



# Planejamento de Experimentos

## Delineamento Fatorial $2^k$

Professora Ângela

# Experimentos Fatoriais da Série $2^k$

---

- ▶ O fatorial  $2^k$  é especialmente útil em estágios iniciais de trabalhos experimentais, quando muitos fatores podem ser de interesse;
- ▶ Esse delineamento proporciona o menor número de repetições necessárias para estudar todos os fatores em um delineamento fatorial completo;
- ▶ Muito utilizado em pesquisa e desenvolvimento industrial;
- ▶ Muito utilizado, também, na experimentação agrônômica, em experimentos envolvendo nutrição mineral de plantas;
- ▶ A base indica o número de níveis e o expoente o número de fatores.



# Modelo Matemático – Fatorial $2^3$ em Blocos Casualizados

---

▶  $y_{ijk r} = m + a_i + b_j + c_k + ab_{ij} + ac_{ik} + bc_{jk} + abc_{ijk} + d_r + e_{ijk r};$

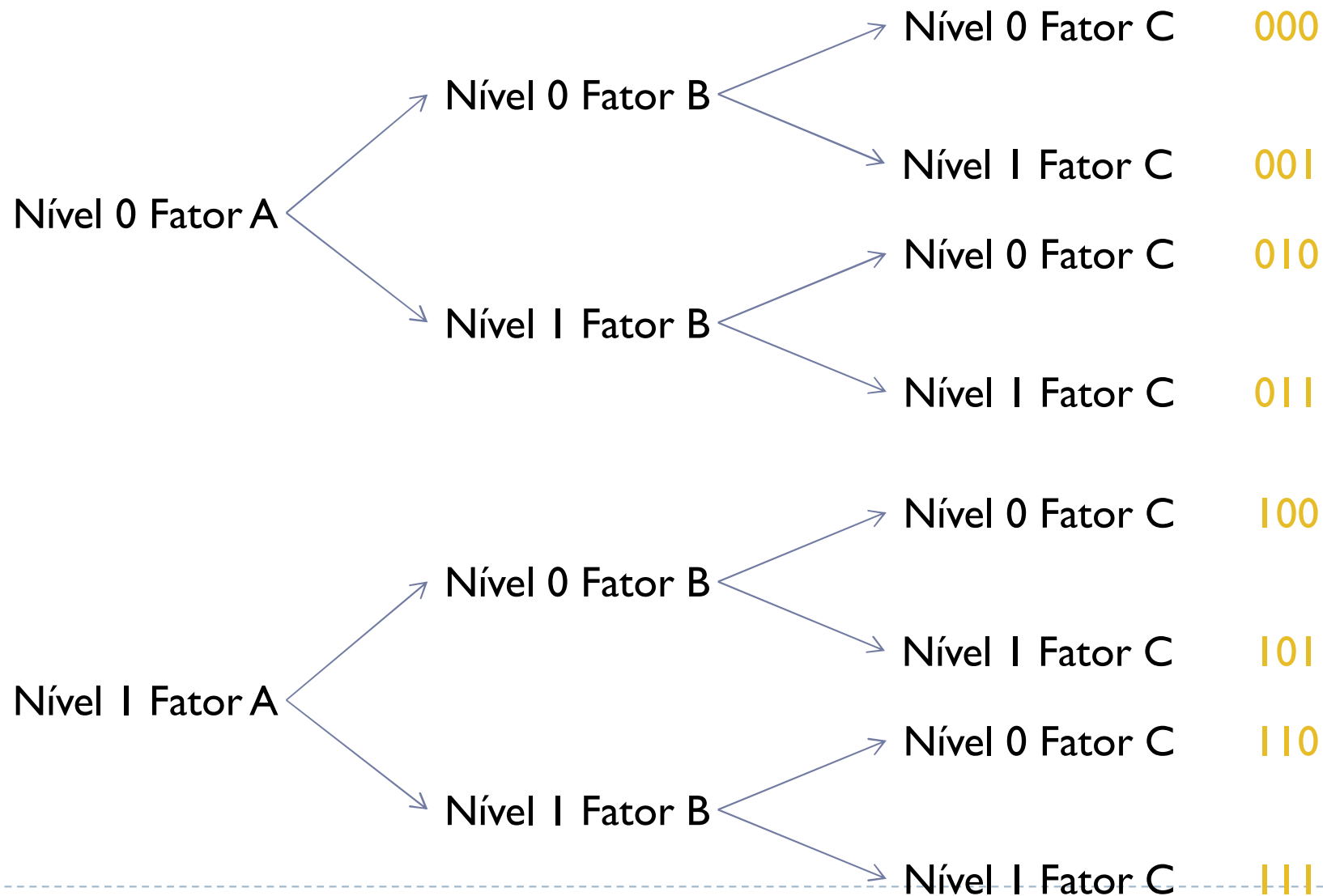
▶ Em que:

- ▶  $m$  é uma constante (usualmente a média geral);
- ▶  $a_i$ , com  $i = 1, \dots, I$ , é o efeito do fator A;
- ▶  $b_j$ , com  $j = 1, \dots, J$ , é o efeito do fator B;
- ▶  $c_k$ , com  $k = 1, \dots, K$ , é o efeito do fator C;
- ▶  $ab_{ij}$  é o efeito da interação entre os fatores A e B;
- ▶  $ac_{ik}$  é o efeito da interação entre os fatores A e C;
- ▶  $bc_{jk}$  é o efeito da interação entre os fatores B e C;
- ▶  $abc_{ijk}$  é o efeito da interação entre os fatores A, B e C;
- ▶  $d_r$ , com  $r = 1, \dots, R$ , é o efeito de blocos; e
- ▶  $e_{ijk r}$  é o erro experimental.



# Exemplo de Fatorial $2^3$ - Tratamentos

---



# Esquema da ANOVA

Causa de Variação	Graus de Liberdade	Soma de Quadrados	Quadrado Médio	F
Fator A	$I - 1$	$Q_1$	$V_1$	$V_1/V_{10}$
Fator B	$J - 1$	$Q_2$	$V_2$	$V_2/V_{10}$
Fator C	$K - 1$	$Q_3$	$V_3$	$V_3/V_{10}$
Int AxB	$(I - 1)(J - 1)$	$Q_4$	$V_4$	$V_4/V_{10}$
Int AxC	$(I - 1)(K - 1)$	$Q_5$	$V_5$	$V_5/V_{10}$
Int BxC	$(J - 1)(K - 1)$	$Q_6$	$V_6$	$V_6/V_{10}$
Int AxBxC	$(I - 1)(J - 1)(K - 1)$	$Q_7$	$V_7$	$V_7/V_{10}$
(Trat)	$(IJK - 1)$	$(Q_8)$	$(V_8)$	$(V_8/V_{10})$
Blocos	$R - 1$	$Q_9$	$V_9$	
Resíduos	$(IJK - 1)(R - 1)$	$Q_{10}$	$V_{10}$	
Total	$IJKR - 1$	$Q_{11}$		

# Cálculo das Somas de Quadrado – Fatorial $2^3$

---

Trat	Blocos				Totais
	I	2	...	R	
000	$y_{000_1}$	$y_{000_2}$	...	$y_{000_R}$	$T_1$
001	$y_{001_1}$	$y_{001_2}$	...	$y_{001_R}$	$T_2$
010			...		
011			...		
100			...		
101			...		
110			...		
111	$y_{111_1}$	$y_{111_2}$	...	$y_{111_R}$	$T_{IJK}$
Totais	$D_1$	$D_2$		$D_R$	$G$



# Cálculo das Somas de Quadrado – Fatorial $2^3$

---

- ▶  $SQTotal = \sum_{ijklr} y^2_{ijklr} - C;$
- ▶  $C = \frac{G^2}{IJKR};$
- ▶  $SQTrat = \frac{1}{R} \sum_i T^2_i - C;$
- ▶  $SQBlocos = \frac{1}{IJK} \sum_r D^2_r - C;$
- ▶  $SQRes = SQTotal - SQTrat - SQBlocos.$



# Cálculo das Somas de Quadrado – Fatorial $2^3$

	<b>B<sub>0</sub></b>	<b>B<sub>1</sub></b>	<b>Σ</b>
<b>A<sub>0</sub></b>	$x_{00}$	$x_{01}$	$T_{A_0}$
<b>A<sub>1</sub></b>	$x_{10}$	$x_{11}$	$T_{A_1}$
<b>Σ</b>	$T_{B_0}$	$T_{B_1}$	

	<b>C<sub>0</sub></b>	<b>C<sub>1</sub></b>
<b>A<sub>0</sub></b>	$z_{00}$	$z_{01}$
<b>A<sub>1</sub></b>	$z_{10}$	$z_{11}$
<b>Σ</b>	$T_{C_0}$	$T_{C_1}$

	<b>C<sub>0</sub></b>	<b>C<sub>1</sub></b>
<b>B<sub>0</sub></b>	$w_{00}$	$w_{01}$
<b>B<sub>1</sub></b>	$w_{10}$	$w_{11}$

- $SQA = \frac{1}{JKR} (T^2_{A_0} + T^2_{A_1}) - C;$
- $SQB = \frac{1}{IKR} (T^2_{B_0} + T^2_{B_1}) - C;$
- $SQC = \frac{1}{IJR} (T^2_{C_0} + T^2_{C_1}) - C;$
- $SQA \times B = \frac{1}{KR} (x^2_{00} + x^2_{01} + x^2_{10} + x^2_{11}) - C - SQA - SQB;$
- $SQA \times C = \frac{1}{JR} (z^2_{00} + z^2_{01} + z^2_{10} + z^2_{11}) - C - SQA - SQC;$
- $SQB \times C = \frac{1}{IR} (w^2_{00} + w^2_{01} + w^2_{10} + w^2_{11}) - C - SQB - SQC;$
- $SQA \times B \times C = SQTrat - SQA - SQB - SQC - SQA \times B - SQA \times C - SQB \times C.$



# Alternativa para a Obtenção das Somas de Quadrados

- Pode-se utilizar os contrastes ortogonais:

Contrastes	000	100	010	001	110	101	011	111
$Y_1 = Y_A =$ efeito de A	-	+	-	-	+	+	-	+
$Y_2 = Y_B =$ efeito de B	-	-	+	-	+	-	+	+
$Y_3 = Y_C =$ efeito de C	-	-	-	+	-	+	+	+
$Y_4 = Y_{AB} =$ efeito de AxB	+	-	-	+	+	-	-	+
$Y_5 = Y_{AC} =$ efeito de AxC	+	-	+	-	-	+	-	+
$Y_6 = Y_{BC} =$ efeito de BxC	+	+	-	-	-	-	+	+
$Y_7 = Y_{ABC} =$ efeito de AxBxC	-	+	+	+	-	-	-	+

Para cada linha de fator principal coloca-se o sinal (+) se o elemento relativo ao contraste está representado por 1, ou (-) se representado por 0. Para as interações multiplica-se os sinais dos elementos que compõem a interação.



# Alternativa para a Obtenção das Somas de Quadrados

---

- ▶ As somas de quadrados são obtidas pela seguinte expressão:
- ▶  $SQ\hat{Y}_i = \frac{(\hat{Y}_i)^2}{r \sum_i c_i^2}$ ,
- ▶ Em que,
  - ▶  $\hat{Y}_i$  é o valor do contraste obtido com os totais de tratamentos;
  - ▶  $r$  é o número de repetições;
  - ▶  $c_i$  são os coeficientes dos totais de tratamentos no contraste.



# Exemplo de Fatorial $2^3$ em Blocos

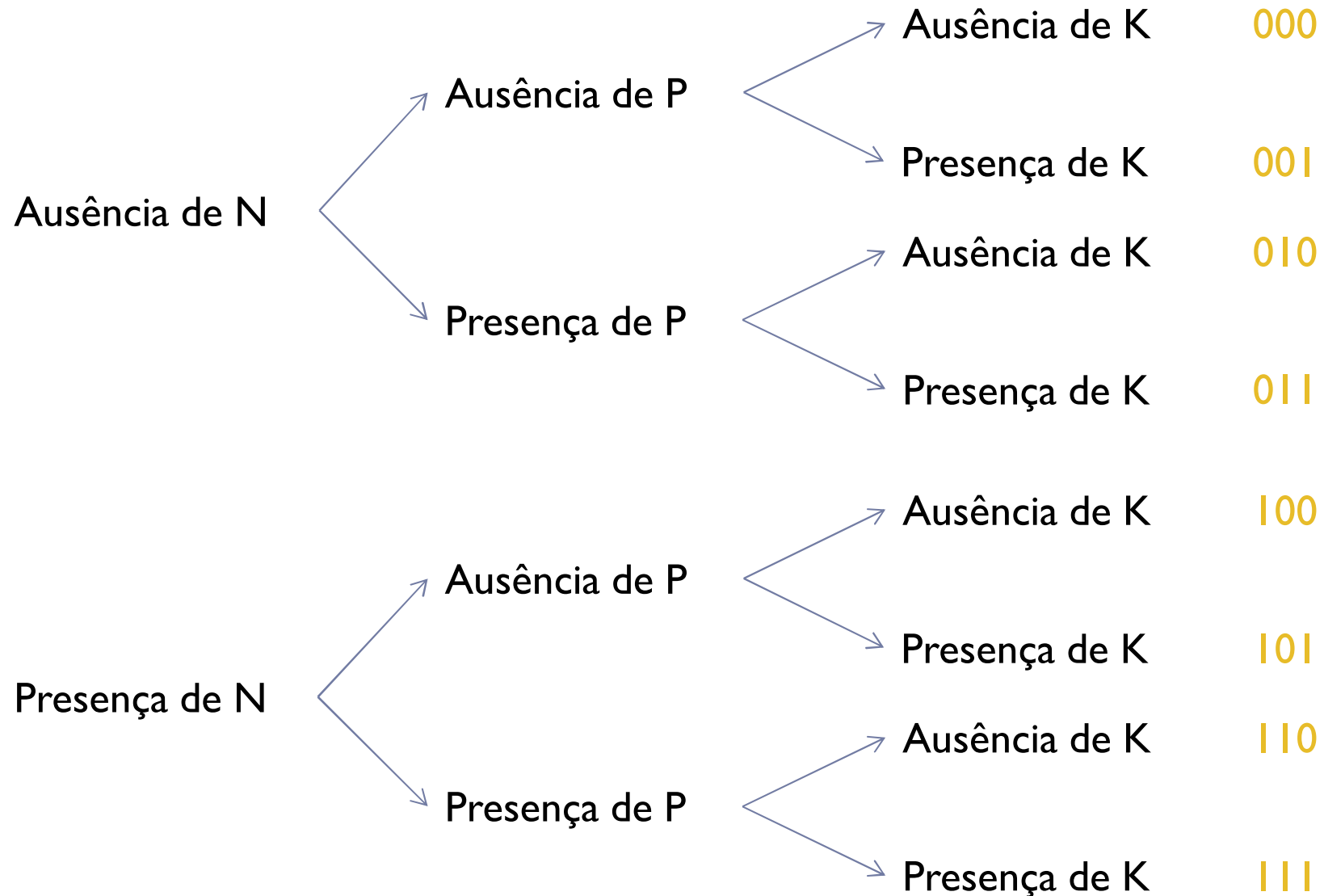
---

- ▶ Com o intuito de estudar a adubação (NPK) da cultura do cafeeiro foi montado um experimento em blocos casualizados no esquema fatorial  $2^3$ . As produções de café, em kg/parcela de  $105 \text{ m}^2$  (12 covas no espaçamento  $3,5 \times 2,5 \text{ m}$ ) foram observadas.
- ▶ Foram considerados 2 níveis de cada nutriente: 0 – nutriente ausente; e 1 – uma dose do nutriente;
- ▶ A combinação dos 2 níveis de cada fator resulta em 8 tratamentos;
- ▶ No total foram formados 6 blocos.



# Exemplo de Fatorial $2^3$ em Blocos

---



# Exemplo de Fatorial $2^3$ em Blocos

Trat	Blocos						Totais
	I	2	3	4	5	6	
<b>000</b>	31,8	40,5	25,7	25,7	37,2	45,3	<b>206,2</b>
<b>001</b>	25,6	32,4	39,6	48,9	20,6	33,7	<b>200,8</b>
<b>010</b>	36,2	37,8	40,9	44,8	32,4	38,4	<b>230,5</b>
<b>011</b>	37,1	53	36,4	43	19,7	30,4	<b>219,6</b>
<b>100</b>	35,3	39	36	33,5	28,2	42,4	<b>214,4</b>
<b>101</b>	51,5	66,1	51,7	52	56,5	58,2	<b>336</b>
<b>110</b>	43,8	32,7	43,3	41,8	31,9	37,7	<b>231,2</b>
<b>111</b>	47	49,9	50,9	49,1	71,7	39,6	<b>308,2</b>
<b>Totais</b>	<b>308,3</b>	<b>351,4</b>	<b>324,5</b>	<b>338,8</b>	<b>298,2</b>	<b>325,7</b>	<b>1946,9</b>



# Exemplo de Fatorial $2^3$ em Blocos

	$P_0$	$P_1$	Totais - N
$N_0$	407	450,1	857,1
$N_1$	550,4	539,4	1089,8
Totais - P	957,4	989,5	

	$K_0$	$K_1$
$N_0$	436,7	420,4
$N_1$	445,6	644,2
Totais - K	882,3	1064,6

	$P_0$	$P_1$
$K_0$	420,6	461,7
$K_1$	536,8	527,8

# Exemplo de Fatorial $2^3$ em Blocos

Causa de Variação	GL	Soma de Quadrados	Quadrado Médio	F
Nitrogênio (N)	1	1128,11	1128,11	17,08
Fósforo (P)	1	21,46	21,46	0,325 ns
Potássio (K)	1	692,36	692,36	10,49
Int N x P	1	60,98	60,98	0,924 ns
Int N x K	1	962,12	962,12	14,57 *
Int P x K	1	52,29	52,29	0,792 ns
Int N x P x K	1	31,85	31,85	0,482 ns
(Trat)	(7)	(2949,17)	(421,31)	(6,38)
Blocos	5	235,45	47,09	
Resíduos	35	2310,93	66,03	
Total	47	5495,55		



# Exemplo de Fatorial $2^3$ em Blocos

---

- ▶ Como a Interação tripla foi não significativa temos que os fatores podem interagir dois a dois, porém, eles não interagem como um trio;
- ▶ Das interações duplas, a única significativa é a interação entre Nitrogênio e Potássio, sendo assim, não é possível tirar conclusões separadamente para Nitrogênio e Potássio, é possível, no entanto tirar conclusões sobre Fósforo independentemente dos outros 2 nutrientes;
- ▶ Como o efeito de Fósforo foi não significativo, conclui-se que a produção de café não é afetada pela presença ou ausência de uma dose de fósforo;
- ▶ Falta estudar o efeito de Nitrogênio dentro de Potássio e vice-versa para saber como esses dois nutrientes afetam a produção.





# Cálculos

---

	$K_0$	$K_1$
$N_0$	436,7	420,4
$N_1$	445,6	644,2



# Exemplo de Fatorial $2^3$ em Blocos

Efeito de Nitrogênio dentro de Potássio

CV	GL	SQ	QM	F
N d. $K_0$	1	3,3	3,3	$< 1$
N d. $K_1$	1	2086,93	2086,93	31,6 **
Resíduo	35	2310,93	66,03	

Efeito de Potássio dentro de Nitrogênio

CV	GL	SQ	QM	F
K d. $N_0$	1	11,07	11,07	$< 1$
K d. $N_1$	1	1643,42	1643,42	24,89 **
Resíduo	35	2310,93	66,03	



# Exemplo de Fatorial $2^3$ em Blocos

---

- ▶ O estudo de Nitrogênio (N) dentro de Potássio (K) e de K dentro de N nos mostra que a adubação por N só afeta a produção de café na presença de K, ou alternativamente, a adubação por K só afeta a produção de café na presença de N.
- ▶ A tabela de dupla entrada contendo os totais da produção de café para as combinações de N e K, indica que a interação entre N e K é positiva, e a utilização de ambos na adubação do cafeeiro aumenta significativamente a produção de café.



# Confundimento – Introdução

---

- ▶ Considere um experimento fatorial que será instalado segundo um delineamento em blocos casualizados;
- ▶ Isso implica que houve a necessidade de dividir as unidades experimentais em grupos, sendo que dentro de um mesmo grupo essas unidades são consideradas homogêneas, e entre grupos, heterogêneas;
- ▶ Para termos um delineamento em Blocos Completos, é necessário que haja uma repetição de cada tratamento dentro de cada um dos blocos;
- ▶ A grande quantidade de tratamentos proveniente de um Fatorial, muitas vezes impossibilita a presença de uma repetição de cada tratamento dentro de cada bloco;
- ▶ Nesses casos, utiliza-se a técnica do CONFUNDIMENTO.



# Confundimento em Fatoriais $2^k$

---

- ▶ Utilizado com a intenção de reorganizar um delineamento Fatorial em blocos completos, quando o tamanho do bloco é menor do que o número de combinações de tratamentos que completariam uma repetição.
- ▶ Essa técnica faz com que algumas informações, geralmente sobre o efeito de interações de alta ordem, sejam **indistinguíveis de**, ou **confundidas com**, o efeito de blocos.



# Recapitulação

---

- ▶ Quadro de sinais para os contrastes de interesse em um experimento fatorial  $2^3$ :

Contrastes	000	100	010	001	110	101	011	111
$Y_1 = Y_A =$ efeito de A	-	+	-	-	+	+	-	+
$Y_2 = Y_B =$ efeito de B	-	-	+	-	+	-	+	+
$Y_3 = Y_C =$ efeito de C	-	-	-	+	-	+	+	+
$Y_4 = Y_{AB} =$ efeito de AxB	+	-	-	+	+	-	-	+
$Y_5 = Y_{AC} =$ efeito de AxC	+	-	+	-	-	+	-	+
$Y_6 = Y_{BC} =$ efeito de BxC	+	+	-	-	-	-	+	+
$Y_7 = Y_{ABC} =$ efeito de AxBxC	-	+	+	+	-	-	-	+



# Confundimento no Fatorial $2^3$ - Exemplo

---

- ▶ Num experimento de nutrição mineral de plantas, geralmente, a interação tripla  $N \times P \times K$  não é significativa;
- ▶ Logo, é o efeito dessa interação que costuma-se confundir com o efeito de blocos;
- ▶ Pelo quadro de sinais dos contrastes tem-se:

Contrastes	000	100	010	001	110	101	011	111
$Y_7 = Y_{ABC}$ = efeito de $A \times B \times C$	-	+	+	+	-	-	-	+

- ▶ É esse o contraste que mede o efeito da interação tripla.



# Confundimento no Fatorial $2^3$

---

- ▶ Tem-se, então:
- ▶  $\hat{Y}_7 = -T_{000} + T_{100} + T_{010} + T_{001} - T_{110} - T_{101} - T_{011} + T_{111}$  ou  $\hat{Y}_7 = (T_{100} + T_{010} + T_{001} + T_{111}) - (T_{000} + T_{110} + T_{101} + T_{011})$ ;
- ▶ Para efetuar o confundimento deste contraste com o efeito de blocos, deve-se repartir um bloco com os 8 tratamentos, em dois blocos (ou sub-blocos) de 4 tratamentos cada um;
- ▶ De modo que:
  - ▶ Um deles tenha os tratamentos com sinal (+) no contraste  $\hat{Y}_7$ , e
  - ▶ O outro, com os tratamentos com sinal (—).





# Confundimento no Fatorial $2^3$

---

1° Bloco	2° Bloco	Total
100	000	
010	110	
001	101	
111	011	
$T_{B_1}$	$T_{B_2}$	$T_G$

► Neste caso,

►  $SQ\hat{Y}_7 = SQBlocos = \frac{1}{4} (T^2_{B_1} + T^2_{B_2}) - \frac{(T_G)^2}{8}$



# Método Alternativo – Geometria Finita

---

- ▶ Pode-se utilizar a geometria finita como ferramenta para fazer o confundimento;
- ▶ Utiliza-se as seguintes equações:
  - ▶ 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$$
- ▶ Em que:
- ▶  $x_1$  representa os níveis de N (0, 1);
- ▶  $x_2$  representa os níveis de P (0, 1);
- ▶  $x_3$  representa os níveis de K (0, 1).
- ▶ Admite-se o módulo 2, toda soma cuja divisão por 2 der resto zero terá os tratamentos em um bloco. As divisões cujos restos forem 1, terão os tratamentos no outro bloco



# Método Alternativo – Geometria Finita

---

- ▶ Em outras palavras, toda soma par terá os tratamentos em um sub-bloco, e toda soma ímpar terá os tratamentos no outro sub-bloco:

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$\Sigma$		Bloco
0	0	0	0	Par	2°
0	0	1	1	Ímpar	1°
0	1	0	1	Ímpar	1°
0	1	1	2	Par	2°
1	0	0	1	Ímpar	1°
1	0	1	2	Par	2°
1	1	0	2	Par	2°
1	1	1	3	Ímpar	1°



# Método Alternativo – Geometria Finita

---

1º Bloco	2º Bloco
100	000
010	110
001	101
111	011

OBS: Ambos os métodos chegam ao mesmo resultado.



# Confundimento no Fatorial $2^3$

---

Sorteio 1      Fatorial  $2^3$  sem confundimento e 2 repetições

Repetição 1

BI 1	010	111	000	001	101	110	011	100
------	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Sorteio 2

Repetição 2

BI 2	100	000	110	001	011	010	111	101
------	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Fatorial  $2^3$  com confundimento e 2 repetições

Repetição 1

BI 1	010	100	001	111	BI 2	101	000	011	110
------	-----	-----	-----	-----	------	-----	-----	-----	-----

Sorteio 1

Sorteio 2

Sorteio 3

Sorteio 4

BI 3	111	001	010	100
------	-----	-----	-----	-----

BI 4	011	101	000	110
------	-----	-----	-----	-----

Repetição 2



# Somas de Quadrados

---

- ▶ As SQ's para esse esquema com confundimento e duas repetições são obtidas pelas expressões:
- ▶  $SQTotal = \sum_{i,j,k,r} y^2_{ijk r} - C;$
- ▶  $C = \frac{G^2}{IJKR};$
- ▶  $SQTrat = \frac{1}{R} \sum_i T^2_i - C - \left[ \frac{1}{IJK} (T^2_{sb1} + T^2_{sb2}) - C \right];$
- ▶  $SQBlocos = \frac{1}{(IJK/2)} \sum_r (T^2_{b_r}) - C;$
- ▶  $SQRes = SQTotal - SQTrat - SQBlocos.$
- ▶ O método de calcular as somas relativas ao fatorial não muda, lembrando que não se calcula a soma da interação tripla.



# Esquema da ANOVA Supondo 2 Repetições

Causa de Variação	GL – Sem Confundimento	GL – Com Confundimento
Nitrogênio (N)	1	1
Fósforo (P)	1	1
Potássio (K)	1	1
Int NxP	1	1
Int NxK	1	1
Int PxK	1	1
Int NxPxK	1	---
(Trat)	<b>(7)</b>	<b>(6)</b>
Blocos	<b>1</b>	<b>3</b>
Resíduos	<b>7</b>	<b>6</b>
Total	<b>15</b>	<b>15</b>



# Exemplo

---

- ▶ Uma companhia divulga seus produtos por carta. Um experimento foi conduzido para estudar os efeitos de 3 fatores na taxa de resposta dos clientes para um produto em particular. Os 3 fatores foram: A = tipo de correspondência usada (terceira classe, primeira classe), B = tipo de folheto (colorido, preto e branco), e C = preço ofertado (\$19,95 ; \$24,95). A empresa tem uma lista de clientes que foram sorteados para participarem do experimento. As parcelas consistem de grupos de 1000 clientes com mesmo perfil e renda. As correspondências foram enviadas para 4 grupos de 4000 clientes selecionados da lista. Cada grupo de clientes foi considerado como um bloco, tendo mesmo perfil e renda. A variável resposta é o número de pedidos feitos. Os dados são dados no próximo slide.





# Exemplo

Sub-bloco 1 (clientes de renda alta)					
Fatores codificados			Número de Pedidos		Total
A	B	C	Renda Média Alta	Renda Alta	
0	0	0	50	54	104
1	1	0	42	43	85
1	0	1	48	45	93
0	1	1	47	48	95
Total			187	190	<b>377</b>
Sub-bloco 2 (clientes de renda média)					
Fatores codificados			Número de Pedidos		Total
A	B	C	Renda Média	Renda Média Baixa	
1	0	0	44	42	86
0	1	0	46	48	94
0	0	1	49	46	95
1	1	1	56	54	110
Total			195	190	<b>385</b>

# Exemplo

---

	A0	A1	
B0	199	179	378
B1	189	195	384
	388	374	762

	A0	A1	
C0	198	171	369
C1	190	203	393
	388	374	762

	B0	B1	
C0	190	179	369
C1	188	205	393
	378	384	762



# Exemplo

CV	GL	SQ	QM	F
A	I	12,25	12,25	3,7215
B	I	2,25	2,25	0,6835
C	I	36	36	10,9367
AB	I	42,25	42,25	12,8354 *
AC	I	100	100	30,3798 *
BC	I	49	49	14,8861 *
ABC	-	-	-	-
(Tratamento)	(6)	(241,75)		
Bloco	3	8,25		
Res	6	19,75	3,2917	
Total	15	269,75		

CV = 3,81%

$$F_{tab} \begin{cases} n_1 = 1 \\ n_2 = 6 \\ \alpha = 5\% \end{cases} = 5,99$$

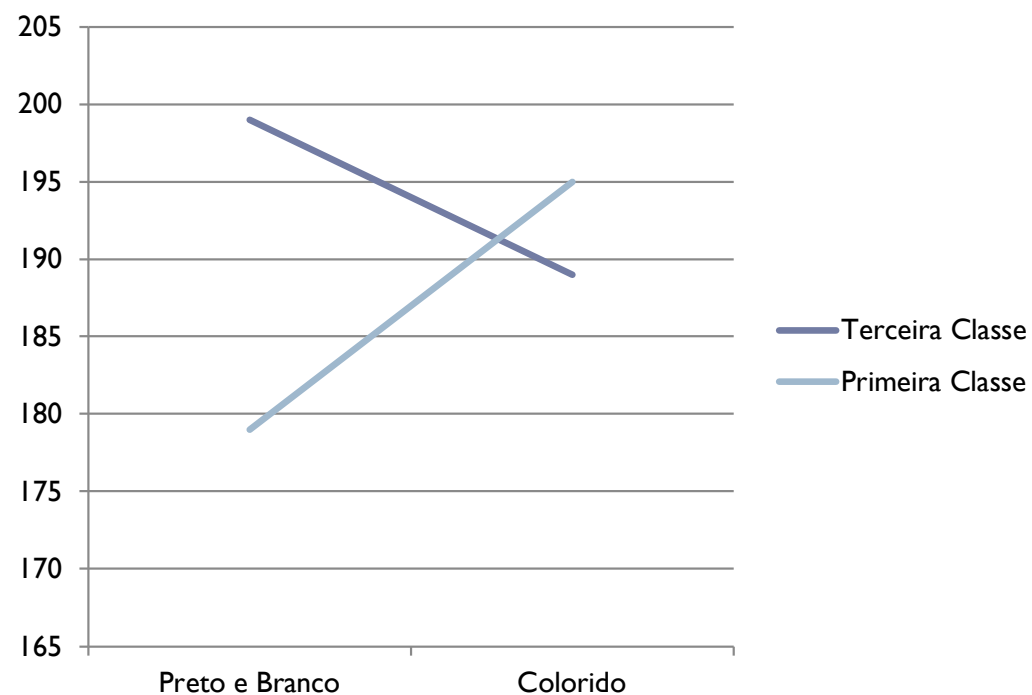
# Exemplo

Interação entre:

(A) Tipo de Correspondência; e

(B) Tipo de Panfleto.

	A0	A1	
B0	199	179	378
B1	189	195	384
	388	374	762



# Exemplo

Interação entre:

(A) Tipo de Correspondência; e

(B) Tipo de Panfleto.

CV	GL	SQ	QM	F
$A \text{ d. } B_0$	1	50	50	15,1899 *
$A \text{ d. } B_1$	1	4,5	4,5	1,3671 ns
Resíduos	0	19,75	3,2917	

CV	GL	SQ	QM	F
$B \text{ d. } A_0$	1	12,5	12,5	3,7975 ns
$B \text{ d. } A_1$	1	32	32	9,7215 *
Resíduos	0	19,75	3,2917	

# Conclusão

---

- ▶ Se o panfleto fosse em preto e branco o fato da correspondência ser de primeira classe ou de terceira classe influenciou o resultado, sendo que as correspondências de terceira classe e em preto e branco geraram mais pedidos do que as de primeira classe e em preto em branco;
- ▶ Panfletos coloridos receberam números de pedido que não diferem entre si para correspondências de terceira ou primeira classe;
- ▶ Já para correspondências de terceira classe, o fato de serem coloridas, ou em preto e branco não trouxe diferença significativa para o número de pedidos;
- ▶ Correspondências de primeira classe geraram mais pedidos quando coloridas.

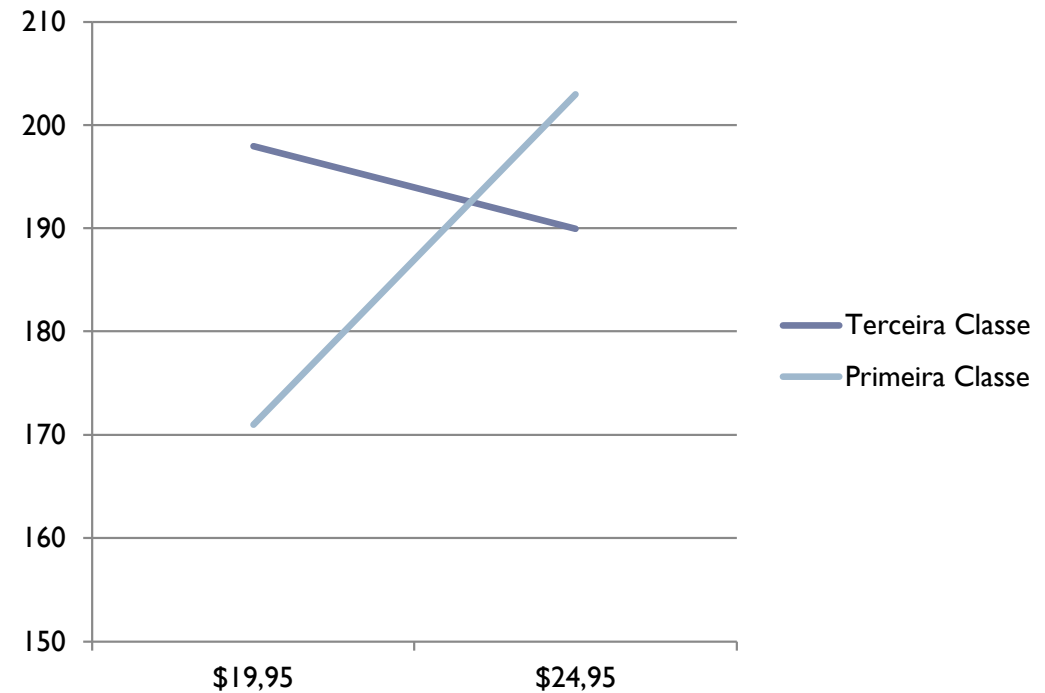


# Exemplo

Interação entre:

(A) Tipo de Correspondência; e  
(C) Preço do Produto.

	A0	A1	
C0	198	171	369
C1	190	203	393
	388	374	762



# Exemplo

Interação entre:

(A) Tipo de Correspondência; e

(C) Preço do Produto.

CV	GL	SQ	QM	F
<i>A d. C<sub>0</sub></i>	1	91,125	91,125	27,6835 *
<i>A d. C<sub>1</sub></i>	1	21,125	21,125	6,4177 *
Resíduos	0	19,75	3,2917	

CV	GL	SQ	QM	F
<i>C d. A<sub>0</sub></i>	1	8	8	2,4304 ns
<i>C d. A<sub>1</sub></i>	1	128	128	38,8861 *
Resíduos	0	19,75	3,2917	





# Conclusão

---

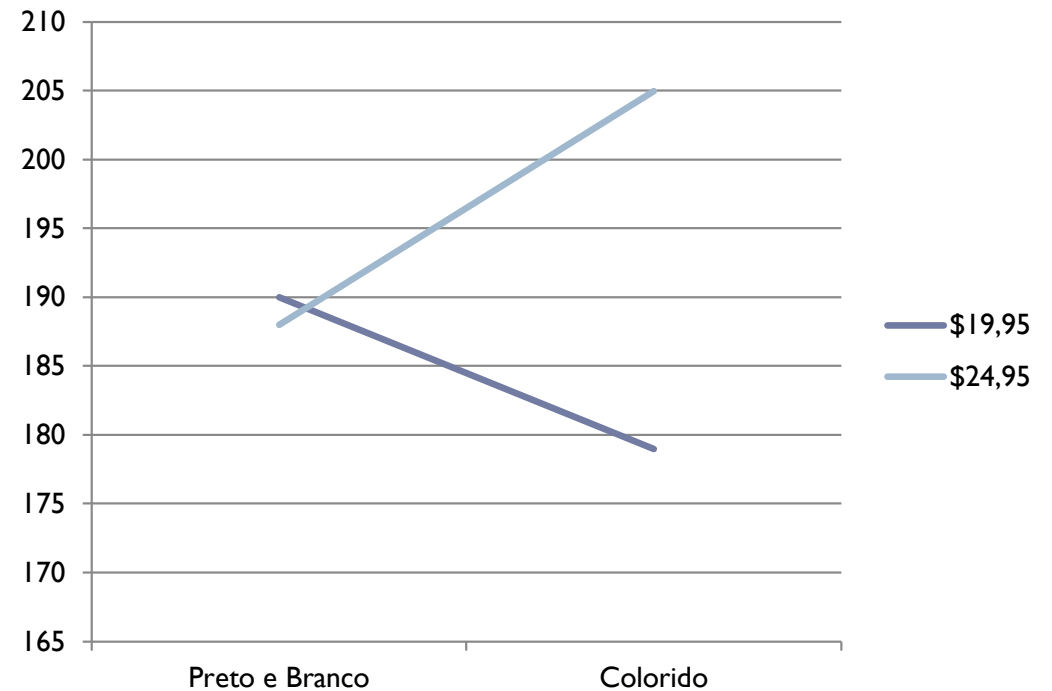
- ▶ A diferença entre o tipo de correspondência causou diferença no número de pedidos dentro de ambos os preços ofertados, porém o efeito foi o inverso em ambos os casos:
  - ▶ Para \$19,95 o número de pedidos foi maior para correspondência de terceira classe;
  - ▶ Para \$24,95 o número de pedidos foi maior para correspondência de primeira classe.
- ▶ Para correspondência de terceira classe, a diferença de preço não afetou o número de pedidos;
- ▶ Já para correspondência de primeira classe, o número de pedidos foi significativamente maior para panfletos considerando o valor de \$24,95.



# Exemplo

Interação entre:  
(B) Tipo de Panfleto; e  
(C) Preço do Produto.

	B0	B1	
C0	190	179	369
C1	188	205	393
	378	384	762



# Exemplo

Interação entre:

(B) Tipo de Panfleto; e

(C) Preço do Produto.

CV	GL	SQ	QM	F
<i>B d. C<sub>0</sub></i>	1	15,125	15,125	4,5949 ns
<i>B d. C<sub>1</sub></i>	1	36,125	36,125	10,9747 *
Resíduos	0	19,75	3,2917	

CV	GL	SQ	QM	F
<i>C d. B<sub>0</sub></i>	1	0,5	0,5	0,1519 ns
<i>C d. B<sub>1</sub></i>	1	84,5	84,5	25,6709 *
Resíduos	0	19,75	3,2917	

# Conclusão

---

- ▶ Para o valor ofertado de \$19,95, o número de pedidos não foi afetado pelo fato do panfleto ser colorido ou não;
- ▶ Já para o valor ofertado de \$24,95, o número de pedidos foi significativamente maior para os panfletos coloridos;
- ▶ Para panfletos em preto e branco o valor ofertado não teve influência sobre o número de pedidos;
- ▶ No entanto, para panfletos coloridos o número de pedidos foi significativamente maior para o maior valor ofertado (\$24,95).



# Interpretação Final

---

- ▶ As combinações de fatores que causaram um maior número de pedidos foram:
  - ▶ Panfleto preto e branco X correspondência de terceira classe;
  - ▶ Panfleto preto e branco X \$19,95;
  - ▶ Panfleto colorido X correspondência de primeira classe;
  - ▶ Panfleto colorido X \$24,95;
  - ▶ Correspondência de terceira classe X \$19,95;
  - ▶ Correspondência de primeira classe X \$24,95.
- ▶ Sendo assim, teria que ser estudado o lucro obtido ao enviar correspondência de primeira classe, colorida e com valor ofertado de \$24,95 e o lucro obtido ao enviar correspondência de terceira classe, preta e branca e com valor ofertado de \$19,95. Já que essas duas combinações foram as com maior número de pedidos, porém uma custa mais com um maior faturamento e a outra custa menos mas com um faturamento menor.

