学号　姓名　专业　学院

（密封线内不答题）

密　封　线

深圳大学期末考试试卷

开/闭卷　闭　　　　A/B 卷　A

课程编号　22190001501-18　　课程名称　高等数学 B(2)　　学分　4

命题人(签字)__________　审题人(签字)__________　2008 年 05 月 28 日

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	基本题总分	附加题
得分												
评卷人												

一. 选择题(每题 3 分，共 15 分)

1. 积分 $\int_0^1 \frac{1}{1+x} dx = (\quad)$.

A. 1　　B. 0　　C. $\frac{\pi}{2}$　　D. $\ln 2$

2. 设 $f(x) = \int_0^{x^3} \sin t dt$，则 $f'(x) =$ (　).

A. $\sin x^3$　　B. $3x^2 \sin x^3$　　C. $x \sin x^3$　　D. 0

3. 级数（　　）一定收敛.

A. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3+1}}$　　B. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n(n+1)}}$　　C. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$　　D. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$

4. 设 $f(x,y) = x^2 + y^2$，则 $f_x(x,y) + f_y(x,y) =$ (　).

A. $x+y$　　B. $2x-2y$　　C. $2x+2y$　　D. $(x-y)^2$

5. 二重积分 $\iint_D \cos\sqrt{x^2+y^2} d\sigma$，其中 $D = \{(x,y) \mid x^2+y^2 \le 1\}$，在极坐标系下化为累次积分为（　）.

A. $\int_0^{\pi} d\theta \int_0^1 r\cos\sqrt{r} dr$　　B. $\int_0^{\pi} d\theta \int_0^1 r\cos r dr$

C. $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^1 \cos r dr$　　D. $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^1 r\cos r dr$

二. 填空题：(每题 3 分，共 15 分)

1. $\int_{-2}^{2} x^2 \sin x dx =$ ________________.

2. $\frac{d}{dx}\int_a^x f(t)dt =$ ________________ .

3 .幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{3^{n-1}}$ 的收敛半径 $R=$________________________.

4.设 $f(x,y)=yx^2+\ln(x^2+y^2)$，求 $f_y'(1,1)=$________________________.

5.微分方程 $y''+5y+6y=0$ 的通解 $y=$________________________.

三. 求下列积分 (每题 8 分，共 16 分)

1. 计算定积分 $\int_1^e \ln x dx$.

2. 计算二重积分 $\iint_D (x+2y)d\sigma$，其中 D 是由 $y=x, y=5x$ 及 $x=1$ 所围成的区域 .

四. 判别级数的敛散性 .(每题 8 分，共 16 分)

1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{3^{n-1}}$ 2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin n}{n^2+2}$

五. 求由曲线 $y=x^2$ 与直线 $y=x+2$ 所围成区域的面积 .(8 分)

六. 将 $f(x)=\sin^2 x$ 展开为 x 的幂级数 , 并指出其收敛区间 .(8 分)

七. 求微分方程 $xy'-2y=x^3e^x$ 的通解 .(8 分)

八.八. $z=\frac{y^2}{2x}+\varphi(xy)$, φ 可微 , 求证 $x^2\frac{\partial z}{\partial x}-xy\frac{\partial z}{\partial y}+\frac{3}{2}y^2=0$。 （6 分）

九. 现有 100 万元资金向某地区的两个项目开发投资，投入资金分别为 x, y（万元），并预计总收益 $R=\frac{1}{2}\ln x+\frac{1}{4}\ln y$.问如何使用这笔资金，使投资收益最大?(8 分)

附加题 (每题 15 分，共 30 分)

1. 求证 : 若函数 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，$p(x)=\int_a^x f(t)dt$，则 $p'(x)=[\int_a^x f(t)dt]'=f(x)$.

2. 证明若正项级数

$$\sum_{n=1}^{\infty}u_n=u_1+u_2+\cdots+u_n+\cdots$$

满足条件 $\lim_{n\to\infty}\frac{u_{n+1}}{u_n}=l$，则当 $l<1$ 时，级数收敛 .

B 卷

一. 选择题(每题 3 分，共 15 分)

1.已知 $F'(x)=f(x)$,则 $\int_a^x f(t)dt=$（　　　　）

A． $F(x)-F(a)$　　B． $F(t)-F(a)$　　C. $F(x+a)-F(2a)$　　D． $F(t+a)-F(2a)$

2. $\frac{d}{dx}\int_a^b \arctan x dx=$（　）

A．$\arctan x$　　B．$\frac{1}{1+x^2}$　　C．$\arctan b-\arctan a$　　D．0

3.下列级数绝对收敛的为（　　）

A．$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n}}$　　B．$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt{2n+1}}$　　C．$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{-1}{2}\right)^n$　　D．$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{3n+2}$

4.设 $z=e^{x^2y}$ 则 $\frac{\partial z}{\partial x}=$（　　　　）

A． $x^2ye^{x^2y}$　　B．$2xye^{x^2y}$　　C．$x^2e^{x^2y}$　　D． ye^{x^2y}

5.二重积分 $\iint_D \sin(x^2+y^2)dxdy$ 其中 $D=\{(x,y)|x^2+y^2\le 1\}$,在极坐标系下化为累次积分为（　）

A． $\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^1 r\sin r^2dr$　　B． $\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^1 \sin r^2dr$

C． $\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^1 \sin(x^2+y^2)dr$　　D． $\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^{\pi} r\sin r^2dr$

二. 填空题：(每题 3 分，共 15 分)

1.若 $\int_0^k(1+x)dx=-\frac{1}{2}$，则 $k=$____________________.

2.广义积分 $\int_e^{+\infty}\frac{dx}{x\ln^2 x}=$____________________.

3 .级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{(n+1)3^n}x^n$ 的收敛半径 $R=$____________________.

4. 设 $f(x,y)=x^2\sin(2xy)$，求 $f_y'(1,0)=$____________________.

5.微分方程 $y''-2y'+y=0$ 的通解 $y=$____________________.

三. 计算题(每题 8 分，共 32 分)

1. 求 $\int_1^3 \frac{dx}{\sqrt{x}(1+x)}$.

2. 已知平面图形由 $y=x^2$，$y=x$ 所围成，求此平面绕 x 轴旋转所生成的旋转体的体积 .

3. 计算二重积分 $\iint_D (3x^2+2xy)d\sigma$,其中 D 是由 $y=x^2, x=1$ 及 x 轴所围成的区域 .

4. 求微分方程 $x^3\frac{dy}{dx}+2x^2y-1=0$ 的通解 .

四. 将 $f(x)=\cos^2 x$ 展开为 x 的幂级数 , 并指出其收敛区间 .（8 分）

五.证明级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n+1}$ 为条件收敛 .（8 分）

六. 判别级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n}{n2^n}$ 的敛散性 .（8 分）

七. 设 $z=F(\frac{y}{x})$， F 是可微函数，证明 ：$xz_x+yz_y=0$ (6 分)

八. 某企业生产甲乙两种产品的产量分别为 x，y（单位：吨），其总成本为：

$$C(x,y)=6x^2+10y^2-xy+30$$

若计划生产两种产品共 34 吨, 求两种产品的产量各为多少 , 使总成本最小 ?(8 分)

附加题 (每题 15 分，共 30 分)

1. 证明如果交错级数

$$u_1-u_2+u_3-u_4+\cdots+u_{2k-1}-u_{2k}+\cdots,(u_n>0)$$

满足条件

(1) $u_n \ge u_{n+1}$ $(n=1,2,\cdots)$; (2) $\lim_{n\to\infty}u_n=0$.

则级数收敛 .

2. 求证：设 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续 , $F(x)$是 $f(x)$的一个原函数 , 则

$$\int_a^b f(x)\,\mathbf{d}x = F(b) - F(a).$$