



安徽大学
人工智能学院
School of Artificial Intelligence
Anhui University

《自动控制原理》报告

实验五：线性系统频率响应

学 院 人 工 智 能 学 院

专 业 机 器 人 工 程

姓 名 学 号 黄 敏 WA2224108

姓 名 学 号 张 瑜 晨 WA2224078

姓 名 学 号 郭 义 月 WA22204013

指 导 老 师 赵 冬

课 程 编 号 ZH52164

课 程 学 分 1

提 交 日 期 2024.12.24

目 录

一、实验目的及内容	3 -
1.1 实验目的	3 -
1.2 实验原理	3 -
1.3 实验内容	3 -
1.4 实验要求	4 -
二、任务 1：题目一的求解	4 -
2.1 理论计算稳态输出和稳态误差	4 -
2.2 利用 MATLAB 绘制系统的稳态输出响应和稳态误差响应	5 -
三、任务 2：题目二的求解	7 -
3.1 理论分析传递函数的对数幅频渐近特性	7 -
当 $G_1(s) = \frac{100}{s(s^2 + 2s + 3)(3s + 2)}$ 时	7 -
当 $G_2(s) = \frac{100(s+1)}{s(s^2 + 2s + 3)(s^2 + 4s + 5)}$ 时	8 -
当 $G_3(s) = \frac{10(s+1)}{s(s+2)(s+3)(s+4)(s+5)}$ 时	9 -
3.2 利用 MATLAB 绘制传递函数的对数幅频渐近特性	11 -
四、实验总结	14 -

一、实验目的及内容

1.1 实验目的

- (1) 深入理解线性系统的频率特性
- (2) 掌握 MATLAB 实现频率特性的程序语句

1.2 实验原理

(1) 频率特性：频率特性是描述线性系统在正弦信号作用下的稳态输出与输入之间关系的特性。分为幅频特性和相频特性，当系统稳定，则输入与输出同频率，输入与误差同频率。

(2) 奈奎斯特曲线：

奈奎斯特曲线是复数坐标系，反应频率特性。

在 MATLAB 中语句：`nyquist(num,den)`或 `nyquist(num,den,w)`, $w=\text{logspace}(w1,w2,p)$

(3) 伯德图：

伯德图是半对数坐标系，反应对数频率特性。

在 MATLAB 中语句：`bode(num,den)`或 `bode(num,den,w)`, $w=\text{logspace}(w1,w2,p)$

若指定幅值与相角范围：`[mag,phase,w]=bode(num,den,w)`

其中，`mag,phase` 表示频率响应的幅值与相角， $\text{mag}=20\log_{10}(\text{mag})$

`semilogx(w, 20log10(mag))`, `semilogx(w,phase)`

对数幅频渐近特性：`[x,y]=bd_asymp(sys, w)`, `semilogx(x,y)`

1.3 实验内容

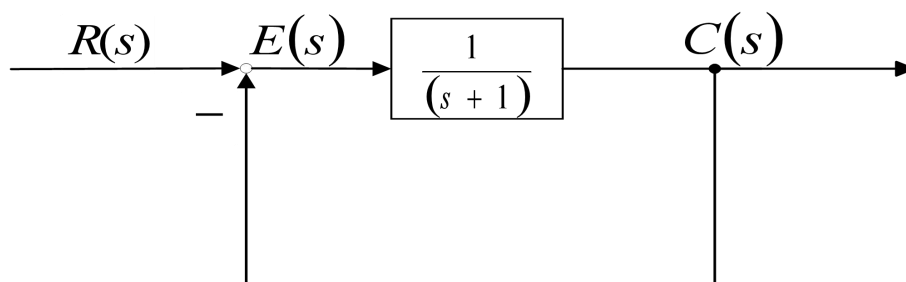
1. 系统结构图如图所示，试根据频率特性的物理含义，求在下列输入信号作用下系统的稳态输出 $c_{ss}(t)$ 和稳态误差 $e_{ss}(t)$ 。

● $r(t) = \sin 2t$

● $r(t) = \sin(t + 30^\circ) - 2\cos(2t - 45^\circ)$

要求：(1) 理论计算系统的稳态输出 $c_{ss}(t)$ 和稳态误差 $e_{ss}(t)$ ；

(2) 利用 MATLAB 绘制系统的稳态输出响应和稳态误差响应。



2. 绘制如下传递函数的对数幅频渐近特性曲线：

$$\bullet G(s) = \frac{100}{s(s^2+2s+3)(3s+2)}$$

$$\bullet G(s) = \frac{100(s+1)}{s(s^2+2s+3)(s^2+4s+5)}$$

$$\bullet G(s) = \frac{10(s+1)}{s(s+2)(s+3)(s+4)(s+5)}$$

要求：（1）理论分析传递函数的对数幅频渐近特性；

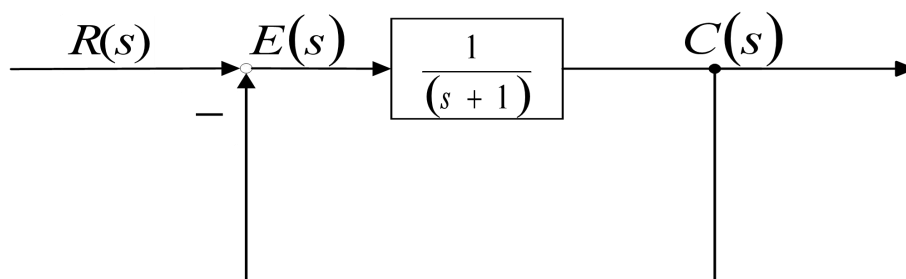
（2）利用 MATLAB 绘制传递函数的对数幅频渐近特性。

1.4 实验要求

1. 对系统进行详细的频率特性分析
2. 列写利用 MATLAB 实现频率特性的程序语句
3. 根据 MATLAB 绘制的响应曲线，分析系统的性能

二、任务 1：题目一的求解

2.1 理论计算稳态输出和稳态误差



题目一的系统结构图

$$\text{输入输出: } \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{s+2}, \frac{C(j\omega)}{R(j\omega)} = \frac{1}{j\omega+2} = \frac{1}{\sqrt{4+\omega^2}} \angle(-\arctan \frac{\omega}{2})$$

输入误差: $\frac{E(s)}{R(s)} = \frac{s+1}{s+2}, \frac{E(j\omega)}{R(j\omega)} = \frac{j\omega+1}{j\omega+2} = \frac{\sqrt{1+\omega^2}}{\sqrt{4+\omega^2}} \angle(\arctan\omega - \arctan\frac{\omega}{2})$

●当 $r(t) = \sin 2t$ 时,

$$c_{ss}(t) = 0.345\sin(2t - 45^\circ), \quad e_{ss}(t) = 0.791\sin(2t + 18.43^\circ)$$

●当 $r(t) = \sin(t + 30^\circ) - 2\cos(2t - 45^\circ)$ 时,

$$c_{ss}(t) = 0.447\sin(t + 3.43^\circ) - 0.707\sin 2t, \quad e_{ss}(t) = 0.632\sin(t + 48.43^\circ) - 1.$$

$$581\cos(2t - 45^\circ)$$

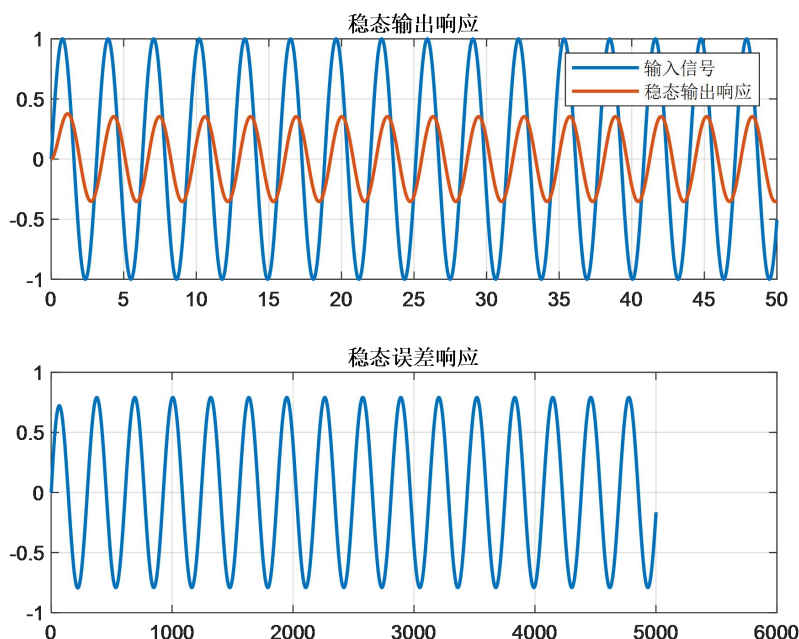
2.2 利用 MATLAB 绘制系统的稳态输出响应和稳态误差响应

(1) 当 $r(t) = \sin 2t$ 时

MATLAB 代码:

```
t=0:0.01:50;
r1=sin(2*t);
G=tf([1],[1,1]);
sys=feedback(G,1);subplot(2,1,1);
c=lsim(sys,r1,t,0);
plot(t,r1,t,c,LineWidth=1.5);
legend('输入信号','稳态输出响应'); title('稳态输出响应')
grid on;subplot(2,1,2);
e=r1-c';plot(e,LineWidth=1.5);
title('稳态误差响应')grid on;
```

实验结果:

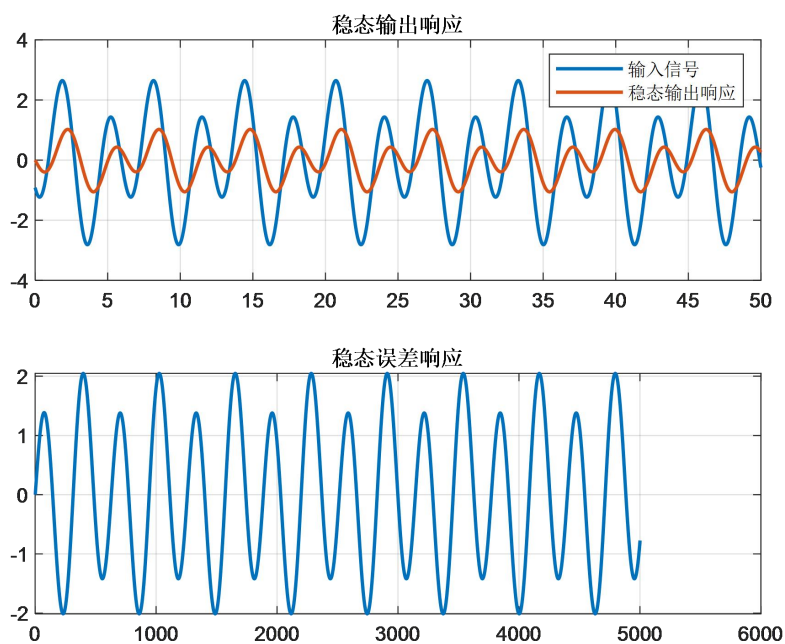


(2) 当 $r(t) = \sin(t + 30^\circ) - 2\cos(2t - 45^\circ)$ 时

MATLAB 代码:

```
t=0:0.01:50;  
r2=sin(t+pi/6)-2*cos(2*t-pi/4);  
G=tf([1],[1,1]);  
sys=feedback(G,1);  
subplot(2,1,1);  
c=lsim(sys,r2,t,0);  
plot(t,r2,t,c,LineWidth=1.5);  
legend('输入信号','稳态输出响应')  
title('稳态输出响应')  
grid on;  
subplot(2,1,2);  
e=r1-c';  
plot(e,LineWidth=1.5);  
title('稳态误差响应')  
grid on;
```

实验结果:



三、任务 2：题目二的求解

3.1 理论分析传递函数的对数幅频渐近特性

当 $G_1(s) = \frac{100}{s(s^2 + 2s + 3)(3s + 2)}$ 时

(1) 开环系统典型环节分解：系统包括：积分环节，二阶震荡环节，惯性环节

(2) 确定各典型一阶环节与二阶环节的交接频率，分别为 $1/T$ 和 ω_n ，求出最小交接频率 ω_{\min} ，其中，震荡环节的交接频率 $\omega = \sqrt{3}$ ，惯性环节的交接频率 $\omega = 1/T = 2/3$ ，最小交接频率为 $\omega_{\min} = 2/3$

(3) 绘制低频段 $\omega < \omega_{\min}$ 时的渐近线，当 $\omega < \omega_{\min}$ 时，将典型环节都化成尾一的形式，此时 $K = 100/6 = 16.7$ ，积分环节斜率为-20，低频段内渐进特性曲线与 ω 的交点为 $K/\omega_0 = 1$ ，即 $(\omega_0, 0)$ 位于低频渐近线的延长线上

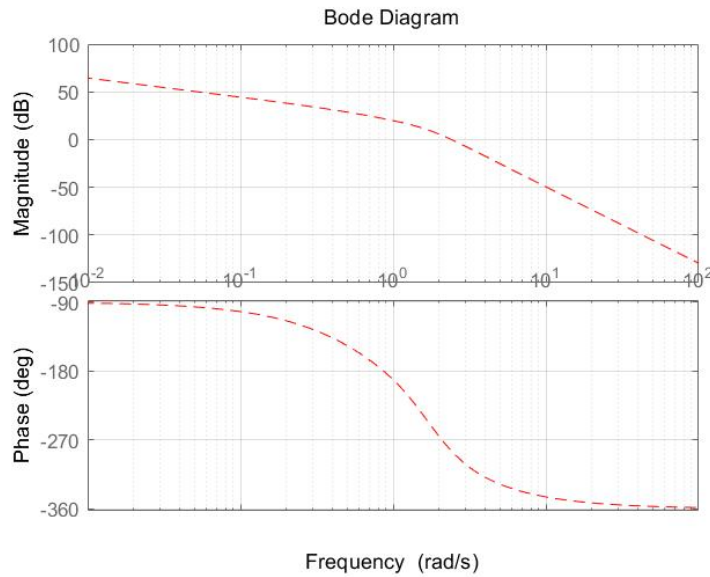
(4) 从最小交接频率开始，以低频渐近线为基准，按照从低频到高频的顺序，做两个相邻交接频率间的直线：最小交接频率为 $\omega_{\min} = 2/3$ ，对应惯性环节，此时渐近线斜率减小 20dB/dec，此时斜率为-40dB/dec。

(5) 震荡环节对应的交接频率为 $\sqrt{3}$ ，渐近线斜率再减小 20dB/dec，此时斜率为 80dB/dec，震荡环节 $\zeta = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0.577 < 0.707$ ，需要进行修正，

$$\omega_r = \omega_n \sqrt{1 - 2\zeta^2} = 1$$

$$20\lg M_r = 20\lg \frac{1}{2\zeta \sqrt{1 - \zeta^2}} = 3.52$$

(6) 按照从低频到高频的顺序，做两个相邻交接频率间的直线。结合以上分析，利用 matlab 绘制 $G_1(s)$ 的伯德图如下图所示：



当 $G_2(s) = \frac{100(s+1)}{s(s^2+2s+3)(s^2+4s+5)}$ 时

(1) 开环系统典型环节分解：系统包括：积分环节，两个二阶震荡环节，一个一阶微分环节。

(2) 确定两个二阶震荡环节与一个一阶微分环节的交接频率，分别为 ω_n 与 $1/T$ ，求出最小交接频率 ω_{\min} ，其中，震荡环节的交接频率 $\omega = \sqrt{3}$ 与 $\omega = \sqrt{5}$ ，微分环节的交接频率 $\omega = 1$ ，最小交接频率为 $\omega_{\min} = 1$ 。

(3) 绘制低频段 $\omega < \omega_{\min}$ 时的渐近线，当 $\omega < \omega_{\min}$ 时，将典型环节都化成尾一的形式，此时 $K = 100 / (3 \cdot 5) = 6.67$ ，积分环节斜率为 -20，低频段内渐进特性曲线与 ω 的交点为 $K / \omega_0 = 1$ ，即 $\omega_0 = K$ ，可得 $(\omega_0, 0)$ 位于低频渐近线的延长线上

(4) 从最小交接频率开始，以低频渐近线为基准，按照从低频到高频的顺序，做两个相邻交接频率间的直线：最小交接频率为 $\omega_{\min} = 1$ ，对应微分环节，此时渐近线斜率增大 20dB/dec，此时斜率为 0dB/dec。

(5) 按照交接频率从小到大的顺序，第二个震荡环节对应的交接频率为 $\sqrt{3}$ ，渐近线斜率减小 40dB/dec，此时斜率为 -40dB/dec，交接频率为 $\sqrt{3}$ 对应的震荡环节

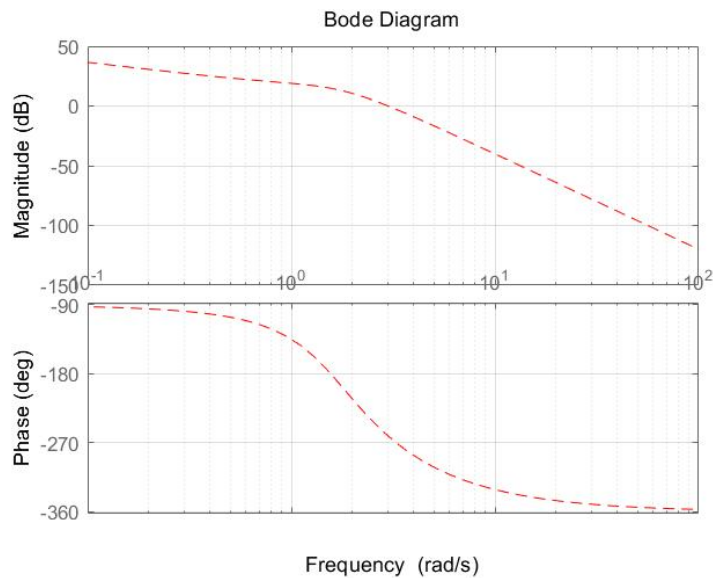
$\zeta = 1/\sqrt{3} = 0.577 < 0.707$ ，需要进行修正，

$$\omega_r = \omega_n \sqrt{1 - 2\zeta^2} = 1$$

$$20\lg M_r = 20\lg \frac{1}{2\zeta \sqrt{1 - \zeta^2}} = 3.52$$

(6) 第三个环节仍是震荡环节，交接频率为 $\sqrt{5}$ ，斜率再减小 40dB/dec，此时斜率为-80dB/dec，交接频率为 $\sqrt{5}$ 对应的震荡环节 $\zeta = 2/\sqrt{5} = 0.894 > 0.707$ ，此时不需要进行修正

(7) 按照从低频到高频的顺序，做两个相邻交接频率间的直线。结合以上分析，利用 matlab 绘制 $G_2(s)$ 的伯德图如下图所示：



当 $G_3(s) = \frac{10(s+1)}{s(s+2)(s+3)(s+4)(s+5)}$ 时

(1) 开环系统典型环节分解：系统包括：积分环节，四个惯性环节，一个一阶微分环节。

(2) 确定四个惯性环节与一个一阶微分环节的交接频率 $1/T$ ，求出最小交接频率 ω_{\min} ，其中，四个惯性环节的交接频率分别为 $\omega = 2, 3, 4, 5$ ，微分环节的交接频率 $\omega = 1$ ，最小交接频率为 $\omega_{\min} = 1$ 。

(3) 绘制低频段 $\omega < \omega_{\min}$ 时的渐近线，当 $\omega < \omega_{\min}$ 时，将典型环节都化成尾一的形式，此时 $K = 100 / (2 * 3 * 4 * 5) = 0.083$ ，积分环节斜率为-20，低频段内渐进特性曲线与 ω 的交点为 $K / \omega_0 = 1$ ，即 $\omega_0 = K$ ，可得 $(\omega_0, 0)$ 位于低频渐近线的延长线上。

(4) 从最小交接频率开始，以低频渐近线为基准，按照从低频到高频的顺序，做两个相邻交接频率间的直线：最小交接频率为 $\omega_{\min} = 1$ ，对应微分环节，此时渐近线斜率增大 20dB/dec，此时斜率为 0dB/dec。

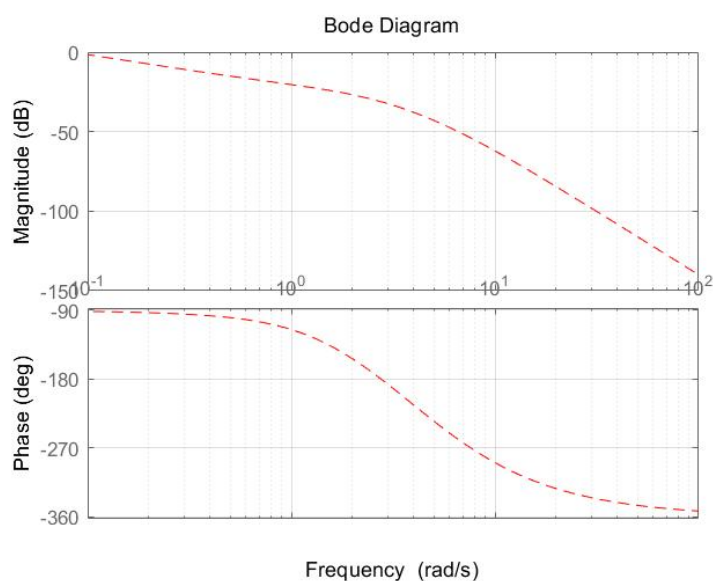
(5) 按照交接频率从小到大的顺序，第一个惯性环节对应的交接频率为 2，渐近线斜率减小 20dB/dec，此时斜率为-20dB/dec。

(6) 按照交接频率从小到大的顺序，第二个惯性环节对应的交接频率为 3，渐近线斜率减小 20dB/dec，此时斜率为-40dB/dec。

(7) 按照交接频率从小到大的顺序，第三个惯性环节对应的交接频率为 4，渐近线斜率减小 20dB/dec，此时斜率为-60dB/dec。

(8) 按照交接频率从小到大的顺序，第四个惯性环节对应的交接频率为 5，渐近线斜率减小 20dB/dec，此时斜率为-80dB/dec。

(9) 按照从低频到高频的顺序，做两个相邻交接频率间的直线。结合以上分析，利用 matlab 绘制 $G_3(s)$ 的伯德图如下图所示：



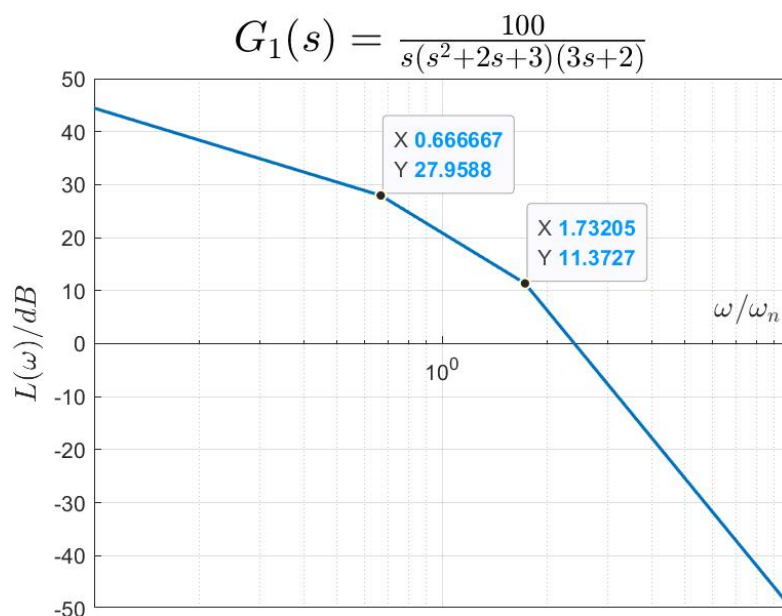
3.2 利用 MATLAB 绘制传递函数的对数幅频渐近特性

Matlab 程序:

```
G1 = tf(100,conv([1,2,3],[3,2,0]));
bode(G1,'r--');
ax = gca;
ax.XAxisLocation = 'origin';
ax.YAxisLocation = 'origin';
figure;
w=10e-2:0.01:10;
[x1,y1]=bd_asymp(G1,w);
semilogx(x1,y1,"LineWidth",1.5),grid on;
ax = gca;
ax.XAxisLocation = 'origin';
ax.YAxisLocation = 'origin';
xlabel('$\omega/\omega_n$', 'fontsize',14, 'Interpreter', 'latex');
ylabel('$L(\omega)/dB$', 'fontsize',14, 'Interpreter', 'latex');
title('$G_1(s)=\frac{100}{s(s^2+2s+3)(3s+2)}$', 'fontsize',20, 'Interpreter', 'latex')
```

运行结果:

由对数幅频渐进特性曲线可得, 最小转折频率为 0.667, 即 $\frac{2}{3}$, 对应的是惯性环节, 斜率从-20 减小到-40, 第二个转折频率为 1.732, 即 $\sqrt{3}$, 对应震荡环节, 斜率从-40 减小到-80, 这与第一问理论分析的结果相吻合。



Matlab 程序

```
figure;
```

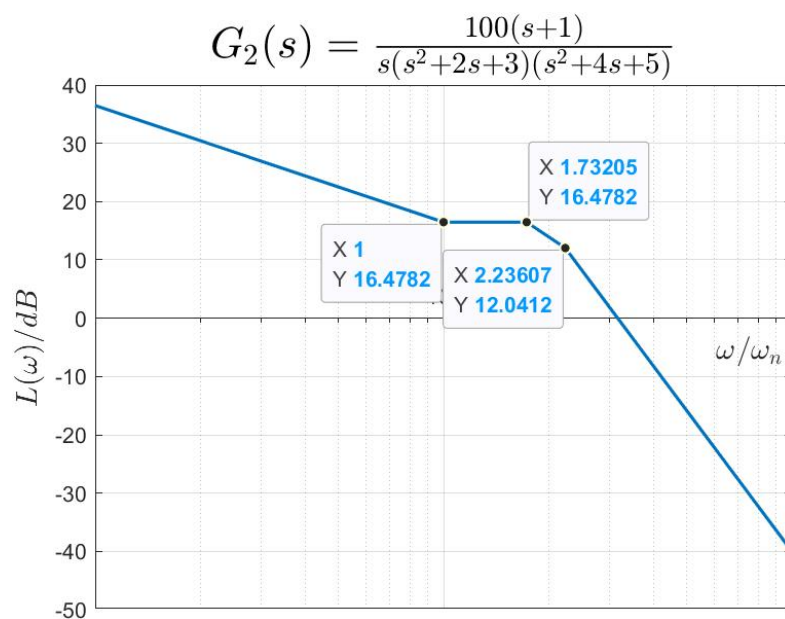
```

G2 = tf([100,100],conv([1,2,3,0],[1,4,5]));
bode(G2,'r--');
ax = gca;
ax.XAxisLocation = 'origin';
ax.YAxisLocation = 'origin';
grid on;
figure;
w=10e-2:0.01:10;
[x2,y2]=bd_asymp(G2,w);
semilogx(x2,y2,"LineWidth",1.5),grid on;
ax = gca;
ax.XAxisLocation = 'origin';
ax.YAxisLocation = 'origin';
xlabel('$\omega/\omega_n$', 'fontsize',14, 'Interpreter', 'latex');
ylabel('$L(\omega)/dB$', 'fontsize',14, 'Interpreter', 'latex');
title('$G_2(s)=\frac{100(s+1)}{s(s^2+2s+3)(s^2+4s+5)}$', 'fontsize',20,
'Interpreter', 'latex')

```

运行结果：

由对数幅频渐进特性曲线可得，最小转折频率为 1，对应的是微分环节，斜率从 -20 增大到-0，第二个转折频率为 1.732，即 $\sqrt{3}$ ，对应震荡环节，斜率从 0 减小到-40，第三个转折频率为 2.236，即 $\sqrt{5}$ ，对应震荡环节，斜率从-40 减小到-80，这与第一问中理论分析的结果相吻合。



Matlab 程序：

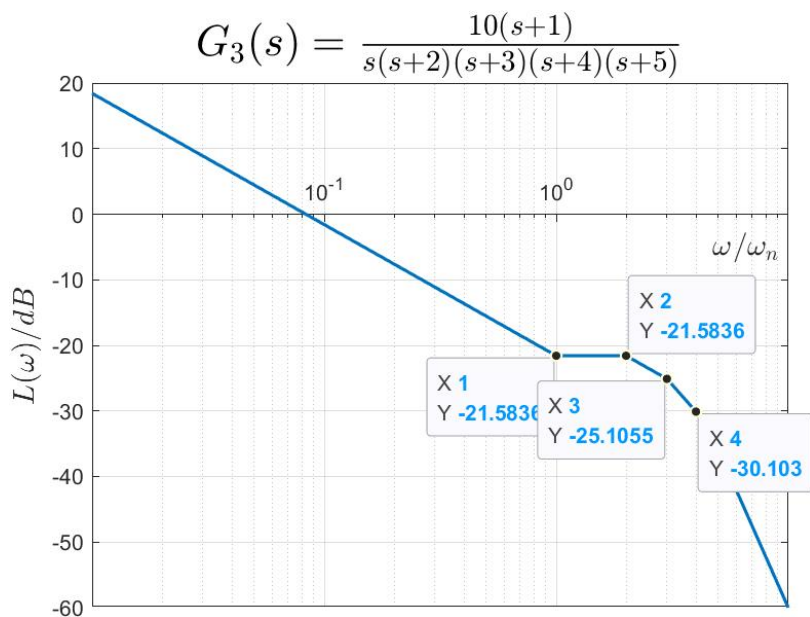
```

figure;
syms s;
p = s*(s+2)*(s+3)*(s+4)*(s+5); %定义多项式 p
a = sym2poly(p); %求多项式 p 的系数
G3 = tf([10,10],a);
bode(G3,'r--');
ax = gca;
ax.XAxisLocation = 'origin';
ax.YAxisLocation = 'origin';
grid on;
figure;
w=10e-3:0.01:10;
[x3,y3]=bd_asymp(G3,w);
semilogx(x3,y3,"LineWidth",1.5),grid on;
ax = gca;
ax.XAxisLocation = 'origin';
ax.YAxisLocation = 'origin';
xlabel('$\omega/\omega_n$', 'fontsize',14, 'Interpreter','latex');
ylabel('$L(\omega)/dB$', 'fontsize',14, 'Interpreter','latex');
title('$G_3(s)=\frac{10(s+1)}{s(s+2)(s+3)(s+4)(s+5)}$', 'fontsize',20, 'Interpreter','latex')

```

运行结果:

由对数幅频渐进特性曲线可得, 最小转折频率为 1, 对应的是微分环节, 斜率从 -20 增大到 -0, 第二个转折频率为 2, 对应惯性环节, 斜率从 0 减小到 -20, 第三个转折频率为 3, 对应惯性环节, 斜率从 -20 减小到 -40, 第四个转折频率为 4, 对应惯性环节, 斜率从 -40 减小到 -60, 第五个转折频率为 5, 对应惯性环节, 斜率从 -60 减小到 -80, 这与第一问中理论分析的结果相吻合。



四、实验总结

(1) 本次实验加深了对线性系统频率响应的理解，有助于更好地掌握线性系统的特性。

(2) 在任务 1 中，计算了系统的稳态输出和稳态误差，在任务 2 中，理论分析了传递函数的对数幅频渐近特性。

(3) 实验中进一步学习了 MATLAB 的使用，包括代码的编写、伯德图的绘制，以及图形的美化处理（如坐标轴标注、图例和线条样式设置），使图像更加直观和清晰。