$$a_n = \frac{1}{n}$$

$$a_{n+1} = \frac{1}{n+1}$$

$$a_{n+1} - a_n = \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n} = \frac{-1}{n\,(n+1)}$$

$$a_{n+1} = a_n - \frac{1}{n\,(n+1)}$$

Definition 4.21 (diskreter Laplace-Operator für Pixel)

$$P_{ij,xx} = P_{i,j+1} - 2\,P_{ij} + P_{i,y-1}$$
$$P_{ij,yy} = P_{i+1,j} - 2\,P_{ij} + P_{i-1,y}$$

$$\Rightarrow \quad \Delta_h P_{ij} = P_{i+1,j} + P_{i-1,y} + P_{i,j+1} + P_{i,y-1} - 4\,P_{ij}$$

Für das Patch

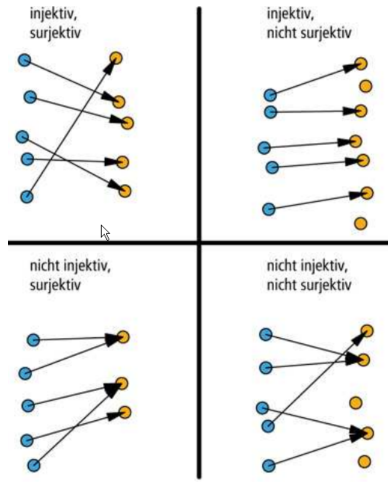
$$\mathcal{P}_{ij} = \begin{pmatrix} P_{i-1,j-1} & P_{i-1,j} & P_{i-1,j+1} \\ P_{i,j-1} & P_{i,j} & P_{i,j+1} \\ P_{i+1,j-1} & P_{i+1,j} & P_{i+1,j+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 6 & 2 \\ 2 & 5 & 9 \end{pmatrix}$$

erhalten wir die diskreten zweiten Ableitungen

$$P_{ij,xx} = 2 - 2 \cdot 6 + 4 = -6$$
$$P_{ij,yy} = 5 - 2 \cdot 6 + 2 = -5$$

und damit den Laplace

$$\Delta_h P_{ij} = -6 - 5 = -11$$




```
syms x

f = x^2 * cos(x)

// Ableiten
f1 = diff(f, x)
f2 = diff(f1, x)

//Nullstellen
solve(f == 0, x)

// Funktionswert an Stelle 5
subs(f, x, 5)
```


Beispiel – Gradient & Richtungsableitung

gemittelte Ableitung

$$\nabla P_{ij} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} P_{i+1\,j} - P_{i-1\,j} \\ P_{i\,j+1} - P_{i\,j-1} \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{P}_{ij} = \begin{pmatrix} P_{i-1\,j-1} & P_{i-1\,j} & P_{i-1\,j+1} \\ P_{i\,j-1} & P_{ij} & P_{i\,j+1} \\ P_{i+1\,j-1} & P_{i+1\,j} & P_{i+1\,j+1} \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{F}^m_\nabla = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Vorwärtsableitung

$$\nabla P_{ij} = \begin{pmatrix} P_{i+1\,j} - P_{ij} \\ P_{ij+1} - P_{ij} \end{pmatrix} \qquad \mathcal{F}^v_\nabla = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

11.06.2021

$$\begin{array}{c|ccc} & & j & \quad x \rightarrow \\ \hline i & 1 & 0 & 3 \\ & 0 & 3 & 8 \\ y \downarrow & 2 & 6 & 9 \end{array}$$

```
Extremwerte Multivariat
HM = Hessematrix

HM oben links negativ,Det positiv
-> Maximum

HM oben links positiv,Det positiv
-> Minimum

HM oben links ?,Det negativ
-> Sattelpunkt
```