Delineamento em Blocos Casualizados

Professora Ângela

Delineamento em Blocos Casualizados

- Leva em consideração o princípio do controle local, além dos princípios básicos da repetição e da casualização;
- Fornece a possibilidade de estudar o efeito de tratamentos mesmo quando existe alguma heterogeneidade na área experimental, no material a ser utilizado no experimento, diferenças entre técnicos envolvidos, material de medida...

Análise de um Experimento em Blocos Casualizados

- Assim como para o caso do delineamento inteiramente casualizado, o primeiro passo é a especificação do modelo matemático;
- $y_{ij} = m + t_i + b_j + e_{ij}$;
  - Em que y_{ij} representa a observação relativa ao tratamento i $(i = 1,2, \ldots, I)$ no bloco j $(j = 1,2, \ldots, J)$;
  - m representa a média geral;
  - t_i representa o efeito do tratamento i;
  - b_j representa o efeito do bloco j; e
  - e_{ij} o erro aleatório relativo a cada observação.
- Obs: Como todos os tratamentos devem estar representados, uma única vez, dentro de cada bloco, pode-se considerar cada bloco como uma repetição.

Esquema da ANOVA

Causa de Variação	Graus de Liberdade	Soma de Quadrados	Quadrado Médio
Tratamentos	$I-1$	$\sum \frac{1}{J} {T_i}^2 - C$	$\frac{SQTrat}{I-1}$
Blocos	$J-1$	$\sum \frac{1}{I} {B_j}^2 - C$	
Resíduo	$(I-1)(J-1)$	$SQTotal - SQTrat - SQBlocos$	$\frac{SQRes}{(I-1)(J-1)}$
Total	$IJ-1$	$\sum_{i,j} {y_{ij}}^2 - C$	

ANOVA

- Os estimadores de mínimos quadrados para os efeitos do modelo são:
  - $\widehat{m} = \frac{\sum_{ij} y_{ij}}{IJ} = \frac{G}{IJ};$
  - $\hat{t}_i = \frac{T_i}{J} - \widehat{m};$
  - $\hat{b}_j = \frac{B_j}{I} - \widehat{m}$
  - Em que:
    - G é o total geral;
    - T_i é o total do tratamento i;
    - B_j é o total do bloco j;
    - I é o número de tratamentos; e
    - J é o número de blocos.
- Para obter esses resultados é necessário utilizar duas restrições:
- $\sum_i t_i = 0$; e $\sum_j b_j = 0$

Exemplo

- Um pesquisador pretende avaliar o comportamento de 9 porta-enxertos para a laranjeira Valência:
  - 1 - Tangerina sunki;
  - 2 - Limão rugoso nacional;
  - 3 - Limão rugoso da Florida;
  - 4 - Tangerina cleópatra;
  - 5 - Citrange-troyer;
  - 6 - Trifoliata;
  - 7 - Tangerina cravo;
  - 8 - Laranja caipira ; e
  - 9 - Limão cravo.

Planejamento do experimento

- Terreno aparentemente homogêneo, porém com um leve declive;
- Temos disponibilidade de quantos porta enxertos e enxertos forem necessário;
- O trabalho de implementação e observação vai ser feito por técnicos treinados;
- O usual é utilizar duas plantas por parcela no caso de frutíferas arbóreas;
- A variável que será observada é o número médio de frutas produzidas (frutas por planta) durante um período de 10 anos (dos 2 aos 12 anos de idade das plantas).

Resultados – médias de fruto por planta

Trat	Blocos			Ti	mi	ti
	1	2	3			
1	145	155	166	466	155,33	-27,22
2	200	190	190	580	193,33	10,78
3	183	186	208	577	192,33	9,78
4	190	175	186	551	183,67	1,12
5	180	160	156	496	165,33	-17,22
6	130	160	130	420	140	-42,55
7	206	165	170	541	180,33	-2,22
8	250	271	230	751	250,33	67,78
9	164	190	193	547	182,33	-0,25
Bj	1648	1652	1629			
mj	183,11	183,56	181	Total geral = 4929		
bj	0,56	1	-1,56	Média geral = 182,56		

Análise da Variância

C.V.	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Trat	8	22981,33	2872,67	11,41**
Blocos	2	33,55	16,78	
Resíduo	16	4027,79	251,74	
Total	26	27042,67		

$$CV(\%) = 8{,}69\%$$

Teste de Comparação de Médias (Tukey)

	$\hat{m}_2$	$\hat{m}_3$	$\hat{m}_4$	$\hat{m}_5$	$\hat{m}_6$	$\hat{m}_7$	$\hat{m}_8$	$\hat{m}_9$
$\hat{m}_1$	38	37	28,34	10	15,33	25	95	27
$\hat{m}_2$		1	9,66	28	53,33	13	57	11
$\hat{m}_3$			8,66	27	52,33	12	58	10
$\hat{m}_4$				18,34	43,67	3,34	66,66	1,34
$\hat{m}_5$					25,33	15	85	17
$\hat{m}_6$						40,33	110,33	42,33
$\hat{m}_7$							70	2
$\hat{m}_8$								68

$$\Delta = 46{,}08$$

Conclusões e Interpretação

maior $\longrightarrow$ menor

$\hat{m}_8$	$\hat{m}_2$	$\hat{m}_3$	$\hat{m}_4$	$\hat{m}_9$	$\hat{m}_7$	$\hat{m}_5$	$\hat{m}_1$	$\hat{m}_6$
			a	a	a	a	a	a
	b	b	b	b	b	b	b	
c								

Se um produtora escolher um porta-enxerto significativamente superior a outros, ele está escolhendo um porta-enxerto que induz à copa uma produção de 46 frutos/planta a mais do que aquela de quem foi diferente significativamente.

Assumindo que um fruto pesa em média 150gr e que 1kg de frutos custa US$ 0,24; ele terá um ganho de US$ 497,00/ha, supondo-se 300 plantas/ha.

Sendo assim, o porta enxerto de maior valor econômico é o enxerto Laranja caipira.

Blocos Casualizados com uma Parcela Perdida

- Existem duas opções de análise quando existe uma parcela perdida em dados obtidos de um experimento instalado segundo um delineamento em blocos casualizados.
- Considerar um modelo para blocos casualizados desbalanceados – Blocos Incompletos;
- Ou estimar o valor relativo à parcela perdida.

Caso Desbalanceado

- Ignora-se a parcela perdida e trata-se o conjunto de dados como pertencente a um experimento em blocos casualizados incompletos;
- Diferentemente do caso inteiramente casualizado, não é possível derivar as somas de quadrados do caso balanceado pro caso desbalanceado com a mesma facilidade;
- Faz-se necessário o uso de um software estatístico na análise dos dados relativos a um experimento seguindo um delineamento em blocos casualizados incompletos.

Estimação da Parcela Perdida

- Uma segunda opção é estimar a parcela perdida e prosseguir com a ANOVA;
- Deve-se no entanto:
  - Remover um grau de liberdade do total, e por consequência do resíduo;
  - Fazer um ajuste (ou correção) à soma de quadrados de tratamento, superestimada no processo.

Estimação da Parcela Perdida

- Estima-se a parcela perdida (PP) utilizando a seguinte expressão:
- $y = \frac{IT+JB-G}{(I-1)(J-1)}$.
  - Em que:
  - y é a estimativa da PP que minimiza a SQRes;
  - I é o número de tratamentos;
  - T é o total relativo ao tratamento no qual ocorreu a PP;
  - J é o número de blocos;
  - B é o total relativo ao bloco no qual ocorreu a PP;
  - G é o total geral das $(IJ - 1)$ parcelas obtidas no experimento.

Estimação da Parcela Perdida

Tratamentos	Blocos				Totais
	1	2	$\cdots$	J	
1	y_{11}	(y)	$\cdots$	y_{1J}	$T + y$
2	y_{21}	y_{22}	$\cdots$	y_{2J}	T_2
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\cdots$	$\vdots$	$\vdots$
I	y_{I1}	y_{I2}	$\cdots$	y_{IJ}	T_I
Totais	B_1	$B + y$	$\cdots$	B_J	$G + y$

Correção da Soma de Quadrados de Tratamento

- A SQTrat é corrigida pela expressão:
- $U = \frac{I-1}{I}\left(y - \frac{B}{I-1}\right)^2;$
  - Em que:
  - I é o número de tratamentos;
  - B é o total relativo ao bloco no qual ocorreu a PP;
  - y é a estimativa da PP.
- A soma de quadrados de tratamentos ajustada, ou corrigida, é dada por:
- $SQTrat_{aj} = SQTrat - U.$

Comparação entre Médias de Tratamentos

- A diferença na comparação entre as médias dos tratamentos do caso sem PP e do caso com PP, está no cálculo da variância estimada do contraste envolvendo a média do tratamento no qual ocorreu a PP.
- A estimativa da variância do contraste envolvendo a média do tratamento, no qual ocorreu a PP, é dada por:
- $\hat{V}\left(\hat{Y}_{PP}\right) = \left[\frac{2}{J} + \frac{I}{J(I-1)(J-1)}\right] QMRes.$

Exemplo

Trat	Blocos 1	2	3	Totais Trat
1	145	155	166	466
2	200	190	190	580
3	183	186	208	577
4	190	175	186	551
5	180	160	156	496
6	130	160	130	420
7	206	y	170	$\underbrace{376}_{T} + y$
8	250	271	230	751
9	164	190	193	547
Totais Bl	1648	$\underbrace{1487}_{B} + y$	1629	$\underbrace{4764}_{G} + y$

Exemplo

Trat	Blocos			Totais Trat
	1	2	3	
1	145	155	166	466
2	200	190	190	580
3	183	186	208	577
4	190	175	186	551
5	180	160	156	496
6	130	160	130	420
7	206	193	170	569
8	250	271	230	751
9	164	190	193	547
Totais Bl	1648	1680	1629	4957

ANOVA

CV	GL	SQ	QM	F
SQTrat	8	23089,18	2886,15	12,10
SQBloco	2	147,63	73,81	
SQRes	15	3577,70	238,51	
SQTotal	25	26814,51		

CV(%) = 8,41%

$$SQTrat_{aj} = 23044{,}06 \Rightarrow QMTrat_{aj} = \frac{23044{,}06}{8} = 2880{,}51$$

$$F_{aj} = \frac{2880{,}51}{238{,}51} = 12{,}08^{**}$$

Teste de Tukey (PP no trat 7)

$\hat{m}_8$	$\hat{m}_2$	$\hat{m}_3$	$\hat{m}_4$	$\hat{m}_9$	$\hat{m}_7$	$\hat{m}_5$	$\hat{m}_1$	$\hat{m}_6$
250,33	193,33	192,33	183,67	182,33	189,67	165,33	155,33	140

	$\hat{m}_2$	$\hat{m}_3$	$\hat{m}_4$	$\hat{m}_5$	$\hat{m}_6$	$\hat{m}_7$	$\hat{m}_8$	$\hat{m}_9$
$\hat{m}_1$	38	37	28,34	10	15,33	34,34	**95**	27
$\hat{m}_2$		1	9,66	28	**53,33**	3,66	**57**	11
$\hat{m}_3$			8,66	27	**52,33**	2,56	**58**	10
$\hat{m}_4$				18,34	43,67	6	**66,66**	1,34
$\hat{m}_5$					25,33	24,34	**85**	17
$\hat{m}_6$						49,67	**110,33**	42,33
$\hat{m}_7$							**60,66**	7,34
$\hat{m}_8$								**68**

$\boxed{\Delta = 45,3}$

$\boxed{\Delta' = 51,27}$

Conclusão e Interpretação

maior $\longrightarrow$ menor

$\hat{m}_8$	$\hat{m}_2$	$\hat{m}_3$	$\hat{m}_4$	$\hat{m}_9$	$\hat{m}_7$	$\hat{m}_5$	$\hat{m}_1$	$\hat{m}_6$
			a	a	a	a	a	a
	b	b	b	b	b	b	b	
c								

A conclusão e interpretação não sofreu alteração nenhuma quando comparadas com as encontradas no caso estudado sem a parcela perdida (slides da aula de blocos).

Método do Resíduo Condicional

- Considera dois modelos distintos para o mesmo experimento:
  - Modelo completo

$$y_{ij} = m + t_i + b_j + e_{ij}$$

  - Modelo reduzido

$$y_{ij} = m + b_i + e_{ij}$$

- Utiliza o modelo reduzido para encontrar a SQTrat livre da estimativa da PP
- Ao desconsiderar o efeito de tratamentos, o modelo reduzido contém um resíduo inflacionado, que passa a incluir o efeito de tratamento como se ele fosse devido ao acaso:

$$SQTotal_1 = SQBlocos_1 + SQRes_1 \begin{cases} SQTrat\_ajustada \\ SQRes\_completa \end{cases}$$

Método do Resíduo Condicional

- A fim de encontrar a SQTrat ajustada, basta utilizar a expressão:

$$SQTrat_{aj} = SQRes_1 - SQRes$$

- Em que SQRes é a soma de quadrados de resíduos calculada utilizando a estimativa da PP

Método do Resíduo Condicional

Trat	Blocos		
	1	2	3
1	145	155	166
2	200	190	190
3	183	186	208
4	190	175	186
5	180	160	156
6	130	160	130
7	206		170
8	250	271	230
9	164	190	193
Totais Bl	1648	1487	1629

G = 4764

Método do Resíduo Condicional

CV	GL	SQ
SQTrat	8	23089,18
SQBloco	2	147,63
SQRes	15	3577,70
SQTotal	25	26814,51

CV	GL	SQ
Blocos	2	100,85
Res_1	23	26621,76
Total_1	25	26722,61

$$SQTrat_{aj} = SQRes_1 - SQRes = 26621{,}76 - 3577{,}7 = 23044{,}06$$

$$SQTrat - SQTrat_{aj} = 23089{,}18 - 23044{,}06 = 45{,}12 = \mathrm{U}$$

Blocos Casualizados com Duas ou Mais Parcelas Perdidas

- As opções para se lidar com um experimento em blocos casualizados com 2 ou mais PPs são as mesmas que pro caso de uma PP:
  - Considerar o experimento como desbalanceado e analisá-lo com o auxílio de softwares estatísticos;
  - Ou estimar as parcelas perdidas e prosseguir com a análise removendo um grau de liberdade do total pra cada PP.
- A diferença maior, é que não existem fórmulas fechadas para estimar as PPs. Como é o caso quando existe apenas uma PP.

Estimação das Parcelas Perdidas

- Pode-se estimar as PP's pelo método de mínimos quadrados, visando minimizar a SQRes. Deriva-se a SQRes com respeito a cada PP, formando um sistema de *k* equações a *k* incógnitas. A solução desse sistema de equações fornece o conjunto de estimativas das PP's;
- Quando são poucas PP's uma alternativa é utilizar um processo iterativo.

Processo Iterativo no Caso de duas Parcelas Perdidas

- Primeira etapa:
  - Atribuir um valor arbitrário para uma das PP's (*x*, pode ser a média dos valores obtidos para o tratamento em que ocorreu, por exemplo);
- Segunda etapa:
  - Estimar a segunda PP (*y*) pela expressão $y = \frac{IT+JB-G}{(I-1)(J-1)}$.
- Terceira etapa:
  - Despreze o valor atribuído a *x* e recalcule a estimativa de *x* utilizando a expressão $x = \frac{IT+JB-G}{(I-1)(J-1)}$, considera-se a estimativa obtida por *y* como sendo um valor observado e não perdido.

Processo Iterativo no Caso de duas Parcelas Perdidas

- **Quarta etapa a):**
  - Comparar ambos os valores encontrados para *x*, se os valores forem iguais encerra-se o processo. Em seguida deve-se retirar 2 graus de liberdade do total e prosseguir com a ANOVA.
- **Quarta etapa b):**
  - Calcular uma nova estimativa para *y*, considerando o segundo valor encontrado para *x* como sendo um valor observado.
- **Quinta etapa a):**
  - Comparar ambos os valores encontrados para *y*, se os valores forem iguais encerra-se o processo. Em seguida deve-se retirar 2 graus de liberdade do total e prosseguir com a ANOVA.
- **Quinta etapa b):**
  - Caso ambos os valores obtidos para *y* sejam distintos deve-se assumir o segundo encontrado e prosseguir com o processo iterativo até que dois valores estimados, consecutivamente, para a mesma PP sejam iguais.

Exemplo

Trat	Blocos 1	2	3	Totais Trat
1	145	155	166	466
2	200	190	190	580
3	183	186	208	577
4	x	175	186	$361 + x$
5	180	160	156	496
6	130	160	130	420
7	206	y	170	$376 + y$
8	250	271	230	751
9	164	190	193	547
Totais Bl	$1458 + x$	$1487 + y$	1629	$4574 + x + y$

Exemplo – 2° Passo – Processo Iterativo

$$180{,}5 = \frac{175 + 186}{2}$$

Trat	Blocos 1	2	3	Totais Trat
1	145	155	166	466
2	200	190	190	580
3	183	186	208	577
4	180,5	175	186	541,5
5	180	160	156	496
6	130	160	130	420
7	206	y	170	$376 + y$
8	250	271	230	751
9	164	190	193	547
Totais Bl	1638,5	$1487 + y$	1629	$4754{,}5 + y$

T B G

Exemplo – 3º Passo – Processo Iterativo

Trat	Blocos 1	2	3	Totais Trat
1	145	155	166	466
2	200	190	190	580
3	183	186	208	577
4	x	175	186	$361 + x$
5	180	160	156	496
6	130	160	130	420
7	206	193,16	170	569,16
8	250	271	230	751
9	164	190	193	547
Totais Bl	$1458 + x$	1680,16	1629	$4767,16 + x$

T

B

G

Exemplo – 4° Passo – Processo Iterativo

Trat	Blocos 1	2	3	Totais Trat
1	145	155	166	466
2	200	190	190	580
3	183	186	208	577
4	178,49	175	186	539,49
5	180	160	156	496
6	130	160	130	420
7	206	y	170	$\underbrace{376}_{T} + y$
8	250	271	230	751
9	164	190	193	547
Totais Bl	1636,49	$\underbrace{1487}_{B} + y$	1629	$\underbrace{4752{,}49}_{G} + y$

Exemplo – 5º Passo – Processo Iterativo

Trat	Blocos 1	Blocos 2	Blocos 3	Totais Trat
1	145	155	166	466
2	200	190	190	580
3	183	186	208	577
4	x	175	186	$\underbrace{361}_{T} + x$
5	180	160	156	496
6	130	160	130	420
7	206	193,28	170	569,28
8	250	271	230	751
9	164	190	193	547
Totais Bl	$\underbrace{1458}_{B} + x$	1680,28	1629	$\underbrace{4767{,}28}_{G} + x$

Estimativas das Parcelas Perdidas

- Pelo método dos mínimos quadrados:
  - $x \cong 178{,}48$
  - $y \cong 193{,}28$

- Pelo método iterativo:
  - $x \cong 178{,}48$
  - $y \cong 193{,}28$

Cálculo da ANOVA

- Em primeiro lugar deve-se inserir os valores estimados das parcelas perdidas na tabela de resultados do experimento;
- Em seguida monta-se o esquema da ANOVA com os graus de liberdade, lembrando de retirar um grau de liberdade do total para cada valor estimado, ou parcela perdida;
- Por fim calculam-se as Somas de Quadrado segundo um experimento em blocos casualizados balanceado.

Exemplo

Trat	Blocos 1	2	3	Totais Trat
1	145	155	166	466
2	200	190	190	580
3	183	186	208	577
4	178,48	175	186	539,48
5	180	160	156	496
6	130	160	130	420
7	206	193,28	170	569,28
8	250	271	230	751
9	164	190	193	547
Totais Bl	1636,48	1680,28	1629	4945,76

Exemplo - Análise da Variância

CV	GL	SQ	QM	F
Trat	8	23130,46	2891,31	11,57
Bloco	2	170,52	85,26	
Resíduos	14	3499,29	249,95	
Total	24	26800,23		

CV(%) = 8,63%

Correção da Soma de Quadrados de Tratamento

- A correção da SQTrat deve ser feita pelo método do Resíduo Condicional.
- Primeiro deve-se fazer a ANOVA seguindo o modelo matemático completo:
  - $Y_{ij} = m + t_i + b_j + e_{ij}$.
- Em seguida deve-se considerar o modelo incompleto, sendo que o efeito a ser removido é aquele relativo à causa de variação que se deseja ajustar:
  - $Y_{ij} = m + b_j + e_{ij}$.
- Faz-se uma nova ANOVA para os mesmos dados segundo o modelo reduzido.

Correção da Soma de Quadrados de Tratamento

- Ao calcular as SQ's relativas a ANOVA segundo o modelo reduzido encontra-se uma nova $SQRes_{(k)}$ que leva em consideração, além do efeito do acaso, o efeito da causa de variação retirada do modelo, sendo assim:
  - $SQTrat_{aj} = SQRes_{(k)} - SQRes.$

Exemplo – Método do Resíduo Condicional

Trat	Blocos		
	1	2	3
1	145	155	166
2	200	190	190
3	183	186	208
4		175	186
5	180	160	156
6	130	160	130
7	206		170
8	250	271	230
9	164	190	193
Totais Bl	1458	1487	1629

G = 4574

Exemplo – Método do Resíduo Condicional

CV	GL	SQ
Bloco(2)	2	106,585
Resíduos(2)	22	26568,375
Total(2)	24	26674,96

$$SQTrat_{aj} = SQRes_2 - SQRes = 26568,38 - 3499,29 = 23069,09$$

$$QMTrat_{aj} = \frac{23069,09}{8} = 2883,636 \Longrightarrow F_{aj} = 11,54^{**}$$

Ftab = 2,7 (8gl, 14gl e 5%) ou 4,14 (8gl, 14gl e 1%)

Comparação de Médias de Tratamentos – Teste de Tukey

- Para comparar as médias entre tratamentos sem parcela perdida, pode-se usar a distância mínima de Tukey para o caso balanceado:
  - $\Delta = q\sqrt{\frac{QMRes}{J}}.$
- Para comparar médias entre tratamentos com parcela perdida ou entre tratamentos com e sem parcela perdida, é necessário calcular o número efetivo de repetições (aproximação de Taylor) entre ambos os tratamentos.

Número Efetivo de Repetições

- O número efetivo de repetições (N.E.R.) de um tratamento com relação à outro é obtido da seguinte maneira:
  - Se o tratamento A ocorre no bloco *j* e o tratamento B também ocorre nesse mesmo bloco, dá-se o valor 1 para o N.E.R. de A em relação a B para o bloco *j*;
  - Se A não ocorre no bloco *j*, dá-se o valor 0 para o N.E.R. de A em relação à B para esse bloco, independente do fato de B ter ocorrido ou não;
  - Se A ocorre no bloco *j* e B não ocorre, dá-se o valor $\frac{I-2}{I-1}$ para o N.E.R., em que *I* representa o número de tratamentos.
- A soma dos valores encontrados para cada bloco fornece o N.E.R. de A em relação a B.

Exemplo

Trat	Blocos		
	1	2	3
1	145	155	166
2	200	190	190
3	183	186	208
4		175	186
5	180	160	156
6	130	160	130
7	206		170
8	250	271	230
9	164	190	193

Teste de Tukey (PPs no trat 4 e 7)

$\hat{m}_8$	$\hat{m}_2$	$\hat{m}_3$	$\hat{m}_7$	$\hat{m}_9$	$\hat{m}_4$	$\hat{m}_5$	$\hat{m}_1$	$\hat{m}_6$
250,33	193,33	192,33	189,76	182,33	179,83	165,33	155,33	140

	$\hat{m}_2$	$\hat{m}_3$	$\hat{m}_4$	$\hat{m}_5$	$\hat{m}_6$	$\hat{m}_7$	$\hat{m}_8$	$\hat{m}_9$
$\hat{m}_1$	38,00	37,00	24,49	10,00	15,33	34,43	**95,00**	27,00
$\hat{m}_2$		1,00	13,51	28,00	**53,33**	3,57	**57,00**	11,00
$\hat{m}_3$			12,51	27,00	**52,33**	2,57	**58,00**	10,00
$\hat{m}_4$				14,50	39,83	9,93	**70,50**	2,50
$\hat{m}_5$					25,33	24,43	**85,00**	17,00
$\hat{m}_6$						49,76	**110,33**	42,33
$\hat{m}_7$							**60,57**	7,43
$\hat{m}_8$								**68,00**

$\boxed{\Delta = 46,82}$ $\boxed{\Delta_1 = 52,80}$ $\boxed{\Delta_2 = 59,23}$

Conclusão e Interpretação

maior $\longrightarrow$ menor

$\hat{m}_8$	$\hat{m}_2$	$\hat{m}_3$	$\hat{m}_4$	$\hat{m}_9$	$\hat{m}_7$	$\hat{m}_5$	$\hat{m}_1$	$\hat{m}_6$
			a	a	a	a	a	a
	b	b	b	b	b	b	b	
c								

A conclusão e interpretação não sofreu alteração nenhuma quando comparadas com as encontradas no caso estudado sem a parcela perdida ou no caso com uma parcela perdida.

Média Harmônica

- Em alguns softwares estatísticos não são encontradas distâncias mínimas significativas (dms) diferentes em casos de experimentos desbalanceados;
- Ao invés de encontrar valores diferentes para as dms, uma alternativa é calcular a média harmônica de repetições e calcular uma única *dms*:

$$r_h = \frac{I}{\sum_i \frac{1}{r_i}} \quad , \qquad \Delta = q\sqrt{\frac{\text{QMRes}}{r_h}}$$

- Em que:
  - r_h é a média harmônica dos números de repetições;
  - I é o número de tratamentos do experimento;
  - r_i, com $i = 1, \ldots, I$ é o número de repetições do tratamento i.