

Übungsblatt 2

Wahrscheinlichkeitsrechnung I

Stochastik@AIN2

Prof. Dr. Barbara Staehle

Sommersemester 2021

HTWG Konstanz

Einfache und mittelschwere Aufgaben

AUFGABE 2.1 WÜRFELN MIT EINEM W10

TEILAUFGABE 2.1.1 1 PUNKT

Betrachten Sie den Wurf eines W10 (ein Würfel mit 10 Seiten) und die Ereignisse A = ungerade Augenzahl, $B = \{2\}$, $C = \{2, 3\}$.

- a) Geben Sie die Ereignismenge Ω an.
- b) Sind A und B vereinbar? Begründen Sie Ihre Entscheidung.
- c) Sind B und C vereinbar? Begründen Sie Ihre Entscheidung.
- d) Wie lauten die Gegenereignisse von A, B, C ?

TEILAUFGABE 2.1.2 2 PUNKTE

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit folgender Ereignisse beim Würfeln mit einem fairen W10?

- a) Augenzahl 4
- b) eine ungerade Augenzahl
- c) eine Augenzahl von mindestens 3
- d) Augenzahl 3 oder 4

TEILAUFGABE 2.1.3 2 PUNKTE

Ein fairer W10 wird zweimal geworfen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für die folgenden Ereignisse?

- a) zwei mal die 5
- b) wenigstens einmal die 1
- c) Summe der Zahlen gleich 4
- d) Summe der Zahlen größer gleich 19

AUFGABE 2.2 GUMMIBÄRCHENORAKEL 2.0 UND 3.0

Stellen Sie sich vor, in einer Tüte Gummibärchen befinden sich Bärchen in 7 verschiedenen Farben.

TEILAUFGABE 2.2.1 GUMMIBÄRCHENORAKEL 2.0, 2 PUNKTE

Für eine Befragung des Orakels ziehen Sie blind 5 Bärchen aus der Tüte. In der Tüte befinden sich von jeder Farbe mindestens 5 Bärchen.

Wie viele Möglichkeiten für verschiedene Farbkombinationen gibt es, wenn die Reihenfolge in welcher Sie die Bärchen ziehen

- a) nicht wichtig ist?
- b) wichtig ist

TEILAUFGABE 2.2.2 GUMMIBÄRCHENORAKEL 3.0, 2 PUNKTE

Für eine Befragung des Orakels ziehen Sie aus einem Gefäß, in dem sich 7 Bärchen in den 7 verschiedenen Farben befinden, blind 5 Bärchen.

Wie viele Möglichkeiten für verschiedene Bärchen-Anordnungen gibt es, wenn die Reihenfolge in welcher Sie die Bärchen ziehen

- a) nicht wichtig ist?
- b) wichtig ist

AUFGABE 2.3 PINS

Einige Banken errechnen Karten-PINs anhand der Kontonummer des Kunden. Nach einigen Rechenschritten wird am Ende eine vierstellige PIN aus den Ziffern 0-9 erzeugt.

TEILAUFGABE 2.3.1 1 PUNKT

Wie viele solcher PINs gibt es,

- a) wenn jede Ziffer mehrfach vorkommen darf?
- b) wenn jede Ziffer mehrfach vorkommen darf und die erste Stelle keine Null sein darf?

TEILAUFGABE 2.3.2 1 PUNKT

Mit welcher Wahrscheinlichkeit findet ein Angreifer in höchstens drei Versuchen in denen er eine zufällig Zahl rät, die richtige PIN heraus,

- a) wenn jede Ziffer mehrfach vorkommen darf?
- b) wenn jede Ziffer mehrfach vorkommen darf und die erste Stelle keine Null sein darf?

AUFGABE 2.4 SOCKENSCHUBLADE, 2 PUNKTE

In einer Schublade sind 6 rote und 8 blaue Socken. Bob zieht jeden morgen noch im Dunkeln zufällig zwei Socken aus der Schublade, um pünktlich zur Vorlesung zu kommen.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Bob

- a) zwei rote
- b) zwei blaue
- c) zwei verschiedene
- d) zwei zueinander passende

Socken trägt?

AUFGABE 2.5 KARTENSPIEL, 2 PUNKTE

In einem Kartenstapel befinden sich 8 Herz-, 8 Pik-, 8 Karo- und 8 Kreuz-Karten. Sie ziehen vier Karten, ohne sie anschließend zurückzulegen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit folgender Ereignisse:

- a) A: Die gezogenen Karten haben alle eine andere Farbe.
- b) B: Die gezogenen Karten sind alles Herz-Karten.
- c) C: Es werden nur Herz- oder Pik-Karten gezogen.
- d) D: Es wird mindestens eine Herz-Karte gezogen.

AUFGABE 2.6 PASSWORTGENERATOR (KLAUSUR WS18/19)

Da ihr Tinder-Account gehackt wurde, möchte sich Alice einen Passwortgenerator programmieren, der nicht knackbare Passwörter erzeugt. Hierfür geht sie wie folgt vor.

- **Schritt 1:** Wähle aus einer Menge von 36 möglichen Zeichen (Kleinbuchstaben a-z, Ziffern 0-9) 5 verschiedene Zeichen aus.
- **Schritt 2:** Erzeuge Passwort, indem alle 5 ausgewählten Zeichen in einer zufälligen Reihenfolge angeordnet werden.

TEILAUFGABE 2.6.1 2 PUNKTE

Berechnen Sie Anzahl der

- a) Auswahlmöglichkeiten von 5 Zeichen in Schritt 1, N_1
- b) (für eine fixe Auswahl von 5 Zeichen) erzeugbaren Passwörter in Schritt 2, N_2
- c) insgesamt (durch Kombination von Schritt 1 und 2) erzeugbaren Passwörter, N_3

TEILAUFGABE 2.6.2 2 PUNKTE

Verwenden Sie die Annahmen aus Aufgabe 2.6.1 über den Aufbau der erzeugten Passwörter, sowie Ihre Ergebnisse weiter. **Wenn Sie Aufgabe 2.6.1 nicht lösen konnten**, nutzen Sie $N_1 = 10^5$, $N_2 = 10^3$, $N_3 = 10^6$.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit errät eine Hackerin ein ihr unbekanntes, von Alice zufällig erzeugtes Passwort

- a) mit nur einem Versuch?
- b) mit nur einem Versuch, wenn sie weiß welche Zeichen in Schritt 1 ausgewählt wurden?

Mittelschwere und schwere Aufgaben

AUFGABE 2.7 ZEITUNGSLESER, 3 PUNKTE

In Entenhausen erscheinen die Lokalblätter „Abendzeitung“ und „Bildpost“. Wir betrachten die Ereignisse

- A : ein Einwohner von Entenhausen liest die Abendzeitung,
- B : ein Einwohner von Entenhausen liest die Bildpost.

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Einwohner

- die Abendzeitung liest sei 0.6
- die Bildpost liest, sei 0.5
- die Abendzeitung oder die Bildpost (oder beide) liest, sei 0.9.

Stellen Sie die gesuchten Ereignisse mit Hilfe der Ereignisse A und B dar und berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten, dass ein Einwohner

- a) beide Lokalblätter liest,
- b) keines der beiden Lokalblätter liest,
- c) ein Lokalblatt, aber nicht beide liest?

AUFGABE 2.8 KFZ-KENNZEICHEN

Ignorieren Sie Ihre Kenntnisse über Kfz-Kennzeichen und arbeiten Sie mit den folgenden Annahmen!

Angenommen britische, deutsche und französische Kfz-Kennzeichen sind jeweils nach dem folgenden Schema aufgebaut:

- a) Britische Kennzeichen bestehen **immer** aus 5 Zeichen, deren **Reihenfolge wichtig** ist. Zuerst kommen 1 Großbuchstabe, dann 2 Ziffern, gefolgt von 3 Großbuchstaben. Alle Zeichen dürfen **mehrfach** vorkommen (z.B. Y53JEP, L51LLB, A66NOP, ...) (Anzahl N_b).
- b) Deutsche Kennzeichen bestehen **5, 6 oder 7** Zeichen, deren **Reihenfolge wichtig** ist. Zuerst kommen **1-, 2 oder 3** Großbuchstaben, dann nochmals 1 Buchstabe, dann 2 Ziffern. Die Buchstaben dürfen **mehrfach**, die Ziffern jeweils **nur einmal** vorkommen (z.B. KNX57, MM01, FFBX42, ...) (Anzahl N_d)
- c) Französische Kennzeichen bestehen **immer** aus 5 Zeichen, deren **Reihenfolge wichtig** ist. Jedes Kennzeichen besteht aus 4 Ziffern und 1 Großbuchstabe. Alle Zeichen dürfen **nur einmal** vorkommen, jedoch ist es egal, an welcher Stelle sich der Buchstabe befindet (z.B. A7209, 58X93, 7J583...) (Anzahl N_f).

Hinweis: Es gibt 26 verschiedene Großbuchstaben und 10 verschiedene Ziffern.

TEILAUFGABE 2.8.1 2 PUNKTE

Berechnen Sie die Anzahl der möglichen Kfz-Kennzeichen:

- a) $N_b =$
- b) $N_d =$
- c) $N_f =$

TEILAUFGABE 2.8.2 2 PUNKTE

Verwenden Sie die Annahmen aus Aufgabe 2.8.1 über die Struktur der KfZ-Kennzeichen weiter. **Dann und nur dann**, wenn Sie N_f nicht berechnen konnten, verwenden Sie $N_d = N_b = N_f = 650000$.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit

- a) dass ein **britisches** Kennzeichen mindestens einmal die Ziffer 5 enthält.
- b) dass ein **deutsches** Kennzeichen mit 3 Buchstaben beginnt.
- c) dass ein **französisches** Kennzeichen die Ziffernfolge 42 enthält.

AUFGABE 2.9 NUTZERNAMEN

TEILAUFGABE 2.9.1 2 PUNKTE

Wie viele verschiedene theoretisch mögliche Nutzernamen gibt es, wenn folgende Typen von Nutzernamen erlaubt sind?

- a) Typ 1: der Nutzername besteht aus zwei **verschiedenen** Kleinbuchstaben (N_1).
- b) Typ 2: der Nutzername besteht aus drei Kleinbuchstaben, die alle **mehrfach** vorkommen dürfen (N_2).
- c) Typ 3: der Nutzername besteht aus **vier oder fünf** Kleinbuchstaben, die sich innerhalb des Benutzernamens **nicht wiederholen dürfen** (N_3).

Hinweis: Es gibt 26 verschiedene Kleinbuchstaben.

TEILAUFGABE 2.9.2 2 PUNKTE

Mit welcher Wahrscheinlichkeit

- a) beinhaltet ein zufällig ausgewählter Typ 1 Nutzername mindestens einmal den Buchstaben X?
- b) beinhaltet ein zufällig ausgewählter Typ 2 Nutzername den Buchstaben X überhaupt nicht?
- c) lautet ein zufällig ausgewählter Typ 3 Nutzername „xxxx“ oder „xxxxx“?
- d) lautet ein zufällig ausgewählter Typ 3 Nutzername „abcd“ oder „vwxyz“?

AUFGABE 2.10 MEDIKAMENTE, 3 PUNKTE

Die Kliniken in Entenhausen und Mäuseburg untersuchen in einer Studie die Wirksamkeit eines neuen Medikamentes. In der folgenden Tabelle sind die Zahlen der behandelten Patienten und die Effektivität der Behandlung im Einzelnen angegeben:

Behandlung	Entenhausen		Mäuseburg	
	herkömmlich	neu	herkömmlich	neu
Anzahl Patienten	250	1050	1050	250
wirksam	180	630	420	70

Vergleichen Sie die Wirksamkeit der Behandlung mit dem neuen und dem herkömmlichen Medikament in den beiden Kliniken und insgesamt. Was schließen Sie hieraus?