Definiciones y conceptos: probabilidad, P compuesta, distribución de P.

Pontificia Universidad Javeriana
Francisco Carlos Calderon Ph.D
2020

Facultad de ingeniería
Depto de electrónica
Pontificia Universidad JAVERIANA Bogotá

Eventos aleatorios

La probabilidad nos permite:

- Analizar eventos de manera estructurada.
- Mapear en un número de 0 a 1 la ocurrencia de un evento.
- 0 es una evento imposible.
- 1 es un evento seguro.

Por ejemplo en el lanzamiento de una moneda:

- La suma de la probabilidad de los dos eventos posibles debe sumar 1.
- Los eventos son equi-probables si no está cargada la moneda.

https://seeing-theory.brown.edu/basic-probability/index.html

Variable aleatoria

Una variable aleatoria es una función que asigna un numero real a cada evento aleatorio.

https://seeing-theory.brown.edu/probability-distributions/

Valor Esperado o Esperanza

El valor esperado de una variable aleatoria es un numero denotado $E[X]$ que formaliza la idea de valor medio de un fenómeno aleatorio.

Para una variable aleatoria discreta con valores posibles $x_1, x_2, \ldots, x_3$ y sus probabilidades representadas por la función de probabilidad $p(x_i)$, la esperanza se calcula:

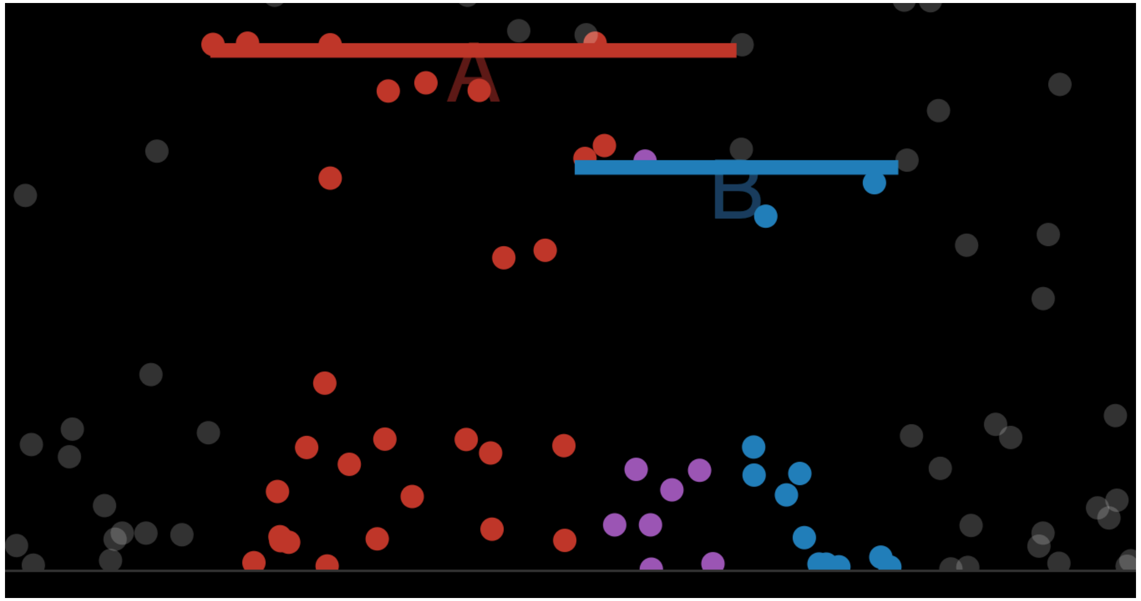
$$\mathbb{E}[X] = x_1 p(X = x_1) + \ldots + x_n p(X = x_n) = \sum_{i=1}^{n} x_i p(x_i)$$

https://seeing-theory.brown.edu/basic-probability/index.html

Probabilidad condicional

Una probabilidad condicional es la probabilidad de un evento, dado que ya ha ocurrido algún otro evento.

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}.$$



https://setosa.io/conditional/

Distribuciones de probabilidad

Una distribución de probabilidad determina la factibilidad de cada uno de los posibles resultados de un experimento

Existen dos tipos:

- Discretas
- Contínuas

Distribuciones de probabilidad discretas

Una variable aleatoria discreta tiene un número finito o contable de posibles valores.

Si X es una variable aleatoria discreta, entonces existe un único par de funciones no negativas, $f(x)$ y $F(x)$, tal que:

$$P(X = x) = f(x)$$
$$P(X < x) = F(x)$$

f(x) es la **función de masa de probabilidad**

F(x) es la **función de distribución acumulada**

https://seeing-theory.brown.edu/probability-distributions/index.html

Distribuciones de probabilidad continuas

Todos los posibles valores de variable aleatoria continua forman un conjunto no enumerable.

Si X es una variable aleatoria discreta, entonces existe un único par de funciones no negativas, $f(x)$ y $F(x)$, tal que:

$$P(a \leq X \leq b) = \int_{a}^{b} f(x)dx$$

$$P(X < x) = F(x)$$

f(x) es la **función de densidad de probabilidad**

F(x) es **función de distribución acumulada**

https://seeing-theory.brown.edu/probability-distributions/index.html

https://www.geogebra.org/m/GqqYhZmc

Teorema del Límite Central

Dice que la **media muestral** de un número suficientemente largo de variables aleatorias independientes idénticamente distribuidas (i.i.d.) tiene aproximadamente una **distribución normal**.

Dicha aproximación mejora a medida que crece el tamaño de la muestra.

https://seeing-theory.brown.edu/probability-distributions/

Estimación puntual

Sea $x1, x2, \ldots, xn\ v.a$ independientes con la misma función de densidad de probabilidad $f_X(x)$.

Se define entonces a $x1\,, x2\,, \ldots\,, xn$ como una **muestra aleatoria** de tamaño n.

La muestra aleatoria está tomanda como realizaciones de una $v.\ a$ y no como datos observados de la población como en el caso del muestreo.

Parámetro

Es un valor poblacional que caracteriza a una distribución o a una población y por lo general es desconocido.

Los parámetros más usados son:

- μ : Media poblacional
- σ^2: Varianza poblacional
- τ :Total poblacional
- $max(xn)$: Máximo poblacional
- $\min(xn)$: Mínimo poblacional

Estadística

Es una función de $v.\ a$ que no contienen parámetros desconocidos.

Ejemplo1: Sea $x1$,$x2$,...,xn una muestra aleatoria de tamaño n. Entonces la función:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

Es una estadistica

La función $\bar{x} + \sigma^2$ no es una estadística, si σ^2 es desconocido

Estimador

Es un estadístico de valores muestrales, que se usa para estimar parámetros

$\hat{\mu} = \bar{x}$: Media muestral

$\widehat{\sigma^2} = \sigma^2$: Varianza muestral

$\hat{\tau}$:Total muestral

$\widehat{max(x)}$: Máximo muestral

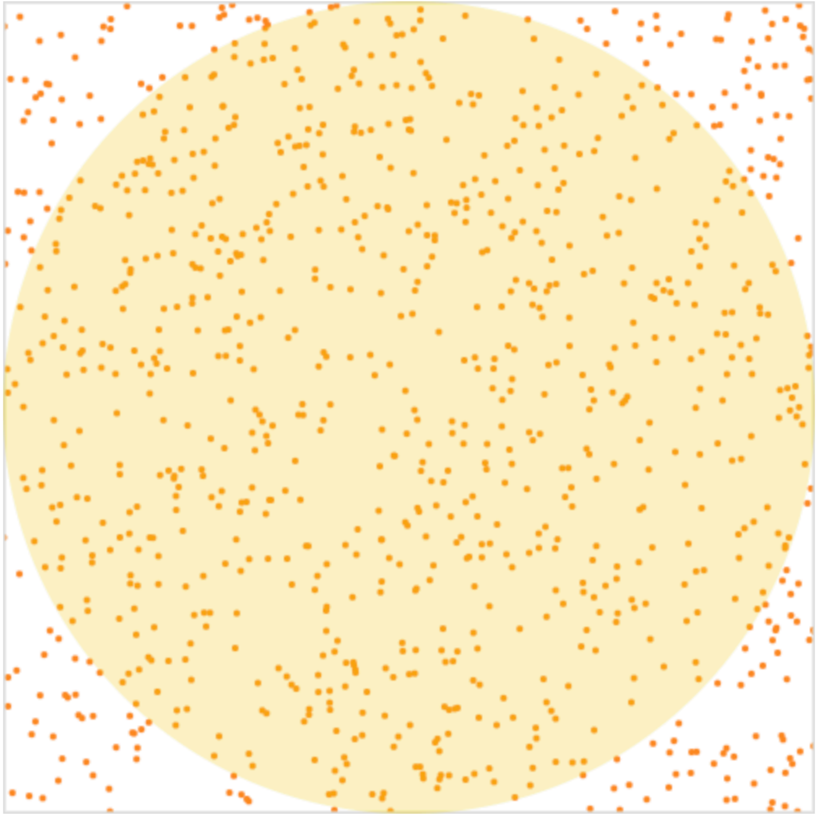
$\widehat{min(x)}$: Minimo muestral

Ejemplo: Sea $x1$,$x2$,...,xn una muestra aleatoria de tamaño n perteneciente a una distribución normal con media desconocida μ y varianza σ^2.

Puede usarse la media muestral sobre un evento en cada xn, como estimador de μ

Métodos de estimación “método de Montecarlo cálculo de pi”

Uno de los objetivos principales de la estadística es estimar parámetros desconocidos. Para aproximar estos parámetros, se escoge un estimador, que es una función que depende de observaciones tomadas aleatoriamente.



https://seeing-theory.brown.edu/frequentist-inference/index.html

Intervalos de Confianza

los intervalos de confianza estiman un parámetro especificando un Intervalo de posibles valores con un nivel de confianza asociado.

Ejemplo:

Una La confianza del 95% es una confianza de que, a largo plazo, el 95% de los Intervalos de confianza, incluirán la media de la población.

https://rpsychologist.com/d3/ci/

Tarea

Tener instalado anaconda python en su PC.