# Modelleren en simuleren Verslag

Janne Cools





# Inhoudsopgave

| 1 | Het modelleren van ongeneeslijke ziektes |   |  |  |  |
|---|--|---|--|--|--|
|   | 1.1                                      | Experimenteren met de parameters              |  |  |  |
|   | 1.2                                      | Toevoeging latente periode                    |  |  |  |
| 2 | Leeftij                                  | dscategorieën bij epidemiologische modellen 5 |  |  |  |
|   | 2.1                                      | Toevoeging parameters                         |  |  |  |
|   | 2.2                                      | Simulatie                                     |  |  |  |
|   | 2.3                                      | Toevoeging resistentie                        |  |  |  |
| 3 | Model                                    | leren van populatie-evolutie                  |  |  |  |
|   | 3.1                                      | Populatie zonder ziekte                       |  |  |  |
|   | 3.2                                      | SI-model                                      |  |  |  |
|   | 3.3                                      | SIS-model                                     |  |  |  |
| 4 | Appen                                    | dix A   |  |  |  |
| 5 | Appen                                    | dix B   |  |  |  |
| 6 | Appen                                    | dix C   |  |  |  |

# 1 Het modelleren van ongeneeslijke ziektes

#### 1.1 Experimenteren met de parameters

Bij het modelleren van ongeneeslijke ziektes kan het gegeven schema omgezet worden naar het SIP-model met de volgende differentiaalvergelijkingen:

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = \nu(S + (1 - \alpha)(I + P)) - \frac{S}{N}(\beta_I I + \beta_P P) - \mu S \\ \frac{dI}{dt} = \frac{S}{N}(\beta_I I + \beta_P P) + \nu \alpha(I + P) - \gamma I - \mu I \\ \frac{dP}{dt} = \gamma I - (\mu + \mu_P) P \end{cases}$$

Voor de experimenten worden de geboorte- en sterftesnelheid gekozen op basis van de realiteit. Ik neem hierdoor een geboortesnelheid  $\nu$  van 0,015 en een sterftesnelheid  $\mu$  van 0,01.

#### Parameters bepalen

Bij de eerste experimenten ga ik ervan uit dat de ziekte niet dodelijk is. De parameter voor de oversterfte door ziekte ( $\mu_P$ ) stel ik dan gelijk aan 0,0001. Hierbij maak ik een simulatie met een lage besmettelijkheid van 0,2 (zoals tbc) en een hoge besmettelijkheid van 0,7 (zoals varicella).

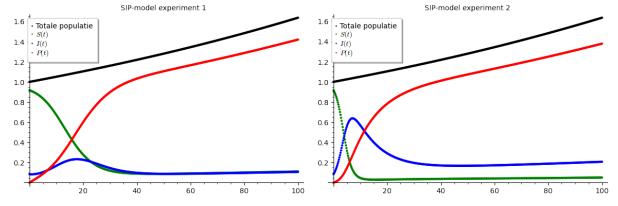
Bij de lage besmettelijkheid houd ik  $\beta_I$  en  $\beta_P$  gelijk, aangezien een verschil niet veel invloed zal hebben. Bij de hoge besmettelijkheid zal ik echter  $\beta_P$  een lagere waarde geven aangezien je jezelf gaat afzonderen van anderen omdat je weet dat je besmettelijk bent. Ik zal  $\beta_I$  dan gelijk stellen aan 0,7 en  $\beta_P$  aan 0,4. Bovendien zal ik bij hoge besmettelijkheid experimenteren met de kans dat besmette individuen symptomen krijgen. Hierbij zal ik waarden van 0,1 (zoals bij HIV) en 0,8 (zoals bij ebola) gebruiken. Bij lage besmettelijkheid heeft deze parameter echter niet veel invloed aangezien de ziekte ook niet dodelijk is. Daarom gebruik ik daarbij een kans van 0,2.

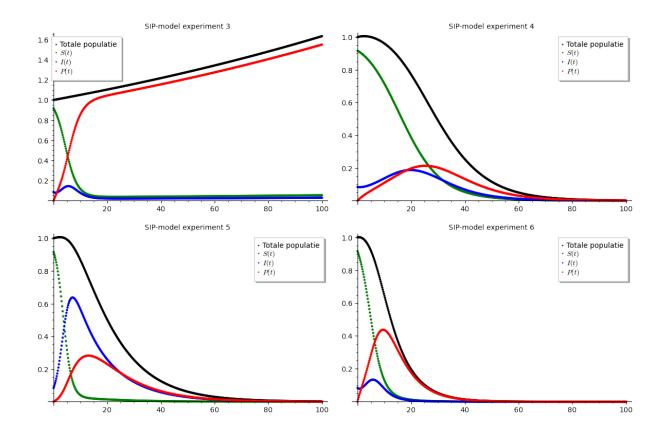
Deze waarden voor de parameters zal ik ook toepassen wanneer de ziekte wel dodelijk is. Dan zal de parameter  $\mu_P$  gelijk zijn aan 0,15.

De exacte parameters per experiment kunnen gevonden worden in appendix A.

#### Simulaties observeren

Bij de experimenten zijn de volgende grafieken verkregen:





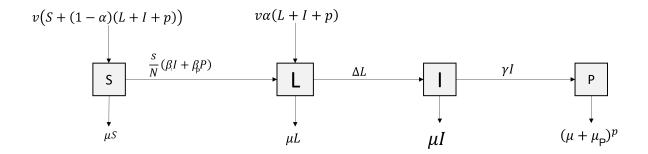
Er kan duidelijk vastgesteld worden dat de parameter van de dodelijkheid van de ziekte een invloed heeft op de grootte van de totale populatie. Als de ziekte dodelijk is zoals bij experimenten 4 tot en met 6, zal de bevolkingsgrootte dalen waardoor ook het aantal besmette personen zal dalen. Met andere woorden zal de bevolking uitsterven.

Aan de andere kant zal de bevolkingsgrootte groeien als de ziekte niet dodelijk is (grafieken 1 tot en met 3), maar zal vooral het aantal besmette individuen sterk stijgen. Uiteindelijk zal zelfs bijna de hele bevolking behoren tot het aantal besmette individuen en zal het grootste deel hiervan symptomen vertonen aangezien de ziekte ongeneeslijk is. De grootte van de kans dat een besmet individu symtomen vertoont, heeft slechts een kleine invloed op het verschil in aantal van symptomatische en niet-symptomatische besmette individuen.

De besmettelijkheid heeft vooral een invloed op de snelheid waarmee individuen besmet raken. Bij een dodelijke ziekte zal de bevolkingsgrootte langzaam dalen als het een lage besmettelijkheid heeft (experiment 4), terwijl de daling steiler zal zijn bij een hoge besmettelijkheid (experimenten 5 en 6). Gelijkaardig zal het aantal besmette (symptomatische) personen sneller stijgen bij een hogere besmettelijkheid.

### 1.2 Toevoeging latente periode

Aan het model kan een latente periode toegevoegd worden waarbij de individuen de ziekte al hebben maar nog niet besmettelijk zijn. Het model kan er dan als volgt uitzien:



Hierbij ga ik ervan uit dat een individu zich altijd eerst in de latente periode bevindt. Met andere woorden zal elk individu na besmetting nog niet direct zelf besmettelijk zijn. Daarom heeft de input  $\nu\alpha(I+P)$  nu een invloed op de latente periode in plaats van de groep met besmette personen I. Bovendien is die input aangepast naar  $\nu\alpha(L+I+P)$  aangezien besmette (maar niet besmettelijke) individuen de ziekte wel al kunnen doorgeven aan hun kinderen.

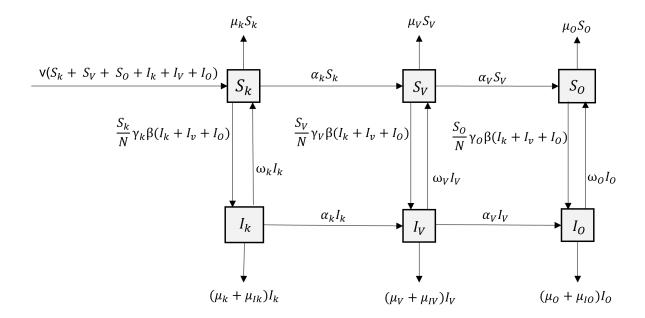
Vervolgens heb ik een extra parameter toegevoegd  $\Delta$  die beschrijft met welke kans een besmette individu ook besmettelijk zal zijn (zonder symptomen).

Als laatste heb ik de input van S aangepast van  $\nu(S + (1 - \alpha)(I + P))$  naar  $\nu(S + (1 - \alpha)(L + I + P))$ . Aangezien besmette, niet besmettelijke, individuen wel kinderen kunnen krijgen, moet er immers ook rekening gehouden worden met L bij het berekenen van de niet-besmette nieuwe kinderen.

# 2 Leeftijdscategorieën bij epidemiologische modellen

### 2.1 Toevoeging parameters

Bij epidemiologische modellen moet er ook rekening gehouden worden met de leeftijdscategorieën. Als we 3 categorieën onderscheiden (kind, volwassen en ouder) dan kunnen we het volgende model genereren.



Hierbij is  $\nu$  opnieuw de geboortesnelheid. Deze parameter heeft enkel een invloed op  $S_k$ , het aantal kinderen, en wordt vermenigvuldigd met de totale bevolking.

De sterftesnelheid wordt in deze situatie gesplitst op basis van de leeftijd, waarbij  $\mu_k$ ,  $\mu_V$  en  $\mu_O$  respectievelijk de sterftesnelheid voor kinderen, volwassenen en ouderen voorstellen. Daarnaast wordt er rekening gehouden met oversterfte door de ziekte ( $\mu_{Ik}$ ,  $\mu_{IV}$  en  $\mu_{IO}$ ) die ook afhangt van de leeftijd.

De parameters  $\alpha_k$  en  $\alpha_V$  zijn de percentages van kinderen die volwassen worden en volwassenen die ouder worden. Deze parameters worden zowel gebruikt bij de gezonde als bij de besmette individuen.

Voor de besmettelijkheid per contact wordt slechts één parameter  $\beta$  bijgehouden aangezien de leeftijd niet veel invloed heeft op de besmettelijkheid en er geen verschil wordt gemaakt tussen symptomatisch en asymptomatisch. Aan de andere kant is de kwetsbaarheid voor de ziekte wel leeftijdsafhankelijk. De kwetsbaarheid van de kinderen, volwassenen en ouderen wordt respectievelijk voorgesteld met de parameters  $\gamma_k$ ,  $\gamma_V$  en  $\gamma_O$ .

Ten slotte stellen de parameters  $\omega_k$ ,  $\omega_V$  en  $\omega_O$  de kansen voor dat een kind, volwassene en oudere geneest van de ziekte.

Dit model kan omgezet worden naar de volgende differentiaalvergelijkingen.

$$\begin{cases} \frac{dS_{k}}{dt} = \nu(S_{k} + S_{V} + S_{O} + I_{k} + I_{V} + I_{O}) + \omega_{k}I_{k} - \mu_{k}S_{k} - \alpha_{k}S_{k} - \frac{S_{k}}{N}\gamma_{k}\beta(I_{k} + I_{V} + I_{O}) \\ \frac{dS_{V}}{dt} = \alpha_{k}S_{k} + \omega_{V}I_{V} - \mu_{V}S_{V} - \alpha_{V}S_{V} - \frac{S_{V}}{N}\gamma_{V}\beta(I_{k} + I_{V} + I_{O}) \\ \frac{dS_{O}}{dt} = \alpha_{V}S_{V} + \omega_{O}I_{O} - \mu_{O}S_{O} - \frac{S_{O}}{N}\gamma_{O}\beta(I_{k} + I_{V} + I_{O}) \\ \frac{dI_{k}}{dt} = \frac{S_{k}}{N}\gamma_{k}\beta(I_{k} + I_{V} + I_{O}) - (\mu_{k} + \mu_{Ik})I_{k} - \omega_{k}I_{k} - \alpha_{k}I_{k} \\ \frac{dI_{V}}{dt} = \frac{S_{V}}{N}\gamma_{V}\beta(I_{k} + I_{V} + I_{O}) + \alpha_{k}I_{k} - (\mu_{V} + \mu_{IV})I_{V} - \omega_{V}I_{V} - \alpha_{V}I_{V} \\ \frac{dI_{O}}{dt} = \frac{S_{O}}{N}\gamma_{O}\beta(I_{k} + I_{V} + I_{O}) + \alpha_{V}I_{V} - (\mu_{O} + \mu_{IO})I_{O} - \omega_{O}I_{O} \end{cases}$$

#### 2.2 Simulatie

#### Parameters bepalen

De beginvoorwaarden van de simulatie zijn gebaseerd op de cijfers van België om zo realistisch mogelijk te zijn. Daarnaast ga ik ervan uit dat 10% van de populatie besmet is. Hierdoor ontstaan de volgende (afgeronde) beginvoorwaarden:  $S_k = 2.086.847$ ,  $S_V = 6.296.376$ ,  $S_O = 2.042.384$ ,  $I_k = 231.872$ ,  $I_V = 699.597$  en  $I_O = 226.931$ .

Voor de parameter van de geboortesnelheid  $(\nu)$  gebruik ik de waarde van de eerste opdracht, namelijk 0,015. De parameters voor de sterftesnelheid en het ouder worden, zullen een vaste waarde aannemen voor alle simulaties aangezien deze niet afhangen van de ziekte. De sterftesnelheid voor kinderen  $(\mu_k)$  zal 0,0003 zijn, voor volwassenen  $(\mu_V)$  0,019 en voor ouderen  $(\mu_O)$  0,13. Het percentage van kinderen die volwassen worden  $(\alpha_k)$  is gelijk aan 0,06 en het percentage van volwassenen die ouder worden  $(\alpha_V)$  is gelijk aan 0,02.

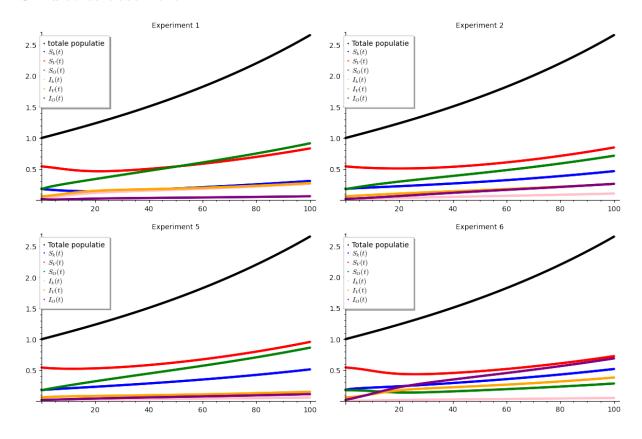
De simulaties worden in 3 grote experimenten opgedeeld: een groep experimenten voor een niet-dodelijke ziekte, een groep waarbij de ziekte dodelijker is voor kinderen en een groep met een ziekte dodelijker voor ouderen. Bij elke groep wordt er geëxperimenteerd met de kwetsbaarheid, waarbij de kinderen of de ouderen kwetsbaarder zijn voor de ziekte. De waarden voor de dodelijkheid ( $\mu_{Ik}$ ,  $\mu_{IV}$  en  $\mu_{IO}$ ) zullen variëren tussen 0,0001, 0,01, 0,07 en 0,15.

Bij de kwetsbaardheid wordt er geëxperimenteerd met de waarden 0,2, 0,5 en 0,8. Aangezien ik uit de experimenten met een niet-dodelijke ziekte heb afgeleid dat de ziekte geen invloed heeft op de totale populatie wanneer deze niet besmettelijk is, ga ik bij de experimenten met een dodelijke ziekte ervan uit dat de ziekte altijd besmettelijk is. Deze parameter  $\beta$  is hier dus steeds 0,8.

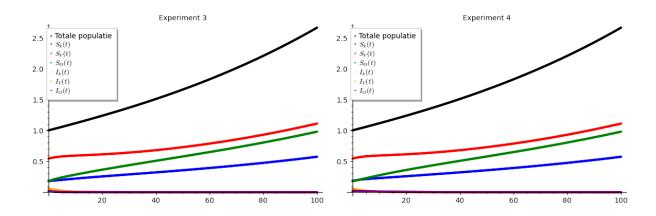
Als laatste wordt er geëxperimenteerd met de kansen op genezing per leeftijdscategorie  $(\omega_k, \omega_V \text{ en } \omega_O)$  waarbij deze waarden gelijk zijn aan 0,1, 0,3 of 0,6.

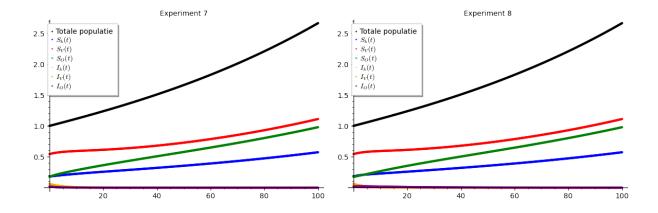
De parameters per experiment kunnen teruggevonden worden in appendix B.

#### Simulaties observeren

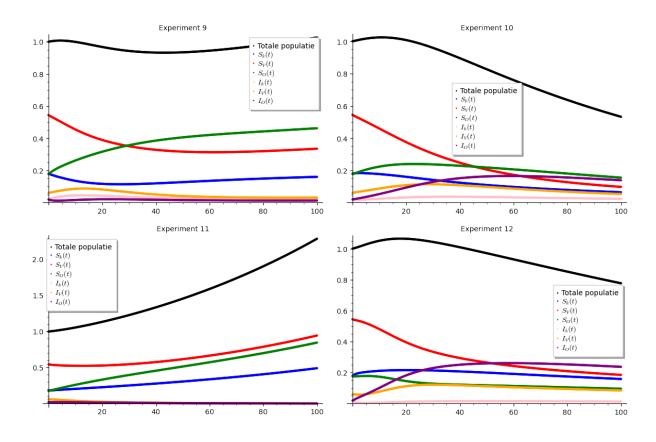


Bij deze experimenten is de ziekte niet dodelijk wat duidelijk geen effect heeft op het bevolkingsaantal. Daarnaast is de ziekte besmettelijk. Hierdoor zal het aantal gezonde individuen dalen, vooral wanneer de kans op genezing klein is. Bij experimenten 2 en 6, waarbij ouderen een kleinere kans op genezing hebben dan kinderen, kan immers geobserveerd worden dat het aantal besmette ouderen meer stijgt dan het aantal besmette kinderen. Bij experimenten 1 en 5 zien we ongeveer hetzelfde effect maar minder duidelijk doordat er nog nieuwe gezonde kinderen geboren worden. De snelheid van de stijging van besmette individuen hangt af van de kwetsbaarheid van de leeftijdscategorieën.





Ook bij deze experimenten is de ziekte niet dodelijk. Aan de andere kant is de ziekte hierbij niet besmettelijk, waardoor de ziekte praktisch uitsterft. De andere parameters hebben hierdoor geen effect meer op het effect van de ziekte op de populatie.



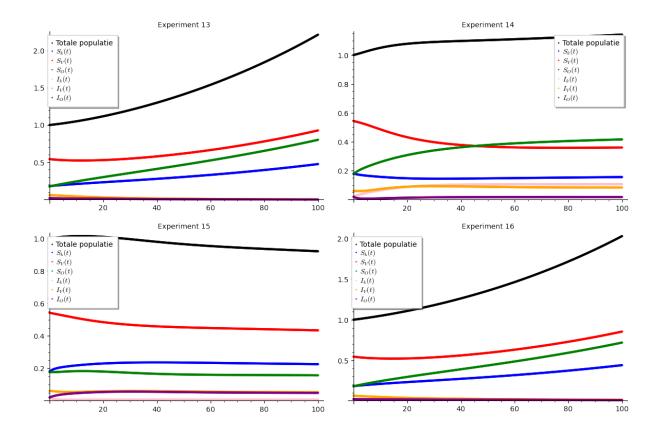
Wanneer de ziekte wel dodelijk is, kan het afhankelijk van de andere parameters wel een invloed hebben op de populatiegrootte. Hierbij is de ziekte dodelijker voor kinderen. Bij experimenten 9 en 10 zijn kinderen kwetsbaarder, maar enkel bij experiment 10 zal de populatiegrootte dalen. Daarbij hebben ouderen immers een kleinere kans op genezing waardoor er minder gezonde kinderen geboren kunnen worden. Dit heeft als effect dat er te weinig gezonde kinderen bijkomen om het verlies door oversterfte te compenseren. Door het tekort aan kinderen zal ook het aantal volwassenen en ouderen dalen.

Dezelfde situatie kan geobserveerd worden bij experiment 12, waarbij ouderen kwetsbaarder zijn voor de ziekte. Hierbij zal de bevolkingsgrootte immers dalen doordat de ouderen

niet snel genezen van de ziekte. Hierdoor kunnen niet veel nieuwe gezonde kinderen geboren worden, waardoor het aantal gezonde kinderen sneller daalt.

Aan de andere kant zal de bevolking bij experiment 9 een korte daling kennen, waarna deze toch terug zal stijgen. In deze situatie hebben kinderen een grotere kans op genezing dan ouderen waardoor besmette kinderen in het begin ofwel genezen ofwel sterven. Door deze oversterfte zal het aantal besmette kinderen snel dalen waardoor er amper nieuwe besmettingen kunnen bijkomen.

Bij experiment 11 heeft de ziekte geen invloed op de bevolking. Hierbij zijn de ouderen kwetsbaarder voor de ziekte en genezen ze sneller. Dit zorgt ervoor dat weinig kinderen besmet raken en sterven en dat veel nieuwe gezonde kinderen geboren kunnen worden waardoor de bevolking kan blijven groeien.

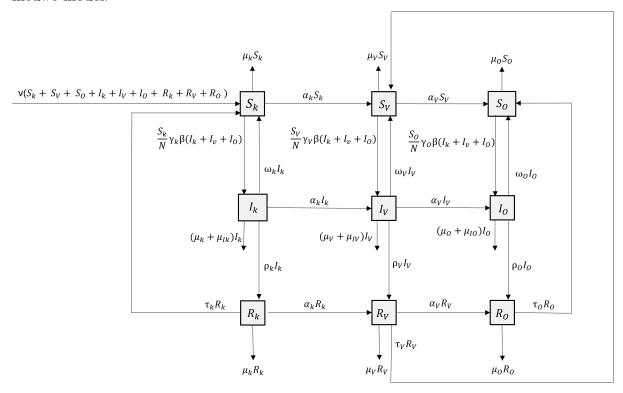


Een ander patroon kan geobserveerd worden bij de experimenten met een ziekte die dodelijker is voor ouderen. Hierbij heeft de ziekte geen invloed op de bevolking wanneer de leeftijdsgroep die kwetsbaarder is ook sneller geneest, zoals in experimenten 13 en 16. Bij grafiek 14 zien we vooral het aantal besmette kinderen en volwassenen stijgen. Dit komt doordat kinderen kwetsbaarder zijn en een kleinere kans hebben op genezing. Daarnaast stijgt het totale bevolkingsaantal zeer traag, aangezien volwassenen en ouderen een grotere oversterfte hebben en er hierdoor minder kinderen geboren worden.

Als laatste kan geobserveerd worden dat de populatiegrootte langzaam daalt bij experiment 15, waarbij de ouderen kwetsbaarder zijn en een kleinere kans hebben op genezing. Zoals bij experiment 14 zullen hierdoor minder nieuwe individuen geboren worden.

#### 2.3 Toevoeging resistentie

Dit model kan verder uitgebreid worden met een tijdelijke resistentie tot het volgende nieuwe model.



Er zijn 2 parameter toegevoegd, namelijk  $\rho$  en  $\tau$  die beide afhankelijk zijn van de leeftijdscategorie. De parameter  $\rho$  stelt de kans voor dat een besmette individu geneest en resistent wordt. De kans dat de individu zijn resistentie verliest en terug vatbaar wordt voor de ziekte wordt weergegeven met parameter  $\tau$ .

Op basis van dit model kunnen de volgende differentiaalvergelijkingen afgeleid worden.

$$\begin{cases} \frac{dS_k}{dt} = \nu(S_k + S_V + S_O + I_k + I_V + I_O + R_k + R_V + R_O) + \tau_k R_k + \omega_k I_k - \mu_k S_k - \alpha_k S_k \\ -\frac{S_k}{N} \gamma_k \beta(I_k + I_V + I_O) \\ \frac{dS_V}{dt} = \alpha_k S_k + \tau_V R_V + \omega_V I_V - \mu_V S_V - \alpha_V S_V - \frac{S_V}{N} \gamma_V \beta(I_k + I_V + I_O) \\ \frac{dS_O}{dt} = \alpha_V S_V + \tau_O R_O + \omega_O I_O - \mu_O S_O - \frac{S_O}{N} \gamma_O \beta(I_k + I_V + I_O) \\ \frac{dI_k}{dt} = \frac{S_k}{N} \gamma_k \beta(I_k + I_V + I_O) - (\mu_k + \mu_{Ik}) I_k - \omega_k I_K - \alpha_k I_k - \rho_k I_k \\ \frac{dI_O}{dt} = \frac{S_V}{N} \gamma_V \beta(I_k + I_V + I_O) + \alpha_k I_k - (\mu_V + \mu_{IV}) I_V - \omega_V I_V - \alpha_V I_V - \rho_V I_V \\ \frac{dI_O}{dt} = \frac{S_O}{N} \gamma_O \beta(I_k + I_V + I_O) + \alpha_V I_V - (\mu_O + \mu_{IO}) I_O - \omega_O I_O - \rho_O I_O \\ \frac{dR_k}{dt} = \rho_k I_k - \mu_k R_k - \tau_k R_K - \alpha_k R_k \\ \frac{dR_V}{dt} = \rho_V I_V + \alpha_k R_k - \mu_V R_V - \tau_V R_V - \alpha_V R_V \\ \frac{dR_O}{dt} = \rho_O I_O + \alpha_V R_V - \mu_O R_O - \tau_O R_O \end{cases}$$

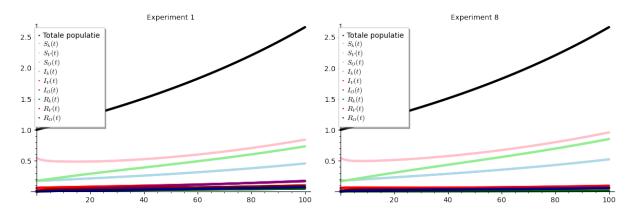
#### Parameters bepalen

Aangezien er al in vorige simulaties geëxperimenteerd is met de kans dat een individu geneest en hierbij geen resistentie krijgt, bouwen individuen bij deze simulaties sowieso een resistentie op. De kans dat een individu dus geneest zonder resistentie (parameter  $\omega$ ) zal hierdoor bij alle experimenten 0 zijn.

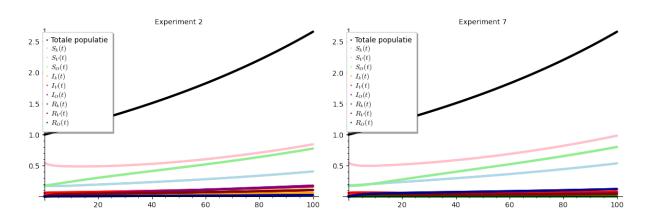
Er worden opnieuw 3 grote groepen van experimenten onderscheiden, afhankelijk van de dodelijkheid van de ziekte. Hierin wordt telkens geëxperimenteerd met de kwetsbaarheid van de leeftijdscategorieën, de kans dat een individu geneest en de kans dat een resistent individu terug vatbaar wordt voor de ziekte. Alle parameters zullen tussen dezelfde waarden variëren als in de vorige simulaties.

De uitleg en specifieke parameters per experiment worden in appendix C meegegeven.

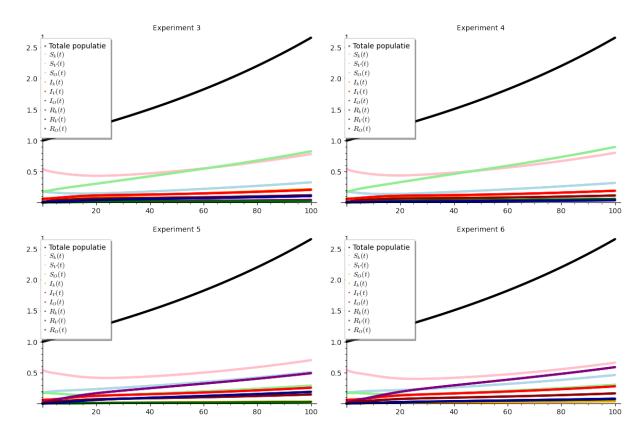
#### Simulaties observeren van de niet dodelijke ziekte



Bij deze experimenten is telkens eenzelfde leeftijdsgroep kwetsbaarder, sneller resistent en sneller terug vatbaar dan een andere leeftijdscategorie. Hierdoor zal het aantal besmette en resistente individuen amper stijgen. De individuen genezen immers te snel om in aantal te groeien. Wanneer de kinderen kwetsbaarder zijn, stijgt het aantal besmette individuen echter een beetje sneller dan wanneer de ouderen kwetsbaarder zijn. Dit komt door het feit dat er bij deze laatste situatie wel nog nieuwe gezonde kinderen geboren worden waardoor het aantal besmette kinderen trager zal stijgen.

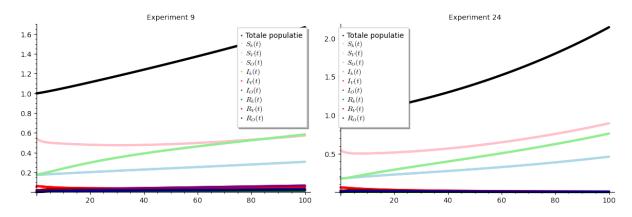


In de situaties van experimenten 2 en 7 waarbij een leeftijdsgroep kwetsbaarder is voor de ziekte, een hogere kans heeft om resistent te worden maar een lagere kans om terug vatbaar te worden, zien we het aantal resistente individuen van die leeftijdscategorie stijgen. Voor de rest heeft de ziekte weinig invloed op de bevolking.

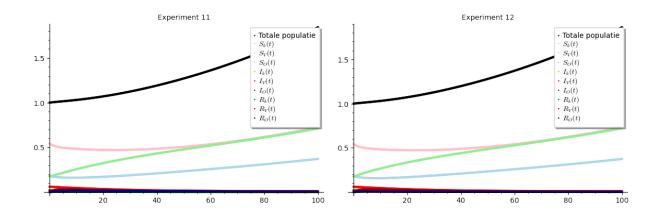


Wanneer een leeftijdscategorie kwetsbaarder is voor de ziekte en minder snel resistent wordt, zoals bij experimenten 3 tot en met 6, dan kan er geobserveerd worden dat het aantal vatbare individuen van die leeftijdsgroep in het begin daalt en na een tijd terug groeit. Daarnaast stijgt het aantal besmette individuen. Bij een hogere kwetsbaarheid bij de ouderen (experimenten 5 en 6) is deze stijging zelfs nog duidelijker te zien.

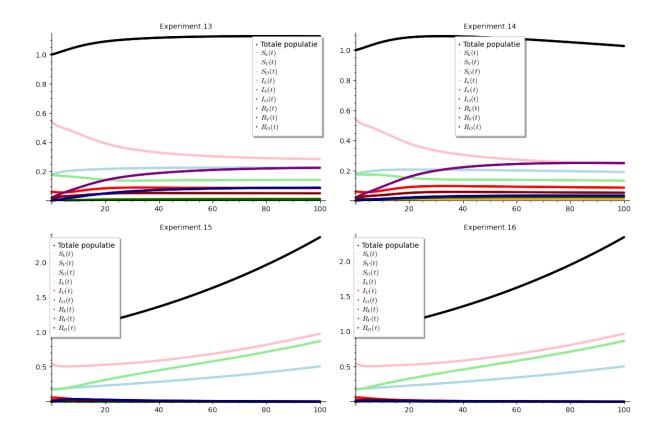
#### Simulaties observeren van de dodelijke ziekte



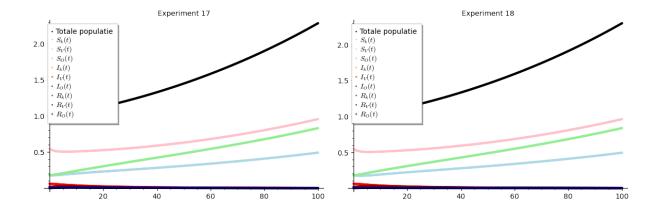
Bij een ziekte die dodelijker is voor kinderen hebben de andere parameters ongeveer dezelfde invloed op de populatie als wanneer de ziekte dodelijker is voor ouderen. In de situatie waarbij de ziekte dodelijker is voor een leeftijdscategorie en deze categorie kwetsbaarder is, sneller resistent wordt en sneller terug vatbaar is dan de andere leeftijden, dan heeft de ziekte weinig effect op de populatie. Dit kan waargenomen worden op basis van experimenten 9 en 24 en is zeer vergelijkbaar met dezelfde situatie bij de niet dodelijke ziekte.

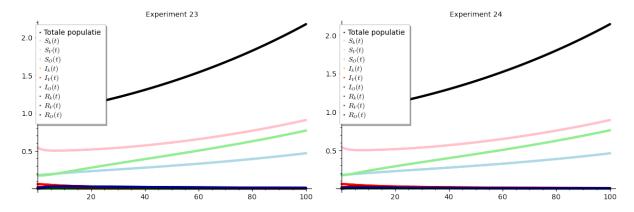


Bij experimenten 11 en 12 is de ziekte dodelijker voor kinderen, zijn de kinderen er kwetsbaarder voor en worden ze minder snel resistent dan de ouderen. Hierbij daalt het aantal kinderen in het begin, waarna ze terug stijgt en de ziekte opnieuw geen effect meer heeft op de populatie.

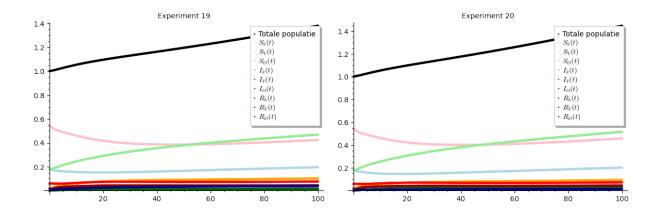


Als de ziekte dodelijker is voor kinderen maar de ouderen kwetsbaarder zijn voor de ziekte, zien we enkel een verandering in de populatie wanneer de ouderen minder snel resistent worden. Hierbij zien we immers het aantal besmette en resistente individuen stijgen en daalt de populatiegrootte traag (experimenten 13 en 14). Als de ouderen aan de andere kant wel sneller resistent worden, zien we geen invloed (experimenten 15 en 16).

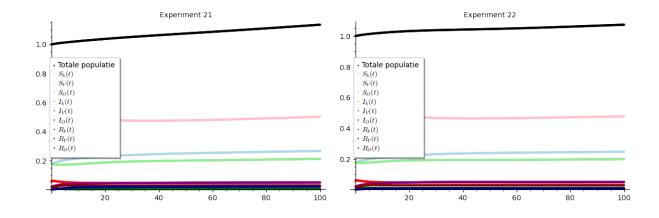




In de situatie waarbij een leeftijdscategorie kwetsbaarder is voor de ziekte en ook sneller terug resistent wordt, zien we weinig verandering in de populatie. Bij experimenten 17, 18, 23 en 24 zien we immers het aantal besmette individuen dalen waardoor de ziekte uitsterft.



Wanneer de kinderen kwetsbaarder zijn voor de ziekte en de ouderen sneller resistent worden, stijgt het aantal besmette kinderen en volwassenen. Het aantal besmette ouderen stijgt hierbij veel trager door hun hogere kans op resistentie. Deze waarnemingen kunnen geobserveerd worden op basis van experimenten 19 en 20.



Op basis van experimenten 21 en 22 kunnen we zien dat het aantal besmette en resistente individuen traag stijgt wanneer de ouderen kwetsbaarder zijn voor de ziekte maar

minder snel resistent worden dan de kinderen. Wat vooral opvalt bij deze grafieken is dat de populatiegrootte veel trager groeit dan bij de andere experimenten. Aangezien de ouderen sneller sterven door de ziekte worden er minder kinderen geboren waardoor het logisch is dat de populatie minder snel groeit.

## 3 Modelleren van populatie-evolutie

### 3.1 Populatie zonder ziekte

Het verloop van een populatie kan met een partiële differentiaalvergelijking voorgesteld worden:  $\frac{\partial}{\partial t}p(t,l) = -\frac{\partial}{\partial l}p(t,l) - \mu(l)p(t,l)$  met randvoorwaarden  $p(0,l) = p_0(l)$  en  $p(t,0) = f \int_0^\infty p(t,l)F(l)dl$ .

Via een discretisatie methode kan dit omgezet worden waarbij  $p_i(t) = p(t, l_i)$  en waarbij de afgeleiden  $\frac{\partial}{\partial t}p(t,l)$  en  $\frac{\partial}{\partial l}p(t,l)$  benaderd kunnen worden door middel van eindige differenties  $(f'(x) \approx \frac{f(x+h)-f(x-h)}{2h} \approx \frac{f(x)-f(x-h)}{h} \approx \frac{f(x+h)-f(x)}{h})$ . Op die manier krijgen we de volgende nieuwe differentiaalvergelijking:

$$\frac{p_i(t+\Delta t)-p_i(t)}{\Delta t} = -\frac{p_i(t)-p_{i-1}(t)}{\Delta l} - \mu(l_i)p_i(t)$$

$$<=> p_i(t+\Delta t) = p_i(t) - \Delta t \frac{p_i(t)-p_{i-1}(t)}{\Delta l} - \Delta t \mu(l_i)p_i(t)$$

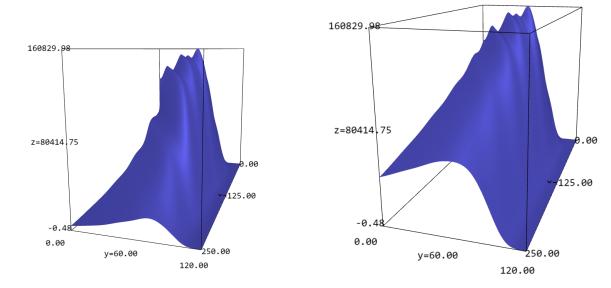
De nieuwe randvoorwaarden zijn dan

$$p_i(0) = p_0(l_i)$$

$$p_0(t) = f \int_0^\infty p_j(t) F(l_j) dl_j.$$

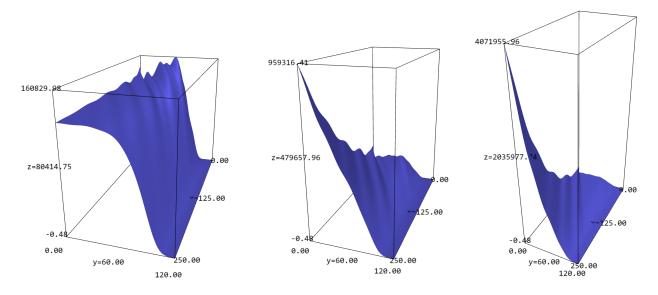
#### **Simulaties**

Aangezien de gegeven hulpfuncties vooral tussen de leeftijden 0 en 120 gedefinieerd zijn, neem ik als n-waarde (het aantal leeftijden) 120 en als  $\Delta l$  (het verschil tussen 2 leeftijden  $l_i$  en  $l_{i+1}$ ) 1. De parameter  $\Delta t$  zal ik voor alle simulaties gelijk stellen aan 0,5. Ik experimenteer voor de parameter f tussen 0,5, 0,8, 1, 1,5 en 2 kinderen die een persoon gemiddeld krijgt in zijn hele leven.



Op basis van deze simulaties, waarbij f = 0.5 en f = 0.8, is het duidelijk dat de popu-

latiegrootte daalt wanneer een persoon gemiddeld minder dan 1 kind krijgt in zijn hele leven.



Als dit aantal (f) gelijk is aan 1 blijft de populatie ongeveer hetzelfde, wat te zien is op de eerste grafiek. Bij de andere twee grafieken had de parameter f de waarden 1,5 en 2 waardoor de populatiegrootte enorm stijgt.

#### 3.2 SI-model

Als een ongeneeslijke ziekte aanwezig is, kan de populatie voorgesteld worden met de volgende differentiaalvergelijkingen:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t}S(t,l) = -\frac{\partial}{\partial l}S(t,l) - \mu(l)S(t,l) - \beta \frac{\int_0^\infty I(t,l')dl'}{N(t)}S(t,l) \\ \frac{\partial}{\partial t}I(t,l) = -\frac{\partial}{\partial l}I(t,l) - (\mu(l) + \mu_I(l))I(t,l) + \beta \frac{\int_0^\infty I(t,l')dl'}{N(t)}S(t,l) \end{cases}$$

Via een discretisatie methode kunnen deze partiële vergelijkingen omgezet worden naar de volgende gewone differentiaalvergelijkingen:

$$\begin{cases} S_{i}(t + \Delta t) = S_{i}(t) - \Delta t \frac{S_{i}(t) - S_{i-1}(t)}{\Delta l} - \Delta t \mu(l_{i}) S_{i}(t) - \Delta t \beta \frac{\int_{0}^{\infty} I_{j}(t) dl_{j}}{N(t)} S_{i}(t) \\ I_{i}(t + \Delta t) = I_{i}(t) - \Delta t \frac{I_{i}(t) - I_{i-1}(t)}{\Delta l} - \Delta t (\mu(l_{i}) + \mu_{I}(l_{i})) I_{i}(t) + \Delta t \beta \frac{\int_{0}^{\infty} I_{j}(t) dl_{j}}{N(t)} S_{i}(t) \end{cases}$$

De nieuwe randvoorwaarden zijn dan

$$S_i(0) = p_0(l)$$

$$S_0(t) = f \int_0^\infty (S_i(t) + I_i(t)) F(l_i) dl_i$$

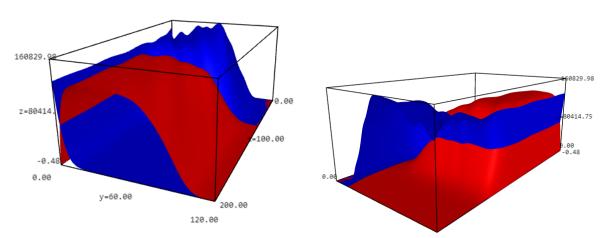
$$I_i(0) = 100 \exp(-\frac{(l-35)^2}{10})$$

$$I_0(t) = 0$$

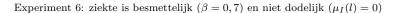
#### **Simulaties**

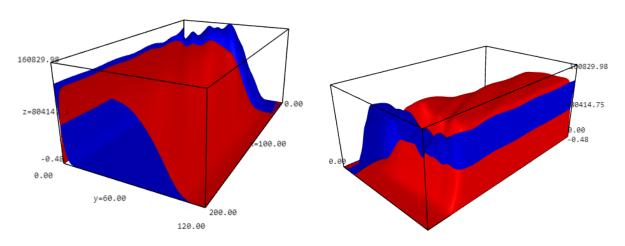
Ook bij deze simulaties zijn de parameters n,  $\Delta l$  en  $\Delta t$  respectievelijk gelijk aan 120, 1 en 0,5. De parameter voor het aantal kinderen per persoon (f) zal ik altijd gelijk stellen aan 1 aangezien deze waarde in de vorige simulaties de populatie creëerde die het minst wijzigde.

Er wordt wel geëxperimenteerd met de parameters voor de besmettelijkheid ( $\beta$ ) en de oversterfte ( $\mu_I$ ). De besmettelijkheid zal variëren tussen de waarden 0,3 en 0,7. De oversterfte stelt in enkele experimenten een lineaire functie voor die waarden teruggeeft tussen 0,03 en 0,14. In andere experimenten stelt  $\mu_I$  eerder een exponentiële functie voor die ervoor zorgt dat de ziekte veel dodelijker is voor ofwel de kinderen ofwel de ouderen. De waarden variëren hierbij tussen 0,01 en 0,16.



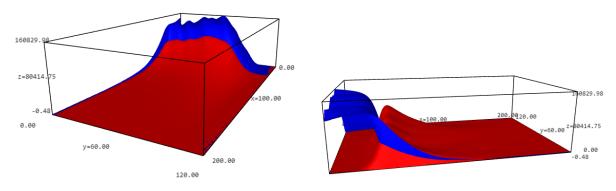
Experiment 1: ziekte is niet besmettelijk  $(\beta=0,3)$ en niet dodelijk  $(\mu_I(l)=0)$ 



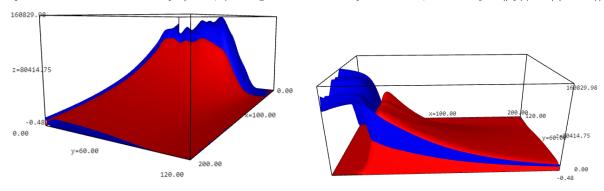


Aangezien de ziekte ongeneeslijk en niet dodelijk is, heeft de besmettelijkheid een invloed op de snelheid waarmee het aantal besmette individuen stijgt. Dit is te zien bij experimenten 1 en 6.

Experiment 7: ziekte is besmettelijk ( $\beta = 0, 7$ ) en ongeveer lineair dodelijk: hoe jonger, hoe dodelijker ( $\mu_I(l) = 4/(28 + l)$ )

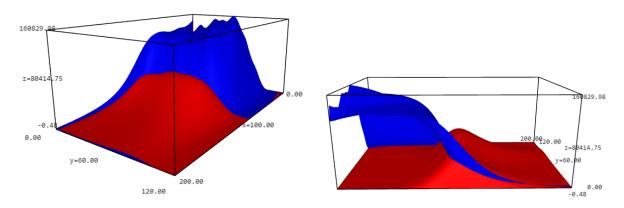


Experiment 8: ziekte is besmettelijk ( $\beta=0,7$ ) en ongeveer lineair dodelijk: hoe ouder, hoe dodelijker ( $\mu_I(l)=4/(148-l)$ )

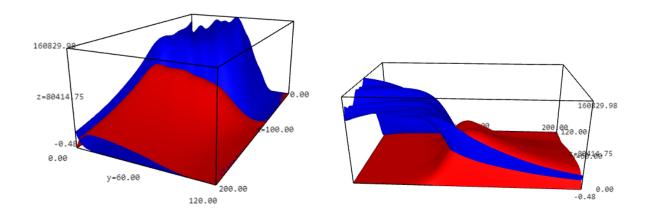


Wanneer de ziekte dodelijk is, sterft de populatie sowieso uit doordat de ziekte ongeneeslijk is. Daarbij heeft de besmettelijkheid een invloed op de snelheid waarmee de populatiegrootte daalt. We zien immers in experimenten 7 en 8 dat het aantal gezonde individuen na een kortere tijd al daalt ten opzichte van experimenten 2 tot en met 5.

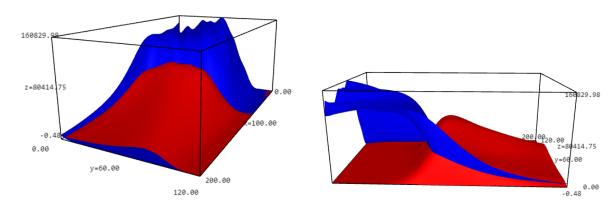
Experiment 2: ziekte is niet besmettelijk ( $\beta=0,3$ ) en ongeveer lineair dodelijk: hoe jonger, hoe dodelijker ( $\mu_I(l)=4/(28/l)$ )



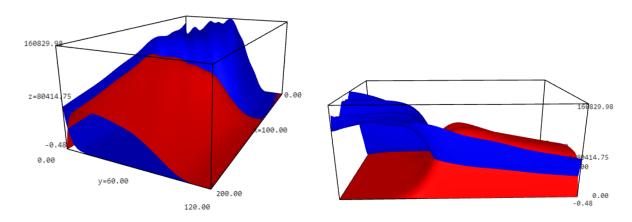
Experiment 3: ziekte is niet besmettelijk ( $\beta=0,3$ ) en ongeveer lineair dodelijk: hoe ouder, hoe dodelijker ( $\mu_I(l)=4/(148-l)$ )



Experiment 4: ziekte is niet besmettelijk ( $\beta = 0, 3$ ) en exponentieel dodelijker voor kinderen ( $\mu_I(l) = 1, 3/(8+l)$ )



Experiment 5: ziekte is niet besmettelijk ( $\beta = 0, 3$ ) en exponentieel dodelijker voor ouderen ( $\mu_I(l) = 1, 3/(8+l)$ )



Wanneer de ziekte minder besmettelijk is, zal de populatiegrootte minder snel dalen wanneer de functie van de oversterfte een exponentiele functie volgt. Bij experimenten 4 en 5 is het aantal besmette individuen hoger dan bij experimenten 2 en 3 op hetzelfde tijdstip. Dit komt immers doordat hierbij een kleiner deel van de leeftijden een hoge sterftekans heeft. Wanneer de functie echter lineair loopt, hebben alle leeftijden een grotere kans op sterfte waardoor de bevolking ook sneller zal uitsterven.

#### 3.3 SIS-model

Het SI-model kan verder uitgebreid worden naar een SIS-model, wat aangeeft dat je kan genezen en terug vatbaar kan worden voor de ziekte. Hiervoor moet er slechts één parameter  $\alpha(l)$  toegevoegd worden die de kans op genezing voorstelt op basis van de leeftijd.

Bij het SI-model kunnen bij de differentiaalvergelijkingen van  $\frac{\partial}{\partial t}S(t,l)$  en  $\frac{\partial}{\partial t}I(t,l)$  respectievelijk de termen  $\alpha(l)I_i(t,l)$  en  $-\alpha(l)I_i(t,l)$  toegevoegd worden, die benaderd worden met  $\alpha(l_i)I_i(t)$  en  $-\alpha(l_i)I_i(t)$ . Dit leidt tot de volgende vergelijkingen:

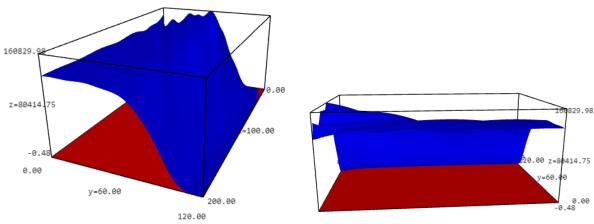
$$\begin{cases} S_{i}(t + \Delta t) = S_{i}(t) - \Delta t \frac{S_{i}(t) - S_{i-1}(t)}{\Delta l} - \Delta t \mu(l_{i}) S_{i}(t) - \Delta t \beta \frac{\int_{0}^{\infty} I_{j}(t) dl_{j}}{N(t)} S_{i}(t) + \Delta t \alpha(l_{i}) I_{i}(t) \\ I_{i}(t + \Delta t) = I_{i}(t) - \Delta t \frac{I_{i}(t) - I_{i-1}(t)}{\Delta l} - \Delta t (\mu(l_{i}) + \mu_{I}(l_{i})) I_{i}(t) + \Delta t \beta \frac{\int_{0}^{\infty} I_{j}(t) dl_{j}}{N(t)} S_{i}(t) - \Delta t \alpha(l_{i}) I_{i}(t) \end{cases}$$

Dit model heeft dezelfde beginwaarden als het SI-model.

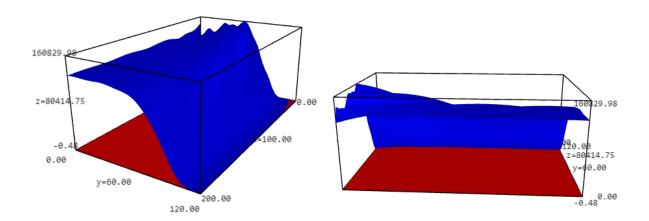
#### **Simulaties**

Voor de simulaties van het SIS-model zal de besmettelijkheid bij de meeste experimenten gelijk zijn aan 0,7 en bij slechts 2 experimenten aan 0,3. Voor de oversterfte worden dezelfde functies gebruikt als bij de simulaties van het SI-model. Bij elke functie wordt geëxperimenteerd met de kans om te genezen en terug vatbaar te worden. Hiervoor worden 2 ongeveer lineaire functies gebruikt die telkens als kleinste kans 0,22 en als grootste kans 0,66 teruggeven.

Experiment 11: ziekte is niet besmettelijk ( $\beta=0,7$ ), niet dodelijk ( $\mu_I(l)=0$ ) en kinderen genezen sneller dan ouderen ( $\alpha(l)=40/(60+l)$ )

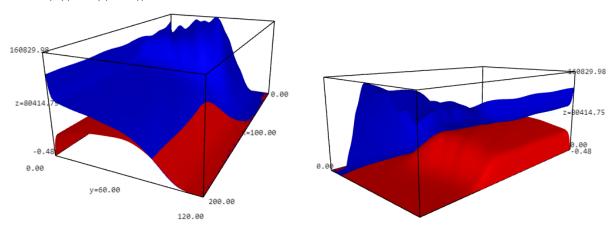


Experiment 12: ziekte is niet besmettelijk ( $\beta = 0, 7$ ), niet dodelijk ( $\mu_I(l) = 0$ ) en ouderen genezen sneller dan kinderen ( $\alpha(l) = 40/(180 - l)$ )

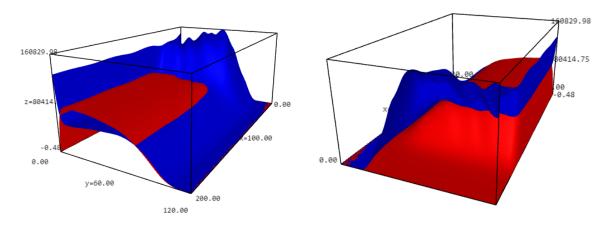


Wanneer de ziekte niet besmettelijk is, zoals bij experimenten 11 en 12, heeft deze geen invloed op de populatie. De besmette individuen zullen immers snel genezen waardoor weinig nieuwe mensen besmet kunnen worden.

Experiment 1: ziekte is besmettelijk ( $\beta = 0, 7$ ), niet dodelijk ( $\mu_I(l) = 0$ ) en kinderen genezen ongeveer lineair sneller dan ouderen ( $\alpha(l) = 40/(60 + l)$ )



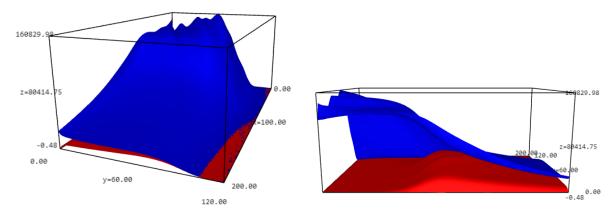
Experiment 2: ziekte is besmettelijk ( $\beta=0,7$ ), niet dodelijk ( $\mu_I(l)=0$ ) en ouderen genezen ongeveer lineair sneller ( $\alpha(l)=40/(180-l)$ )



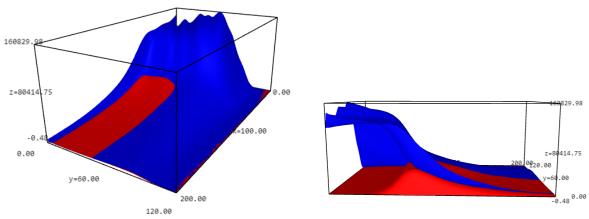
Bij een besmettelijke, niet dodelijke ziekte (experimenten 1 en 2) is het aantal besmette individuen kleiner wanneer kinderen een hogere kans hebben op genezing. Bij deze functie  $(\alpha(l) = 40/(60 + l))$  hebben volwassenen immers ook een grotere kans op genezing dan

bij de functie  $\alpha(l) = 40/(180 - l)$ , waardoor bij experiment 1 een groter aantal individuen zal genezen dan bij experiment 2.

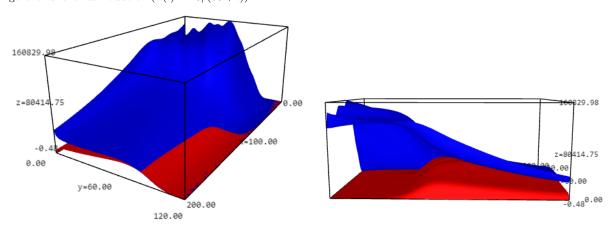
Experiment 3: ziekte is besmettelijk ( $\beta = 0,7$ ), lineair dodelijker voor kinderen ( $\mu_I(l) = 4/(28 + l)$ ) en kinderen genezen sneller dan ouderen ( $\alpha(l) = 40/(60 + l)$ )



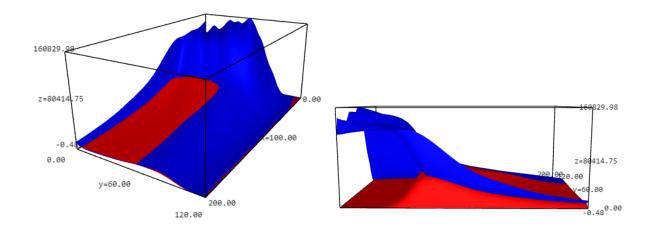
Experiment 4: ziekte is besmettelijk ( $\beta=0,7$ ), lineair dodelijker voor kinderen ( $\mu_I(l)=4/(28+l)$ ) en ouderen genezen sneller dan kinderen ( $\alpha(l)=40/(180-l)$ )



Experiment 5: ziekte is besmettelijk ( $\beta = 0,7$ ), exponentieel dodelijker voor kinderen ( $\mu_I(l) = 1.3/(8+l)$ ) en kinderen genezen sneller dan ouderen ( $\alpha(l) = 40/(60+l)$ )

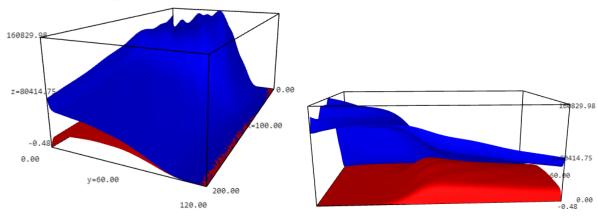


Experiment 6: ziekte is besmettelijk ( $\beta=0,7$ ), exponentieel dodelijker voor kinderen ( $\mu_I(l)=1.3/(8-l)$ ) en ouderen genezen sneller dan kinderen ( $\alpha(l)=40/(180-l)$ )

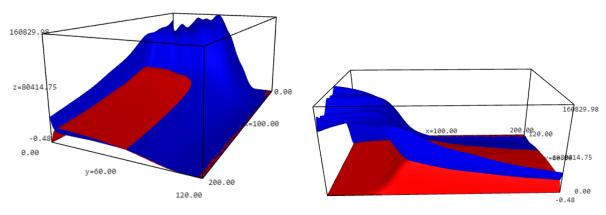


Wanneer de ziekte dodelijker is voor kinderen zal de populatie volgens experimenten 3 tot en met 6 uitsterven. Er kan hierbij geobserveerd worden dat de populatiegrootte minder snel daalt wanneer kinderen sneller genezen dan ouderen. Daarnaast is er weinig verschil tussen de exponentiële en de lineaire functie van oversterfte. Dit verschil heeft dus weinig invloed op het verloop van de populatie.

Experiment 7: ziekte is besmettelijk ( $\beta = 0,7$ ), lineair dodelijker voor ouderen ( $\mu_I(l) = 4/(148 - l)$ ) en kinderen genezen sneller dan ouderen ( $\alpha(l) = 40/(60 + l)$ )

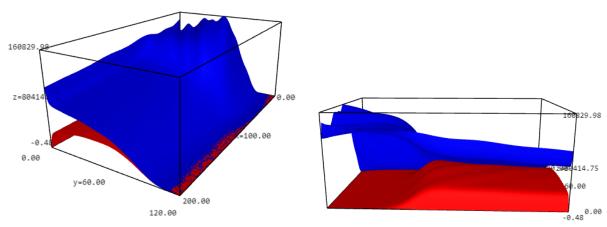


Experiment 8: ziekte is besmettelijk ( $\beta=0,7$ ), lineair dodelijker voor ouderen ( $\mu_I(l)=4/(148-l)$ ) en ouderen genezen sneller dan kinderen ( $\alpha(l)=40/(180-l)$ )

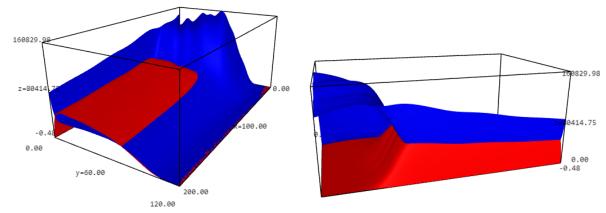


Experiment 9: ziekte is besmettelijk ( $\beta = 0, 7$ ), exponentieel dodelijker voor ouderen ( $\mu_I(l) = 1.3/(128 - l)$ ) en kinderen

genezen sneller dan ouderen  $(\alpha(l) = 40/(60 + l))$ 



Experiment 10: ziekte is besmettelijk ( $\beta=0,7$ ), exponentieel dodelijker voor ouderen ( $\mu_I(l)=1.3/(128-l)$ ) en ouderen genezen sneller dan kinderen ( $\alpha(l)=40/(180-l)$ )



Aan de andere kant daalt de populatiegrootte veel trager wanneer de ziekte dodelijker is voor ouderen. Daarnaast heeft de soort functie van de oversterfte hier wel een invloed op de grafieken. Bij experimenten 7 en 8 wordt een lineaire functie gebruikt en daalt de grootte sneller dan bij de exponentiële functie bij experimenten 9 en 10. Bij deze laatste experimenten lijkt het zelfs mogelijk dat de populatie stabiliseert en na een tijd niet meer zou dalen. Ten slotte kan geobserveerd worden dat de populatie sneller sterft wanneer ouderen sneller genezen dan kinderen.

# 4 Appendix A

# Parameters per experiment

|           | experiment 1 | experiment 2 | experiment 3 | experiment 4 | experiment 5 | experiment 6 |
|-----------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| $\nu$     | 0,015        | 0,015        | 0,015        | 0,015        | 0,015        | 0,015        |
| $\mu$     | 0,01         | 0,01         | 0,01         | 0,01         | 0,01         | 0,01         |
| $\mu_P$   | 0,0001       | 0,0001       | 0,0001       | 0,15         | $0,\!15$     | $0,\!15$     |
| $\beta_I$ | 0,2          | 0,7          | 0,7          | 0,2          | 0,7          | 0,7          |
| $\beta_P$ | 0,2          | $0,\!4$      | $0,\!4$      | 0,2          | $0,\!4$      | 0,4          |
| $\alpha$  | 0,1          | 0,1          | 0,1          | 0,1          | 0,1          | 0,1          |
| $\gamma$  | 0,2          | 0,1          | 0,8          | 0,2          | 0,1          | 0.8          |

## 5 Appendix B

#### Betekenis parameters

 $\nu = \text{geboortesnelheid}$ 

 $\mu_k = \text{sterftesnelheid van kinderen}$ 

 $\mu_V = \text{sterftesnelheid van volwassenen}$ 

 $\mu_O = \text{sterftesnelheid van ouderen}$ 

 $\mu_{Ik}$  = oversterfte van kinderen door de ziekte

 $\mu_{IV}$  = oversterfte van volwassenen door de ziekte

 $\mu_{IO}$  = oversterfte van ouderen door de ziekte

 $\alpha_k$  = percentage van kinderen († 18 jaar) die volwassen worden

 $\alpha_V$  = percentage van volwassenen die ouder worden

 $\gamma_k$  = kans dat een kind effectief besmet wordt na contact met besmette individu (kwetbaarheid voor de ziekte van de kinderen)

 $\gamma_V = \text{kans dat een volwassene effectief besmet wordt na contact met een besmette individu (kwetsbaarheid voor de ziekte van de volwassenen)}$ 

 $\gamma_O = \text{kans dat een oudere effectief besmet wordt na contact met een besmette individu (kwetsbaarheid voor de ziekte van de ouderen)$ 

 $\beta = drukt besmettelijkheid uit$ 

 $\omega_k = \text{kans dat een kind geneest}$ 

 $\omega_V = \text{kans dat een volwassene geneest}$ 

 $\omega_O = \text{kans dat een oudere geneest}$ 

## Uitleg per experiment

Experiment 1: Niet dodelijke ziekte, kinderen zijn kwetsbaarder, ziekte is besmettelijk, kleinere kans op genezing voor kinderen (grotere kans voor ouderen)

Experiment 2: Niet dodelijke ziekte, kinderen zijn kwetsbaarder, ziekte is besmettelijk, kleinere kans op genezing voor ouderen (grotere kans voor kinderen)

Experiment 3: Niet dodelijke ziekte, kinderen zijn kwetsbaarder, ziekte is niet besmettelijk, kleinere kans op genezing voor kinderen (groteren kans voor ouderen)

Experiment 4: Niet dodelijke ziekte, kinderen zijn kwetsbaarder, ziekte is niet besmettelijk, kleinere kans op genezing voor ouderen (grotere kans voor kinderen)

Experiment 5: Niet dodelijke ziekte, ouderen zijn kwetsbaarder, ziekte is besmettelijk, kleinere kans op genezing voor kinderen (grotere kans voor ouderen)

Experiment 6: Niet dodelijke ziekte, ouderen zijn kwetsbaarder, ziekte is besmettelijk, kleinere kans op genezing voor ouderen (grotere kans voor kinderen)

Experiment 7: Niet dodelijke ziekte, ouderen zijn kwetsbaarder, ziekte is niet besmettelijk, kleinere kans op genezing voor kinderen (grotere kans voor ouderen)

Experiment 8: Niet dodelijke ziekte, ouderen zijn kwetsbaarder, ziekte is niet besmettelijk, kleinere kans op genezing voor ouderen (grotere kans voor kinderen)

Experiment 9: Dodelijker voor kinderen, kinderen zijn kwetsbaarder, ziekte is besmettelijk, kleinere kans op genezing voor kinderen (grotere kans voor ouderen)

Experiment 10: Dodelijker voor kinderen, kinderen zijn kwetsbaarder, ziekte is besmettelijk, kleinere kans op genezing voor ouderen (grotere kans voor kinderen)

Experiment 11: Dodelijker voor kinderen, ouderen zijn kwetsbaarder, ziekte is besmettelijk, kleinere kans op genezing voor kinderen (grotere kans voor ouderen)
Experiment 12: Dodelijker voor kinderen, ouderen zijn kwetsbaarder, ziekte is besmettelijk, kleinere kans op genezing voor ouderen (grotere kans voor kinderen)

Als de ziekte dodelijker is voor de ouderen, dan is er sowieso een kleinere kans op genezing voor de ouderen.

Experiment 13: Dodelijker voor ouderen, kinderen zijn kwetsbaarder, ziekte is besmettelijk, kleinere kans op genezing voor ouderen (grotere kans voor kinderen)

Experiment 14: Dodelijker voor ouderen, kinderen zijn kwetsbaarder, ziekte is besmettelijk, kleinere kans op genezing voor kinderen (grotere kans voor ouderen)

Experiment 15: Dodelijker voor ouderen, ouderen zijn kwetsbaarder, ziekte is besmettelijk, kleinere kans op genezing voor ouderen (grotere kans voor kinderen)

Experiment 16: Dodelijker voor ouderen, ouderen zijn kwetsbaarder, ziekte is besmettelijk, kleinere kans op genezing voor kinderen (grotere kans voor ouderen)

#### Parameters voor de experimenten met een niet-dodelijke ziekte

|            | experiment 1 | experiment 2 | experiment 3 | experiment 4 |
|------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| $\nu$      | 0,015        | 0,015        | 0,015        | 0,015        |
| $\mu_k$    | 0,0003       | 0,0003       | 0,0003       | 0,0003       |
| $\mu_V$    | 0,0019       | 0,0019       | 0,0019       | 0,0019       |
| $\mu_O$    | 0,013        | 0,013        | 0,013        | 0,013        |
| $\mu_{Ik}$ | 0,0001       | 0,0001       | 0,0001       | 0,0001       |
| $\mu_{IV}$ | 0,0001       | 0,0001       | 0,0001       | 0,0001       |
| $\mu_{IO}$ | 0,0001       | 0,0001       | 0,0001       | 0,0001       |
| $\alpha_k$ | 0,06         | 0,06         | 0,06         | 0,06         |
| $\alpha_V$ | 0,02         | $0,\!02$     | $0,\!02$     | 0,02         |
| $\gamma_k$ | 0,8          | 0,8          | 0,8          | 0,8          |
| $\gamma_V$ | $0,\!5$      | $0,\!5$      | $0,\!5$      | 0,5          |
| $\gamma_O$ | 0,2          | $0,\!2$      | 0,2          | 0,2          |
| $\beta$    | 0,8          | 0,8          | 0,2          | 0,2          |
| $\omega_k$ | 0,1          | 0,6          | 0,1          | 0,6          |
| $\omega_V$ | 0,3          | 0,3          | 0,3          | 0,3          |
| $\omega_O$ | 0,6          | 0,1          | 0,6          | 0,1          |

|            | experiment 5 | experiment 6 | experiment 7 | experiment 8 |
|------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| $\nu$      | 0,015        | 0,015        | 0,015        | 0,015        |
| $\mu_k$    | 0,0003       | 0,0003       | 0,0003       | 0,0003       |
| $\mu_V$    | 0,0019       | 0,0019       | 0,0019       | 0,0019       |
| $\mu_O$    | 0,013        | 0,013        | 0,013        | 0,013        |
| $\mu_{Ik}$ | 0,0001       | 0,0001       | 0,0001       | 0,0001       |
| $\mu_{IV}$ | 0,0001       | 0,0001       | 0,0001       | 0,0001       |
| $\mu_{IO}$ | 0,0001       | 0,0001       | 0,0001       | 0,0001       |
| $\alpha_k$ | 0,06         | 0,06         | $0,\!06$     | 0,06         |
| $\alpha_V$ | 0,02         | 0,02         | 0,02         | 0,02         |
| $\gamma_k$ | 0,2          | 0,2          | 0,2          | 0,2          |
| $\gamma_V$ | 0,5          | 0,5          | 0,5          | 0,5          |
| $\gamma_O$ | 0,8          | 0,8          | 0,8          | 0,8          |
| $\beta$    | 0,8          | 0,8          | $0,\!2$      | 0,2          |
| $\omega_k$ | 0,1          | 0,6          | 0,1          | 0,6          |
| $\omega_V$ | 0,3          | 0,3          | 0,3          | 0,3          |
| $\omega_O$ | 0,6          | $0,\!1$      | 0,6          | 0,1          |

# Parameters voor de experimenten met een ziekte dodelijker voor kinderen

|            | experiment 9 | experiment 10 | experiment 11 | experiment 12 |
|------------|--------------|---------------|---------------|---------------|
| $\nu$      | 0,015        | 0,015         | 0,015         | 0,015         |
| $\mu_k$    | 0,0003       | 0,0003        | 0,0003        | 0,0003        |
| $\mu_V$    | 0,0019       | 0,0019        | 0,0019        | 0,0019        |
| $\mu_O$    | 0,013        | 0,013         | 0,013         | 0,013         |
| $\mu_{Ik}$ | $0,\!15$     | $0,\!15$      | $0,\!15$      | $0,\!15$      |
| $\mu_{IV}$ | $0,\!07$     | $0,\!07$      | $0,\!07$      | 0,07          |
| $\mu_{IO}$ | 0,01         | 0,01          | 0,01          | 0,01          |
| $\alpha_k$ | 0,06         | 0,06          | 0,06          | 0,06          |
| $\alpha_V$ | 0,02         | $0,\!02$      | $0,\!02$      | 0,02          |
| $\gamma_k$ | 0,9          | 0,8           | 0,2           | 0,2           |
| $\gamma_V$ | 0,6          | 0,5           | 0,5           | 0,5           |
| $\gamma_O$ | 0,3          | 0,2           | 0,8           | 0,8           |
| $\beta$    | 0,8          | 0,8           | 0,8           | 0,8           |
| $\omega_k$ | 0,1          | 0,6           | 0,1           | 0,6           |
| $\omega_V$ | 0,3          | 0,3           | 0,3           | 0,3           |
| $\omega_O$ | 0,6          | 0,1           | 0,6           | 0,1           |

# Parameters voor de experimenten met een ziekte dodelijker voor ouderen

|            | experiment 13 | experiment 14 | experiment 15 | experiment 16 |
|------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| $\nu$      | 0,015         | 0,015         | 0,015         | 0,01          |
| $\mu_k$    | 0,0003        | 0,0003        | 0,0003        | 0,0003        |
| $\mu_V$    | 0,019         | 0,019         | 0,019         | 0,019         |
| $\mu_O$    | $0,\!13$      | 0,13          | 0,13          | 0,13          |
| $\mu_{Ik}$ | 0,01          | 0,01          | 0,01          | 0,01          |
| $\mu_{IV}$ | $0,\!07$      | $0,\!07$      | $0,\!07$      | 0,07          |
| $\mu_{IO}$ | $0,\!15$      | $0,\!15$      | $0,\!15$      | $0,\!15$      |
| $\alpha_k$ | 0,06          | 0,06          | 0,06          | 0,06          |
| $\alpha_V$ | $0,\!02$      | 0,02          | $0,\!02$      | 0,02          |
| $\gamma_k$ | 0,8           | 0,8           | 0,2           | 0,2           |
| $\gamma_V$ | 0,5           | 0,5           | 0,5           | 0,5           |
| $\gamma_O$ | 0,2           | 0,2           | 0,8           | 0,8           |
| $\beta$    | 0,8           | 0,8           | 0,8           | 0,8           |
| $\omega_k$ | 0,6           | 0,1           | 0,6           | $0,\!1$       |
| $\omega_V$ | 0,3           | 0,3           | 0,3           | 0,3           |
| $\omega_O$ | 0,1           | 0,6           | 0,1           | 0,6           |

# 6 Appendix C

#### Uitleg per experiment

Experiment 1: Niet dodelijke ziekte, kinderen zijn kwetsbaarder, ziekte is besmettelijk, grotere kans op resistentie voor kinderen, kinderen zijn sneller terug vatbaar Experiment 2: Niet dodelijke ziekte, kinderen zijn kwetsbaarder, ziekte is besmettelijk, grotere kans op resistentie voor kinderen, ouderen zijn sneller terug vatbaar Experiment 3: Niet dodelijke ziekte, kinderen zijn kwetsbaarder, ziekte is besmettelijk, grotere kans op resistentie voor ouderen, kinderen zijn sneller terug vatbaar Experiment 4: Niet dodelijke ziekte, kinderen zijn kwetsbaarder, ziekte is besmettelijk, grotere kans op resistentie voor ouderen, ouderen zijn sneller terug vatbaar Experiment 5: Niet dodelijke ziekte, ouderen zijn kwetsbaarder, ziekte is besmettelijk, grotere kans op resistentie voor kinderen, kinderen zijn sneller terug vatbaar Experiment 6: Niet dodelijke ziekte, ouderen zijn kwetsbaarder, ziekte is besmettelijk, grotere kans op resistentie voor kinderen, ouderen zijn sneller terug vatbaar Experiment 7: Niet dodelijke ziekte, ouderen zijn kwetsbaarder, ziekte is besmettelijk, grotere kans op resistentie voor ouderen, kinderen zijn sneller terug vatbaar Experiment 8: Niet dodelijke ziekte, ouderen zijn kwetsbaarder, ziekte is besmettelijk, grotere kans op resistentie voor ouderen, ouderen zijn sneller terug vatbaar

Experiment 9: Dodelijker voor kinderen, kinderen zijn kwetsbaarder, ziekte is besmettelijk, grotere kans op resistentie voor kinderen, kinderen zijn sneller terug vatbaar Experiment 10: Dodelijker voor kinderen, kinderen zijn kwetsbaarder, ziekte is besmettelijk, grotere kans op resistentie voor kinderen, ouderen zijn sneller terug vatbaar Experiment 11: Dodelijker voor kinderen, kinderen zijn kwetsbaarder, ziekte is besmettelijk, grotere kans op resistentie voor ouderen, kinderen zijn sneller terug vatbaar Experiment 12: Dodelijker voor kinderen, kinderen zijn kwetsbaarder, ziekte is besmettelijk, grotere kans op resistentie voor ouderen, ouderen zijn sneller terug vatbaar Experiment 13: Dodelijker voor kinderen, ouderen zijn kwetsbaarder, ziekte is besmettelijk, grotere kans op resistentie voor kinderen, kinderen zijn sneller terug vatbaar Experiment 14: Dodelijker voor kinderen, ouderen zijn kwetsbaarder, ziekte is besmettelijk, grotere kans op resistentie voor kinderen, ouderen zijn sneller terug vatbaar Experiment 15: Dodelijker voor kinderen, ouderen zijn kwetsbaarder, ziekte is besmettelijk, grotere kans op resistentie voor ouderen, kinderen zijn sneller terug vatbaar Experiment 16: Dodelijker voor kinderen, ouderen zijn kwetsbaarder, ziekte is besmettelijk, grotere kans op resistentie voor ouderen, ouderen zijn sneller terug vatbaar

Experiment 17: Dodelijker voor ouderen, kinderen zijn kwetsbaarder, ziekte is besmettelijk, grotere kans op resistentie voor kinderen, kinderen zijn sneller terug vatbaar Experiment 18: Dodelijker voor ouderen, kinderen zijn kwetsbaarder, ziekte is besmettelijk, grotere kans op resistentie voor kinderen, ouderen zijn sneller terug vatbaar Experiment 19: Dodelijker voor ouderen, kinderen zijn kwetsbaarder, ziekte is besmettelijk, grotere kans op resistentie voor ouderen, kinderen zijn sneller terug vatbaar Experiment 20: Dodelijker voor ouderen, kinderen zijn kwetsbaarder, ziekte is besmettelijk, grotere kans op resistentie voor ouderen, ouderen zijn sneller terug vatbaar Experiment 21: Dodelijker voor ouderen, ouderen zijn kwetsbaarder, ziekte is besmette-

lijk, grotere kans op resistentie voor kinderen, kinderen zijn sneller terug vatbaar Experiment 22: Dodelijker voor ouderen, ouderen zijn kwetsbaarder, ziekte is besmettelijk, grotere kans op resistentie voor kinderen, ouderen zijn sneller terug vatbaar Experiment 23: Dodelijker voor ouderen, ouderen zijn kwetsbaarder, ziekte is besmettelijk, grotere kans op resistentie voor ouderen, kinderen zijn sneller terug vatbaar Experiment 24: Dodelijker voor ouderen, ouderen zijn sneller terug vatbaar eigh, grotere kans op resistentie voor ouderen, ouderen zijn sneller terug vatbaar

### Parameters voor de experimenten met een niet-dodelijke ziekte

|            | experiment 1 | experiment 2 | experiment 3 | experiment 4 |
|------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| $\nu$      | 0,015        | 0,015        | 0,015        | 0,015        |
| $\mu_k$    | 0,0003       | 0,0003       | 0,0003       | 0,0003       |
| $\mu_V$    | 0,0019       | 0,0019       | 0,0019       | 0,0019       |
| $\mu_O$    | 0,013        | 0,013        | 0,013        | 0,013        |
| $\mu_{Ik}$ | 0,0001       | 0,0001       | 0,0001       | 0,0001       |
| $\mu_{IV}$ | 0,0001       | 0,0001       | 0,0001       | 0,0001       |
| $\mu_{IO}$ | 0,0001       | 0,0001       | 0,0001       | 0,0001       |
| $\alpha_k$ | 0,06         | 0,06         | 0,06         | 0,06         |
| $\alpha_V$ | $0,\!02$     | $0,\!02$     | $0,\!02$     | $0,\!02$     |
| $\gamma_k$ | 0,8          | 0,8          | 0,8          | 0,8          |
| $\gamma_V$ | 0,5          | 0,5          | 0,5          | 0,5          |
| $\gamma_O$ | 0,2          | 0,2          | 0,2          | 0,2          |
| $\beta$    | 0,8          | 0,8          | 0,8          | 0,8          |
| $\omega_k$ | 0            | 0            | 0            | 0            |
| $\omega_V$ | 0            | 0            | 0            | 0            |
| $\omega_O$ | 0            | 0            | 0            | 0            |
| $ ho_k$    | 0,6          | 0,6          | 0,1          | 0,1          |
| $ ho_V$    | 0,3          | 0,3          | 0,3          | 0,3          |
| $\rho_O$   | 0,1          | 0,1          | 0,6          | 0,6          |
| $	au_k$    | 0,75         | $0,\!25$     | 0,75         | $0,\!25$     |
| $	au_V$    | 0,5          | 0,5          | 0,5          | 0,5          |
| $	au_O$    | $0,\!25$     | 0,75         | $0,\!25$     | 0,75         |

|            | experiment 5 | experiment 6 | experiment 7 | experiment 8 |
|------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| $\nu$      | 0,015        | 0,015        | 0,015        | 0,015        |
| $\mu_k$    | 0,0003       | 0,0003       | 0,0003       | 0,0003       |
| $\mu_V$    | 0,0019       | 0,0019       | 0,0019       | 0,0019       |
| $\mu_O$    | 0,013        | 0,013        | 0,013        | 0,013        |
| $\mu_{Ik}$ | 0,0001       | 0,0001       | 0,0001       | 0,0001       |
| $\mu_{IV}$ | 0,0001       | 0,0001       | 0,0001       | 0,0001       |
| $\mu_{IO}$ | 0,0001       | 0,0001       | 0,0001       | 0,0001       |
| $\alpha_k$ | 0,06         | 0,06         | 0,06         | 0,06         |
| $\alpha_V$ | 0,02         | 0,02         | $0,\!02$     | 0,02         |
| $\gamma_k$ | $0,\!2$      | $0,\!2$      | $0,\!2$      | 0,2          |
| $\gamma_V$ | 0,5          | 0,5          | 0,5          | 0,5          |
| $\gamma_O$ | 0,8          | 0,8          | 0,8          | 0,8          |
| $\beta$    | 0,8          | 0,8          | 0,8          | 0,8          |
| $\omega_k$ | 0            | 0            | 0            | 0            |
| $\omega_V$ | 0            | 0            | 0            | 0            |
| $\omega_O$ | 0            | 0            | 0            | 0            |
| $ ho_k$    | 0,6          | 0,6          | 0,1          | 0,1          |
| $ ho_V$    | 0,3          | 0,3          | 0,3          | 0,3          |
| $\rho_O$   | 0,1          | 0,1          | 0,6          | 0,6          |
| $	au_k$    | 0,75         | $0,\!25$     | 0,75         | $0,\!25$     |
| $	au_V$    | 0,5          | 0,5          | 0,5          | 0,5          |
| $	au_O$    | $0,\!25$     | 0,75         | $0,\!25$     | 0,75         |

# Parameters voor de experimenten met een ziekte dodelijk voor kinderen

|            | experiment 9 | experiment 10 | experiment 11 | experiment 12 |
|------------|--------------|---------------|---------------|---------------|
| $\nu$      | 0,015        | 0,015         | 0,015         | 0,015         |
| $\mu_k$    | 0,0003       | 0,0003        | 0,0003        | 0,0003        |
| $\mu_V$    | 0,0019       | 0,0019        | 0,0019        | 0,0019        |
| $\mu_O$    | 0,013        | 0,013         | 0,013         | 0,013         |
| $\mu_{Ik}$ | $0,\!15$     | $0,\!15$      | $0,\!15$      | $0,\!15$      |
| $\mu_{IV}$ | 0,07         | 0,07          | 0,07          | 0,07          |
| $\mu_{IO}$ | 0,01         | 0,01          | 0,01          | 0,01          |
| $\alpha_k$ | 0,06         | 0,06          | 0,06          | 0,06          |
| $\alpha_V$ | 0,02         | $0,\!02$      | 0,02          | $0,\!02$      |
| $\gamma_k$ | 0,8          | 0,8           | 0,8           | 0,8           |
| $\gamma_V$ | 0,5          | 0,5           | 0,5           | 0,5           |
| $\gamma_O$ | 0,2          | 0,2           | 0,2           | 0,2           |
| $\beta$    | 0,8          | 0,8           | 0,8           | 0,8           |
| $\omega_k$ | 0            | 0             | 0             | 0             |
| $\omega_V$ | 0            | 0             | 0             | 0             |
| $\omega_O$ | 0            | 0             | 0             | 0             |
| $\rho_k$   | 0,6          | 0,6           | 0,1           | 0,1           |
| $ ho_V$    | 0,3          | 0,3           | 0,3           | 0,3           |
| $\rho_O$   | 0,1          | 0,1           | 0,6           | 0,6           |
| $	au_k$    | 0,75         | $0,\!25$      | 0,75          | $0,\!25$      |
| $	au_V$    | 0,5          | 0,5           | 0,5           | 0,5           |
| $\tau_O$   | $0,\!25$     | 0,75          | $0,\!25$      | 0,75          |

|            | experiment 13 | experiment 14 | experiment 15 | experiment 16 |
|------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| $\nu$      | 0,015         | 0,015         | 0,015         | 0,015         |
| $\mu_k$    | 0,0003        | 0,0003        | 0,0003        | 0,0003        |
| $\mu_V$    | 0,0019        | 0,0019        | 0,0019        | 0,0019        |
| $\mu_O$    | 0,013         | 0,013         | 0,013         | 0,013         |
| $\mu_{Ik}$ | $0,\!15$      | $0,\!15$      | $0,\!15$      | $0,\!15$      |
| $\mu_{IV}$ | 0,07          | 0,07          | 0,07          | 0,07          |
| $\mu_{IO}$ | 0,01          | 0,01          | $0,\!01$      | 0,01          |
| $\alpha_k$ | 0,06          | 0,06          | $0,\!06$      | 0,06          |
| $\alpha_V$ | $0,\!02$      | $0,\!02$      | $0,\!02$      | $0,\!02$      |
| $\gamma_k$ | $0,\!2$       | $0,\!2$       | 0,2           | $0,\!2$       |
| $\gamma_V$ | 0,5           | 0,5           | 0,5           | 0,5           |
| $\gamma_O$ | 0,8           | 0,8           | 0,8           | 0,8           |
| $\beta$    | 0,8           | 0,8           | 0,8           | 0,8           |
| $\omega_k$ | 0             | 0             | 0             | 0             |
| $\omega_V$ | 0             | 0             | 0             | 0             |
| $\omega_O$ | 0             | 0             | 0             | 0             |
| $ ho_k$    | 0,6           | 0,6           | 0,1           | 0,1           |
| $ ho_V$    | 0,3           | 0,3           | 0,3           | 0,3           |
| $\rho_O$   | 0,1           | 0,1           | 0,6           | 0,6           |
| $	au_k$    | 0,75          | $0,\!25$      | 0,75          | $0,\!25$      |
| $	au_V$    | 0,5           | 0,5           | 0,5           | 0,5           |
| $	au_O$    | $0,\!25$      | 0,75          | $0,\!25$      | 0,75          |

# Parameters voor de experimenten met een ziekte dodelijk voor ouderen

|            | experiment 17 | experiment 18 | experiment 19 | experiment 20 |
|------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| $\nu$      | 0,015         | 0,015         | $0,\!015$     | 0,015         |
| $\mu_k$    | 0,0003        | 0,0003        | 0,0003        | 0,0003        |
| $\mu_V$    | 0,0019        | 0,0019        | 0,0019        | 0,0019        |
| $\mu_O$    | 0,013         | 0,013         | 0,013         | 0,013         |
| $\mu_{Ik}$ | 0,01          | 0,01          | 0,01          | 0,01          |
| $\mu_{IV}$ | $0,\!07$      | $0,\!07$      | $0,\!07$      | $0,\!07$      |
| $\mu_{IO}$ | $0,\!15$      | $0,\!15$      | $0,\!15$      | $0,\!15$      |
| $\alpha_k$ | 0,06          | 0,06          | 0,06          | 0,06          |
| $\alpha_V$ | 0,02          | 0,02          | 0,02          | $0,\!02$      |
| $\gamma_k$ | 0,8           | 0,8           | 0,8           | 0,8           |
| $\gamma_V$ | 0,5           | 0,5           | 0,5           | 0,5           |
| $\gamma_O$ | 0,2           | 0,2           | 0,2           | 0,2           |
| $\beta$    | 0,8           | 0,8           | 0,8           | 0,8           |
| $\omega_k$ | 0             | 0             | 0             | 0             |
| $\omega_V$ | 0             | 0             | 0             | 0             |
| $\omega_O$ | 0             | 0             | 0             | 0             |
| $ ho_k$    | 0,6           | 0,6           | 0,1           | 0,1           |
| $ ho_V$    | 0,3           | 0,3           | 0,3           | 0,3           |
| $\rho_O$   | 0,1           | 0,1           | 0,6           | 0,6           |
| $	au_k$    | 0,75          | $0,\!25$      | 0,75          | $0,\!25$      |
| $	au_V$    | 0,5           | 0,5           | 0,5           | 0,5           |
| $	au_O$    | $0,\!25$      | 0,75          | $0,\!25$      | 0,75          |

|            | experiment 21 | experiment 22 | experiment 23 | experiment 24 |
|------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| $\nu$      | 0,015         | 0,015         | 0,015         | 0,015         |
| $\mu_k$    | 0,0003        | 0,0003        | 0,0003        | 0,0003        |
| $\mu_V$    | 0,0019        | 0,0019        | 0,0019        | 0,0019        |
| $\mu_O$    | 0,013         | 0,013         | 0,013         | 0,013         |
| $\mu_{Ik}$ | 0,01          | 0,01          | $0,\!01$      | 0,01          |
| $\mu_{IV}$ | $0,\!07$      | 0,07          | $0,\!07$      | $0,\!07$      |
| $\mu_{IO}$ | $0,\!15$      | $0,\!15$      | $0,\!15$      | $0,\!15$      |
| $\alpha_k$ | 0,06          | 0,06          | $0,\!06$      | 0,06          |
| $\alpha_V$ | $0,\!02$      | $0,\!02$      | $0,\!02$      | $0,\!02$      |
| $\gamma_k$ | 0,2           | 0,2           | 0,2           | $0,\!2$       |
| $\gamma_V$ | 0,5           | 0,5           | 0,5           | 0,5           |
| $\gamma_O$ | 0,8           | 0,8           | 0,8           | 0,8           |
| $\beta$    | 0,8           | 0,8           | 0,8           | 0,8           |
| $\omega_k$ | 0             | 0             | 0             | 0             |
| $\omega_V$ | 0             | 0             | 0             | 0             |
| $\omega_O$ | 0             | 0             | 0             | 0             |
| $ ho_k$    | 0,6           | 0,6           | 0,1           | 0,1           |
| $ ho_V$    | 0,3           | 0,3           | 0,3           | 0,3           |
| $\rho_O$   | 0,1           | 0,1           | 0,6           | 0,6           |
| $	au_k$    | 0,75          | $0,\!25$      | 0,75          | $0,\!25$      |
| $	au_V$    | 0,5           | 0,5           | 0,5           | 0,5           |
| $	au_O$    | $0,\!25$      | 0,75          | $0,\!25$      | 0,75          |