

# Drugi raport z symulacji Monte Carlo

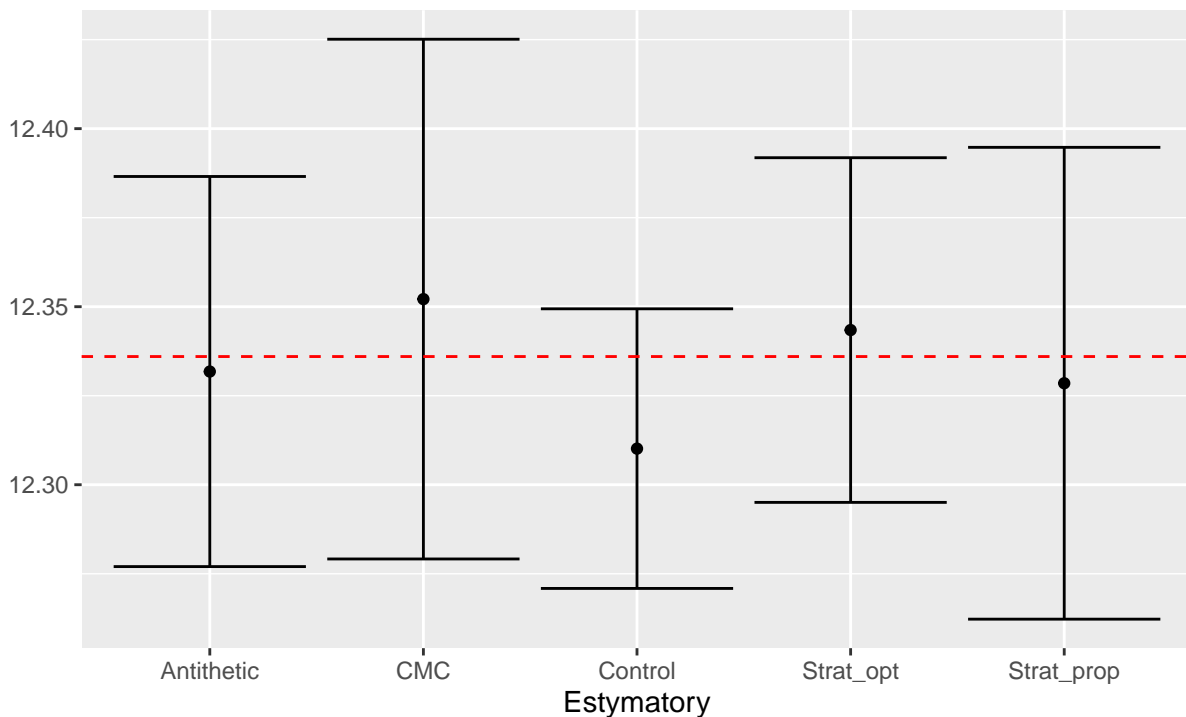
Jan Kozłowski

25-01-2025

## Przypadek dla $n=1$

Zobaczmy jak będą się zachowywać nasze estymatory w sytuacji, gdy  $n = 1$ , symulacje będziemy przeprowadzać dla  $R = 500$  oraz będziemy je powtarzać  $N = 500$  razy. Zaczniemy od narysowania przedziałów ufności dla tych estymatorów:

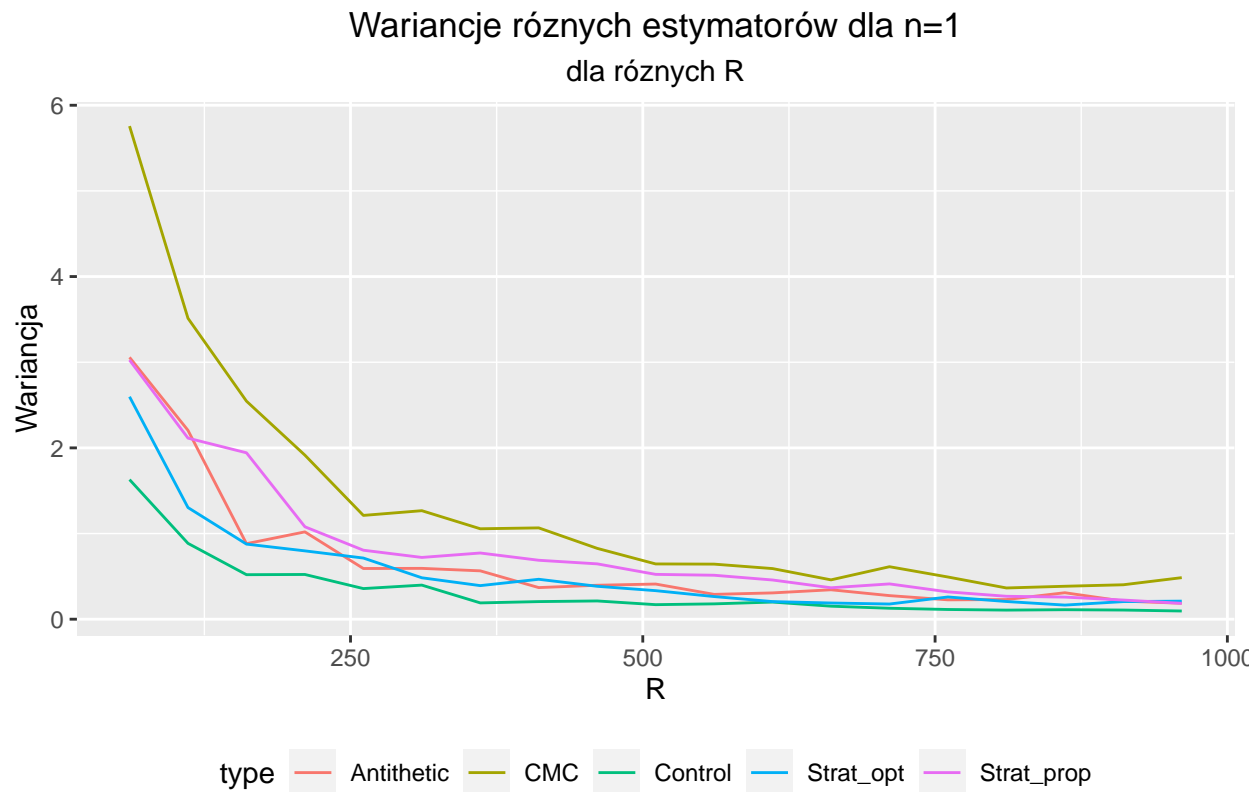
95% przedziały ufności różnych estymatorów dla  $n=1$   
z dodaną prawdziwą wartością



Wykres 1

Możemy zauważyć, że dla każdego estymatora wartość średnia, czyli środek przedziału ufności jest bardzo blisko wartości prawdziwej, co zgadza się z nieobciążeniami tych estymatorów. Z drugiej strony porównując wariancje, która odpowiada za "szerokość" przedziału ufności widzimy, że najniższa jest dla estymatorów Control variates oraz Stratified z opcją optymalnej alokacji, a największa wariancja jest dla podstawowego estymatora Monte Carlo.

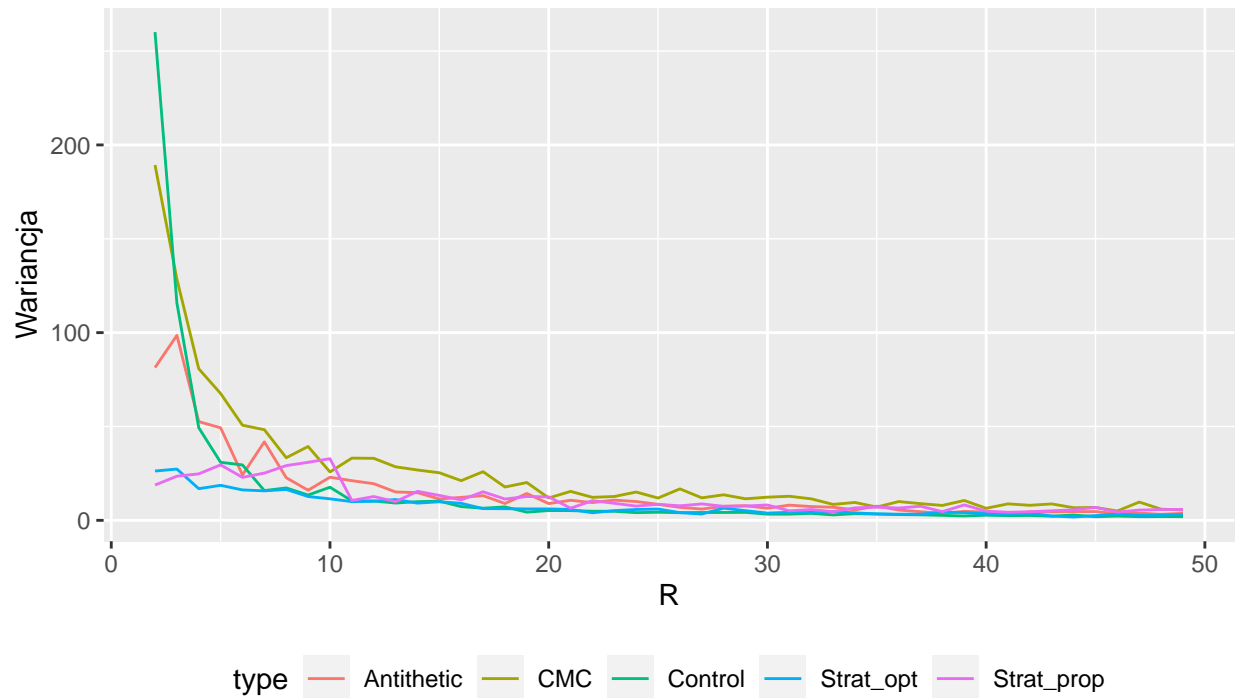
Innym pytaniem jakie możemy sobie zadać jest zbadanie wpływu  $R$  na otrzymywane wariancje. Tutaj znów na  $N = 100$  porównajmy wyniki, z powodu dużych różnic dla małych  $R$  zobaczymy najpierw wartości dla  $R > 50$



Wykres 2

Możemy zauważyć, że estymator Control variates daje wciąż najlepsze wyniki na największą wariancję ma estymator CMC, choć dla każdego estymatora tempo zbieżności wydaje się być podobne. Pozostaje przyjąć się wukresowi dla  $R < 50$

### Wariancje różnych estymatorów dla $n=1$ dla różnych $R$



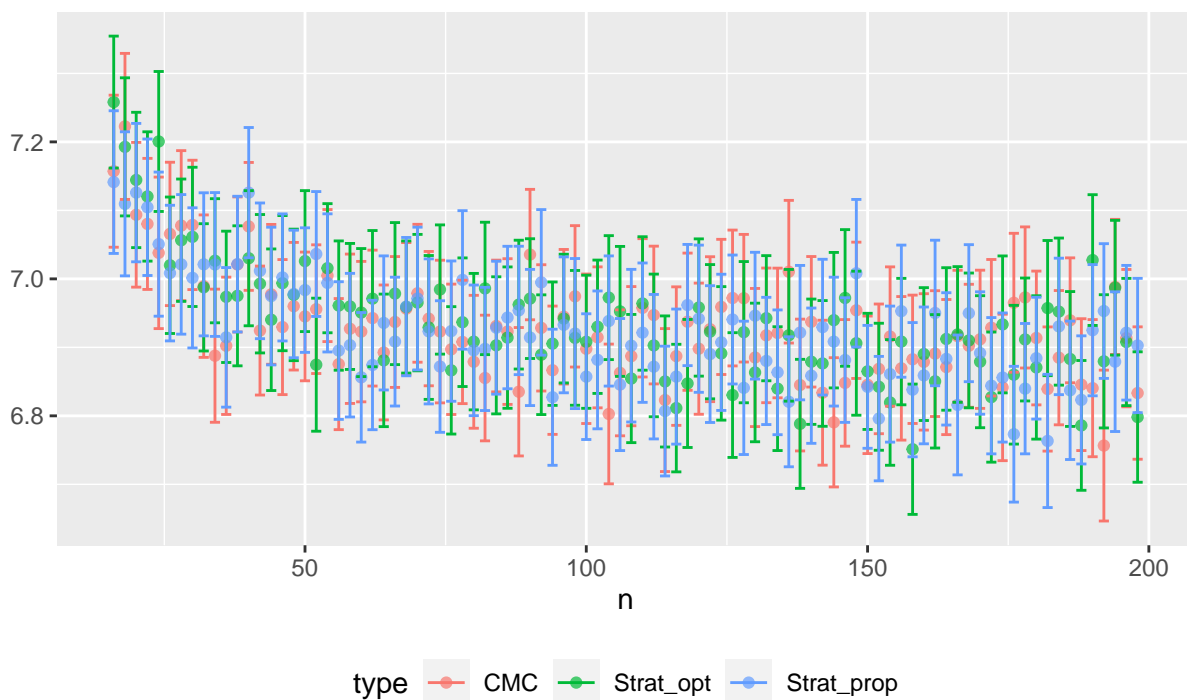
Wykres 3

Tutaj choć różnice bezwzględne są duże to ogólny trend jest podobny, zastanawiająca może być duża wariancja estymatora Control variates dla  $R < 0$  ale w takich losowaniach możliwe jest, że covariancja między  $I$  a  $B(1)$  będzie mała, przez co ten estymator nie będzie znacząco “poprawiać” estymatora CMC.

### Przypadek dla $n > 1$

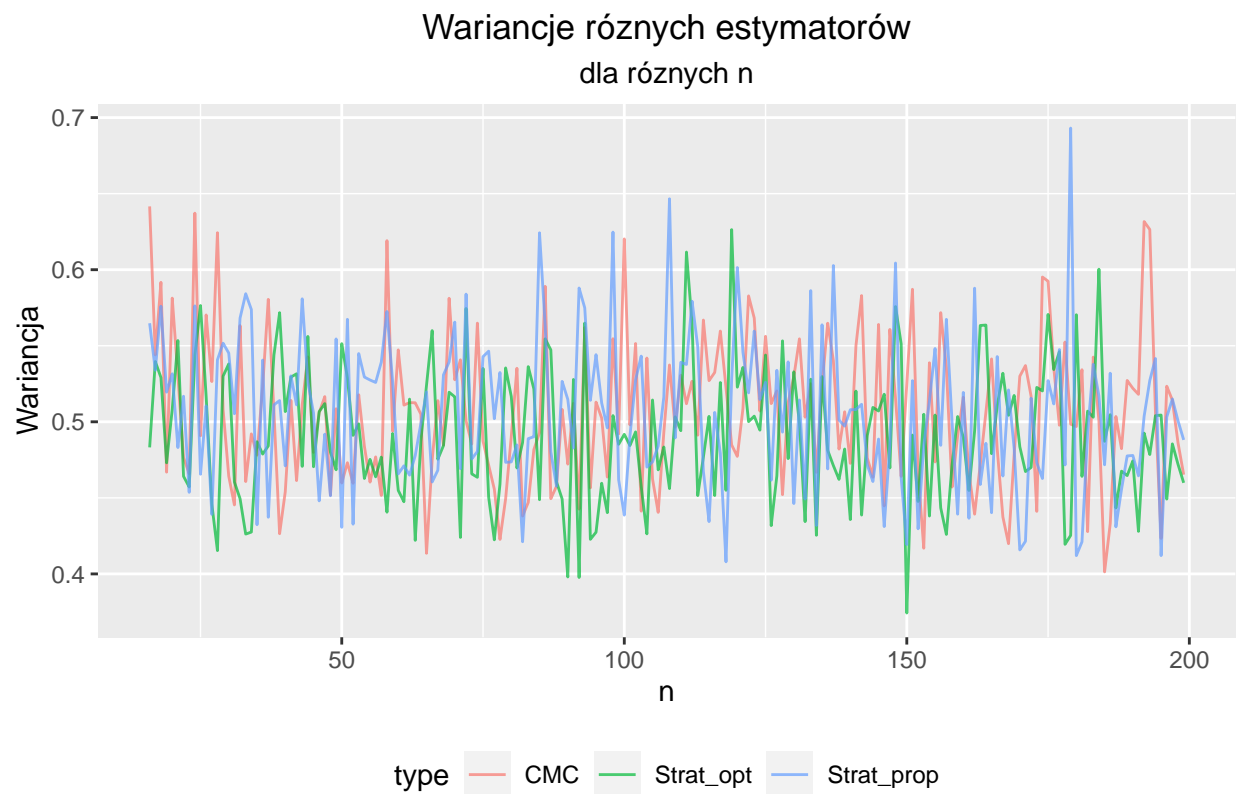
Teraz skupmy się na sytuacji gdy  $n > 1$  oraz na estymatorach CMC oraz Stratified. Znow zaczniemy od narywosania przedziałów ufności oraz ograniczmy się do  $n > 15$  ( $R = 200$  i  $N = 200$ ):

95% przedziały ufności różnych estymatorów  
dla różnych n



Wykres 4

W tym przypadku nie widzimy już znacząco lepszych wyników dla któregośkolwiek z estymatorów, więc powinniśmy popatrzeć na wykresy średnich i wariancji.



Wykres 5

### Srednie różnych estymatorów dla różnych $n$

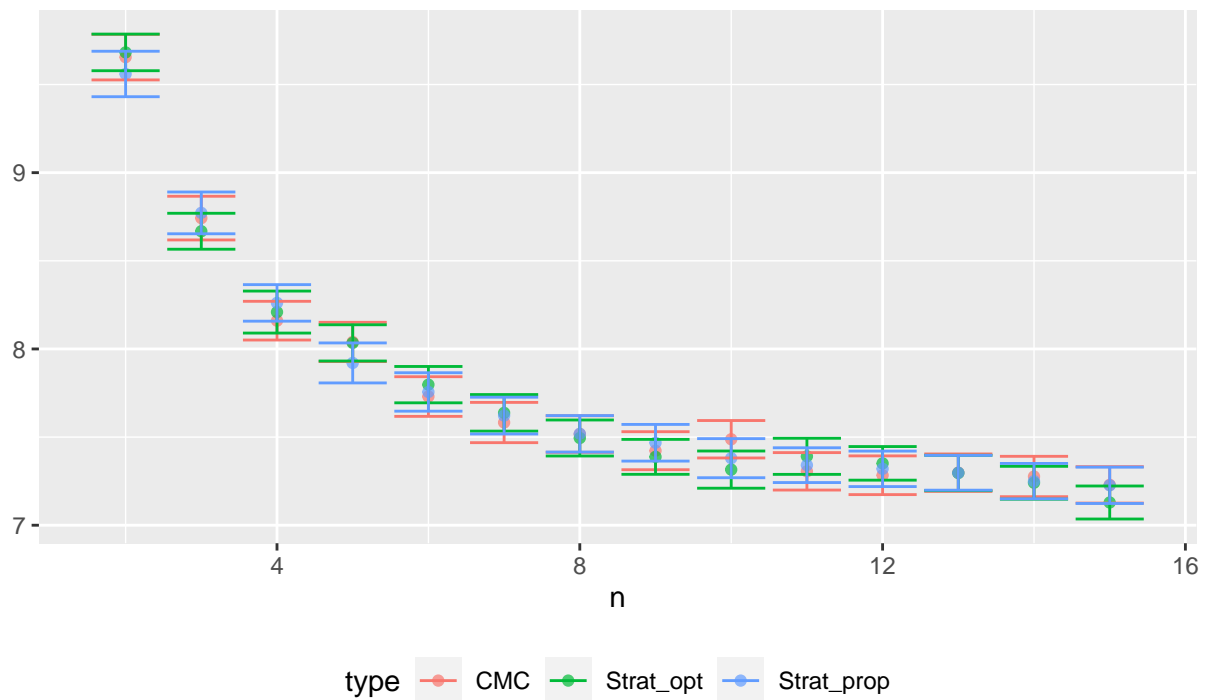


Wykres 6

Tutaj również nie mamy znaczących różnic pomiędzy estymatorami ale ogólnie możemy zauważyć, że dla dużych  $n$  wariancja zdaje się nie zmieniać, a średnia dąży do ok 6,9.

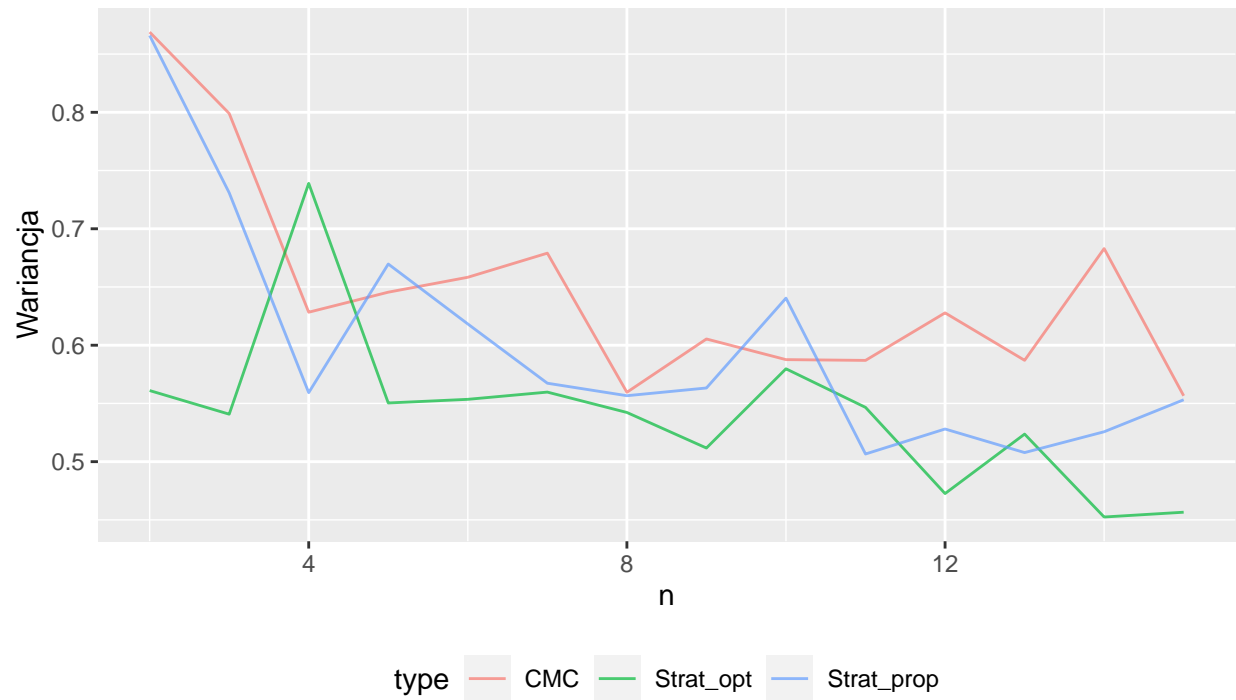
Zobaczmy jeszcze jak wyglądają te wykresy gdy weźmiemy mniejsze  $n$ , tzn.  $1 < n < 16$ :

95% przedziały ufności różnych estymatorów  
dla różnych  $n$



Wykres 7

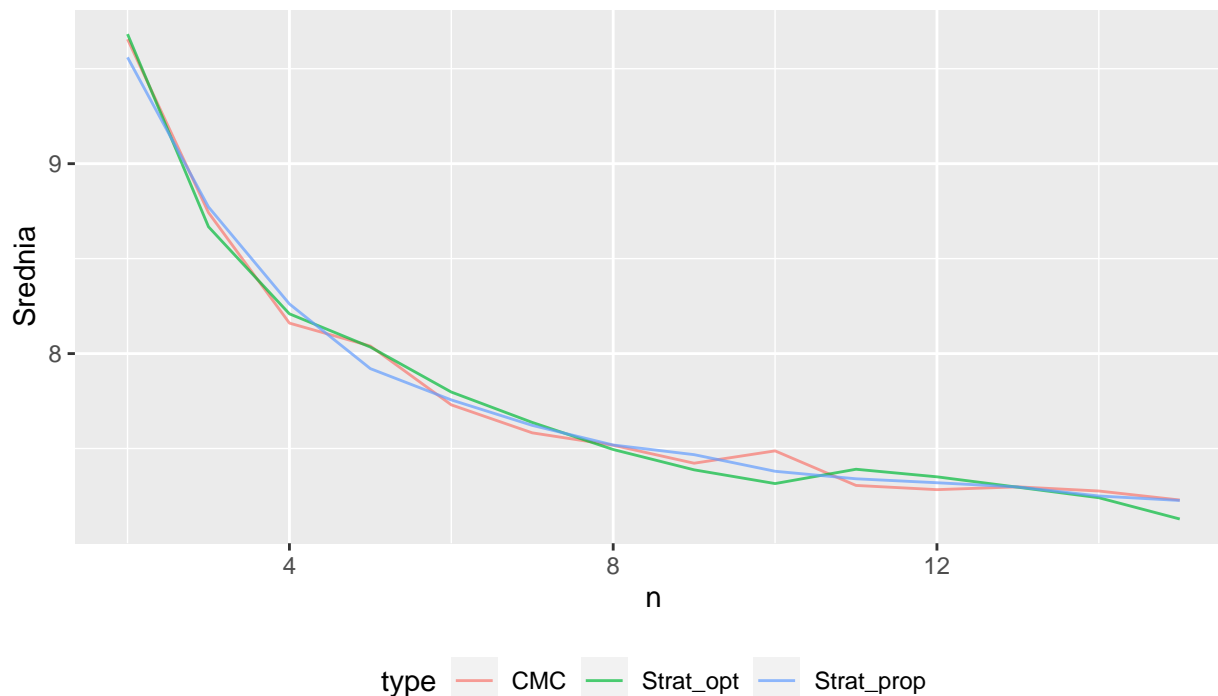
Wariancje różnych estymatorów  
dla różnych n



Wykres 8



## Srednie różnych estymatorów dla różnych n



Wykres 9

Tutaj wariancje estymatora Stratified z optymalną alokacją są mniejsze od pozostałych, jednak wartości przedziałów ufności są już bardzo podobne.

## Tabela wywoływania funkcji

W tym projekcie postanowiłem najpierw generować estymatory w pythonie oraz zapisywać wszystkie wyniki, a następnie manipulacje danych i liczenie variancji, średnich, przedziałów ufności oraz rysowania przeprowadzić w R, dlatego podaję funkcję do generowania danych z pythona.

	nazwa pliku	nazwa funkcji	parametry
Wykres 1	data_n_1.csv	zapisz_wyk1	N=500,R=500
Wykres 2	data_n_1_different_R.csv	zapisz_wyk2	Rs = np.arange(11,1000,50),N = 100
Wykres 3	data_n_1_different_R2.csv	zapisz_wyk2	Rs = np.arange(2,50,1),N = 100
Wykres 4	data_n_different.csv	zapisz_wyk3	Ns=np.arange(1,200,1),N=200,R=200
Wykres 5	data_n_different.csv	zapisz_wyk3	Ns=np.arange(1,200,1),N=200,R=200
Wykres 6	data_n_different.csv	zapisz_wyk3	Ns=np.arange(1,200,1),N=200,R=200
Wykres 7	data_n_different.csv	zapisz_wyk3	Ns=np.arange(1,200,1),N=200,R=200
Wykres 8	data_n_different.csv	zapisz_wyk3	Ns=np.arange(1,200,1),N=200,R=200
Wykres 9	data_n_different.csv	zapisz_wyk3	Ns=np.arange(1,200,1),N=200,R=200