

1. Найти все подгруппы группы:

а) Z_{12} ; б) Z_7^* ; в) Z ; г) S_3 ; д) V_4 ; е) A_4 ; ж) D_3 ; з) D_4 ; и) Q_8 .

а) $Z_{12} = \{0, 1, 2, \dots, 11\}$ $|Z_{12}| = 12$

12: Z_{12}

6: $\{0, 2, 4, 6, 8, 10\}$

4: $\{0, 3, 6, 9\}$

3: $\{0, 4, 8\}$

2: $\{0, 6\}$

1: $\{0\}$

б) $Z_7^* = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ $|Z_7^*| = 6$

6: Z_7^*

3: $\{1, 2, 4\}$

2: $\{1, 6\}$

1: $\{1\}$

в) Z

1: $\{0\}$, Z

$\{2n\} = 2Z$

$\{3n\} = 3Z$

$\dots = kZ$

г) $S_3 = \{e, (12), (13), (23), (123), (132)\}$

$\{e\}$, S_3 , $\{(12), e\}$, $\{(13), e\}$, $\{(23), e\}$, $\{e, (123), (132)\}$

$(12)(12) = (1)(2) = e$

$(123)(123) = (132)$

$(132)(123) = (1)(2)(3) = e$

е) $A_4 = \{e, (123), (132), (124), (142), (134), (143), (234), (243), (12)(34), (13)(24), (14)(23)\}$

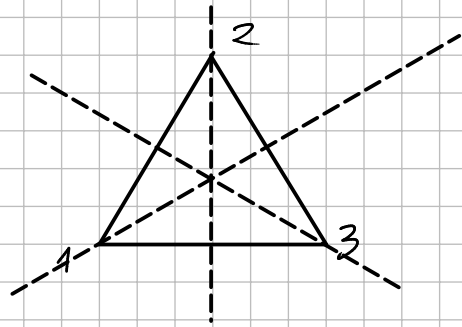
$\{e\}$, $\{e, (12)(34)\}$, $\{e, (13)(24)\}$, $\{e, (14)(23)\}$

$\{e, (123), (132)\}$, $\{e, (124), (142)\}$, $\{e, (134), (143)\}$,

$\{e, (234), (243)\}$, A_4 , V_4 .

ж) D_3

$$D_3 \cong S_3 \quad (\text{смотри 21})$$



и) $Q_8 = \{\pm 1, \pm i, \pm j, \pm k\}$

$Q_8, \{1\}, \{-1, -1\}, \{\pm 1, \pm i\}, \{\pm 1, \pm j\}, \{\pm 1, \pm k\}$

2. Найти все циклические подгруппы группы:

а) Z_{12} ; б) Z_7^* ; в) Z ; г) S_3 ; д) V_4 ; е) A_4 ; ж) D_3 ; з) D_4 ; и) Q_8 .

ж) Не циклич. : $D_4, V_4, \{e, (13), (24), (13)(24)\}$

а) д) в) - циклич.

г) S_3 - не циклич.