Planejamento de Experimentos

Delineamento em Quadrados Latinos

Professora Ângela

Quadrados Latinos

- Os experimentos em quadrados latinos são aqueles que levam em consideração os princípios básicos da:
  - Casualização;
  - Repetição;
  - **Controle local feito em dois sentidos perpendiculares**, em que um deles é chamado de **linhas** e o outro de **colunas**.

Exemplos

- Experimentos no campo: Em um sentido tem-se um gradiente de fertilidade e em outro um gradiente de microclima.
  - Terreno em declive no qual corre um rio.

Exemplos

- Experimentos envolvendo animais: Pretende-se estudar o efeito de rações na produção de leite sobe regime de pastejo, com várias forrageiras:
  - De um lado controlam-se as várias forrageiras e de outro, as diferentes vacas leiteiras.
- Desgaste de pneus: Controlam-se os tipos de carros e a posição em que o pneu se encontra.
- Empresas: existem vários experimentos em que se faz necessário controlar a remessa de material bruto e o efeito dos funcionários envolvidos no processo.

Propriedades

- Nos experimentos em Quadrados Latinos o número de linhas é igual ao número de colunas que é igual ao número de tratamentos.
- Por exemplo, se tivermos 5 tratamentos: A, B, C, D, E, o quadrado latino (antes da casualização) vai ser dado por:

COLUNAS

LINHAS

	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª
1ª	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**
2ª	**B**	**C**	**D**	**E**	**A**
3ª	**C**	**D**	**E**	**A**	**B**
4ª	**D**	**E**	**A**	**B**	**C**
5ª	**E**	**A**	**B**	**C**	**D**

EM QUE SE VÊ QUE CADA TRATAMENTO OCORRE UMA SÓ VEZ EM CADA LINHA E UMA SÓ VEZ EM CADA COLUNA, OU SEJA, TEMOS BLOCOS NAS LINHAS E NAS COLUNAS

Casualização no Quadrado Latino

- A casualização dos tratamentos em um experimento em quadrado latino pode ser feita em uma ou duas etapas:
- Após montado o quadrado latino inicial, deve-se sortear a ordem das linhas, ou das colunas.
- A casualização em uma etapa leva em consideração o sorteio das linhas, ou das colunas, apenas;
- A casualização em duas etapas faz o sorteio das linhas, e depois o sorteio das colunas, ou vice-versa.

Exemplo

- Considere que tenha sido decidido fazer a casualização em duas etapas do quadrado latino dado anteriormente (considerando cinco tratamentos)
- Um sorteio aleatório no R resultou na seguinte ordem das linhas: 4, 1, 5, 3, 2.
- O novo croqui que deve ser considerado é, então, dado por (ETAPA 1):

COLUNAS

LINHAS

	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª
1ª	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**
2ª	**B**	**C**	**D**	**E**	**A**
3ª	**C**	**D**	**E**	**A**	**B**
4ª	**D**	**E**	**A**	**B**	**C**
5ª	**E**	**A**	**B**	**C**	**D**

COLUNAS

LINHAS

	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª
4ª	**D**	**E**	**A**	**B**	**C**
1ª	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**
5ª	**E**	**A**	**B**	**C**	**D**
3ª	**C**	**D**	**E**	**A**	**B**
2ª	**B**	**C**	**D**	**E**	**A**

Exemplo

- Para passar à etapa seguinte, mantem-se a ordem das linhas sorteadas, e sorteia-se uma nova ordem para as colunas;
- Um sorteio aleatório no R resultou na seguinte ordem das colunas: 2, 4, 1, 3, 5.
- O croqui final do experimento é dado por:

COLUNAS

LINHAS

	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª
4ª	**D**	**E**	**A**	**B**	**C**
1ª	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**
5ª	**E**	**A**	**B**	**C**	**D**
3ª	**C**	**D**	**E**	**A**	**B**
2ª	**B**	**C**	**D**	**E**	**A**

COLUNAS

LINHAS

	2ª	4ª	1ª	3ª	5ª
4ª	**E**	**B**	**D**	**A**	**C**
1ª	**B**	**D**	**A**	**C**	**E**
5ª	**A**	**C**	**E**	**B**	**D**
3ª	**D**	**A**	**C**	**E**	**B**
2ª	**C**	**E**	**B**	**D**	**A**

Modelo Matemático

- O modelo matemático é:

$$y_{ijk} = m + l_i + c_j + t_{k(ij)} + e_{ijk}$$

- Em que:
  - y_{ijk} representa a observação relativa ao $k - ésimo$ tratamento feita na $i - ésima$ linha e $j - ésima$ coluna;
  - m é uma constante (geralmente a média geral);
  - l_i, com $i = 1, \dots, r$ é o efeito de linha;
  - c_j, com $j = 1, \dots, r$ é o efeito de coluna;
  - $t_{k(ij)}$, com $k = 1, \dots, r$ é o efeito de tratamento; e
  - e_{ijk} é o erro experimental.

Esquema da ANOVA

$$C = \frac{\left(\sum_{ijk} y_{ijk}\right)^2}{r^2}$$

- O esquema da ANOVA é dado por:

Causas de Variação	Graus de Liberdade	Somas de Quadrados	Quadrados Médios	F
Linhas	$r-1$	$\frac{1}{r}\sum_i (L_i)^2 - C$	$\frac{SQLin}{r-1}$	
Colunas	$r-1$	$\frac{1}{r}\sum_j \left(C_j\right)^2 - C$	$\frac{SQCol}{r-1}$	
Tratamentos	$r-1$	$\frac{1}{r}\sum_k (T_k)^2 - C$	$\frac{SQTrat}{r-1}$	$\frac{QMTrat}{QMRes}$
Resíduos	$(r-2)(r-1)$	$SQTotal - SQLin - SQCol - SQTrat$	$\frac{SQRes}{(r-2)(r-1)}$	
Total	r^2-1	$\sum_{ijk} {y_{ijk}}^2 - C$		

Restrições de Uso

- Como o número de tratamentos define o número de linhas e de colunas ele também define o número de repetições.
- Logo, com base no número de graus de liberdade de resíduos, não se deve usar quadrados latinos de 2, 3 ou 4 tratamentos (0, 2 e 6 graus de liberdade de resíduos respectivamente).
  - Dependendo do rigor necessário pode ser feita uma exceção e permitir a montagem de um quadrado latino com 4 repetições.
- Por outro lado, deve-se tomar cuidado com quadrados latinos superiores a 8×8 (8 linhas por 8 colunas), devido ao grande número de parcelas necessárias, o que pode causar heterogeneidade dentro de linhas ou de colunas.

Exemplo

- Para o exemplo de quadrado latino com 5 tratamentos, tem-se o seguinte esquema da ANOVA:

Causas de Variação	Graus de Liberdade
Linhas	4
Colunas	4
Tratamentos	4
Resíduos	12
Total	24

Exemplo

- Consideremos os dados de produção de cana-de-açúcar, em kg/parcela, de um experimento em quadrado latino em que foram comparados 5 variedades, a saber: A=CO290; B=CO421; C=CO419; D=POJ2878 e E=C8 36-13.
- Os dados observados são dados abaixo:

Lin\Col	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª
1ª	432(D)	518(A)	458(B)	583(C)	331(E)
2ª	724(C)	478(E)	524(A)	550(B)	400(D)
3ª	489(E)	384(B)	556(C)	297(D)	420(A)
4ª	494(B)	500(D)	313(E)	486(A)	501(C)
5ª	515(A)	660(C)	438(D)	394(E)	318(B)

Parcelas Perdidas

- Assim como no caso de delineamentos em blocos casualizados, existem duas opções de análise quando ocorre uma parcela perdida em dados obtidos de um experimento instalado segundo um delineamento em quadrados latinos.
- Utilizar um software na análise dos dados;
- Ou estimar o valor relativo à parcela perdida.

Estimação da Parcela Perdida

- Deve-se:
  - Remover um grau de liberdade do total, e por consequência do resíduo;
  - Fazer um ajuste (ou correção) à soma de quadrados de tratamento, superestimada no processo.

Estimação da Parcela Perdida

- Estima-se a parcela perdida (PP) utilizando a seguinte expressão:

$$y = \frac{r(L + C + T) - 2G}{(r-1)(r-2)}$$

- Em que:
  - y é a estimativa da PP que minimiza a SQRes;
  - r é o número de repetições;
  - L é o total relativo à linha na qual ocorreu a PP;
  - C é o total relativo à coluna na qual ocorreu a PP;
  - T é o total relativo ao tratamento no qual ocorreu a PP;
  - G é o total geral das $(r^2 - 1)$ parcelas observadas no experimento.

Correção da Soma de Quadrados de Tratamento

- A SQTrat é corrigida pela expressão:

$$U = \left(\frac{r-1}{r}\right)^2 \left[y - \frac{r(L+C)-G}{(r-1)^2}\right]^2$$

- Em que:
  - r é o número de repetições;
  - L é o total relativo à linha na qual ocorreu a PP;
  - C é o total relativo à coluna na qual ocorreu a PP;
  - G é o total geral das (r^2-1) parcelas observadas no experimento.
  - y é a estimativa da PP.
- A soma de quadrados de tratamentos ajustada, ou corrigida, é dada por:

$$SQTrat_{aj} = SQTrat - U$$

Comparação entre Médias de Tratamentos

- A diferença na comparação entre as médias dos tratamentos do caso sem PP e do caso com PP, está no cálculo da variância estimada do contraste envolvendo a média do tratamento no qual ocorreu a PP.
- A estimativa da variância do contraste envolvendo a média do tratamento, no qual ocorreu a PP, é dada por:

$$\hat{V}\left(\hat{Y}_{PP}\right) = \left[\frac{2}{r} + \frac{1}{(r-1)(r-2)}\right] QMRes$$

Duas ou mais Parcelas Perdidas

- No caso de duas ou mais parcelas perdidas é recomendado utilizar um software no auxílio da análise dos dados;
- Deve-se levar em conta, que em um quadrado latino com número pequeno de tratamentos, um experimento com mais de uma parcela perdida pode ficar comprometido, ficando com um número muito baixo de graus de liberdade para os resíduos.