

Blatt 6: multivariate Differentiation

Mittelwert Ihrer Selbsteinschätzung:

-1: "hab nicht mal die Aufgabe gelesen"

0: "weiß nicht wie ich anfangen soll"

1: "habe begonnen, bin dann aber hängen geblieben"

2: "konnte alles rechnen, bin aber unsicher, ob es stimmt"

3: "alles klar hier"

Aufgabe 1:

Berechnen Sie die Gradienten

(a)

$$v(a, b, c, d) = \frac{a}{b} + c \cdot d$$

(b)

$$p(x, y, z) = \cos z + \sin x \cdot \tan y$$

(c)

$$f(x_1, x_2) = x_1^2 \ln x_2$$

(d)

$$g(\alpha, \beta) = \alpha^{2\beta}$$

Selbsteinschätzung:

Lösung auf Seite [4](#)

Aufgabe 2:

Berechnen Sie jeweils die Richtungsableitungen zu den angegebenen Richtungen und werten Sie diese am gegebenen Punkt aus.

(a)

$$v(a, b, c, d) = \frac{a}{b} + c \cdot d$$

$$\text{Richtung: } \alpha = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ am Punkt } P = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

(b)

$$p(x, y, z) = \cos z + \sin x \cdot \tan y$$

$$\text{Richtung: } b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ am Punkt } Q = \begin{pmatrix} \frac{\pi}{4} \\ \frac{\pi}{4} \\ \pi \end{pmatrix}.$$

Selbsteinschätzung:

Lösung auf Seite 4

Aufgabe 3:

Berechnen Sie die Richtungsableitung orthogonal zum Gradienten von

$$f(x_1, x_2) = x_1^2 \ln x_2$$

Was stellen Sie fest?

Selbsteinschätzung:

Lösung auf Seite 5

Aufgabe 4:

Berechnen Sie jeweils die Hessematrix zu den Funktionen der obigen Aufgabe. Sie dürfen dabei gerne mit den bereits berechneten Gradienten beginnen. Werten Sie dann noch an den angegebenen Punkten P aus.

1.

$$v(a, b, c, d) = \frac{a}{b} + c \cdot d$$

Am Punkt $P = (1, 2, 0, 3)$.

2.

$$f(x_1, x_2) = x_1^2 \ln x_2$$

Am Punkt $P = (-2, 1)$.

3. Wie lautet zu v und f jeweils der Laplace; mit und ohne Punktauswertung?

Selbsteinschätzung:

Lösung auf Seite 5

Aufgabe 5:

Es sei $u(x, y) = x^2 \ln y$.

(a) Berechnen Sie

$$\Delta u = u_{xx} + u_{yy}.$$

(b) Berechnen Sie

$$\Delta u = u_{\tau\tau} + u_{\nu\nu}$$

für $\nu = \tau^\perp$ und $\tau = (4, 3)^T \frac{1}{5}$.

Selbsteinschätzung:

Lösung auf Seite 7

Aufgabe 6:

Berechnen Sie die Jakobimatrix von

$$f(x_1, x_2, x_3) = \begin{pmatrix} x_1 \sin(x_2) + x_3 \\ x_1 x_2^2 x_3^3 \end{pmatrix}.$$

Selbsteinschätzung:

Lösung auf Seite [8](#)

Aufgabe* 7:

Es sei $x \in \mathbb{R}^n$ und $u : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$. Berechnen Sie folgende Ausdrücke:

$$(a) \nabla |x| \quad (b) \nabla \frac{1}{|x|} \quad (c) \nabla |u(x)| \quad (d) \nabla \frac{1}{|u(x)|} \quad (e) \operatorname{grad} \frac{\nabla u}{|\nabla u(x)|}$$

Selbsteinschätzung:

Lösung auf Seite [8](#)