



Planejamento de Experimentos

Delineamento Fatorial

Professora Ângela

Experimentos Fatoriais

- ▶ Experimentos fatoriais completos são aqueles que levam em conta todas as possíveis combinações entre os vários níveis de 2 ou mais fatores.



Modelo Matemático

- ▶ Considere o caso de um fatorial ($I \times J$) no delineamento em blocos casualizados;
- ▶ Obs: Um experimento fatorial pode ser instalado segundo qualquer delineamento experimental.
- ▶ O modelo nesse caso é:
- ▶ $y_{ijk} = m + a_i + b_j + ab_{ij} + r_k + e_{ijk}$;
- ▶ Em que:
 - ▶ m é uma constante (usualmente a média geral);
 - ▶ a_i , com $i = 1, \dots, I$, é o efeito do fator A;
 - ▶ b_j , com $j = 1, \dots, J$, é o efeito do fator B;
 - ▶ ab_{ij} é o efeito da interação entre os fatores A e B;
 - ▶ r_k , com $k = 1, \dots, K$, é o efeito de blocos; e
 - ▶ e_{ijk} é o erro experimental.



Esquema da ANOVA

Causa de Variação	Graus de Liberdade	Soma de Quadrados	Quadrado Médio	F
Fator A	$I - 1$	Q_1	V_1	V_1/V_6
Fator B	$J - 1$	Q_2	V_2	V_2/V_6
Int AxB	$(I - 1)(J - 1)$	Q_3	V_3	V_3/V_6
(Tratamentos)	$(IJ - 1)$	(Q_4)	(V_4)	(V_4/V_6)
Blocos	$K - 1$	Q_5	V_5	
Resíduos	$(IJ - 1)(K - 1)$	Q_6	V_6	
Total	$IJK - 1$	Q_7	V_7	



Fórmulas para o Cálculo das Somas de Quadrados

- ▶ Considere o Fator A com I níveis, o Fator B com J níveis e um experimento com K Blocos.

- ▶ $Q_1 = \frac{1}{JK} \sum_i (\sum_{jk} y_{ijk})^2 - \frac{1}{IJK} (\sum_{ijk} y_{ijk})^2$

- ▶ $Q_2 = \frac{1}{IK} \sum_j (\sum_{ik} y_{ijk})^2 - \frac{1}{IJK} (\sum_{ijk} y_{ijk})^2$

- ▶ $Q_3 = Q_4 - Q_1 - Q_2$

- ▶ $Q_4 = \frac{1}{K} \sum_{ij} (\sum_k y_{ijk})^2 - \frac{1}{IJK} (\sum_{ijk} y_{ijk})^2$

- ▶ $Q_5 = \frac{1}{IJ} \sum_k (\sum_{ij} y_{ijk})^2 - \frac{1}{IJK} (\sum_{ijk} y_{ijk})^2$

- ▶ $Q_6 = Q_7 - Q_4 - Q_5$

- ▶ $Q_7 = \sum_{ijk} (y_{ijk})^2 - \frac{1}{IJK} (\sum_{ijk} y_{ijk})^2$



Fórmulas para os Cálculos dos Quadrados Médios

▶ $V_1 = \frac{Q_1}{I-1}$

▶ $V_2 = \frac{Q_2}{J-1}$

▶ $V_3 = \frac{Q_3}{(I-1)(J-1)}$

▶ $V_6 = \frac{Q_6}{(IJ-1)(K-1)}$



Vantagens e Desvantagens dos Experimentos Fatoriais

- ▶ Permite o estudo de dois ou mais fatores em um único experimento;
- ▶ É possível saber se os fatores são dependentes ou não, dado o resultado obtido para interações;
 - ▶ Se, por exemplo, a interação $A \times B$ apresentar um teste F não significativo, entende-se que os fatores A e B são independentes.
 - ▶ Sendo assim, a aplicação de um teste de comparação de médias para o fator A, independentemente do fator B, é válida, ou seja, é possível tirar conclusões para A sem se referir a B ou vice-versa.



Vantagens e Desvantagens dos Experimentos Fatoriais

- Se, no entanto, a interação $A \times B$ for significativa, conclui-se que os fatores A e B são dependentes. Logo, o comportamento dentro do fator A é influenciado pela presença ou ausência de B, e vice-versa.
- Nesse caso não é possível tirar conclusões sobre um fator sem levar o outro em consideração.
- Deve-se, então, estudar o comportamento de A dentro de cada nível de B, ou alternativamente, o comportamento de B dentro de cada nível de A:



Vantagens e Desvantagens dos Experimentos Fatoriais

- ▶ Comportamento de A dentro dos níveis de B:

- ▶
$$\left. \begin{array}{l} \text{Entre A d. } B_1 \rightarrow (I - 1)\text{gl} \\ \text{Entre A d. } B_2 \rightarrow (I - 1)\text{gl} \\ \dots \\ \text{Entre A d. } B_J \rightarrow (I - 1)\text{gl} \end{array} \right\} J(I - 1)\text{gl}$$

- ▶ Comportamento de B dentro dos níveis de A:

- ▶
$$\left. \begin{array}{l} \text{Entre B d. } A_1 \rightarrow (J - 1)\text{gl} \\ \text{Entre B d. } A_2 \rightarrow (J - 1)\text{gl} \\ \dots \\ \text{Entre B d. } A_I \rightarrow (J - 1)\text{gl} \end{array} \right\} I(J - 1)\text{gl}$$



Vantagens e Desvantagens dos Experimentos Fatoriais

- ▶ A desvantagem dos experimentos fatoriais é que o número de tratamentos cresce rapidamente em função do aumento no número de fatores e/ou do número de níveis de cada fator. O que pode trazer problemas de homogeneidade da área experimental.

Fatores	Níveis	Tratamentos
A e B	4 e 3	12
A e B	5 e 5	25
A, B e C	4, 3 e 2	24
A, B e C	4, 3 e 3	36



Vantagens e Desvantagens dos Experimentos Fatoriais

- ▶ Pode-se contornar essa desvantagem do seguinte modo:
 - ▶ Utiliza-se o delineamento em Blocos Incompletos;
 - ▶ Utiliza-se fatoriais fracionários;
 - ▶ Usa-se o confundimento, que consiste em se confundir o efeito de alguma interação sem importância prática, com o efeito de blocos.



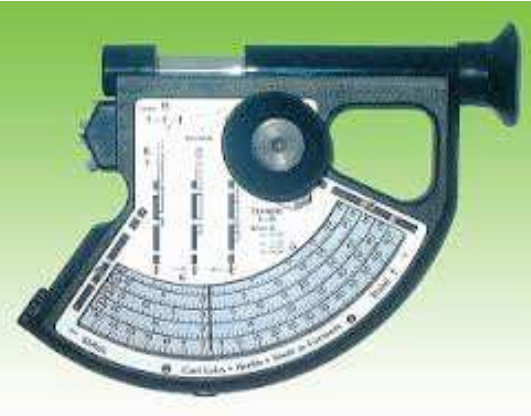
Exemplo

- ▶ Dados de altura total (metros) de árvores de *E. saligna*, com 7 anos de idade de um ensaio fatorial de 5x4, em blocos casualizados.
- ▶ Os 5 aparelhos foram operados pelos 4 observadores de modo a se formarem 20 combinações ou tratamentos;
- ▶ Através de sorteio, cada observador manipulando um aparelho fazia 2 medições seguidas na mesma árvore (num total de 10 árvores).
- ▶ A média das 2 observações era, então anotada para essa combinação e árvore.
- ▶ A trena foi sempre o último aparelho, dado a necessidade em tombar a árvore.



Aparelhos

1. Hipsômetro de Blume-Leis



2. Hipsômetro de Haga



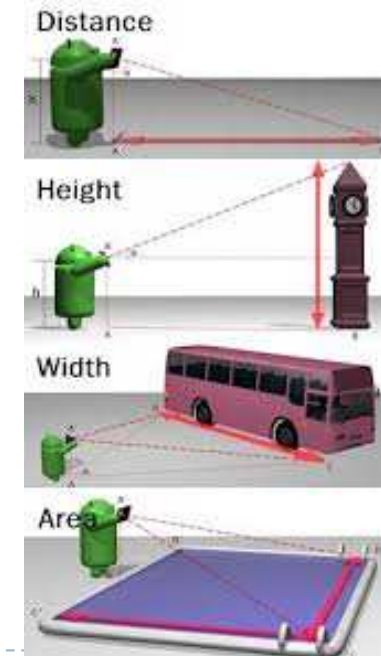
3. Hipsômetro de Weise



4. Prancheta dendrométrica



5. Trena



Dados de altura total (m) de árvores de *E. saligna*, com 7 anos de idade de um ensaio fatorial de 5×4 , em blocos casualizados

Trat	Blocos									
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
Ap 1 e Ob 1	22,40	20,85	23,60	21,00	19,10	19,80	16,55	14,75	21,10	14,30
Ap 2 e Ob 1	22,90	21,4	23,95	22,25	21,40	21,00	16,90	14,85	22,00	15,00
Ap 3 e Ob 1	23,50	21,00	23,75	20,75	19,50	19,50	17,50	14,50	20,00	14,00
Ap 4 e Ob 1	22,50	20,50	23,20	21,00	21,00	18,90	17,80	14,30	20,60	14,20
Ap 5 e Ob 1	21,45	19,20	23,35	20,35	19,95	19,35	17,45	14,45	22,00	14,75
Ap 1 e Ob 2	22,65	20,65	23,00	20,75	20,25	19,80	17,25	15,00	19,75	14,25
Ap 2 e Ob 2	23,00	20,70	22,50	20,95	22,25	20,75	18,00	14,75	20,50	15,25
Ap 3 e Ob 2	22,00	19,50	23,25	20,50	21,25	19,75	17,75	14,75	20,50	14,25
Ap 4 e Ob 2	22,90	21,20	24,60	21,50	21,20	20,00	18,70	15,00	21,50	14,20
Ap 5 e Ob 2	21,45	18,90	23,20	20,25	19,95	19,20	17,35	14,35	21,80	14,65
Ap 1 e Ob 3	22,50	21,25	23,10	20,60	21,00	19,50	16,60	14,35	20,75	14,10
Ap 2 e Ob 3	22,50	21,00	23,00	21,75	22,75	20,35	17,20	14,85	22,35	16,00
Ap 3 e Ob 3	22,75	20,50	22,75	19,50	20,50	19,75	17,25	14,25	21,50	14,25
Ap 4 e Ob 3	21,75	19,35	21,75	19,50	20,50	19,00	16,35	14,10	20,85	13,85
Ap 5 e Ob 3	21,35	19,20	23,20	20,30	20,00	19,30	17,50	14,40	21,90	14,80
Ap 1 e Ob 4	21,25	21,25	22,25	21,25	18,00	20,00	17,25	14,65	21,00	14,25
Ap 2 e Ob 4	22,10	21,60	22,35	21,75	19,75	20,65	16,70	15,75	20,85	15,40
Ap 3 e Ob 4	21,25	21,50	22,10	21,70	19,75	19,75	18,20	14,60	21,25	14,75
Ap 4 e Ob 4	21,90	21,00	22,75	20,75	19,70	20,00	18,45	14,30	20,75	15,10
Ap 5 e Ob 4	21,20	18,90	23,30	20,30	19,90	19,30	17,40	14,50	22,00	14,40
Total	443,3	409,45	460,95	416,7	407,7	395,65	348,15	292,45	422,95	291,75

Quadros Auxiliares

Totais para os 20 tratamentos e totais marginais para observadores e aparelhos

Observadores	Aparelhos					Total
	1	2	3	4	5	
1	193,45	201,65	194,00	194,00	192,30	975,40
2	193,35	198,65	193,50	200,80	191,10	977,40
3	193,75	201,75	193,00	187,00	191,95	967,45
4	191,15	196,90	194,85	194,70	191,20	968,80
Total	771,70	798,95	775,35	776,50	766,55	3889,05

Quadro de médias para os 20 tratamentos, para aparelhos, observadores e geral

Observadores	Aparelhos					Total
	1	2	3	4	5	
1	19,35	20,17	19,40	19,40	19,23	19,51
2	19,34	19,87	19,35	20,08	19,11	19,55
3	19,38	20,18	19,30	18,70	19,20	19,35
4	19,12	19,69	19,49	19,47	19,12	19,38
Total	19,29	19,97	19,38	19,41	19,16	19,45



Tabela da ANOVA

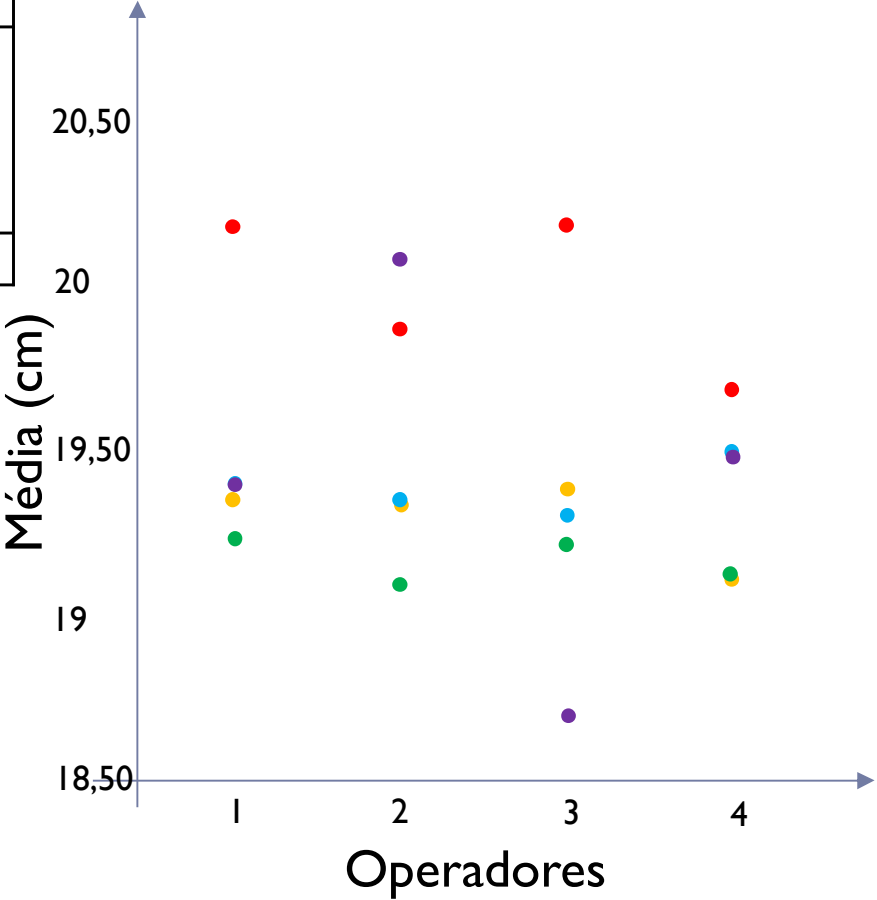
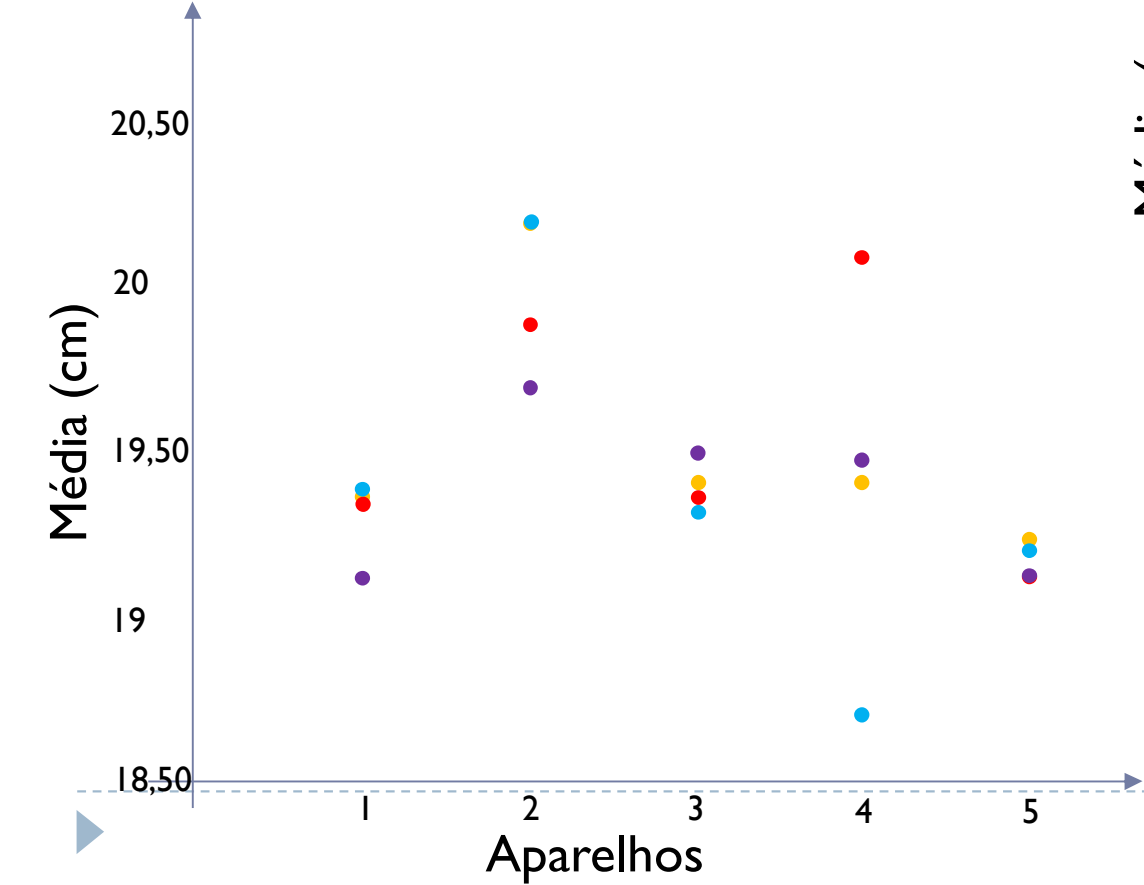
CV	GL	SQ	QM	F
Aparelhos (Ap)	4	15,4697	3,8674	9,37
Observadores (Ob)	3	1,4277	0,4759	1,15
Interação Ap x Ob	12	10,5503	0,8792	2,13*
(Tratamentos)	(19)	(27,4477)		
Blocos	9	1565,2699		
Resíduos	171	70,6004	0,4129	
Total	199	1663,3180		

CV(%) = 3,30%

$$F_{tab} \begin{cases} n_1 = 12 \\ n_2 = 171 \end{cases} = 1,809(5\%) \text{ e } 2,29(1\%)$$

Interação Aparelhos x Observadores

Observadores	Aparelhos					Total
	1	2	3	4	5	
1	19,35	20,17	19,40	19,40	19,23	19,51
2	19,34	19,87	19,35	20,08	19,11	19,55
3	19,38	20,18	19,30	18,70	19,20	19,35
4	19,12	19,69	19,49	19,47	19,12	19,38
Total	19,29	19,97	19,38	19,41	19,16	19,45



Desdobramento de Observadores dentro de Aparelhos - Cálculo

Observadores	Aparelhos					Total
	1	2	3	4	5	
1	193,45	201,65	194,00	194,00	192,30	975,40
2	193,35	198,65	193,50	200,80	191,10	977,40
3	193,75	201,75	193,00	187,00	191,95	967,45
4	191,15	196,90	194,85	194,70	191,20	968,80
Total	771,70	798,95	775,35	776,50	766,55	3889,05



Desdobramento de Observadores dentro de Aparelhos

CV	GL	SQ	QM	F
Entre Ob d.Ap1	3	0,4288	0,1429	0,838
Entre Ob d.Ap2	3	1,6942	0,5647	1,37
Entre Ob d.Ap3	3	0,1867	0,0622	0,151
Entre Ob d.Ap4	3	9,5668	3,1889	7,72**
Entre Ob d.Ap5	3	0,1017	0,0339	0,082
Resíduos	171	70,6004	0,4129	

$$F_{tab} \begin{cases} n_1 = 3 \\ n_2 = 171 \end{cases} = 2,6562(5\%) \text{ e } 3,9262(1\%)$$



Desdobramento de Aparelhos dentro de Observadores - Cálculo

Observadores	Aparelhos					Total
	1	2	3	4	5	
1	193,45	201,65	194,00	194,00	192,30	975,40
2	193,35	198,65	193,50	200,80	191,10	977,40
3	193,75	201,75	193,00	187,00	191,95	967,45
4	191,15	196,90	194,85	194,70	191,20	968,80
Total	771,70	798,95	775,35	776,50	766,55	3889,05



Desdobramento de Aparelhos dentro de Operadores

CV	GL	SQ	QM	F
Entre Ap d. Ob1	4	5,5883	1,3971	3,38**
Entre Ap d. Ob2	4	6,5993	1,6498	3,99**
Entre Ap d. Ob3	4	11,3027	2,8257	6,84**
Entre Ap d. Ob4	4	2,5297	0,6324	1,53
Resíduos	171	70,6004	0,4129	

$$F_{tab} \left\{ \begin{matrix} n_1 = 4 \\ n_2 = 171 \end{matrix} \right. = 2,4262(5\%) \text{ e } 3,4323(1\%)$$



Conclusões

- ▶ Como a interação entre observadores e aparelhos foi significativa tem-se que um fator depende do outro, ou seja, não se pode estudá-los separadamente, sendo assim deve-se estudar o efeito de um fator dentro do outro;
- ▶ Ao estudar observadores dentro de aparelhos, temos que houve diferença entre observadores apenas para o aparelho 4 (prancheta dendrométrica), sendo assim, esse é o aparelho que mais permite diferenças de interpretações entre operadores;
- ▶ Para mais informações se faz necessária a utilização de um método de comparação múltipla.



Comparação Múltipla – Observadores dentro de Aparelhos - Tukey

- ▶ As médias ordenadas de Observadores dentro do Aparelho 4 são:
- ▶ $\hat{m}_{2/4} = 20,08$ a
- ▶ $\hat{m}_{4/4} = 19,47$ a
- ▶ $\hat{m}_{1/4} = 19,40$ a b
- ▶ $\hat{m}_{3/4} = 18,70$ b
- ▶ $\Delta = q \sqrt{\frac{QMRes}{K}} = 3,67 \sqrt{\frac{0,4129}{10}} = 0,74$ metros



Comparação Múltipla – Aparelhos dentro de Observadores - Dunnett

▶ As médias ordenadas de Aparelhos dentro de Observador I são:

▶ $\hat{m}_{5/1} = 19,23$ (trena - controle) a

▶ $\hat{m}_{1/1} = 19,34$ a

▶ $\hat{m}_{3/1} = 19,40$ a

▶ $\hat{m}_{4/1} = 19,40$ a

▶ $\hat{m}_{2/1} = 20,16$ b

▶ $d' = 2,51 \sqrt{0,4129 \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{10} \right)} = 0,7213$



Comparação Múltipla – Aparelhos dentro de Observadores - Dunnett

▶ As médias ordenadas de Aparelhos dentro de Observador 2 são:

▶ $\hat{m}_{5/1} = 19,11$ (trena - controle) a

▶ $\hat{m}_{1/1} = 19,34$ a

▶ $\hat{m}_{3/1} = 19,35$ a

▶ $\hat{m}_{2/1} = 19,86$ b

▶ $\hat{m}_{4/1} = 20,80$ b

▶ $d' = 2,51 \sqrt{0,4129 \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{10} \right)} = 0,7213$



Comparação Múltipla – Aparelhos dentro de Observadores - Dunnett

- ▶ As médias ordenadas de Aparelhos dentro de Observador 3 são:

- ▶ $\hat{m}_{4/1} = 18,70$ a

- ▶ $\hat{m}_{5/1} = 19,20$ (trena - controle) a

- ▶ $\hat{m}_{3/1} = 19,30$ a

- ▶ $\hat{m}_{1/1} = 19,38$ a

- ▶ $\hat{m}_{2/1} = 20,18$ b

- ▶ $d' = 2,51 \sqrt{0,4129 \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{10} \right)} = 0,7213$



Conclusões

- ▶ Fazendo um teste de comparação de médias para operadores dentro do aparelho 4 verifica-se que o operador 3 encontrou resultados diferentes dos operadores 2 e 4.
- ▶ Ao estudar aparelhos dentro de operadores, tem-se que houve diferença nos resultados obtidos pelos diferentes aparelhos para os operadores 1, 2 e 3.
- ▶ O observador 2 foi aquele que teve mais erro de medição, todos os aparelhos deram diferença na medida, quando comparados com a trena, sendo que o observador teve uma tendência em superestimar as alturas com os outros aparelhos;
- ▶ O observador 3 superestimou a altura das árvores ao usar o aparelho 2;



Conclusões

- ▶ Já o observador 1 teve dificuldade apenas na utilização do Hipsômetro de Haga (aparelho 2);
- ▶ Sendo assim, pode-se dizer que os aparelhos Prancheta Dendrométrica e Hipsômetro de Haga, foram aqueles que os observadores tiveram mais dificuldade em utilizar;
- ▶ O observador 2 foi aquele que teve a maior dificuldade em manejar os equipamentos;
- ▶ Num geral, podemos dizer que pode-se utilizar o Hipsômetro de Blume-Leiss ou de Weise na medição da altura de árvores *E. Saligna*, que foram os aparelhos que não apresentaram diferença do resultado da trena, a não ser para o observador 2, o qual não deveria ser encarregado de medições que não com a trena.

