Capítulo 1
Repaso de Cálculo

1.1 Introducción

En este capítulo realizaremos un repaso de los siguientes temas de cálculo:

1. Límite de una función en un punto
2. Límite de una sucesión
3. **Continuidad:** Teorema de Bolzano y su versión generalizada
4. **Diferenciabilidad:**
    a) Teorema de Rolle
    b) Teorema del valor medio
    c) Teorema de los valores extremos
    d) Teorema de Rolle generalizado
    e) Teorema del valor intermedio
5. Integración
    a) Teorema del valor medio para integrales
6. Teorema de Taylor

1.2 Límites y Continuidad

1.2.1 Límite de una función en un punto

Definición 1:

Sea f definida en un conjunto $D \subseteq \mathbb{R}$ y $x_0 \in D$ diremos que el límite de la función f es L cuando x tiende a x_0, escribiendo:

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = L$$

si dado cualquier $\epsilon > 0$, existe un valor real $\delta > 0$ tal que si x verifica que $0 < |x - x_0| < \delta$, entonces $|f(x) - L| < \epsilon$

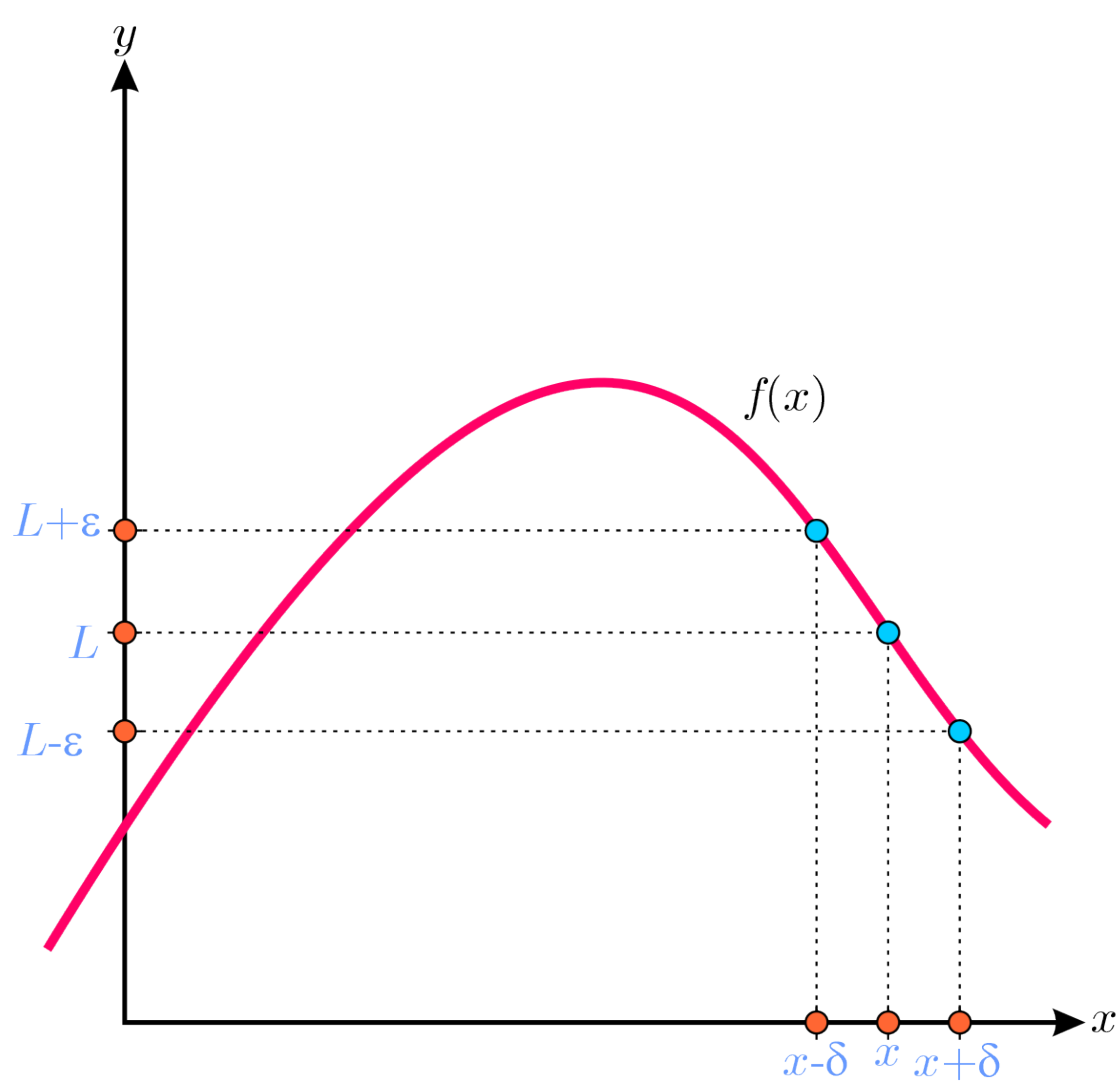

Figura 1.1: Interpretación Gráfica del Límite de una Función en un Punto

1.2.2 Continuidad

Definición 2: Definición de continuidad de una función en un punto

Sea f definida en un conjunto $D \subseteq \mathbb{R}$ y $x_0 \in D$. Diremos que la función es **continua** en el punto x_0 si

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$$

En general, una función $f(x)$ es **continua** en todo el dominio D si es continua en cualquier punto $x \in D$. El conjunto formado por las funciones $f(x)$ que son continuas en un determinado dominio D se denota por $C(D)$

1.2.3 Límite de una sucesión

Definición 3: Definición de Límite de una Sucesión

Sean $(x_n)_{n=1}^{\infty}$ una sucesión de números reales. Diremos que el límite de la sucesión anterior vale x y escribiremos:

$$\lim_{n \to \infty} x_n = x,$$

si para todo valor $\epsilon > 0$, existe un valor n_0 tal que para todo valor $n \geq n_0$, todos los elementos de la sucesión x_n están en el intervalo $(x - \epsilon, x + \epsilon)$, es decir, $|x_n - x| < \epsilon$

Ejemplo 1:

Consideremos la sucesión $x_n = 1 + \frac{1}{n}$. Tenemos que $\displaystyle\lim_{n \to \infty} 1 + \frac{1}{n} = 1$

Sea $\epsilon > 0$, tenemos que hallar un valor n_0 tal que si $n > n_0$, $|x_n - 1| = \left|1 + \frac{1}{n} - 1\right| = \frac{1}{n} < \epsilon$.

Consideremos como valor n_0 el primer entero que supera $\frac{1}{\epsilon}$,es decir $n_0 > \frac{1}{\epsilon}$. Así, si $n \geq n_0$, se cumplirá que $\frac{1}{n} \leq \frac{1}{n_0} < \epsilon$, tal como queríamos ver.

1.2.4 Continuidad y límite de sucesiones

Teorema 1:

Sea f una función en un dominio $D \subseteq \mathbb{R}$ y $x_0 \in D$. Entonces, las siguientes afirmaciones son equivalentes:

- f es continua en x_0,
- Si $(x_n)_{n=1}^{\infty}$ es una sucesión de números reales con límite x_0, entonces $\lim\limits_{n\to\infty} f(x_n) = f(x_0)$

Ejemplo 2:

Sea $f(x) = \sin\left(\frac{1}{x}\right)$, si $x \neq 0$ y $f(0) = 0$, no es continua en $x_0 = 0$

Para verlo, construiremos dos sucesiones x_n e y_n, ambas con $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \lim\limits_{n\to\infty} y_n = 0$, pero $\lim\limits_{n\to\infty} f(x_n) \neq \lim\limits_{n\to\infty} f(y_n)$. Como debe verificarse que para toda sucesión z_n con $\lim\limits_{n\to\infty} z_n = 0$, $\lim\limits_{n\to\infty} f(z_n) = f(0)$, llegamos a una contradicción.

Sea $x_n = \frac{1}{\pi n}$. La sucesión x_n cumple $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = 0$ pero

$$\begin{aligned}
\lim_{n\to\infty} f(x_n) &= \lim_{n\to\infty} \sin\left(\frac{1}{x_n}\right) \\
&= \lim_{n\to\infty} \sin\left(\frac{1}{\frac{1}{\pi n}}\right) \\
&= \lim_{n\to\infty} \sin(\pi n) = 0
\end{aligned}$$

Sea ahora $y_n = \frac{1}{\frac{\pi}{2} + 2\pi n}$. La sucesión y_n cumple $\lim\limits_{n\to\infty} y_n = 0$ pero

$$\begin{aligned}
\lim_{n\to\infty} f(y_n) &= \lim_{n\to\infty} \sin\left(\frac{1}{y_n}\right) \\
&= \lim_{n\to\infty} \sin\left(\frac{1}{\frac{1}{\frac{\pi}{2}+2\pi n}}\right) \\
&= \lim_{n\to\infty} \sin\left(\frac{\pi}{2} + 2\pi n\right) = 1
\end{aligned}$$

Se han encontrado dos sucesiones que tienden a cero pero el límite de las imágenes son diferentes, por lo tanto la función no es continua en

$x = 0$.

Teorema 2: Teorema de Bolzano

Sea $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ una función continua tal que $f(a) \cdot f(b) < 0$. Entonces existe un punto $c \in (a, b)$ tal que $f(c) = 0$

Teorema 3: Teorema de Bolzano Generalizado

Sea $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ una función continua. Sean $x_1, \ldots, x_k$, k puntos en el intervalo $[a, b]$. Sean $\alpha_1, \ldots, \alpha_k$, k valores estrictamente positivos con $\alpha = \sum_{i=1}^{k} \alpha_i$. Entonces existe un valor $x \in \langle x_1, \ldots, x_k \rangle$ [Envoltura convexa] (mínimo intervalo que contiene los puntos $x_1, \ldots, x_k$) tal que

$$\sum_{i=1}^{k} \alpha_i f(x_i) = \alpha f(x)$$

Demostración

Consideremos la función $g(x) = \sum_{i=1}^{k} \alpha_i f(x_i) - \alpha f(x)$.

Sea el punto x_m tal que

$$f(x_m) = \min_{i=1,\ldots,k} f(x_i),$$

y x_M tal que

$$f(x_M) = \max_{i=1,\ldots,k} f(x_i)$$

Entonces,

$$g(x_m) = \sum_{i=1}^{k} \alpha_i f(x_i) - \alpha f(x_m) \geq \sum_{i=1}^{k} \alpha_i f(x_m) - \alpha f(x_m) = 0$$

Si $g(x_m) = 0$ ya hemos acabado, el punto x buscado sería $x = x_m$ ya que, en este caso:

$$\sum_{i=1}^{k} \alpha_i f(x_i) = \alpha f(x_m)$$

Supongamos que estamos en el otro caso, es decir $g(x_m) > 0$.

El valor de $g(x_M)$ cumple:

$$g(x_M) = \sum_{i=1}^{k} \alpha_i f(x_i) - \alpha f(x_M) \leq \sum_{i=1}^{k} \alpha_i f(x_M) - \alpha f(x_M) = 0$$

Si $g(x_M) = 0$ ya hemos acabado, el punto x buscado sería $x = x_M$ ya que, en este caso:

$$\sum_{i=1}^{k} \alpha_i f(x_i) = \alpha f(x_M)$$

Supongamos que estamos en el otro caso, es decir $g(x_M) < 0$.

Como $g(x_m) > 0$ y $g(x_M) < 0$, aplicando el Teorema de Bolzano a la función $g(x)$, tenemos que existe un valor $x \in \langle x_m, x_M \rangle$ tal que $g(x) = 0$ 0, dicho en otras palabras

$$\sum_{i=1}^{k} \alpha_i f(x_i) = \alpha f(x)$$

Observación

Aplicando el Teorema anterior, suponiendo que la función f es continua y x_1 y x_2 son valores dentro del intervalo de definición de f, podemos afirmar que existen valores x_3 y x_4 tales que:

$$f(x_1) + f(x_2) = 2f(x_3),$$
$$\frac{2}{3} f(x_1) + \frac{5}{4} f(x_2) = \frac{23}{12} f(x_4)$$

1.3 Derivabilidad

Para definir funciones suaves necesitamos el concepto de diferenciabilidad:

Definición 4: Definición de derivada en un punto

Sea $f : (a, b) \to \mathbb{R}$ una función real de variable real. Sea $x_0 \in (a, b)$. Diremos que f es derivable en x_0 o que existe la derivada de f en x_0 cuando existe el siguiente límite:

$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

y, en caso en que exista, llamaremos a dicho límite derivada de la función f en x_0 escrita matemáticamente como $f'(x_0)$

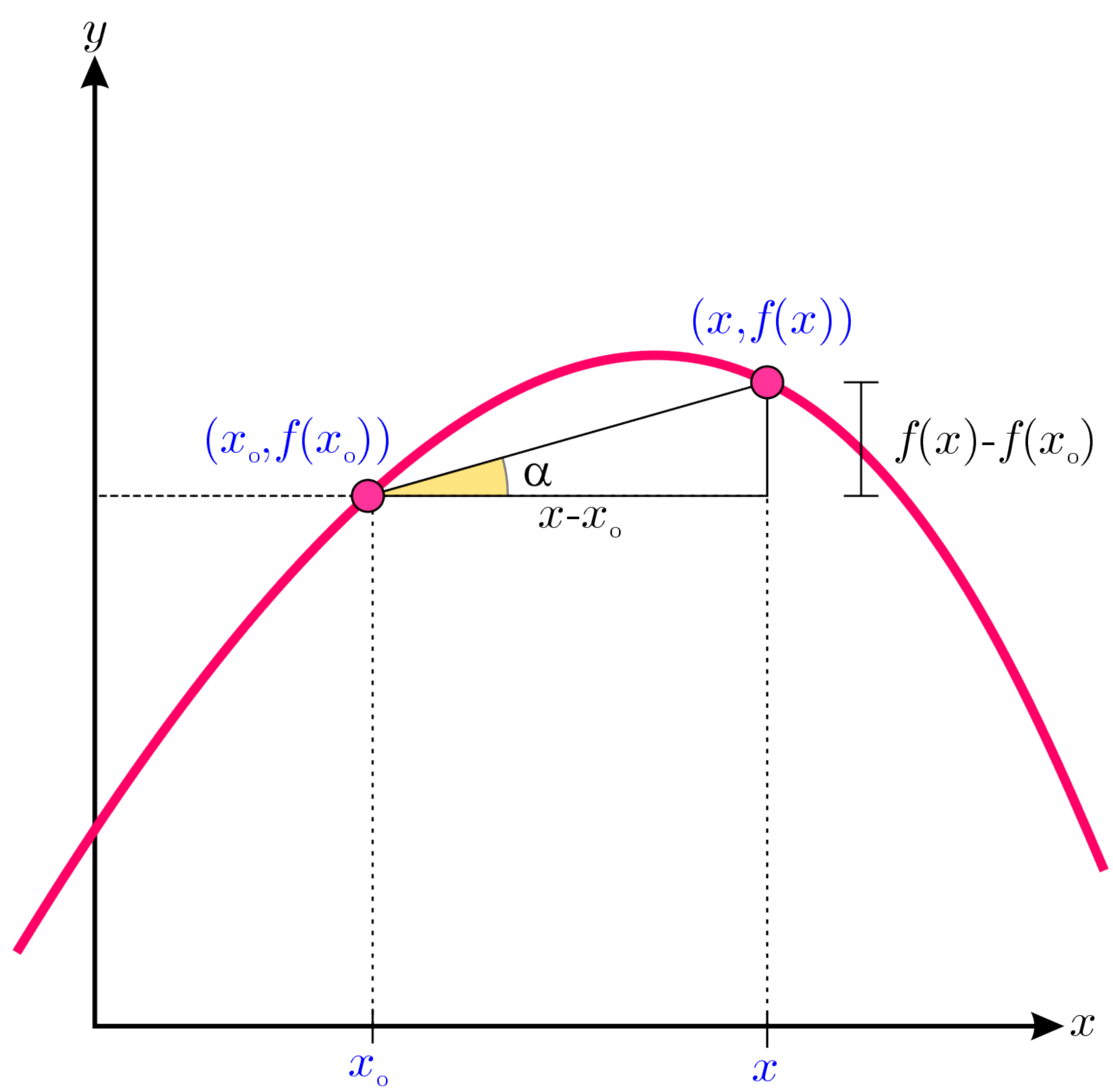

Figura 1.2: Interpretación Gráfica de la Derivada de una Función en un Punto

1.3.1 Relación de Derivabilidad y Continuidad

Teorema 4:

Sea f una función definida en un dominio $D \subseteq \mathbb{R}$ y $x_0 \in D$. Entonces, si f es derivable en x_0, f es continua en x_0.

El conjunto formado por las funciones que son n veces deribables en un dominio $D \subseteq \mathbb{R}$ se denota por $\mathcal{C}^n(D)$.

El conjunto formado por las funciones que admiten cualquier derivada en un dominio $D \subseteq \mathbb{R}$ se denota por $\mathcal{C}^{\infty}(D)$

1.3.2 Teoremas de Rolle y Valor Medio

Los teoremas que vienen a continuación son claves para estimar el error cometido al evaluar funciones reales de variable real.

Teorema 5: Teorema de Rolle

Suponga que $f \in \mathcal{C}([a,b])$ y f es derivable en (a,b). Si $f(a) = f(b)$, entonces existe un número c en (a,b) tal que $f'(c) = 0$.

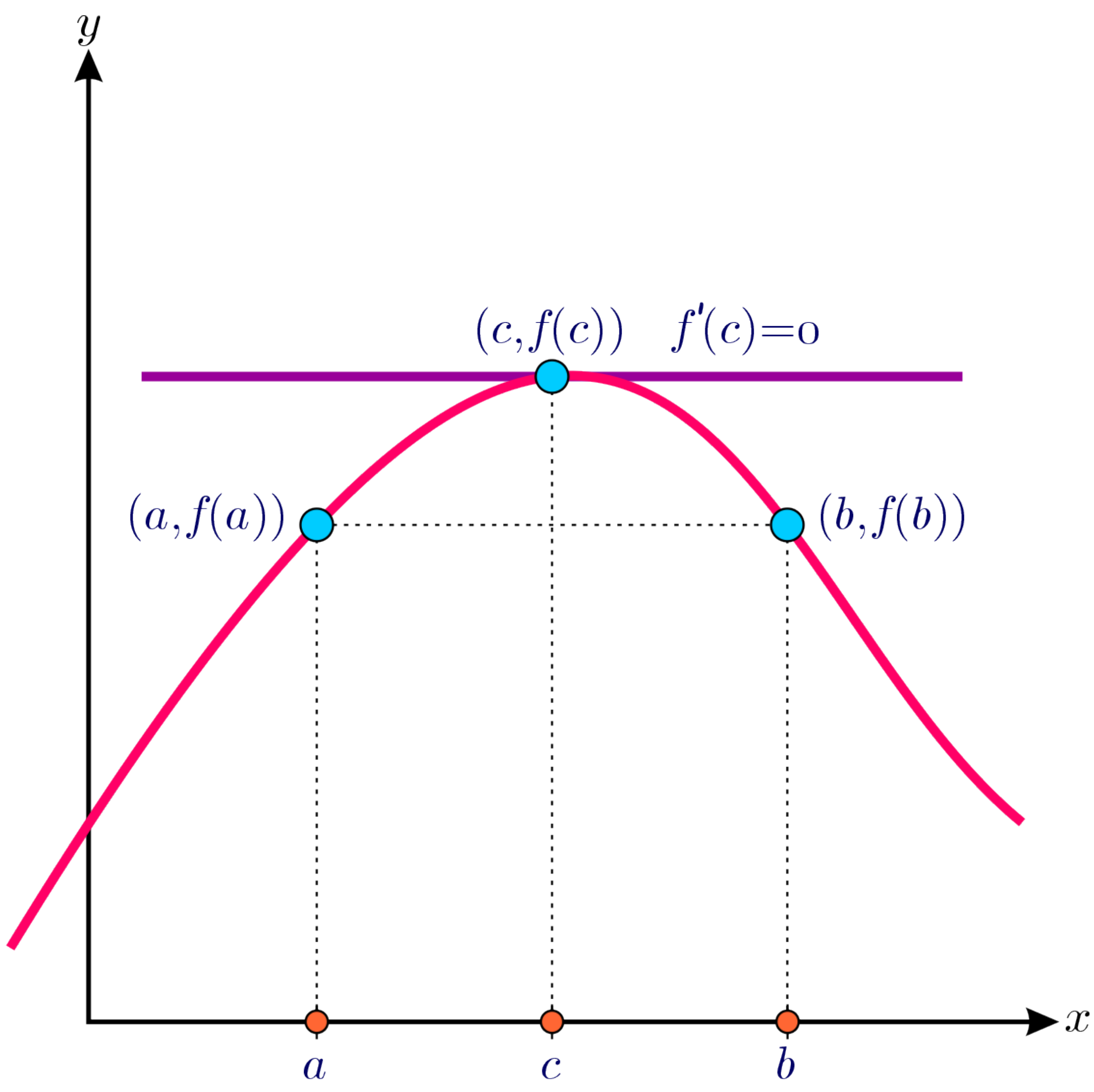

Figura 1.3: Interpretación Gráfica de la Derivada de una Función en un Punto

Ejemplo 3:

Consideremos la función $f(x) = \sin(x)$ definida en el intervalo $[0,\pi]$, se tiene que $f(0) = f(\pi) = 0$. Comprobar que se cumple el Teorema de Rolle.

Existe un punto $c \in (0, \pi)$ tal que $f'(c) = \cos(c) = 0$. Este punto c vale $c = \frac{\pi}{2}$ ya que $\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$

Teorema 6: Teorema del Valor Medio

Supongamos que $f \in \mathcal{C}([a, b])$ y f es derivable en (a, b), entonces existe un número c en (a, b) tal que

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

Ejemplo 4:

Consideremos la función $f(x) = x^2 \sin x$ definida en el intervalo $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$. Aplicar el Teorema del Valor Medio.

Existe un $c \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ tal que

$$\begin{aligned} f'(c) &= \frac{f\left(\frac{\pi}{2}\right) - f\left(-\frac{\pi}{2}\right)}{\frac{\pi}{2} - \left(-\frac{\pi}{2}\right)} \\ &= \frac{\frac{\pi^2}{4} + \frac{\pi^2}{4}}{\pi} = \frac{\frac{\pi^2}{2}}{\pi} = \frac{\pi}{2} \end{aligned}$$

Usando que $f'(c) = 2c \sin c + c^2 \cos c = \frac{\pi}{2}$, el valor de c será un cero de la ecuación $2c \sin c + c^2 \cos c - \frac{\pi}{2} = 0$.

Durante el curso veremos técnicas para hallar soluciones aproximadas de ecuaciones de este tipo. Hay dos valores de c en el intervalo $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ que cumplen con la condición anterior y valen aproximadamente $c \approx \pm 0.792863$

1.3.3 Teorema de los Valores Extremos

Teorema 7: Teorema de los Valores Extremos

Sea $f \in \mathcal{C}([a, b])$. Entonces existen dos valores $c_1, c_2 \in [a, b]$ tal que los valores de $f(x)$ para todo $x \in [a, b]$ están entre $f(c_1)$ y $f(c_2)$, es decir $f(c_1) \leq f(x) \leq f(c_2)$, para cualquier $x \in [a, b]$. Además, si f es derivable en (a, b), los valores c_1 y c_2, o están en los extremos del intervalo, (es decir, $c_i = a$ o $c_i = b$, con $i = 1, 2$), o son extremos relativos de la función f y, por tanto $f'(c_1) = f'(c_2)$ =0.

1.3.4 Teorema de Rolle Generalizado

El siguiente teorema se demuestra aplicando sucesivamente el Teorema de Rolle a las funciones $f, f^{'}, \ldots, f^{(n-1)}$:

Teorema 8: Teorema de Rolle Generalizado

Sea $f \in \mathcal{C}^n([a,b])$. Supongamos que existen $a \leq x_0 < x_1 < \cdots < x_n \leq b$, $n+1$ puntos distintos en el intervalo $[a,b]$ con $f(x_i) = 0$, $i = 0, 1, \ldots, n$. Entonces existe un punto $c \in (x_0, x_n)$ tal que $f^{(n)}(c) = 0$, es decir, la derivada $n-$ésima en el punto c se anula.

Demostración

Para demostrar el Teorema de Rolle Generalizado hay que aplicar el Teorema de Rolle a las funciones $f, f', \ldots, f^{(n-1)}$ en el sentido siguiente:

- **Paso 1:** como $f(x_0) = f(x_1) = \cdots = f(x_n) = 0$, aplicando el Teorema del Rolle a la función f, existen $x_1^{(1)} < x_2^{(1)} < \cdots < x_n^{(1)}$,$n$ puntos en los que $f'\left(x_i^{(1)}\right) = 0$, $i = 1, \ldots, n$
- **Paso 2:** como $f'\left(x_1^{(1)}\right) = f'\left(x_2^{(1)}\right) = \cdots f'\left(x_n^{(1)}\right) = 0$, aplicando el Teorema de Rolle a la función f', existen $x_1^{(2)} < x_2^{(2)} < \cdots < x_{n-1}^{(2)}$, $n-1$ puntos en los que $f''\left(x_i^{(2)}\right) = 0$ para $i = 1, \ldots, n-1$
- Y así sucesivamente hasta llegar al paso $n, \ldots$
- **Paso n:** como $f^{(n-1)}\left(x_1^{(n-1)}\right) = f^{(n-1)}\left(x_2^{(n-1)}\right) = 0$, aplicando el Teorema de Rolle a la función $f^{(n-1)}$,existe un valor $c = x_1^{(n)}$ tal que $f^{(n)}(c) = 0$, tal como queríamos demostrar

Ejemplo 5:

Consideremos la función $f(x) = (x - x_0)(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$, con $x_0 < x_1 < x_2 < x_3$ definida en el intervalo $[x_0, x_3]$. Aplicar el Teorema de Rolle Generalizado.

Como $f(x_0) = f(x_1) = f(x_2) = f(x_3) = 0$, existirá un punto $c \in (x_0, x_3)$ tal que $f'''(c) = 0$.

$$
\begin{aligned}
f(x) &= \left(x^2 - x_1x - x_0x + x_0x_1\right)(x - x_2)(x - x_3) \\
&= \left(x^3 - x_2x^2 - x_1x^2 + x_1x_2x - x_0x^2 + x_0x_2x + x_0x_1x - x_0x_1x_2\right)(x - x_3) \\
\\
&= x^4 - x_3x^3 - x_2x^3 + x_2x_3x^2 - x_1x^3 + x_1x_3x^2 \\
&+ x_1x_2x^2 - x_1x_2x_3x - x_0x^3 + x_0x_3x^2 + x_0x_2x^2 - x_0x_2x_3x \\
&+ x_0x_1x^2 - x_0x_1x_3x - x_0x_1x_2x + x_0x_1x_2x_3
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
=&x^4 - (x_0 + x_1 + x_2 + x_3)\,x^3 + \\
&(x_0x_1 + x_0x_2 + x_0x_3 + x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3)\,x^2 \\
&- (x_0x_1x_2 + x_0x_1x_3 + x_0x_2x_3 + x_1x_2x_3)\,x \\
&+ x_0x_1x_2x_3
\end{aligned}
$$

calculamos la primera derivada

$$
\begin{aligned}
f'(x) &= 4x^3 - 3x^2(x_0 + x_1 + x_2 + x_3) \\
&+ 2x(x_0x_1 + x_0x_2 + x_0x_3 + x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3) \\
&- (x_0x_1x_2 + x_0x_1x_3 + x_0x_2x_3 + x_1x_2x_3)
\end{aligned}
$$

calculamos la segunda derivada

$$
\begin{aligned}
f''(x) &= 12x^2 - 6x(x_0 + x_1 + x_2 + x_3) + \\
&2(x_0x_1 + x_0x_2 + x_0x_3 + x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3)
\end{aligned}
$$

calculamos la tercera derivada

$$f'''(x) = 24x - 6(x_0 + x_1 + x_2 + x_3)$$

Haciendo $f'''(c) = 0$, tenemos que el valor de c vale:

$$c = \frac{x_0 + x_1 + x_2 + x_3}{4}$$

1.3.5 Teorema del Valor Intermedio

El Teorema del Valor Intermedio nos dice que si una función es continua, dicha función alcanza todos los valores entre $f(a)$ y $f(b)$.

Teorema 9: Teorema del Valor Intermedio

Suponga que $f \in \mathcal{C}([a,b])$ y k es cualquier valor entre $f(a)$ y $f(b)$, entonces existe un número c en (a,b) tal que $f(c) = k$

1.4 Integración de Riemann

La integral de Riemann se define básicamente para formalizar el cálculo de áreas de funciones:

Definición 5: Definición de Integral de Riemann

Sea $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ una función real de variable real. Diremos que la integral de Riemann de la función f existe en el intervalo $[a, b]$ si el límite siguiente existe y escribiremos

$$\int_a^b f(x)\,dx = \lim_{\delta(P)\to 0} \sum_{i=1}^{n} f(z_i)\cdot(x_i - x_{i-1})$$

donde $P = \{a = x_0 < x_1 < \cdots < x_n = b\}$ es una partición del intervalo $[a, b]$,$\delta(P) = \max_{i=1,\dots,n}(x_i - x_{i-1})$es el llamado diámetro de la partición y z_i es un valor cualquiera entre x_{i-1} y x_i, $z \in [x_{i-1}, x_i]$

Para ver si una función es integrable se definen sumas superiores y las sumas inferiores asociadas a una partición y si el ínfimo de las primeras coincide con el supremo de las segundas, la función es integrable.

Teorema 10:

Si una función es continua en un intervalo $[a, b]$, es integrable en dicho intervalo

1.4.1 Teorema del Valor Medio para Integrales

El Teorema del Valor Medio para Integrales nos transforma la integral del producto de dos funciones en la integral de una sola función. Este Teorema nos será útil cuando tratemos de estimar los errores cometidos en las fórmulas de integración numérica.

Teorema 11: Teorema del Valor Medio para Integrales

Supongamos que $f \in \mathcal{C}([a,b])$ y $g : [a,b] \to \mathbb{R}$ es una función integrable en $[a,b]$. Supongamos además que la función $g(x)$ no cambia su signo en el intervalo $[a,b]$. Entonces, existe un valor $c \in (a,b)$ tal que:

$$\int_a^b f(x)\,g(x)\,dx = f(c)\cdot\int_a^b g(x)\,dx$$

Observación

En el caso en que $g(x) = 1$ para todo $x \in [a,b]$, el teorema anterior es el Teorema Clásico del Valor Medio para Integrales: existe un valor $c \in (a,b)$ tal que:

$$\int_a^b f(x)\,dx = f(c)\cdot\int_a^b 1dx = f(c)\cdot(b-a),$$

$$\Rightarrow \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,dx$$

1.4.2 Teorema de Taylor y Polinomios de Taylor

Los polinomios de Taylor nos dan una manera de aproximar una función f por un polinomio en un entorno de un punto x_0 del dominio de f.

Teorema 12: Teorema de Taylor

Supongamos que $f \in \mathcal{C}^n([a,b])$ para un cierto natural n, tal que $f^{(n+1)}$ existe en el intervalo $[a,b]$. Sea $x_0 \in [a,b]$. Para cada $x \in [a,b]$ existe un valor $\xi(x)$ entre los valores x_0 y x, $\xi(x) \in \langle x_0, x\rangle$ tal que

$$f(x) = P_n(x) + R_n(x)$$

donde $P_n(x)$ es el llamado polinomio de Taylor de grado n de f

alrededor de $x = x_0$:

$$\begin{aligned} P_n(x) &= f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) \\ &+ \frac{f''(x_0)}{2}(x - x_0)^2 + \cdots \\ &+ \frac{f^n(x_0)}{n!}(x - x_0)^n \\ \\ &= \sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!}(x - x_0)^k \end{aligned}$$

con $f^{(0)} = f$ y el error $R_n(x)$ se puede expresar como:

$$R_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(\xi(x))}{(n+1)!}(x - x_0)^{n+1}$$

El polinomio $P_n(x)$ es el llamado polinomio de Taylor para f de grado n alrededor de x_0 y $R_n(x)$ es el término del error, es decir, el error cometido, en la aproximación de $f(x)$ por $P_n(x)$ para x en un entorno de x_0.

En el caso en que $x_0 = 0$, el polinomio de Taylor se llama polinomio de Maclaurin o desarrollo de Maclaurin de la función f alrededor de x_0.

Ejemplo 6: Cálculo de e

Vamos a calcular e con 6 cifras decimales exactas.

Para ello vamos a calcular el polinomio de la función $f(x) = e^x$ para $x_0 = 0$, $P_n(x)$ y aproximaciones $f(1) = e$ por $P_n(1)$ cometiendo un error menor que 0.000001.

Para calcular el polinomio de Taylor de $f(x) = e^x$, se ha de calcular $f^k(x)$ para cualquier valor k natural. En este caso, observamos que $f^{(k)}(x) = e^x$ siempre vale lo mismo. Por tanto:

$$P_n(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(0)}{k!} \cdot x^k = \sum_{k=0}^{n} \frac{x^k}{k!}$$

ya que $f^{(k)}(0) = e^0 = 1$.

Seguidamente vamos a calcular el valor de n que nos asegure que el error cometido para $x = 1$ usando la expresión anterior $P_n(1)$ es lugar de $f(1) = e$ es menor que $e = 0.000001$.

Recordemos la expresión de la formular del error

$$\begin{aligned}
|f(x) - P_n(x)| &= |R_n(x)| \\
&= \left|\frac{f^{(n+1)}(c)}{(n+1)!} \cdot x^{n+1}\right| \leq \max_{c \in \langle 0,x \rangle} \left|f^{(n+1)}(c)\right| \cdot \frac{|x|^{n+1}}{(n+1)!}
\end{aligned}$$

La expresión anterior para $x = 1$ vale:

$$\begin{aligned}
|f(x) - P_n(x)| &= |R_n(x)| \\
&= \left|\frac{f^{(n+1)}(c)}{(n+1)!} \cdot 1^{n+1}\right| \leq \max_{c \in \langle 0,x \rangle} \left|f^{(n+1)}(c)\right| \cdot \frac{1}{(n+1)!} \\
&= \max_{c \in (0,1)} e^c \cdot \frac{1}{(n+1)!} = \frac{e}{(n+1)!}
\end{aligned}$$

En la última igualdad hemos usado que la función $f(x) = e^x$ es creciente y por tanto $\max\limits_{c \in (0,1)} e^c = e^1 = e$. Vemos que la cota del error depende de e que es precisamente el valor que queremos calcula.

No sabemos el valor exacto de e pero podemos usar que es menor que 3, es decir que $e < 3$.

La cota anterior será pues:

$$|f(1) - P_n(1)| = |R_n(1)| = \frac{e}{(n+1)!} < \frac{3}{(n+1)!}$$

Ejercicio 1:

Crear un código en Python que calcule el valor e con una precisión de 6 cifras decimales

Programa de Google Colab

Este programa se ha desarrollado usando Google Colab. Para ver el programa haz clic en el logo.

Así, el valor de e con 6 cifras decimales exactas será:

$$e \approx 1 + 1 + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \frac{1}{5!} + \frac{1}{6!} + \frac{1}{7!} + \frac{1}{8!} + \frac{1}{9!}$$

Si calculamos su valor en Python, obtenemos:

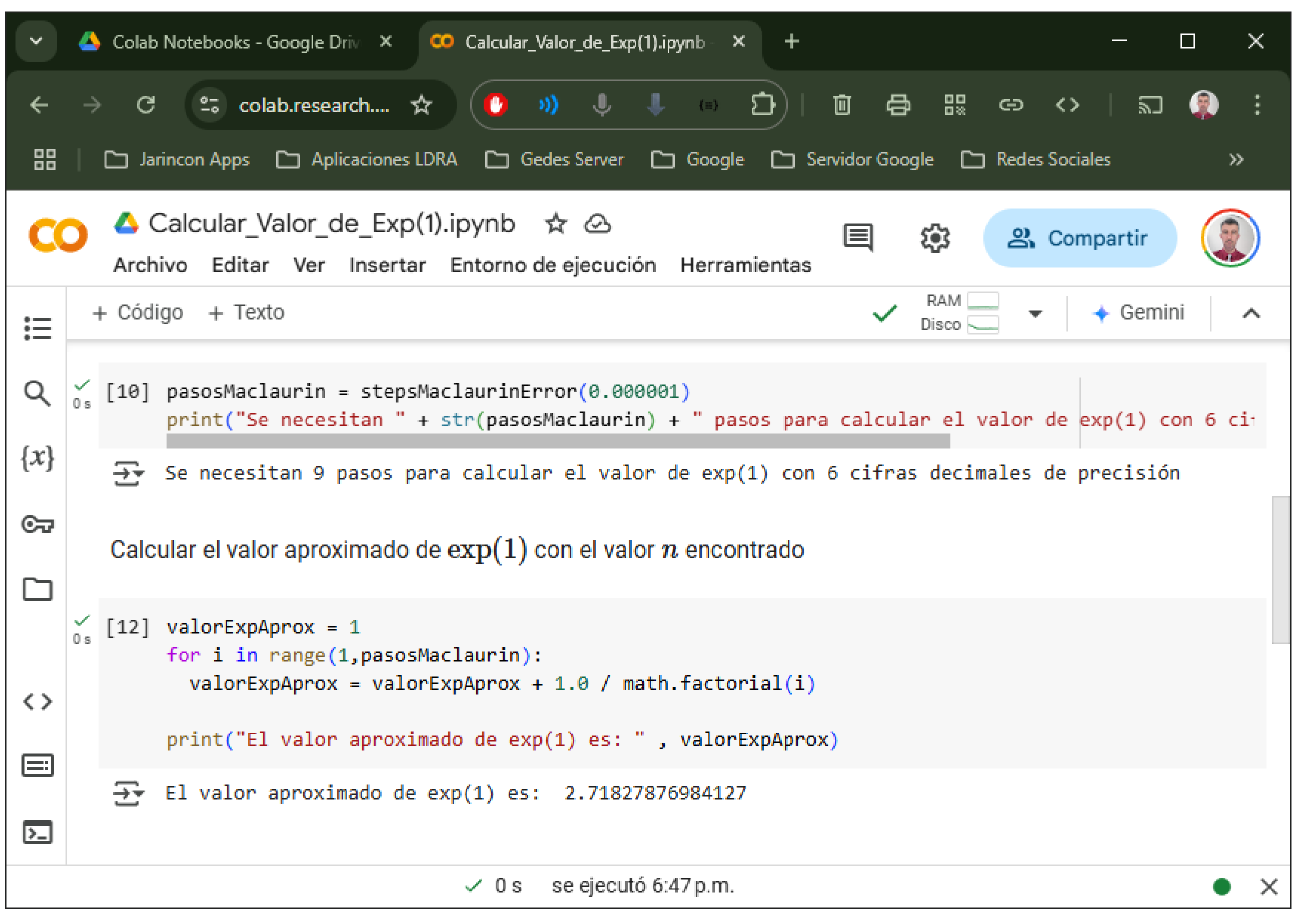

Figura 1.4: Cálculo del valor de e con 6 cifras decimales exactas