

系统建模与仿真作业三

张韶恒 2023312309

T1:

```
% 定义已知的输入 u 和输出 y 数据
u = [2.1; -2.7; 0.8; 1.5; -2.1];
y = [0.3; 0.5; -0.2; 0.6; 0.83];

% 辨识模型:  $y(k) = -a_1*y(k-1) + b_0*u(k) + b_1*u(k-1)$ 
% 待求参数: theta = [a1; b0; b1]
% 矩阵形式:  $Y = \Phi * \theta$ 

% 构建 Y 向量
% Y = [y(2); y(3); y(4); y(5)]
% 从 k=2 开始构建, 因为 k=1 时没有 k-1 项
Y = y(2:5);

% 构建 Phi 矩阵
% Phi 的每一行对应一个 k: [-y(k-1), u(k), u(k-1)]
% k=2: [-y(1), u(2), u(1)]
% k=3: [-y(2), u(3), u(2)]
% k=4: [-y(3), u(4), u(3)]
% k=5: [-y(4), u(5), u(4)]
Phi = [ -y(1:4), u(2:5), u(1:4) ];

% 求解 theta = Phi \ Y
% 这是 MATLAB 中求解超定方程组  $Y = \Phi * \theta$  的标准最小二乘解
theta_hat = Phi \ Y;

% 显示最终估计的参数
fprintf('题目1结果\n');
fprintf('辨识得到的参数矢量 theta_hat = [a1; b0; b1] 为: \n');
disp(theta_hat);
fprintf('a1_hat = %.4f\n', theta_hat(1));
fprintf('b0_hat = %.4f\n', theta_hat(2));
fprintf('b1_hat = %.4f\n', theta_hat(3));
```

运行结果：

```
>> T1
```

题目1结果

辨识得到的参数矢量 $\theta_{\text{hat}} = [a1; b0; b1]$ 为：

-1.4862

0.3456

0.4569

```
a1_hat = -1.4862
```

```
b0_hat = 0.3456
```

```
b1_hat = 0.4569
```

T2:

```
clear; clc; close all;

a3_true = 6;
a2_true = 12;
a1_true = 3;
den_true = [a3_true, a2_true, a1_true, 1];
G_true = tf(1, den_true);

% 仿真参数
T_end = 50;           % 仿真结束时间
dt = 0.0001;          % 采样时间间隔
t = (0:dt:T_end)'; % 时间向量

% 噪声参数
noise_variance = 0.000001; % 噪声方差
noise_sigma = sqrt(noise_variance);

% 生成带噪声的阶跃响应
h_clean = step(G_true, t); % 获取纯净的阶跃响应

% 加入高斯白噪声
rng('default'); % 为了结果可复现
noise = noise_sigma * randn(size(h_clean));
h_noisy = h_clean + noise;

% 数据预处理
% 归一化/无因次化 (使用噪声数据的最后一个点作为稳态估计值)
h_star = h_noisy / h_noisy(end);
% 基准积分项
integrand_base = 1 - h_star;

fprintf('系统参数与仿真设置\n');
fprintf('真实系统  $G(s) = 1 / (a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + 1)$ \n', a3_true, a2_true, a1_true);
fprintf('仿真时间 T_end = %.2f s, 采样间隔 dt = %.5f s\n', T_end, dt);
fprintf('加入高斯白噪声: variance = %.7f (sigma = %.3f)\n\n', noise_variance, noise_sigma);

%% 直接积分硬求A1 A2 A3法——作为对比用的法一
fprintf('方法一: 直接积分法\n');
% 计算 A1 = c1
A1_direct = trapz(t, integrand_base);
c1_direct = A1_direct;
```

```

fprintf('计算得到 A1 = %.4f\n', A1_direct);

% 计算 A2 = c2
G1_direct = tf(1, [c1_direct, 1]); % G1(s) = 1/(c1*s + 1)
h1_star_direct = step(G1_direct, t); % 计算 h1*(t)
d1_direct = h1_star_direct - h_star; % 计算 h1* - h*
I1_direct = cumsum(d1_direct) * dt; % 第一次积分
A2_direct = trapz(t, I1_direct); % 第二次积分
c2_direct = A2_direct;
fprintf('计算得到 A2 = %.4f\n', A2_direct);

% 计算 A3 = c3
G2_direct = tf(1, [c2_direct, c1_direct, 1]); % G2(s) = 1/(c2*s^2 + c1*s + 1)
h2_star_direct = step(G2_direct, t); % 计算 h2*(t)
d2_direct = h2_star_direct - h_star; % 计算 h2* - h*
I2_inner_direct = cumsum(d2_direct) * dt; % 第一次积分
I2_middle_direct = cumsum(I2_inner_direct) * dt; % 第二次积分
A3_direct = trapz(t, I2_middle_direct); % 第三次积分
c3_direct = A3_direct;
fprintf('计算得到 A3 = %.4f\n', A3_direct);

% 辨识出的参数
a1_id_direct = c1_direct;
a2_id_direct = c2_direct;
a3_id_direct = c3_direct;

fprintf('\n直接积分法辨识结果:\n');
fprintf(' a1_hat = %.4f (真实值: %.1f, 误差: %.2f%%)\n', a1_id_direct, a1_true, abs(a1_id_d
fprintf(' a2_hat = %.4f (真实值: %.1f, 误差: %.2f%%)\n', a2_id_direct, a2_true, abs(a2_id_d
fprintf(' a3_hat = %.4f (真实值: %.1f, 误差: %.2f%%)\n', a3_id_direct, a3_true, abs(a3_id_d

% 创建辨识出的传递函数
G_id_direct = tf(1, [a3_id_direct, a2_id_direct, a1_id_direct, 1]);

%% 先求矩M1 M2 M3 递推求 A1 A2 A3法——作为对比用的法二
fprintf('\n方法二: 矩+递推方法\n');

% 计算 M0, M1, M2
M = zeros(3, 1); % M(1)=M0, M(2)=M1, M(3)=M2
M(1) = trapz(t, integrand_base .* ((-t).^0 / factorial(0))); % M0
M(2) = trapz(t, integrand_base .* ((-t).^1 / factorial(1))); % M1
M(3) = trapz(t, integrand_base .* ((-t).^2 / factorial(2))); % M2
fprintf('计算得到 M0=%.4f, M1=%.4f, M2=%.4f\n', M(1), M(2), M(3));

```

```

% 递推计算 A1, A2, A3
A_moment = zeros(3, 1); % A_moment(1)=A1, A_moment(2)=A2, A_moment(3)=A3
A_moment(1) = M(1); % A1 = M0
A_moment(2) = M(2) + A_moment(1) * M(1); % A2 = M1 + A1*M0
A_moment(3) = M(3) + A_moment(1) * M(2) + A_moment(2) * M(1); % A3 = M2 + A1*M1 + A2*M0
fprintf('递推计算 A1=%.4f, A2=%.4f, A3=%.4f\n', A_moment(1), A_moment(2), A_moment(3));

% 辨识出的参数
a1_id_moment = A_moment(1);
a2_id_moment = A_moment(2);
a3_id_moment = A_moment(3);

fprintf('\n矩+递推方法辨识结果:\n');
fprintf(' a1_hat = %.4f (真实值: %.1f, 误差: %.2f%%)\n', a1_id_moment, a1_true, abs(a1_id_moment - a1_true) / a1_true * 100);
fprintf(' a2_hat = %.4f (真实值: %.1f, 误差: %.2f%%)\n', a2_id_moment, a2_true, abs(a2_id_moment - a2_true) / a2_true * 100);
fprintf(' a3_hat = %.4f (真实值: %.1f, 误差: %.2f%%)\n', a3_id_moment, a3_true, abs(a3_id_moment - a3_true) / a3_true * 100);

% 创建辨识出的传递函数
G_id_moment = tf(1, [a3_id_moment, a2_id_moment, a1_id_moment, 1]);

%% 对比一下谁的效果好 + 画图分析
figure;
% 绘制带噪声数据和真实响应
plot(t, h_noisy, 'k.', 'MarkerSize', 2, 'DisplayName', '带噪声的测量数据');
hold on;
plot(t, h_clean, 'b-', 'LineWidth', 1.5, 'DisplayName', '真实阶跃响应');

% 计算辨识模型的阶跃响应
h_id_direct = step(G_id_direct, t);
h_id_moment = step(G_id_moment, t);

plot(t, h_id_direct, 'r--', 'LineWidth', 1.5, 'DisplayName', ...
    sprintf('直接积分法 (a3=%.2f, a2=%.2f, a1=%.2f)', a3_id_direct, a2_id_direct, a1_id_direct));
plot(t, h_id_moment, 'm-.', 'LineWidth', 1.5, 'DisplayName', ...
    sprintf('矩+递推方法 (a3=%.2f, a2=%.2f, a1=%.2f)', a3_id_moment, a2_id_moment, a1_id_moment));

hold off;
grid on;
xlabel('时间 (s)');
ylabel('幅值');
title(['面积法辨识结果比较 (噪声方差 = ' num2str(noise_variance) ')']);

```

```
legend('Location', 'southeast', 'Interpreter', 'none');
```

```
fprintf('\n绘图完成\n');
```

运行结果：

第一组：白噪声方差0.000001

系统参数与仿真设置

真实系统 $G(s) = 1 / (6s^3 + 12s^2 + 3s + 1)$

仿真时间 $T_{end} = 50.00\text{ s}$, 采样间隔 $dt = 0.00010\text{ s}$

加入高斯白噪声: $\text{variance} = 0.0000010$ ($\text{sigma} = 0.001$)

方法一：直接积分法

计算得到 $A1 = 2.9031$

计算得到 $A2 = 13.7885$

计算得到 $A3 = -18.4380$

直接积分法辨识结果：

$a1_hat = 2.9031$ (真实值: 3.0, 误差: 3.23%)

$a2_hat = 13.7885$ (真实值: 12.0, 误差: 14.90%)

$a3_hat = -18.4380$ (真实值: 6.0, 误差: 407.30%)

方法二：矩+递推方法

计算得到 $M0=2.9031$, $M1=5.3606$, $M2=-73.7474$

递推计算 $A1=2.9031$, $A2=13.7885$, $A3=-18.1563$

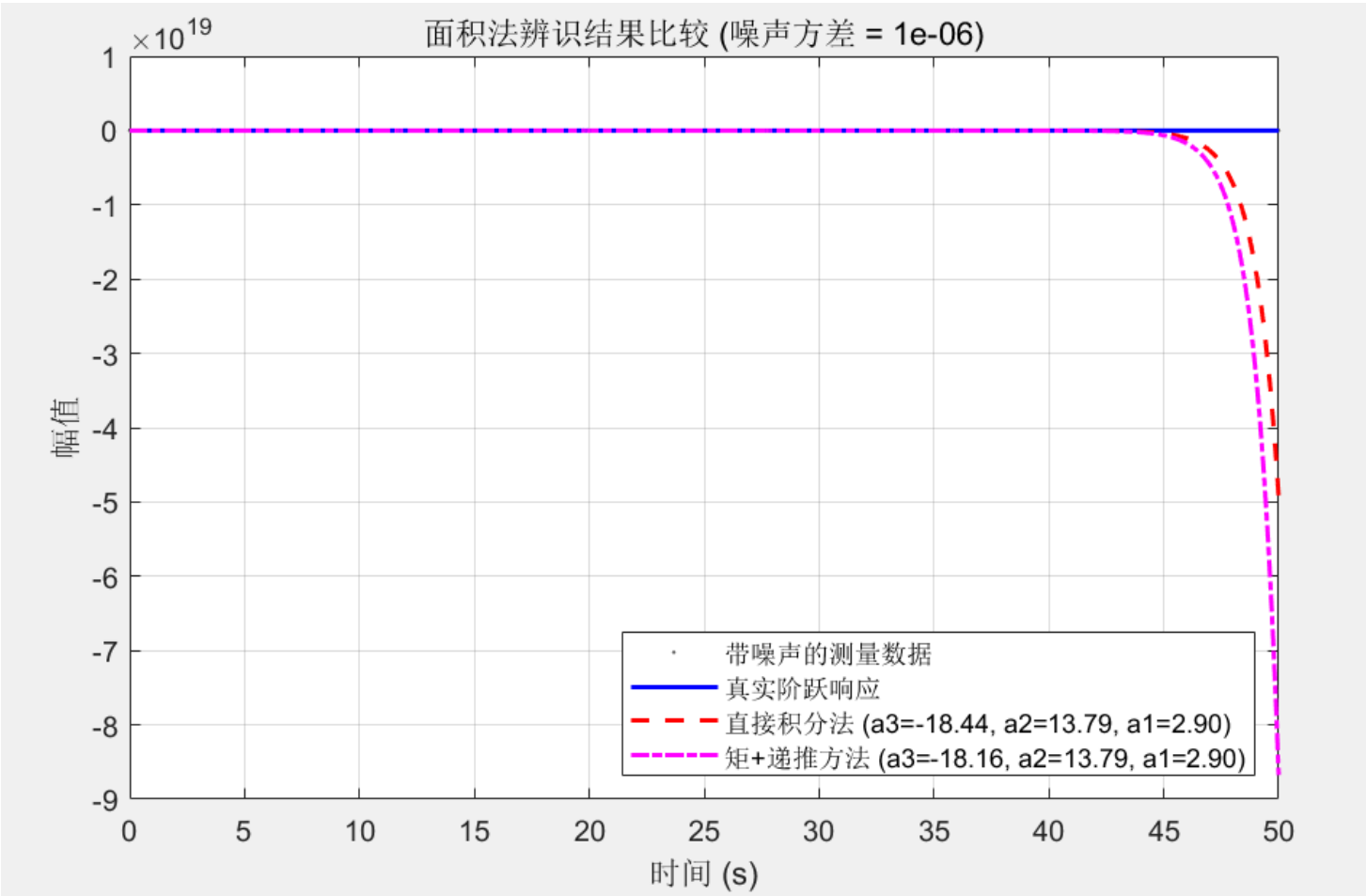
矩+递推方法辨识结果：

$a1_hat = 2.9031$ (真实值: 3.0, 误差: 3.23%)

$a2_hat = 13.7885$ (真实值: 12.0, 误差: 14.90%)

$a3_hat = -18.1563$ (真实值: 6.0, 误差: 402.60%)

绘图完成



第二组：白噪声方差0.0001

系统参数与仿真设置

真实系统 $G(s) = 1 / (6s^3 + 12s^2 + 3s + 1)$

仿真时间 $T_{end} = 50.00$ s, 采样间隔 $dt = 0.00010$ s

加入高斯白噪声: $variance = 0.0001000$ ($\sigma = 0.010$)

方法一：直接积分法

计算得到 $A1 = 2.6525$

计算得到 $A2 = 19.0771$

计算得到 $A3 = -103.1337$

直接积分法辨识结果：

$a1_hat = 2.6525$ (真实值: 3.0, 误差: 11.58%)

$a2_hat = 19.0771$ (真实值: 12.0, 误差: 58.98%)

$a3_hat = -103.1337$ (真实值: 6.0, 误差: 1818.89%)

方法二：矩+递推方法

计算得到 $M0=2.6525$, $M1=12.0411$, $M2=-185.0117$

递推计算 $A1=2.6525$, $A2=19.0771$, $A3=-102.4694$

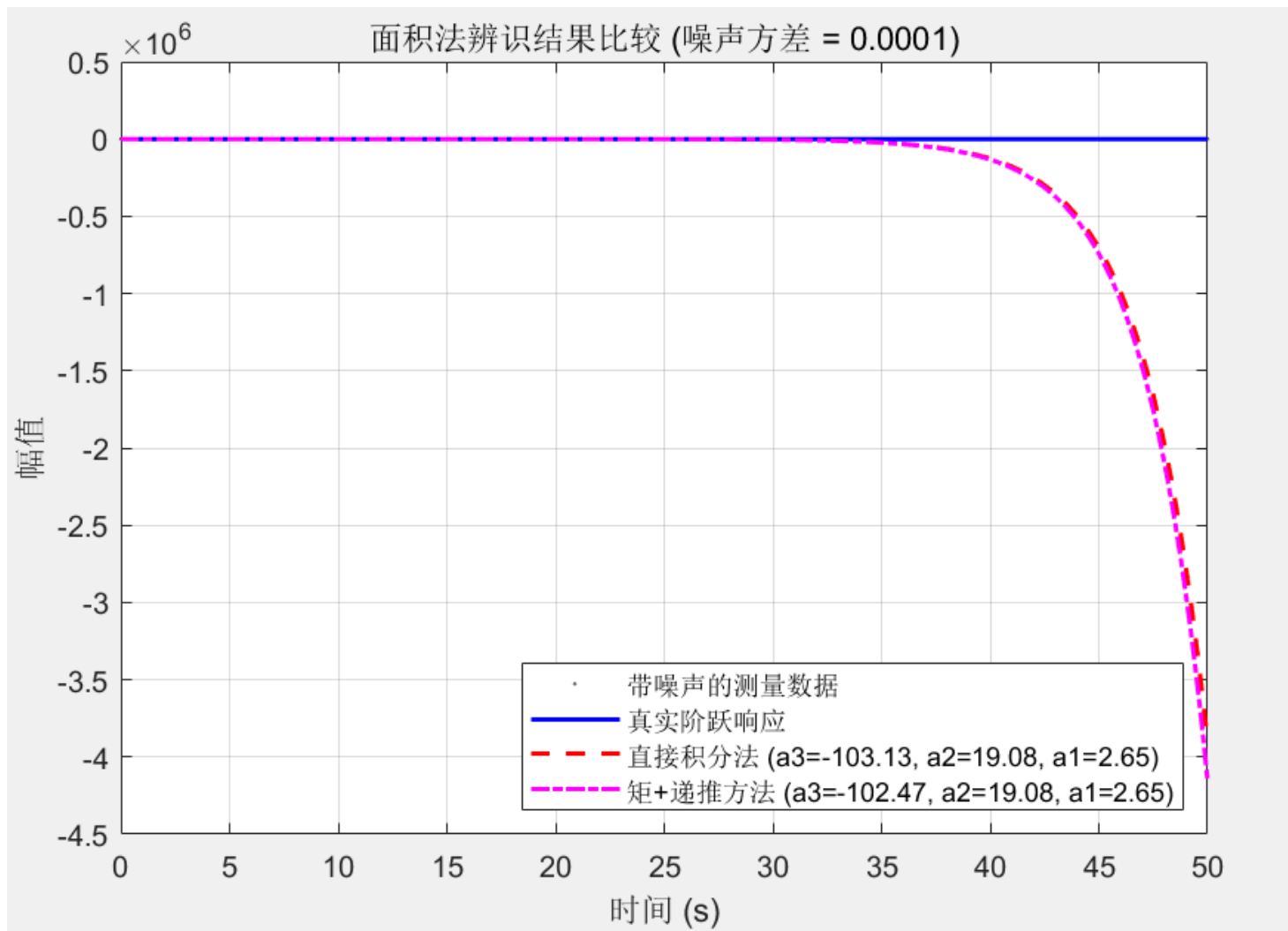
矩+递推方法辨识结果：

$a1_hat = 2.6525$ (真实值: 3.0, 误差: 11.58%)

$a2_hat = 19.0771$ (真实值: 12.0, 误差: 58.98%)

$a3_hat = -102.4694$ (真实值: 6.0, 误差: 1807.82%)

绘图完成



第三组：白噪声方差0.01

系统参数与仿真设置

真实系统 $G(s) = 1 / (6s^3 + 12s^2 + 3s + 1)$

仿真时间 $T_{end} = 50.00$ s, 采样间隔 $dt = 0.00010$ s

加入高斯白噪声: $variance = 0.0100000$ ($\sigma = 0.100$)

方法一：直接积分法

计算得到 $A1 = -0.0075$

计算得到 $A2 = -Inf$

计算得到 $A3 = NaN$

直接积分法辨识结果：

$a1_hat = -0.0075$ (真实值: 3.0, 误差: 100.25%)

$a2_hat = -Inf$ (真实值: 12.0, 误差: Inf%)

$a3_hat = NaN$ (真实值: 6.0, 误差: NaN%)

方法二：矩+递推方法

计算得到 $M0=-0.0075$, $M1=82.9732$, $M2=-1366.4010$

递推计算 $A1=-0.0075$, $A2=82.9733$, $A3=-1367.6479$

矩+递推方法辨识结果：

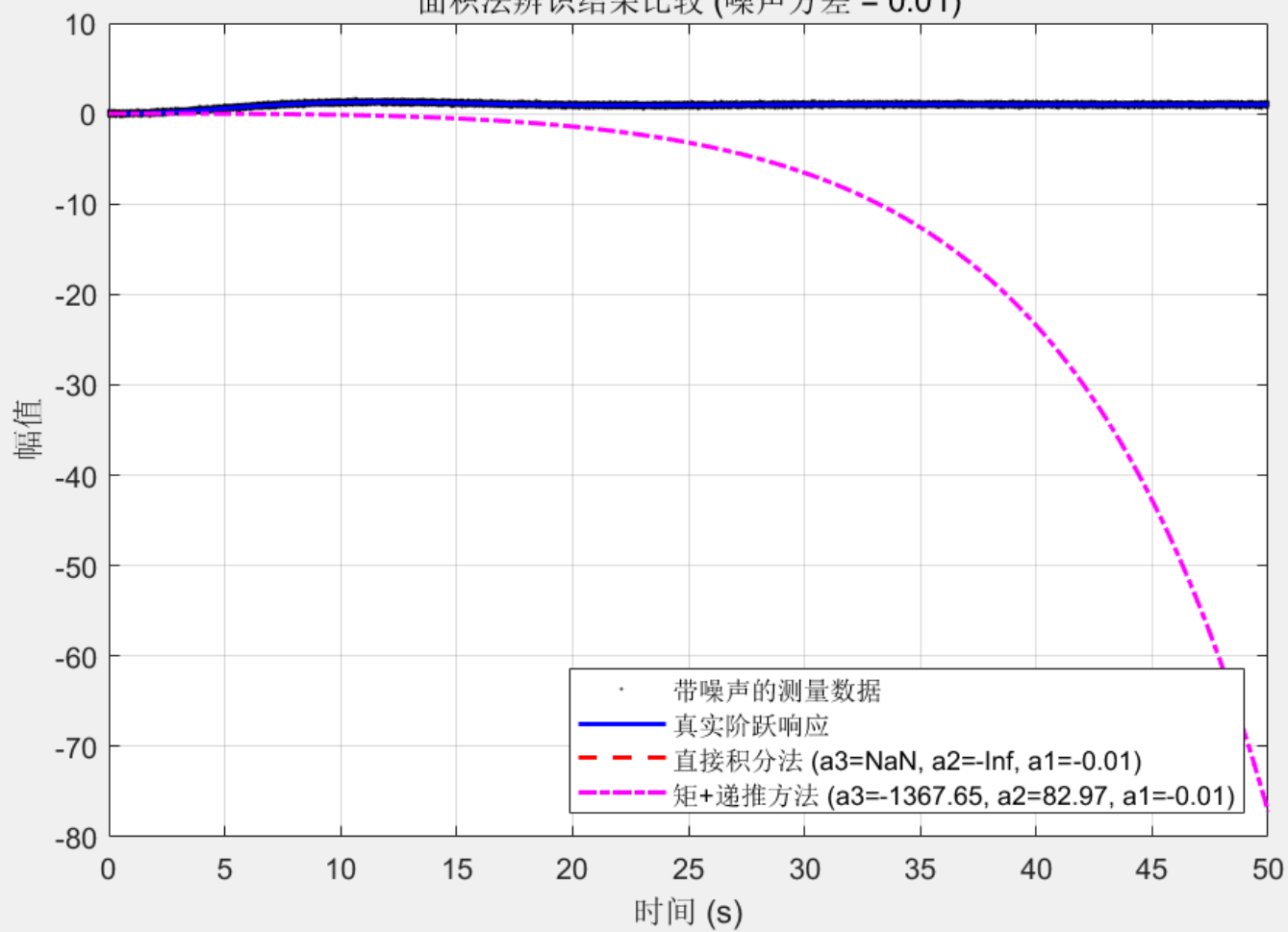
$a1_hat = -0.0075$ (真实值: 3.0, 误差: 100.25%)

$a2_hat = 82.9733$ (真实值: 12.0, 误差: 591.44%)

$a3_hat = -1367.6479$ (真实值: 6.0, 误差: 22894.13%)

绘图完成

面积法辨识结果比较 (噪声方差 = 0.01)



第四组：白噪声方差1

系统参数与仿真设置

真实系统 $G(s) = 1 / (6s^3 + 12s^2 + 3s + 1)$

仿真时间 $T_{end} = 50.00 \text{ s}$, 采样间隔 $dt = 0.00010 \text{ s}$

加入高斯白噪声: $\text{variance} = 1.0000000$ ($\sigma = 1.000$)

方法一：直接积分法

计算得到 $A1 = -64.1069$

计算得到 $A2 = -3062.8016$

计算得到 $A3 = -41924.9035$

直接积分法辨识结果：

$a1_hat = -64.1069$ (真实值: 3.0, 误差: 2236.90%)

$a2_hat = -3062.8016$ (真实值: 12.0, 误差: 25623.35%)

$a3_hat = -41924.9035$ (真实值: 6.0, 误差: 698848.39%)

方法二：矩+递推方法

计算得到 $M0=-64.1069$, $M1=1792.2256$, $M2=-29834.3491$

递推计算 $A1=-64.1069$, $A2=5901.9193$, $A3=-523082.0662$

矩+递推方法辨识结果：

$a1_hat = -64.1069$ (真实值: 3.0, 误差: 2236.90%)

$a2_hat = 5901.9193$ (真实值: 12.0, 误差: 49082.66%)

$a3_hat = -523082.0662$ (真实值: 6.0, 误差: 8718134.44%)

绘图完成

面积法辨识结果比较 (噪声方差 = 1)

