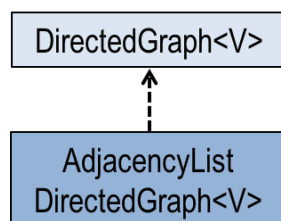


## Aufgabenblatt 2

Auf der Web-Seite finden Sie verschiedene Klassen und ein Interface, die für die Lösung folgender Teilaufgaben verwendet werden sollen. In den Klassen sind außerdem main-Funktionen zum Testen vorhanden.

1. Realisieren Sie eine Java-Klasse **AdjacencyListDirectedGraph** für gerichtete und gewichtete Graphen. Die Klasse benutzt für die Speicherung der Nachfolgerknoten und der Vorgängerknoten jeweils eine doppelte TreeMap. Die doppelte TreeMap ordnet jedem Paar von Knoten ein Double-Wert als Gewicht zu (siehe auch Skript Seite 6-35 und 6-36).



2. Schreiben Sie eine Java-Klasse **DepthFirstOrder**, mit der eine **rekursive Tiefensuche** in einem gerichteten Graphen  $g$  durchgeführt wird (siehe auch Skript Seite 7-12 und 7-13). Abb. 1 zeigt einen Graphen mit zugehörigem Tiefensuchwald.

Bei der rekursiven Tiefensuche soll eine **PreOrder-** und eine **PostOrder-Reihenfolge** der Knoten erzeugt werden. Die PreOrder-Reihenfolge ergibt sich, indem jeder Knoten, sobald er besucht wird, in eine Liste angehängt wird. Bei der Post-Order-Reihenfolge wird der Knoten erst dann in eine Liste angehängt, sobald die rekursive Besuchsmethode für den Knoten verlassen wird.

Für den Graphen in Abb. 1 ergibt sich:

PreOrder: 1, 2, 5, 6, 3, 7, 4

PostOrder: 5, 6, 2, 1, 4, 7, 3

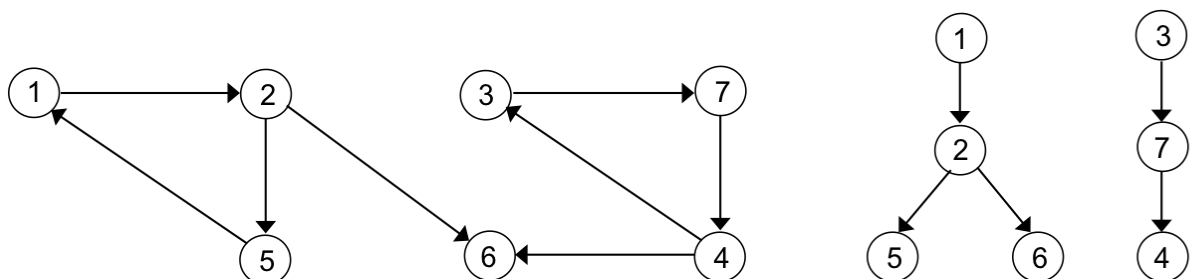


Abb. 1: Gerichteter Graph mit Tiefensuchwald

3. Schreiben Sie eine Java-Klasse **TopologicalSort** mit der ein gerichteter Graphen topologisch sortiert werden kann. Der Vorranggraph (gerichteter Graphen) in Abb. 2 beschreibt das morgendliche Anziehen im Winter. Generieren Sie mit Ihrer Klasse eine korrekte Anziehreihenfolge durch topologische Sortierung. Was liefert Ihr Algorithmus, wenn noch die (etwas abwegige) Bedingung eingehalten werden muss, dass die Hose nur mit einem Schal angezogen werden darf? Beachten Sie die Hinweise auf Seite 6.38 bis 6-40.

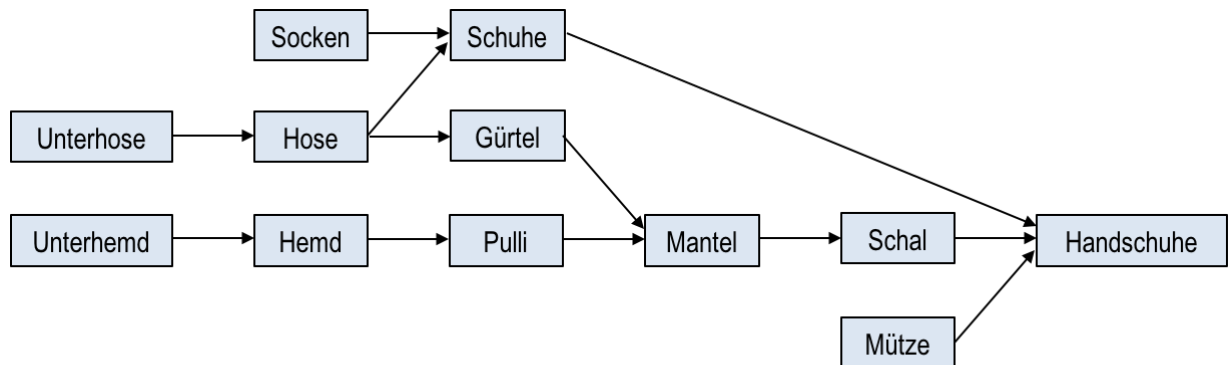


Abb. 2: Vorranggraph für morgendliches Anziehen im Winter

4. Eine **starke Zusammenhangskomponente** ist ein maximaler Teilgraph, in dem es von jedem Knoten  $v$  zu jedem anderen Knoten  $w$  einen Weg gibt. Der in Abb. 3 gezeigte Graph hat genau 4 starke Zusammenhangskomponenten. Werden die starken Zusammenhangskomponenten zu einem Knoten zusammengefasst, erhält man den **reduzierten Graph** (Abb. 4). Der reduzierte Graph muss azyklisch sein (warum?). Reduzierte Graphen helfen, die Struktur eines gerichteten Graphen wesentlich zu vereinfachen.

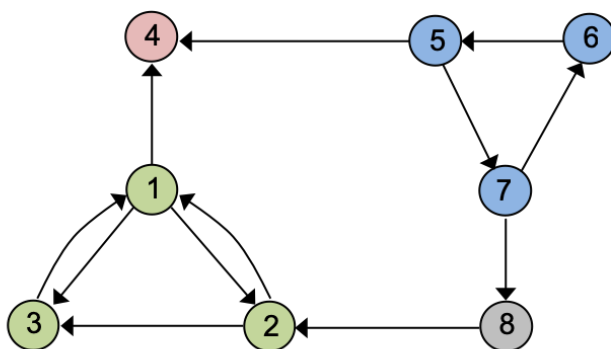


Abb. 3: Gerichteter Graph  $g$  mit farblich gekennzeichneten starken Zusammenhangskomponenten.

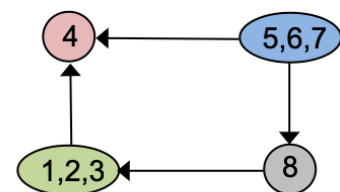


Abb. 4: Reduzierter Graph der azyklisch sein muss.

Schreiben Sie eine Java-Klasse **StrongComponents**, mit der alle starken Zusammenhangskomponenten ermittelt werden können.

Setzen Sie dazu den **Kosaraju-Sharir-Algorithmus** um:

- Durchlaufen Sie den Graphen  $g$  in einer Tiefensuche und ermitteln Sie dabei die PostOrder-Reihenfolge  $p$ . Daraus wird die invertierte PostOrder-Reihenfolge  $p_i$  bestimmt, indem die Reihenfolge in  $p$  umgekehrt wird. (siehe Abb. 5).
- Erzeugen Sie aus dem Graphen  $g$  den invertierten Graph  $g_i$ , indem jede Kante in umgekehrter Richtung abgespeichert wird (siehe Abb. 6).
- Starten Sie nun eine Tiefensuche in  $g_i$ , wobei die Knoten in der obersten Tiefensuchebene (d.h. äußerste Schleife im Skript auf Seite 7-12) in der invertierten Post-Order-Reihenfolge  $p_i$  besucht werden. Jeder Baum im Tiefensuchwald ergibt dann genau eine starke Zusammenhangskomponente (siehe Abb. 7).

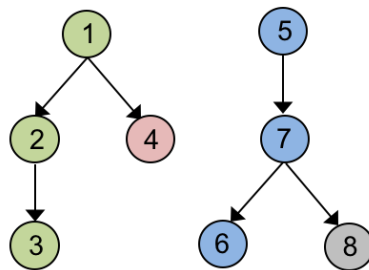


Abb. 5: Tiefensuchwald für den Graph  $g$  aus Abb. 3.

Die Post-Order-Reihenfolge  $p$  ist: 3, 2, 4, 1, 6, 8, 7, 5.

Die invertierte Post-Order-Reihenfolge  $p_i$  ist: 5, 7, 8, 6, 1, 4, 2, 3.

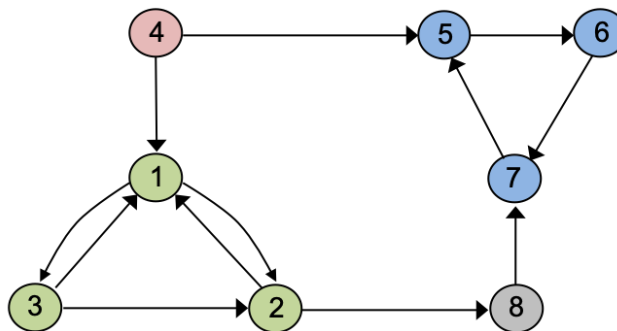


Abb. 6: Der invertierte Graph  $g_i$ .

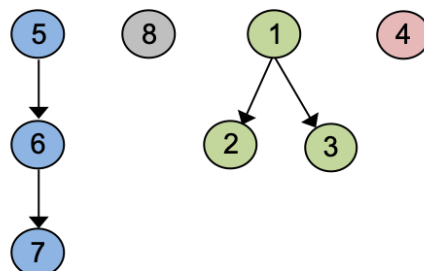


Abb. 7: Tiefensuchwald für  $g_i$ .

Die Knoten werden in der invertierten Post-Order-Reihenfolge 5, 7, 8, 6, 1, 4, 2, 3. besucht.

Die einzelnen Tiefensuchbäume ergeben die starken Zusammenhangskomponenten.

5. Abb. 8 zeigt 50 Web-Seiten mit ihren Links (aus Sedgwick, Algorithms, 2011). Bestimmen Sie mit dem **Kosaraju-Sharir-Algorithmus** alle starken Zusammenhangskomponenten. Sie finden in der Klasse **StrongComponents** eine Funktion, mit der die Daten des Graphs von einer Datei eingelesen werden können.

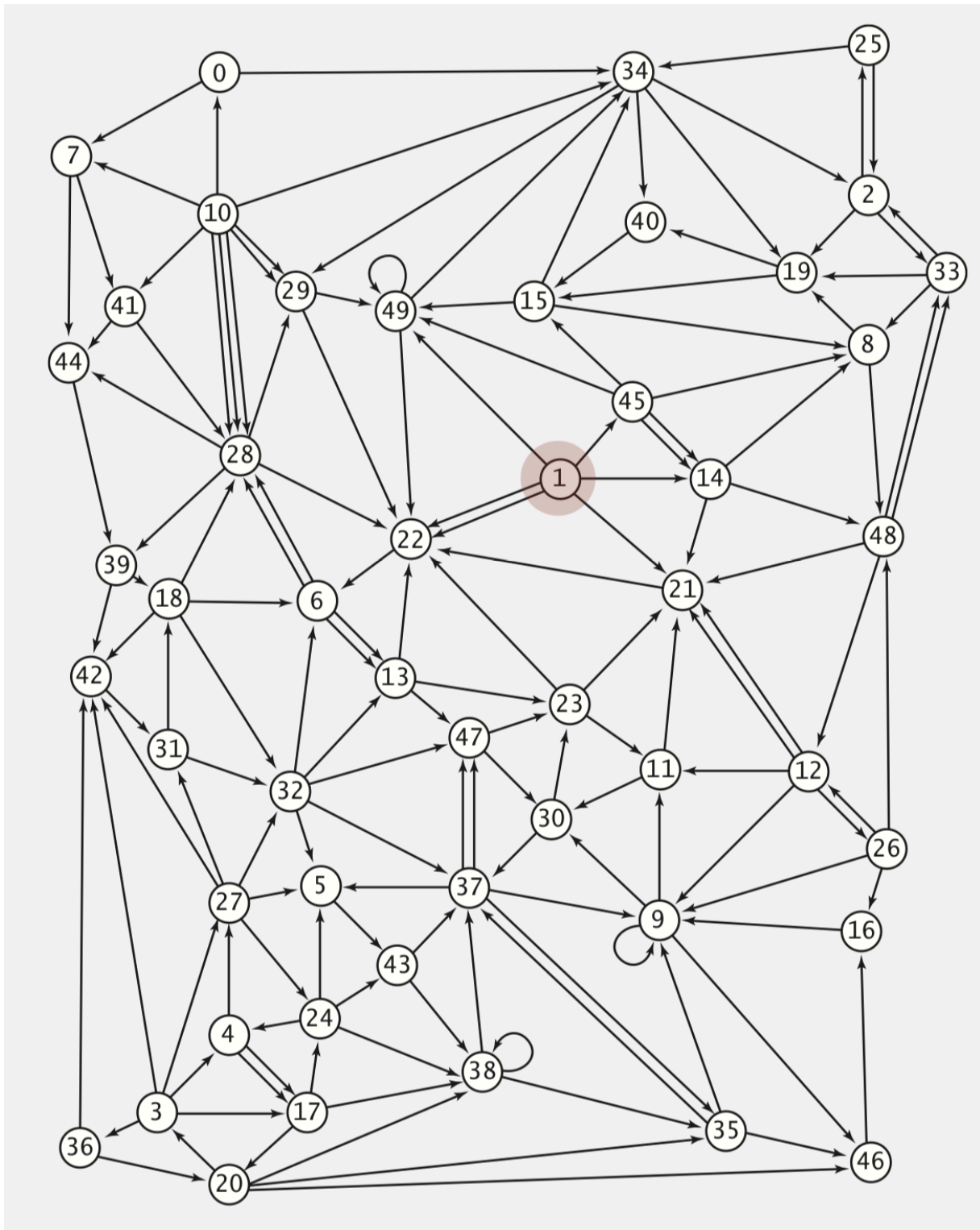


Abb. 8: 50 Web-Seiten mit ihren Links.