《自动控制原理》报告

实验二：控制系统稳定性及响应曲线绘制

学　院　人工智能学院

专　业　机器人工程

姓名学号　**郭义月 WA2224013**

姓名学号　**张瑜晨 WA2224078**

姓名学号　**黄敏 WA2224108**

指导老师　赵冬

课程编号　ZH52164

课程学分　1

提交日期　2024.12.9

目 录

一、实验目的及内容

1.1 实验目的

（1）学会二阶系统中参数的计算方法。

（2）研究参数调整（如a值、β值、前向K等）对控制系统性能的作用，了解不同参数对系统稳定性、响应速度的影响规律。

（3）利用 MATLAB，不同参数条件下的单位阶跃响应和单位速度响应曲线，通过绘制曲线验证理论分析，评估参数变化对系统动态性能的具体影响。

1.2 实验原理

1. 本实验研究的是一个典型的二阶系统。对于这种系统，当输入信号为单位阶跃时，系统能够实现无稳态误差，即输出最终能够完全跟随输入信号；但当输入信号为单位速度信号时，系统会产生有限的稳态误差。系统的动态性能（如响应速度、超调量和振荡特性）取决于系统的阻尼比ξ和自然频率ω_n，同时，参数a和增益K的调整会影响系统的稳定性和误差大小。

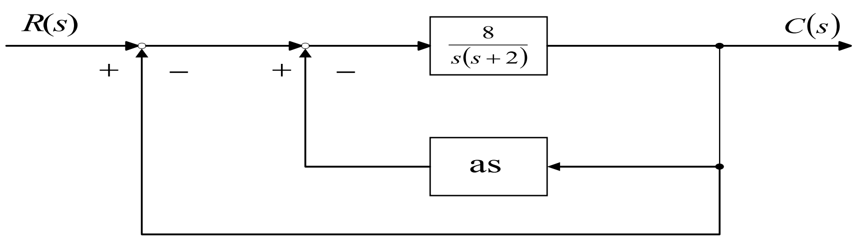
2. 求传递函数:用 tf()来建立控制系统的传递函数模型，用 series()来串联传递函数。两个环节反馈连接后，其等效传递函数用 feedback()函数求得。

3. 绘制响应曲线:使用 step 函数计算阶跃响应，lism 函数计算速度、加速度响应，使用 plot 函数绘制时间响应 y 随时间 t 的变化。

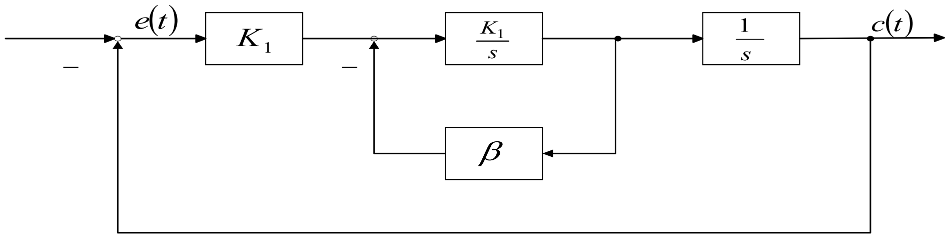
4. 绘制误差曲线：输入减去输出即可得到误差，使用 plot 函数绘制。

1.3 实验内容

● 系统如图所示，要求：(1) 当$\boldsymbol{a}$=$\mathbf{0}$时，确定系统的阻尼比$\boldsymbol{\xi}$、自然频率$\boldsymbol{\omega_n}$和单位速度信号时系统的稳态误差$\boldsymbol{e_ss}$（∞）；(2) 当$\boldsymbol{\xi}$=$\mathbf{0.7}$时，确定参数$\boldsymbol{a}$值及单位速度输入时系统的稳态误差$\boldsymbol{e_ss}$（∞）；(3) 在保证$\boldsymbol{\xi}$=$\mathbf{0.7}$和$\boldsymbol{e_ss}$（∞）=$\mathbf{0.25}$条件下，确定参数$\boldsymbol{a}$及前向通道增益$\boldsymbol{K}$；(4) 利用 MATLAB 绘制不同$\boldsymbol{a}$值下的系统单位阶跃响应曲线；(5) 根据单位阶跃曲线讨论$\boldsymbol{a}$值大小对系统动态性能的影响。



● 设控制系统如图所示，其中K_1，K_2为正常数，β为非负常数。要求：(1) 分析β值对系统稳定性的影响；(2) 分析β值对系统阶跃响应动态性能的影响；(3) 分析β值对系统速度信号输入时稳态误差的影响；(4) 当$K_1 = 10$，$K_2 = 1$时，利用MATLAB绘制不同β值下(选四组)的系统单位阶跃响应曲线，并根据单位阶跃曲线讨论β值大小对系统动态性能的影响；(5) 当$K_1 = 10$，$K_2 = 1$时，利用MATLAB绘制不同β值下(选两组)的系统单位速度响应曲线，根据单位速度曲线讨论β值大小对系统稳态性能的影响。



1.4 实验要求

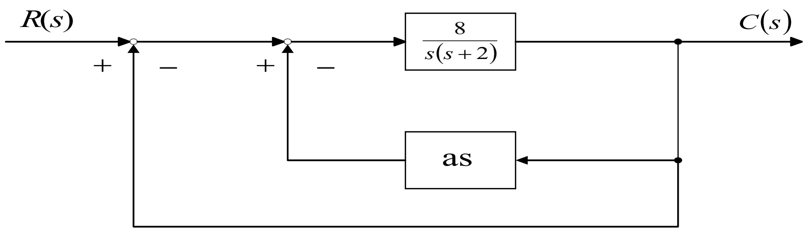
1. 对系统进行详细的动态与稳态性能分析

2. 列写利用 MATLAB 实现单位阶跃响应及单位速度响应的程序语句

3. 根据 MATLAB 绘制的响应曲线，分析系统的动态与稳态性能

二、任务 1：题目一的求解

2.1 当$a = 0$时，确定系统的ξ、ω_n和$e_{ss}(\infty)$



题目一的系统结构图

当$a = 0$时，该系统为单位负反馈系统，开环传递函数为

$$G(s) = \frac{8}{s(s+2)}$$

系统的闭环传递函数为

$$\Phi(s)=\frac{G(s)}{1+G(s)}=\frac{8}{s^2+2s+8}$$

对照二阶系统的闭环传递函数$\Phi(s)=\dfrac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$，可得$\omega_n^2=8$，$2\zeta\omega_n=2$，可得$\omega_n=\sqrt{8}=2.83$，$\zeta=0.35$。

当输入为单位速度信号时，系统为 1 型，输入的幂次为 1，系统误差为有限值。

$$K_v=\lim_{s\to 0}sG(s)=\lim_{s\to 0}s\frac{8}{s(s+2)}=4$$

此时，$e_{ss}=\dfrac{1}{K_v}=\dfrac{1}{4}=0.25$

2.2当$\xi=0.7$时，确定参数a值及$e_{ss}(\infty)$

此时，由梅森增益公式，可得系统的闭环传递函数$\Phi(s)=\dfrac{8}{s^2+(8a+2)s+8}$，可得$\omega_n^2=8$，$2\zeta\omega_n=8a+2$，可得$a=\dfrac{2.83\zeta-1}{4}=0.245$，此时开环传递函数

$$G(s)=\frac{\Phi(s)}{1-\Phi(s)}=\frac{8}{s^2+(8a+2)s}=\frac{8}{s^2+3.96s}$$

当输入为单位速度信号时，系统为 1 型，输入的幂次为 1，系统误差为有限值。

$$K_v=\lim_{s\to 0}sG(s)=\lim_{s\to 0}s\frac{8}{s(s+3.96)}=2.02$$

此时，$e_{ss}=\dfrac{1}{K_v}=\dfrac{1}{2.02}=0.495$

2.3在保证$\xi=0.7$和$e_{ss}(\infty)=0.25$条件下，确定a及K

系统的开环传递函数$G(s)=\dfrac{K}{s(s+2+Ka)}=\dfrac{\omega_n^2}{s(s+2\zeta\omega_n)}$，此时系统为 1 型系统，

$$K_v=\lim_{s\to 0}sG(s)=\lim_{s\to 0}s\frac{K}{s(s+2+Ka)}$$

在单位速度响应的稳态误差$e_{ss}=\dfrac{1}{K_a}=0.25$，得$K_v=4$，即$\dfrac{K}{2+Ka}=4$，可解得

$K = 31.36$， $a = 0.186$， $\omega_n = 5.6$ 。

2.4利用 MATLAB 绘制不同a值下的系统单位阶跃响应曲线

由理论课程知识可知，

（1）当$0 < \zeta < 1$时，有一对负实部的共轭复数根，系统为欠阻尼系统

（2）当$\zeta = 1$时，有两个相等的负实根，系统为临界阻尼状态

（3）当$\zeta > 1$时，有两个不相等的负实根，系统为过阻尼二阶系统

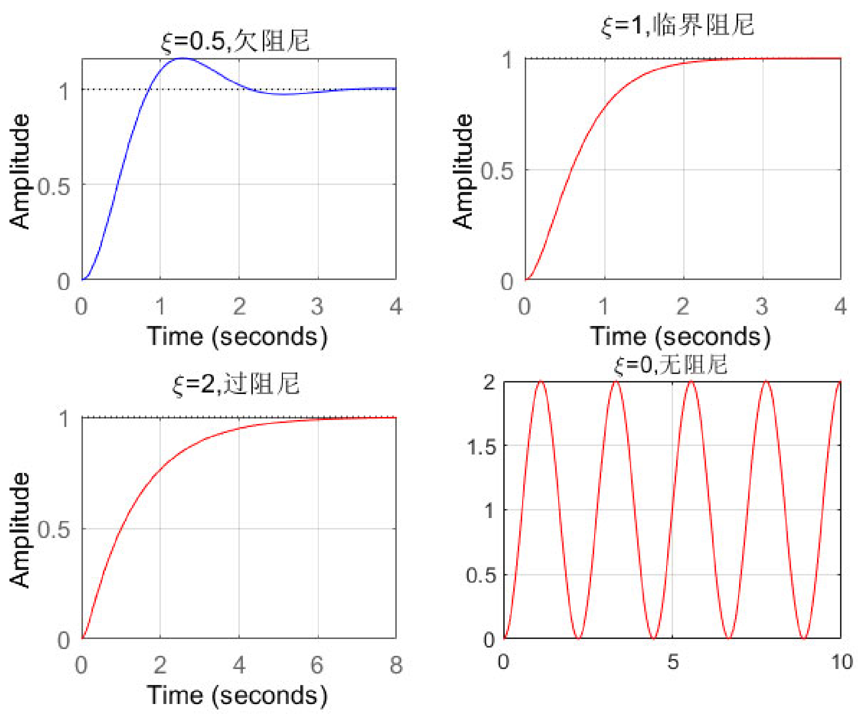
（4）系统为过阻尼二阶系统，当$\zeta = 0$时，有一对纯虚根，为无阻尼二阶系统

MATLAB 代码：

```
clc;clear;close all;
xi = 0.5;%欠阻尼
a = (sqrt(8)*xi-1)/4;
G1 = tf([8],[1,2,0]);
G2 = tf([a,0],[1]);
sys = feedback(G1,G2,-1);
sys2 = feedback(sys,1)
subplot(2,2,1);
step(sys2,'b')
grid on;
title('\xi=0.5,欠阻尼')

xi = 1;%临界阻尼
a = (sqrt(8)*xi-1)/4;
G1 = tf([8],[1,2,0]);
G2 = tf([a,0],[1]);
sys = feedback(G1,G2,-1);
sys2 = feedback(sys,1)
subplot(2,2,2);
step(sys2,'r')
grid on;
title('\xi=1,临界阻尼')

xi = 2;%过阻尼
a = (sqrt(8)*xi-1)/4;
G1 = tf([8],[1,2,0]);
G2 = tf([a,0],[1]);
sys = feedback(G1,G2,-1);
sys2 = feedback(sys,1)
subplot(2,2,3);
step(sys2,'r')
grid on;
```

```
title('\xi=2,过阻尼')

xi = 0;%无阻尼
a = (sqrt(8)*xi-1)/4;
G1 = tf([8],[1,2,0]);
G2 = tf([a,0],[1]);
sys = feedback(G1,G2,-1);
sys2 = feedback(sys,1)
subplot(2,2,4);
t = [0:0.005:10];
[y,x,t] = step(sys2,t);
plot(x,y,'r')
grid on;
title('\xi=0,无阻尼')
```

实验结果：



2.5根据单位阶跃曲线讨论*a*值大小对系统动态性能的影响。

在本系统中，$a=\dfrac{\sqrt{8}\zeta-1}{4}$，所以可得：

（5）当$-\dfrac{1}{4}<a<0.46$时，有一对负实部的共轭复数根，系统为欠阻尼系统

（6）当$a=0.46$时，有两个相等的负实根，系统为临界阻尼状态

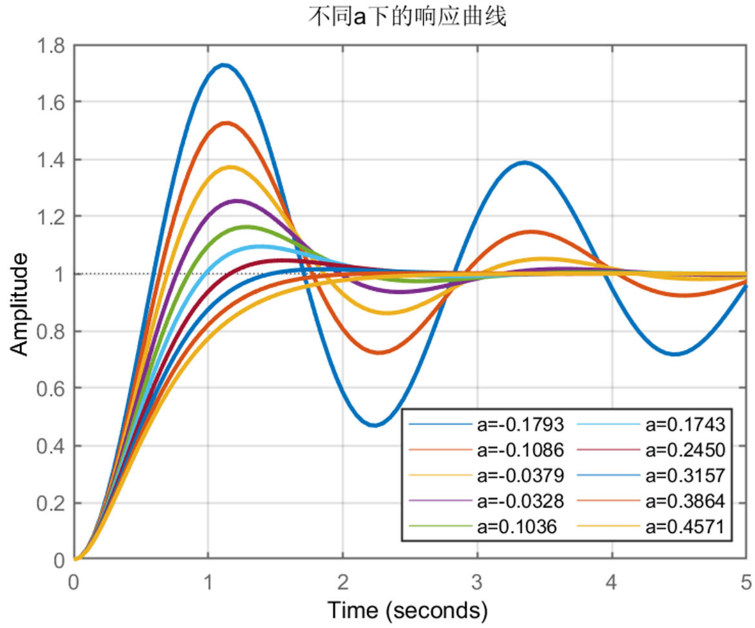
（7）当$a>0.46$时，有两个不相等的负实根，系统为过阻尼二阶系统

（8）系统为过阻尼二阶系统，当$a=-\frac{1}{4}$时，有一对纯虚根，为无阻尼二阶系统在欠阻尼状态下， 即$-\frac{1}{4}<a<0.46$时，讨论 a 的大小对系统动态性能的影响：

Matlab 代码：

```
clc;clear;close all;
xi = 0.1;
a = (sqrt(8)*xi-1)/4
G1 = tf([8],[1,2,0]);
G2 = tf([a,0],[1]);
sys = feedback(G1,G2,-1);
sys0 = feedback(sys,1);
xi = 0.2;
a = (sqrt(8)*xi-1)/4
G1 = tf([8],[1,2,0]);
G2 = tf([a,0],[1]);
sys = feedback(G1,G2,-1);
sys1 = feedback(sys,1);
xi = 0.3;
a = (sqrt(8)*xi-1)/4
G1 = tf([8],[1,2,0]);
G2 = tf([a,0],[1]);
sys = feedback(G1,G2,-1);
sys2 = feedback(sys,1);
xi = 0.4;
a = (sqrt(8)*xi-1)/4
G1 = tf([8],[1,2,0]);
G2 = tf([a,0],[1]);
sys = feedback(G1,G2,-1);
sys3 = feedback(sys,1);
xi = 0.5;
a = (sqrt(8)*xi-1)/4
G1 = tf([8],[1,2,0]);
G2 = tf([a,0],[1]);
sys = feedback(G1,G2,-1);
sys4 = feedback(sys,1);
xi = 0.6;
a = (sqrt(8)*xi-1)/4
G1 = tf([8],[1,2,0]);
G2 = tf([a,0],[1]);
sys = feedback(G1,G2,-1);
sys5 = feedback(sys,1);
xi = 0.7;
a = (sqrt(8)*xi-1)/4
G1 = tf([8],[1,2,0]);
G2 = tf([a,0],[1]);
sys = feedback(G1,G2,-1);
```

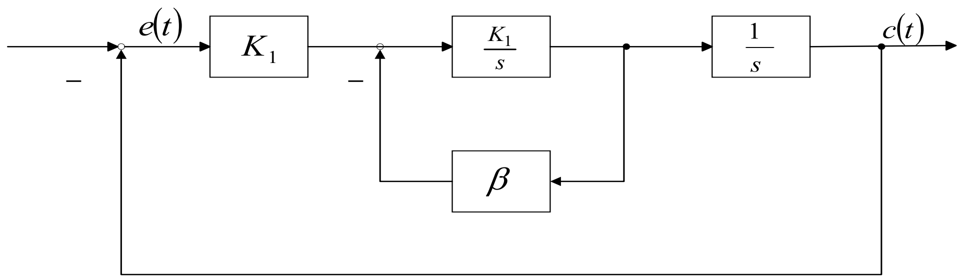
```
sys6 = feedback(sys,1);
xi = 0.8;
a = (sqrt(8)*xi-1)/4
G1 = tf([8],[1,2,0]);
G2 = tf([a,0],[1]);
sys = feedback(G1,G2,-1);
sys7 = feedback(sys,1);
xi = 0.9;
a = (sqrt(8)*xi-1)/4
G1 = tf([8],[1,2,0]);
G2 = tf([a,0],[1]);
sys = feedback(G1,G2,-1);
sys8 = feedback(sys,1);
xi = 1;
a = (sqrt(8)*xi-1)/4
G1 = tf([8],[1,2,0]);
G2 = tf([a,0],[1]);
sys = feedback(G1,G2,-1);
sys9 = feedback(sys,1);
t = [0:0.05:5];
step(sys0, sys1, sys2, sys3, sys4, sys5, sys6, sys7, sys8, sys9, t);
h = findobj(gcf, 'Type', 'Line');
for i = 1:length(h)
    set(h(i), 'LineWidth', 2);
end
set(gca,'LineWidth',1);
axis([0 5 0 1.8]);
lgd = legend('a=-0.1793','a=-0.1086','a=-0.0379','a=-
0.0328','a=0.1036','a=0.1743','a=0.2450','a=0.3157','a=0.3864','a=0.457
1');
lgd.NumColumns = 2;
legendLines = findobj(lgd, 'Type', 'Line');
for i = 1:length(legendLines)
    set(legendLines(i), 'LineWidth', 2);
end
grid on;
title('不同 a 下的响应曲线');
```



由图可知，随着 a 的增大，系统的超调量减小，上升时间增大，调节时间减小。

三、任务 2：题目二的求解

3.1 分析 β 值对系统稳定性的影响



题目二的结构图

系统开环传递函数：

$$G(s)=\frac{K_1K_2}{s(s+K_2\beta)}$$

系统的闭环传递函数为：

$$\Phi(s)=\frac{K_1K_2}{s^2+K_2\beta s+K_1K_2}$$

则系统的特征方程为：

$$D(s)=s^2+K_2\beta s+K_1K_2=0$$

由于是二阶系统，所以当系数同号时，系统便稳定，由于 K_1 与 K_2均为正数，

则，当 $K_2\beta>0$，即$\beta>0$ 时，系统稳定。

3.2 分析β值对系统阶跃响应动态性能的影响

由系统开环传递函数可得：$\omega_n=\sqrt{K_1 K_2}$ ，阻尼比 $\xi=0.5\beta\sqrt{K_2/K_1}$。

当β减小时，阻尼比减小，上升时间减小，超调量增大，调节时间增大。

当β增大时，阻尼比增大，上升时间增大，超调量减小，调节时间减小。

3.3 分析β值对系统速度信号输入时稳态误差的影响

当输入信号为速度信号时，幂次为 1，开环传递函数的型别为 1，则由终值定理可得：稳态误差

系统开环增益：

$$K=\lim_{s\to 0} sG(s)=\lim_{s\to 0}\frac{K_1 K_2}{s+K_2\beta}=\frac{K_1}{\beta}$$

静态速度误差系数：$K_v=K$

可求得稳态误差：

$$e_{ss}=\frac{R}{K_v}=\frac{\beta}{K_1}$$

所以可知，当β减小时，稳态误差减小，反之则增大。

3.4 利用 MATLAB 绘制不同β值下的单位阶跃响应曲线并分析

当 K1=10，K2=1 时，$\xi=0.5\beta\sqrt{1/10}$，

（1）当$0<\xi<1$时，即$0<\beta<6.325$时，系统为欠阻尼二阶系统

（2）当$\xi=1$时，即$\beta=6.325$时，系统为临界阻尼二阶系统

（3）当$\xi>1$时，即$\beta>6.325$时，系统为过阻尼二阶系统

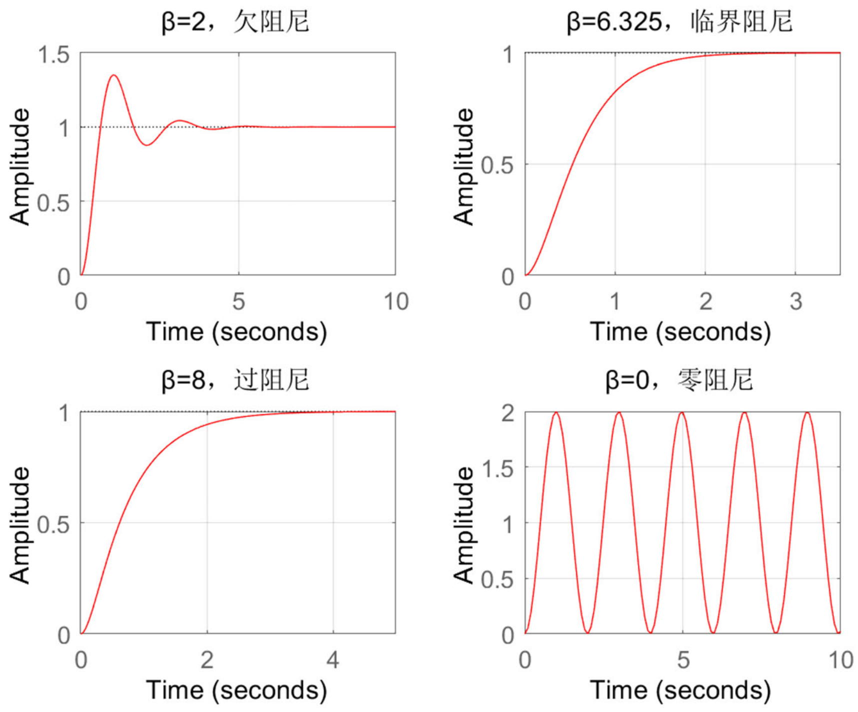
（4）当$\xi=0$时，即$\beta=0$时，系统为零阻尼二阶系统

求单位阶跃响应的 MATLAB 代码：

```
subplot(2,2,1);
k=2;%欠阻尼,振荡收敛
G1=tf([10],[1]);
G2=tf([1],[1 k]);
G3=tf([1],[1 0])
sys1= series (G1,G2);
sys2= series (sys1,G3);
sys = feedback (sys2,1)
t =[0:0.01:10];
step(sys,t,'r')
title('β=2，欠阻尼');
```

```
grid on;
subplot(2,2,2);
k=6.325;%临界阻尼，单增，β=6.325
G1=tf([10],[1]);
G2=tf([1],[1 k]);
G3=tf([1],[1 0])
sys1= series (G1,G2);
sys2= series (sys1,G3);
sys = feedback (sys2,1)
step(sys,'r')
title('β=6.325，临界阻尼');
grid on;
subplot(2,2,3);
k=8;%过阻尼，单调收敛
G1=tf([10],[1]);
G2=tf([1],[1 k]);
G3=tf([1],[1 0])
sys1= series (G1,G2);
sys2= series (sys1,G3);
sys = feedback (sys2,1)
step(sys,'r')
title('β=8，过阻尼');
grid on;
subplot(2,2,4);
k=0;%零阻尼，等幅振荡
G1=tf([10],[1]);
G2=tf([1],[1 k]);
G3=tf([1],[1 0])
sys1= series (G1,G2);
sys2= series (sys1,G3);
sys = feedback (sys2,1)
t =[0:0.1:10];
step(sys,t,'r')
title('β=0，零阻尼');
grid on;
```

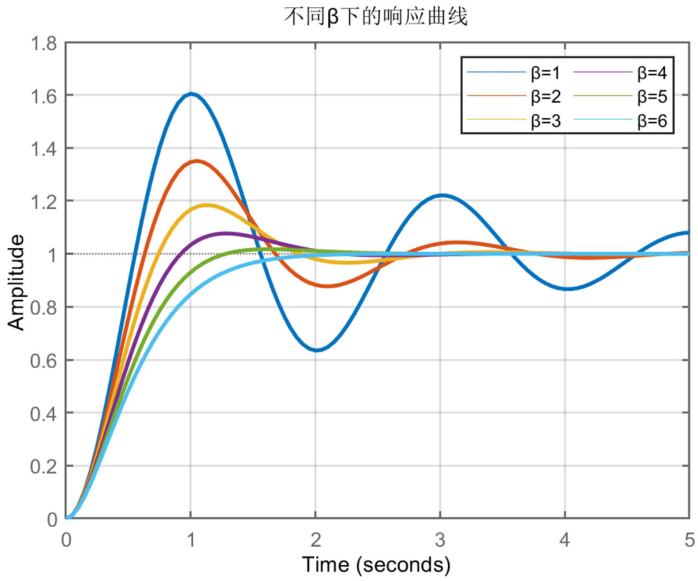
实验结果：



使用 MATLAB 讨论 β 值大小对系统动态性能的影响：

```
k=1;
G1=tf([10],[1]);
G2=tf([1],[1 k]);
G3=tf([1],[1 0]);
sys1= series (G1,G2);
sys2= series (sys1,G3);
sys3= feedback (sys2,1);
k=2;
G1=tf([10],[1]);
G2=tf([1],[1 k]);
G3=tf([1],[1 0]);
sys1= series (G1,G2);
sys2= series (sys1,G3);
sys4= feedback (sys2,1);
k=3;
G1=tf([10],[1]);
G2=tf([1],[1 k]);
G3=tf([1],[1 0]);
sys1= series (G1,G2);
sys2= series (sys1,G3);
sys5 = feedback (sys2,1)
k=4;
G1=tf([10],[1]);
G2=tf([1],[1 k]);
G3=tf([1],[1 0]);
sys1= series (G1,G2);
```

```
sys2= series (sys1,G3);
sys6= feedback (sys2,1);
k=5;
G1=tf([10],[1]);
G2=tf([1],[1 k]);
G3=tf([1],[1 0]);
sys1= series (G1,G2);
sys2= series (sys1,G3);
sys7 = feedback (sys2,1);
k=6;
G1=tf([10],[1]);
G2=tf([1],[1 k]);
G3=tf([1],[1 0]);
sys1= series (G1,G2);
sys2= series (sys1,G3);
sys8= feedback (sys2,1);
t = [0:0.05:5];
step(sys3, sys4, sys5, sys6, sys7, sys8, t);
h = findobj(gcf, 'Type', 'Line');
for i = 1:length(h)
set(h(i), 'LineWidth', 2);
end
set(gca,'LineWidth',1);
axis([0 5 0 1.8]);
lgd = legend('β=1','β=2','β=3','β=4','β=5','β=6');
lgd.NumColumns = 2;
legendLines = findobj(lgd, 'Type', 'Line');
for i = 1:length(legendLines)
set(legendLines(i), 'LineWidth', 2);
end
grid on;
title('不同β下的响应曲线');
```



由图可知，当β增大时，上升时间增大，超调量减小，调节时间减小。

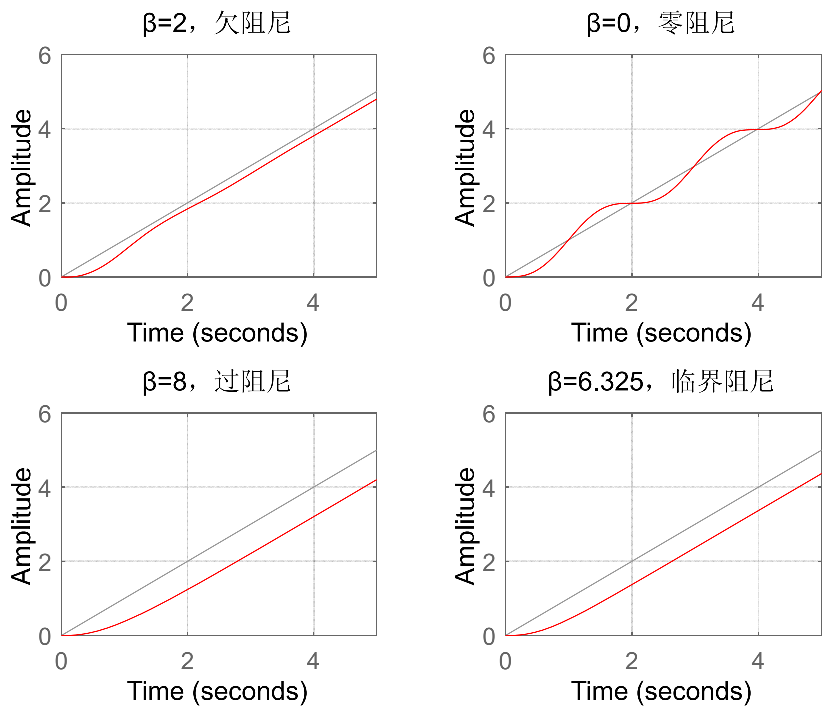
3.5 利用 MATLAB 绘制不同β值下单位速度响应曲线并分析

（1）求单位速度响应 MATLAB 代码：

```
k=2;%欠阻尼
G1=tf([10],[1]);
G2=tf([1],[1 k]);
G3=tf([1],[1 0])
sys1= series (G1,G2);
sys2= series (sys1,G3);
sys = feedback (sys2,1)
t =[0:0.01:5];
u = t;
subplot(2,2,1);
lsim(sys,u,t,'r')
title('β=2，欠阻尼');
grid on;
k=0;%零阻尼
G1=tf([10],[1]);
G2=tf([1],[1 k]);
G3=tf([1],[1 0])
sys1= series (G1,G2);
sys2= series (sys1,G3);
sys = feedback (sys2,1)
t =[0:0.01:5];
u = t;
subplot(2,2,2);
lsim(sys,u,t,'r')
title('β=0，零阻尼');
grid on;

k=8;%过阻尼
G1=tf([10],[1]);
G2=tf([1],[1 k]);
G3=tf([1],[1 0])
sys1= series (G1,G2);
sys2= series (sys1,G3);
sys = feedback (sys2,1)
t =[0:0.01:5];
u = t;
subplot(2,2,3);
lsim(sys,u,t,'r')
title('β=8，过阻尼');
grid on;

k=6.325;%临界阻尼
G1=tf([10],[1]);
```

```
G2=tf([1],[1 k]);
G3=tf([1],[1 0])
sys1= series (G1,G2);
sys2= series (sys1,G3);
sys = feedback (sys2,1)
t =[0:0.01:5];
u = t;
subplot(2,2,4);
lsim(sys,u,t,'r')
title('β=6.325，临界阻尼');
grid on;
```

实验结果：



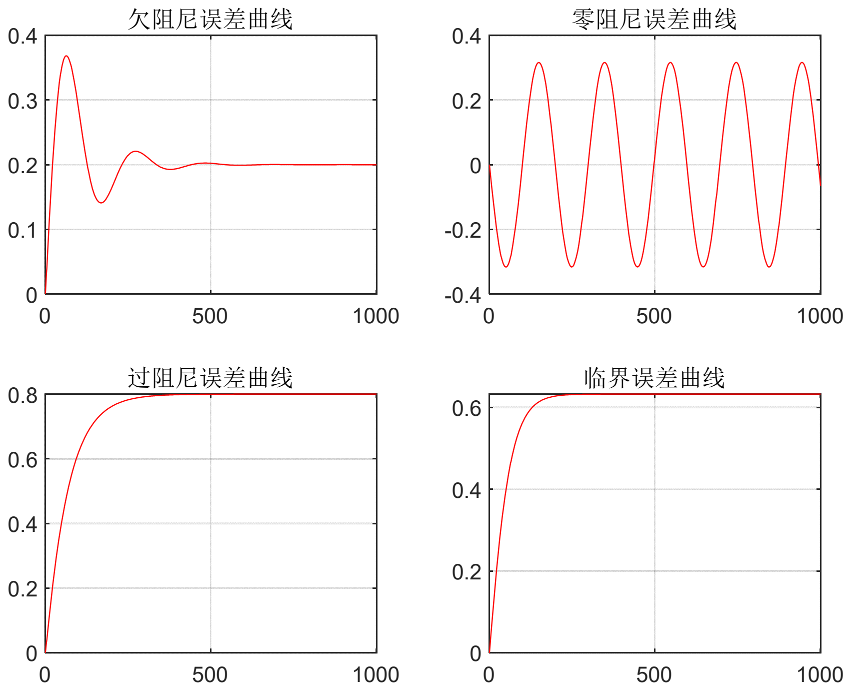
（2）求单位速度响应稳态误差 MATLAB 代码：

```
k=2;%欠阻尼
G1=tf([10],[1]);
G2=tf([1],[1 k]);
G3=tf([1],[1 0]);
sys1= series (G1,G2);
sys2= series (sys1,G3);
sys = feedback (sys2,1)
u = t;
y=lsim(sys,u,t,'r');
grid on;
subplot(2,2,1);
plot(u-y','r')
```

```
grid on
title('欠阻尼误差曲线');

k=0;%零阻尼
G1=tf([10],[1]);
G2=tf([1],[1 k]);
G3=tf([1],[1 0]);
sys1= series (G1,G2);
sys2= series (sys1,G3);
sys = feedback (sys2,1)
u = t;
y=lsim(sys,u,t,'r');
grid on;
subplot(2,2,2);
plot(y'-u,'r')
grid on
title('零阻尼误差曲线');

k=8;%过阻尼
G1=tf([10],[1]);
G2=tf([1],[1 k]);
G3=tf([1],[1 0]);
sys1= series (G1,G2);
sys2= series (sys1,G3);
sys = feedback (sys2,1)
u = t;
y=lsim(sys,u,t,'r');
grid on;
subplot(2,2,3);
plot(u-y','r')
grid on
title('过阻尼误差曲线');

k=2*sqrt(10);%临界阻尼
G1=tf([10],[1]);
G2=tf([1],[1 k]);
G3=tf([1],[1 0]);
sys1= series (G1,G2);
sys2= series (sys1,G3);
sys = feedback (sys2,1)
t =[0:0.01:10];
u = t;
y=lsim(sys,u,t,'r');
grid on;
d = t;
c = y(1:1001)';
subplot(2,2,4);
plot(u-y','r')
grid on
```

```
title('临界误差曲线');
```

实验结果：



由图可知，当β增大时，稳态误差增大，反之则减小。

四、实验总结

（1）本次实验加深了我们对二阶系统动态性能分析的理解，提升了 MATLAB 工具的使用能力，同时培养了对系统特性变化规律的分析和总结能力。通过本次实验，深入学习了二阶系统的动态性能分析，尤其是在欠阻尼情况下系统的响应特性。通过理论推导和 MATLAB 绘图，掌握了系统参数（如阻尼比ξ、自然频率ω_n、增益K等）对系统动态性能的影响规律。

（2）在实验过程中，分别绘制了过阻尼、临界阻尼、无阻尼、欠阻尼情况下的系统响应曲线，对比了不同阻尼条件下的动态特性，直观地观察到系统上升时间、超调量的差异。此外，还通过仿真绘制了系统的稳态误差曲线，分析了单位速度输入时系统的稳态误差规律。

（3）实验中进一步学习了 MATLAB 的使用，包括代码的编写、单位阶跃和单位速度响应的绘制，以及图形的美化处理（如坐标轴标注、图例和线条样式设置），使仿真结果更加直观和清晰。

（4）重点探讨了欠阻尼情况下参数变化对动态性能的影响，发现阻尼比ξ和增益$\boldsymbol{K}$的调整会改变系统的超调量、上升时间、调节时间已经峰值时间。通过多组数据与曲线对比，掌握了如何通过参数优化来改善系统的动态响应。