Planejamento de Experimentos

Comparação entre médias de Tratamentos - ERE

Professora Ângela

Teste de Comparação de Médias de Tratamentos

- Suponha que ao conduzir uma ANOVA para um modelo fixo a hipótese de nulidade tenha sido rejeitada;
- Conclui-se que existe diferença entre ao menos duas médias de tratamentos, porém não se sabe exatamente quantas ou quais as médias que se diferem;
- Existem diversos testes que podem ser utilizados a fim de determinar qual tratamento diferiu de qual e qual seria o mais vantajoso.

Teste de Comparação de Médias de Tratamentos

- Quando trabalhamos com fatores quantitativos, com mais de 2 níveis, necessariamente, devemos aplicar a técnica de regressão polinomial;
- Já ao trabalhar com fatores qualitativos, o leque de metodologias possíveis de serem utilizadas aumenta consideravelmente;
- Existem diversos tipos de testes que podem ser utilizados, serão apresentados, nos próximos slides alguns dos mais comuns/tradicionais.

Teste de Scheffé

- Em muitas situações os pesquisadores podem não saber quais os contrastes que eles querem comparar, descobrindo-os apenas após um exame preliminar dos dados;
  - Caso de muitos experimentos exploratórios (sem conhecimento prévios sobre os efeitos dos tratamentos a serem testados).
- Existem situações em que o experimentador não tem o interesse em testar contrastes 2 a 2, ou deseja estudar um número de contrastes diferente de $I - 1$;
- Nesses casos, é indicado utilizar o método de comparação de contrastes de Scheffé (1953), que permite a comparação de todo e qualquer contraste possível entre médias de tratamentos;
- No teste de Scheffé, o erro de tipo I é no máximo α para cada um dos possíveis contrastes.

Teste de Scheffé

- A expressão do teste é: $S_i = \sqrt{(n-1).F.\hat{V}(\hat{Y}_i)}$, em que
  - n = número de tratamentos
  - F = valor do teste F obtido em tabela, com n_1 graus de liberdade de tratamentos e n_2 g.l. de Resíduos, a um nível α de significância.
  - $\hat{V}(\hat{Y}_i)$ = estimativa da variância da estimativa do contraste i.
- Se $|\hat{Y}_i| \geq S_i \Rightarrow Y_i \neq 0$, logo as médias, ou grupos de médias, considerados no contrastes diferem entre si;
- Se $|\hat{Y}_i| < S_i \Rightarrow Y_i$ não difere de zero, logo as médias, ou grupos de médias, considerados no contrastes não diferem entre si.

Contrastes

- Um contraste entre médias de tratamentos é uma função linear entre médias de tratamentos, que assume valor zero quando admitida a hipótese de nulidade;
- A função $Y_i = c_1.m_1 + c_2.m_2 + \cdots + c_I.m_I$ será um contraste se, admitida H_0, tem-se que $\sum_i c_i = 0$.
- Quando o experimento é desbalanceado tem-se que: $\sum_i n_i c_i = 0$, em que n_i representa o número de repetições para o i – ésimo tratamento.
- A variância de um contraste é dada pela seguinte expressão:
  - Caso balanceado: $\hat{V}(\hat{Y}) = \sum_i {c_i}^2 \frac{QMRes}{r}$
  - Caso desbalanceado: $\hat{V}(\hat{Y}) = \sum_i {c_i}^2 \frac{QMRes}{r_i}$

Teste de Scheffé – Exemplo (Enraizamento de Estacas)

- $|\hat{Y}_1| > S_1$, ou seja, a média de enraizamento entre os tratamentos A e B difere da média de enraizamentos entre os tratamentos C e D.
  - Como $\hat{Y}_1 < 0$, pode−se dizer que a média entre os tratamentos C e D foi superior à média entre os tratamentos A e B.
  - Porém, não é possível afirmar qual dentre os tratamentos C e D foi o que obteve o mais número de enraizamentos, ou qual, dentre os tratamentos A e B foi o com o menor número de enraizamentos;
- $|\hat{Y}_2| > S_2$, ou seja, a média de enraizamento obtida para o tratamento D foi superior à média de enraizamentos obtida para o grupo dos tratamentos A, B e C.

Teste de Scheffé – Exemplo (Enraizamento de Estacas)

- Com base nos contrastes estudados, seria indicado ao agricultor utilizar o cultivar D, caso seu objetivo seja aumentar o número de estacas enraizadas.
- Perceba que a média estimada do cultivar D é inferior à média estimada do cultivar C, porém, o resultados obtidos com os contrastes escolhidos não estudam essas médias mais a fundo.
- É necessário muito cuidado na escolha dos contrastes, a fim de retirar da análise o resultado mais completo e menos viesado possível.

Teste t

- É relativamente pouco utilizado, pois ele faz exigências em suas aplicações e, as mesmas aplicações podem ser feitas na própria ANOVA pelo teste F, em um procedimento denominado "Desdobramento de graus de liberdade" ou "Desdobramento de Somas de Quadrados de Tratamentos";
- Exigências do teste t:
  - Os contrastes devem ser ortogonais 2 a 2.
  - Os contrastes devem ser escolhidos à priori.
  - O número de contrastes deve ser igual ao número de graus de liberdade de tratamentos.

Teste t

- A expressão do teste é:
  - $t = \frac{\hat{Y}_i - 0}{\sqrt{\hat{V}(\hat{Y}_i)}}$.
- Consulta-se a tabela de t de Student, em níveis de 5% ou 1% de significância, com n' = número de graus de liberdade do Resíduo.
  - Se $|t_{calc}| \geq t_{tab} \Rightarrow Y_i \neq 0$, logo, as médias, ou grupos de médias, diferem entre si;
  - Se $|t_{calc}| < t_{tab} \Rightarrow Y_i$ não difere de 0, logo, as médias, ou grupos de médias, não diferem entre si.

Exigências dos Teste t

1. Os contrastes devem ser ortogonais 2 a 2.
2. Os contrastes devem ser escolhidos à priori.
   - Ao o escolher o contraste após a obtenção dos resultados, o pesquisador **fará** escolhas de contrastes tendenciosos;
   - A consistência em escolhas à posteriori e consequentemente tendenciosas causa uma inflação na probabilidade do erro de tipo I (rejeitar H_0 dado que ela é verdadeira);
   - Caso os contrastes não tenham sido selecionados à priori, deve-se utilizar outro método de comparação de médias de tratamentos que não o de contrastes ortogonais.
3. O número de contrastes deve ser igual ao número de graus de liberdade de tratamentos.

Contrastes Ortogonais

- Dois contrastes
  - $Y_1 = a_1.m_1 + a_2.m_2 + \cdots + a_I.m_I$
  - $Y_2 = b_1.m_1 + b_2.m_2 + \cdots + b_I.m_I$
- Serão ortogonais se $\sum_i n_i a_i b_i = 0$, em que n_i são as repetições dentro de cada tratamento i.
- Se todos os tratamentos tiverem o mesmo número de repetições a condição de ortogonalidade é: $\sum_i a_i b_i = 0$.
- Essas condições vem da imposição de independência dos contrastes e, portanto, de que $cov(\hat{Y}_1, \hat{Y}_2) = 0$.

Teste t – Conclusões e Interpretação

- O teste aplicado nos leva a concluir que os tratamentos C e D foram aqueles que apresentaram a maior média de enraizamento, sendo igualmente superiores aos tratamentos A e B, que também foram igualmente inferiores.
- É usual, nos trabalhos científicos, apresentar os resultados do seguinte modo:

Estimativas	Parâmetros	Letras
1,016	m_B	A
1,262	m_A	A
3,182	m_D	B
3,630	m_C	B

Médias seguidas de letras iguais não diferem entre si.

ANOVA com Desdobramento dos Graus de Liberdade

CV	GL	SQ	QM	F
(Trat)	**(3)**	**(26,3495)**		
(A + B) vs (C + D)	1			
A vs B	1			
C vs D	1			
Resíduos	16	2,2349	0,1397	
Total	**19**	**28,5844**		

ANOVA com Desdobramento dos Graus de Liberdade

Trat	Repetições					Total
	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	
A	1,58	1,58	1,22	1,22	0,71	**6,31**
B	1,22	0,71	0,71	1,22	1,22	**5,08**
C	3,53	3,24	3,81	4,18	3,39	**18,15**
D	2,74	3,08	3,94	2,91	3,24	**15,91**
					Total	**45,45**

ANOVA com Desdobramento dos Graus de Liberdade

- Uma outra forma de calcular as Somas de Quadrados de contrastes, é dada pela expressão:

$$SQ\hat{Y}_i = \frac{\left(\hat{Y}_i\right)^2}{\sum_i r_i {c_i}^2}$$

- Em que:
  - $\hat{Y}_i$ é o valor do contraste para totais de tratamentos;
  - r_i é o número de repetições ou número de observações somadas para obtenção dos totais de tratamentos que entraram no contraste;
  - $\sum_i {c_i}^2$ é a soma dos quadrados dos coeficientes dos contrastes.

ANOVA com Desdobramento dos Graus de Liberdade

Trat	Repetições					Total
	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	
A	1,58	1,58	1,22	1,22	0,71	**6,31**
B	1,22	0,71	0,71	1,22	1,22	**5,08**
C	3,53	3,24	3,81	4,18	3,39	**18,15**
D	2,74	3,08	3,94	2,91	3,24	**15,91**
					Total	**45,45**

ANOVA com Desdobramento dos Graus de Liberdade

- Ambos os métodos de calcular a Soma de Quadrados de Contrastes chegam exatamente no mesmo valor;
- A vantagem da segunda forma de os calcular é a possibilidade de levar os coeficientes dos contrastes em consideração, quando esses fogem do padrão de mesmo peso para todos os tratamentos.

ANOVA com Desdobramento dos Graus de Liberdade

CV	GL	SQ	QM	F
(Trat)	**(3)**	**(26,3495)**		
(A + B) vs (C + D)	1	25,6964	25,6964	183,94 **
A vs B	1	0,1513	0,1513	1,08
C vs D	1	0,5018	0,5018	3,59
Resíduos	16	2,2349	0,1397	
Total	**19**	**28,5844**		

$$F_{tab} = \begin{cases} n_1 = 1 \\ n_2 = 16 \end{cases} \Rightarrow 4{,}49(5\%) \quad \text{e} \quad 8{,}53(1\%)$$

Teste t / Desdobramento de Graus de Liberdade

- Ambos os processos chegam a exatamente as mesmas conclusões, já que quando se tem apenas 1 grau de liberdade, verifica-se que $t^2 = F$.
- De fato:
  - Para $\hat{Y}_1$: $t = 16{,}53 \Rightarrow t^2 = 183{,}87 \cong 183{,}94 = F$;
  - Para $\hat{Y}_2$: $t = 1{,}04 \Rightarrow t^2 = 1{,}08 = F$;
  - Para $\hat{Y}_3$: $t = 1{,}89 \Rightarrow t^2 = 3{,}57 \cong 3{,}59 = F$.

Nível Conjunto de Significância

- Quando se faz o desdobramento da SQTrat em SQ's de contrastes ortogonais, ou mesmo quando se usa o teste t, deve-se calcular o nível conjunto de significância dado por $1-(1-\alpha)^2 \cong n\alpha$, em que:
  - α é o nível de significância, geralmente, 0,05 ou 0,01 e
  - n é o número de contrastes ortogonais
- Surge daí o teste de Bonferroni, que procura corrigir essas alterações para o nível conjunto de significância, usando
  - $\alpha' = \frac{\alpha}{n}$ para cada contraste.

Nível de significância conjunto desejado (geralmente 5%)

Nível de significância utilizado para cada contraste

Teste de Comparação de Médias de Tratamentos

- Os testes de Scheffé, teste t, e Bonferroni podem ser utilizados na análise de contrastes que envolvem mais de dois tratamentos por vez;
- Devido à dificuldade na interpretação que podem ocorrer ao utilizar esses métodos, é mais comum encontrar trabalhos que trabalham com contrastes que envolvem apenas 2 médias de tratamentos.

Teste de Tukey

- Recomendado quando o interesse é comparar pares de médias de tratamentos sobre os quais não existem informações prévias;
- Nível de significância conjunto é exatamente α quando o número de repetições dentro de cada tratamento é igual (Experimentos Balanceados).

Teste de Tukey (1953)

- Suponha que se deseja testar todas as comparações entre pares de médias de tratamentos:
  - $H_0: m_i = m_j$ versus $H_1: m_i \neq m_j$ para todo $i \neq j$.
- Sua expressão é dada por:
  - $\Delta = dms = q\sqrt{\frac{1}{2}\hat{V}(\hat{Y})}$, em que:
  - Δ ou dms = diferença mínima significativa;
  - q é a amplitude total estudentizada, obtida em tabelas em níveis de 5% e 1%, com n = número de médias ou de tratamentos e n' = número de graus de liberdade do resíduo;
  - $\hat{V}(\hat{Y})$ é a estimativa da variância da estimativa do contraste.

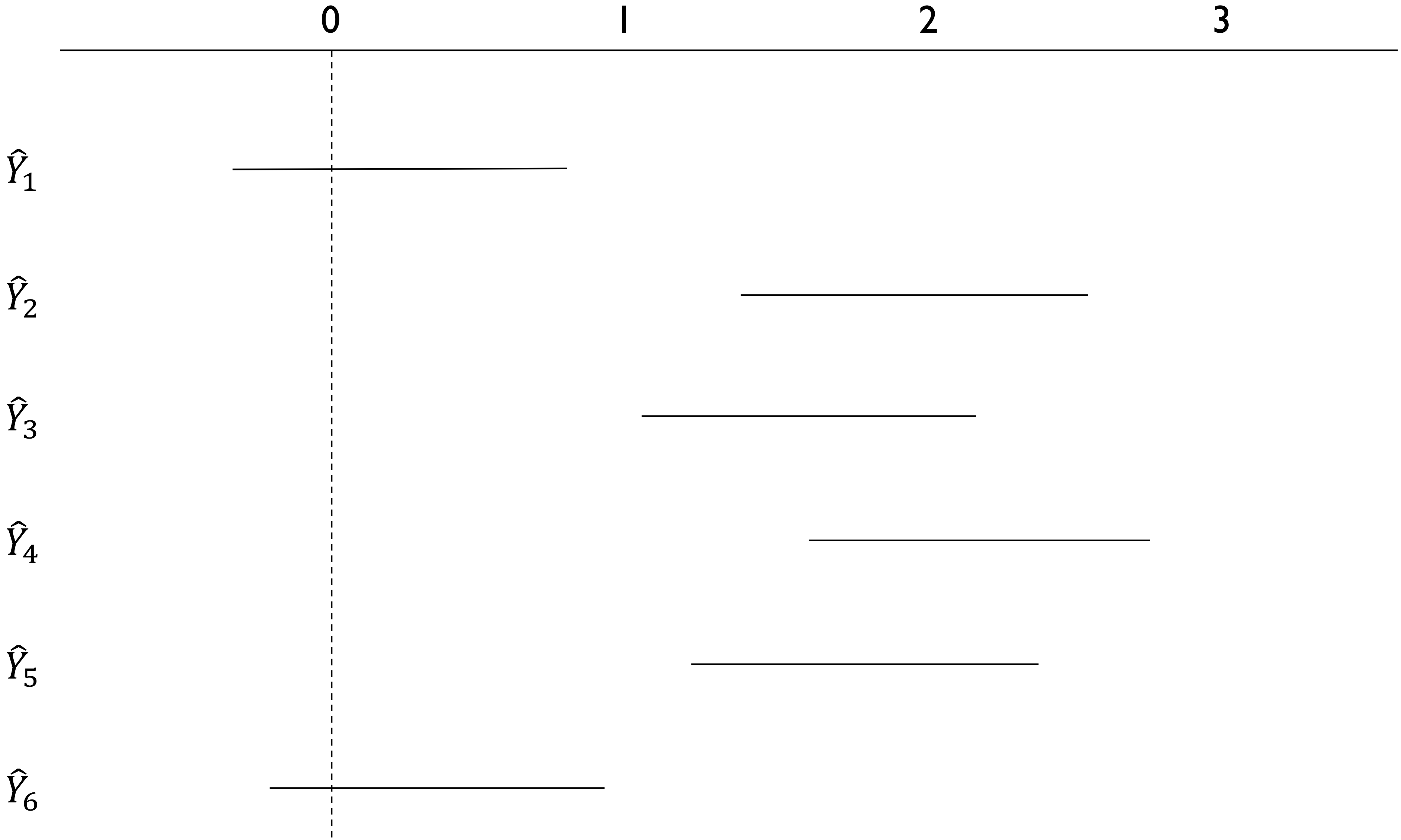
Teste de Tukey

- Quando se tem o mesmo número de repetições para todos os tratamentos o teste exato é:
  - $\Delta = q\sqrt{\frac{QMRes}{r}}.$
- Compara-se $\hat{Y}_i$ com Δ
  - Se $\left|\hat{Y}_i\right| \geq \Delta \Rightarrow Y_i \neq 0$, logo as médias se diferem;
  - Se $\left|\hat{Y}_i\right| < \Delta \Rightarrow Y_i = 0$, logo as médias não se diferem.

Teste de Tukey

- Da mesma forma, poderíamos construir intervalos de $(1 - \alpha)100\%$ de confiança para todas as diferenças entre pares de médias da seguinte maneira:
  - $IC_i\colon \hat{Y}_i - q\sqrt{\frac{1}{2}\hat{V}(\hat{Y})} \leq Y_i \leq \hat{Y}_i + q\sqrt{\frac{1}{2}\hat{V}(\hat{Y})}$ (Exp. Desbalanceados);
  - $IC_i\colon \hat{Y}_i - q\sqrt{\frac{QMRes}{r}} \leq Y_i \leq \hat{Y}_i + q\sqrt{\frac{QMRes}{r}}$ (Exp. Balanceados);
  - Se $0 \in IC_i, Y_i$ não difere de zero;
  - Se $0 \notin IC_i, Y_i$ difere de zero.

Teste de Tukey – Exemplo (Intervalos de Confiança)



Teste de Duncan

- Estudas as diferenças entre pares de tratamentos de maneira sistemática, das maiores para as menores;
- Teste menos rigoroso que o Teste de Tukey;
- Controla o nível de significância de cada contraste, porém não o nível conjunto de significância (como o Teste de Tukey);
- O nível de significância dos contrastes depende do número de médias que ele engloba - $(1-\alpha)^{n-1}$

Teste de Duncan

- A sua expressão é dada por:
  - $D_i = Z_i\sqrt{\frac{1}{2}\hat{V}(\hat{Y}_i)}$, em que
  - D_i é a diferença mínima significativa (d.m.s.);
  - Z_i é o valor da tabela, obtido com n médias envolvidas no contraste e n' graus de liberdade do resíduo;
  - $\hat{V}(\hat{Y}_i)$ é a estimativa da variância da estimativa do contraste.
- No caso de mesmo número de repetições o teste é exato e a expressão passa a ser:
  - $D_i = Z_i\sqrt{\frac{QMRes}{r}}$.

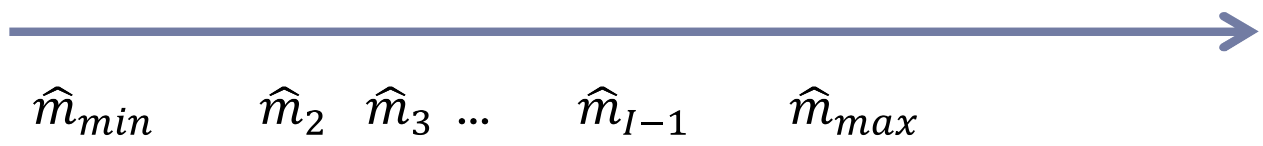
Teste de Duncan

- Para a realização do teste de Duncan as médias devem ser ordenadas, e deve-se iniciar o teste pelo contraste entre a média máxima e a média mínima;
  - Se o contraste for não significativo ($|\hat{Y}_i| < D_i$) o teste deve ser encerrado e nenhum outro contraste deve ser considerado.
  - Se o contraste for significativo ($|\hat{Y}_i| \geq D_i$) deve-se dar prosseguimento ao teste, considerando os contrastes entre a média mínima e a segunda maior média ***E*** entre a média máxima e a segunda menor média.

$$\hat{m}_{min} \quad \hat{m}_2 \quad \hat{m}_3 \quad \ldots \quad \hat{m}_{I-1} \quad \hat{m}_{max}$$

Teste de Duncan

- $\left|\hat{Y}_I\right| = \hat{m}_{max} - \hat{m}_{min}$
  - Se $\left|\hat{Y}_I\right| < D_I$, encerra-se o teste,
  - Se $\left|\hat{Y}_I\right| \geq D_I$, dá-se continuidade ao teste, considerando:
    - $\left|\hat{Y}_{I-1}\right| = \hat{m}_{max} - \hat{m}_2$ e $\left|\hat{Y}_{I-1}\right| = \hat{m}_{I-1} - \hat{m}_{min}$
    - Se $\left|\hat{Y}_{I-1}\right| < D_{I-1}$ para os dois contrastes, encerra-se o teste,
    - Se $\left|\hat{Y}_{I-1}\right| \geq D_{I-1}$ para ao menos um dos contrastes deve-se continuar o teste considerando:
      - $\left|\hat{Y}_{I-2}\right| = \hat{m}_{max} - \hat{m}_3$, $\left|\hat{Y}_{I-2}\right| = \hat{m}_{I-1} - \hat{m}_2$ e $\left|\hat{Y}_{I-2}\right| = \hat{m}_{I-2} - \hat{m}_{min}$.
      - ...



Teste de Dunnett

- Considera apenas as diferenças entre pares de tratamentos que incluam o controle;
- Não é indicado para experimentos que não incluem tratamento controle ou testemunha, ou tratamentos que incluem testemunha, porém considerem interessante fazer comparações entre tratamentos que não incluam, necessariamente, a testemunha;
- O nível de significância conjunto associado a todos os $I - 1$ testes é dado por α;
- É indicado utilizar um número maior de repetições para o controle (n_I) do que para os outros tratamentos (n_i). Se for utilizado o mesmo número de repetições para todos os tratamentos, que não o controle, $n_i = n$, para todo $i = 1,2, \dots, I - 1$, pode-se estimar o número de repetições que devem ser realizadas utilizando a seguinte igualdade ou aproximação:
  - $\frac{n_I}{n} = \sqrt{I}$.

Teste de Dunnett

- Utilizado quando o experimento inclui o tratamento controle, ou testemunha;
- Nesses casos, é comum o pesquisador estar interessado, unicamente, nas comparações entre os $I - 1$ tratamentos e a testemunha;
- Nesses casos, as hipóteses de nulidade e alternativa são dadas por:
  - $H_0: m_i = m_I$ vs $H_1: m_i \neq m_I$
  - Para $i = 1,2, \dots, I - 1$, em que m_I representa a média do tratamento controle.

Teste de Dunnett

- Sua expressão é dada por:
  - $d' = d_{\alpha(I-1,f)}\sqrt{QMRes\left(\frac{1}{n_i}+\frac{1}{n_I}\right)}$
- em que:
  - d' é a distância mínima significativa;
  - $d_{\alpha(I-1,f)}$ é a amplitude estudentizada t de Dunnett a um nível α de significância com $I-1$ tratamentos (exclui-se o controle) e f graus de liberdade do resíduo;
  - n_i e n_I são os números de repetições dentro do tratamento i e do controle (I), respectivamente.

Análise de Regressão Polinomial

- A análise de Regressão deve ser feita sempre que os níveis de um dos fatores em potencial (tratamentos) forem quantitativos;
- Quando trabalhamos com fatores quantitativos, não pode ser assumida a independência entre os diferentes níveis, o que impossibilita a utilização das outras metodologias.

Exemplo

- Uma engenheira está interessada em investigar a relação entre a potência da Frequência de Rádio (FR) e a taxa de gravação de sua ferramenta;
- O objetivo de um experimento como esse é modelar a relação entre a potência da FR e a taxa de gravação, a fim de especificar a potência que dará a taxa de gravação desejada;
- Ela está interessada em um gás específico (C_2F_6), e em um único espaço (0,80 cm), e quer testar quatro níveis de potência de FR: 160W, 180W, 200W, e 220W;
- Ela decidiu testar 5 lâminas sujeitas a cada um dos níveis.

Exemplo

Potência (W)	Observações				
	1	2	3	4	5
160	575	542	530	539	570
180	565	593	590	579	610
200	600	651	610	637	629
220	725	700	715	685	710

Regressão Polinomial

- $SQR\_ = \dfrac{\left(\sum c_{\_i} Y_i\right)^2}{r \sum c_{\_i}{}^2}$
- Em que:
  - Y_i representa o total do nível i;
  - $c_{_i}$representa o coeficiente polinomial, obtido em tabela para a regressão de interesse;
  - r representa o número de parcelas somadas para se obterem os totais Y_i.

Coeficientes de Regressão

Níveis	Coeficientes RL c_1	Coeficientes RQ c_2	Coeficientes RC c_3	Totais
160 W	-3	1	-1	2756
180 W	-1	-1	3	2937
200 W	1	-1	-3	3127
220 W	3	1	1	3535
M	2	1	10/3	
Total				12355

Somas de Quadrados de Regressão

CV	GL	SQ	QM	F
(Potência)	(3)	(66870,55)	(22290,18)	(66,79707)
SQRL	1	63857,29	63857,29	191,3614 **
SQRQ	1	2576,45	2576,45	7,720857 *
SQRC	1	436,81	436,81	1,30899
Res	16	5339,2	333,7	
Total	19	72209,75		

$$F_{tab}\begin{cases} n_1 = 1 \\ n_2 = 16 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} F_{tab} = 4{,}49\ (5\%) \\ F_{tab} = 8{,}53\ (1\%) \end{cases}$$

Obtensão das Equações de Regressão

- Para Regressão Linear:
- $\widehat{\mathrm{Y}} - \overline{\mathrm{Y}} = \mathrm{B}_1 \mathrm{M}_1 \mathrm{P}_1$
- Em que:
  - $\widehat{\mathrm{Y}}$ é a resposta em função do nível;
  - $\overline{\mathrm{Y}}$ é a média geral do experimento;
  - B_1 é o coeficiente angular dado por $\mathrm{B}_1 = \frac{\sum c_{1_i} Y_i}{r \sum \mathrm{c}_{1_i}{}^2}$;
  - M_1 é um coeficiente obtido em tabela e que foi usado na obtenção de números inteiros para os coeficientes polinomiais;
  - P_1 é o polinômio de 1° grau $\mathrm{P}_1 = \frac{\mathrm{X} - \overline{\mathrm{X}}}{\mathrm{q}}$;
  - Em que:
    - X são os níveis do fator;
    - $\overline{\mathrm{X}}$ é a média dos níveis do fator;
    - q é a distância entre dois níveis consecutivos.

Obtensão das Equações de Regressão

- $\widehat{Y} = 137{,}62 + 2{,}527X$
- Essa equação nos dá a estimativa da taxa de gravação em função de diferentes potências da Frequência de Rádio, com X $\in [160; 220]$ W. Vê-se que, para cada W de potência obtém-se um acréscimo de 2,527 na taxa de gravação.
- Verificação da precisão da interpolação da Regressão Linear:

X	Y(obs)	Y(est)	Desvio
160	551,2	541,94	9,26
180	587,4	592,48	-5,08
200	625,4	643,02	-17,62
220	707	693,56	13,44

Obtensão das Equações de Regressão

- Para P (Regressão Quadrática):
- $\hat{Y} - \bar{Y} = B_1 M_1 P_1 + B_2 M_2 P_2$
- Em que:
  - $\hat{Y}, \bar{Y}, B_1$, M_1 , P_1 tem o mesmo significado já visto;
  - B_2 é o coeficiente angular dado por $B_2 = \frac{\sum c_{2_i} Y_i}{r \sum {c_{2_i}}^2}$;
  - M_2 é um coeficiente obtido em tabela e que foi usado na obtenção de números inteiros para os coeficientes polinomiais;
  - P_2 é o polinômio de 2° grau $P_2 = \left(\frac{X - \bar{X}}{q}\right)^2 - \frac{n^2-1}{12}$;
  - Em que:
    - n é o número de níveis dentro do fator.

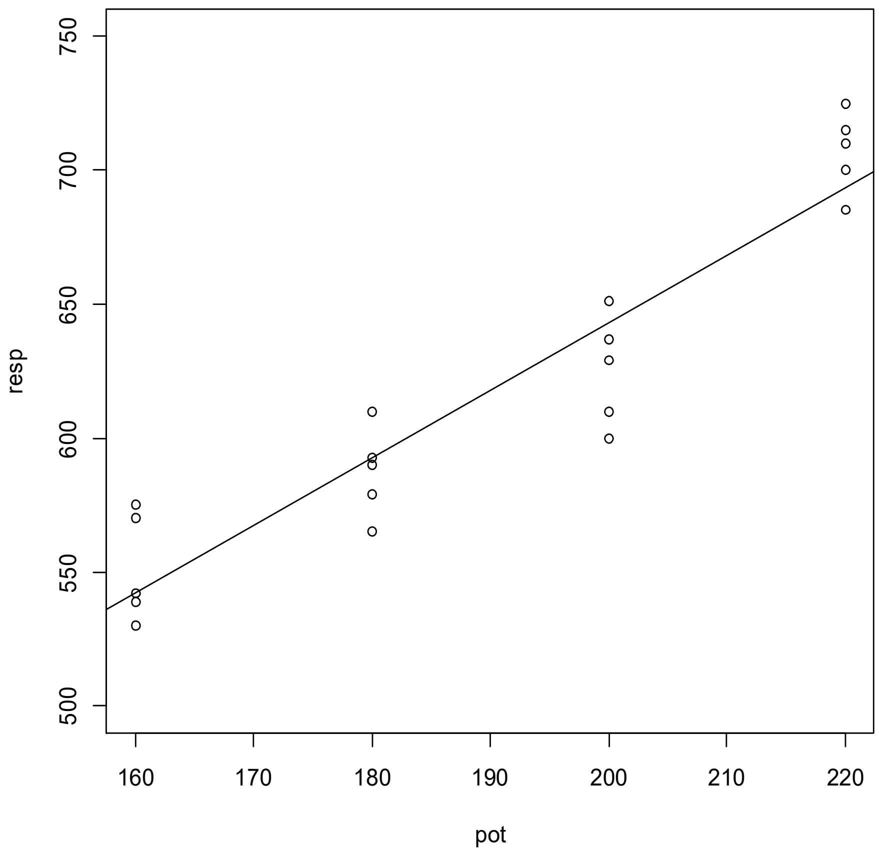
Obtensão das Equações de Regressão

- $\hat{Y} = 1147{,}77 - 8{,}2555X + 0{,}028375X^2$
- Essa equação nos dá a estimativa da taxa de gravação em função de diferentes potências da Frequência de Rádio, com X $\in [160; 220]$ W.
- Verificação da precisão da interpolação da Regressão Quadrática:

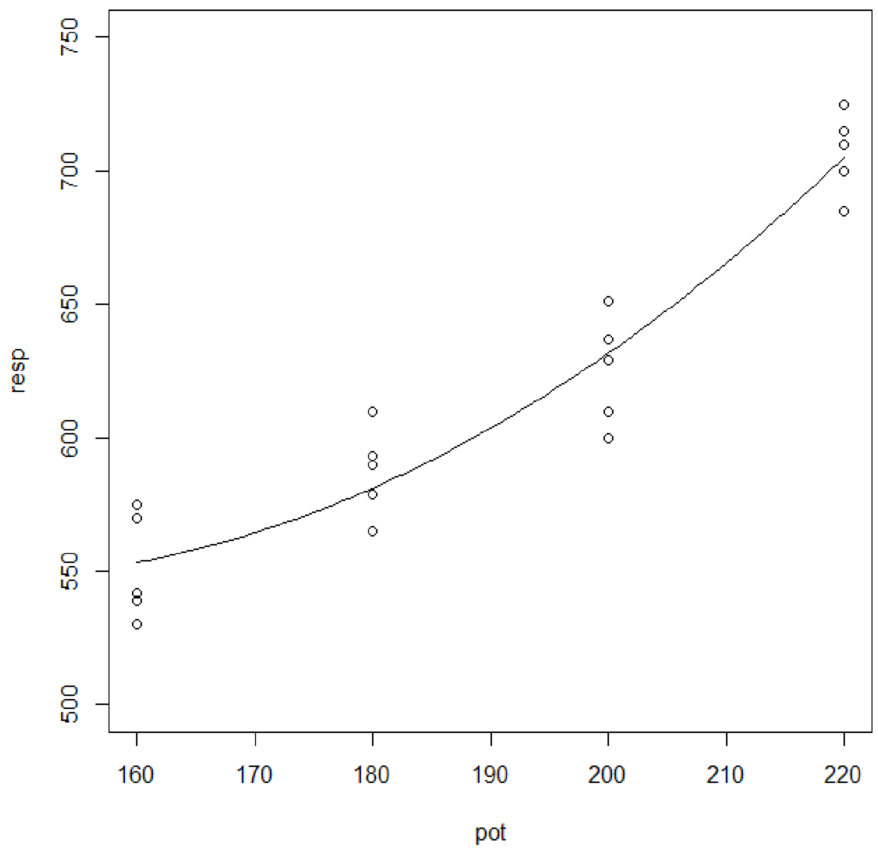
X	Y(obs)	Y(est)	Desvio
160	551,2	553,29	-2,09
180	587,4	581,13	6,27
200	625,4	631,67	-6,27
220	707	704,91	2,09

Regressão

$$\hat{Y} = 137{,}62 + 2{,}527X$$



$$\hat{Y} = 1147{,}77 - 8{,}2555X + 0{,}028375X^2$$



Interpretação e Conclusão

- Geralmente procuramos o modelo mais parcimonioso possível;
- Nesse caso, a regressão quadrática se revelou melhor do que a linear, devendo ser mantido o termo quadrático no modelo;
- Pelo dito no enunciado do problema, não sabemos exatamente qual a taxa de gravação desejada, mas podemos descrever que a tendência da taxa é aumentar conforme aumentamos a potência, segundo uma equação quadrática, dentro do intervalo de potências estudado;
- Se soubermos qual a taxa de gravação desejada, podemos encontrar a potência ideal ao aplicar o modelo, desde que essa taxa esteja dentro do intervalo de resultados obtidos.