Universidade Federal de Juiz de Fora

TVC2

Jaqueline Lamas da Silva

09/07/2024

Sumário

Questão A

1.

Vamos estimar o valor da integral a seguir utilizando integração Monte Carlo.

$$\int_0^{\infty}\int_0^{x} e^{-(x+y)}dydx$$

Para resolver o problema foram criadas duas funções, a função H que aplica a tranformação para obter limites de integração de 0 a 1 e a função G que calcula o valor da função $exp(-(x+y))$ com as restrições dos suportes.

```
funcao.g<-function(x,y)
{
  I.y<-as.numeric(y<x) #restrição do suporte de y
  exp(-(x+y)) * I.y
}

funcao.h<-function(u1,u2)
{
   funcao.g(u1/(1-u1) , u2/(1-u2) ) / ((1-u1)^2 * (1-u2)^2)
   # Transformação do caso 3 (limites de integração de 0 a infinito)
   # nas duas variáveis, o termo ((1-u1)^2 * (1-u2)^2) é o jacobiano
}

u1<-runif(1000000)
u2<-runif(1000000)
mean(funcao.h(u1,u2))
```

```
## [1] 0.5003548
```

2.

Utilizando o "Wolframalpha" temos que:

A integração Monte Carlo com 1 milhão de amostras uniformes chegou no verdadeiro valor com uma boa precisão.

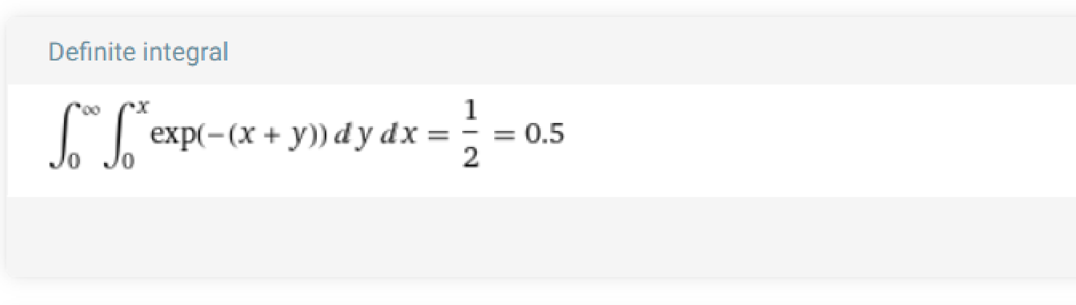


Figure 1: Resolução pelo Wolframalpha

Questão B:

```
dados<-c(6, 11, 22, 48, 3, 9, 17, 3, 5, 10, 10)
```

1. Amplitude média amostral ($\hat{\theta}$)

```
theta.hat<-(min(dados)+max(dados))/2
```

- $\hat{\theta}$ = 25.5

2. Estimativa do viés de $\hat{\theta}$

```
B<-2000
amp.media.amos<-function(dados,indice)
{
  amostra.B<-dados[indice]
  theta.B<-(min(amostra.B)+max(amostra.B))/2
}

obj<-boot::boot(dados,amp.media.amos,R=B)
obj
```

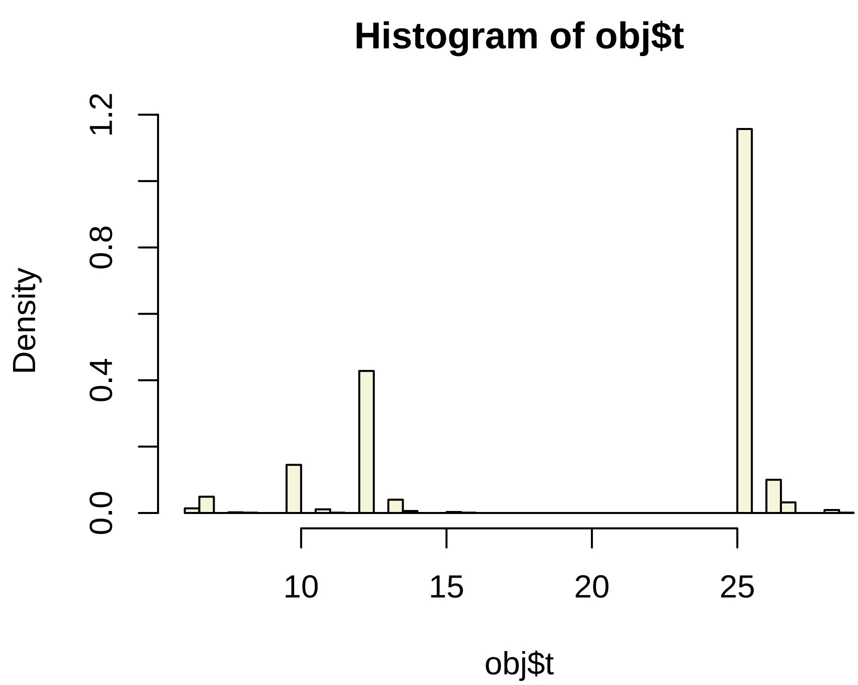
```
##
## ORDINARY NONPARAMETRIC BOOTSTRAP
##
##
```

```
## Call:
## boot::boot(data = dados, statistic = amp.media.amos, R = B)
##
##
## Bootstrap Statistics :
##     original  bias    std. error
## t1*     25.5   -4.81    6.833941
```

- $\widehat{\theta}_b^* = 25.5$
- Viés = -4.53875

3. Histograma das estatísticas bootstrap

```
hist(obj$t, freq = F, breaks = 50, col="beige")
```



4. Estimativa bootstrap do erro padrão

```r
obj
```

```
##
## ORDINARY NONPARAMETRIC BOOTSTRAP
##
##
## Call:
## boot::boot(data = dados, statistic = amp.media.amos, R = B)
##
##
## Bootstrap Statistics :
##     original  bias    std. error
## t1*     25.5   -4.81    6.833941
```

O erro padrão da amplitude média amostral é 6.7794.

5. Intervalo de confiança 99%

O intervalo BCA foi escolhido para ser calculado, pois ele possui boas propriedades.

```r
boot::boot.ci(obj, conf = 0.99, type = "bca")
```

```
## BOOTSTRAP CONFIDENCE INTERVAL CALCULATIONS
## Based on 2000 bootstrap replicates
##
## CALL :
## boot::boot.ci(boot.out = obj, conf = 0.99, type = "bca")
##
## Intervals :
## Level       BCa
## 99%   ( 6.5, 28.5 )
## Calculations and Intervals on Original Scale
## Some BCa intervals may be unstable
```

- IC(θ, 99%) = (7.0 , 28.5), ou seja, com 99% de confiabilidade o intervalo inclui o verdadeiro valor do parâmetro.

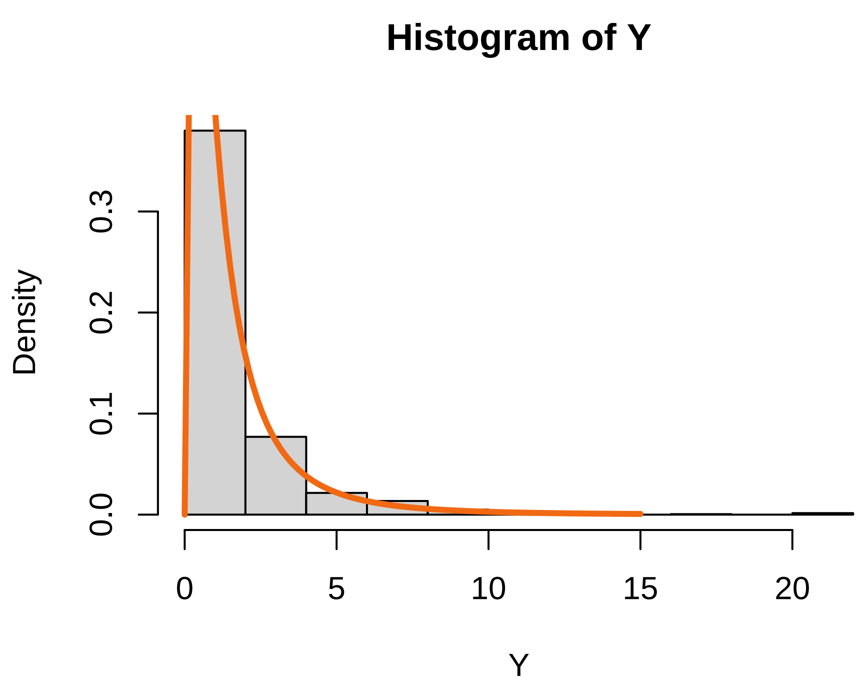
Questão C:

1. Gerador

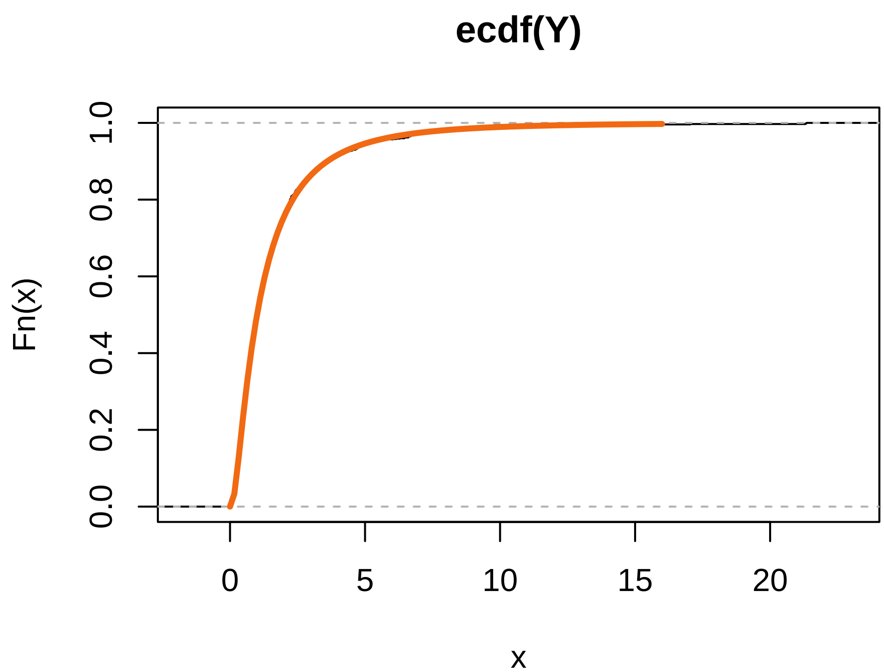
```
rlognorm<-function(n, mean=0, sd=1)
{
  Z<-rnorm(n)
  #transformação
  exp(Z)
}
```

2. Geração de 1000 valores

```
Y<-rlognorm(1000,mean = 0,sd=1)
hist(Y, freq=F)
curve(dlnorm(x, meanlog = 0, sdlog = 1), from=0, to=15, col="#f16913", lwd=3, add=T)
```




```
fn<-ecdf(Y)
plot(fn)
curve(plnorm(x),from=0, to=16, col="#f16913", lwd=3, add=T)
```



H_0: Os valores gerados são provenientes de uma distribuição lognormal com média 0 e desvio padrão 1.

H_1: Os valores não seguem tal distribuição.

```
ks.test(Y, "plnorm")
```

```
##
##  Asymptotic one-sample Kolmogorov-Smirnov test
##
## data:  Y
## D = 0.023926, p-value = 0.616
## alternative hypothesis: two-sided
```

Não temos evidências significativas para rejeitar a hipótese nula, ou seja, é razoável dizer que os valores gerados são de um distribuição lognormal com parâmetros μ=0 e σ=1.

- Conclusão: O gerador se mostra eficiente em gerar valores da distribuição especificada tanto pelas verificações gráficas quanto pelo teste de Kolmogorov-Smirnov.

3. Média amostral e valor esperado teórico

```
mean(Y)
```

```
## [1] 1.632048
```

$E(X) = exp(\mu + \frac{1}{2\sigma^2})$

```
mu<-0
sigma<-1
valor.teorico<-exp(mu + (1/2*sigma^2))
valor.teorico
```

```
## [1] 1.648721
```