Universidad de Antioquia
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Instituto de Matematicas
Cursos de Servicios para Ude@

Cálculo diferencial
Taller-Parcial 2

1. Determine si los siguientes enunciados son verdaderos o falsos (justifique)

   a. ( ) $\lim\limits_{x\to 4}(\dfrac{2x}{x-4}-\dfrac{8}{x-4})=\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{2x}{x-4}-\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{8}{x-4}$

   a) ( ) Si f es continua, entonces es posible que $\lim\limits_{x\to a} f(x)$ no exista.

   b) ( ) Toda función algebraica es continua en todo los reales.

   c) ( ) Si $P(x)$ es un polinomio, entonces $\lim\limits_{x\to a} P(x)=P(a)$

   d) ( ) Si $\lim\limits_{x\to 6}\dfrac{g(x)}{f(x)}$ existe, entonces el límite tiene que ser $\frac{f(6)}{g(6)}$.

   e) ( ) Si $f(c)=L$, entonces $\lim\limits_{x\to c} f(x)$

   f) ( ) Si $\lim\limits_{x\to c} f(x)$ existe, entonces la función f es continua en el punto $x=c$.

   g) ( ) Si f no está definida en $x=c$, entonces $\lim\limits_{x\to c} f(x)$ no existe.

   h) ( ) Si $\lim\limits_{x\to 0}[f(x)+g(x)]$ existe, entonces $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ y $\lim\limits_{x\to 0} g(x)$ existen.

   i) ( ) Si $\lim\limits_{x\to c} f(x)=L$ entonces $f(c)=L$

   j) ( ) Si una función f es discontinua en $x=c$, entonces $f(c)$ no existe.

   k) ( )Si $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)}{g(x)}=1$, entonces $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{g(x)}{f(x)}=1$.

   l) ( ) Si $\lim\limits_{x\to a} f(x)$ existe, entonces la función f es continua en $x=a$.

   m) ( ) $\lim\limits_{x\to a}[f(x)+g(x)]=f(a)+g(a)$.

   n) ( ) Si f es continua, entonces es posible que $\lim\limits_{x\to a} f(x)$ no exista.

   ñ) ( ) Toda función polinomica es discontinua.

   o) ( ) El limite de funciones es único

   p) ( ) $\lim\limits_{x\to 0^-}\sqrt{x}=0$

   q) ( ) Si $\lim\limits_{x\to a^+} f(x)=\lim\limits_{x\to a^-} f(x)$ entonces $\lim\limits_{x\to a} f(x)$ existe.

   r) ( ) Si $\lim\limits_{x\to a} f(x)$ existe entonces $f(x)$ es continua en a.

   s) ( ) Si $f(x)$ tiene una discontinuidad removible en $x=a$ entonces $\lim\limits_{x\to a} f(x)$ existe.

   t) ( ) La función $h(x)=\begin{cases} x-2 & \text{si} \quad x<0 \\ 2-x & \text{si} \quad x\geq 0\end{cases}$ tiene una discontinuidad removible en $x=0$.

   u) ( ) Si $\lim\limits_{x\to c^-} f(x)$ y $\lim\limits_{x\to c^+} f(x)$ existen, entonces $\lim\limits_{x\to c} f(x)$ existe.

   v) ( ) $\lim\limits_{x\to c}[f(x)\cdot g(x)]=\lim\limits_{x\to c} f(x)\cdot\lim\limits_{x\to c} g(x)$, si sólo si uno de los límites existe.

2. Sea $f(x)=\dfrac{x^2-2x-3}{x-3}$. ¿Qué se puede decir acerca de $\lim\limits_{x\to 3} f(x)$?. ***Sol. 4***

3. Dada la función $f(x)$

$$f(x)=\begin{cases} 2 & \text{si } x\neq -1 \\ 1 & \text{si } x=-1\end{cases}$$

   ¿Existe $\lim\limits_{x\to -1} f(x)$?. ***Sol. si existe***

4. Sea $f(x)=\dfrac{x-4}{|x-4|}$. ¿Qué se puede decir acerca de $\lim\limits_{x\to 4} f(x)$?. ***Sol. no existe***

5. Considere que $\lim\limits_{x\to 2} f(x)=-8$, $\lim\limits_{x\to 2} g(x)=4$, $\lim\limits_{x\to 2} h(x)=0$ y que $\lim\limits_{x\to 2} p(x)$ *no existe*. Calcular los siguientes límites:

a. $\lim\limits_{x\to 2}[g(x)-f(x)]$. ***Sol.* 12**

b. $\lim\limits_{x\to 2}[f(x)\cdot g(x)]$. ***Sol.* −32**

c. $\lim\limits_{x\to 2}[f(x)+p(x)]$. ***Sol. no existe***

d. $\lim\limits_{x\to 2}\left[\dfrac{g(x)}{f(x)}\right]$. ***Sol.*** $\boldsymbol{-\frac{1}{2}}$

e. $\lim\limits_{x\to 2}\left[f^2(x)-g^3(x)\right]$. ***Sol.* 0**

f. $\lim\limits_{x\to 2}\left[\dfrac{f(x)\cdot h(x)}{g(x)}\right]$. ***Sol.* 0**

g. $\lim\limits_{x\to 2}\left[\dfrac{g(x)}{h(x)}\right]$. ***Sol. no existe***

h. $\lim\limits_{x\to 2}\sqrt{g(x)}+\sqrt[3]{f(x)}$. ***Sol.* 0**

i. $\lim\limits_{x\to 2}\left[\dfrac{f(x)}{g(x)}\right]^5$. ***Sol.* −32**

j. $\lim\limits_{x\to 2}\left[h(x)\sqrt{f(x)}\right]$. ***Sol. no existe***

6. Calcule los siguientes límites aplicando sus propiedades.

a. $\lim\limits_{x\to 1}(x^3-3x^2+2x-4)$. ***Sol.* −4.**

b. $\lim\limits_{x\to -1}(x^3-1)$. ***Sol.* −2**

c. $\lim\limits_{x\to 2}(3-x)(x+1)$. ***Sol.* 3**

d. $\lim\limits_{x\to \frac{1}{2}}(2x+1)(4x^2-2x+1)$. ***Sol.* 2**

e. $\lim\limits_{x\to 1}\sqrt{\dfrac{x^2+3}{x+2}}$. ***Sol.*** $\boldsymbol{\frac{2\sqrt{3}}{3}}$

f. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^2+2x-3}{x-4}$. ***Sol.*** $\boldsymbol{\frac{4}{5}}$

g. $\lim\limits_{x\to 1}\left(\sqrt{x}+\dfrac{1}{\sqrt{x}}\right)^5$. ***Sol.* 32**

h. $\lim\limits_{x\to -\frac{1}{2}}\dfrac{(2x-1)^3}{(4x-1)^5}$. ***Sol.*** $\boldsymbol{-\frac{1}{4}}$

i. $\lim\limits_{x\to 1} 4$. ***Sol.* 4**

7. Dadas las funciones $f(x)=\dfrac{3+x}{4-x}$ y $g(x)=\dfrac{4}{x^2}$, hallar:

a. $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{f}{g}\right)(x)$. ***Sol.*** $\boldsymbol{\frac{1}{3}}$

b. $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{g}{f}\right)(x)$. ***Sol.* 3**

c. $\lim\limits_{x\to 1}(f\circ f)(x)$. ***Sol.*** $\boldsymbol{\frac{11}{3}}$

d. $\lim\limits_{x\to 1}(f\circ g)(x)$. ***Sol.*** $\boldsymbol{\frac{4}{3}}$

e. $\lim\limits_{x\to 1}(g\circ f)(x)$. ***Sol.*** $\boldsymbol{\frac{16}{25}}$

f. $\lim\limits_{x\to 1}(g\circ g)(x)$. ***Sol.*** $\boldsymbol{\frac{1}{4}}$

8. En caso de que exista, calule el límite que se indica

a. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-4x+4}{x^2-2x}$. ***Sol.* 0**

b. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-1}{x^2-3x+2}$. ***Sol.* −2**

c. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-8}{6x^2-3x^3}$. ***Sol.* −1**

d. $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{x^2-(a+1)x+a}{x^3-a^3}$. ***Sol.*** $\boldsymbol{\frac{a-1}{3a^2}}$

e. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-4}{x-2}$. ***Sol.* 4**

f. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x+1}-1}{x}$. ***Sol.*** $\boldsymbol{\frac{1}{2}}$

g. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x-1}{\sqrt{x}-1}$. ***Sol.* 2**

h. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{2x^3-5x^2-2x-3}{4x^3-13x^2+4x-3}$. ***Sol.*** $\boldsymbol{\frac{11}{17}}$

i. $\lim\limits_{x\to \frac{\sqrt{2}}{2}}\dfrac{2x^4+2x^3+x^2-x-1}{6x^4+2x^3+5x^2-x-4}$. ***Sol.*** $\boldsymbol{\dfrac{3\sqrt{2}+2}{11\sqrt{2}+2}}$

j. $\lim\limits_{x\to \frac{1}{2}}\sqrt[3]{\dfrac{4x^2+4x-3}{4x^2-1}}$. ***Sol.*** $\boldsymbol{\sqrt{2}}$

k. $\lim\limits_{x\to -3}\sqrt{\dfrac{x^2-9}{2x^2+7x+3}}$. ***Sol.*** $\boldsymbol{\frac{\sqrt{30}}{5}}$

l. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x+2}-\sqrt{2}}{x}$. ***Sol.*** $\boldsymbol{\frac{1}{4}\sqrt{2}}$

m. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{(x+9)^2}-\sqrt[3]{81}}{x}$. ***Sol.*** $\boldsymbol{\frac{2}{27}\sqrt[3]{81}}$

n. $\lim\limits_{x\to 8}\dfrac{\sqrt{7+\sqrt[3]{x}}-3}{x-8}$. ***Sol.*** $\boldsymbol{\frac{1}{72}}$

o. $\lim\limits_{x\to 64}\dfrac{\sqrt{x}-8}{\sqrt[3]{x}-4}$. ***Sol.* 3**

p. $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^3-x^2-x+10}{x^2+3x+2}$. ***Sol.* −15**

q. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{x+1}-1}{x}$. ***Sol.*** $\boldsymbol{\frac{1}{3}}$

r. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[4]{x^4+1}-\sqrt{x^2+1}}{x^2}$. ***Sol.*** $\boldsymbol{-\frac{1}{2}}$

s. $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{2-\sqrt{2x-4}}{3-\sqrt{2x+1}}$. ***Sol.*** $\boldsymbol{\frac{3}{2}}$

t. $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{\sqrt{x+h}-\sqrt{x}}{h}$. ***Sol.*** $\boldsymbol{\frac{1}{2\sqrt{x}}}$

u. $\lim\limits_{x\to 8}\dfrac{x-8}{\sqrt[3]{x}-2}$. ***Sol.* 12**

v. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\left(\dfrac{1}{2+x}-\dfrac{1}{2}\right)$. ***Sol.*** $\boldsymbol{-\frac{1}{4}}$

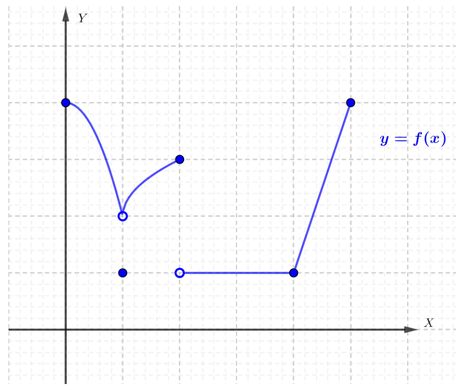
w. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^5+1}{x+1}$. ***Sol.* 12**

x. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x-1}{\sqrt[5]{x}-1}$. ***Sol.* 5**

y. $\lim\limits_{x\to 3}\left(\dfrac{x}{x-3}-\dfrac{6x}{x^2-9}\right)$. ***Sol.*** $\boldsymbol{\frac{1}{2}}$

z. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^5-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$. ***Sol.* 9**

9. El dominio de la función f es $[0,5]$, utilice su gráfica para calcular los limites indicados.



a. $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)$

b. $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)$

c. $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$

d. $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)$

e. $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)$

f. $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$

g. $\lim\limits_{x\to 4^-} f(x)$

h. $\lim\limits_{x\to 4^+} f(x)$

i. $\lim\limits_{x\to 4} f(x)$

10. Trazar una gráfica para la función f que satisfaga las siguientes condiciones:

i. $\lim\limits_{x\to -5^-} f(x) = 2$

ii. $\lim\limits_{x\to -5^+} f(x) = -1$

iii. $\lim\limits_{x\to 3^-} f(x) = 3$

iv $\lim\limits_{x\to 3^+} f(x) = 3$

v. $f(-5) = 1$

vi. $f(0) = 0$

11. Hallar los valores de las constantes a y b tales que $\lim\limits_{x\to -2} g(x)$ y $\lim\limits_{x\to 1} g(x)$ existan.

$$g(x) = \begin{cases} \sqrt{a-5x} & \text{si } x < -2 \\ b + 2x & \text{si } -2 \le x \le 1 \\ 4x - 3b & \text{si } 1 < x. \end{cases}$$

Sol. $\boldsymbol{a = \frac{9}{4}\ b = \frac{1}{2}}$

12. Hallar los valores de las constantes a y b para que existan los límites laterales correspondientes

$$f(x) = \begin{cases} ax^3 - 5 & \text{si } x < -1 \\ 2x + b & \text{si } -1 \le x \le 1 \\ 4x - 3b & \text{si } 1 < x. \end{cases}$$

Sol. $\boldsymbol{a = \frac{1}{2}\ b = -\frac{7}{2}}$

13. Sea

$$g(x) = \begin{cases} 2x - a & \text{si } x < -3 \\ ax + 2b & \text{si } -3 \le x \le 3 \\ b - 5x & \text{si } x > 3. \end{cases}$$

Determine los valores de a y b tales que $\lim\limits_{x\to -3} g(x)$ y $\lim\limits_{x\to 3} g(x)$ existan. ***Sol.*** $\boldsymbol{a = -3\ b = -6}$

14. Calcular $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$ para la función $f(x)$ dada a continuación:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - x - 6}{x + 2} & \text{si } x < -2 \\ 2x - 3 & \text{si } x \ge -2 \end{cases}$$

Sol. no existe

15. Dada la función $f(x) = \dfrac{|x|}{x}$, calcular:

a. $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)$. ***Sol.* -1**

b. $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$. ***Sol.* 1**

c. $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$. ***Sol. no existe***

16. Dada

$$f(x) = \begin{cases} -2 & \text{si } x < -1 \\ x^2 - 3 & \text{si } -1 < x < 2 \\ 2 - x & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

Calcular:

a. $\lim\limits_{x\to -1^-} f(x)$. ***Sol.* -2**

b. $\lim\limits_{x\to -1^+} f(x)$. ***Sol.* -2**

c. $\lim\limits_{x\to -1} f(x)$. ***Sol.* -2**

d. $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)$. ***Sol.* 1**

e. $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)$. ***Sol.* 0**

f. $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$. ***Sol. no existe***

17. Determine el valor de los siguientes límites

a. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{|x| - x}{x}$. ***Sol. no existe***

b. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^2 - 1}{|x - 1|}$. ***Sol. no existe***

c. $\lim\limits_{x\to 0^-} \dfrac{|x+3| - 3}{x}$. ***Sol.* 1**

d. $\lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{\sqrt{2x+1} - \sqrt{3}}{x - 1}$. ***Sol.* $\frac{1}{\sqrt{3}}$**

e. $\lim\limits_{x\to 0} \left[|x|^3 \left(x + 1 - \dfrac{2}{x} \right) \right]$. ***Sol.* 0**

f. $\lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{2 - x}{|x - 2|}$. ***Sol.* -1**

18. Dada la función $f(x) = \dfrac{1}{x}$, calcular:

a. $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)$. ***Sol.* $-\infty$**

b. $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$. ***Sol.* $+\infty$**

c. $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$. ***Sol. no existe***

19. Dada la función $f(x) = \dfrac{-3}{x+2}$, calcular:

a. $\lim\limits_{x\to -2^-} f(x)$. ***Sol.* $+\infty$**

b. $\lim\limits_{x\to -2^+} f(x)$. ***Sol.* $-\infty$**

c. $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$. ***Sol. no existe***

20. Dada la función $f(x) = \dfrac{x-1}{x-2}$, calcular:

a. $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)$. ***Sol.* $+\infty$**

b. $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)$. ***Sol.* $-\infty$**

c. $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$. ***Sol. no existe***

21. Calcular el límite que se indica

a. $\lim\limits_{x\to -2^-} \left(\dfrac{1}{x-2} - \dfrac{x}{x^2 - 4} \right)$. ***Sol.* $-\infty$**

b. $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{2}{x} - \dfrac{8}{x^2} \right)$. ***Sol.* $-\infty$**

c. $\lim\limits_{x\to -1^-} \dfrac{x}{x^3 + 1}$. ***Sol.* $+\infty$**

d. $\lim\limits_{x\to -0^-} \dfrac{\sqrt{1+x}}{x}$. ***Sol.* $-\infty$**

e. $\lim\limits_{x\to 1^-} \dfrac{x^2}{x^4 - 1}$. ***Sol.* $-\infty$**

f. $\lim\limits_{x\to 1^-} \dfrac{x^3 + x^2 - 1}{x - 1}$. ***Sol.* $-\infty$**

g. $\lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{x^2-4}{(x-2)^2}$. ***Sol.*** $\boldsymbol{+\infty}$

h. $\lim\limits_{x\to -1^-} \dfrac{1}{\sqrt{x^2-1}}$. ***Sol.*** $\boldsymbol{+\infty}$

i. $\lim\limits_{x\to 1^-} \dfrac{2x^2}{3x^2-1}$. ***Sol.*** $\boldsymbol{-\infty}$

j. $\lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{-x^2}{4-x^2}$. ***Sol.*** $\boldsymbol{+\infty}$

22. Dada la función $f(x) = \dfrac{-2x}{(x^2-4)^2}$, calcular:

a. $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)$. ***Sol.*** $\boldsymbol{-\infty}$

b. $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)$. ***Sol.*** $\boldsymbol{-\infty}$

c. $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$. ***Sol.*** $\boldsymbol{-\infty}$

d. $\lim\limits_{x\to -2^-} f(x)$. ***Sol.*** $\boldsymbol{+\infty}$

e. $\lim\limits_{x\to -2^+} f(x)$. ***Sol.*** $\boldsymbol{+\infty}$

f. $\lim\limits_{x\to -2} f(x)$. ***Sol.*** $\boldsymbol{+\infty}$

23. Calcular el límite que se indica

a. $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{2x-3}{4x}$. ***Sol.*** $\boldsymbol{\frac{1}{2}}$

b. $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{5x^3+6x-7}{3x^5-2x+1}$. ***Sol.*** $\mathbf{0}$

c. $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{3x^5-2x+1}{5x^3+6x-7}$. ***Sol.*** $\boldsymbol{+\infty}$

d. $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x}$. ***Sol.*** $\mathbf{1}$

e. $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$. ***Sol.*** $\mathbf{-1}$

f. $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{4x^3-5x+6}{2x^3-3x^2+8}$. ***Sol.*** $\mathbf{2}$

g. $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{\sqrt{x^2-16}}{x+4}$. ***Sol.*** $\mathbf{-1}$

h. $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{\sqrt{x^4-3x^2+1}}{x^2-1}$. ***Sol.*** $\mathbf{1}$

i. $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{5x-3}{\sqrt{3x^2+2x+6}}$. ***Sol.*** $\boldsymbol{\frac{5}{\sqrt{3}}}$

j. $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{2x+3}{\sqrt{(3x-2)^3}}$. ***Sol.*** $\mathbf{0}$

k. $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{x+5\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{2x^2+1}}$. ***Sol.*** $\boldsymbol{\frac{6}{\sqrt{2}}}$

l. $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{|x|}{x^2+1}$. ***Sol.*** $\mathbf{0}$

m. $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{x^3}{x^3+1}$. ***Sol.*** $\mathbf{1}$

n. $\lim\limits_{x\to -\infty} (\sqrt[3]{1+x}+\sqrt[3]{-x})$. ***Sol.*** $\mathbf{0}$

o. $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{\sqrt{2x+\sqrt{x}}}{\sqrt{x+2}}$. ***Sol.*** $\boldsymbol{\sqrt{2}}$

p. $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{1-\sqrt{x^2+1}}{x}$. ***Sol.*** $\mathbf{-1}$

q. $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{\sqrt{x}+x}{x-\sqrt{x}}$. ***Sol.*** $\mathbf{1}$

r. $\lim\limits_{x\to +\infty} (\sqrt{x^2+2}-x)$. ***Sol.*** $\mathbf{0}$

s. $\lim\limits_{x\to +\infty} (\sqrt{x^2+x}-x)$. ***Sol.*** $\boldsymbol{\frac{1}{2}}$

t. $\lim\limits_{x\to +\infty} (2x-\sqrt{4x^2+5x-3})$. ***Sol.*** $\boldsymbol{-\frac{5}{4}}$

24. Calcular el límite que se indica

a. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin(3x)}{x}$. ***Sol.*** $\mathbf{3}$

b. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x}{\sin(2x)}$. ***Sol.*** $\boldsymbol{\frac{1}{2}}$

c. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin(2x)}{\sin(6x)}$. ***Sol.*** $\boldsymbol{\frac{1}{3}}$

d. $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}} \dfrac{\sin(x-\frac{\pi}{2})}{x-\frac{\pi}{2}}$. ***Sol.*** $\mathbf{1}$

e. $\lim\limits_{x\to 0^-} \dfrac{x}{1-\cos(x)}$. ***Sol.*** $\boldsymbol{-\infty}$

f. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\tan(5x)}{x}$. ***Sol.*** $\mathbf{5}$

g. $\lim\limits_{\theta\to 0} \dfrac{\tan^2(\theta)}{\theta}$. ***Sol.*** $\mathbf{0}$

h. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos^2(x)}{x}$. ***Sol.*** $\mathbf{0}$

i. $\lim\limits_{x\to 0} \sin(x)\sin\left(\dfrac{1}{x}\right)$. ***Sol.*** $\mathbf{0}$

j. $\lim\limits_{x\to 0} x\cos\left(\dfrac{1}{x}\right)$. ***Sol.*** $\mathbf{0}$

l. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos(x)}{x}$. ***Sol.*** $\mathbf{0}$

m. $\lim\limits_{x\to 0^-} \dfrac{1-\cos^3(x)}{x}$. ***Sol.*** $\mathbf{0}$

n. $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}} \dfrac{1-\sin(x)}{\frac{\pi}{2}-x}$. ***Sol.*** $\boldsymbol{\frac{1}{2}}$

o. $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{4}} \dfrac{\cos(x)-\sin(x)}{\cos(2x)}$. ***Sol.*** $\boldsymbol{\sqrt{2}}$

p. $\lim\limits_{x\to \pi} \dfrac{\sin(3x)}{\sin(2x)}$. ***Sol.*** $\boldsymbol{\frac{1}{3}}$

q. $\lim\limits_{x\to \pi} \dfrac{1-\cos(x)}{\pi-x}$. ***Sol.*** $\mathbf{0}$

r. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos^2(x)}{\sin(x)}$. ***Sol.*** $\mathbf{0}$

s. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x+1-\cos(x)}{\sin(x)}$. ***Sol.*** $\mathbf{1}$

t. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin(x)}{1+\cos(x)}$. ***Sol.*** $\mathbf{0}$

25. Clasifique las discontinuidades de cada función como reovibles o esenciales.

a.
$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-2x+1}{x-1} & \text{si } x>1\\ 1 & \text{si } x\le 1\end{cases}$$

Sol. Removible en $x=1$

b.
$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}} & \text{si } x\neq 0\\ 0 & \text{si } x=0\end{cases}$$

Sol. Esencial en $x=0$

c.
$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sin x}{x} & \text{si } x\neq 0\\ 0 & \text{si } x=0\end{cases}$$

Sol. Removible en $x=0$

d. $g(x)=\dfrac{\sqrt{x+2}-\sqrt{2}}{x}$. ***Sol. Removible en $x=0$***

e. $h(x)=\dfrac{1-3x^2}{x^2}$. ***Sol. Esencial en $x=0$***

26. Analice la continuidad de cada función en el punto x que se indica.

a. $x=2$
$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-4}{x-2} & \text{si } x\neq 2\\ 4 & \text{si } x=2\end{cases}$$

Sol. Continua en $x=2$

b. $x=0$
$$f(x)=\begin{cases}x-1 & \text{si } x\le 0\\ x^2-1 & \text{si } 0<x\end{cases}$$

Sol. Continua en $x=0$

c. $x=1; x=2$
$$f(x)=\begin{cases}\sqrt{1-x} & \text{si } x<1\\ 0 & \text{si } 1\le x\le 2\\ \sqrt{x-2} & \text{si } 2<x\end{cases}$$

Sol. Continua en $x=1; x=2$

d. $x=1; x=-1$
$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{x+1} & \text{si } x<-1\\ 1-|x| & \text{si } -1\le x\le 1\\ \frac{1}{x-1} & \text{si } 2<x\end{cases}$$

Sol. Discontinua en $x=1; x=-1$

27. Determine los valores de a y b que hacen continia la función.

a.
$$f(x)=\begin{cases}ax+1 & \text{si } x<1\\ b+x & \text{si } x\ge 1\end{cases}$$

Sol. $a=b$

b.
$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-1}{x+1} & \text{si } x<-1\\ x^2+b & \text{si } x\ge -1\end{cases}$$

Sol. $b=-3$

c.
$$f(x)=\begin{cases}2bx-1 & \text{si } x<b\\ 3x-2 & \text{si } b\le x\le a\\ ax & \text{si } a\le x\end{cases}$$

Sol. $a=2,1; b=1,\frac{1}{2}$

c.
$$f(x)=\begin{cases}3x^2-a & \text{si } x<1\\ b & \text{si } x=1\\ \frac{\sqrt{x+3}-2}{x^2-1} & \text{si } x>1\end{cases}$$

Sol. $a=\frac{23}{8}; b=\frac{1}{8}$

28. Sea
$$h(x)=\begin{cases}-1 & \text{si } x\le 0\\ ax+b & \text{si } 0<x<1\\ 1 & \text{si } x\ge 1.\end{cases}$$
Determine a y b de modo que h sea continua en todo su dominio.

29. Use el teorema de estricción (o sandwich) y la siguiente desigualdad,
$$\cos(x)\leqslant\frac{\sin(x)}{x}\leqslant 1 \qquad ,x\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$$
para demostrar que $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin(x)}{x}=1$.

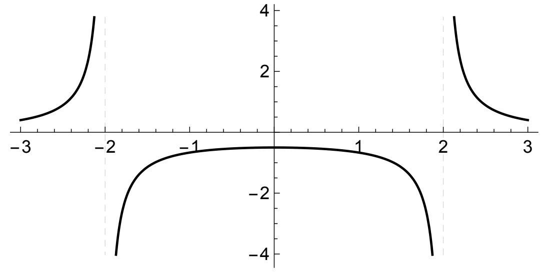
30. Halle los siguientes limites,

a) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\tan(x)}{x}$,

b) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{x+1}-1}{x}$

31. Halle todos los números donde la función no es continua y diga qué tipo de discontinuidades tiene.

$$f(x) = \frac{2}{x^2-4}$$



32. Determine los valores de a y b que hagan que la función h sea continua en todo su dominio

$$h(x) = \begin{cases} a\sqrt{9-x} & \text{si} \quad x < 0 \\ \operatorname{sen}(bx)+1 & \text{si} \quad 0 \le x \le 3 \\ \sqrt{x-2} & \text{si} \quad x > 3 \end{cases}$$

33. Sea

$$f(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{si} \quad x \le 3 \\ ax+b & \text{si} \quad 3 < x < 5 \\ x^2+2 & \text{si} \quad x \ge 5 \end{cases}$$

Determine los valores de las constantes a y b para que f sea continua en todo su dominio.

34. Determine el intervalo más grande (o unión de intervalos) donde la función g sea continua, con g definida por

$$g(x) = \begin{cases} 2x-3 & \text{si } x < -2 \\ x-5 & \text{si } -2 \le x \le 1 \\ 3-x & \text{si } x > 1 \end{cases}.$$

35. Calcular los siguintes límites:

a) $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{2x^2-x-3}{x+1}$

b) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{x+2}-\sqrt{x}}{x}$

c) $\lim\limits_{x \to 8} \dfrac{x-8}{\sqrt[3]{x}-2}$

d) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{\tan(\pi x)}{x-1}$

36. Sea f continua en todos los reales tal que $f(5)=4$ y $\lim\limits_{x \to 4} g(x) = 5$. Calcular $\lim\limits_{x \to 4} f(g(x))$

37. Determine el límite

$$\lim_{x \to 0} x \operatorname{sen}(1/x)$$

38. Encuentre los valores de a y b de modo que la siguiente función sea continua en todo su dominio.

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & si \quad x < 1 \\ \\ ax+b & si \quad 1 \le x < 2 \\ \\ 3x & si \quad x \ge 2 \end{cases}$$

39. Calcule el valor de a y b para que la función f sea continua en su dominio.

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2+2x+1}{x^2-1} & x < -1 \\ 2ax - 3b & -1 \leq x \leq 1 \\ \dfrac{\operatorname{sen}(x-1)}{x^2-1} & 1 < x \end{cases}$$

40. Calcule los siguientes límites.

a) $\lim\limits_{x \to 4} \dfrac{2-\sqrt{2x-4}}{3-\sqrt{2x+1}}$

b) $\lim\limits_{x \to 1} \frac{3-\sqrt{10-x}}{x-1}$

c) $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{4}} \frac{\operatorname{sen}(x)-\cos(x)}{1-\tan(x)}$.

41. Calcular los siguientes límites si existen:

a) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x^2-5x+6}{x^2-12x+20}$

b) $\lim\limits_{x \to 4} \dfrac{\sqrt{x}-\sqrt{4}}{x^2-16}$

c) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1}{x}\left(\dfrac{1}{2+x} - \dfrac{1}{2}\right)$

42. Considera $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2} \text{ si } x \leq -2 \\ ax+b \text{ si } 2 < x < 2 \\ 2x-5 \text{ si } x \geq 2 \end{cases}$.

Determine los valores de a y b para que la función f sea continua en $x = 2$ y $x = -2$.

43. Calcular los siguintes límites:

a) $\lim\limits_{x \to 4} \dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{\sqrt{x-2}-\sqrt{2}}$

b) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x-1}{\sqrt{x+3}-2}$

c) $\lim\limits_{x \to -5} \dfrac{x^2+3x-10}{x+5}$

d) $\lim\limits_{t \to -2} \dfrac{-2t-4)}{t^3+2t^2}$

44. Sea $f(x) = \begin{cases} \sqrt{-x^2} \text{ si } x < 0 \\ 2-x \text{ si } 0 \leq x < 3 \\ (3-x)^2 \text{ si } x > 3 \end{cases}$. Determine el conjunto mas grande donde f es continua.

45. Determine si $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x-1}{|x-1|}$ existe.