Blatt 2: Konvergenz von Reihen

Mittelwert Ihrer Selbsteinschätzung:
-1: "hab nicht mal die Aufgabe gelesen"
0: "weiß nicht wie ich anfangen soll"
1: "habe begonnen, bin dann aber hängen geblieben"
2: "konnte alles rechnen, bin aber unsicher, ob es stimmt"
3: "alles klar hier"

Aufgabe 1: Konvergenz von Reihen

Untersuchen Sie folgende Reihen auf Konvergenz. Verwenden Sie dabei verschiedene Kriterien (QK=Quatientenkriterium, WK=Wurzelkriterium, MK=Majoranten-/Minorantenkriterium, LK=Leibnizkriterium, IK=Integralkriterium). Welche Kriterien liefern eine Aussage (Di=Divergenz, Ko=Konvergenz) und welche nicht (kA=keine Aussage)?

$(i)\quad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n-1}{n!}$ $\qquad (ii)\quad \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \binom{2\,k}{k}$ $\qquad (iii)\quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{3^n}$

$(iv)\quad \sum_{n=1}^{\infty} 2^{-n}$ $\qquad (v)\quad \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^k}$ $\qquad (vi)\quad \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k\,(k+1)}$

$(vii)\quad \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k}{2\,k+1}$ $\qquad (viii)\quad \sum_{k=2}^{\infty} (-1)^k \frac{k}{k^2-1}$ $\qquad (ix)\quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{2^n}$

$(x)\quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt{n+\frac{1}{n}}}{n}$ $\qquad (xi)\quad \sum_{k=2}^{\infty} \frac{k}{k^2-1}$

	(i)	(ii)	(iii)	(iv)	(v)	(vi)	(vii)	(viii)	(ix)	(x)	(xi)
QK											
WK											
MK											
LK											
IK											

Selbsteinschätzung:

Lösung auf Seite 3

Laboraufgabe 2: Mandelbrots Apfelmännchen

(a)

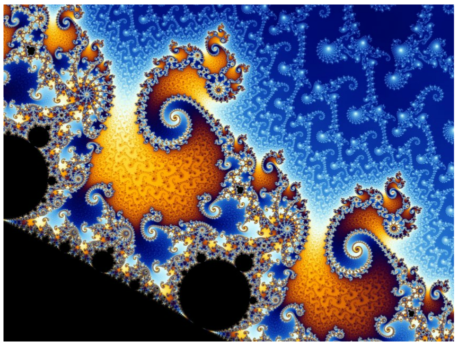
Komplexe Zahlen in Matlab schreibt man genau so wie man komplexe Zahlen schreibt

```
>> X=1+2*i;
```

Und man kann wie auf Papier mit Bleistift gewohnt damit rechnen:

```
>> Y=-2+3*i;
>> X+Y
>> X*Y
>> X/Y
```

Probieren Sie das mal aus.



(b) Mit den Befehlen

`>> real(X)` und `>> imag(X)`

greifen Sie jeweils auf Real- und Imaginärteil von komplexen Zahlen zu. Der Plot von komplexen Zahlen (irgendwelche mal eben) geht dann beispielsweise so:

```
>> P = rand(10,1)+i*rand(10,1);
>> plot(real(P),imag(P),'ro');
```

(c) Nun können Sie Ihre erste Folge von komplexen Zahlen programmieren:

$$X_0 = 0;$$
$$X_{n+1} = X_n^2 + C;$$

Wählen Sie für C verschiedene komplexe Zahlen. Etwa:

`C=-0.19-i*0.6;`,

`C=1+i;`,

`C=-0.2+0.75*i;`

Plotten Sie $X_0\,,\ \ldots\ ,\ X_{100}$.

(d) Legen Sie ein Raster über das Gebiet $[-2, 1] \times [-1, 1]$ mit einem Feinheitsgrad, der über einen Parameter bestimmt werden kann. Berechnen Sie Folgenglieder für jedes C, welches einem Rasterknoten entspricht und das für alle Knoten. Plotten Sie nicht die Folge, sondern das jeweilige C, wenn die Folge konvergiert.

(e) Wiederholen Sie Punkt (d) für Folgen mit Häufungspunkten.

Selbsteinschätzung:

Lösung 1

	(i)	(ii)	(iii)	(iv)	(v)	(vi)	(vii)	(viii)	(ix)	(x)	(xi)
QK	Ko	Di	Ko	Ko	Ko	kA	kA		Ko	kA	kA
WK				Ko	Ko	kA	kA		Ko		kA
MK						Ko	Di				Di
LK		Di						Ko	Ko	Ko	
IK			Ko				Di				Di