研究生课程

数字图像处理
Digital Image Processing

彭宇新

北京大学计算机科学技术研究所

E_mail:pengyuxin@icst.pku.edu.cn

傅里叶变换

- 傅里叶变换
  - ✓ 傅里叶变换及其反变换
  - ✓ 傅里叶变换的性质
  - ✓ 快速傅里叶变换（FFT）

傅里叶变换

- 为什么要在频率域研究图像增强

  ✓ 可以利用频率成分和图像外表之间的对应关系。一些在空间域表述困难的增强任务，在频率域中变得非常普通

  ✓ 滤波在频率域更为直观，它可以解释空间域滤波的某些性质

  ✓ 可以在频率域指定滤波器，做反变换，然后在空间域使用结果滤波器作为空间域滤波器的指导

  ✓一旦通过频率域试验选择了空间滤波，通常实施都在空间域进行

傅里叶变换

- 一维连续傅里叶变换及反变换
  - ✓ 单变量连续函数f(x)的傅里叶变换F(u)定义为

$$F(u)=\int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-j2\pi ux}dx$$

其中，$j=\sqrt{-1}$

  - ✓ 给定F(u)，通过傅里叶反变换可以得到f(x)

$$f(x)=\int_{-\infty}^{\infty} F(u)e^{j2\pi ux}du$$

傅里叶变换

- 二维连续傅里叶变换及反变换
  - ✓ 二维连续函数f (x, y) 的傅里叶变换F (u, v) 定义为

$$F(u,v)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)e^{-j2\pi(ux+vy)}dxdy$$

  - ✓ 给定F (u, v), 通过傅里叶反变换可以得到f (x, y)

$$f(x,y)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} F(u,v)e^{j2\pi(ux+vy)}dudv$$

傅里叶变换

- 一维离散傅里叶变换(DFT)及反变换
  - ✓ 单变量离散函数f(x)(x=0, 1, 2, . . . , M-1)的傅里叶变换F(u)定义为

$$F(u)=\frac{1}{M}\sum_{x=0}^{M-1} f(x)e^{-j2\pi ux/M}$$

u=0, 1, 2, ..., M-1

  - ✓ 给定F(u),通过傅里叶反变换可以得到f(x)

$$f(x)=\sum_{u=0}^{M-1} F(u)e^{j2\pi ux/M}$$

x=0, 1, 2, ..., M-1

傅里叶变换

- 一维离散傅里叶变换及反变换
  - ✓ 从欧拉公式 $e^{j\theta} = \cos\theta + j\sin\theta$

$$F(u) = \frac{1}{M}\sum_{x=0}^{M-1} f(x) e^{j(-2\pi ux/M)}$$

$$= \frac{1}{M}\sum_{x=0}^{M-1} f(x)\left(\cos(-2\pi ux/M) + j\sin(-2\pi ux/M)\right)$$

$$= \frac{1}{M}\sum_{x=0}^{M-1} f(x)\left(\cos(2\pi ux/M) - j\sin(2\pi ux/M)\right)$$

傅里叶变换

- 傅里叶变换的极坐标表示

$$F(u)=|F(u)|e^{-j\phi(u)}$$

✓ 幅度或频率谱为

$$|F(u)|=\left[R(u)^2+I(u)^2\right]^{\frac{1}{2}}$$

R(u)和I(u)分别是F(u)的实部和虚部

✓ 相角或相位谱为

$$\phi(u)=\arctan\left[\frac{I(u)}{R(u)}\right]$$

傅里叶变换

- 傅里叶变换的极坐标表示
  - ✓ 功率谱为

$$P(u)=|F(u)|^2=R(u)^2+I(u)^2$$

- f(x)的离散表示

$$f(x)\cong f(x_0+x\Delta x) \qquad x=0,1,2,\ldots,M-1$$

- F(u)的离散表示

$$F(u)\cong F(u\Delta u) \qquad u=0,1,2,\ldots,M-1$$

傅里叶变换

- 二维离散傅里叶变换及反变换
  - ✓ 图像尺寸为M×N的函数f(x, y)的DFT为

$$F(u,v)=\frac{1}{MN}\sum_{x=0}^{M-1}\sum_{y=0}^{N-1}f(x,y)e^{-j2\pi(ux/M+vy/N)}$$

u=0, 1, 2, …, M-1,　　v=0, 1, 2, …, N-1

  - ✓ 给出F(u, v), 可通过反DFT得到f(x, y),

$$f(x,y)=\sum_{u=0}^{M-1}\sum_{v=0}^{N-1}F(u,v)e^{j2\pi(ux/M+vy/N)}$$

x=0, 1, 2, …, M-1,　　y=0, 1, 2, …, N-1

注：u和v是频率变量，x和y是空间或图像变量

傅里叶变换

- 二维DFT的极坐标表示

$$F(u,v) = |F(u,v)| e^{-j\phi(u,v)}$$

✓ 幅度或频率谱为

$$|F(u,v)| = \left[R(u,v)^2 + I(u,v)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

R(u, v)和I(u, v)分别是F(u, v)的实部和虚部

✓ 相角或相位谱为

$$\phi(u,v) = \arctan\left[\frac{I(u,v)}{R(u,v)} \right]$$

傅里叶变换

- 二维DFT的极坐标表示
  - ✓ 功率谱为

$$P(u,v)=|F(u,v)|^2=R(u,v)^2+I(u,v)^2$$

- F(u, v)的原点变换

$$\Im\left[f(x,y)(-1)^{x+y}\right]=F(u-M/2,v-N/2)$$

  - ✓ 用$(-1)^{x+y}$乘以f(x, y)，将F(u, v)原点变换到频率坐标下的(M/2，N/2)，它是M×N区域的中心
  - ✓ u=0, 1, 2, …, M-1,　　　v=0, 1, 2, …, N-1

傅里叶变换

- F(0, 0)表示

$$F(0,0)=\frac{1}{MN}\sum_{x=0}^{M-1}\sum_{y=0}^{N-1}f(x,y)$$

这说明：假设f(x, y)是一幅图像，在原点的傅里叶变换等于图像的平均灰度级

傅里叶变换

- 如果f(x, y)是实函数，它的傅里叶变换是对称的，即

$$F(u,v)=F(-u,-v)$$

- 傅里叶变换的频率谱是对称的

$$|F(u,v)|=|F(-u,-v)|$$

傅里叶变换

- 傅里叶变换
  - ✓ 傅里叶变换及其反变换
  - ✓ 傅里叶变换的性质
  - ✓ 快速傅里叶变换（FFT）

傅里叶变换

- 二维傅里叶变换的性质

1. 平移性质
2. 分配律
3. 尺度变换（缩放）
4. 旋转性
5. 周期性和共轭对称性
6. 平均值
7. 可分性
8. 卷积
9. 相关性

傅里叶变换

1. 傅里叶变换对的平移性质

以 ⟺ 表示函数和其傅里叶变换的对应性

$$f(x,y)e^{j2\pi(u_0x/M+v_0y/N)} \Leftrightarrow F(u-u_0,v-v_0) \qquad (1)$$

$$f(x-x_0,y-y_0) \Leftrightarrow F(u,v)e^{-j2\pi(ux_0/M+vy_0/N)} \qquad (2)$$

- ✓ 公式（1）表明将f(x, y)与一个指数项相乘就相当于把其变换后的频域中心移动到新的位置
- ✓ 公式（2）表明将F(u, v)与一个指数项相乘就相当于把其变换后的空域中心移动到新的位置
- ✓ 公式（2）表明对f(x, y)的平移不影响其傅里叶变换的幅值

傅里叶变换

1. 傅里叶变换对的平移性质（续）

当u_0=M/2且v_0=N/2,

$$e^{j2\pi(u_0x/M+v_0y/N)} = e^{j\pi(x+y)} = (-1)^{x+y}$$

带入（1）和（2），得到

$$f(x,y)(-1)^{x+y} \Leftrightarrow F(u-M/2, v-N/2)$$

$$f(x-M/2, y-N/2) \Leftrightarrow F(u,v)(-1)^{u+v}$$

傅里叶变换

2. 分配律

根据傅里叶变换的定义，可以得到

$$\Im\left[f_1(x,y)+f_2(x,y)\right]=\Im\left[f_1(x,y)\right]+\Im\left[f_2(x,y)\right]$$

$$\Im\left[f_1(x,y)\bullet f_2(x,y)\right]\neq\Im\left[f_1(x,y)\right]\bullet\Im\left[f_2(x,y)\right]$$

上述公式表明：傅里叶变换对加法满足分配律，但对乘法则不满足

傅里叶变换

3. 尺度变换（缩放）

给定2个标量a和b，可以证明对傅里叶变换下列2个公式成立

$$af(x,y) \Leftrightarrow aF(u,v)$$

$$f(ax,by) \Leftrightarrow \frac{1}{|ab|}F(u/a,v/b)$$

傅里叶变换

4. 旋转性

引入极坐标 $x = r\cos\theta, y = r\sin\theta, u = \omega\cos\varphi, v = \omega\sin\varphi$

将f (x, y) 和F (u, v) 转换为 $f(r,\theta)$ 和 $F(\omega,\varphi)$。将它们带入傅里叶变换对得到

$$f(r,\theta+\theta_0) \Leftrightarrow F(\omega,\varphi+\theta_0)$$

- ✓ f (x, y) 旋转角度 θ_0，F (u, v) 也将转过相同的角度
- ✓ F (u, v) 旋转角度 θ_0，f (x, y) 也将转过相同的角度

傅里叶变换

5. 周期性和共轭对称性

$$F(u,v)=F(u+M,v)=F(u,v+N)=F(u+M,v+N)$$

$$f(x,y)=f(x+M,y)=f(x,y+N)=f(x+M,y+N)$$

上述公式表明

- ✓ 尽管F(u, v)对无穷多个u和v的值重复出现，但只需根据在任一个周期里的N个值就可以从F(u, v)得到f(x, y)
- ✓ 只需一个周期里的变换就可将F(u, v)在频域里完全确定
- ✓ 同样的结论对f(x, y)在空域也成立

傅里叶变换

5. 周期性和共轭对称性

如果f(x, y)是实函数，则它的傅里叶变换具有共轭对称性

$$F(u,v) = F^*(-u,-v)$$

$$|F(u,v)| = |F(-u,-v)|$$

其中，$F^*(u, v)$为$F(u, v)$的复共轭。

- 复习：当两个复数实部相等, 虚部互为相反数时, 这两个复数叫做互为共轭复数.

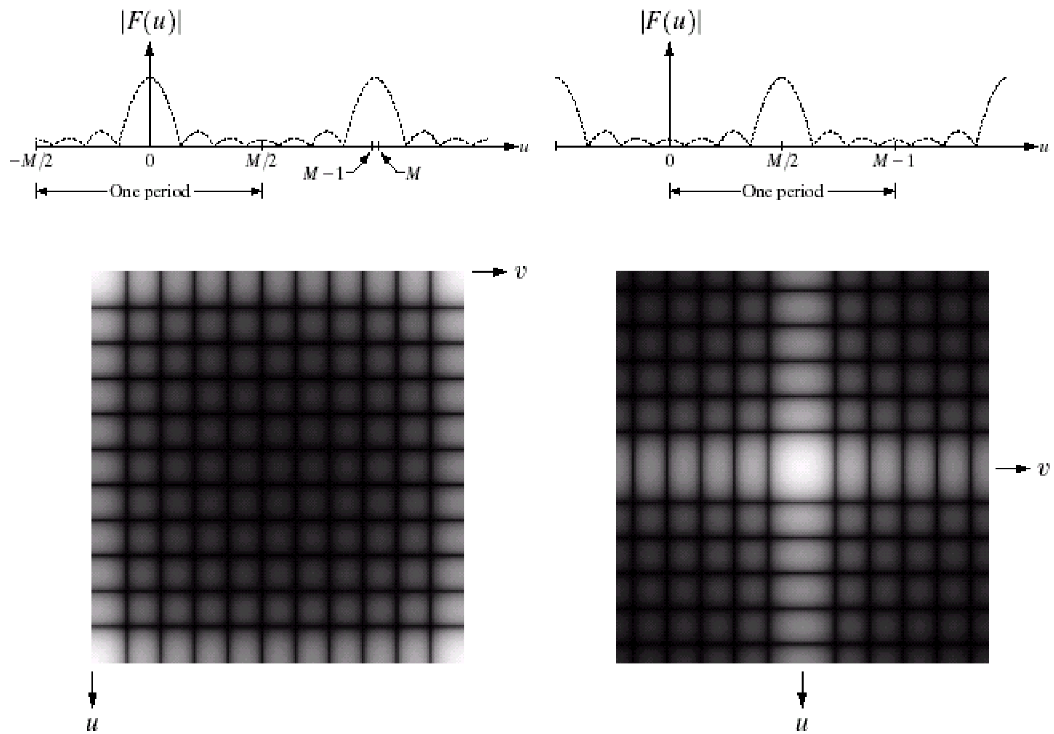
周期性和共轭对称性举例

- 对于一维变换F(u)，周期性是指F(u)的周期长度为M，对称性是指频谱关于原点对称

半周期的傅里叶频谱　　全周期的傅里叶频谱

a b
c d

FIGURE 4.34
(a) Fourier spectrum showing back-to-back half periods in the interval $[0, M-1]$.
(b) Shifted spectrum showing a full period in the same interval.
(c) Fourier spectrum of an image, showing the same back-to-back properties as (a), but in two dimensions.
(d) Centered Fourier spectrum.



一幅二维图像的傅里叶频谱　　中心化的傅里叶频谱

傅里叶变换

6. 分离性

$$F(u,v)=\frac{1}{M}\sum_{x=0}^{M-1}e^{-j2\pi ux/M}\frac{1}{N}\sum_{y=0}^{N-1}f(x,y)e^{-j2\pi vy/N}$$

$$=\frac{1}{M}\sum_{x=0}^{M-1}e^{-j2\pi ux/M}F(x,v)$$

F(x, v)是沿着f(x, y)的一行所进行的傅里叶变换。当x=0, 1, ..., M-1，沿着f(x, y)的所有行计算傅里叶变换。

傅里叶变换

6. 分离性——二维傅里叶变换的全过程

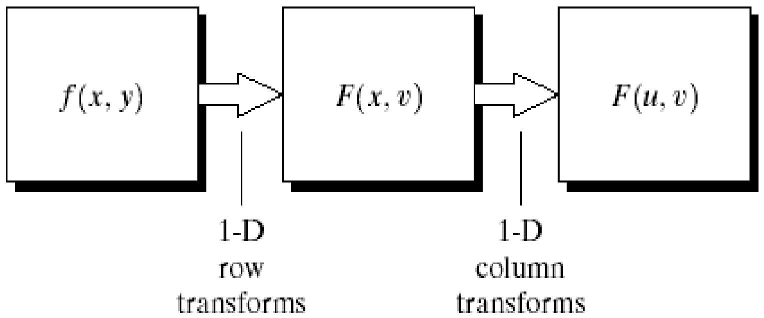


FIGURE 4.35 Computation of the 2-D Fourier transform as a series of 1-D transforms.

- ✓ 先通过沿输入图像的每一行计算一维变换
- ✓ 再沿中间结果的每一列计算一维变换
- ✓ 可以改变上述顺序，即先列后行
- ✓ 上述相似的过程也可以计算二维傅里叶反变换

傅里叶变换

7. 平均值

由二维傅里叶变换的定义

$$F(u,v)=\frac{1}{MN}\sum_{x=0}^{M-1}\sum_{y=0}^{N-1}f(x,y)e^{-j2\pi(ux/M+vy/N)}$$

所以 $F(0,0)=\frac{1}{MN}\sum_{x=0}^{M-1}\sum_{y=0}^{N-1}f(x,y)$

而 $\bar{f}(x,y)=\frac{1}{MN}\sum_{x=0}^{M-1}\sum_{y=0}^{N-1}f(x,y)$

傅里叶变换

7. 平均值

所以

$$\bar{f}(x,y) = F(0,0)$$

上式说明：如果f(x, y)是一幅图像，在原点的傅里叶变换即等于图像的平均灰度级

傅里叶变换

8. 卷积理论

大小为M×N的两个函数f(x, y)和h(x, y)的离散卷积

$$f(x,y)*h(x,y)=\frac{1}{MN}\sum_{m=0}^{M-1}\sum_{n=0}^{N-1}f(m,n)h(x-m,y-n)$$

卷积定理

$$\boxed{\begin{array}{c} f(x,y)*h(x,y)\Leftrightarrow F(u,v)H(u,v) \\ f(x,y)h(x,y)\Leftrightarrow F(u,v)*H(u,v) \end{array}}$$

傅里叶变换

9. 相关性理论

大小为M×N的两个函数f(x, y)和h(x, y)的相关性定义为

$$f(x,y)\circ h(x,y)=\frac{1}{MN}\sum_{m=0}^{M-1}\sum_{n=0}^{N-1}f^{*}(m,n)h(x+m,y+n)$$

f*表示f的复共轭。对于实函数， f*＝f

相关定理

$$\boxed{\begin{aligned}&f(x,y)\circ h(x,y)\Leftrightarrow F^{*}(u,v)H(u,v)\\&f^{*}(x,y)h(x,y)\Leftrightarrow F(u,v)\circ H(u,v)\end{aligned}}$$

傅里叶变换

- 自相关理论

$$f(x,y) \circ f(x,y) \Leftrightarrow |F(u,v)|^2 = R(u,v)^2 + I(u,v)^2$$

$$|f(x,y)|^2 \Leftrightarrow F(u,v) \circ F(u,v)$$

注：复数和它的复共轭的乘积是复数模的平方

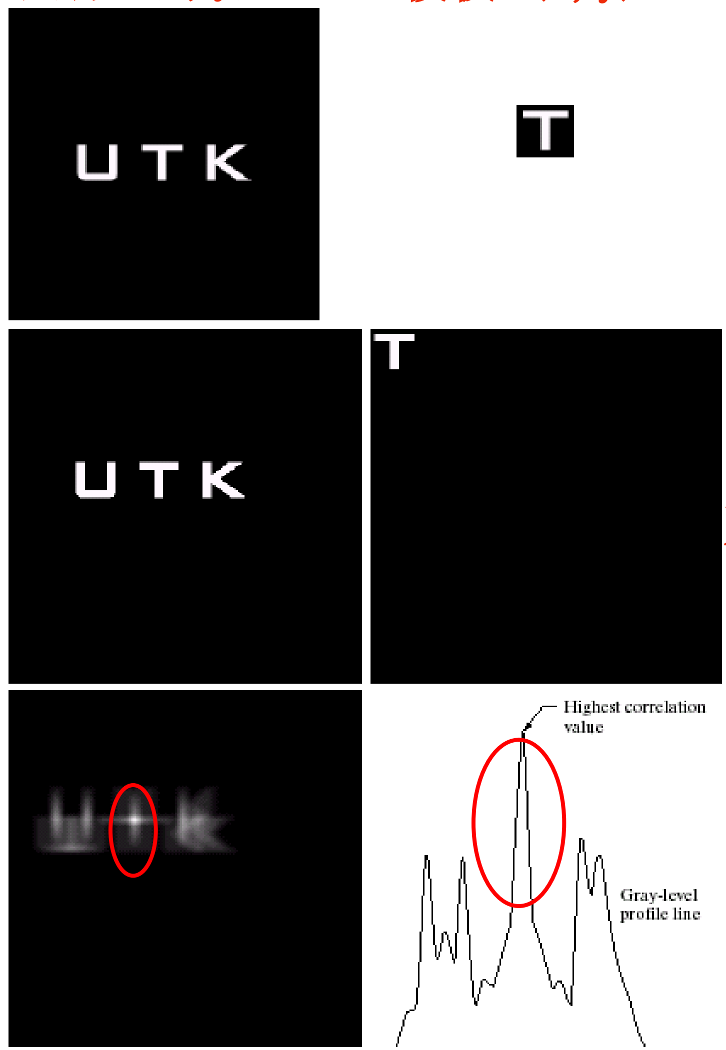
傅里叶变换

- 卷积和相关性理论总结
  - ✓ 卷积是空间域过滤和频率域过滤之间的纽带
  - ✓ 相关的重要应用在于匹配：确定是否有感兴趣的物体区域
    - ➢ f(x, y)是原始图像
    - ➢ h(x, y)作为感兴趣的物体或区域（模板）
    - ➢ 如果匹配，两个函数的相关值会在h找到f中相应点的位置上达到最大

相关性匹配举例

图像f(x, y)

模板h(x, y)



a b
c d
e f

FIGURE 4.41
(a) Image.
(b) Template.
(c) and
(d) Padded images.
(e) Correlation function displayed as an image.
(f) Horizontal profile line through the highest value in (e), showing the point at which the best match took place.

延拓图像f(x, y)

延拓图像h(x, y)

相关函数图像

通过相关图像最大值的水平灰度剖面图

傅里叶变换

- 傅里叶变换
  - ✓ 傅里叶变换及其反变换
  - ✓ 傅里叶变换的性质
  - ✓ 快速傅里叶变换(FFT)
    - ➢ 只考虑一维的情况，根据傅里叶变换的分离性可知，二维傅里叶变换可由连续2次一维傅里叶变换得到

快速傅里叶变换(FFT)

- 为什么需要快速傅里叶变换？

$$F(u)=\frac{1}{M}\sum_{x=0}^{M-1} f(x)e^{-j2\pi ux/M} \qquad u=0,1,2,\ldots,M-1$$

✓ 对u的M个值中的每一个都需进行M次复数乘法(将f(x)与 $e^{-j2\pi ux/M}$ 相乘)和M-1次加法，即复数乘法和加法的次数都正比于M^2

✓ 快速傅里叶变换(FFT)则只需要$M\log_2 M$次运算

✓ FFT算法与原始变换算法的计算量之比是$\log_2 M/M$，如M=1024≈10^3,则原始变换算法需要10^6次计算，而FFT需要10^4次计算，FFT与原始变换算法之比是1：100

快速傅里叶变换(FFT)

- FFT算法基本思想

  FFT算法基于一个叫做逐次加倍的方法。通过推导将原始傅里叶转换成两个递推公式

$$F(u)=\frac{1}{M}\sum_{x=0}^{M-1}f(x)e^{-j2\pi ux/M}\qquad u=0,1,2,\ldots,M-1$$

$$F(u)=\frac{1}{2}\left[F_{even}(u)+F_{odd}(u)W_{2k}^{u}\right]$$

$$F(u+K)=\frac{1}{2}\left[F_{even}(u)-F_{odd}(u)W_{2k}^{u}\right]$$

快速傅里叶变换(FFT)

- FFT算法基本思想

$$F(u)=\frac{1}{2}\left[F_{even}(u)+F_{odd}(u)W_{2k}^{u}\right] \qquad u=0,1,2,\ldots,M-1$$

$$F(u+K)=\frac{1}{2}\left[F_{even}(u)-F_{odd}(u)W_{2k}^{u}\right]$$

其中：M = 2K

$F_{even}(u)$、$F_{odd}(u)$是K个点的傅里叶值

快速傅里叶变换(FFT)

- FFT公式推导

  FFT算法基于一个叫做逐次加倍的方法。为方便起见用下式表达离散傅立叶变换公式

$$F(u)=\frac{1}{M}\sum_{x=0}^{M-1}f(x)e^{-j2\pi ux/M}$$

$$=\frac{1}{M}\sum_{x=0}^{M-1}f(x)W_M^{ux}$$

这里 $W_M=e^{-j2\pi/M}$ 是一个常数

快速傅里叶变换(FFT)

假设M的形式是

$$M = 2^n$$

n为正整数。因此，M可以表示为

$$M = 2K$$

将M=2K带入上式

$$F(u) = \frac{1}{2K}\sum_{x=0}^{2K-1} f(x) W_{2K}^{ux}$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{1}{K}\sum_{x=0}^{K-1} f(2x) W_{2K}^{u(2x)} + \frac{1}{K}\sum_{x=0}^{K-1} f(2x+1) W_{2K}^{u(2x+1)}\right]$$

快速傅里叶变换(FFT)

推导：因为

$$W_M = e^{-j2\pi/M}$$

所以

$$W_{2K}^{2ux} = e^{-j2\pi(2ux)/2K} = e^{-j2\pi(ux)/K} = W_K^{ux}$$

带入上式有

$$F(u) = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{K}\sum_{x=0}^{K-1} f(2x)W_K^{ux} + \frac{1}{K}\sum_{x=0}^{K-1} f(2x+1)W_K^{ux}W_{2K}^{u}\right]$$

快速傅里叶变换(FFT)

定义两个符号

$$F_{even}(u)=\frac{1}{K}\sum_{x=0}^{K-1} f(2x)W_K^{ux} \qquad u=0,1,2,\ldots,K-1$$

$$F_{odd}(u)=\frac{1}{K}\sum_{x=0}^{K-1} f(2x+1)W_K^{ux}$$

快速傅里叶变换(FFT)

得到FFT的第一个公式

$$\boxed{F(u)=\frac{1}{2}\left[F_{even}(u)+F_{odd}(u)W_{2K}^{u}\right]}$$

该公式说明F(u)可以通过奇部和偶部之和来计算

快速傅里叶变换(FFT)

推导：

$$W_K^{u+K} = e^{-j2\pi(u+K)/K}$$

$$= e^{-j2\pi u/K} e^{-j2\pi}$$

$$= W_K^u e^{j\pi(-2)} = W_K^u (-1)^{(-2)} = W_K^u$$

$$W_{2K}^{u+K} = e^{-j2\pi(u+K)/2K}$$

$$= e^{-j2\pi u/2K} e^{-j\pi}$$

$$= W_{2K}^u e^{j\pi(-1)} = W_{2K}^u (-1)^{(-1)} = -W_{2K}^u$$

快速傅里叶变换(FFT)

$$F(u+K)=\frac{1}{2K}\sum_{x=0}^{2K-1} f(x)W_{2K}^{(u+K)x}$$

$$=\frac{1}{2}\left[\frac{1}{K}\sum_{x=0}^{K-1} f(2x)W_{2K}^{(u+K)(2x)}+\frac{1}{K}\sum_{x=0}^{K-1} f(2x+1)W_{2K}^{(u+K)(2x+1)}\right]$$

$$=\frac{1}{2}\left[\frac{1}{K}\sum_{x=0}^{K-1} f(2x)W_{K}^{(u+K)x}+\frac{1}{K}\sum_{x=0}^{K-1} f(2x+1)W_{K}^{(u+K)x}W_{2K}^{(u+K)}\right]$$

$$=\frac{1}{2}\left[\frac{1}{K}\sum_{x=0}^{K-1} f(2x)W_{K}^{ux}+\frac{1}{K}\sum_{x=0}^{K-1} f(2x+1)W_{K}^{ux}\left(-W_{2K}^{u}\right)\right]$$

$$=\frac{1}{2}\left[F_{even}(u)-F_{odd}(u)W_{2K}^{u}\right]$$

快速傅里叶变换(FFT)

得到FFT的第二个公式

$$F(u+K)=\frac{1}{2}\left[F_{even}(u)-F_{odd}(u)W_{2K}^{u}\right]$$

该公式说明F(u+K)可以通过奇部和偶部之差来计算

快速傅里叶变换(FFT)

- 最后得到FFT的二个公式

$$F(u)=\frac{1}{2}\left[F_{even}(u)+F_{odd}(u)W_{2K}^{u}\right]$$

$$F(u+K)=\frac{1}{2}\left[F_{even}(u)-F_{odd}(u)W_{2K}^{u}\right]$$

快速傅里叶变换(FFT)

- 分析这些表达式得到如下一些有趣的特性：
  - ✓ 一个M个点的变换，能够通过将原始表达式分成两个部分来计算
  - ✓ 通过计算两个（M/2）个点的变换。得 $F_{even}(u)$ 和 $F_{odd}(u)$
  - ✓ 奇部与偶部之和得到F(u)的前(M/2)个值
  - ✓ 奇部与偶部之差得到F(u)的后(M/2)个值。且不需要额外的变换计算

快速傅里叶变换(FFT)

- 归纳快速傅立叶变换的思想：

（1）通过计算两个单点的DFT，来计算两个点的DFT，

（2）通过计算两个双点的DFT，来计算四个点的DFT，…，以此类推

（3）对于任何$N=2^m$的DFT的计算，通过计算两个N/2点的DFT，来计算N个点的DFT

快速傅里叶变换(FFT)

- FFT算法基本思想

FFT算法举例：

设：有函数$f(x)$，其$N = 2^3 = 8$，有：

$\{f(0), f(1), f(2), f(3), f(4), f(5), f(6), f(7)\}$

计算：

$\{F(0), F(1), F(2), F(3), F(4), F(5), F(6), F(7)\}$

快速傅里叶变换(FFT)

- FFT算法举例

首先分成奇偶两组：

有：{ f(0)， f(2)， f(4)， f(6) }

{ f(1)， f(3)， f(5)， f(7) }

为了利用递推特性，再分成两组：

有： { f(0)， f(4) }， { f(2)， f(6) }

{ f(1)， f(5) }， { f(3)， f(7) }

快速傅里叶变换(FFT)

- FFT算法实现

  ✓ 对输入数据的排序可根据一个简单的位对换规则进行

  - 如用x表示f(x)的1个自变量值，那么它排序后对应的值可通过把x表示成二进制数并对换各位得到
  - 例如$N=2^3$, f(6)排序后为f(3), 因为$6=110_2$而$011_2=3$

  ✓ 把输入数据进行了重新排序，则输出结果是正确的次序。反之不把输入数据进行排序，则输出结果需要重新排序才能得到正确的次序

快速傅里叶变换(FFT)

- FFT算法实现

  地址的排序：——按位倒序规则

  例如：$N = 2^3 = 8$

原地址	原顺序	新地址	新顺序
000	f(0)	000	f(0)
001	f(1)	100	f(4)
010	f(2)	010	f(2)
011	f(3)	110	f(6)
100	f(4)	001	f(1)
101	f(5)	101	f(5)
110	f(6)	011	f(3)
111	f(7)	111	f(7)

快速傅里叶变换(FFT)

- FFT算法实现——几个关键点

2）计算顺序及地址增量：2^n　　$n = 0, 1, 2\ldots$

地址+1	地址+2	地址+4
$f(0)$	$F_2(0)$	$F_4(0)$
$f(4)$	$F_2(4)$	$F_4(4)$
$f(2)$	$F_2(2)$	$F_4(2)$
$f(6)$	$F_2(6)$	$F_4(6)$
$f(1)$	$F_4(1)$	$F_4(1)$
$f(5)$	$F_2(5)$	$F_4(5)$
$f(3)$	$F_2(3)$	$F_4(3)$
$f(7)$	$F_2(7)$	$F_4(7)$

数字图像处理（5）

任何问题？