

Aplicação do Método da Inversa

Procedimentos Numéricos em Bootstrap Paramétrico

Jaqueline Lamas da Silva

05/02/2023

Sumário

Questão 1:	2
Letra a:	2
Letra b:	3
Questão 2:	6
Questão 3:	7
Conclusão	19

Questão 1:

Para a definição da função densidade de probabilidade o suporte é definido como uma parâmetro do relatório, no arquivo RMD, não consegui elaborar uma forma de receber a expressão e passar para a dUser. O relatório foi baseado na função:

$$f_X(x) = 12(x - 0.5)^2 I(x)_{[0,1]}$$

```
dUser<-function(x,a=params$a, b=params$b) # fdp da V.A., o usuario vai definir a expres
{
  I<-as.numeric(x>=a & x<=b)
  I*(12*(x-0.5)^2)
  #ifelse(x<a , 0, ifelse( x>b , 0, 12*(x-0.5)^2))
}
```

Letra a:

```
# Calculo da esperanca e da variancia
esp<-function(x) x*(12*(x-0.5)^2)
variancia<-function(x, mu) ((x-mu)^2)*(12*(x-0.5)^2)
mu<-integrate(esp, lower = params$a, upper=params$b)$value
sigma2<-integrate(variancia,mu=mu, lower = params$a, upper=params$b)$value
```

- O valor esperado é: 0.5
- A variância é: 0.15

Letra b:

```
pUser<-function(x, a=params$a, b=params$b) # Fda da V.A.
{
  I2<-x>b
  I2*1+(1-I2)*(integrate(dUser,lower = -Inf,upper= x)$value)

  #ifelse(x<a,0,
  #ifelse(x>b,1,integrate(dUser,lower = -Inf,upper= x)$value))
}
pUser<-Vectorize(pUser)

qUser<-function(p, a=params$a, b=params$b) # nao funciona vetorizada
{
  valor<-optimise(function(x){(pUser(x)-p)^2}, maximum = F,
                  lower = a , upper = b)
  return(valor$minimum)
}
qUser<-Vectorize(qUser) # Vetorizacao "forçada"

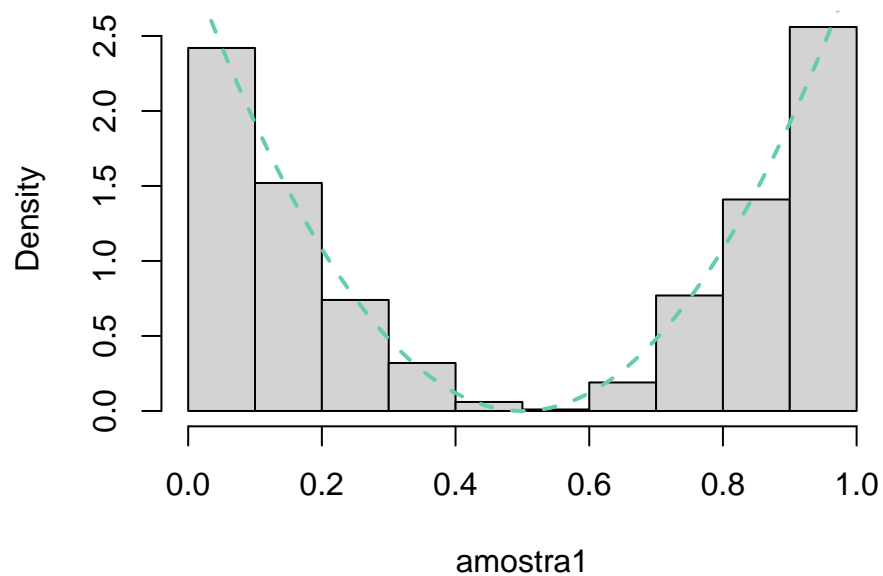
rUser<-function(n)
{
  u<-runif(n)
  qUser(u)
}

# Verificação da qualidade do gerador

amostra1<- rUser(1000)

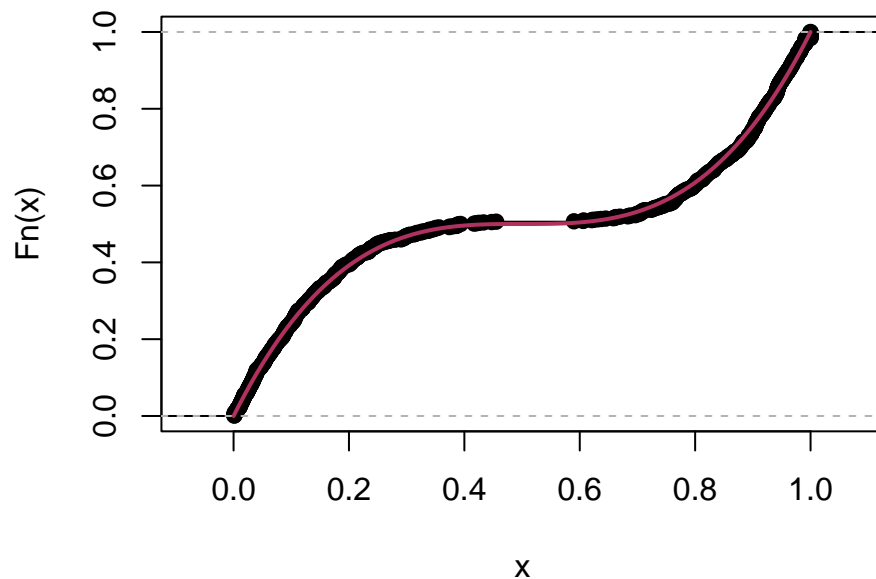
hist(amostra1, freq = F)
curve(dUser, from=params$a, to=params$b, col="aquamarine3", lty=2, add=T, lwd=2)
```

Histogram of amostra1



```
fn<-ecdf(amostra1)
plot(fn)
curve(pUser(x), from = 0, to = 1, add = T, col= "maroon", lwd=2)
```

ecdf(amostra1)



```
ks.test(amostra1, y=pUser)
```

```
##  
## Asymptotic one-sample Kolmogorov-Smirnov test  
##  
## data: amostra1  
## D = 0.019267, p-value = 0.8517  
## alternative hypothesis: two-sided
```

Para verificar a qualidade do gerador foi gerada uma amostra de 1000 valores, a partir dessa amostra fiz a comparação do histograma com a densidade teórica. Além disso, plotei a função de distribuição empírica junto com a verdadeira. E, por fim, foi realizado o teste de Kolmogorov-Smirnov, e pelo teste não temos evidências para rejeitar a hipótese nula, dessa forma os dados parecem vir da pUser. O gerador parece bom, porém muito lento.

Questão 2:

Implementar procedimento computacional para geração de 1.000 amostras de tamanho n provenientes desta população. Repita este experimento para os valores de $n = 5, 15, 25, 50, 100, 200$ e 500 .

Como a geração das amostras está muito lenta, salvei um objeto com as amostras para conseguir rodar o relatório várias vezes sem precisar gerar novas as amostras.

```
n<-c(5, 15, 25, 50, 100, 200, 500)
# amostras<-lapply(n, FUN = function(n){replicate(1000,rUser(n))})
# saveRDS(amostras, file="amostras.RDS")
amostras<-readRDS("C:/ufjf/EstatisticaComputacional2/amostras.RDS")
```

Questão 3:

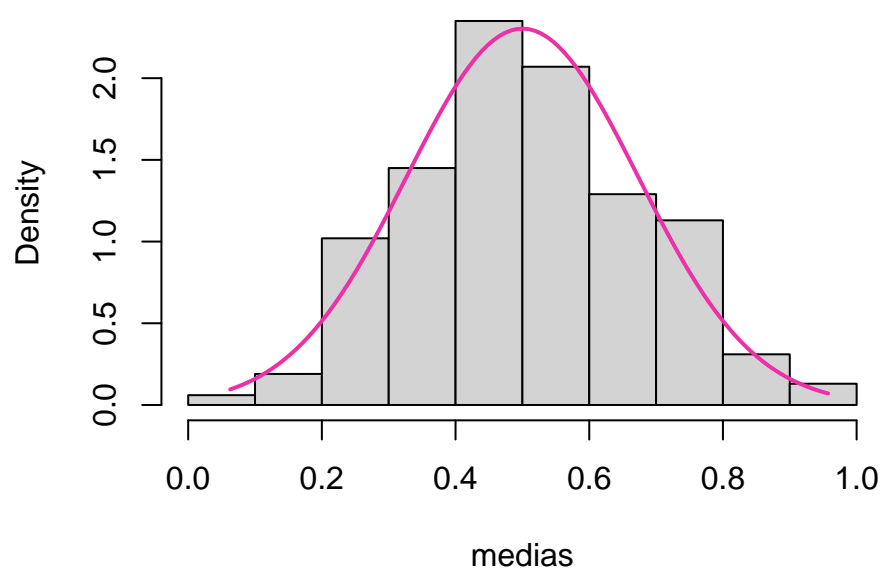
```
for(i in seq_along(n))
{
  medias<-apply(amostras[[i]], 2, mean)

  hist(medias, freq = F, main=paste0("Histograma das médias, n = ",n[i]))
  curve(dnorm(x,mean=mu, sd=sqrt(sigma2/n[i])), from=min(medias),
        to=max(medias), add=T, col="maroon2", lwd=2)
  print("A distribuição das médias está próxima da teórica")

  fn<-ecdf(medias)
  plot(fn, main= paste0("Distribuição empírica e teórica das médias, n = ", n[i]))
  curve(pnorm(x, mean=mu, sd=sqrt(sigma2/n[i])), from = 0,
        to = 1, add = T, col= "maroon2", lwd=2)

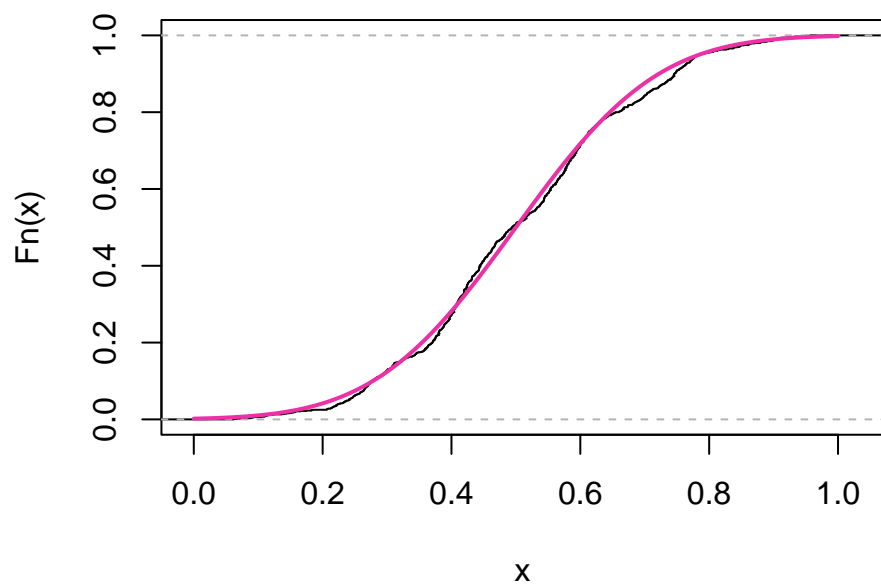
  mediaMedias<-mean(medias)
  print("----Estatísticas descritivas----")
  print(paste0("A media verdadeira é: ", mu, " e a empírica é: ", round(mediaMedias,3)))
  print(paste0("O desvio padrão teórico é: ",round(sqrt(sigma2/n[i]),3) ," e o empírico é: ",round(sd(medias),3)))
  print("-----Teste de Normalidade-----")
  teste<-ks.test(medias, y="pnorm", mean=mu, sd=sqrt(sigma2/n[i]))
  print(teste)
  if(teste$p.value>0.01)
  {
    print("A distribuição obtida para as médias é próxima da teórica!")
  }
  else
  {
    print("A distribuição obtida para as médias não é próxima da teórica!")
  }
}
```

Histograma das médias, $n = 5$



```
## [1] "A distribuição das médias está próxima da teórica"
```

Distribuição empírica e teórica das médias, $n = 5$

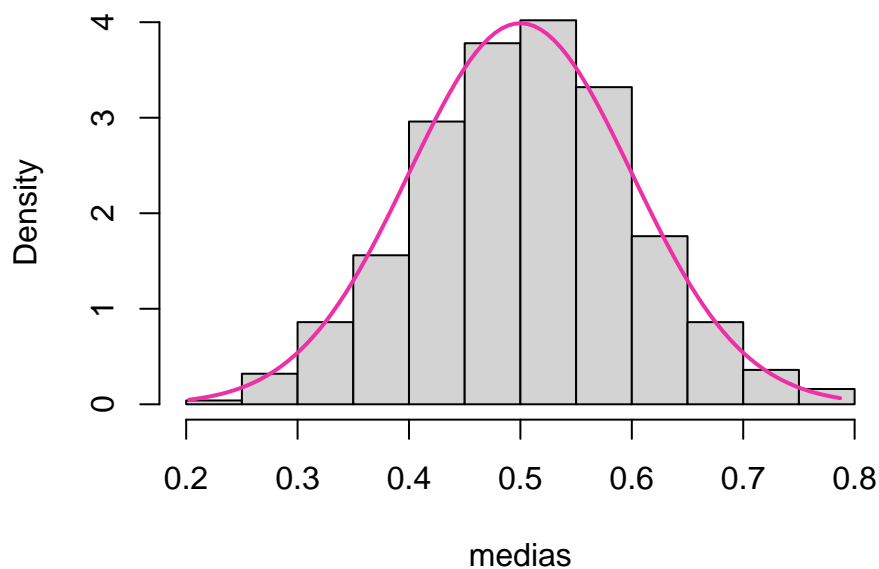


```
## [1] "----Estatísticas descritivas----"
```



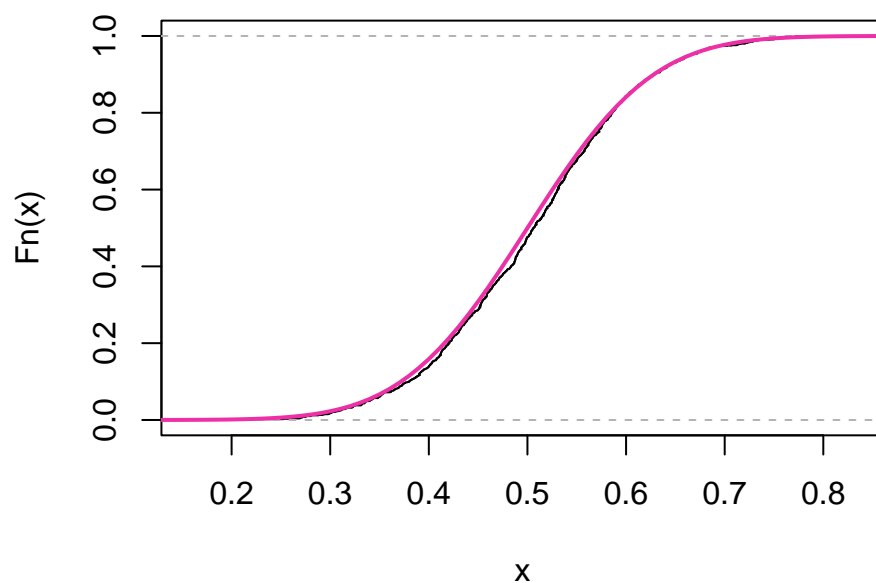
```
## [1] "A media verdadeira é: 0.5 e a empírica é: 0.507"  
## [1] "O desvio padrão teórico é: 0.173 e o empírico é: 0.173"  
## [1] "-----Teste de Normalidade-----"  
##  
## Asymptotic one-sample Kolmogorov-Smirnov test  
##  
## data: medias  
## D = 0.036176, p-value = 0.1459  
## alternative hypothesis: two-sided  
##  
## [1] "A distribuição obtida para as médias é próxima da teórica!"
```

Histograma das médias, n = 15



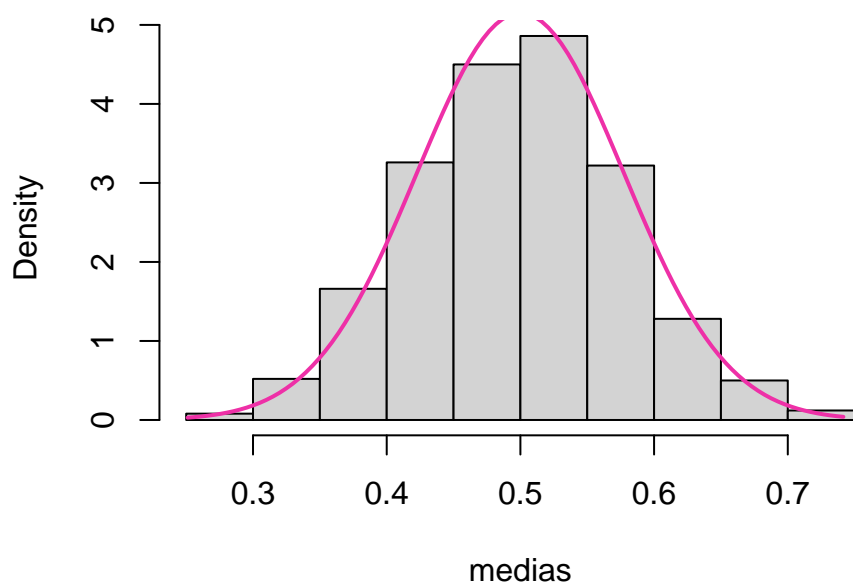
```
## [1] "A distribuição das médias está próxima da teórica"
```

Distribuição empírica e teórica das médias, $n = 15$



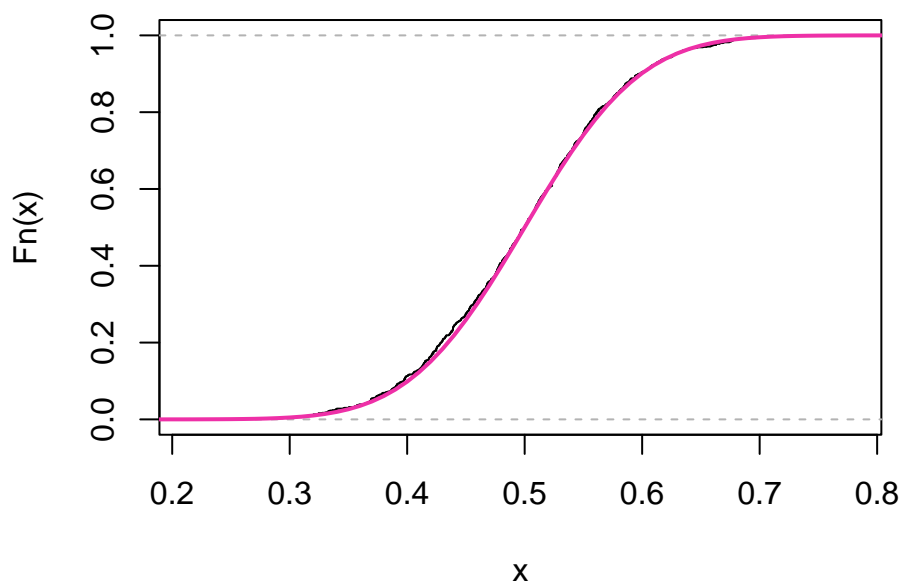
```
## [1] "----Estatísticas descritivas----"
## [1] "A media verdadeira é: 0.5 e a empírica é: 0.505"
## [1] "O desvio padrão teórico é: 0.1 e o empírico é: 0.098"
## [1] "-----Teste de Normalidade-----"
##
## Asymptotic one-sample Kolmogorov-Smirnov test
##
## data:  medias
## D = 0.039735, p-value = 0.08504
## alternative hypothesis: two-sided
##
## [1] "A distribuição obtida para as médias é próxima da teórica!"
```

Histograma das médias, $n = 25$



[1] "A distribuição das médias está próxima da teórica"

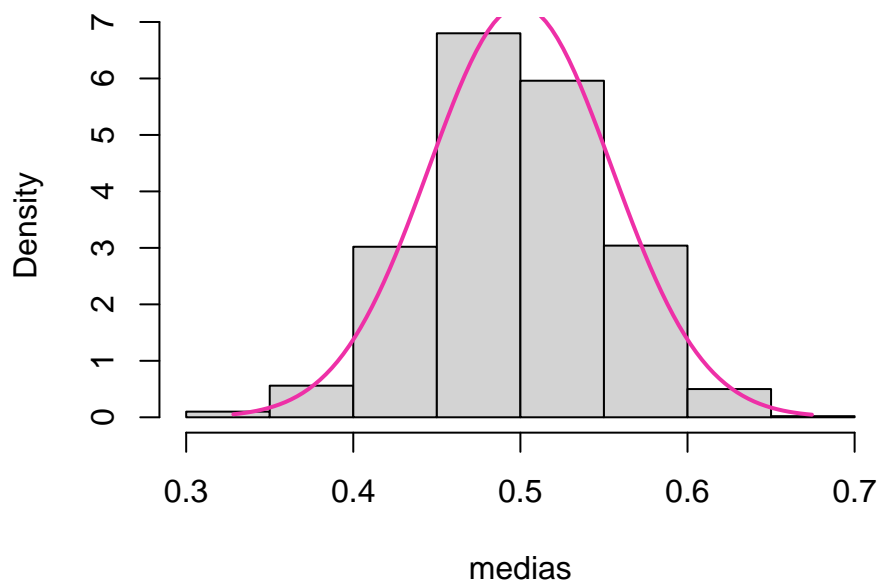
Distribuição empírica e teórica das médias, $n = 25$



[1] "----Estatísticas descritivas----"

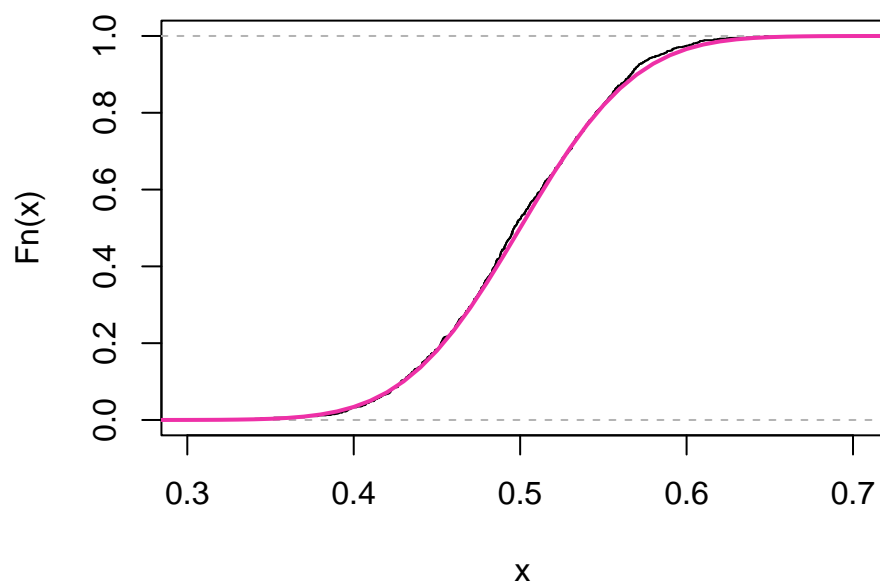
```
## [1] "A media verdadeira é: 0.5 e a empírica é: 0.498"
## [1] "O desvio padrão teórico é: 0.077 e o empírico é: 0.079"
## [1] "-----Teste de Normalidade-----"
##
## Asymptotic one-sample Kolmogorov-Smirnov test
##
## data:  medias
## D = 0.025991, p-value = 0.509
## alternative hypothesis: two-sided
##
## [1] "A distribuição obtida para as médias é próxima da teórica!"
```

Histograma das médias, n = 50



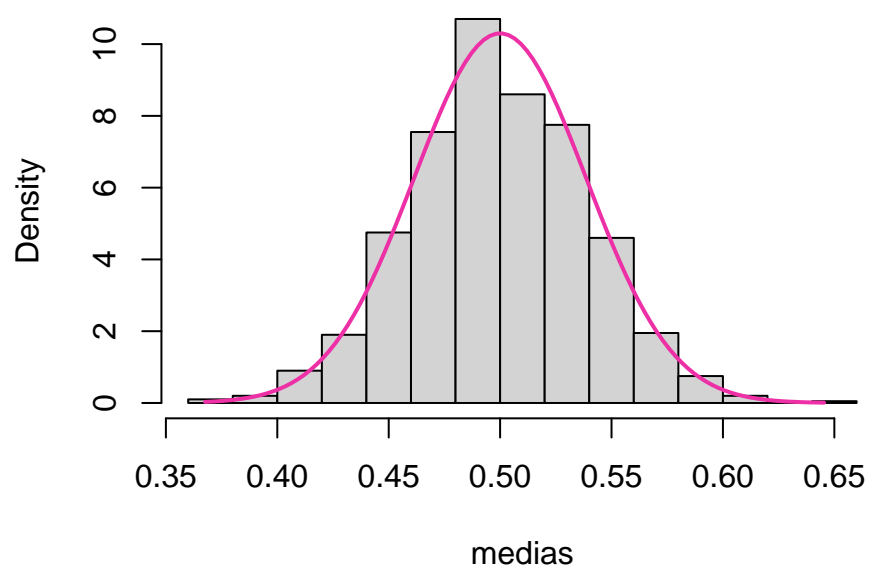
```
## [1] "A distribuição das médias está próxima da teórica"
```

Distribuição empírica e teórica das médias, $n = 50$



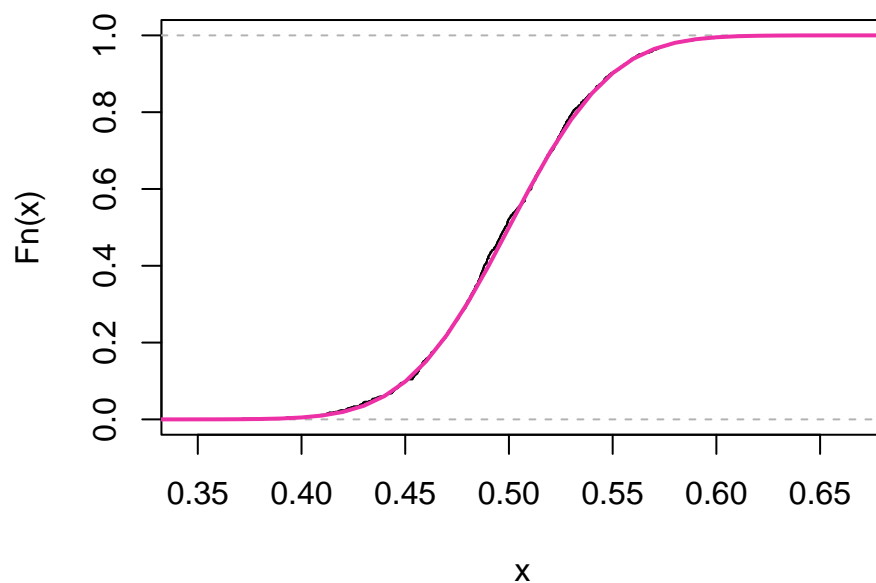
```
## [1] "----Estatísticas descritivas----"
## [1] "A media verdadeira é: 0.5 e a empírica é: 0.498"
## [1] "O desvio padrão teórico é: 0.055 e o empírico é: 0.053"
## [1] "-----Teste de Normalidade-----"
##
## Asymptotic one-sample Kolmogorov-Smirnov test
##
## data:  medias
## D = 0.029141, p-value = 0.3637
## alternative hypothesis: two-sided
##
## [1] "A distribuição obtida para as médias é próxima da teórica!"
```

Histograma das médias, $n = 100$



```
## [1] "A distribuição das médias está próxima da teórica"
```

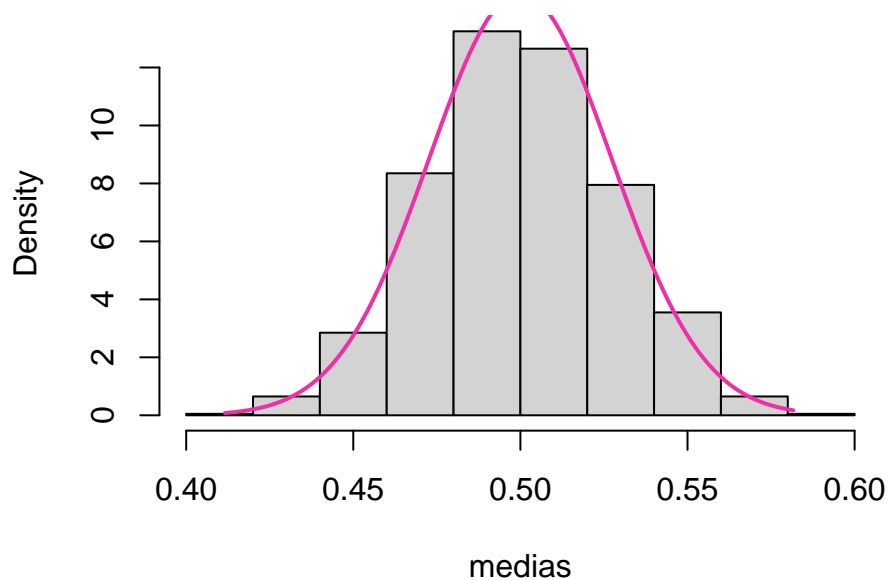
Distribuição empírica e teórica das médias, $n = 100$



```
## [1] "----Estatísticas descritivas----"
```

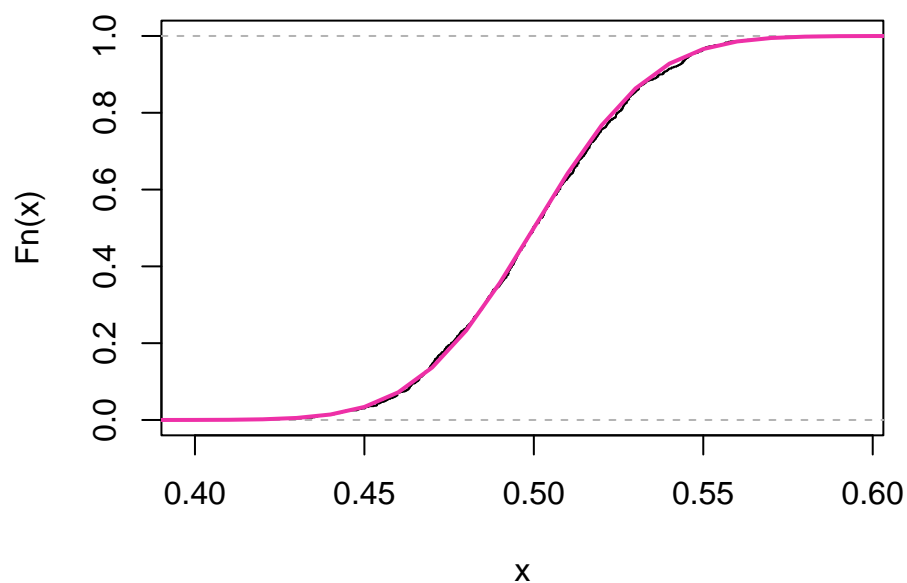
```
## [1] "A media verdadeira é: 0.5 e a empírica é: 0.499"
## [1] "O desvio padrão teórico é: 0.039 e o empírico é: 0.039"
## [1] "-----Teste de Normalidade-----"
##
## Asymptotic one-sample Kolmogorov-Smirnov test
##
## data:  medias
## D = 0.026736, p-value = 0.4722
## alternative hypothesis: two-sided
##
## [1] "A distribuição obtida para as médias é próxima da teórica!"
```

Histograma das médias, n = 200



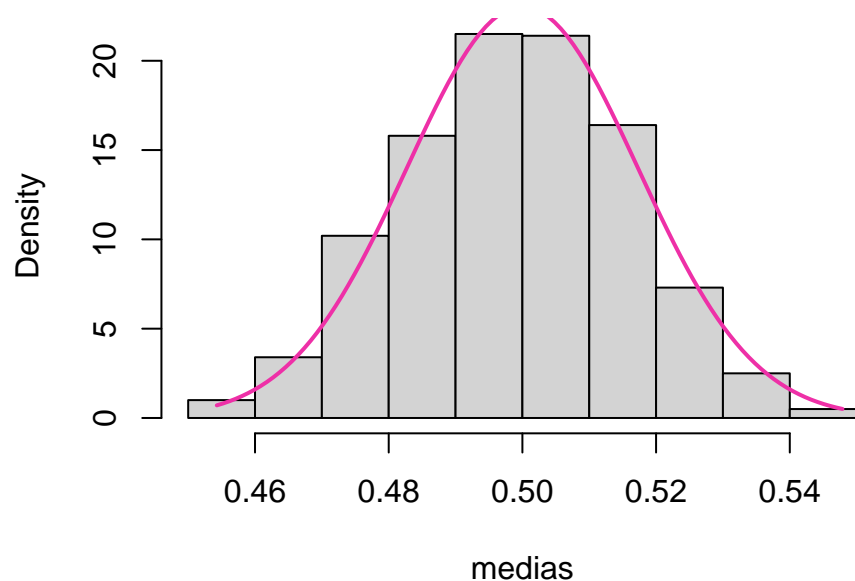
```
## [1] "A distribuição das médias está próxima da teórica"
```

Distribuição empírica e teórica das médias, $n = 200$



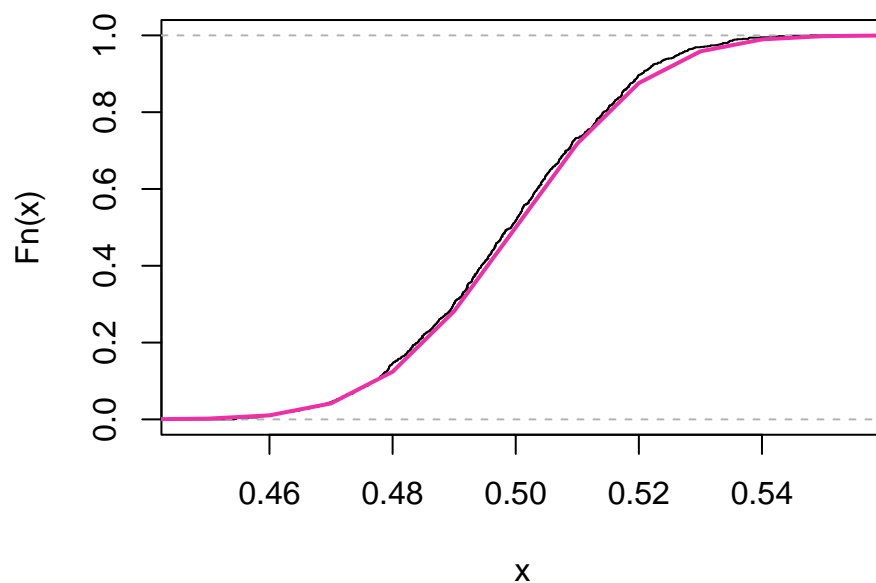
```
## [1] "----Estatísticas descritivas----"
## [1] "A media verdadeira é: 0.5 e a empírica é: 0.5"
## [1] "O desvio padrão teórico é: 0.027 e o empírico é: 0.028"
## [1] "-----Teste de Normalidade-----"
##
## Asymptotic one-sample Kolmogorov-Smirnov test
##
## data:  medias
## D = 0.023287, p-value = 0.6501
## alternative hypothesis: two-sided
##
## [1] "A distribuição obtida para as médias é próxima da teórica!"
```


Histograma das médias, $n = 500$



```
## [1] "A distribuição das médias está próxima da teórica"
```

Distribuição empírica e teórica das médias, $n = 500$



```
## [1] "----Estatísticas descritivas----"
```

```
## [1] "A media verdadeira é: 0.5 e a empírica é: 0.499"
## [1] "O desvio padrão teórico é: 0.017 e o empírico é: 0.017"
## [1] "-----Teste de Normalidade-----"
##
## Asymptotic one-sample Kolmogorov-Smirnov test
##
## data:  medias
## D = 0.032013, p-value = 0.257
## alternative hypothesis: two-sided
##
## [1] "A distribuição obtida para as médias é próxima da teórica!"
```

Conclusão

Não consegui criar um gerador eficiente, por isso não consegui testar para outras densidades. Para a função testada o Teorema do Limite Central foi observado no primeiro tamanho de amostra, o teste de Kolmogorov não apresentou evidências do contrário.