

# Übungsblatt 2

## Formale Sprachen und Grammatiken

{Theoretische Informatik}@AIN3

Prof. Dr. Barbara Staehle

Wintersemester 2021/2022

HTWG Konstanz

### AUFGABE 2.1 ALPHABETE UND SPRACHEN

Wir betrachten das Alphabet  $\Sigma = \{1, 2, 3, 4, 5, a, b, c\}$ , sowie die Worte  $\omega_1 = ca5$ ,  $\omega_2 = c$  und  $\omega_3 = 321c$ .

#### TEILAUFGABE 2.1.1 2 PUNKTE

- Geben Sie 3 Wörter an, die Worte über  $\Sigma^*$  (und verschieden zu  $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ ) sind, und 2 Wörter, die nicht zu  $\Sigma^*$  gehören.
- Geben Sie 2 (beliebige) formale Sprachen über  $\Sigma^*$  an.
- Bestimmen Sie  $\omega_1\omega_2$ ,  $\omega_2\omega_1\omega_3$  und  $\omega_1^3$ .
- Geben Sie  $\Sigma^0$ ,  $\Sigma^1$  und  $\Sigma^2$  (andeutungsweise, nicht alle Elemente) an.
- Bestimmen Sie die Anzahl der Elemente von  $\Sigma^5$  und geben Sie ein beispielhaftes Wort aus  $\Sigma^5$  an.

#### TEILAUFGABE 2.1.2 3 PUNKTE

Betrachten Sie zusätzlich  $N = \{S, B, Z\}$ , sowie die folgenden Grammatiken:

- $G_1 = (N, \Sigma, P_1, S)$  mit  $P_1 : S \rightarrow \varepsilon \mid S1 \mid S2 \mid S3 \mid S4 \mid S5$
- $G_2 = (N, \Sigma, P_2, S)$  mit  $P_2 : S \rightarrow aSa \mid bSb \mid cSc \mid a \mid b \mid c \mid \varepsilon$
- $G_3 = (N, \Sigma, P_3, S)$  mit  $P_3 : \begin{array}{l} S \rightarrow ZB \\ Z \rightarrow 1 \mid 2 \mid 3 \mid 4 \mid 5 \\ B \rightarrow a \mid b \mid c \mid aZB \mid bZB \mid cZB \end{array}$

Geben Sie an ob und wenn ja wie (geben Sie also ggf. die Ableitung an) das Wort

- 12345 aus  $G_1$
- 12ab aus  $G_1$
- abc aus  $G_2$
- aabbcbbaa aus  $G_2$
- 1b2a3c aus  $G_3$
- 2c3bb2 aus  $G_3$

abgeleitet werden kann.

### TEILAUFGABE 2.1.3 2 PUNKTE

Geben Sie für jede Grammatik an, welche Sprache diese erzeugt (also  $\mathcal{L}(G_1), \mathcal{L}(G_2), \mathcal{L}(G_3)$ ).

### AUFGABE 2.2 GRAMMATIKEN, ABLEITUNGEN UND SYNTAXBÄUME FÜR $D_4$

#### TEILAUFGABE 2.2.1 EINE GRAMMATIK FÜR DIE DYCK-SPRACHE $D_4$ , 1 PUNKT

Aus der Vorlesung ist Ihnen die Dyck-Sprache  $D_4$  bekannt, sowie eine Grammatik  $G_4$  mit  $\mathcal{L}(G_4) = D_4$ .

Geben Sie die Grammatik  $G_4$ , welche die Sprache  $D_4$  (alle korrekt geklammerten Ausdrücke mit den Klammerpaaren  $()$ ,  $[\ ]$ ,  $\{ \}$ ,  $\langle \rangle$ ) erzeugt an.

#### TEILAUFGABE 2.2.2 ABLEITUNG DES WORTES $[] < \{ ([\ ])(\ ) \} >$ , 3 PUNKTE

- a) Geben Sie eine Linksableitung des Wortes  $[] < \{ ([\ ])(\ ) \} >$  an.
- b) Geben Sie eine Rechtsableitung des Wortes  $[] < \{ ([\ ])(\ ) \} >$  an.

#### TEILAUFGABE 2.2.3 SYNTAXBAUM ZUR ABLEITUNG DES WORTES $[] < \{ ([\ ])(\ ) \} >$ , 2 PUNKTE

- a) Geben Sie für Ihre Linksableitung des Wortes  $[] < \{ ([\ ])(\ ) \} >$  den dazugehörigen Syntaxbaum an.
- b) Geben Sie für Ihre Rechtsableitung des Wortes  $[] < \{ ([\ ])(\ ) \} >$  den dazugehörigen Syntaxbaum an.

### AUFGABE 2.3 3 PUNKTE

Geben Sie für das Alphabet  $\Sigma = \{1, 2, 3, 4, 5, a, b, c\}$  (siehe Aufgabe 2.1) folgende Grammatiken (Chomsky-Typ egal) an:

- a)  $G_1$  mit  $\mathcal{L}(G_1) = \Sigma^2$ ;  $G_1$  soll genau die Wörter der Länge 2 über  $\Sigma$  erzeugen
- b)  $G_2$  mit  $\mathcal{L}(G_2) = \{1a, 1b, \dots, 4c, 5c\}$ ;  $G_2$  soll genau die 15 möglichen Kombinationen aus einer Zahl und einem Buchstaben (einstellige korrekte Hausnummer) erzeugen
- c)  $G_3$  mit  $\mathcal{L}(G_3) = \{a1, a2, \dots, c4, c5\}$ ;  $G_4$  soll genau die 15 möglichen Kombinationen aus einem Buchstaben und einer Zahl (einstellige korrekte Gebäudenummer) erzeugen
- d)  $G_4$  mit  $\mathcal{L}(G_4) = \{ \text{korrekt formulierte Hausnummern beliebiger Länge über } \Sigma \}$   
Beispiele für korrekt formulierte Hausnummern beliebiger Länge  
(die von  $G_4$  erzeugt werden sollen):

$1a, 5c, 12345b, 54c$

Beispiele für nicht korrekt formulierte Hausnummern beliebiger Länge  
(die von  $G_4$  **nicht** erzeugt werden sollen):

$1aa, c5c, a12c345b, abc, 11$

- e)  $G_5$  mit  $\mathcal{L}(G_5) = \mathcal{L}(G_2) \cup \mathcal{L}(G_4) = \{1a, 1b, \dots, 4c, 5c, a1, a2, \dots, c4, c5\}$   
 $= \{ \text{korrekt formulierte einstellige Haus- oder Gebäudenummer über } \Sigma \}$

#### AUFGABE 2.4 DIE CHOMSKY-HIERARCHIE, 2 PUNKTE

Sei  $N = \{A, B, C\}$  das Alphabet der Nonterminale,  $\Sigma = \{1, 2, 3\}$  das Alphabet der Terminale über welchem verschiedene Grammatiken definiert sind. Im Folgenden ist aus jeder dieser Grammatiken eine Regel angegeben.

Geben Sie für jede der Regeln an, von welchem Chomsky-Typ sie (maximal) ist. Wenn also eine Regel vom Typ 0, 1 und 2 ist, dann ist die Lösung „Typ 2“.

Begründen Sie Ihre Entscheidung.

- a)  $r_1 : B \rightarrow 1A$
- b)  $r_2 : 2CAB \rightarrow C3C$
- c)  $r_3 : C \rightarrow A$
- d)  $r_4 : AB \rightarrow 12$
- e)  $r_5 : C2A \rightarrow 23B$
- f)  $r_6 : 12 \rightarrow AB$
- g)  $r_7 : AB \rightarrow 1$
- h)  $r_8 : 2 \rightarrow 1$
- i)  $r_9 : B \rightarrow A1$

#### AUFGABE 2.5 NUTZUNG EINER KONTEXTFREIEN GRAMMATIK

Gegeben sei die Grammatik  $G_1 = (N, \Sigma, P, S) = (\{S\}, \{a, b\}, P, S)$  und

$$P = S \rightarrow \varepsilon \mid aSb \mid SS$$

##### TEILAUFGABE 2.5.1 2 PUNKTE

Nutzen Sie  $G_1$ , um aus dem Startsymbol folgende Worte abzuleiten:

- a)  $\omega_1 = \varepsilon$
- b)  $\omega_2 = ab$
- c)  $\omega_3 = abab$
- d)  $\omega_4 = aab bab$

##### TEILAUFGABE 2.5.2 2 PUNKTE

Geben Sie jeweils den Syntaxbaum für Ihre Ableitung der Worte  $\omega_3$  und  $\omega_4$  an.

##### TEILAUFGABE 2.5.3 1 PUNKT

Begründen Sie, weshalb man aus  $G_1$  die folgenden Worte NICHT ableiten kann:

- a)  $\omega_5 = abc$
- b)  $\omega_6 = ba$
- c)  $\omega_7 = abbb a$

## AUFGABE 2.6 NUTZUNG EINER KONTEXTSENSITIVEN GRAMMATIK

Gegeben sei die Grammatik  $G_2 = (N, \Sigma, P, S) = (\{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, P, S)$  und

$$P = \begin{array}{ll} S & \rightarrow \varepsilon \mid ABCS \\ CA & \rightarrow AC \\ AC & \rightarrow CA \\ BA & \rightarrow AB \\ AB & \rightarrow BA \\ CB & \rightarrow BC \\ BC & \rightarrow CB \\ A & \rightarrow a \\ B & \rightarrow b \\ C & \rightarrow c \end{array}$$

### TEILAUFGABE 2.6.1 2 PUNKTE

Nutzen Sie  $G_2$ , um aus dem Startsymbol folgende Worte abzuleiten:

- a)  $\omega_8 = \varepsilon$
- b)  $\omega_9 = abc$
- c)  $\omega_{10} = bac$
- d)  $\omega_{11} = cbaabc$

### TEILAUFGABE 2.6.2 1 PUNKT

Geben Sie die von  $G_2$  erzeugte Sprache  $\mathcal{L}(G_2)$  an, bzw. charakterisieren Sie die von  $G_2$  erzeugten Worte so genau wie möglich.

## AUFGABE 2.7 DIE SPRACHE DER GANZEN ZAHLEN, 3 PUNKTE

$L_Z \subseteq \{-, 0, 1, \dots, 9\}^*$  mit  $L_Z = \{\dots, -78562, -11, -10, \dots, -1, 0, 1, \dots, 9, 10, \dots, 5906, \dots\}$  sei die Sprache der ganzen Zahlen.

- a) Geben Sie eine Grammatik an, welche  $L_Z$  erzeugt.
- b) Welchen Chomsky-Typ hat Ihre Grammatik?
- c) Können Sie Ihre Grammatik so umformen, dass sie regulär ist?
- d) Können Sie einen regulären Ausdruck angeben, welcher  $L_Z$  erzeugt?

## AUFGABE 2.8 DIE OTTO-ZAHLEN, 3 PUNKTE

$L_O \subseteq L_N \subseteq \{0, 1, \dots, 9\}^*$  mit  $L_O = \{0, 1, \dots, 9, 11, 22, \dots, 99, 101, 111, 121, \dots, 573375, \dots\}$ , sei die Sprache der OTTO-Zahlen, also der natürlichen Zahlen, die von vorne und hinten gelesen gleich sind.

- a) Geben Sie eine Grammatik an, welche  $L_O$  erzeugt.
- b) Welchen Chomsky-Typ hat Ihre Grammatik?
- c) Können Sie Ihre Grammatik so umformen, dass sie regulär ist?