好的，这是这四道题的解答过程：

1. 已知单位负反馈系统的开环传递函数为:
$G(s) = \frac{50(1+0.4s)}{s(1+2s)(1+0.1s)(1+0.05s)}$

将其转换为Bode图标准型：
$G(j\omega) = \frac{50(1+0.4j\omega)}{j\omega(1+2j\omega)(1+0.1j\omega)(1+0.05j\omega)}$

系统的转折频率 (Corner Frequencies) 分别为：

- $\omega_1 = 1/2 = 0.5\ \mathrm{rad/s}$ (来自极点 $1+2s$)
- $\omega_2 = 1/0.4 = 2.5\ \mathrm{rad/s}$ (来自零点 $1+0.4s$)
- $\omega_3 = 1/0.1 = 10\ \mathrm{rad/s}$ (来自极点 $1+0.1s$)
- $\omega_4 = 1/0.05 = 20\ \mathrm{rad/s}$ (来自极点 $1+0.05s$)

② 绘制开环 Bode 图幅频特性渐近线

- $\omega < 0.5\ \mathrm{rad/s}$ **(低频段):**
  - 特性由积分环节 $50/(j\omega)$ 决定。
  - 渐近线斜率为 -20 dB/dec。
  - 在 $\omega = 0.5$ 处, $L(0.5) \approx 20\log_{10}(50/0.5) = 20\log_{10}(100) = 40\ \mathrm{dB}$。
- $0.5 < \omega < 2.5\ \mathrm{rad/s}$:
  - 经过 $\omega = 0.5$ 的极点，斜率变为 -20 - 20 = -40 dB/dec。
  - 在 $\omega = 2.5$ 处, $L(2.5) \approx L(0.5) - 40\log_{10}(2.5/0.5) = 40 - 40\log_{10}(5) \approx 40 - 40(0.7) = 12\ \mathrm{dB}$。
- $2.5 < \omega < 10\ \mathrm{rad/s}$:
  - 经过 $\omega = 2.5$ 的零点，斜率变为 -40 + 20 = -20 dB/dec。
  - 在 $\omega = 10$ 处, $L(10) \approx L(2.5) - 20\log_{10}(10/2.5) = 12 - 20\log_{10}(4) \approx 12 - 20(0.602) \approx 0\ \mathrm{dB}$。
- $10 < \omega < 20\ \mathrm{rad/s}$:
  - 经过 $\omega = 10$ 的极点，斜率变为 -20 - 20 = -40 dB/dec。
  - 在 $\omega = 20$ 处, $L(20) \approx L(10) - 40\log_{10}(20/10) = 0 - 40\log_{10}(2) \approx -12\ \mathrm{dB}$。
- $\omega > 20\ \mathrm{rad/s}$:
  - 经过 $\omega = 20$ 的极点，斜率变为 -40 - 20 = -60 dB/dec。

① 计算剪切频率 ω_c
剪切频率 ω_c 是幅频特性 $L(\omega) = 0\ \mathrm{dB}$ 时的频率。
根据上述渐近线计算，当 $\omega = 10\ \mathrm{rad/s}$ 时，渐近线幅值 $L(10) \approx 0\ \mathrm{dB}$。
因此，剪切频率 $\omega_c \approx 10\ \mathrm{rad/s}$。

③ 绘制相频特性曲线
相角方程为：
$\phi(\omega) = \angle(1+0.4j\omega) - \angle(j\omega) - \angle(1+2j\omega) - \angle(1+0.1j\omega) - \angle(1+0.05j\omega)$
$\phi(\omega) = \arctan(0.4\omega) - 90^\circ - \arctan(2\omega) - \arctan(0.1\omega) - \arctan(0.05\omega)$

- $\omega \to 0^+$ 时: $\phi(\omega) \to 0 - 90^\circ - 0 - 0 - 0 = -90^\circ$。
- $\omega \to +\infty$ 时: $\phi(\omega) \to 90^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 90^\circ = -270^\circ$。
- 在 $\omega_c = 10 \text{ rad/s}$ 处:
  $\phi(10) = \arctan(0.4 \times 10) - 90^\circ - \arctan(2 \times 10) - \arctan(0.1 \times 10) - \arctan(0.05 \times 10)$
  $\phi(10) = \arctan(4) - 90^\circ - \arctan(20) - \arctan(1) - \arctan(0.5)$
  $\phi(10) \approx 76.0^\circ - 90^\circ - 87.1^\circ - 45^\circ - 26.6^\circ = -172.7^\circ$

④ 用对数稳定判据判断闭环系统稳定性

- **相位裕度 (Phase Margin, γ):**
  $\gamma = 180^\circ + \phi(\omega_c)$
  $\gamma \approx 180^\circ + (-172.7^\circ) = 7.3^\circ$
- **幅值裕度 (Gain Margin, K_g):**
  首先找到相位穿越频率 ω_g，即 $\phi(\omega_g) = -180^\circ$ 的频率。
  由 $\phi(10) \approx -172.7^\circ$ 可知 ω_g 略大于 10。
  通过试算或求解器可得 $\omega_g \approx 12 \text{ rad/s}$。
  （$\phi(12) \approx \arctan(4.8) - 90^\circ - \arctan(24) - \arctan(1.2) - \arctan(0.6) \approx 78.2^\circ - 90^\circ - 87.6^\circ - 50.2^\circ - 31.0^\circ \approx -180.6^\circ$）
  幅值裕度 $K_g = -L(\omega_g) = -L(12)$。
  $L(12)$ 位于 10 rad/s 和 20 rad/s 之间，该段渐近线斜率为 -40 dB/dec。
  $L(12) \approx L(10) - 40\log_{10}(12/10) = 0 - 40\log_{10}(1.2) \approx -40(0.079) \approx -3.16 \text{ dB}$。
  $K_g \approx -(-3.16 \text{ dB}) = 3.16 \text{ dB}$。
- **稳定性结论:**
  因为相位裕度 $\gamma \approx 7.3^\circ > 0$，且幅值裕度 $K_g \approx 3.16 \text{ dB} > 0$，所以该闭环系统稳定。

---

2. 相位裕度和幅值裕度的定义和物理意义。

- **相位裕度 (Phase Margin, γ):**
  - **定义:** 开环频率特性在剪切频率 ω_c (即幅值 $L(\omega_c) = 0 \text{ dB}$ 处) 的相角 $\phi(\omega_c)$ 与 -180° 线的差值。数学表达式为：$\gamma = 180^\circ + \phi(\omega_c)$。
  - **物理意义:** 它反映了系统保持稳定的“相位储备”。物理上，它表示系统在达到不稳定（即相角达到 -180°）之前，还能额外承受多大的纯相位滞后。相位裕度越大，系统稳定性越好，时域

响应的超调量越小，阻尼比越大。

- **幅值裕度 (Gain Margin, K_g):**
    - **定义:** 开环频率特性在相位穿越频率 ω_g (即相角 $\phi(\omega_g) = -180^\circ$ 处) 的幅值 $L(\omega_g)$ 的倒数，并用分贝(dB)表示。数学表达式为：$K_g = -L(\omega_g) = -20\log_{10}|G(j\omega_g)|$ (dB)。
    - **物理意义:** 它反映了系统保持稳定的“增益储备”。物理上，它表示系统的开环增益在达到不稳定（即幅值 $L(\omega_g)$ 达到 $0\ \mathrm{dB}$）之前，还能额外增加多少倍。幅值裕度越大，系统对增益变化的容忍度越高，稳定性越好。

---

3. 设某单位负反馈系统的开环传递函数为 $G(s) = \frac{\tau s+1}{s^2}$，试确定使系统的相角裕度 $\gamma = +45^\circ$ 时的 τ 值。

解：

1. 写出系统的开环频率特性：
   $G(j\omega) = \frac{1+j\omega\tau}{(j\omega)^2} = \frac{1+j\omega\tau}{-\omega^2}$
2. 根据相位裕度的定义 $\gamma = 180^\circ + \phi(\omega_c)$，其中 ω_c 是剪切频率。
   给定 $\gamma = 45^\circ$，因此：
   $45^\circ = 180^\circ + \phi(\omega_c) \implies \phi(\omega_c) = -135^\circ$
3. 计算系统的相角 $\phi(\omega)$：
   $\phi(\omega) = \angle(1+j\omega\tau) - \angle(-\omega^2)$
   $\phi(\omega) = \arctan(\omega\tau) - 180^\circ$
4. 将 $\omega = \omega_c$ 和 $\phi(\omega_c) = -135^\circ$ 代入上式：
   $\arctan(\omega_c\tau) - 180^\circ = -135^\circ$
   $\arctan(\omega_c\tau) = 45^\circ$
   $\omega_c\tau = \tan(45^\circ) = 1$
   $\implies \omega_c = 1/\tau$
5. 根据剪切频率 ω_c 的定义，此时 $|G(j\omega_c)| = 1$。
   $|G(j\omega)| = |\frac{1+j\omega\tau}{-\omega^2}| = \frac{\sqrt{1+(\omega\tau)^2}}{\omega^2}$
   将 $\omega = \omega_c$ 代入：
   $\frac{\sqrt{1+(\omega_c\tau)^2}}{\omega_c^2} = 1$
6. 联立求解 $\omega_c\tau = 1$ 和 $\frac{\sqrt{1+(\omega_c\tau)^2}}{\omega_c^2} = 1$：
   将 $\omega_c\tau = 1$ 代入第二个方程：
   $\frac{\sqrt{1+(1)^2}}{\omega_c^2} = 1$
   $\frac{\sqrt{2}}{\omega_c^2} = 1 \implies \omega_c^2 = \sqrt{2} \implies \omega_c = 2^{1/4}$

7. 求 τ：
   $\tau = \frac{1}{\omega_c} = \frac{1}{2^{1/4}} = 2^{-1/4}$
   $(\tau \approx 0.841)$

---

4. 设某负反馈系统的开环传递函数为 $G(s)H(s) = \frac{Ke^{-0.1s}}{s(0.1s+1)(s+1)}$，试通过该系统的频率响应确定剪切频率 $\omega_c = 5 \text{ rad/s}$ 时的开环增益 K。

解：

1. 剪切频率 ω_c 的定义是开环幅频特性 $|G(j\omega_c)H(j\omega_c)| = 1$ 时的频率。
2. 题目给定 $\omega_c = 5 \text{ rad/s}$。
3. 写出开环频率特性：
   $G(j\omega)H(j\omega) = \frac{Ke^{-0.1j\omega}}{j\omega(0.1j\omega+1)(j\omega+1)}$
4. 计算其幅值：
   $|G(j\omega)H(j\omega)| = \frac{|K|\cdot|e^{-0.1j\omega}|}{|j\omega|\cdot|0.1j\omega+1|\cdot|j\omega+1|}$
   （其中 $|e^{-0.1j\omega}| = 1$，假设 $K > 0$）
   $|G(j\omega)H(j\omega)| = \frac{K}{\omega\cdot\sqrt{(0.1\omega)^2+1}\cdot\sqrt{\omega^2+1}}$
5. 将 $\omega = \omega_c = 5$ 代入，并令其幅值为 1：
   $|G(j5)H(j5)| = \frac{K}{5\cdot\sqrt{(0.1\times5)^2+1}\cdot\sqrt{5^2+1}} = 1$
   $\frac{K}{5\cdot\sqrt{(0.5)^2+1}\cdot\sqrt{25+1}} = 1$
   $\frac{K}{5\cdot\sqrt{0.25+1}\cdot\sqrt{26}} = 1$
   $\frac{K}{5\cdot\sqrt{1.25}\cdot\sqrt{26}} = 1$
6. 求解 K：
   $K = 5 \cdot \sqrt{1.25} \cdot \sqrt{26}$
   $K = 5 \cdot \sqrt{1.25 \times 26}$
   $K = 5 \cdot \sqrt{32.5}$
   $K \approx 5 \times 5.7008 \approx 28.504$

所以，当 $K = 5\sqrt{32.5} \approx 28.5$ 时，系统的剪切频率为 $\omega_c = 5 \text{ rad/s}$。

好的，同学。我来帮你解答一下这几道关于第六章（无刷直流电机和交流伺服电机）的问答题。

---

1. 无刷直流电机的定子磁场是连续变化还是步进变化的？请给出简要说明。如何减少无刷直流电机转矩脉动？

答：

- （1）无刷直流电机（BLDC）的定子磁场是**步进变化**的。
  - **简要说明**：这是因为BLDC采用的是“**六步换相法**”（Six-Step Commutation）。它不是像PMSM那样平滑地改变磁场，而是根据霍尔元件等位置传感器粗略感知的转子位置，分六个固定的步骤（例如A-C通电 $\rightarrow$ B-C通电 $\rightarrow$ B-A通电...） 来切换定子绕组的通电状态。每切换一次，定子磁场就会“跳”到一个新的固定位置（例如从120°跳到180°），从而形成一个步进旋转的磁场，拖动转子“一顿一顿”地转动。
- （2）**如何减少转矩脉动**：
  - BLDC产生转矩脉动的根本原因，是其梯形反电势波形与非理想的方波电流波形在换相瞬间不匹配。
  - 因此，最有效的方法是改变控制策略，采用**正弦波驱动**。
  - 具体来说，就是将其当作**永磁同步电机（PMSM）来控制，使用FOC（矢量控制）算法，配合高精度的位置传感器（如编码器），产生与电机反电动势同相位的正弦波电流**。这样可以使三相产生的瞬时转矩之和始终保持恒定，从而实现平滑无波动的转矩输出。

2. BLDC交流伺服电动机为什么会出现换相转矩脉动？

答：
理论上，如果能给梯形波反电势的BLDC通入理想的方波电流，总转矩是恒定无波动的。但在实际运行中，转矩脉动是不可避免的，尤其是在换相的瞬间。

其主要原因在于**定子绕组电感的存在**：

1. **电流不能突变**：由于电感（L）的存在，绕组中的电流 i 不能发生跳变（di/dt 有限）。
2. **换相需要时间**：当控制器发出换相指令时（例如从A相切换到B相），A相的电流需要**一段时间才能下降**到零，同时B相的电流也需要**一段时间才能上升**到目标值。
3. **波形不匹配**：在这个电流“一降一升”的短暂过程中，定子合成电流波形不再是理想的方波，导致其与梯形反电势波形的匹配被破坏。
4. **转矩波动**：电机总转矩是各相转矩之和。在换相期间，由于电流波形不理想，导致合成的电磁转矩会暂时性地“下跌”或“过冲”，这就产生了**换相转矩脉动**。

3. PMSM在匀速转动中， 电机定子线圈的反电动势波形是什么？反电动势产生的过程是什么？反电动势最大值与电机转速之间是什么关系？

答：

- （1）**波形**：永磁同步电机（PMSM）在匀速转动时，定子线圈的反电动势波形是**正弦波**（Sinusoidal wave）。
- （2）**产生过程**：
  - 反电动势的产生遵循**法拉第电磁感应定律**。
  - PMSM的转子是永磁体，它会产生一个恒定的磁场。
  - 当电机转动时，这个**旋转的转子磁场**会“切割”静止的定子绕组线圈。
  - 磁场（磁通量 Φ）相对线圈的变化（$\frac{d\Phi}{dt}$）会在定子线圈中感应出电压，这个电压就是反电动势。
  - 由于PMSM的永磁体和定子绕组在设计上就是为了产生正弦波磁密分布的，因此在匀速转动时，感应出的反电动势就是标准的三相正弦波。
- （3）**最大值与转速的关系**：
  - 反电动势的最大值（即幅值 E）与电机的转速（ω 或 n）成**正比关系**。
  - 根据直流电机的基本公式（也适用于PMSM的FOC模型），反电动势 $E_a = K_e\omega$。其中 K_e 是反电势系数（由电机结构和磁通决定，对于永磁体 K_e 是常数），ω 是电机的机械角速度。因此，转速越快，反电动势的峰值就越高。

4. 如何理解PMSM电机通过矢量控制将其控制转化成为了直流电机控制问题?

答：
这是一个非常核心的概念。我们之所以要这么做，是因为有刷直流电机（DCM）的控制非常简单，而交流电机（PMSM）的控制非常复杂。

- **直流电机（DCM）的简单性**：
  - 在有刷直流电机中，**励磁磁场**（由定子产生，I_f 控制）和**转矩**（由转子电枢电流 I_a 产生）是天然**正交（垂直）且解耦**的。
  - 你想控制转矩，只需要控制直流电流 I_a 即可；你想弱磁调速，只需要控制直流电流 I_f 即可。两者互不干扰，控制的是两个**直流**量。
- **交流电机（PMSM）的复杂性**：
  - PMSM有三相（A, B, C）绕组，通入的是三个**交流**正弦电流。
  - 这三个电流是耦合在一起的，电机产生的总转矩是这三相电流瞬时值与转子**实时位置**（θ）共同作用的复杂结果。
- **矢量控制（FOC）的“魔法”**：
  - FOC的核心就是通过**坐标变换**，把复杂的“交流问题”变回简单的“直流问题”。
  - **步骤1：Clarke变换 (abc $\to \alpha\beta$)**
    - 将定子上三个相差 120° 的A, B, C三相交流电，在数学上等效变换为两相正交（相差90°）的 α, β 交流电。这还在**定子坐标系**（静止的）下。
  - **步骤2：Park变换 ($\alpha\beta \to$ dq)**
    - 这是最关键的一步。它引入一个与**转子同步旋转**的d-q坐标系。d轴（直轴）始终对准转子永磁体的N极磁场方向，q轴（交轴）始终与d轴垂直。

        - 通过Park变换，把 α, β 坐标系下的两个交流量，投影到这个旋转的d-q坐标系上，得到了两个**直流量**：i_d 和 i_q。
    - **实现直流化控制**：
        - i_d **（直轴电流）**：变成了控制**磁场**的直流分量，完全对应有刷直流电机的**励磁电流** I_f。
        - i_q **（交轴电流）**：变成了控制**转矩**的直流分量，完全对应有刷直流电机的**电枢电流** I_a。
- **总结**：通过FOC变换，我们不再需要去解算复杂的 i_a, i_b, i_c 正弦波，而是只需要像控制一台直流电机一样，用两个PI控制器去控制两个直流电平 i_d 和 i_q 即可。对于永磁电机，我们通常让 $i_d = 0$，**此时电机的转矩 T_e 就只与 i_q 成正比 ($T_e \propto i_q$)**，实现了完美、线性的转矩控制，就像控制直流电机的电枢电流一样简单。