1. Calcular:

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{\operatorname{arctg} x}{x}\right)^{1/x^2}$$

(%i18) limit((atan(x)/x)^(1/x^2),x,0,plus);

(%o18) $\%e^{-\frac{1}{3}}$

(%i19) limit((atan(x)/x)^(1/x^2),x,0,minus);

(%o19) $\%e^{-\frac{1}{3}}$

2. Calcular la derivada de la función: $f(x)=e^{\frac{x+3}{x+1}}$

(%i28) f(x) := exp((x+3) / (x+1));

(%o28) $f(x):=\exp\left(\frac{x+3}{x+1}\right)$

(%i29) diff(f(x),x);

(%o29) $\left(\frac{1}{x+1}-\frac{x+3}{(x+1)^2}\right)\%e^{\frac{x+3}{x+1}}$

(%i30) radcan(%);

(%o30) $-\frac{2\,\%e^{\frac{x+3}{x+1}}}{x^2+2x+1}$

3. Determinar: $\frac{\partial^4}{\partial^2 y\partial^2 x}\left[\frac{x+y^2}{xy}\right]$

(%i31) f(x) := (x+y^2)/ (x·y);

(%o31) $f(x):=\frac{x+y^2}{x\,y}$

(%i33) a: diff(f(x),y);

(%o33) $\frac{2}{x}-\frac{y^2+x}{x\,y^2}$

(%i34) a;

(%o34) $\frac{2}{x}-\frac{y^2+x}{x\,y^2}$

(%i35) b: diff(a,y);

(%o35) $\frac{2(y^2+x)}{x\,y^3}-\frac{2}{x\,y}$

(%i36) c: diff(b,x);

(%o36) $-\frac{2(y^2+x)}{x^2\,y^3}+\frac{2}{x^2\,y}+\frac{2}{x\,y^3}$

(%i37) d: diff(c,x);

(%o37) $\frac{4(y^2+x)}{x^3\,y^3}-\frac{4}{x^3\,y}-\frac{4}{x^2\,y^3}$

(%i38) ratsimp(%);

(%o38) 0

4. Calcular:

$$\int\frac{x}{\sqrt{1-x^4}}\,dx \qquad \int\frac{x-2}{\sqrt{x^2+x+1}}\,dx$$

$$\int_0^\infty e^{-x}\cos(x)\,dx \qquad \int_1^2\frac{dx}{(x^2-2x+4)^{3/2}}$$

$$\int_{-3\sqrt{13}}^{0}dy\int_{(y^2-18)/9}^{\sqrt{y^2+4}}dx \qquad \int_0^1 dx\int_{\sqrt{-x^2+2x}}^{2-x}dy$$

(%i39) integrate (x/(sqrt(1−x^4)),x);

(%o39) $-\dfrac{\operatorname{atan}\left(\dfrac{\sqrt{1-x^4}}{x^2}\right)}{2}$

(%i41) integrate ((x−2) / (sqrt(x^2+x+1)),x);

(%o41) $\sqrt{x^2+x+1}-\dfrac{5\operatorname{asinh}\left(\dfrac{2x+1}{\sqrt{3}}\right)}{2}$

(%i43) integrate (exp(−x)·cos(x),x,0,inf);

(%o43) $\dfrac{1}{2}$

(%i44) integrate (1/((x^2−2·x+4)^(3/2)),x,1,2);

(%o44) $\dfrac{1}{6}$

(%i46) integrate(integrate(1,x,(y^2−18)/9,sqrt(y^2+4)),y,−3·sqrt(13),0);

(%o46) $\dfrac{4\operatorname{asinh}\left(\dfrac{3\sqrt{13}}{2}\right)+19\sqrt{13}}{2}$

(%i49) integrate(integrate(1,y,sqrt(−x^2+2·x),2−x),x,0,1);

(%o49) $-\dfrac{\pi-6}{4}$

---

5. Considérese el recinto definido por las desigualdades:

$$x^2+y^2 \le 16; \quad y \ge -x^2+4$$

Calcular el área de dicho recinto.

6. Resolver la ecuación diferencial lineal de coeficientes constantes con valor inicial:

$$y''+2y'+y=6xe^{-x}; \quad y(0)=1, y'(0)=-2$$

7. Aplicar la transformada de Laplace para hallar la solución de la ecuación:

$$y'''+y'=\operatorname{sen} x+2; \quad y(0)=y'(0)=0, y''(0)=2$$