1. Dada las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & 8 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 0 & 1 \\ 7 & 4 \end{pmatrix}$ calcula:

   a. A +2B

   (%i9) A: matrix([1,0,2],[2,−1,3],[4,1,8]);

   (%o9) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & 8 \end{pmatrix}$

   (%i8) B: matrix([−3,2],[0,1],[7,4]);

   (%o8) $\begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 0 & 1 \\ 7 & 4 \end{pmatrix}$

   (%i10) A;

   (%o10) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & 8 \end{pmatrix}$

   (%i11) A+2·B

   fullmap: arguments must have same formal structure.
   -- an error. To debug this try: debugmode(true);

   b. AB

   (%i16) A.B;

   (%o16) $\begin{pmatrix} 11 & 10 \\ 15 & 15 \\ 44 & 41 \end{pmatrix}$

   A.B;

   c. $2A^2$ - 3A - I

   (%i17) 2·A^^2−3·A−ident(3);

   (%o17) $\begin{pmatrix} 14 & 4 & 30 \\ 18 & 10 & 41 \\ 64 & 11 & 125 \end{pmatrix}$

   2*A^^2-3*A-ident(3);

   d. AA^T

   (%i18) A.transpose(A);

   (%o18) $\begin{pmatrix} 5 & 8 & 20 \\ 8 & 14 & 31 \\ 20 & 31 & 81 \end{pmatrix}$

   A.transpose(A);

   e. |A|

   (%i19) determinant(A);

   (%o19) 1

   determinant(A);

2. Calcula A^5 y A^{-5} siendo $A=\begin{pmatrix}1&0&0\\1&1&0\\1&1&1\end{pmatrix}$.

(%i21) C:matrix([1,0,0],[1,1,0],[1,1,1]);

(%o21) $\begin{pmatrix}1&0&0\\1&1&0\\1&1&1\end{pmatrix}$

(%i22) C^^5;

(%o22) $\begin{pmatrix}1&0&0\\5&1&0\\15&5&1\end{pmatrix}$

(%i23) C^^(−5);

(%o23) $\begin{pmatrix}1&0&0\\-5&1&0\\10&-5&1\end{pmatrix}$

3. Hallar una matriz B, tal que A+B = A^{-1}, siendo $A=\begin{pmatrix}1&1\\3&4\end{pmatrix}$.

(%i1) A: matrix([1,1],[3,4]);

(%o1) $\begin{pmatrix}1&1\\3&4\end{pmatrix}$

(%i2) C: A^^(−1);

(%o2) $\begin{pmatrix}4&-1\\-3&1\end{pmatrix}$

(%i3) B: C−A;

(%o3) $\begin{pmatrix}3&-2\\-6&-3\end{pmatrix}$

4. Determina los valores del parámetro x para los cuales la matriz A es singular.

$$A=\begin{pmatrix}x&1&0\\1&x&2\\1&0&-1\end{pmatrix}$$

(%i4) A: matrix([x,1,0],[1,x,2],[1,0,−1]);

(%o4) $\begin{pmatrix}x&1&0\\1&x&2\\1&0&-1\end{pmatrix}$

(%i5) solve(determinant (A)=0);

(%o5) $[x=-\sqrt{3}, x=\sqrt{3}]$

5. Halla el rango de las matrices:

$$A=\begin{pmatrix}1&-1&3\\-2&2&-6\\3&-3&9\end{pmatrix} \qquad B=\begin{pmatrix}1&-1&0&2\\1&0&1&1\\1&1&2&0\\2&-1&1&3\end{pmatrix}$$

(%i6) A: matrix([1,−1,3],[−2,2,−6],[3,−3,9]);

(%o6) $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ -2 & 2 & -6 \\ 3 & -3 & 9 \end{pmatrix}$

(%i7) B: matrix([1,−1,0,2],[1,0,1,1],[1,1,2,0],[2,−1,1,3]);

(%o7) $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

(%i8) rank(A);
(%o8) 1

(%i9) rank(B);
(%o9) 2

6. Calcula el determinante de la matriz

$$A = \begin{pmatrix} x^2+1 & x & 0 & 0 \\ x & x^2+1 & x & 0 \\ 0 & x & x^2+1 & x \\ 0 & 0 & x & x^2+1 \end{pmatrix}$$

(%i10) A: matrix([x^2+1,x,0,0],[x,x^2+1,x,0],[0,x,x^2+1,x],[0,0,x,x^2+1]);

(%o10) $\begin{pmatrix} x^2+1 & x & 0 & 0 \\ x & x^2+1 & x & 0 \\ 0 & x & x^2+1 & x \\ 0 & 0 & x & x^2+1 \end{pmatrix}$

(%i11) determinant(A);

(%o11) $(x^2+1)\left((x^2+1)\left((x^2+1)^2-x^2\right)-x^2(x^2+1)\right)-x^2\left((x^2+1)^2-x^2\right)$

(%i12) ratsimp(%);
(%o12) $x^8+x^6+x^4+x^2+1$

7. ¿Para qué valores de x se anula el determinante del menor complementario del elemento a_{23} correspondiente a la matriz del ejercicio anterior?

(%i13) B: minor(A,2,3);

(%o13) $\begin{pmatrix} x^2+1 & x & 0 \\ 0 & x & x \\ 0 & 0 & x^2+1 \end{pmatrix}$

(%i14) solve (determinant(B)=0);
(%o14) $[x=-\%i, x=\%i, x=0]$

8. Sean los vectores de $\mathbb{R}^4$:

$$\bar{a}_1 = (2,m,0,0),\ \bar{a}_2 = (0,2,m,0), \bar{a}_3 = (0,0,2,m), \bar{a}_4 = (0,0,0,2) \text{ y } \bar{b} = (1,1,1,1)$$

Consideremos el sistema de ecuaciones lineales expresado vectorialmente por:

$$x_1\bar{a}_1 + x_2\bar{a}_2 + x_3\bar{a}_3 + x_4\bar{a}_4 = \bar{b}$$

a) Clasificarlo según los distintos valores del parámetro real m.

b) Para $m=0$ resolver el sistema.