Développement d'une règle de traitement individuelle optimale en présence d'observation irrégulière du résultat

Janie Coulombe

Travail conjoint avec Erica E.M. Moodie, Susan M. Shortreed et Christel Renoux

janie.coulombe@umontreal.ca

Département de mathématiques et de statistique, Université de Montréal

Présenté au Département de mathématiques, Université de Sherbrooke 25 novembre 2022

Motivation

Contexte:

- Dossiers médicaux électroniques du Royaume-Uni (Clinical Practice Research Datalink (CPRD)).
- Cohorte de nouveaux utilisateurs d'antidépresseurs avec un diagnostic de dépression dans l'année précédente.

Contexte:

- Dossiers médicaux électroniques du Royaume-Uni (Clinical Practice Research Datalink (CPRD)).
- Cohorte de nouveaux utilisateurs d'antidépresseurs avec un diagnostic de dépression dans l'année précédente.
- ► Inhibiteurs sélectifs de la recapture de la sérotonine (ISRS) ciblés: Citalopram et fluoxétine (31,120 patients).
- ► Effets indésirables incluent les changements dans l'appétit et le poids.

Maintenant, supposons que citalopram ait le meilleur effet marginal sur le poids (c'est-à-dire qu'en moyenne, il cause moins de variations de poids détrimentales).

Question:

► Peut-on faire mieux que de toujours prescrire l'antidépresseur qui a le "meilleur" effet causal marginal sur le poids?

 On souhaite développer une règle de traitement individuelle optimale, de type

"Traiter avec citalopram si l'espérance du résultat (E[Y(t)|...]) est optimisée sous citalopram, et sinon, avec fluoxétine"

- Le but: Minimiser les changements de poids "détrimentaux".
- On utilise une fonction de l'indice de masse corporelle (IMC) comme résultat.

Idée: A partir des données (caractéristiques des patients et autres), on peut en apprendre sur les profils qui réagissent mieux à tel ou tel médicament.

Idée: A partir des données (caractéristiques des patients et autres), on peut en apprendre sur les profils qui réagissent mieux à tel ou tel médicament.

(Notez, cela correspond à étudier des effets conditionnels de traitement, plutôt que l'effet marginal).

Idée: A partir des données (caractéristiques des patients et autres), on peut en apprendre sur les profils qui réagissent mieux à tel ou tel médicament.

(Notez, cela correspond à étudier des effets conditionnels de traitement, plutôt que l'effet marginal).

On voudra estimer ce qu'on appelle la **modification d'effet** du traitement par les caractéristiques des patients.

Idée: A partir des données (caractéristiques des patients et autres), on peut en apprendre sur les profils qui réagissent mieux à tel ou tel médicament.

(Notez, cela correspond à étudier des effets conditionnels de traitement, plutôt que l'effet marginal).

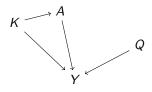
On voudra estimer ce qu'on appelle la **modification d'effet** du traitement par les caractéristiques des patients.

Ex.:

- ► Au-dessus de 40 ans, citalopram devient préférable à fluoxétine
- Les patients qui ont déjà reçu un diagnostic d'anxiété généralisée ont moins de variations de poids avec fluoxétine
- Etc.

Modification d'effet (=interaction avec le traitement)

Supposons qu'on s'intéresse à l'effet causal de A sur Y et qu'on a:



Certains modèles possibles pour Y:

$$\mathbb{E}[Y|A,K,Q] = \beta_0 + \beta_a A + \beta_k K + \beta_q Q, \tag{A}$$

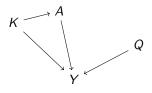
$$\mathbb{E}[Y|A, K, Q] = \beta_0 + \beta_a A + \beta_k K + \beta_q Q + \beta_{int} A \times K,$$
(B)

$$\mathbb{E}[Y|A, K, Q] = \beta_0 + \beta_a A + \beta_k K + \beta_q Q + \beta_{int} A \times Q,$$
 (C)

$$\mathbb{E}[Y|A, K, Q] = \beta_0 + \beta_a A + \beta_k K + \beta_q Q + \beta_{int1} A \times K + \beta_{int2} A \times Q, \qquad (D)$$

Modification d'effet (=interaction avec le traitement)

Supposons qu'on s'intéresse à l'effet causal de A sur Y et qu'on a:



Certains modèles possibles pour Y:

$$\mathbb{E}[Y|A,K,Q] = \beta_0 + \beta_a A + \beta_k K + \beta_q Q, \tag{A}$$

$$\mathbb{E}[Y|A, K, Q] = \beta_0 + \beta_a A + \beta_k K + \beta_q Q + \beta_{int} A \times K,$$
(B)

$$\mathbb{E}[Y|A,K,Q] = \beta_0 + \beta_2 A + \beta_k K + \beta_a Q + \beta_{int} A \times Q, \tag{C}$$

$$\mathbb{E}[Y|A, K, Q] = \beta_0 + \beta_a A + \beta_k K + \beta_q Q + \beta_{int1} A \times K + \beta_{int2} A \times Q, \qquad (D)$$

Modèles (B), (C) et (D) permettent à l'effet de A sur Y de varier selon K, ou Q, ou les deux. C.-à-d. que

$$\mathbb{E}[Y|A=1,K,Q]-\mathbb{E}[Y|A=0,K,Q]$$

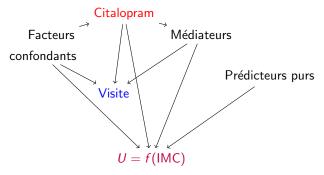
dépend des valeurs de K et Q.



Notre règle dépendra donc des effets conditionnels de traitement (qui doivent être estimés de façon convergente).

Défis particuliers dans notre contexte: L'IMC est mesuré à répétition et de façon irrégulière, et il y a de la confusion.

Le diagramme causal postulé à chaque temps t:



Avec Visite(t) = 1 correspondant à l'observation de U(t) = f(IMC).

L'indicateur de visite agit comme facteur de collision. Or, la condition sur un facteur de collision crée des associations trompeuses entre ses ancêtres (Greenland, 2003).

Méthodes

Notation (1)

On s'intéresse à un échantillon aléatoire de patients indexés par i=1,...,n.

Soient:

- $ightharpoonup A_i(t)$ et $Y_i(t)$ le traitement binaire et le résultat continu de l'individu i au temps t
- Les facteurs confondants dénotés par K_i(t)
- Les prédicteurs purs de $Y_i(t)$, dénotés par $\mathbf{Q_i(t)}$
- Les prédicteurs de $Y_i(t)$ sans le traitement, $\mathbf{X}_i^{\beta}(\mathbf{t}) = [\mathbf{1} \ \mathbf{K}_i(\mathbf{t}) \ \mathbf{Q}_i(\mathbf{t})]$
- Les modificateurs d'effet $\mathbf{X}_{\mathbf{i}}^{\psi}(\mathbf{t})$
- ightharpoonup Soit $\mathbf{X}(\mathbf{t}) = egin{bmatrix} \mathbf{X}^{eta}(\mathbf{t}) & \mathbf{X}^{\psi}(\mathbf{t}) \end{bmatrix}$

Notation (2)

Pour modéliser les temps d'observation de $Y_i(t)$:

- $ightharpoonup dN_i(t)$ l'indicateur de visite et d'observation de $Y_i(t)$
- Par définition, $N_i(t) = \int_{s=0}^t \sum_{j=1}^{F_i} \mathbb{I}(s=T_{ij})$ pour T_{ij} les temps de visite du patient i
- C_i le temps passé dans l'étude, pour le patient i
- $\blacktriangleright \xi_i(t) = \mathbb{I}(C_i \geq t)$ l'indicateur d'être encore dans l'étude au temps t
- ▶ On assume que $dN_i(t) \perp Y_i(t)|\mathbf{V_i(t)}$ pour $\mathbf{V_i(t)}$ un ensemble de variables affectant les visites.

Voyons d'abord le cas plus simple (règle qui n'est pas doublement robuste).

Postulons:

$$\mathbb{E}[Y_i(t)|A_i(t),\mathbf{X}_i(t)]=g(\mathbf{X}_i^{\psi}(t))+A_i(t)\boldsymbol{\psi}'\mathbf{X}_i^{\psi}(t).$$

C'est le blip qui nous intéresse (comment l'effet de traitement varie dans diverses strates de la population) et non la fonction $g(\cdot)$. On se concentre sur l'estimation des coefficients du blip.

Sous le modèle postulé pour le résultat, la règle suivante:

"Traiter avec citalopram si l'espérance de l'issue est maximisée sous citalopram, et sinon, avec fluoxétine"

devient alors

"Traiter avec citalopram si $\hat{\psi}' \mathbf{X}_i^{\psi}(t) \geq 0$, et sinon, avec fluoxétine."

Si on peut estimer ψ de façon convergente (et robuste? A venir plus tard...) alors on a une règle avec de bonnes propriétés.

Hypothèses causales

- Soient $Y_{i0}(t)$ et $Y_{i1}(t)$ deux issues potentielles sous les interventions 0 et 1 (Neyman, 1923; Rubin, 1974)
- Paramètre d'intérêt: effet conditionnel de traitement

$$\mathsf{ECT} = \mathbb{E}[Y_{i1}(t) - Y_{i0}(t) | \mathbf{X}_{\mathbf{i}}^{\psi}(t)]$$

▶ Données (si $\mathbf{X}^{\psi}(t) = X^{\psi}(t)$):

| ID | $dN_i(t)$ | $A_i(t)$ | $X_i^{\psi}(t)$ (groupe âge) | $Y_i(t)$ | $Y_{i0}(t)$ | $Y_{i1}(t)$ |
|----|-----------|----------|------------------------------|----------|-------------|-------------|
| 1 | 1 | 1 | 18-25 | 25 | - | 25 |
| 2 | 1 | 0 | 26-35 | 22 | 22 | - |
| | | I | · | | | |

...

| n-1 | 1 | 0 | 18-25 | 23 | 23 | - |
|-----|---|---|-------|----|----|----|
| n | 1 | 1 | 26-35 | 15 | ı | 15 |

Hypothèses causales

À partir des hypothèses causales suivantes, on peut estimer des fonctions de $Y_{i0}(t)$ et $Y_{i1}(t)$:

► Interchangeabilité conditionnelle

$$A_i(t) \perp \{Y_{i0}(t), Y_{i1}(t)\} | \mathbf{K_i(t)}, \mathbf{V_i(t)}, dN_i(t)$$

▶ Positivité de l'intervention et de l'observation

$$0<\mathbb{P}(A_i(t)|\mathsf{K_i}(\mathsf{t}),\mathsf{X}_\mathsf{i}^\psi)<1$$

$$0 < \mathbb{P}(dN_i(t)|\mathbf{V_i(t)}) < 1$$

Consistence de l'issue

$$Y_i(t) = A_i(t)Y_{i1}(t) + (1 - A_i(t))Y_{i0}(t)$$

Pourquoi?

On utilise le concept de "pseudo-population":

$$\begin{split} &\mathbb{E}[Y_{i1}(t) - Y_{i0}(t)|\mathbf{X}_{i}^{\psi}(\mathbf{t})] \\ &= \mathbb{E}_{\mathbf{V}}[\mathbb{E}_{\mathbf{K}}[\mathbb{E}[Y_{i1}(t)|\mathbf{K}_{i}(\mathbf{t}),\mathbf{V}_{i}(\mathbf{t}),\mathbf{X}_{i}^{\psi}(\mathbf{t})]]] - \mathbb{E}_{\mathbf{V}}[\mathbb{E}_{\mathbf{K}}[\mathbb{E}[Y_{i0}(t)|\mathbf{K}_{i}(\mathbf{t}),\mathbf{V}_{i}(\mathbf{t}),\mathbf{X}_{i}^{\psi}(\mathbf{t})]]] \\ &= \mathbb{E}_{\mathbf{V}}[\mathbb{E}_{\mathbf{K}}[\mathbb{E}[Y_{i1}(t)|\mathbf{K}_{i}(\mathbf{t}),A_{i}(t)=1,\mathbf{V}_{i}(\mathbf{t}),dN_{i}(t)=1,\mathbf{X}_{i}^{\psi}(\mathbf{t})]]] \\ &- \mathbb{E}_{\mathbf{V}}[\mathbb{E}_{\mathbf{K}}[\mathbb{E}[Y_{i0}(t)|\mathbf{K}_{i}(\mathbf{t}),A_{i}(t)=0,\mathbf{V}_{i}(\mathbf{t}),dN_{i}(t)=1,\mathbf{X}_{i}^{\psi}(\mathbf{t})]]] \end{split}$$

par interchangeabilité conditionnelle et positivité

$$= \mathbb{E}_{\mathbf{V}}[\mathbb{E}_{\mathbf{K}}[\mathbb{E}[Y_{i}(t)|\mathbf{K}_{i}(t), A_{i}(t) = 1, \mathbf{V}_{i}(t), dN_{i}(t) = 1, \mathbf{X}_{i}^{\psi}(t)]]]$$

$$- \mathbb{E}_{\mathbf{V}}[\mathbb{E}_{\mathbf{K}}[\mathbb{E}[Y_{i}(t)|\mathbf{K}_{i}(t), A_{i}(t) = 0, \mathbf{V}_{i}(t), dN_{i}(t) = 1, \mathbf{X}_{i}^{\psi}(t)]]]$$
par consistence.

On peut ensuite montrer pour chaque partie de l'expression:

$$\begin{split} &\mathbb{E}_{\mathbf{V}}[\mathbb{E}_{\mathbf{K}}[\mathbb{E}[Y_{i}(t)|\mathbf{K}_{i}(\mathbf{t}),A_{i}(t)=1,\mathbf{V}_{i}(\mathbf{t}),dN_{i}(t)=1,\mathbf{X}_{i}^{\psi}(\mathbf{t})]]] \\ &= \sum_{\mathbf{V}} \sum_{\mathbf{K}} \frac{\mathbb{P}(A_{i}(t)=1|\mathbf{K}_{i}(\mathbf{t}))\mathbb{P}(dN_{i}(t)=1|\mathbf{V}_{i}(\mathbf{t}))}{\mathbb{P}(A_{i}(t)=1|\mathbf{K}_{i}(\mathbf{t}))\mathbb{P}(dN_{i}(t)=1|\mathbf{V}_{i}(\mathbf{t}))} \\ &\times \mathbb{E}[Y_{i}(t)|\mathbf{K}_{i}(\mathbf{t}),A_{i}(t)=1,\mathbf{V}_{i}(\mathbf{t}),dN_{i}(t)=1,\mathbf{X}_{i}^{\psi}(\mathbf{t})]\mathbb{P}(\mathbf{K}=\mathbf{K}_{i}(\mathbf{t}))\mathbb{P}(\mathbf{V}=\mathbf{V}_{i}(\mathbf{t})) \\ &= ... \\ &= \mathbb{E}\left[\frac{\mathbb{I}(A_{i}(t)=1,dN_{i}(t)=1)Y_{i}(t)}{\mathbb{P}(A_{i}(t)=1|\mathbf{K}_{i}(\mathbf{t}))\mathbb{P}(dN_{i}(t)=1|\mathbf{V}_{i}(\mathbf{t}))}|\mathbf{X}_{i}^{\psi}(\mathbf{t})\right], \end{split}$$

et similairement pour $A_i(t) = 0$, menant à

$$\mathbb{E}\left[\frac{\mathbb{I}(A_i(t)=0,dN_i(t)=1)Y_i(t)}{\mathbb{P}(A_i(t)=0|\mathbf{K}_i(t))\mathbb{P}(dN_i(t)=1|\mathbf{V}_i(t))}|\mathbf{X}_i^{\psi}(\mathbf{t})\right]$$

On modélise les temps d'observation à partir du modèle à taux proportionnel:

$$\mathbb{E}[dN_i(t)|\mathbf{V_i(t)}] = \xi_i(t) \exp \left\{ \boldsymbol{\gamma}' \mathbf{V_i(t)} \right\} \lambda_0(t) dt$$

avec γ estimé avec Andersen et Gill (1982). Le modèle ci-haut sert à calculer un poids inverse à l'intensité de visite (IIV) dénoté par $\varphi_i(\gamma, \mathbf{V_i(t)})$ (Lin et al., 2004).

Ce poids est combiné à un poids inverse à la probabilité de traitement (IPT):

$$e_i(\omega, \mathbf{K_i(t)}) = rac{\mathbb{I}(A_i(t) = 1)}{\mathbb{P}(A_i(t) = 1|\mathbf{K_i(t)}; \omega)} + rac{\mathbb{I}(A_i(t) = 0)}{\mathbb{P}(A_i(t) = 0|\mathbf{K_i(t)}; \omega)}.$$

Pour construire une règle doublement robuste, on incorpore maintenant un modèle "sans traitement" (treatment-free) en plus du blip $\psi' \mathbf{X}_{i}^{\psi}(t)$:

$$\mathbb{E}[Y_i(t)|A_i(t),\mathbf{X}_i(t)] = f\left\{\mathbf{X}_i^{\beta}(t);\boldsymbol{\beta}\right\} + A_i(t)\psi'\mathbf{X}_i^{\psi}(t).$$

La fonction $f\left\{\mathbf{X}_{i}^{\beta}(t); \boldsymbol{\beta}\right\}$: Un premier essai pour ajuster pour la confusion (on ajoutera en plus les poids IPT)

Doublement robuste - intuition

Soit on trouve un poids (inverse) relié au mécanisme de prescription, qui rend $A_i(t)$ et $\mathbf{X}_i^{\beta}(t)$ indépendants lorsque le poids est bien spécifié

Doublement robuste - intuition

- Soit on trouve un poids (inverse) relié au mécanisme de prescription, qui rend $A_i(t)$ et $\mathbf{X}_i^{\beta}(t)$ indépendants lorsque le poids est bien spécifié
- Soit $f\left\{\mathbf{X}_{i}^{\beta}(t); \beta\right\}$ est bien spécifié et on a l'indépendance entre $Y_{i}(t)$ et $\mathbf{X}_{i}^{\beta}(t)$ dans

$$\mathbb{E}[Y_i(t)|A_i(t),\mathbf{X}_i(t)] = \underbrace{f\left\{\mathbf{X}_i^{\beta}(t);\beta\right\}}_{\text{contient les facteurs confondants}} + A_i(t)\psi'\mathbf{X}_i^{\psi}(t)$$

de sorte que le blip (en bleu) peut être estimé.

Doublement robuste - intuition

- Soit on trouve un poids (inverse) relié au mécanisme de prescription, qui rend $A_i(t)$ et $\mathbf{X}_i^{\beta}(t)$ indépendants lorsque le poids est bien spécifié
- Soit $f\left\{\mathbf{X}_{i}^{\beta}(t); \beta\right\}$ est bien spécifié et on a l'indépendance entre $Y_{i}(t)$ et $\mathbf{X}_{i}^{\beta}(t)$ dans

$$\mathbb{E}[Y_i(t)|A_i(t),\mathbf{X}_i(t)] = \underbrace{f\left\{\mathbf{X}_i^\beta(t);\beta\right\}}_{\text{contient les facteurs confondants}} + A_i(t)\psi'\mathbf{X}_i^\psi(t)$$

de sorte que le blip (en bleu) peut être estimé.

Dans les deux cas, les coefficients ψ peuvent être estimés de façon convergente même si l'un des deux modèles (du poids ou du modèle sans traitement) n'est pas correct.

 L'équation d'estimation à résoudre (extension des dWOLS proposés par Wallace et Moodie (2015)):

$$U(\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\psi}; \hat{\boldsymbol{\gamma}}, \hat{\boldsymbol{\omega}}) = \sum_{i=1}^{n} \int_{0}^{\tau} \varphi_{i}(\hat{\boldsymbol{\gamma}}, \mathbf{V}_{i}(\mathbf{t})) e_{i}(\hat{\boldsymbol{\omega}}, \mathbf{K}_{i}(\mathbf{t}))$$

$$\times \left[\frac{\partial f\{\mathbf{X}_{i}^{\beta}(t); \boldsymbol{\beta}\}}{\partial \boldsymbol{\beta}} \right] \left[Y_{i}(t) - f\{\mathbf{X}_{i}^{\beta}(t); \boldsymbol{\beta}\} - A_{i}(t) \boldsymbol{\psi}' \mathbf{X}_{i}^{\psi}(t) \right] dN_{i}(t) = \mathbf{0}.$$

▶ La variance asymptotique peut être calculée (Newey et McFadden, 1994):

$$\sqrt{n}(\hat{\psi}_{\mathsf{DW}} - \psi_{\mathbf{0}}) \overset{d}{ o} \mathit{N}(\mathbf{0}, \Sigma_{\mathsf{A}}),$$

pour $\Sigma_{ extsf{A}}$ un bloc dans

$$\boldsymbol{\Sigma} = \mathbf{G}_{\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\psi}}^{-1} \mathbb{E}\left[\left\{\mathbf{g}(\mathbf{o};\boldsymbol{\beta}_{\mathbf{0}},\boldsymbol{\psi}_{\mathbf{0}},\boldsymbol{\omega}_{\mathbf{0}},\boldsymbol{\gamma}_{\mathbf{0}}) - \mathbf{G}_{\boldsymbol{\omega},\boldsymbol{\gamma}}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{m}(\mathbf{o};\boldsymbol{\omega}_{\mathbf{0}},\boldsymbol{\gamma}_{\mathbf{0}})\right\}^{\otimes 2}\right]\mathbf{G}_{\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\psi}}^{-1}.$$

Autres hypothèses

Note 1: On fait l'hypothèse que l'effet de traitement est aigu (pas de délai, pas d'effets rémanents) (Dong et al., 2021):

Note 2: Tel que décrit dans Wallace et Moodie (2015), le fait

- 1. d'utiliser un poids qui satisfait la "balancing condition" (comme IPT ou les poids de chevauchement) et
- 2. de bien spécifier le blip $\psi' \mathbf{X}_{i}^{\psi}(t)$,

en plus de satisfaire les autres hypothèses mentionnées plus tôt, mène à un estimateur doublement robuste. Dans notre cas, on ajoute un poids IIV qui doit absolument être correctement spécifié.

Étude de simulation

$$\mathbf{K_i} = \{K_{1i}, K_{2i}, K_{3i}\} \sim \{N(1,1), Bern(0,55), N(0,1)\}$$
 $A_i \sim Bern(p_i) \text{ avec } p_i = \text{expit } \{0.5 + 0.55K_{1i} - 0.2K_{2i} - 1K_{3i}\}$

$$Z_i(t) \sim \begin{cases} N(2,1) & \text{si} \quad A_i = 1\\ N(4,2) & \text{si} \quad A_i = 0 \end{cases}$$

$$Q_i(t) \sim Bern(0.5)$$

$$Y_i(t) = \sqrt{(t/100)} - \frac{2}{2}A_i + 2.5\{Z_i(t) - \mathbb{E}[Z_i(t)|A_i]\} + \frac{1}{2}A_i + \frac{1}{2}A$$

$$Y_{i}(t) = \sqrt{(t/100)-2} A_{i} + 2.5 \{Z_{i}(t) - \mathbb{E}[Z_{i}(t)|A_{i}]\} + 0.4K_{i1i} + 0.05K_{2i} - 0.6K_{3i} + 0.5 \{A_{i} \times Q_{i}(t)\} - 1 \{A_{i} \times K_{1i}\} + \epsilon_{i}(t)$$

$$où \epsilon_{i}(t)|\phi_{i} \sim N(\phi_{i}, 0.01), \phi_{i} \sim N(0, 0.04)$$

 $dN_i(t) \sim Poisson(\lambda_i(t))$ avec $\lambda_i(t) = \eta_i \exp{\{\gamma_A A_i + \gamma_Z Z_i(t) + \gamma_{K2} K_2 + \gamma_{K3} K_3\}}$ où η_i un effet aléatoire, $(\gamma_A, \gamma_Z, \gamma_{K2}, \gamma_{K3})$ les param. de dépendance

Étude de simulation

Les visites simulées selon le modèle à taux proportionnel:

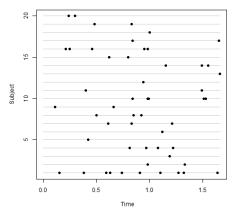


Diagramme abacus produit à partir du progiciel IrregLong (Pullenayegum, 2022)

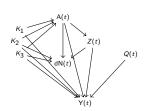
Estimateurs comparés

Pour évaluer la robustesse de la méthode, on compare 6 estimateurs:

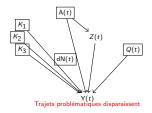
| | Modèle mal spécifié (x) | | | | | |
|----------------------------|--------------------------------|--------------------------------|-------------------------|--------------------|--|--|
| Estimateur | Visite (partiel ¹) | Visite (complet ²) | Traitement ³ | Issue ⁴ | | |
| $\hat{\psi}_{DW1}$ | | | | | | |
| $\hat{\psi}_{DW2}$ | X | | | × | | |
| $\hat{\psi}_{	extsf{DW}3}$ | X | | × | | | |
| $\hat{\psi}_{DW4}$ | | × | | | | |
| $\hat{\psi}_{	extsf{OLS}}$ | | × | × | | | |
| $\hat{\psi}$ IPT | | × | | | | |

- 1. Ajusté pour les variables importantes (traitement et médiateur)
- 2. Non ajusté pour le médiateur, ajusté pour le traitement et \mathcal{K}_2
- 3. Mauvais format (au carré) pour termes linéaires de \mathcal{K}_1 et \mathcal{K}_3
- 4. Manque l'ajustement pour K_2

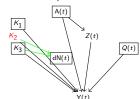
Diagrammes causaux correspondants



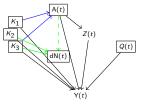
(a) Mécanisme de génération des données



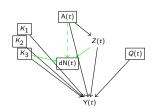
(b) Estimateur proposé



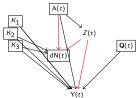
(c) DW2: Modèles observation et résultat incorrects



(d) DW3: Modèle observation et modèle traitement incorrects



(e) DW4: Modèle observation incorrect $(dN_i(t) \sim A(t) + K_2)$



(f) Estimateur IPT (biais stratification sur collision)

Résultats

Tableau 1: Résultats de l'étude de simulation (M=1000 simulations) - taux d'erreur de la décision optimale pour le traitement

| Taille | Paramètres | No. temps obs. | Taux erreur | | | | | |
|--------|-------------------------|----------------|-----------------------|-------------------------------|-------------------------------|-----------------------|---------------------------------------|-------------------------------|
| éch. | $oldsymbol{\gamma}^{v}$ | moyenne (EIQ) | $\hat{m{\psi}}_{DW1}$ | $\hat{oldsymbol{\psi}}_{DW2}$ | $\hat{oldsymbol{\psi}}_{DW3}$ | $\hat{m{\psi}}_{DW4}$ | $\hat{oldsymbol{\psi}}_{	extit{OLS}}$ | $\hat{oldsymbol{\psi}}_{IPT}$ |
| 250 | 1 | 3 (1-3) | 0.02 | 0.01 | 0.01 | 0.04 | 0.03 | 0.04 |
| | 2 | 3 (2-5) | 0.05 | 0.06 | 0.05 | 0.16 | 0.15 | 0.16 |
| | 3 | 6 (3-9) | 0.06 | 0.03 | 0.03 | 0.26 | 0.25 | 0.26 |
| | 4 | 10 (8-12) | 0.01 | 0.01 | 0.00 | 0.01 | 0.00 | 0.01 |
| 500 | 1 | 3 (1-3) | 0.01 | 0.01 | 0.01 | 0.03 | 0.03 | 0.03 |
| | 2 | 3 (1-5) | 0.02 | 0.03 | 0.02 | 0.14 | 0.13 | 0.14 |
| | 3 | 6 (3-9) | 0.04 | 0.02 | 0.02 | 0.25 | 0.25 | 0.25 |
| | 4 | 10 (8-12) | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |

 $[\]upsilon.1.$ (-2, -0.3, 0.2, -1.2); 2. (0.3, -0.6, -0.4, -0.3); 3. (0.4, -0.8, 1, 0.6); 4. (0, 0, 0, 0). Abbrév.: EQM, erreur quadratique moyenne; EIQ, étendue interquartile.

Application

Question

- Règle de traitement pour choisir entre citalopram (1) et fluoxétine (0) pour réduire les variations détrimentales de l'IMC
- Définition de l'issue:

$$U(t) = 100 - \left[|\mathsf{IMC}(t) - 22| - |\mathsf{IMC}(0) - 22| \right] / \mathsf{IMC}(0) \times 100$$

(enlève à 100 l'éloignement relatif au poids normal par rapport à l'entrée dans la cohorte - si l'IMC varie d'une façon détrimentale, l'utilité diminue vers un minimum dans la cohorte).

▶ 31,120 patients et 48,388 mesures pour U(t)

Caractéristiques des patients à l'entrée dans la cohorte

Tableau 2: Caractéristiques des 31,120 patients, n (%), CPRD, 1998-2017

| | Traitement | | |
|--|-------------|-------------|--|
| Variable | Citalopram | Fluoxétine | |
| | (n=18,671) | (n=12,449) | |
| Âge, moyenne (ES) | 48.5 (18.1) | 45.1 (16.5) | |
| Sexe masculin | 5965 (32) | 3609 (29) | |
| Indice de déprivation multiple, moyenne (ES) | 3.0 (1.4) | 3.1 (1.4) | |
| Année d'entrée dans la cohorte | | | |
| 1998-2005 | 3751 (20) | 4896 (39) | |
| 2006-2011 | 10,279 (55) | 5703 (46) | |
| 2012-2017 | 4641 (25) | 1850 (15) | |
| A été fumeur | 11,586 (62) | 8017 (64) | |
| Abus d'alcool | 1478 (8) | 869 (7) | |
| Maladie psychiatrique [†] | 521 (3) | 321 (3) | |
| Anxiété | 5956 (32) | 2987 (24) | |
| Médication | ` ' | ` ' | |
| Antipsychotiques | 2836 (15) | 1675 (13) | |
| Autres psychotropiques [‡] | 4476 (24) | 2546 (20) | |
| Hypolipidémiants | 3360 (18) | 1614 (13) | |
| Nb. d'hospitalisations psychiatriques | , | ` / | |
| dans 6 mois précédents, moyenne (ES) | 0.04 (0.24) | 0.03 (0.34) | |

Abbrév.: CPRD, Clinical Practice Research Datalink; ES, erreur standard.

^{†.} Indicateur d'un diagnostic d'autisme, OCD, trouble bipolaire ou schizophrénie.

^{‡.} Inclut les benzodiazépines, anxiolytiques, barbituriques et hypnotiques.

Ratios de taux de visites

Tableau 3: Ratios de taux estimés (ICs 95% bootstrap) pour l'observation de l'issue U(t), CPRD, 1998-2017

| | Ratio de taux |
|---|-----------------|
| Variable | |
| | (CI 95%) |
| Traitement au citalopram | 0.9 (0.9, 0.9)* |
| Âge | 1.0 (1.0, 1.0) |
| Sexe masculin | 0.9 (0.9, 0.9)* |
| Indice de déprivation multiple | 1.0 (1.0, 1.0)* |
| Année d'entrée dans la cohorte (réf.= <2006) | |
| 2006-2011 | 0.9 (0.9, 1.0)* |
| 2012-2017 | 0.9 (0.9, 0.9)* |
| A été fumeur | 1.7 (1.6, 1.7)* |
| Abus d'alcool | 1.0 (0.9, 1.1) |
| Maladie psychiatrique [†] | 1.0 (0.9, 1.2) |
| Anxiété | 1.0 (1.0, 1.0) |
| Médication | , , |
| Antipsychotiques | 1.1 (1.0, 1.2)* |
| Autres psychotropiques [‡] | 1.2 (1.2, 1.3)* |
| Hypolipidémiants | 1.2 (1.2, 1.3)* |
| Nb. d'hospitalisations psychiatriques 6 mois précédents | 1.0 (0.9, 1.0) |

*. IC significatif.

1. Inclut les benzodiazépines, anxiolytiques, barbituriques et hypnotiques. ◆□▶ ◆□▶ ◆□▶ ◆□▶ □ ◆○○○

^{†.} Indicateur d'un diagnostic d'autisme, OCD, trouble bipolaire ou schizophrénie.

Règle de traitement

$$\begin{split} & \text{Traiter avec citalopram si } -1.26 + 0.01 \times [\textit{Age}] - 0.02 \times \mathbb{I} \left[\text{Sexe masculin} \right] \\ & + 0.06 \times \left[\text{Indice déprivation multiple} \right] - 0.04 \times \mathbb{I} \left[\text{A été fumeur} \right] \\ & + 0.46 \times \mathbb{I} \left[\text{Abus d'alcool} \right] + 1.36 \times \mathbb{I} \left[\text{Maladie psychiatrique} \right] \\ & + 0.46 \times \mathbb{I} \left[\text{Anxiété} \right] - 0.66 \times \mathbb{I} \left[\text{Utilisation d'antipsychotiques} \right] \\ & + 0.24 \times \mathbb{I} \left[\text{Autres psychotropiques} \right] + 0.06 \times \mathbb{I} \left[\text{Hypolipidémiants} \right] > 0 \end{split}$$

Tableau 4: Comparaison des issues ajustées, CPRD, 1998-2017

| | Issue ajustée moyenne (ES [†]) | | | | |
|-----------------------------|--|-------------------------------|-------------------------------|--------------------|--|
| Traitement | $\hat{oldsymbol{\psi}}_{	extit{OLS}}$ | $\hat{oldsymbol{\psi}}_{IPT}$ | $\hat{oldsymbol{\psi}}_{IIV}$ | $\hat{\psi}_{DW1}$ | |
| Reçu | 99.11 (0.001) | 99.09 (0.001) | 99.08 (0.001) | 99.06 (0.001) | |
| Optimal | 99.11 (0.001) | 99.12 (0.001) | 99.08 (0.001) | 99.11 (0.001) | |
| Abbréy : ES erreur standard | | | | | |

Abbrév.: ES, erreur standard.

^{†.} Basée sur les ES sommées et normalisées pour la variance de la moyenne des issues.

Discussion

Discussion

- Les règles de traitement individuelles permettent d'optimiser un choix de traitement selon les caractéristiques du patient
- Dans une analyse typique, on conditionne sur l'indicateur d'observation des variables. On doit étudier le diagramme causal!
- Les méthodes discutées s'appuient sur des hypothèses
 - causales
 - sur le mécanisme de génération des données
 - fenêtre temporelle pour l'effet de traitement
 - sur les modèles
- ► Extension à venir: Règle à plusieurs étapes et optimisation sur plusieurs points

Remerciements







Mmes Erica E. M. Moodie, Susan M. Shortreed et Christel Renoux

ainsi que Mr Éric Marchand pour l'invitation.

Merci de votre attention!

Financement et support:





compute calcul canada







Contact:

janie.coulombe@umontreal.ca



Références

- Andersen, P. K., et Gill, R. D. (1982) Cox's regression model for counting processes: a large sample study. *The Annals of Statistics*, 10(4), pp. 1100-1120.
- Bian, Z., Moodie, E. E. M., Shortreed, S. M., et Bhatnagar, S. (2021) Variable selection in regression-based estimation of dynamic treatment regimes. *Biometrics*, à venir.
- Coulombe, J., Moodie, E. E. M., et Platt, R. W. (2021) Weighted regression analysis to correct for informative monitoring times and confounders in longitudinal studies. *Biometrics*, 77(1), pp. 162-174.
- Coulombe, J., Moodie, E. E. M., Shortreed, S. M., et Renoux, C. (2022) Estimating Individualized Treatment Rules in Longitudinal Studies with Covariate-Driven Observation Times. *arXiv:2202.09611v1*, pp. 1-62.
- Dong, L., Moodie, E. E. M., Villain, L., et Thiébaut, R. Evaluating the use of generalized dynamic weighted ordinary least squares for individualized HIV treatment strategies. arXiv:2109.01218v1, pp. 1-38.
- Greenland, S. (2003) Quantifying biases in causal models: classical confounding vs collider-stratification bias. *Epidemiology*, 14(3), pp. 300-306.
- Lin, H., Scharfstein, D. O., et Rosenheck, R. A. (2004). Analysis of longitudinal data with irregular, outcome-dependent follow-up. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Statistical Methodology)*, 66(3), pp. 791-813.
- Newey, W. K., et McFadden, D. (1994) Large sample estimation and hypothesis testing. *Handbook of econometrics*, 4, pp. 2111-2245.
- Neyman, J. S. (1923) On the application of probability theory to agricultural experiments. Essay on principles, section 9, *Statistical Science*, 5(14), pp. 465-472.
- Pullenayegum, E. Package 'IrregLong'. 2022.
- Wallace, M., et Moodie, E. E. M. (2015) Doubly-robust dynamic treatment regimen estimation via weighted least squares. *Biometrics*, 71(3), pp. 636-644.
- Rubin, D. B. (1974) Estimating causal effects of treatments in randomized and nonrandomized studies, *Journal of Educational Psychology*, 66(5), pp. 688-701.

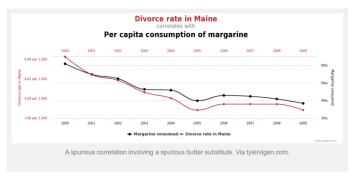
Blip évalué chez différents patients

| Male | | Ever | Alcohol | Psychiatric | | Antipsy. | Psychotro. | Lipid | Value |
|-------|----------|--------|---------|-------------|---------|----------|------------|------------|----------|
| sex | IMD | smoker | abuse | diagnosis | Anxiety | drug | drug | lowering | blip |
| (yes) | (1 to 5) | (yes) | (yes) | (yes) | (yes) | (yes) | (yes) | drug (yes) | function |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | -2.23 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | -2.07 |
| 0 | 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | -1.46 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1.32 |
| 1 | 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | -1.30 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1.16 |
| 0 | 3 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -0.98 |
| 1 | 3 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -0.82 |
| 0 | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -0.80 |
| 0 | 3 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | -0.71 |
| 1 | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -0.64 |
| 0 | 3 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -0.56 |
| 1 | 3 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | -0.55 |
| 1 | 3 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -0.40 |
| 0 | 5 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -0.30 |
| 1 | 5 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -0.14 |
| 0 | 3 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.67 |
| 0 | 3 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.75 |
| 1 | 3 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.83 |
| 0 | 3 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0.89 |
| 1 | 3 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.91 |
| 0 | 3 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1.02 |
| 0 | 5 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1.01 |
| 1 | 3 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1.05 |
| 1 | 5 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1.17 |
| 1 | 3 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1.18 |
| 1 | 5 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 2.03 |

Rappel: Facteur confondant

Divorce And Margarine

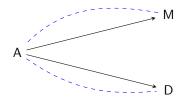
Posted on April 10, 2017 by annahaensch



Source: blogs.ams.org

Facteur confondant A: Intérêt dans la relation M-D

Sans ajustement: M et D dépendants



Si modélisation de M|A et ajustement (p. ex., poids IPT):



Tableau 5: Coefficients of the blip function (95% bootstrap Cls) for the optimal treatment rules as estimated by four alternative models: OLS which does not adjust for confounding or observation process, IPW which accounts only for confounding, IIV which accounts only for the observation process, and the proposed doubly-weighted estimator which accounts for both processes, CPRD, UK, 1998-2017, n=31, 120 individuals.

| Variable | $\hat{\psi}_{OLS}$ | $\hat{\psi}_{IPT}$ | $\hat{\psi}_{IIV}$ | $\hat{\psi}_{DW}$ |
|--|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| Intercept | -1.66 (-2.69, -0.46) | -1.38 (-2.62, -0.11) | -1.68 (-2.84, -0.58) | -1.45 (-2.66, -0.22) |
| Age | 0.01 (-0.01, 0.03) | 0.00 (-0.01, 0.03) | 0.01 (-0.01, 0.03) | 0.00 (-0.02, 0.03) |
| Male sex | -0.08 (-0.67, 0.55) | 0.03 (-0.59, 0.62) | 0.03 (-0.54, 0.65) | 0.16 (-0.48, 0.76) |
| IMD | 0.14 (-0.09, 0.31) | 0.14 (-0.13, 0.32) | 0.12 (-0.10, 0.31) | 0.13 (-0.13, 0.31) |
| Ever smoker | 0.23 (-0.38, 0.66) | 0.13 (-0.47, 0.65) | 0.21 (-0.41, 0.66) | 0.08 (-0.50, 0.60) |
| Alcohol abuse | 1.03 (-0.11, 2.24) | 0.68 (-0.48, 1.88) | 0.78 (-0.26, 1.99) | 0.42 (-0.70, 1.60) |
| Psychiatric disease [†] | 0.44 (-1.83, 2.10) | 1.02 (-1.23, 2.84) | 0.58 (-1.73, 1.93) | 1.31 (-0.88, 3.05) |
| Anxiety | 0.29 (-0.07, 1.12) | 0.31 (-0.02, 1.21) | 0.32 (-0.05, 1.15) | 0.35 (0.00, 1.26) |
| Medication | , , | , , | , , | , , |
| Antipsychotics | -0.73 (-1.56, 0.17) | -0.82 (-1.75, 0.10) | -0.78 (-1.61, 0.10) | -0.91 (-1.91, 0.03) |
| Other psychotropic drugs [‡] | 0.03 (-0.81, 0.66) | 0.07 (-0.73, 0.64) | 0.22 (-0.49, 0.86) | 0.30 (-0.47, 0.93) |
| Lipid lowering drugs | -0.16 (-0.73, 0.76) | 0.04 (-0.70, 0.97) | -0.02 (-0.57, 0.95) | 0.21 (-0.49, 1.23) |

Abbreviations: CI, confidence interval; CPRD, Clinical Practice Research Datalink; UK, United Kingdom; IMD, Index of Multiple Deprivation.

^{†.} An indicator for a diagnosis of either autism spectrum disorder, obsessive compulsive disorder, bipolar disorder, or schizophrenia.

^{‡.} Which include benzodiazepine drugs, anxiolytics, barbiturates and hypnotics.