Programación Funcional en Haskell Primera parte

Paradigmas de Lenguajes de Programación

Departamento de Ciencias de la Computación Universidad de Buenos Aires

27 de agosto de 2024

```
$
```

```
$ ghci
Loading ...
Prelude>
```

```
$ ghci
Loading ...
Prelude>:q
Leaving GHCi.
$
```

```
$ ghci
Loading ...
Prelude>:q
Leaving GHCi.
$ ghci test.hs
Loading ...
[1 of 1] Compiling Main ( test.hs, interpreted )
Ok, modules loaded: Main.
*Main>
```

Cómo empezar:

```
$ ghci
Loading ...
Prelude>:q
Leaving GHCi.
$ ghci test.hs
Loading ...
[1 of 1] Compiling Main ( test.hs, interpreted )
Ok, modules loaded: Main.
*Main>
```

Otros comandos útiles:

- Para recargar: :r
- Para cargar otro archivo: :1 archivo.hs
- Para conocer el tipo de una expresión: :t True

```
prod :: (Int, Int) -> Int
prod (x, y) = x * y

prod' :: Int -> Int -> Int
prod' x y = x * y
```

¿Qué hacen estas funciones?

```
prod :: (Int, Int) -> Int
prod (x, y) = x * y
prod' :: Int -> Int -> Int
prod' x y = x * y
```

¿ Qué hacen estas funciones?

Podría decirse que ambas "toman dos argumentos (x, y) y devuelven su producto". Pero esto no es del todo así...

```
prod :: (Int, Int) -> Int
prod (x, y) = x * y
prod' :: Int -> Int -> Int
prod' x y = x * y
```

Las funciones en Haskell siempre toman un único argumento.

```
prod :: (Int, Int) -> Int
prod (x, y) = x * y
prod' :: Int -> Int -> Int
prod' x y = x * y
```

Las funciones en Haskell siempre toman un único argumento.

Entonces ¿qué hacen estas funciones?

```
prod :: (Int, Int) -> Int
prod (x, y) = x * y
prod' :: Int -> Int -> Int
prod' x y = x * y
```

Las funciones en Haskell siempre toman un único argumento.

Entonces ¿qué hacen estas funciones?

prod recibe una tupla de dos elementos.

```
prod :: (Int, Int) -> Int
prod (x, y) = x * y
prod' :: Int -> Int -> Int
prod' x y = x * y
```

Las funciones en Haskell siempre toman un único argumento.

Entonces ¿qué hacen estas funciones?

- prod recibe una tupla de dos elementos.
- ¿¿Y prod'??

```
prod :: (Int, Int) -> Int
prod (x, y) = x * y
prod' :: Int -> (Int -> Int)
(prod' x) y = x * y
```

Las funciones en Haskell siempre toman un único argumento.

Entonces ¿ qué hacen estas funciones?

- prod recibe una tupla de dos elementos.
- prod' es una función que toma un x de tipo Int y devuelve una función de tipo Int -> Int, cuyo comportamiento es tomar un entero y multiplicarlo por x.

```
prod :: (Int, Int) -> Int
prod (x, y) = x * y
prod' :: Int -> (Int -> Int)
(prod' x) y = x * y
```

Las funciones en Haskell siempre toman un único argumento.

Entonces ¿ qué hacen estas funciones?

- prod recibe una tupla de dos elementos.
- prod' es una función que toma un x de tipo Int y devuelve una función de tipo Int -> Int, cuyo comportamiento es tomar un entero y multiplicarlo por x.
 En particular, (prod' 2) es la función que duplica.

```
prod :: (Int, Int) -> Int
prod (x, y) = x * y
prod' :: Int -> (Int -> Int)
(prod' x) y = x * y
```

Las funciones en Haskell siempre toman un único argumento.

Entonces ¿ qué hacen estas funciones?

- prod recibe una tupla de dos elementos.
- prod' es una función que toma un x de tipo Int y devuelve una función de tipo Int -> Int, cuyo comportamiento es tomar un entero y multiplicarlo por x.

En particular, (prod' 2) es la función que duplica.

Una definición equivalente de prod' usando funciones anónimas:

prod'
$$x = y \rightarrow x*y$$

```
prod :: (Int, Int) -> Int
prod (x, y) = x * y
prod' :: Int -> (Int -> Int)
(prod' x) y = x * y
```

Las funciones en Haskell siempre toman un único argumento.

Entonces ¿ qué hacen estas funciones?

- prod recibe una tupla de dos elementos.
- prod' es una función que toma un x de tipo Int y devuelve una función de tipo Int -> Int, cuyo comportamiento es tomar un entero y multiplicarlo por x.

En particular, (prod' 2) es la función que duplica. Una definición equivalente de prod' usando funciones anónimas:

prod'
$$x = y \rightarrow x*y$$

Decimos que prod' es la versión currificada de prod.

curry – uncurry

Ejercicio

Definir las siguientes funciones:

- curry :: ((a,b) -> c) -> (a -> b -> c) que devuelve la versión currificada de una función no currificada.
- Q uncurry :: (a -> b -> c) -> ((a,b) -> c) que devuelve la versión no currificada de una función currificada.

Los paréntesis en gris no son necesarios, pero es útil escribirlos cuando estamos aprendiendo y queremos ver más explícitamente que estamos devolviendo una función.

Ejercicios

```
Sea la función:
prod :: Int -> Int -> Int
prod x y = x * y
```

Ejercicios

```
Sea la función:
```

```
prod :: Int -> Int -> Int
prod x y = x * y
```

Definimos doble x = prod 2 x

• ¿Cuál es el tipo de doble?

Ejercicios

```
Sea la función:
```

```
prod :: Int -> Int -> Int
prod x y = x * y
```

- ① ¿Cuál es el tipo de doble?
- 2 ¿Qué pasa si cambiamos la definición por doble = prod 2?

Ejercicios

```
Sea la función:
```

```
prod :: Int -> Int -> Int
prod x y = x * y
```

- ① ; Cuál es el tipo de doble?
- 2 ¿Qué pasa si cambiamos la definición por doble = prod 2?
- 3 ¿Qué significa (+) 1?

Ejercicios

```
Sea la función:
```

```
prod :: Int -> Int -> Int
prod x y = x * y
```

- ① ; Cuál es el tipo de doble?
- 2 ¿Qué pasa si cambiamos la definición por doble = prod 2?
- 3 ¿Qué significa (+) 1?
- 4 Definir las siguientes funciones de forma similar a (+)1:

Ejercicios

```
Sea la función:
prod :: Int -> Int -> Int
prod x y = x * y
```

- ① ¿Cuál es el tipo de doble?
- 2 ¿Qué pasa si cambiamos la definición por doble = prod 2?
- 3 ¿Qué significa (+) 1?
- 4 Definir las siguientes funciones de forma similar a (+)1:
 - triple :: Float -> Float

Ejercicios

```
Sea la función:

prod :: Int -> Int -> Int

prod x y = x * y

Definimos doble x = prod 2 x

① ¿Cuál es el tipo de doble?

② ¿Qué pasa si cambiamos la definición por doble = prod 2?

③ ¿Qué significa (+) 1?

④ Definir las siguientes funciones de forma similar a (+)1:

• triple :: Float -> Float
```

• esMayorDeEdad :: Int -> Bool

Ejercicios

1 Implementar y dar los tipos de las siguientes funciones:

Ejercicios

- Implementar y dar los tipos de las siguientes funciones:
 - ① (.) que compone dos funciones. Por ejemplo: $((x \rightarrow x * 4).(y \rightarrow y 3))$ 10 devuelve 28.

Ejercicios

- 1 Implementar y dar los tipos de las siguientes funciones:
 - (.) que compone dos funciones. Por ejemplo: ((x -> x * 4).(y -> y 3)) 10 devuelve 28.
 - flip que invierte los argumentos de una función. Por ejemplo: flip (\x y → x − y) 1 5 devuelve 4.

Ejercicios

- **1** Implementar y dar los tipos de las siguientes funciones:
 - (.) que compone dos funciones. Por ejemplo: $((\x -> x * 4). (\y -> y 3)) 10 devuelve 28.$
 - flip que invierte los argumentos de una función. Por ejemplo: flip (\x y -> x - y) 1 5 devuelve 4.
 - (\$) que aplica una función a un argumento. Por ejemplo: id \$ 6 devuelve 6.

Ejercicios

- Implementar y dar los tipos de las siguientes funciones:
 - (.) que compone dos funciones. Por ejemplo: $((x \rightarrow x * 4).(y \rightarrow y 3))$ 10 devuelve 28.
 - flip que invierte los argumentos de una función. Por ejemplo: flip (\x y -> x - y) 1 5 devuelve 4.
 - (\$) que aplica una función a un argumento. Por ejemplo: id \$ 6 devuelve 6.
 - const que, dado un valor, retorna una función constante que devuelve siempre ese valor. Por ejemplo: const 5 ''casa'' devuelve 5.

Ejercicios

- **1** Implementar y dar los tipos de las siguientes funciones:
 - (.) que compone dos funciones. Por ejemplo: $((x \rightarrow x * 4).(y \rightarrow y 3))$ 10 devuelve 28.
 - flip que invierte los argumentos de una función. Por ejemplo: flip (\x y -> x - y) 1 5 devuelve 4.
 - (\$) que aplica una función a un argumento. Por ejemplo: id \$ 6 devuelve 6.
 - const que, dado un valor, retorna una función constante que devuelve siempre ese valor. Por ejemplo:
 const. 5 ''casa'' devuelve 5
- 2 ¿Qué hace flip (\$) 0?

Ejercicios

- 1 Implementar y dar los tipos de las siguientes funciones:
 - (.) que compone dos funciones. Por ejemplo: $((\x -> x * 4). (\y -> y 3)) 10 devuelve 28.$
 - flip que invierte los argumentos de una función. Por ejemplo: flip (\x y → x → y) 1 5 devuelve 4.
 - (\$) que aplica una función a un argumento. Por ejemplo: id \$ 6 devuelve 6.
 - double const que, dado un valor, retorna una función constante que devuelve siempre ese valor. Por ejemplo:

 const 5 ''casa'' devuelve 5.
- ② ¿Qué hace flip (\$) 0?
- **③** ¿Y (==0) . (flip mod 2)?

Hay varias macros para definir listas:

Hay varias macros para definir listas:

Por extensión
 Esto es, dar la lista explícita, escribiendo todos sus elementos.
 Por ejemplo: [4, 3, 3, 4, 6, 5, 4, 5, 4, 5].

Hay varias macros para definir listas:

Por extensión
 Esto es, dar la lista explícita, escribiendo todos sus elementos.
 Por ejemplo: [4, 3, 3, 4, 6, 5, 4, 5].

Secuencias

Son progresiones aritméticas en un rango particular. Por ejemplo: [3..7] es la lista que tiene todos los números enteros entre 3 y 7, mientras que [2, 5..18] es la lista que contiene 2, 5, 8, 11, 14 y 17.

Hay varias macros para definir listas:

Por extensión
 Esto es, dar la lista explícita, escribiendo todos sus elementos.
 Por ejemplo: [4, 3, 3, 4, 6, 5, 4, 5].

Secuencias

Son progresiones aritméticas en un rango particular. Por ejemplo: [3..7] es la lista que tiene todos los números enteros entre 3 y 7, mientras que [2, 5..18] es la lista que contiene 2, 5, 8, 11, 14 y 17.

Por comprensión

Se definen de la siguiente manera:

[expresión | selectores, condiciones] Por ejemplo: $[(x,y) | x \leftarrow [0..5], y \leftarrow [0..3], x+y==4]$

Hay varias macros para definir listas:

Por extensión
 Esto es, dar la lista explícita, escribiendo todos sus elementos.
 Por ejemplo: [4, 3, 3, 4, 6, 5, 4, 5].

Secuencias

Son progresiones aritméticas en un rango particular. Por ejemplo: [3..7] es la lista que tiene todos los números enteros entre 3 y 7, mientras que [2, 5..18] es la lista que contiene 2, 5, 8, 11, 14 y 17.

Por comprensión

Se definen de la siguiente manera:

[expresión | selectores, condiciones] Por ejemplo: $[(x,y) \mid x \leftarrow [0..5], y \leftarrow [0..3], x+y==4]$ es la lista que tiene los pares (1,3), (2,2), (3,1) y (4,0).

Haskell también nos permite trabajar con listas infinitas.

Haskell también nos permite trabajar con listas infinitas.

Haskell también nos permite trabajar con listas infinitas.

- naturales = [1..] 1, 2, 3, 4, ...
- multiplosDe3 = [0,3..] 0,3,6,9,...

Haskell también nos permite trabajar con listas infinitas.

- naturales = [1..] 1, 2, 3, 4, ...
- multiplosDe3 = [0,3..] 0,3,6,9,...
- repeat ''hola''

 "hola", "hola", "hola", "hola", ...

Haskell también nos permite trabajar con listas infinitas.

- naturales = [1..] 1, 2, 3, 4, ...
- multiplosDe3 = [0,3..] 0,3,6,9,...
- primos = [n | n <- [2..], esPrimo n]
 (asumiendo esPrimo definida) 2, 3, 5, 7, ...</pre>

Haskell también nos permite trabajar con listas infinitas.

- naturales = [1..] 1, 2, 3, 4, ...
- multiplosDe3 = [0,3..] 0, 3, 6, 9, ...
- repeat ''hola'', "hola", "hola", "hola", ...
- primos = [n | n <- [2..], esPrimo n]
 (asumiendo esPrimo definida) 2, 3, 5, 7, ...</pre>
- infinitosUnos = 1 : infinitosUnos 1, 1, 1, 1, ...

Haskell también nos permite trabajar con listas infinitas.

- naturales = [1..] 1, 2, 3, 4, ...
- multiplosDe3 = [0,3..] 0,3,6,9,...
- repeat ''hola', 'hola', "hola', "hola', ...
- primos = [n | n <- [2..], esPrimo n]
 (asumiendo esPrimo definida) 2, 3, 5, 7, ...
- infinitosUnos = 1 : infinitosUnos
 1, 1, 1, 1, ...
- ¿Cómo es posible trabajar con listas infinitas sin que se cuelgue?

```
take :: Int -> [a] -> [a]
take 0 _ = []
take _ [] = []
take n (x:xs) = x : take (n-1) xs
infinitosUnos :: [Int]
infinitosUnos = 1 : infinitosUnos
nUnos :: Int -> [Int]
nUnos n = take n infinitosUnos
```

```
take :: Int -> [a] -> [a]
take 0 _ = []
take _ [] = []
take n (x:xs) = x : take (n-1) xs
infinitosUnos :: [Int]
infinitosUnos = 1 : infinitosUnos
nUnos :: Int -> [Int]
nUnos n = take n infinitosUnos
```

• Si ejecutamos nUnos 2...

```
take :: Int -> [a] -> [a]
take 0 _ = []
take _ [] = []
take n (x:xs) = x : take (n-1) xs
infinitosUnos :: [Int]
infinitosUnos = 1 : infinitosUnos
nUnos :: Int -> [Int]
nUnos n = take n infinitosUnos
```

Si ejecutamos nUnos 2...

```
nUnos 2 \rightarrow take 2 infinitosUnos \rightarrow take 2 (1:infinitosUnos)\rightarrow 1 : take (2-1) infinitosUnos \rightarrow 1 : take 1 infinitosUnos \rightarrow 1 : take 1 (1:infinitosUnos)\rightarrow 1 : 1: take (1-1) infinitosUnos \rightarrow 1 : take 0 infinitosUnos \rightarrow 1 : 1 : []
```

```
take :: Int -> [a] -> [a]
take 0 _ = []
take _ [] = []
take n (x:xs) = x : take (n-1) xs
infinitosUnos :: [Int]
infinitosUnos = 1 : infinitosUnos
nUnos :: Int -> [Int]
nUnos n = take n infinitosUnos
```

Si ejecutamos nUnos 2...

```
nUnos 2 \rightarrow take 2 infinitosUnos \rightarrow take 2 (1:infinitosUnos)\rightarrow 1 : take (2-1) infinitosUnos \rightarrow 1 : take 1 infinitosUnos \rightarrow 1 : take 1 (1:infinitosUnos)\rightarrow 1 : 1: take (1-1) infinitosUnos \rightarrow 1 : take 0 infinitosUnos \rightarrow 1 : 1 : []
```

¿Qué sucedería si usáramos otra estrategia de reducción?

```
take :: Int -> [a] -> [a]
take 0 _ = []
take _ [] = []
take n (x:xs) = x : take (n-1) xs
infinitosUnos :: [Int]
infinitosUnos = 1 : infinitosUnos
nUnos :: Int -> [Int]
nUnos n = take n infinitosUnos
```

• Si ejecutamos nUnos 2...

```
nUnos 2 \rightarrow take 2 infinitosUnos \rightarrow take 2 (1:infinitosUnos)\rightarrow 1 : take (2-1) infinitosUnos \rightarrow 1 : take 1 infinitosUnos \rightarrow 1 : take 1 (1:infinitosUnos)\rightarrow 1 : 1: take (1-1) infinitosUnos \rightarrow 1 : take 0 infinitosUnos \rightarrow 1 : 1 : []
```

- ¿Qué sucedería si usáramos otra estrategia de reducción?
- Si para algún término existe una reducción finita, entonces la estrategia de reducción lazy termina.

Definamos las siguientes funciones Precondición: las listas tienen algún elemento.

```
• maximo :: Ord a => [a] -> a
```

• minimo :: Ord a => [a] -> a

• listaMasCorta :: [[a]] -> [a]

Definamos las siguientes funciones Precondición: las listas tienen algún elemento.

```
maximo :: Ord a => [a] -> a
minimo :: Ord a => [a] -> a
listaMasCorta :: [[a]] -> [a]
```

Siempre hago lo mismo... ¿Se podrá generalizar? ¿Cómo?

Definamos las siguientes funciones Precondición: las listas tienen algún elemento.

```
maximo :: Ord a => [a] -> a
minimo :: Ord a => [a] -> a
listaMasCorta :: [[a]] -> [a]
```

Siempre hago lo mismo... ¿Se podrá generalizar? ¿Cómo?

Ejercicio

• mejorSegun ::

Definamos las siguientes funciones

Precondición: las listas tienen algún elemento.

- maximo :: Ord a => [a] -> a
- minimo :: Ord a => [a] -> a
- listaMasCorta :: [[a]] -> [a]

Siempre hago lo mismo... ¿Se podrá generalizar? ¿Cómo?

Ejercicio

• mejorSegun :: (a -> a -> Bool) -> [a] -> a

Definamos las siguientes funciones

Precondición: las listas tienen algún elemento.

- maximo :: Ord a => [a] -> a
- minimo :: Ord a => [a] -> a
- listaMasCorta :: [[a]] -> [a]

Siempre hago lo mismo... ¿Se podrá generalizar? ¿Cómo?

Ejercicio

- mejorSegun :: (a -> a -> Bool) -> [a] -> a
- Reescribir maximo y listaMasCorta en base a mejorSegun

```
filter :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]
filter _ [] = []
filter p (x:xs) =
    if p x
    then x : filter p xs
    else filter p xs
```

```
filter :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]
filter _ [] = []
filter p (x:xs) =
        if p x
        then x : filter p xs
        else filter p xs
```

Ejercicios

• Redefinir filter usando foldr

```
filter :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]
filter _ [] = []
filter p (x:xs) =
    if p x
    then x : filter p xs
    else filter p xs
```

Ejercicios

- Redefinir filter usando foldr
- Definir usando filter:

```
filter :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]
filter _ [] = []
filter p (x:xs) =
    if p x
    then x : filter p xs
    else filter p xs
```

Ejercicios

- Redefinir filter usando foldr
- Definir usando filter:
 - deLongitudN :: Int -> [[a]] -> [[a]]

```
filter :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]
filter _ [] = []
filter p (x:xs) =
    if p x
    then x : filter p xs
    else filter p xs
```

Ejercicios

- Redefinir filter usando foldr
- Definir usando filter:
 - deLongitudN :: Int -> [[a]] -> [[a]]
 - soloPuntosFijosEnN :: Int -> [Int->Int] ->
 [Int->Int]

Dados un número n y una lista de funciones, deja las funciones que al aplicarlas a n dan n

```
map :: (a \rightarrow b) \rightarrow [a] \rightarrow [b]
map _ [] = []
map f (x:xs) = f x : map f xs
```

```
map :: (a \rightarrow b) \rightarrow [a] \rightarrow [b]
map _ [] = []
map f (x:xs) = f x : map f xs
```

Ejercicio

Redefinir map usando foldr

```
map :: (a -> b) -> [a] -> [b]
map _ [] = []
map f (x:xs) = f x : map f xs
```

Ejercicio

- Redefinir map usando foldr
- Definir usando map:

```
map :: (a -> b) -> [a] -> [b]
map _ [] = []
map f (x:xs) = f x : map f xs
```

Ejercicio

- Redefinir map usando foldr
- Definir usando map:
 - reverseAnidado :: [[Char]] -> [[Char]] que, dada una lista de strings, devuelve una lista con cada string dado vuelta y la lista completa dada vuelta. Por ejemplo: reverseAnidado [''quedate'', ''en'', ''casa''] devuelve [''asac", ''ne'', ''etadeuq''].

Ayuda: ya existe la función reverse que invierte una lista.

```
map :: (a -> b) -> [a] -> [b]
map _ [] = []
map f (x:xs) = f x : map f xs
```

Ejercicio

- Redefinir map usando foldr
- Definir usando map:
 - reverseAnidado :: [[Char]] -> [[Char]] que, dada una lista de strings, devuelve una lista con cada string dado vuelta y la lista completa dada vuelta. Por ejemplo: reverseAnidado [''quedate'', ''en'', ''casa''] devuelve [''asac", ''ne'', ''etadeuq''].

Ayuda: ya existe la función reverse que invierte una lista.

 paresCuadrados :: [Int] -> [Int] que, dada una lista de enteros, devuelve una lista con los cuadrados de los números pares y los impares sin modificar.

Desplegando la macro de las listas por comprensión

Definir una expresión equivalente a las siguiente utilizando map y filter:

Ejercicio

listaComp f xs p = [f x | x < -xs, p x]

Esquemas de recursión estructural sobre listas

Ya conocen foldr y foldl.

Para situaciones en las cuales no hay un caso base claro (ej: no existe el neutro), tenemos las funciones: foldr1 y foldl1.

Permiten hacer recursión estructural sobre listas sin definir un caso base:

- foldr1 toma como caso base el último elemento de la lista.
- foldl1 toma como caso base el primer elemento de la lista.

Para ambas, la lista **no** debe ser vacía, y el tipo del resultado debe ser el de los elementos de la lista.

Esquemas de recursión estructural sobre listas

Ya conocen foldr y foldl.

Para situaciones en las cuales no hay un caso base claro (ej: no existe el neutro), tenemos las funciones: foldr1 y foldl1.

Permiten hacer recursión estructural sobre listas sin definir un caso base:

- foldr1 toma como caso base el último elemento de la lista.
- foldl1 toma como caso base el primer elemento de la lista.

Para ambas, la lista **no** debe ser vacía, y el tipo del resultado debe ser el de los elementos de la lista.

Ejercicio

Definir mejorSegún :: (a -> a -> Bool) -> [a] -> a usando foldr1 o foldl1.

Fin