Analiza Algorytmów 2022/2023
(zadania na laboratorium)

Wybór lidera - do 14 III 2023

Zadanie 1 — Przejrzyj materiały do wykładu i zaimplementuj symulator umożliwiający przetestowanie algorytmu wyboru lidera dla znanej liczby węzłów n (scenariusz drugi) oraz dla znanego ograniczenie górnego u na liczbę węzłów n (scenariusz trzeci). Możesz wykorzystać dowolny język programowania.

Zadanie 2 — Niech zmienna losowa L oznacza liczę slotów od rozpoczęcia algorytmu do czasu wyboru lidera. Wykorzystaj symulator z poprzedniego zadania, aby narysować rozkład empiryczny (histogram) zmiennej losowej L dla obu rozważanych scenariuszy. Dla scenariusza ze znanym ograniczeniem u rozważ trzy przypadki: $n = 2$, $n = u/2$, $n = u$. Uzasadnij wyniki. (10p)

Zadanie 3 — Dla scenariusza ze znaną liczbą węzłów n wykorzystaj symulator do oszacowania wartości $\mathbb{E}[L]$ oraz $\mathbb{V}ar[L]$. Sprawdź, czy wyniki są zgodne z wynikami teoretycznymi. (10p)

Zadanie 4 — Rozważmy scenariusz ze znanym ograniczeniem u. Zgodnie z notacją wprowadzoną w materiałach do wykładu przez $S_{L,n}$ oznaczamy zdarzenie, że w jednej rundzie algorytmu długości $L = \lceil \log_2 u \rceil$ udało się wybrać lidera, jeśli w systemie jest n węzłów. Zaproponuj odpowiednie doświadczenie i za pomocą symulacji potwierdź poprawność Twierdzenia 1 z materiałów do wykładu: $Pr[S_{L,n}] \geq \lambda \approx 0.579$. (10p)

Analiza strumieni danych

MinCount - do 28 III 2023

Zadanie 5 — Przeczytaj notatki do wykładu dotyczące problemu przybliżonego zliczania. Następnie zaimplementuj algorytm MinCount$(k, h, \mathcal{M})$ i przetestuj jego działanie:

a) Rozważ multizbiory $\mathcal{M}_n = (S_n, m)$ takie, że $|S_n| = n$ dla $n = 1, 2, \ldots, 10^4$ oraz wszystkie zbiory S_n są rozłączne. Czy zmiana funkcji m ma wpływ na wartość estymacji $\hat{n}$ uzyskiwanej w algorytmie?

b) Dla $k = 2, 3, 10, 100, 400$ i multizbiorów z punktu a) narysuj wykres mający na osi poziomej wartości n a na osi pionowej stosunek $\hat{n}/n$.

c) Eksperymentalnie dobierz wartość k tak by w 95% przypadków $|\frac{\hat{n}}{n} - 1| < 10\%$.

(10p)

Zadanie 6 — Dla kilku różnych funkcji haszujących $h : S \to \{0, 1\}^B$ i różnych wartości parametru B przetestuj działanie algorytmu MinCount$(k, h, \mathcal{M})$. Postaraj się znaleźć funkcję haszującą h dla której wyniki algorytmu są istotnie gorsze i wyjaśnij z czego może wynikać utrata dokładności. Co poza wartością parametru B może mieć znaczenie? (10p)

Zadanie 7 — Twoim zadaniem jest porównanie teoretycznych wyników dotyczących koncentracji estymatora $\hat{n}$ wykorzystanego w algorytmie MinCount$(k, h, \mathcal{M})$ uzyskanych przez **a)** nierówność Czebyszewa oraz **b)** nierówność Chernoffa, z wynikami symulacji.

Dla $n = 1, 2, \ldots 10^4$, $k = 400$ i $\alpha = 5\%, 1\%, 0.5\%$ przedstaw na wykresie wartości $\hat{n}/n$ (uzyskane w wyniku eksperymentów) oraz wartości $1 - \delta$ i $1 + \delta$ takie, że

$$Pr\left[1 - \delta < \frac{\hat{n}}{n} < 1 + \delta\right] > 1 - \alpha \, . \quad (10p)$$