

Programmieren in C | Hausaufgabe 05

Mit dieser Hausaufgabe können 10 Punkte erreicht werden. Zum Bestehen dieses Kurses müssen mindestens 50% (= 30 Punkte) der regulären Punkte (= 60 Punkte), welche sich als Summe aus den Hausaufgaben 01 bis 06 zusammensetzen, erzielt werden. Stellen Sie ihren Source Code zur dieswöchigen Deadline als Github Repository zur Verfügung

Theorie: Feder-Dämpfer System

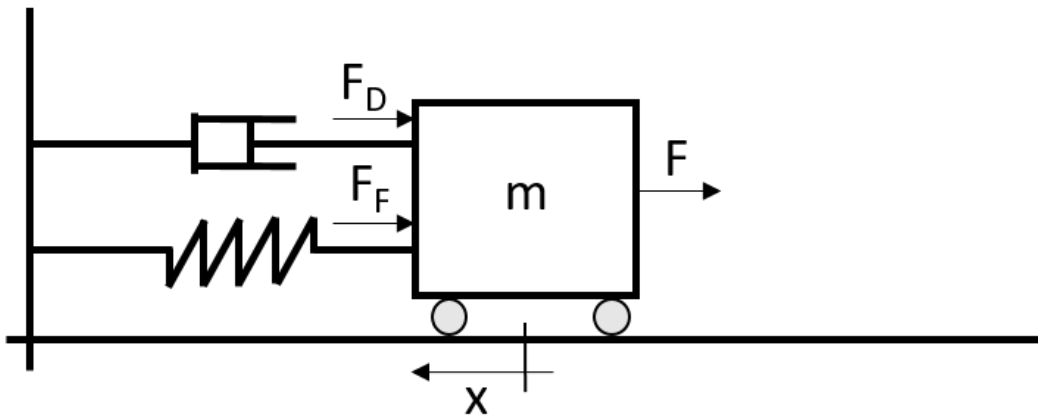


Abbildung 1: Einfaches Masse-Feder-Dämpfer System

In dieser Hausaufgabe soll das Verhalten des in Abbildung 1 dargestellten Masse-Feder-Dämpfer Systems modelliert und simuliert werden. Dazu kann zunächst unter Vernachlässigung von Reibung die folgende Kräftebilanz aufgestellt werden:

$$F_T = -F_D - F_F - F \quad (1)$$

Die Trägheitskraft F_T setzt sich als Summe aus Federkraft F_F Dämpferkraft F_D und einer äußeren angreifenden Kraft F nach Gleichung 1 zusammen.

$$F_T = m \cdot \ddot{x} \quad (2)$$

$$F_D = d \cdot \dot{x} \quad (3)$$

$$F_F = c \cdot x \quad (4)$$

In den beschreibenden Gleichungen bezeichnet m die Masse des Objekts, d die Dämpfungskonstante, c die Federkonstante, $x = x(t)$ den Ort, $\dot{x} = \dot{x}(t)$ die Geschwindigkeit und $\ddot{x} = \ddot{x}(t)$ die Beschleunigung der Masse. Unter Vernachlässigung einer äußeren

angreifenden Kraft* und durch Einsetzen von Gleichung 2 bis 4 in 1 erhält folgende gewöhnliche Differentialgleichung zweiter Ordnung:

$$m \cdot \ddot{x} = -d \cdot \dot{x} - c \cdot x \quad (5)$$

Durch normieren von Gleichung 5 nach der Objektmasse m ergibt sich:

$$\ddot{x} = - \left(\frac{d}{m} \cdot \dot{x} + \frac{c}{m} \cdot x \right) \quad (6)$$

Mit Einführung der Variablen v als Geschwindigkeit[†], kann Gleichung 6 in ein Differentialgleichungssystem erster Ordnung überführt werden:

$$\begin{array}{l} \dot{v} = - \left(\frac{d}{m} \cdot v + \frac{c}{m} \cdot x \right) \\ \dot{x} = v \end{array} \quad (7)$$

$$(8)$$

Mit Einführung des Zustandsvektors

$$y = \begin{pmatrix} x \\ v \end{pmatrix} \quad (9)$$

kann das (DGL) Differentialgleichungssystem 7 und 8 in der allgemeinen Form nach Gleichung 10 geschrieben werden

$$\dot{y} = f(y) = f(y(x, v)) \quad (10)$$

Aufgabe: Simulation eines Feder-Dämpfer Systems

10 Punkte

In dieser Hausaufgabe soll das Masse-Feder-Dämpfer beschreibende DGL-System (7) & (8), sowie das in der Vorlesung besprochene explizite Eulerverfahren zum numerischen Lösen von Ersterem implementiert werden. Dazu finden Sie in den Dateien *HA05_main.c* und *HA05_rhsLib.c* als Kommentar folgende Anweisung:

```
/* YOUR CODE HERE */
/* -----
```

Implementieren Sie hier nach den jeweiligen Anweisungen der Makrostruktur ihren Code. Bestimmen Sie anschließend, ab welcher ganzzahligen Dämpferkonstante d sich bei den vorgegebenen Bedingungen der Aperiodische Grenzfall, welcher in Abbildung 2[‡] dargestellt ist, einstellt. Implementieren Sie den entsprechenden Zahlenwert in der RHS-Funktion.

In *HA05_rhsLib.c* finden Sie eine weitere RHS, welche das Verhalten des *bouncing ball* beschreibt. **Diese Funktion ist nicht Teil der Hausaufgabe**, kann bei Interesse jedoch ebenfalls untersucht werden.

*F = 0

[†] $\dot{x} = v \rightarrow \ddot{x} = \dot{v}$

[‡]Kleinstmögliche Dämpfung, welche gerade so stark ist, dass das schwingungsfähige System ohne Überschwingen in die Nulllage zurückgeht.

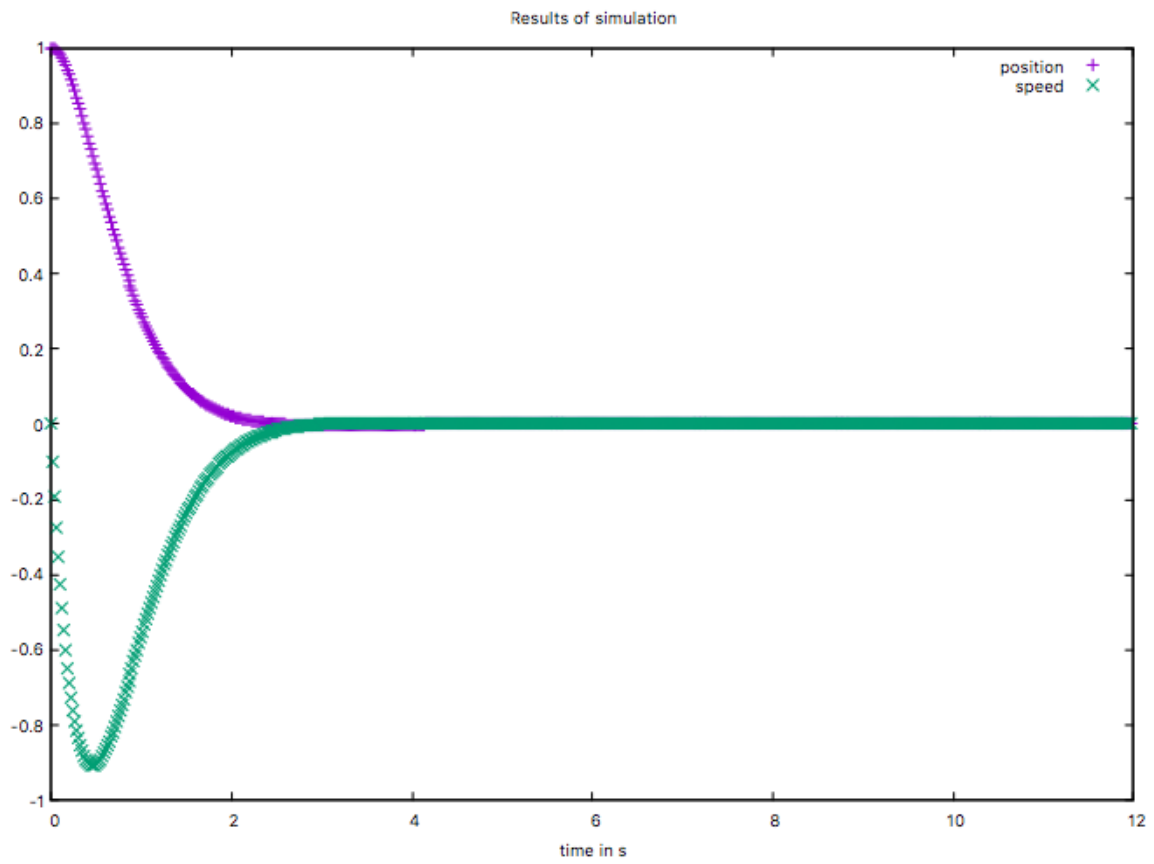


Abbildung 2: Aperiodischer Grenzfall