

Metody Optymalizacji - Lista 1

Janusz Witkowski 254663

2 kwietnia 2023

1 Zadanie 1

1.1 Model

1.1.1 Zmienne decyzyjne

Użyta została tylko jedna zmienna decyzyjna \mathbf{X} , która jest wektorem spełniającym warunek $\mathbf{X} \geq \mathbf{0}$. Teoretycznym rozwiązaniem problemu będącego zagadnieniem tego zadania jest wektor $\mathbf{Y} = \mathbf{1}$. Będziemy mogli później porównać wynikowy wektor \mathbf{X} z \mathbf{Y} , aby przekonać się o precyzji GNU MathProg.

1.1.2 Ograniczenia

Za ograniczenia przyjmujemy równania liniowe podane w treści zadania:

$$A\mathbf{x} = \mathbf{b}$$

przy warunkach

$$a_{ij} = \frac{1}{i+j-1}, i, j \in 1, \dots, n$$
$$c_i = b_i = \sum_{j=1}^n \frac{1}{i+j-1}, i \in 1, \dots, n$$

Macierz A jest tzw. macierzą Hilberta, powodującą złe uwarunkowanie zagadnienia.

1.1.3 Funkcja celu

Funkcja celu ma postać podaną w treści polecenia

$$\min \mathbf{c}^T \mathbf{x}$$

1.2 Wyniki

2 Zadanie 2

2.1 Model

2.1.1 Zmienne decyzyjne

Chcemy w pewien sposób zamodelować rozkład jazdy dźwigów różnego typu z jednych miast do innych. Na razie przyjmijmy, że dźwigów nie da się podzielić, żebyśmy obracali się w programowaniu całkowitoliczbowym. Zdefiniujemy następującą zmienną decyzyjną:

$$x \in \mathbb{Z}^{n \times n \times 2}, x \geq 0$$

Przez x_{abt} będziemy rozumieć ile dźwigów typu t należy przetransportować z miasta a do miasta b .

2.1.2 Parametry

Wprowadźmy pewne parametry, ściśle związane z problemem.

$$d \in \mathbb{Z}^{2 \times n}, d \geq 0$$

$$r \in \mathbb{Z}^{2 \times n}, r \geq 0$$

$$z \in \{0, 1\}^{2 \times 2}$$

$$l \in \mathbb{R}^{n \times n}, l \geq 0$$

$$k \in \mathbb{R}^2, k \geq 0$$

Niech d_{ta} oznacza ile dźwigów typu t brakuje w mieście a . Niech r_{ta} oznacza nadmiar dźwigów typu t w mieście a . Niech z_{ts} oznacza czy dźwig typu t może zastąpić dźwig typu s . Niech l_{ab} oznacza dystans w kilometrach między miastem a a miastem b . Niech k_t oznacza koszt transportu dźwigu typu t za każdy przebyty kilometr.

2.1.3 Ograniczenia

Aby zagwarantować dopuszczalność potencjalnych rozkładów transportu, zdefiniujmy trzy ograniczenia:

1. **Nasyć popyt na różne typy** - każde miasto powinno otrzymać takie dźwigi aby mogło funkcjonować (dźwigi typu II mogą zastąpić dźwigi typu I)

$$(\forall a \in \{1, \dots, n\}, t \in \{I, II\}) \left(\sum_{b=1}^n \sum_{s \in \{I, II\}} x_{abs} \cdot z_{st} \geq d_{ta} \right)$$

2. **Z pustego nawet Salomon nie należy** - miasto nie może oddać więcej dźwigów niż samo posiada

$$(\forall a \in \{1, \dots, n\}, t \in \{I, II\}) \left(\sum_{b=1}^n x_{abt} \leq r_{ta} \right)$$

3. **Nie zgub żadnego dźwigu po drodze** - potrzebujące miasta powinny dostać łącznie tyle dźwigów by zaspokoić swoje niedobory

$$(\forall a \in \{1, \dots, n\}) \left(\sum_{b=1}^n \sum_{t \in \{I, II\}} x_{abs} \geq \sum_{s \in \{I, II\}} d_{sa} \right)$$

2.1.4 Funkcja celu

Chcemy zminimalizować koszty transportu dźwigów między miastami. Zaproponujmy następującą funkcję celu:

$$\min \sum_{t \in \{I, II\}} \sum_{a=1}^n \sum_{b=1}^n l_{ab} \cdot x_{abt} \cdot k_t$$

2.2 Wyniki

3 Zadanie 3

3.1 Model

3.1.1 Zmienne decyzyjne

3.1.2 Ograniczenia

3.1.3 Funkcja celu

3.2 Wyniki

4 Zadanie 4

4.1 Model

4.1.1 Zmienne decyzyjne

W modelu wykorzystano następujące zmienne decyzyjne:

$$\begin{aligned}x &\in \{0, 1\}^{n \times m} \\t &\in \{0, 1\}^{\{1, \dots, 5\} \times \{1, \dots, 48\}} \\s &\in \{0, 1\}^{\{1, 2, 3\}}\end{aligned}$$

x_{gc} oznacza zapis Studenta na kurs c do grupy g . t_{dh} indykuje czy Student jest zajęty w dniu d o godzinie $h/2$. s_k mówi czy Student zapisał się na zajęcia sportowe k .

4.1.2 Parametry

W modelu wykorzystano następujące parametry, ściśle powiązane z problemem:

$$\begin{aligned}r &\in \mathbb{Z}^{n \times m}, 0 \leq r \leq 10 \\w &\in \mathbb{Z}^{n \times m}, 1 \leq w \leq 5 \\b &\in \mathbb{Z}^{n \times m}, 1 \leq b \leq 48 \\e &\in \mathbb{Z}^{n \times m}, 1 \leq e \leq 48\end{aligned}$$

r_{gc} jest oceną (priorytetem) grupy, ustawioną przez Studenta. w_{gc} mówi w którym dniu tygodnia odbywają się zajęcia grupy g kursu c . b_{gc} oznacza o której pół-godzinie zajęcia się zaczynają. e_{gc} oznacza o której pół-godzinie zajęcia się kończą.

4.1.3 Ograniczenia

4.1.4 Funkcja celu

4.2 Wyniki