深圳大学期末考试试卷

开/闭卷 闭卷　　　　　　　　　　　　　　　　A/B 卷 B

课程编号 2219001501-20　　课程名称 高等数学 C(2)　　学分 4

命题人(签字)__________　审题人(签字)______ 2010 年 6 月____日

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	基本题总分	附加题
得分												
评卷人												

一、单项选择题（本题共 6 小题，每小题 3 分，满分 18 分）

1. $f(x)=\int_0^x (2t-1)dt$ 在 $[0,1]$ 上的最小值是　　（　　）

A. $\frac{1}{2}$；　B. 0；　C. $-\frac{1}{2}$；　D. $-\frac{1}{4}$。

2. 下列反常积分中，收敛的是　　（　　）

A. $\int_1^{+\infty}\frac{1}{x^2}dx$；　B. $\int_1^e \frac{1}{x\ln^2 x}dx$；　C. $\int_{-\infty}^0 x e^{-x}dx$；　D. $\int_0^1 \frac{1}{x}dx$。

3. 设 $z=\sin(x^2-y^2)$，则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=$　　（　　）

A. $-4xy\cos(x^2-y^2)$；　B. $4xy\cos(x^2-y^2)$；

C. $-4xy\sin(x^2-y^2)$；　D. $4xy\sin(x^2-y^2)$。

4. 设 $D: x^2+y^2\le a^2\ (a>0)$，且 $\iint_D \sqrt{a^2-x^2-y^2}\,dxdy=\frac{\pi}{12}$，则 $a=$　　（　　）

A. $\frac{1}{3}$；　B. $\frac{1}{2}$；　C. 1；　D. 2。

5. 设正项级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 与 $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 都收敛，则交错级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\cdot\left[a_n^2+b_n^2\right]$　　（　　）

A. 发散；　B. 条件收敛；　C. 绝对收敛；　D. 敛散性不确定。

6. 微分方程 $\sin x\cdot\cos y dx+\cos x\cdot\sin y dy=0$ 的通解是　　（　　）

A. $\sin x\cdot\cos y=c$；　B. $\cos x\cdot\sin y=c$；

C. $\cos x\cdot\cos y=c$；　D. $\sin x\cdot\sin y=c$。

二、 填空题（本题共 6 小题，每小题 3 分，满分 18 分）

1. $\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{2}(x^2 \sin x - \cos x)dx =$ ______________________；

2. 设 $f(x,y)=e^{xy}$，则 $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{f(\Delta x,1)-f(0,1)}{\Delta x}=$ ____________________；

3. 设 D是由 $x^2+y^2=2x$与 $x^2+y^2=4$ 围成的 $x\geq 0$， $y\geq 0$部分，则 $\iint\limits_D 2dxdy=$ ________；

4. 幂级数 $\sum\limits_{n=0}^{\infty}(\frac{1}{2^n}+\frac{1}{3^n})\cdot(x-1)^n$ 的收敛区间是 ________________________；

5. 一阶微分方程 $y'=x$ 的通解是 ________ ______ ；

6. 通解为 $y=c_1\cdot e^{-x}+c_2\cdot x\cdot e^{-x}$ 的微分方程是 _______________________。

三、判别正项级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{n^n}$ 的敛散性（ 7 分）

四、计算积分（本题共 2 小题，每小题 8 分，满分 16 分）

1. 求定积分 $\int_0^{2\pi} x\sin x dx$

2. 求二重积分 $I=\iint_D e^{\frac{x}{y}}dxdy$ ，其中 D 是由 $y=\sqrt{x}$， $y=x$ 围成的闭区域。

五、 求幂级数 $I=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x+1)^n}{n\cdot 2^n}$ 的收敛半径、收敛区间和收敛域。 （7 分）

六、应用题

1. 设 D是由 $y=\sqrt{x}$， $y=2$， $x=0$ 围成的闭区域，求

（1） D 的面积 S；

（2） D 绕 x 轴旋转一周所得的旋转体体积 V_x。（8 分）

七、多元函数微分法及应用题

2. 设 $z=x\varphi(\frac{y}{x})$ ，其中 $\varphi(u)$ 具有连续的二阶导数，求 $\frac{y}{x}\cdot\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$ 。（5 分）

2. 求内接于椭圆 $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{2}=1$ 而面积最大的矩形（其底边与坐标轴平行）的各边长度及最大面积。 （7 分）

八、求解微分方程（本题共 2 小题，每小题 7 分，满分 14 分）

1. 求二阶常系数线性齐次方程 $y''-4y'+13y=0$ 的通解。

2. 已知曲线 $y=f(x)$ 上点 $M(x,y)$ 处的切线斜率为 $\dfrac{-y}{x+y}$，且曲线过点 $(1,2)$，求曲线 $y=f(x)$。

附加题（本题共 2 小题，每小题 15 分，满分 30 分）

1. 设 $a_n=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\tan^n x\,dx$，

（1） 求 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n}(a_n+a_{n+2})$ 的值（5 分）；

（2） 讨论对任意实数 $\alpha>0$，级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{a_n}{n^{\alpha}}$ 的敛散性（10 分）。

2. 设 $f(x)=\begin{cases}2x+\dfrac{3}{2}, & -1\le x<0\\ \dfrac{xe^x}{(1+e^x)^2}, & 0\le x\le 1\end{cases}$，求

（1） $F(x)=\int_{-1}^{x}f(t)dt$ 的表达式 （10 分）；

（2） 讨论 $y=F(x)$ 在点 $x=0$ 处的连续性（5 分）。