

Nivelación de Matemáticas para Ingeniería



Universidad
Tecnológica
del Perú

INTRODUCCION A LOS NUMEROS REALES

**OPERACIONES
CON ENTEROS**



**Universidad
Tecnológica
del Perú**

LOGRO DE LA SESIÓN

Al finalizar la sesión de aprendizaje el estudiante resuelve problemas con autonomía y seguridad, cuya solución requiera del uso de números enteros.



**Universidad
Tecnológica
del Perú**

ESQUEMA DE LA UNIDAD



SUMA DE NÚMEROS ENTEROS

- Si los números enteros tienen el mismo signo, se suman los valores absolutos y al resultado se le coloca el signo común.

$$3 + 5 = 8$$

$$(-3) + (-5) = -8$$

- Si números enteros son de distinto signo, se restan los valores absolutos (al mayor le restamos el menor) y al resultado se le coloca el signo del número de mayor valor absoluto.

$$-3 + 5 = 2$$

$$3 + (-5) = -2$$



PROPIEDADES DE LA SUMA DE NÚMEROS ENTEROS

- Clausura:

$$a + b \in \mathbb{Z}$$

$$3 + (-5) \in \mathbb{Z}$$

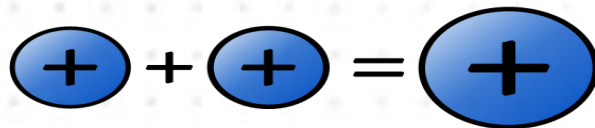
- Asociativa:

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

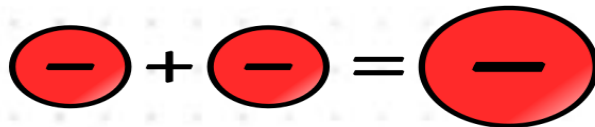
$$(2 + 3) + (-5) = 2 + [3 + (-5)]$$

$$5 - 5 = 2 + (-2)$$

$$0 = 0$$


$$+ + = +$$


$$+ - = +$$


$$- - = -$$


$$+ - = -$$

PROPIEDADES DE LA SUMA DE NÚMEROS ENTEROS

Conmutativa:

$$a + b = b + a$$

$$2 + (-5) = (-5) + 2$$

$$-3 = -3$$

Elemento neutro aditivo:

$$a + 0 = a$$

$$(-5) + 0 = -5$$

Elemento inverso aditivo

$$a + (-a) = 0$$

$$5 + (-5) = 0$$

$$-(-5) = 5$$



Universidad
Tecnológica
del Perú

PROPIEDADES DE LA RESTA DE NÚMEROS ENTEROS

Clausura:

$$a - b \in \mathbb{Z}$$

$$10 - (-5) \in \mathbb{Z}$$

No es Conmutativa:

$$a - b \neq b - a$$

$$5 - 2 \neq 2 - 5$$



Universidad
Tecnológica
del Perú

MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

La multiplicación de varios números enteros es otro número entero, que tiene como valor absoluto el producto de los valores absolutos y, como signo, el que se obtiene de la aplicación de la regla de los signos.



**Universidad
Tecnológica
del Perú**

REGLA DE LOS SIGNOS

$$(+) \cdot (+) = (+)$$

$$(+) \cdot (-) = (-)$$

$$(-) \cdot (+) = (-)$$

$$(-) \cdot (-) = (+)$$

EJEMPLOS

$$2 \cdot 5 = 10$$

$$2 \cdot (-5) = -10$$

$$(-2) \cdot 5 = -10$$

$$(-2) \cdot (-5) = 10$$

PROPIEDADES DE LA MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

Clausura

$$a \cdot b \in \mathbb{Z}$$

$$2 \cdot (-5) \in \mathbb{Z}$$

Asociativa

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

$$(2 \cdot 3) \cdot (-5) = 2 \cdot [(3 \cdot (-5))]$$

$$6 \cdot (-5) = 2 \cdot (-15)$$

$$-30 = -30$$



DIVISIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

La división de dos números enteros no necesariamente será entero, y tiene como signo el que se obtiene de la aplicación de la regla de los signos.

$$10 / 5 = 2$$

$$(-10) / (-5) = 2$$

$$10 / (-5) = -2$$

$$(-10) / 5 = -2$$

PROPIEDADES DE LA DIVISIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

No tiene propiedad de clausura:

$$(-2) : 6 \notin \mathbb{Z}$$

No es Conmutativa:

$$a : b \neq b : a$$

$$6 : (-2) \neq (-2) : 6$$

+	:	+	=	+
+	:	-	=	-
-	:	+	=	-
-	:	-	=	+

EJERCICIOS EXPLICATIVOS

1. Calcular el valor de :

$$E = \frac{17 - (-3)(2) + (-5)(-2)}{-5 + 6(-2) + (-5)(-4)}$$

Solución

$$E = \frac{17 + 6 + 10}{-5 - 12 + 20}$$

$$E = \frac{33}{3}$$

$$E = 11$$

EJERCICIOS EXPLICATIVOS

2. Un cardumen que está a 7 metros bajo el nivel del mar, primero baja 4 metros y luego sube 3 metros ¿A qué nivel del mar se encuentra ahora?

Solución

1. ¿Qué nos piden? Ubicación del cardumen
2. Datos: Posición 7m, baja 4m y sube 3m
3. Análisis:

$$-7 - 4 + 3 = -8$$

4. Respuesta:

El cardumen está a 8 metros bajo el nivel del mar.

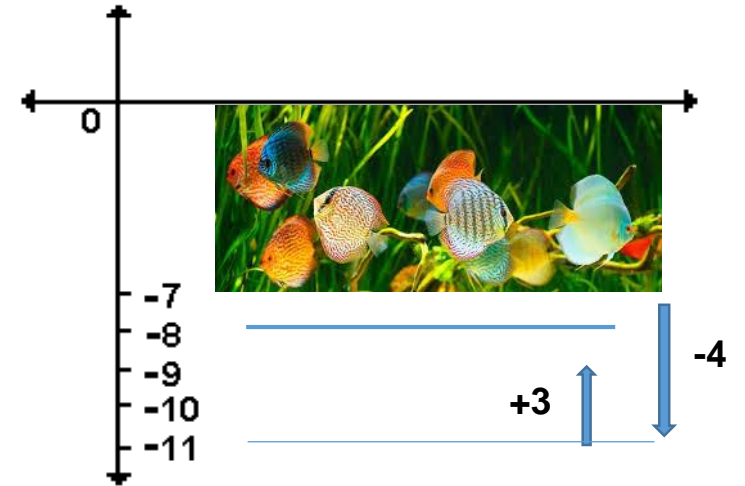


Imagen extraída de: infomarina.net/peces-agua-dulce/

EJERCICIOS EXPLICATIVOS

3. A las 8 de la mañana, un termómetro marcaba -3°C . Cuatro horas después, la temperatura subió en 5°C y siete horas después, bajo 8°C . ¿Qué temperatura marcaba el termómetro a las 7pm?

Solución

Lo que tenemos que hacer es sumar y restar las temperaturas, indicando siempre la hora de cada una:

8 am marcaba -3°C

12 pm (4 horas después) subió 5 grados: $(-3 + 5)^{\circ}\text{C} = 2^{\circ}\text{C}$

7 pm (7 horas después) bajo 8 grados: $(2 - 8)^{\circ}\text{C} = -6^{\circ}\text{C}$

Entonces podemos concluir que a las 7 pm la temperatura era de 6 grados bajo cero

EJERCICIOS EXPLICATIVOS



4. Una depresión profunda del océano está a 10 982 metros bajo el nivel del mar y una montaña, a 7580 metros sobre el nivel del mar. ¿Cuál es la distancia entre los extremos, suponiendo que un está debajo de la otra?

Solución

Basta con entender que la distancia que hay de 0 a 7580 es precisamente de 7580 y de 0 a 10982 es 10982 . Como están en direcciones opuestas sumas

$$10982 + 7580 = 18\,562 \text{ metros.}$$

EJERCICIOS EXPLICATIVOS

5. Al dividir 1016 entre otro número natural A, se obtiene 27 como cociente y 17 como residuo, ¿cuál es el número natural A que hace aquí las veces de divisor?

Solución

Al dividendo le quitamos el residuo, así convertimos la división inexacta en exacta:

$$1016 - 17 = 999$$

Para hallar el divisor dividimos el dividendo entre el cociente:

$$999 \div 27 = 37$$

El número natural A es 37

EJERCICIO RETO 1



Para financiar la construcción de una losa deportiva se requiere de S/ 1425, un grupo de vecinos aporta S/ 45 cada uno faltando cubrir S/30 ¿Cuántos vecinos integran dicho grupo?

$$1425 - 30 = 1395 \rightarrow 1395 \div 45 = 31$$

31 vecinos

EJERCICIO RETO 2

Un comerciante compra 350 lavadoras a S/.567 cada una, de las cuales vende algunas a S/.620 cada una, recibiendo S/.44640 por estas ventas. ¿Cuál fue la ganancia por las mismas?

$$44640 \div 620 = 72 \rightarrow 72(620 - 567)$$
$$72(53) = 3816$$

S/. 3816,00

Gracias



**Universidad
Tecnológica
del Perú**