

Оглавление

1	Одновременное оценивание движения ВС и систематических ошибок. Алгоритмы параллельной фильтрации процессов, связанных через измерения	2
1.1	Алгоритмы оценивания Henk Blom	3
1.1.1	Полная система	3
1.1.2	Фильтр Калмана для фазового вектора, Макро фильтр для систематической ошибки	4
1.1.3	Разделённые фильтры для фазового вектора и для систематической ошибки	5

1 Одновременное оценивание движения ВС и систематических ошибок. Алгоритмы параллельной фильтрации процессов, связанных через измерения

В настоящее время в системах УВД для определения параметров движения воздушных судов (координаты, скорости, ускорения и т.д.) используются алгоритмы линейного рекуррентного оценивания, близкие по используемой математической технике к фильтру Калмана. В качестве основного метода применяется алгоритм IMM. Как основную особенность можно отметить, что задача оценки параметров движения для всех ВС, находящихся в зоне наблюдения, решается независимо для каждого ВС. Это полностью соответствует представлению о том, что движение каждого ВС никак не зависит от движения других ВС. Также это удобно с точки зрения архитектуры программы, реализующей систему мультитраекторной обработки — данные, описывающие каждое ВС, можно легко выделить в отдельный объект, который можно создавать, удалять и использовать, например, для сравнения со вновь поступающими не привязанными к конкретному ВС измерениями. С точки зрения математических алгоритмов, такое разделение также удобно, поскольку позволяет оставаться в рамках расчётов в пространстве достаточно низкой размерности (4–6 для фильтра Калмана, 15–30 для IMM).

Наблюдение за движением ВС производится с помощью радиотехнических средств: как правило это система из нескольких радиолокаторов и система АЗН-В. Реальные измерительные средства, помимо случайных ошибок измерений, имеют систематические ошибки. Случайные ошибки измерения изначально предусмотрены архитектурой алгоритмов рекуррентного оценивания, как фильтра Калмана, так и IMM. Систематические ошибки в случае не сложных вариантов их пространственной зависимости также легко могут быть включены в алгоритмы оценивания, но при их включении обнаруживается одно весьма существенное обстоятельство: систематические ошибки одного и того же измерительного средства присутствуют в уравнении наблюдения для разных воздушных судов. Так, в простом случае линейной модели наблюдения РЛС возникает следующее уравнение наблюдения (связи между неизвестными оцениваемыми состояниями и измерением):

$$z_{al}(t) = C_x(t)x_a(t) + C_s(t)s_l(t) + D(t)w_l(t). \quad (1.1)$$

Здесь t — момент времени; a — индекс, обозначающий номер воздушного судна (aircraft); l — индекс радиолокатора (locator); z_{al} — вектор измерения; x_a — вектор параметров движения ВС; s_l — вектор параметров, характеризующий состояние РЛС; $w_l(t)$ — текущая реализация случайной ошибки РЛС; $C_x(t)$, $C_s(t)$, $D(t)$ — матрицы, характеризующие вклад каждого параметра на измерение.

Из вида этого уравнения ясно, что систематическая ошибка локатора l может быть оценена только совместно с параметрами движения ВС a . Но этот радиолокатор наблюдает не только это движение, также верно и обратное — ВС a наблюдается не только радиолокатором l . Фазовые переменные для разных движений оказываются «сцепленными» между собой через параметры систематических ошибок. Таким образом, система всех движений и всех систематических ошибок нуждается в совместном

оценивании.

Рассмотрим общий фазовый вектор

$$\chi(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \\ s_1(t) \\ s_2(t) \\ \vdots \\ s_m(t) \end{bmatrix}. \quad (1.2)$$

Здесь n и m — количества наблюдаемых ВС и наблюдающих радиолокаторов.

1.1 Алгоритмы оценивания Henk Blom

1.1.1 Полная система

Фильтр для фазового вектора.

Этап предсказания:

$$\begin{aligned} \bar{x}_t &= A_x \hat{x}_{t-1} \\ \bar{P}_{x,t} &= A_x \hat{P}_{x,t-1} A_x^T + B_x B_x^T \end{aligned}$$

Этап коррекции:

$$\begin{aligned} \hat{x}_t &= \bar{x}_t + K_x \Lambda (z_t - C_x \bar{x}_t - C_s \bar{s}_t) \\ \hat{P}_{x,t} &= \bar{P}_{x,t} - K_x \Lambda K_x^T \\ K_x &= \bar{P}_{x,t} C_x^T + \bar{P}_{xs,t} C_s^T \end{aligned}$$

Фильтр для систематической ошибки.

Этап предсказания:

$$\begin{aligned} \bar{s}_t &= A_s \hat{s}_{t-1} \\ \bar{P}_{s,t} &= A_s \hat{P}_{s,t-1} A_s^T + B_s B_s^T \end{aligned}$$

Этап коррекции:

$$\begin{aligned} \hat{s}_t &= \bar{s}_t + K_s \Lambda (z_t - C_x \bar{x}_t - C_s \bar{s}_t) \\ \hat{P}_{s,t} &= \bar{P}_{s,t} - K_s \Lambda K_s^T \\ K_s &= \bar{P}_{s,t} C_s^T + \bar{P}_{xs,t}^T C_x^T \end{aligned}$$

Обновление блока кросс-ковариации:

$$\begin{aligned} \bar{P}_{xs,t} &= A_x \hat{P}_{xs,t-1} A_s^T \\ \hat{P}_{xs,t} &= \bar{P}_{xs,t} - K_x \Lambda K_s^T \end{aligned}$$

В данном случае для обоих фильтров используется одна матрица Λ :

$$\Lambda = C_x \bar{P}_{x,t} C_x^T + C_s \bar{P}_{s,t} C_s^T + C_x \bar{P}_{xs,t} C_s^T + C_s \bar{P}_{xs,t}^T C_x^T + D D^T$$

Уравнение наблюдения:

$$z_t = C_x x_t + C_s s_t + D w$$

1.1.2 Фильтр Калмана для фазового вектора, Макро фильтр для систематической ошибки

Фильтр для фазового вектора.

Этап предсказания:

$$\begin{aligned}\bar{x}_t &= A_x \hat{x}_{t-1} \\ \bar{P}_{x,t} &= A_x \hat{P}_{x,t-1} A_x^T + B_x B_x^T\end{aligned}$$

Этап коррекции:

$$\begin{aligned}\hat{x}_t &= \bar{x}_t + K_x \Lambda_x (z_t - C_x \bar{x}_t - C_s \bar{s}_t) \\ \hat{P}_{x,t} &= \bar{P}_{x,t} - K_x \Lambda_x K_x^T\end{aligned}$$

Аппроксимация:

$$\begin{aligned}K_x &= \bar{P}_{x,t} C_x^T \\ \Lambda_x &= C_x \bar{P}_{x,t} C_x^T + D D^T\end{aligned}$$

Фильтр для систематической ошибки.

Этап предсказания:

$$\begin{aligned}\bar{s}_t &= A_s \hat{s}_{t-1} \\ \bar{P}_{s,t} &= A_s \hat{P}_{s,t-1} A_s^T + B_s B_s^T\end{aligned}$$

Этап коррекции:

$$\begin{aligned}\hat{s}_t &= \bar{s}_t + K_s \Lambda_s (z_t - C_x \bar{x}_t - C_s \bar{s}_t) \\ \hat{P}_{s,t} &= \bar{P}_{s,t} - K_s \Lambda_s K_s^T\end{aligned}$$

В вычислении матриц K_s и Λ_s используются аппроксимация члена $C_x \bar{P}_{x,t}$:

$$\begin{aligned}K_s &= \bar{P}_{s,t} C_s^T + H^T \\ \Lambda &= C_x \bar{P}_{x,t} C_x^T + C_s \bar{P}_{s,t} C_s^T + H C_s^T + C_s H^T + D D^T\end{aligned}$$

Где H :

$$\begin{aligned}F_x &= \sum_{i=1}^M (D_i D_i^T)^{-1} \\ F_s &= \sum_{i=1}^M (D_i D_i^T)^{-1} C_{s,i} \\ H &= -(F_x^T F_x)^{-1} F_x^T F_s \bar{P}_{s,t}\end{aligned}$$

Где M - количество радиолокаторов.

Уравнение наблюдения:

$$z_t = C_x x_t + C_s s_t + D w$$

1.1.3 Разделённые фильтры для фазового вектора и для систематической ошибки

Фильтр для фазового вектора.

Этап предсказания:

$$\begin{aligned}\bar{x}_t &= A_x \hat{x}_{t-1} \\ \bar{P}_{x,t} &= A_x \hat{P}_{x,t-1} A_x^T + B_x B_x^T\end{aligned}$$

Этап коррекции:

$$\begin{aligned}\hat{x}_t &= \bar{x}_t + K_x \Lambda_x (z_t - C_x \bar{x}_t - C_s \bar{s}_t) \\ \hat{P}_{x,t} &= \bar{P}_{x,t} - K_x \Lambda_x K_x^T\end{aligned}$$

Аппроксимация:

$$\begin{aligned}K_x &= \bar{P}_{x,t} C_x^T \\ \Lambda_x &= C_x \bar{P}_{x,t} C_x^T + D D^T\end{aligned}$$

Фильтр для систематической ошибки.

Этап предсказания:

$$\begin{aligned}\bar{s}_t &= A_s \hat{s}_{t-1} \\ \bar{P}_{s,t} &= A_s \hat{P}_{s,t-1} A_s^T + B_s B_s^T\end{aligned}$$

Этап коррекции:

$$\begin{aligned}\hat{s}_t &= \bar{s}_t + K_s \Lambda_s (z_t - C_x \bar{x}_t - C_s \bar{s}_t) \\ \hat{P}_{s,t} &= \bar{P}_{s,t} - K_s \Lambda_s K_s^T\end{aligned}$$

Аппроксимация:

$$\begin{aligned}K_s &= \bar{P}_{s,t} C_s^T \\ \Lambda_s &= C_s \bar{P}_{s,t} C_s^T + D D^T\end{aligned}$$

Уравнение наблюдения:

$$z_t = C_x x_t + C_s s_t + D w$$