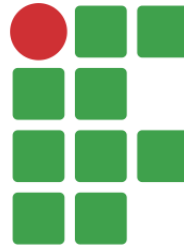


RECURSIVIDADE



**INSTITUTO
FEDERAL**
Paraíba

Professor Msc Paulo de Tarso F. Júnior
paulodt@gmail.com

Roteiro

- ▶ Recursividade
 - ▶ Conceitos
 - ▶ Condição de Parada
 - ▶ Execução
 - ▶ Exemplos

Conceito

- ▶ Fundamental em Matemática e Ciência da Computação
 - ▶ Um programa recursivo é um programa que chama a si mesmo
 - ▶ Uma função recursiva é definida em termos dela mesma
- ▶ Exemplos
 - ▶ Números naturais, Função fatorial, Árvore
- ▶ Conceito poderoso
 - ▶ Define conjuntos infinitos com comandos finitos

Recursividade

- ▶ Estratégia que pode ser utilizada sempre que o cálculo de uma função para o valor n , pode ser descrita a partir do cálculo desta mesma função para o termo anterior $(n-1)$.
- ▶ Exemplo - Função fatorial:
 - ▶ $n! = n * (n-1) * (n-2) * (n-3) * \dots * 1$
 - ▶ $(n-1)! = (n-1) * (n-2) * (n-3) * \dots * 1$
 - ▶ Logo: $n! = n * (n-1)!$

Recursividade

- ▶ Definição: dentro do corpo de uma função, chamar novamente a própria função
 - ▶ recursão direta: a função A chama a própria função A
 - ▶ recursão indireta: a função A chama uma função B que, por sua vez, chama A

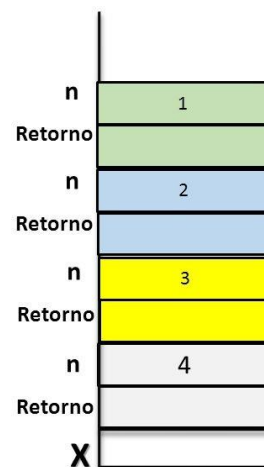
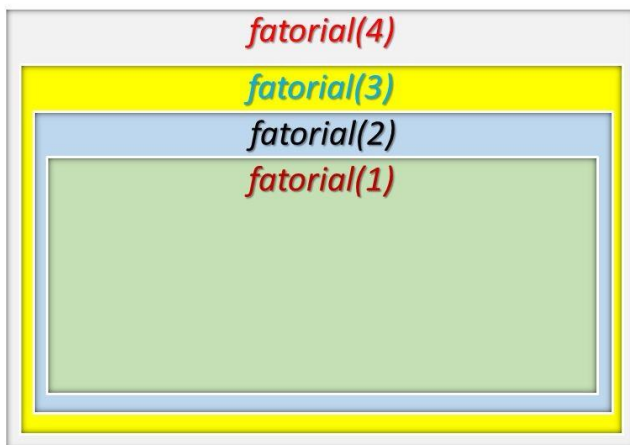
Condição de Parada

- ▶ Nenhum programa nem função pode ser exclusivamente definido por si
 - ▶ Um programa seria um loop infinito
 - ▶ Uma função teria definição circular
- ▶ Condição de parada
 - ▶ Permite que o procedimento pare de se executar
 - ▶ $F(x) > 0$ onde x é decrescente
- ▶ Objetivo
 - ▶ Estudar recursividade como ferramenta prática!

Recursividade

- Para cada chamada de uma função, recursiva ou não, os parâmetros e as variáveis locais são empilhados na pilha de execução.

Recursão e a Pilha de Execução



Execução

- ▶ Internamente, quando qualquer chamada de função é feita dentro de um programa, é criado um Registro de Ativação na Pilha de Execução do programa.
- ▶ O registro de ativação armazena os parâmetros e variáveis locais da função bem como o “ponto de retorno” no programa ou subprograma que chamou essa função.
- ▶ Ao final da execução dessa função, o registro é desempilhado e a execução volta ao subprograma que chamou a função.

Exemplo

```
int fat1(int n) {  
    int r;  
    if (n<=0)  
        r = 1;  
    else  
        r = n*fat1(n-1);  
    return r;  
}
```

```
void main() {  
    int f;  
    f = fatX(4);  
    printf("%d",f);  
}
```

```
int fat2(int n) {  
    if (n<=0)  
        return 1;  
    else  
        return n * fat2(n-1);  
}
```

Complexidade

- ▶ A complexidade de tempo do fatorial recursivo é $O(n)$.
- ▶ Mas a complexidade de espaço também é $O(n)$, devido a pilha de execução
- ▶ Enquanto no fatorial não recursivo a complexidade de espaço é $O(1)$

```
Fat (int n) {  
    int f;  
    f = 1;  
    while(n > 0) {  
        f = f * n;  
        n = n - 1;  
    }  
    return f;  
}
```

Complexidade

- ▶ Portanto, a recursividade nem sempre é a melhor solução, mesmo quando a definição matemática do problema é feita em termos recursivos

Fibonacci

- ▶ Outro exemplo: Série de Fibonacci:
 - ▶ $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ $n > 2$,
 - ▶ $F_0 = 0$ $F_1 = 1$
 - ▶ 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89...

```
int Fib(int n) {  
    if (n<=0)  
        return 0;  
    else if ( n == 1)  
        return 1;  
    else  
        return Fib(n-1) + Fib(n-2) ;  
}
```

Fibonacci não recursivo

```
int FibIter(int n) {  
    int i, k, F;  
  
    i = 1; F = 0;  
    for (k = 1; k <= n; k++) {  
        F += i;  
        i = F - i;  
    }  
    return F;  
}
```

Complexidade

- ▶ Recursividade vale a pena para Algoritmos complexos, cuja a implementação iterativa é complexa e normalmente requer o uso explícito de uma pilha
 - ▶ Dividir para Conquistar (Ex. Mergesort)
 - ▶ Caminhamento em Árvores (pesquisa, backtracking)

Dividir para conquistar

- ▶ Duas chamadas recursivas
 - ▶ Cada uma resolvendo a metade do problema
- ▶ Muito usado na prática
 - ▶ Solução eficiente de problemas
 - ▶ Decomposição
- ▶ Não se reduz trivialmente como fatorial
 - ▶ Duas chamadas recursivas
- ▶ Não produz recomputação excessiva como Fibonacci
 - ▶ Porções diferentes do problema

Exercícios

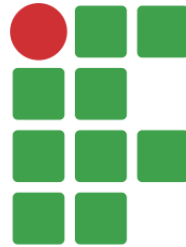
1. Crie uma função recursiva que calcula a potência de um número:
 - ▶ Como escrever a função para o termo n em função do termo anterior?
 - ▶ Qual a condição de parada?
2. Implemente uma função recursiva para computar o valor de 2^n
3. O que faz a função abaixo?

```
void f(int a, int b) { // considere a > b
    if (b == 0)
        return a;
    else
        return f(b, a % b);
}
```


Referências

- ▶ Material baseado em aula do professor David Menotti - DInf - UFPR

RECURSIVIDADE



**INSTITUTO
FEDERAL**
Paraíba

Professor Msc Paulo de Tarso F. Júnior
paulodt@gmail.com