13.09.25

Практика 1

№1.1.

Необходимо:

Склад №1 = 12 т
Склад №2 = 15 т

→ РМ1 – 8 т
→ РМ2 – 10 т
→ РМ3 – 9 т

Пусть x_1, x_2, x_3 – кол-во материалов, которые будут перевезены из Склада №1 в мастерские РМ1, РМ2, РМ3 соотв-но

Для x_4, x_5, x_6 и склада №2 – аналогично.

Тогда

$$F = 30x_1 + 46x_2 + 32x_3 + 20x_4 + 53x_5 + 40x_6 \to \min$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 12 \\ x_4 + x_5 + x_6 = 15 \\ x_1 + x_4 = 8 \\ x_2 + x_5 = 10 \\ x_3 + x_6 = 9 \\ x_1, x_2, \dots, x_6 \geq 0 \end{cases}$$

№1.2 Пусть F – итоговая прибыль, а x_1, x_2, x_3 – кол-во произведённых изделий.

Составим мат. модель:

$$F = 9x_1 + 10x_2 + 16x_3 \to \max$$

$$\begin{cases} 6x_1 + 5x_2 + 4x_3 \leq 120 \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 \leq 96 \\ 5x_1 + 3x_2 + 3x_3 \leq 180 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

№2.1

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 \geq 2 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 6 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0 \end{cases} \qquad Z = 3x_1 - 2x_2 - x_3 \to max$$

Добавим в левую часть неравенств $x_4, x_5 \geq 0$

Пусть $x_3 = x_3' - x_3''$, $x_3', x_3'' \geq 0$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 2 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_5 = 6 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ x_1, x_2, x_4, x_5 \geq 0 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3' - x_3'' - x_4 = 2 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3' - x_3'' + x_5 = 6 \\ x_1 + x_2 + x_3' - x_3'' = 4 \\ x_1, x_2, x_3', x_3'', x_4, x_5 \geq 0 \end{cases}$$

Ответ:

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3' - x_3'' - x_4 = 2 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3' - x_3'' + x_5 = 6 \\ x_1 + x_2 + x_3' - x_3'' = 4 \\ x_1, x_2, x_3', x_3'', x_4, x_5 \geq 0 \end{cases}$$

$$Z = 3x_1 - 2x_2 - x_3' + x_3'' + 0x_4 + 0x_5 \to max$$

№2.2

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 - 2x_5 = 5 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 - 2x_4 - 3x_5 = 17 \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 - x_4 + 2x_5 = -9 \\ x_j \geq 0 \quad (j = \overline{1,5}) \end{cases}$$

$$Z = 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 - 3x_5 \to max$$

Выразим x_3, x_4, x_5 через x_1, x_2

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 - 2x_5 = 5 & (1) \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 - 2x_4 - 3x_5 = 17 & (2) \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 - x_4 + 2x_5 = -9 & (3) \\ x_j \geq 0 \quad (j = \overline{1,5}) \end{cases}$$

1) $2 \cdot (3) + 3 \cdot (3) \Rightarrow 7x_1 + 7x_2 - 7x_4 = 7 \Rightarrow x_4 = x_1 + x_2 - 1$

2) $(1) + (3) \Rightarrow 2x_1 + 4x_2 - x_3 = -4 \Rightarrow x_3 = 2x_1 + 4x_2 + 4$

3) $(1) \Rightarrow 2x_5 = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 - 5$

$2x_5 = x_1 + x_2 + 2x_1 + 4x_2 + 4 + x_1 + x_2 - 1 - 5$

$2x_5 = 4x_1 + 6x_2 - 2$

$x_5 = 2x_1 + 3x_2 - 1$

Т. к. $x_{3,4,5} \geq 0$, то

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2 \geq 0 \\ x_1 + x_2 - 1 \geq 0 \\ 2x_1 + 3x_2 - 1 \geq 0 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} x_1 + 2x_2 \geq -2 \\ x_1 + x_2 \geq 1 \\ 2x_1 + 3x_2 \geq 1 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} -x_1 - 2x_2 \leq 2 \\ x_1 + x_2 \geq 1 \\ 2x_1 + 3x_2 \geq 1 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$Z = 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 - 3x_5 \to max$

$\downarrow$

$Z = 2x_1 + x_2 - 2x_1 - 4x_2 - 4 + x_1 + x_2 - 1 - 6x_1 - 9x_2 + 3 \to max$

$Z = -5x_1 - 11x_2 - 2 \to max$

$$\begin{cases} -x_1 - 2x_2 \leq 2 \\ x_1 + x_2 \geq 1 \\ 2x_1 + 3x_2 \geq 1 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

№1.3. Пусть x_1, x_2 – кол-во корма 1 и 2 вида соотв-но.

Тогда

$$F = 6x_1 + 8x_2 \to \min$$

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 \geq 11 \\ x_1 + 2x_2 \geq 10 \\ x_1 + 6x_2 \geq 14 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$