmod{107}$

Таблица подходящих дробей. Формулы: $P_{n+1} = P_n a_{n+1} + P_{n-1}$, $Q_{n+1} = Q_n a_{n+1} + Q_{n-1}$.

n	-1	0	1	2	3	…
a_k		a_0	a_1	a_2	a_3	…
P_k	1	a_0				
Q_k	0	1				

2) $23x = 5 \pmod{71}$ $x = (-1)^n b P_{n-1} \pmod{m} = (-1)^2 5 \cdot 34 \pmod{71} = 28 \pmod{71}$

$\frac{71}{23} = [3; 11, 2]$

$71 = 23 \cdot 3 + 2$

$23 = 2 \cdot 11 + 1$

$2 = 1 \cdot 2 + 0$

n	-1	0	1	2	3	…
a_k		3	11	2		…
P_k	1	3	34	71		
Q_k	0	1	11	23		

---

2. Решите системы сравнений с помощью китайской теоремы об остатках:

$\begin{cases} x = 1 \pmod 5 \\ x = 2 \pmod 6 \\ x = 3 \pmod 7 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 2 \pmod 7 \\ x = 7 \pmod{11} \\ x = 3 \pmod{13} \end{cases}$ $\begin{cases} x = 4 \pmod 7 \\ x = 3 \pmod 9 \\ x = 8 \pmod{11} \end{cases}$

1) $\begin{cases} x = 1 \pmod 5 \\ x = 2 \pmod 6 \\ x = 3 \pmod 7 \end{cases}$

$x = M_1 b_1 + M_2 b_2 + \ldots + M_n b_n$

$M = m_1 \cdot m_2 \cdot \ldots \cdot m_n = 210$

$M_i = \frac{M}{m_i} \Rightarrow M_1 = 42;\ M_2 = 35;\ M_3 = 30$

$M_i b_i = d_i \pmod{m_i}$

$42 \cdot b_1 = 1 \pmod 5 \Rightarrow 42 b_1 = 126 \pmod 5 \Rightarrow b_1 = 3 \pmod 5$

$35 \cdot b_2 = 2 \pmod 6 \Rightarrow -1 \cdot b_2 = 2 \pmod 6 \Rightarrow b_2 = 4 \pmod 6$

$30 b_3 = 3 \pmod 7 \Rightarrow 2 b_3 = 3 \pmod 7 \Rightarrow b_3 = 5 \pmod 7$

$x = 42 \cdot 3 + 35 \cdot 4 + 30 \cdot 5 \pmod{210} = 206 \pmod{210}$