Lineare Regression

Jan-Philipp Kolb

10 Mai, 2019

Die lineare Regression

John H. Maindonald and W. John Braun - **Data Analysis and Graphics Data and Functions**

- Einführung in R
- Datenanalyse
- Statistische Modelle
- Inferenzkonzepte
- Regression mit einem Prädiktor
- Multiple lineare Regression
- Ausweitung des linearen Modells
- ...

Lineare Regression in R - Beispieldatensatz

```
data(mtcars)
```

Hilfe für den mtcars Datensatz:

```
?mtcars
```

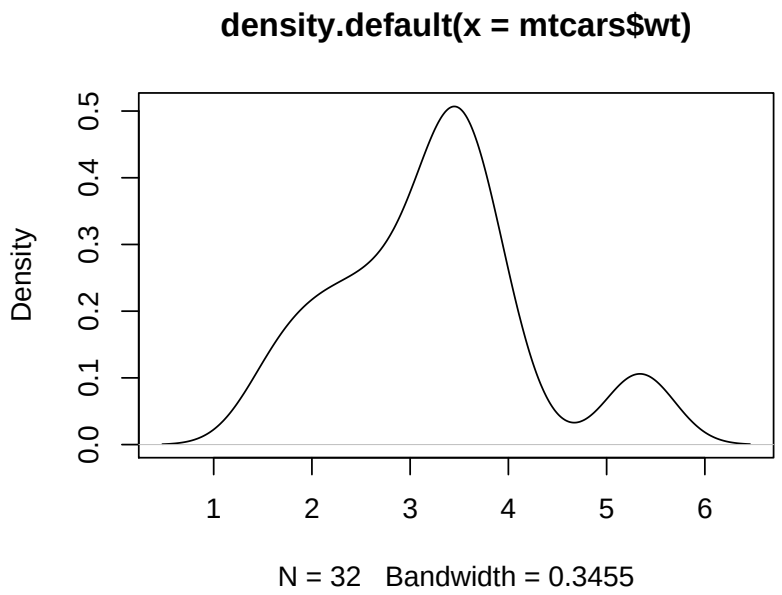
	mpg	cyl	disp	hp	drat	wt	model
21.0	6	160	110	3.90	2.620		Mazda RX4
21.0	6	160	110	3.90	2.875		Mazda RX4 Wag
22.8	4	108	93	3.85	2.320		Datsun 710
21.4	6	258	110	3.08	3.215		Hornet 4 Drive
18.7	8	360	175	3.15	3.440		Hornet Sportabout
18.1	6	225	105	2.76	3.460		Valiant

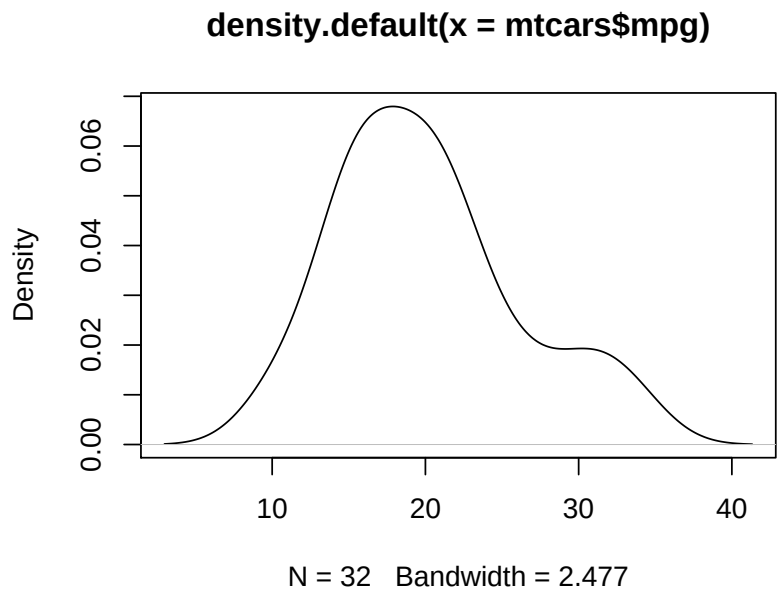
Variablen des mtcars Datensatzes

- mpg - Miles/(US) gallon
- cyl - Number of cylinders
- disp - Displacement (cu.in.)
- hp - Gross horsepower
- drat - Rear axle ratio
- wt - Weight (1000 lbs)
- qsec - 1/4 mile time
- vs - Engine (0 = V-shaped, 1 = straight)
- am - Transmission (0 = automatic, 1 = manual)
- gear - Number of forward gears
- carb - Number of carburetors

Verteilungen für zwei Variablen von mtcars

```
par(mfrow=c(1,2))
plot(density(mtcars$wt)); plot(density(mtcars$mpg))
```





Ein einfaches Regressionsmodell

Abhängige Variable - Meilen pro Gallone (mpg)

Unabhängige Variable - Gewicht (wt)

```
m1 <- lm(mpg ~ wt,data=mtcars)
m1
```

```
##
## Call:
## lm(formula = mpg ~ wt, data = mtcars)
##
## Coefficients:
## (Intercept)           wt
##      37.285       -5.344
```

Die Modellformel

Modell ohne Achsenabschnitt

```
m2 <- lm(mpg ~ - 1 + wt,data=mtcars)
summary(m2)$coefficients
```

```
##    Estimate Std. Error  t value    Pr(>|t|)
## wt 5.291624  0.5931801 8.920771 4.55314e-10
```

Weitere Variablen hinzufügen

```
m3 <- lm(mpg ~ wt + cyl,data=mtcars)
summary(m3)$coefficients
```

```
##                Estimate Std. Error   t value     Pr(>|t|)
## (Intercept) 39.686261  1.7149840 23.140893 3.043182e-20
## wt          -3.190972  0.7569065 -4.215808 2.220200e-04
## cyl         -1.507795  0.4146883 -3.635972 1.064282e-03
```

Summary des Modells

```
summary(m3)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = mpg ~ wt + cyl, data = mtcars)
##
## Residuals:
##     Min      1Q  Median      3Q     Max
## -4.2893 -1.5512 -0.4684  1.5743  6.1004
##
## Coefficients:
##             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)  39.6863     1.7150  23.141  < 2e-16 ***
## wt           -3.1910     0.7569  -4.216 0.000222 ***
## cyl          -1.5078     0.4147  -3.636 0.001064 **
## ---
```

R arbeitet mit Objekten

- m3 ist nun ein spezielles Regressions-Objekt
- Auf dieses Objekt können nun verschiedene Funktionen angewendet werden

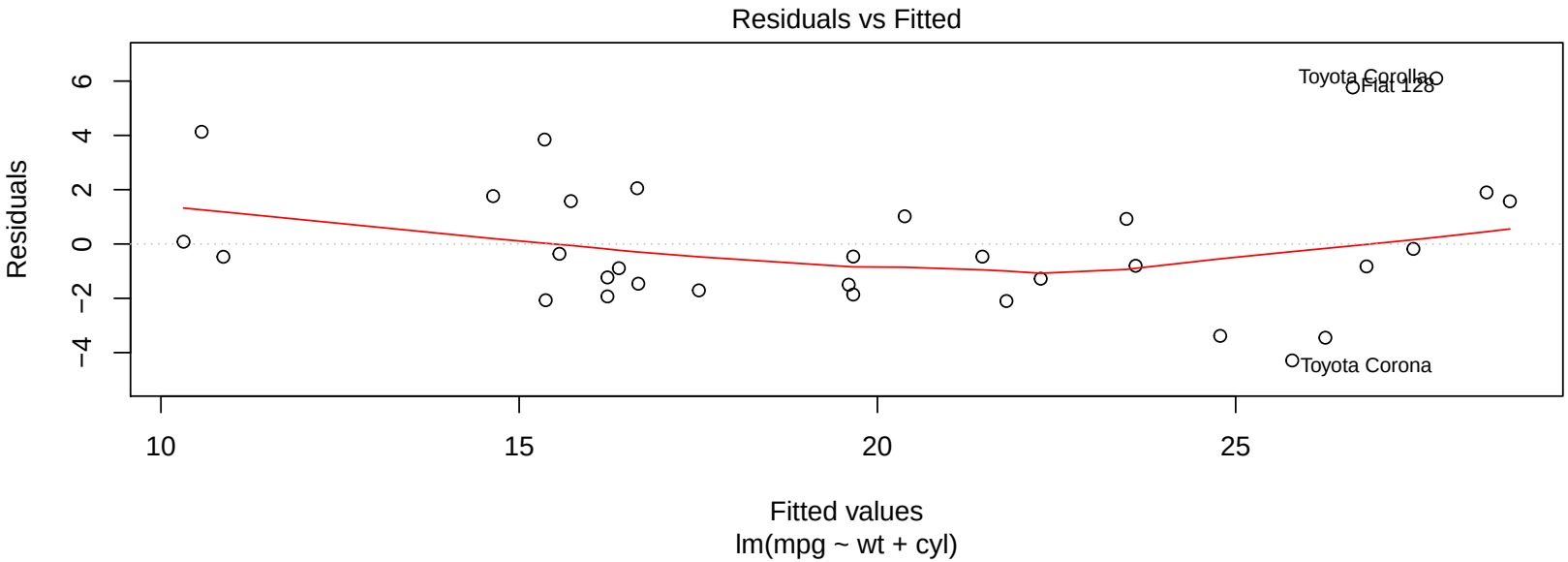
```
predict(m3) # Vorhersage
```

```
##         Mazda RX4     Mazda RX4 Wag            Datsun
##          22.27914          21.46545            26.25
##    Hornet 4 Drive Hornet Sportabout              Vali
##          20.38052          16.64696            19.59
##      Duster 360          Merc 240D              Merc
##          16.23213          23.47588            23.60
##       Merc 280          Merc 280C             Merc 45
##          19.66255          19.66255            14.63
##      Merc 450SL         Merc 450SLC  Cadillac Fleetw
##          15.72158          15.56203            10.87
```

Residuenplot

- Sind Annahmen des linearen Regressionsmodells verletzt?
- Dies ist der Fall, wenn ein Muster abweichend von einer Linie zu erkennen ist. (Hier ist der Datensatz sehr klein)

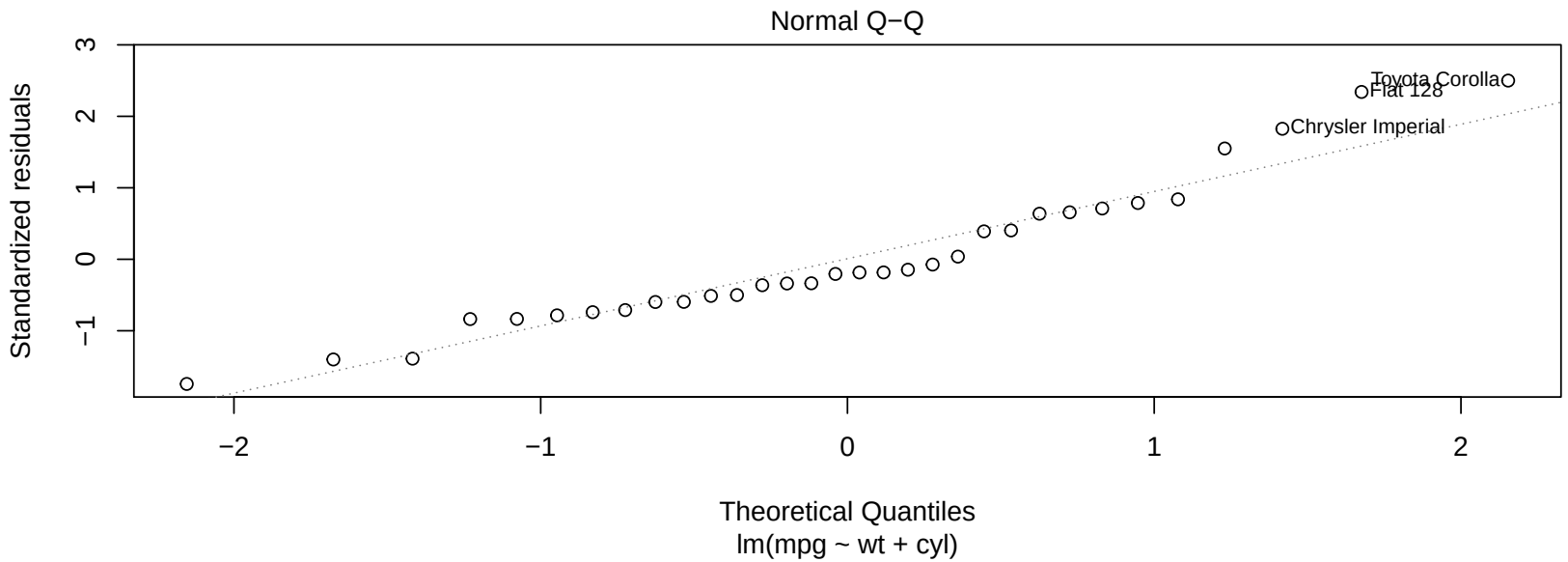
```
plot(m3,1)
```



Residuenplot

- Wenn Residuen normalverteilt sind sollten sie auf Linie sein.

```
plot(m3,2)
```



Weitere Möglichkeiten die Formel zu spezifizieren

Interaktionseffekt

```
# effect of cyl and interaction effect:
m3a<-lm(mpg~wt*cyl,data=mtcars)

# only interaction effect:
m3b<-lm(mpg~wt:cyl,data=mtcars)
```

Den Logarithmus nehmen

```
m3d<-lm(mpg~log(wt),data=mtcars)
```

Ein Modell mit Interaktionseffekt

disp - Hubraum

```
m3d<-lm(mpg~wt*disp,data=mtcars)
m3dsum <- summary(m3d)
m3dsum$coefficients
```

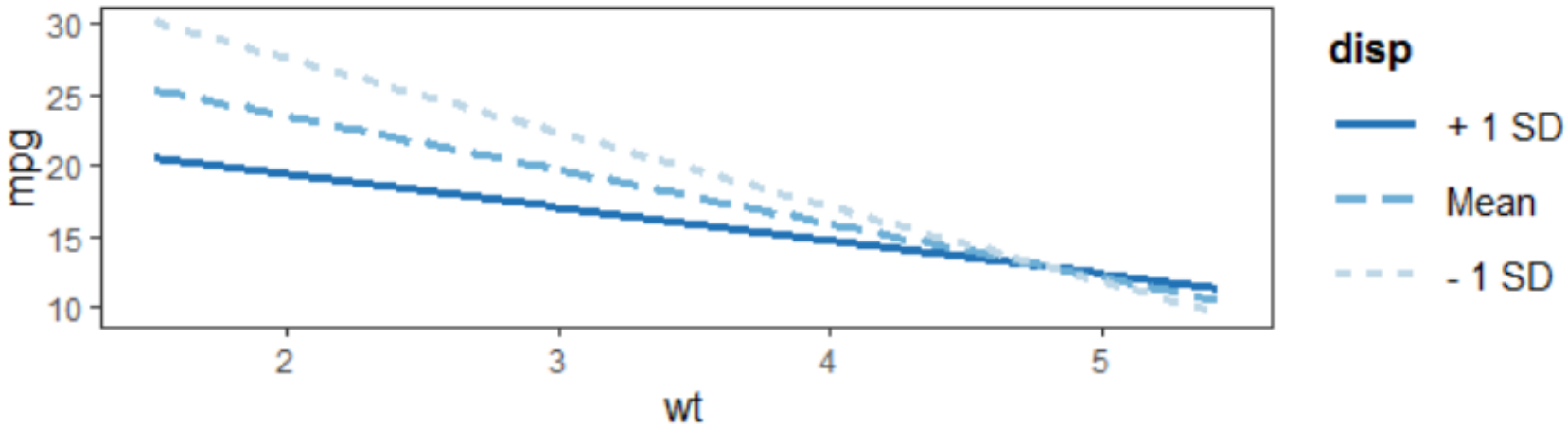
```
##                Estimate  Std. Error   t value     Pr(>|t
## (Intercept) 44.08199770 3.123062627 14.114990 2.955567e-
## wt          -6.49567966 1.313382622 -4.945763 3.216705e-
## disp        -0.05635816 0.013238696 -4.257078 2.101721e-
## wt:disp      0.01170542 0.003255102  3.596022 1.226988e-
```

Interaktionen untersuchen

```
install.packages("jtools")
```

```
library(jtools)
interact_plot(m3d, pred = "wt", modx = "disp")
```

- Mit einem kontinuierlichen Moderator (in unserem Fall `Disp`) erhält man drei Zeilen - 1 Standardabweichung über und unter dem Mittelwert und der Mittelwert selbst.



Ein genauerer Blick auf Interaktionseffekte

```
m_cyl <- lm(mpg ~ wt * cyl, data = mtcars)
```

Das Paket interplot

```
library(interplot)
```

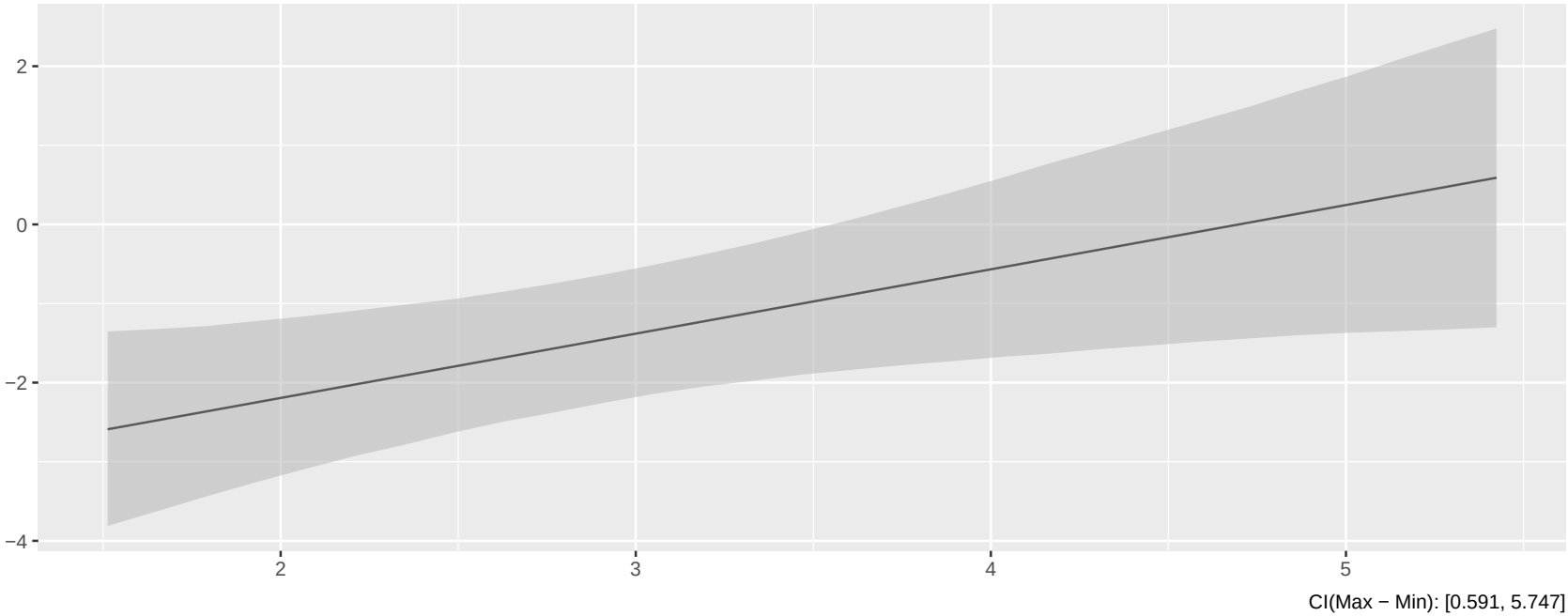
```
interplot(m = m_cyl, var1 = "cyl", var2 = "wt")
```

- var1 - die Variable für die der Koeffizient geplottet werden soll
- var2 - Variable auf die der Koeffizient konditional ist

Fragestellung für Beispiel

Wir wollen wissen, wie sich das Gewicht eines Autos auf den Koeffizienten für die Anzahl der Zylinder auswirkt. Zu erklärende Variable ist die Laufleistung.

Interaktionseffekt visualisieren



Die Darstellung zeigt, dass mit zunehmendem Fahrzeuggewicht (x-Achse) auch die Größe des Koeffizienten der Anzahl der Zylinder zunimmt (y-Achse).

- Eine detailliertere Beschreibung ist in der `interplot` **Vignette** zu bekommen.

Beispiel: Objektorientierung

- m3 ist nun ein spezielles Regressionsobjekt
- Verschiedene Funktionen können auf dieses Objekt angewendet werden

```
predict(m3) # Prediction
resid(m3) # Residuals
```

```
##          Mazda RX4      Mazda RX4 Wag         Datsun 710
##           22.27914           21.46545           26.25203
## Hornet Sportabout            Valiant
##           16.64696           19.59873

##          Mazda RX4      Mazda RX4 Wag         Datsun 710
##         -1.2791447         -0.4654468         -3.4520262
## Hornet Sportabout            Valiant
##          2.0530424         -1.4987281
```

Eine Modellvorhersage machen

```
pre <- predict(m1)
head(mtcars$mpg)
```

```
## [1] 21.0 21.0 22.8 21.4 18.7 18.1
```

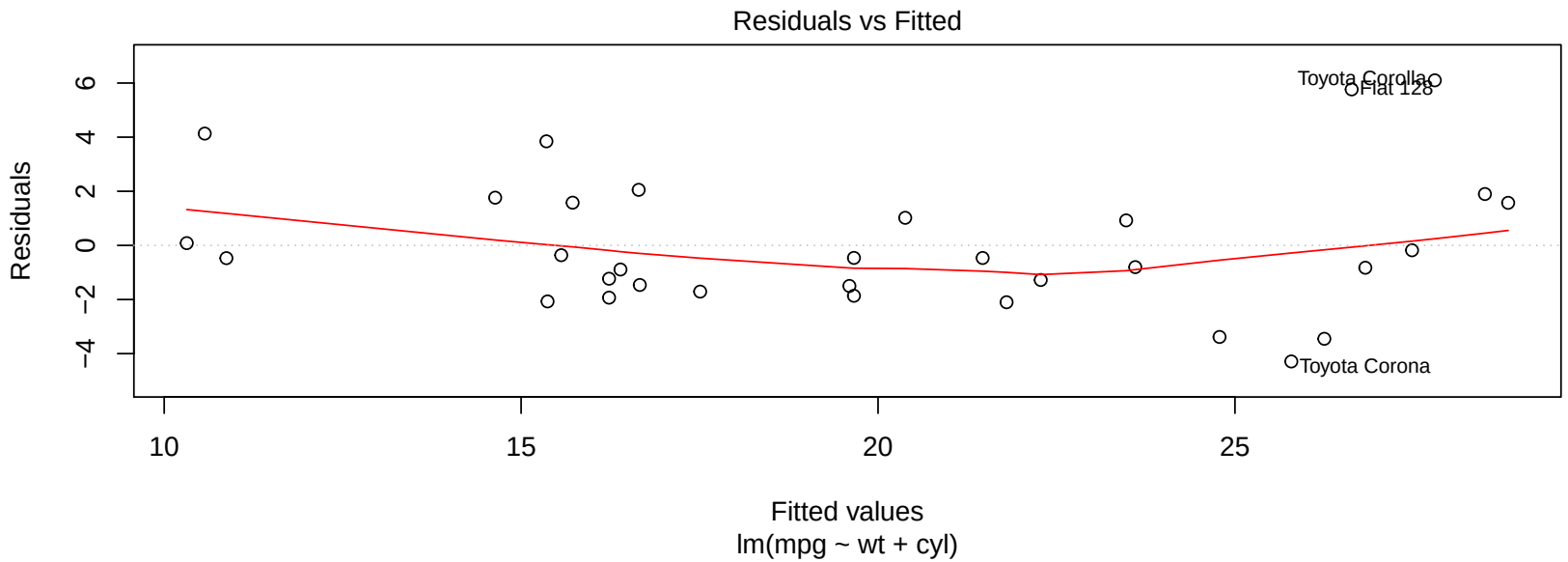
```
head(pre)
```

```
##          Mazda RX4      Mazda RX4 Wag         Datsun 710
##           23.28261           21.91977           24.88595
## Hornet Sportabout            Valiant
##           18.90014           18.79325
```

Residuenplot - Modellannahmen verletzt?

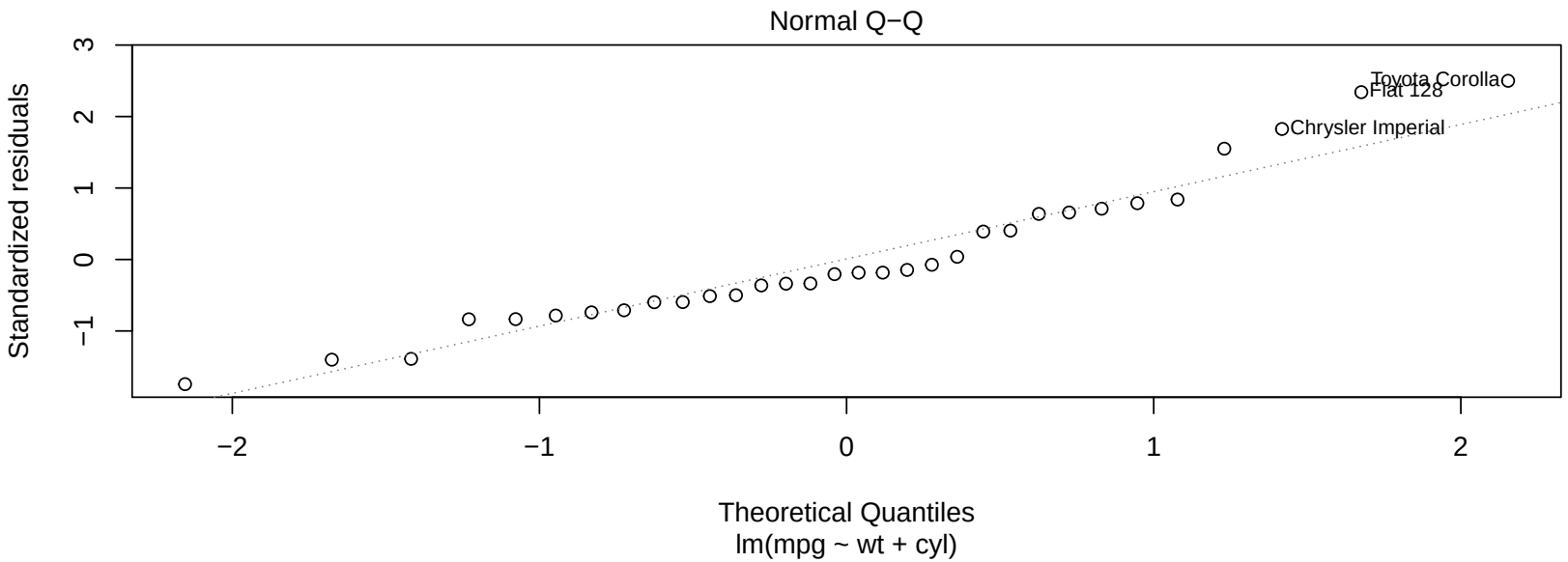
- Gibt es ein Muster in der Abweichung von der Linie

```
plot(m3,1)
```



Residuenplot

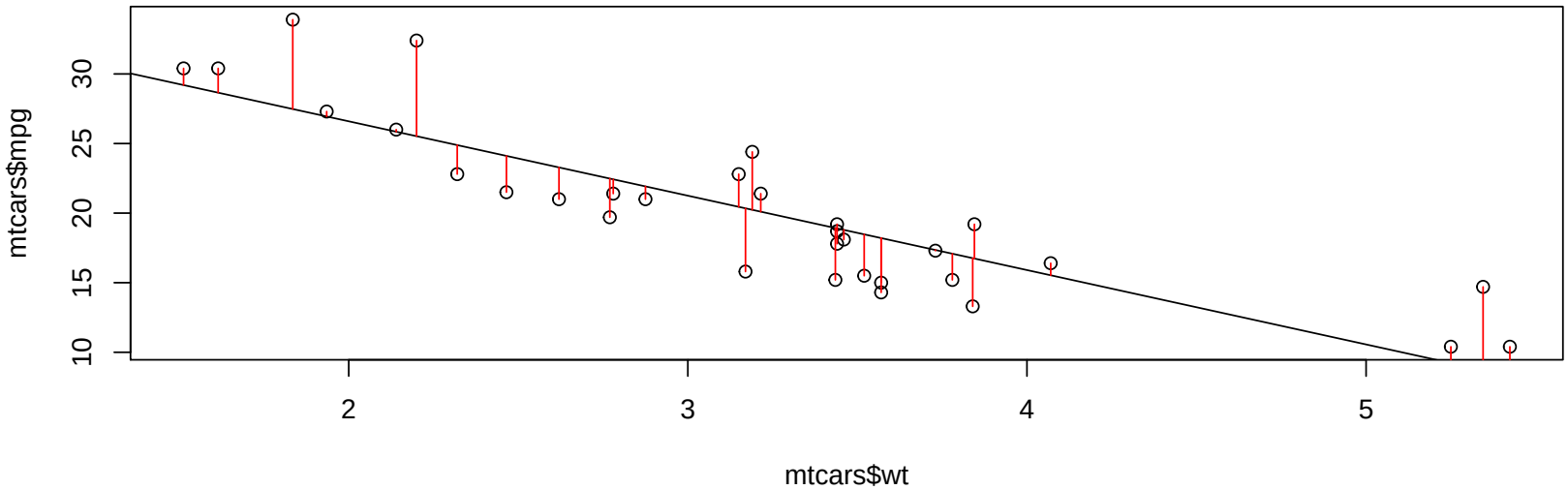
```
plot(m3,2)
```



- Bei Normalverteilung liegen Residuen auf gleicher Linie

Regressionsdiagnostik mit Basis-R

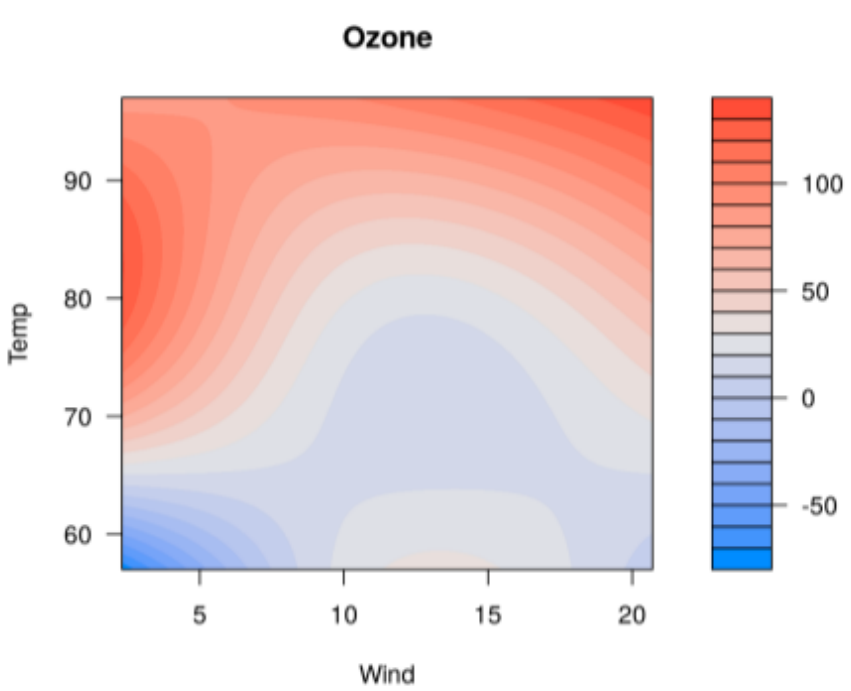
```
plot(mtcars$wt,mtcars$mpg)
abline(m1)
segments(mtcars$wt, mtcars$mpg, mtcars$wt, pre, col="red")
```

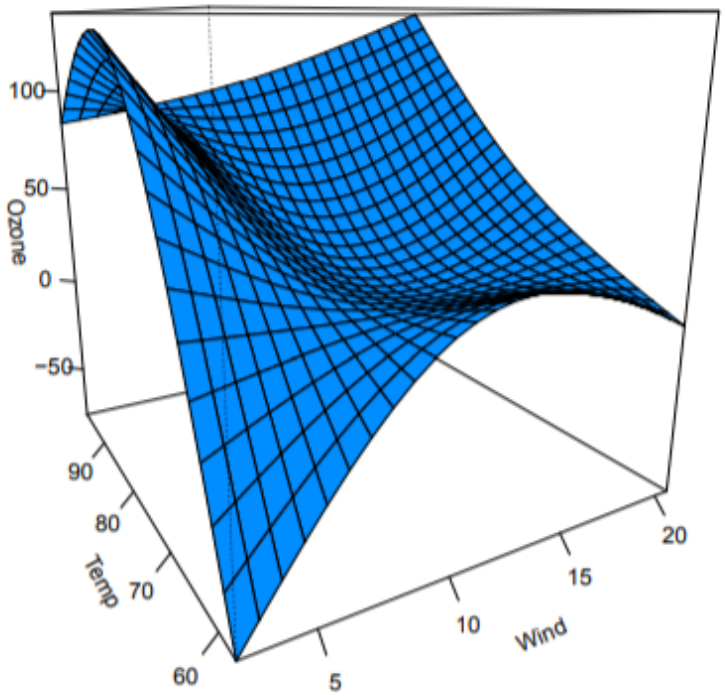


Das visreg-Paket

```
install.packages("visreg")
```

```
library(visreg)
```

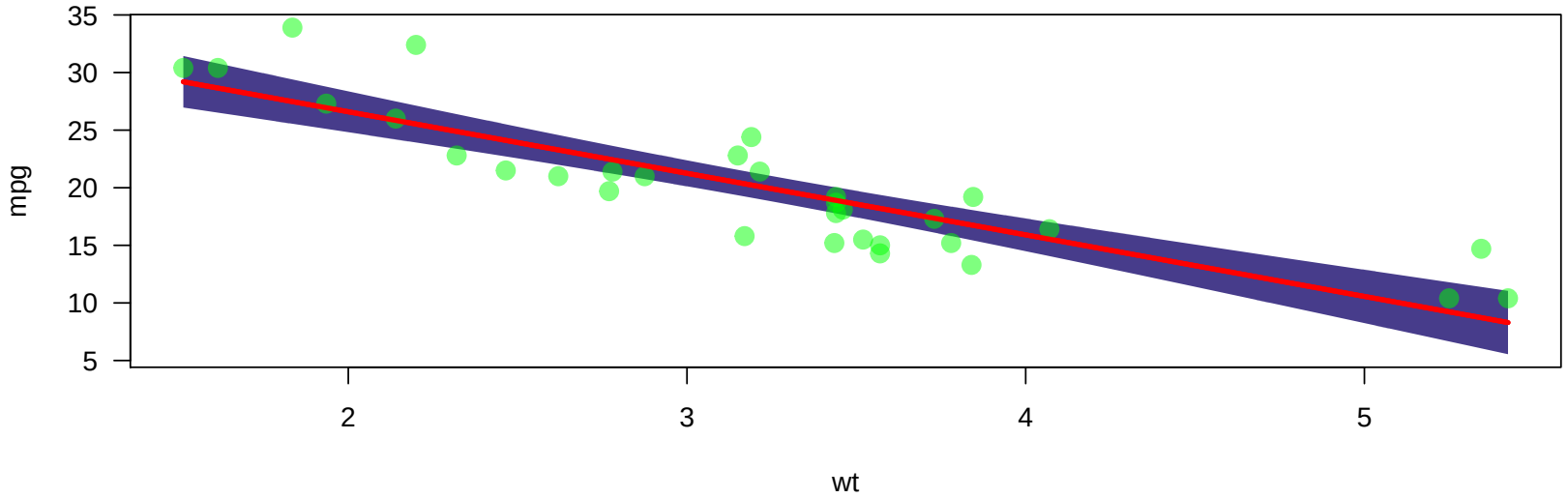




Das visreg-Paket

- Das Default-Argument für `type` ist `conditional`.
- Scatterplot von `mpg` und `wt` mit Regressionslinie und Konfidenzbändern

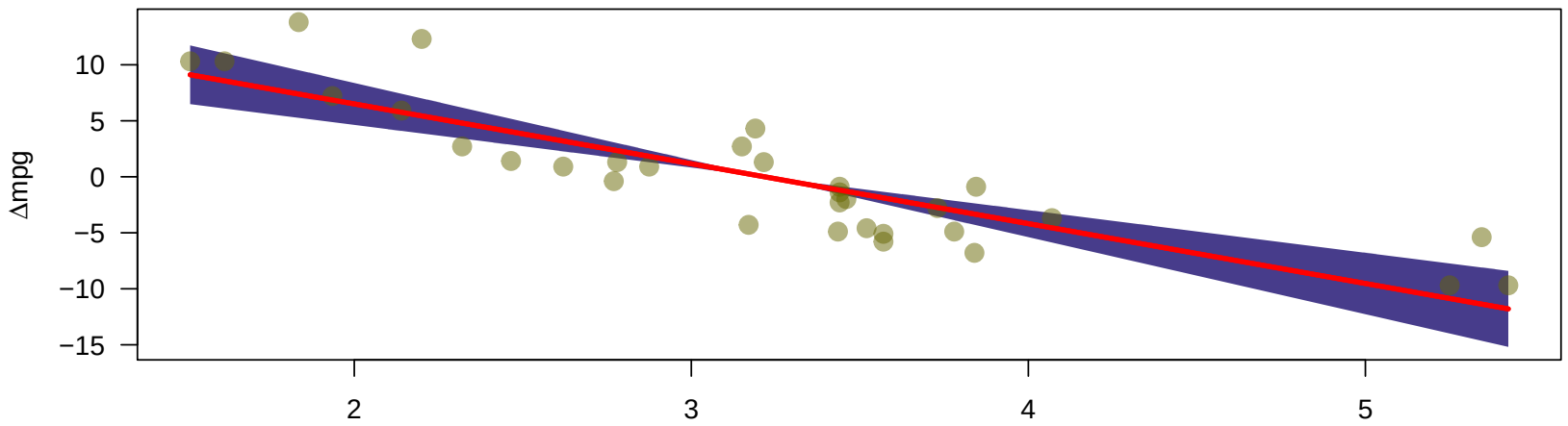
```
visreg(m1, "wt", type = "conditional")
```



Visualisierung mit `visreg`

- Zweites Argument - Spezifikation der Kovariaten in der Graphik
- Das Diagramm zeigt die Auswirkung auf den erwarteten Wert des Regressors, wenn die Variable x von einem Referenzpunkt auf der x-Achse wegbewegt wird (bei numerischen Variablen der Mittelwert).

```
visreg(m1, "wt", type = "contrast")
```



Regression mit Faktoren

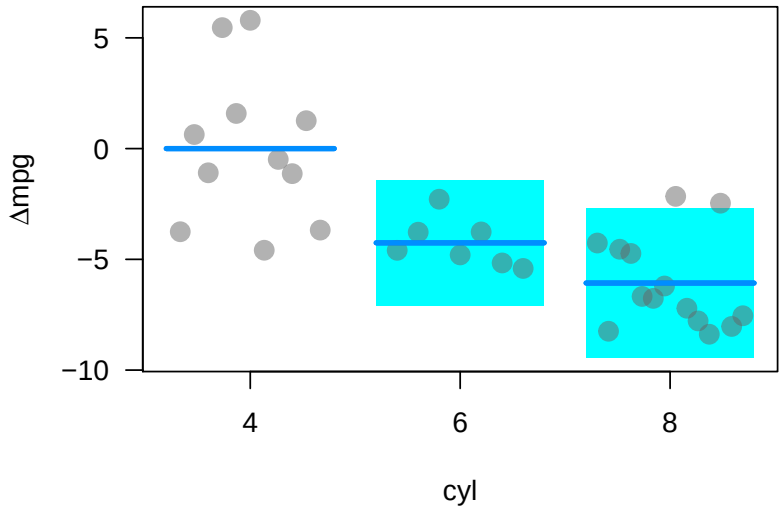
- Die Effekte von Faktoren können auch mit `visreg` visualisiert werden:

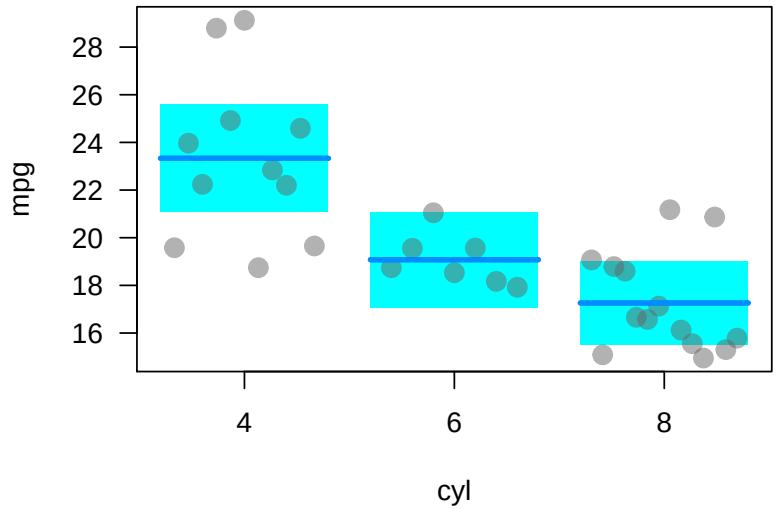
```
mtcars$cyl <- as.factor(mtcars$cyl)
m4 <- lm(mpg ~ cyl + wt, data = mtcars)
# summary(m4)
```

```
##                Estimate Std. Error   t value     Pr(>|t|)
## (Intercept) 33.990794  1.8877934 18.005569 6.257246e-17
## cyl6        -4.255582  1.3860728 -3.070244 4.717834e-03
## cyl8        -6.070860  1.6522878 -3.674214 9.991893e-04
## wt          -3.205613  0.7538957 -4.252065 2.130435e-04
```

Effekte von Faktoren

```
par(mfrow=c(1,2))
visreg(m4, "cyl", type = "contrast")
visreg(m4, "cyl", type = "conditional")
```





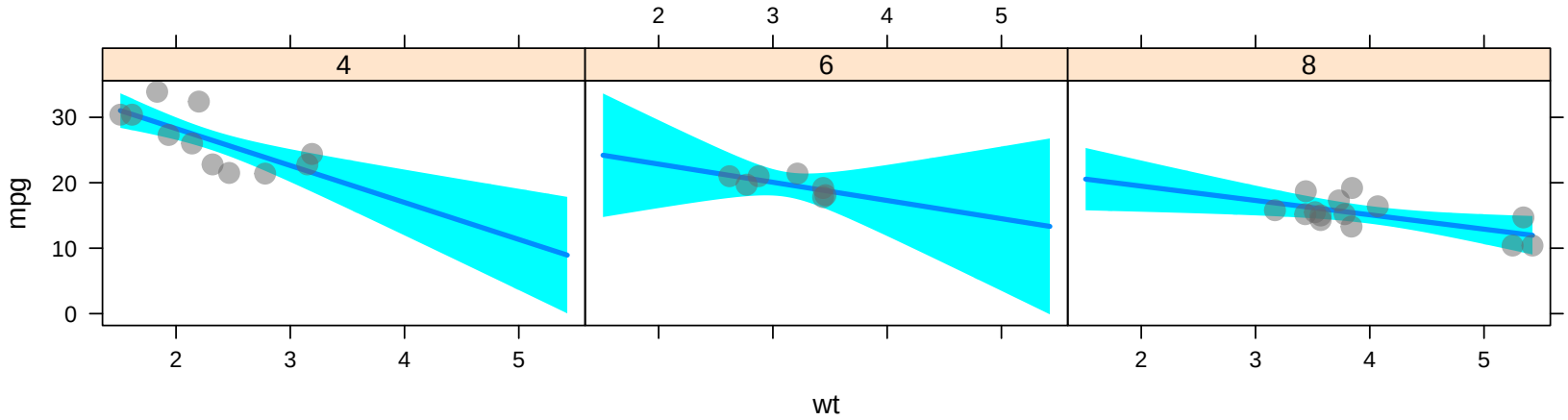
Das Paket visreg - Interaktionen

```
m5 <- lm(mpg ~ cyl*wt, data = mtcars)
# summary(m5)
```

```
##                Estimate Std. Error    t value     Pr(>|t
## (Intercept)  39.571196   3.193940 12.3894599 2.058359e-1
## cyl6        -11.162351   9.355346 -1.1931522 2.435843e-0
## cyl8        -15.703167   4.839464 -3.2448150 3.223216e-0
## wt           -5.647025   1.359498 -4.1537586 3.127578e-0
## cyl6:wt       2.866919   3.117330  0.9196716 3.661987e-0
## cyl8:wt       3.454587   1.627261  2.1229458 4.344037e-0
```

Den Graphikoutput mit `layout` kontrollieren

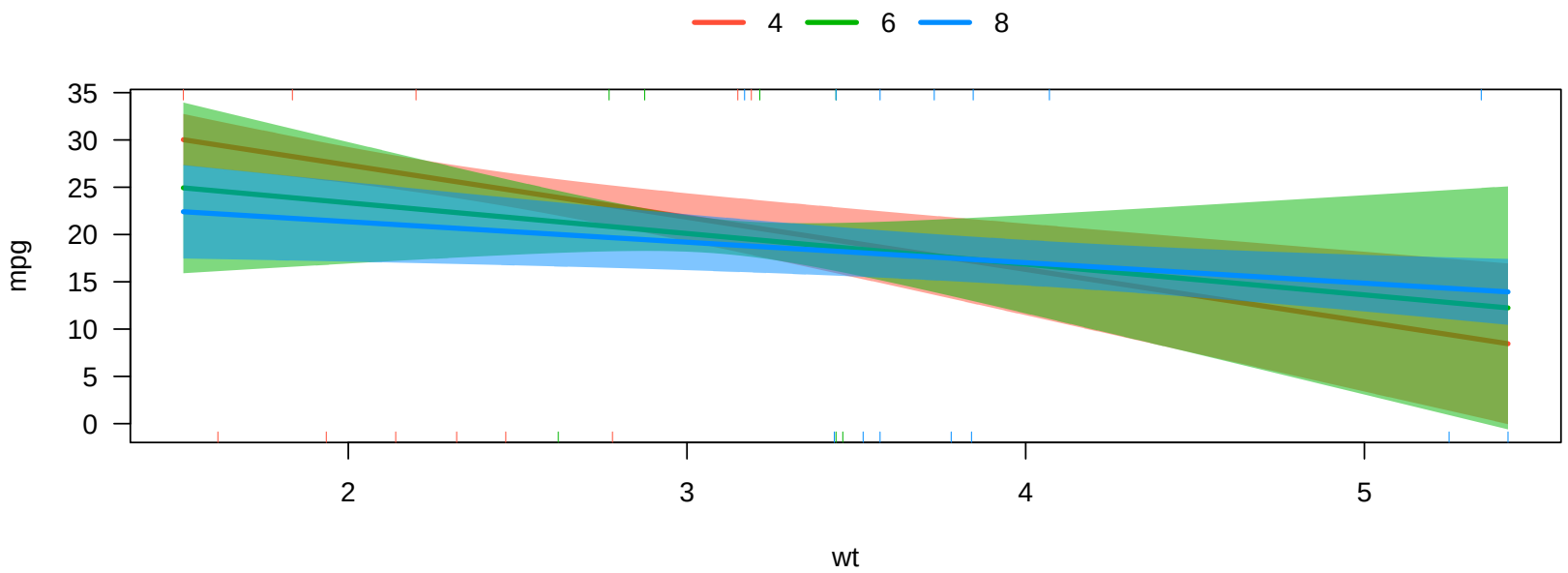
```
visreg(m5, "wt", by = "cyl",layout=c(3,1))
```



Das Paket visreg - Interaktionseffekte übereinander legen

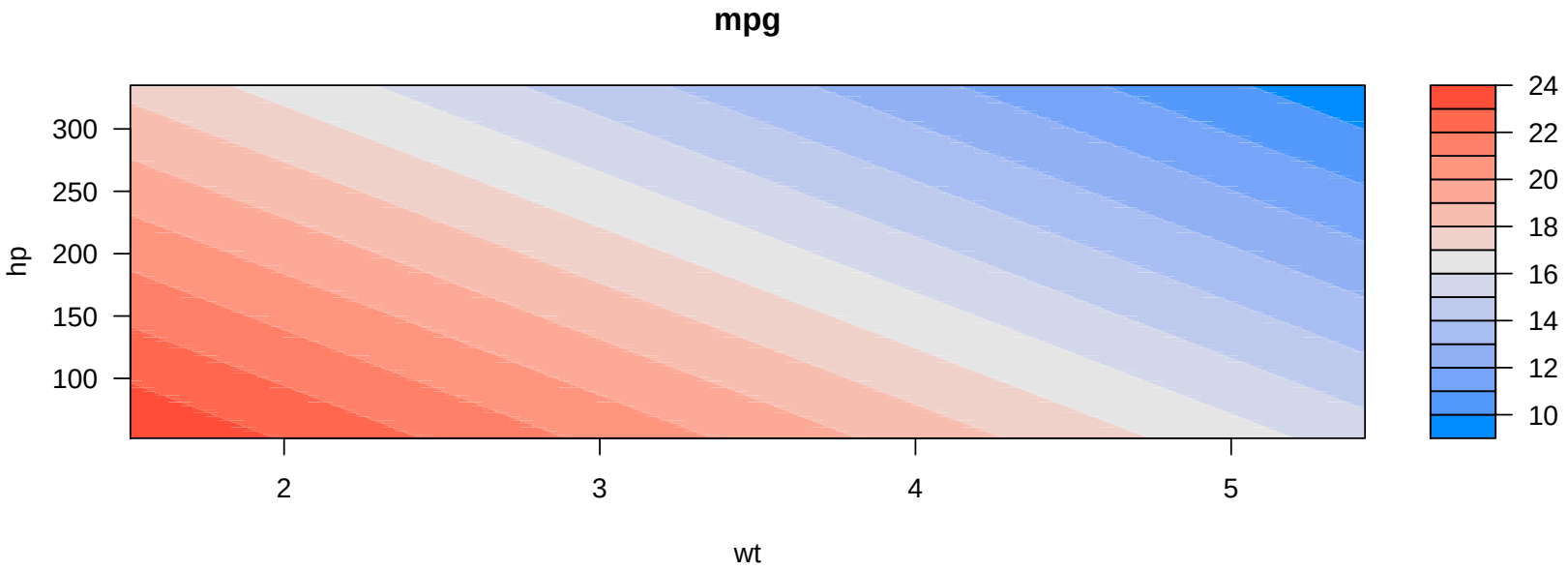
```
m6 <- lm(mpg ~ hp + wt * cyl, data = mtcars)
```

```
visreg(m6, "wt", by="cyl", overlay=TRUE, partial=FALSE)
```



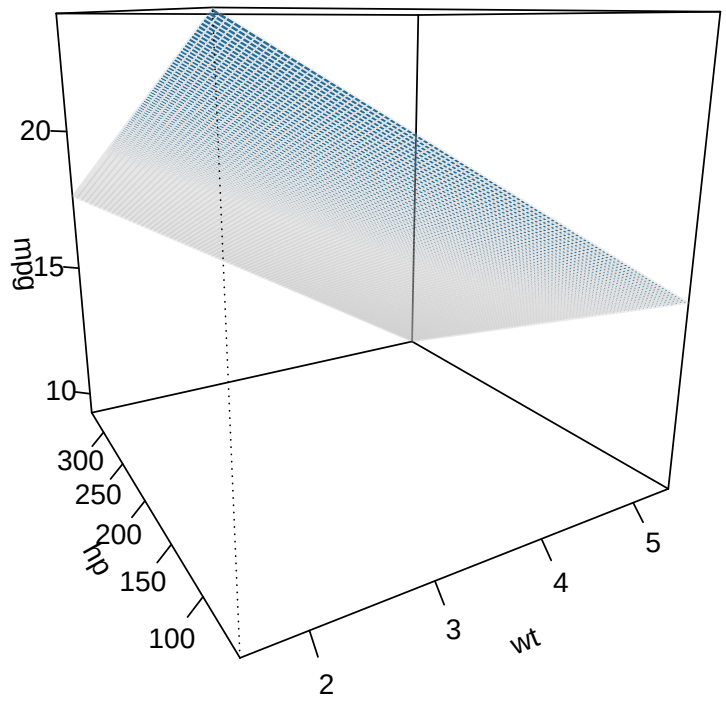
Das Paket visreg - visreg2d

```
visreg2d(m6, "wt", "hp", plot.type = "image")
```



Das Paket visreg - surface

```
visreg2d(m6, "wt", "hp", plot.type = "persp")
```



Aufgabe lineare Regression

Der Datensatz `toycars` beschreibt die Route von drei Spielzeugautos, die Rampen in verschiedenen Winkeln runterfahren.

- `angle`: Rampenwinkel
- `distance`: Entfernung die von dem Spielzeugauto zurück gelegt wird.
- `car`: Autotyp (1, 2 or 3)

(A) Lese den Datensatz `toycars` ein und konvertiere die Variable `car` des Datensatzes in einen Faktor (`as.factor`).

(B) Erstelle drei Box-Plots, in denen die von den Autotypen zurückgelegte Strecke visualisiert wird.

Aufgabe lineare Regression II

(c) Schätze für jeden Autotyp die Parameter des folgenden linearen Modell; nutze dafür die Funktion `lm()`

$$distance_i = \beta_0 + \beta_1 \cdot angle_i + \epsilon_i$$

(d) Überprüfe die Anpassung des Modells indem Du die drei Regressionslinien in den Scatterplot einzeichnest (`distance` gegen `angle`). Spricht das $ R^2 $ für eine gute Modellanpassung?

Einen schönen Output mit dem Paket `stargazer`

erzeugen

```
library(stargazer)
stargazer(m3, type="html")
```

Beispiel HTML Outputs:

	Dependent variable:
	mpg
wt	-3.125***
	(0.911)
cyl	-1.510***
	(0.422)
am	0.176
	(1.304)
Constant	39.418***

Shiny App - Diagnostiken für die einfache lineare Regression

https://gallery.shinyapps.io/slr_diag/

Diagnostics for simple linear regression

Select a trend:

- Linear up
- Linear down
- Curved up
- Curved down
- Fan-shaped

☑ Show residuals

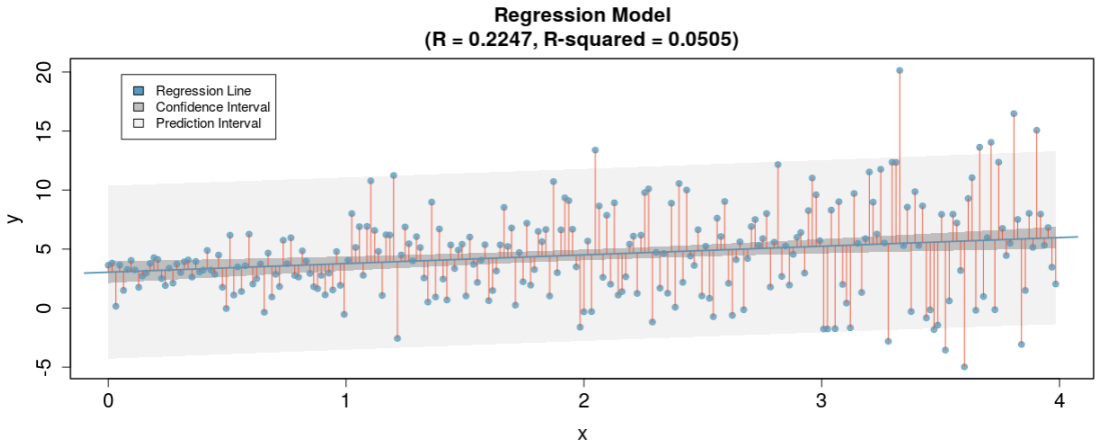
This applet uses ordinary least squares (OLS) to fit a regression line to the data with the selected trend. The applet is designed to help you practice evaluating whether or not the linear model is an appropriate fit to the data. The three diagnostic plots on the lower half of the page are provided to help you identify undesirable patterns in the residuals that may arise from non-linear trends in the data.

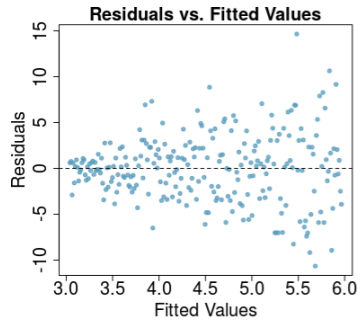
Rate this app!

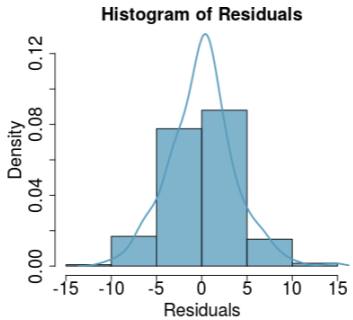
View code

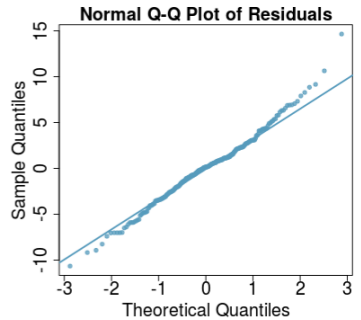
Check out other apps

Want to learn more for free?









Links - lineare Regression

- Regression - **r-bloggers**
- Das komplette Buch von **Faraway**- sehr intuitiv geschriebenes Buch
- Gute Einführung auf **Quick-R**
- **Multiple Regression**
- **15 Arten von Regressionen die man kennen sollte**
- `ggeffects` - **Erzeuge saubere Datensätze mit marginellen Effekten für 'ggplot' aus Modell Outputs**