

Tallinna Reaalkool

# Atmosfääri mudeldamine ja katseandmete põhjal täpseima mudeli leidmine

Uurimistöö

Jarl Patrick Paide

11.a

Juhendajad: õp. Mart Kuurme

õp. Kaarel Kivisalu

Tallinn 2019

# Sisukord

Sissejuhatus . . . . .	3
1 Teooria . . . . .	4
1.1 Ideaalne gaas . . . . .	6
1.1.1 Erisoojustest . . . . .	6
1.1.2 Adiabaatiline protsess . . . . .	6
1.1.3 Rõhu muutus atmosfääris . . . . .	8
1.2 Wan der Waals . . . . .	8
1.2.1 Adiabaatiline protsess . . . . .	9
2 Katsed ja andmete analüüs . . . . .	10
2.1 Metoodika . . . . .	10
2.1.1 Andmete kogumine . . . . .	10
2.1.2 Andmete analüüs . . . . .	10
2.2 Varem tehtud katsed . . . . .	10
2.2.1 Kõrguse sõltuvus lennuajast . . . . .	11
2.2.2 Rõhu sõltuvus kõrgusest . . . . .	11
2.2.3 Välistemperatuuri sõltuvus kõrgusest . . . . .	12
Kasutatud materjalid . . . . .	14
Kinnitusleht . . . . .	15

## Sissejuhatus

# 1 Teooria

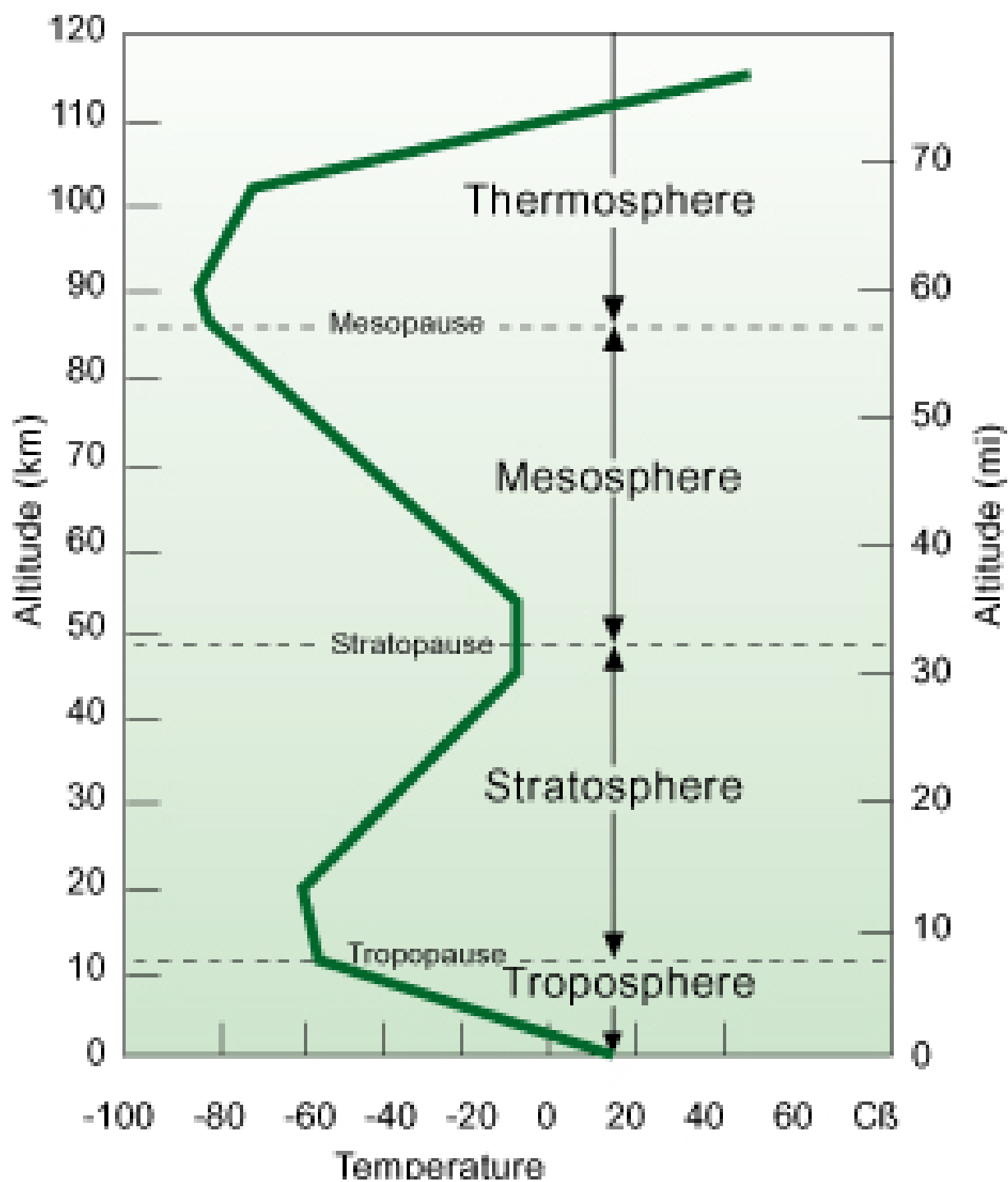
Teooria osas proovitakse leida erinevaid täpseid viise kuidas kirjeldada rõhu ja temperatuuri sõltuvust kõrgusest.

Joonisel 1 on näha kuidas temperatuur muutub kõrguse kasvades. Troposfääris temperatuur langeb ja stratosfääris temperatuur tõuseb. Kõrguse kasvades rõhk väheneb, sest kõrguse kasvades väheneb üleval pool oleva õhu mass mis surub õhku kokku poole tekidades rõhku. Kuna rõhk väheneb siis temperatuur langeb. See seletab temperatuuri langust troposfääris. Peale troposfääri tuleb osoonikiht mis asub stratosfääris. Osoon neelab päikeselt tulevat kiirgust muutes selle soojuseks. Mida kõrgemal seda vähem kiirgust on neelatud päikese poolt, seda soojem. Sellega piirdub meid huvitatav piirkond.

Selles peatükis on avaldatud temperatuuri ja rõhu sõltuvused kõrgusest erinevate meetoditega otsides kõige täpsemat kirjeldust.

Termodünaamika esimene seadus on

$$dU = dQ - dA \tag{1}$$



Joonis 1. Kõrguse sõltuvus ajast

## 1.1 Ideaalne gaas

Teeme lihtsustuse, et gaasid atmosfääris on ideaalsed. Siis saame kasutada ideaalse gaasi olekuvõrrandid

$$PV = \nu RT \quad (2)$$

### 1.1.1 Erisoojustest

Gaasi siseenergia  $U$  avaldub vabadusastmete  $i$  kaudu järgneva seose abil.

$$U = \frac{i}{2}\nu RT \quad (3)$$

Konstantse ruumala puhul tööd ei tehta, seega kogu soojus läheb siseenergia suurendamiseks. Saame soojusmahutavuse võttes siseenergia muutust tuletist temperatuuri järgi.

$$C_V = \frac{dU}{dT} = \frac{i}{2}\nu R \quad (4)$$

Molaarset soojusmahutavust saab avaldada valemiga  $c_V = \frac{C_V}{\nu}$  saades molaarseks soojusmahutavuseks

$$c_V = \frac{i}{2}R \quad (5)$$

Kui aga vaadata isobaarilist protsessi siis vaadates olekuvõrrandid tuleneb  $p dV = \nu R dT$ , ning gaas teeb tööd  $dA = p dV = \nu R dT$ . Avaldades need valemisse 1 saame

$$dQ = dU + dA = \frac{i+2}{2}\nu R dT \quad (6)$$

Millest järeldub

$$c_p = \frac{i+2}{2}R \quad (7)$$

Sammuti saab näidata  $c_V$  ja  $c_p$  vahelist seost

$$c_p = c_V + R \quad (8)$$

### 1.1.2 Adiabaatiline protsess

Adiabaatiline protsess on termodünaamiline protsess mille käigus ei toimu soojusvahetust väliskeskkonnaga. Kuna atmosfääris on õhud pidevas üles-alla liikumises siis soojusvahetust ei toimu.

Harilikult on õhumassid atmosfääris tugevas liikumises, nii et nad liiguvad pidevalt üles-alla. Et kõrgemal on rõhk väiksem, kui all, siis jahtub gaas üles liikudes heas lähenduses adiabaatilise paisumise tõttu (õhumasside suurte mõõtmete tõttu on soojusjuhtivus hästi aeglane).

Kuna adiabaatilises protsessis soojusvahetust ei toimu siis valemis 1  $dQ = 0$ . Gaasi poolt tehtud töö on  $dA = pdV$  ja gaasi siseenergia muut on  $dU = \nu c_V dT$ . Sellest järeldeb:

$$\nu c_V dT = -pdV \quad (9)$$

Ideaalse gaasi olekuvõrrandist 2 saame tuletist võttes ja avaldades järgneva

$$dT = \frac{pdV + Vdp}{\nu R} \quad (10)$$

Asendades 10 valemi valemisse 9 saame uue seose.

$$pdV(c_V + R) + c_V V dp = 0 \quad (11)$$

Asendame siia sisse valemi 8 ja adiabaadinäitaja

$$\gamma \equiv \frac{c_p}{c_V} \quad (12)$$

Nüüd eelmisi seoseid kasutades ja ümber paigutades saame võrrandi

$$\gamma \frac{dV}{V} + \frac{dp}{p} = 0 \quad (13)$$

Seda integreerides saame

$$\int \gamma \frac{dV}{V} + \frac{dp}{p} = \gamma \ln(V) + \ln(p) = \text{Const.} \quad (14)$$

Sellest saame järeldada

$$pV^\gamma = \text{Const.} \quad (15)$$

Sammuti kasutades ideaalse gaasi olekuvõrrandid saame tuletada veel 2 seost

$$p^{1-\gamma} T^\gamma = \text{Const.} \quad (16)$$

$$V^{\gamma-1} T = \text{Const.} \quad (17)$$

### 1.1.3 Rõhu muutus atmosfääris

Vaatame õhukest õhuriba laiusega  $dz$ . Rõhu muutust selle kõrguse vahel saab kirjeldada valemiga

$$dp = -\rho g dz \quad (18)$$

Õhu tihedust on võimalik kirjeldada järgnevalt kasutades ideaalse gaasi olekuvõrrandit

$$\rho = \frac{\nu\mu}{V} = \frac{p\mu}{RT} \quad (19)$$

Pannes valemid 18 ja 19 kokku saame

$$\frac{dp}{p} = -\frac{\mu g}{RT} dz \quad (20)$$

Valemist 16 saame

$$d \ln(p^{1-\gamma} T^\gamma) = 0 \quad (21)$$

Millest saame

$$\frac{dp}{p} = \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{dT}{T} \quad (22)$$

Pannes see nüüd kokku valemiga 20 saame valemi

$$\frac{dT}{dz} = -\frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{\mu g}{R} \quad (23)$$

Seda integreerides saame

$$T = T_0 \left( 1 - \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{z}{z_0} \right) \quad (24)$$

Kus  $T_0$  on temperatuur maapinnal ja  $z_0 = \frac{RT_0}{\mu g}$ . Kasutades nuud seost 16 saame seose

$$p = p_0 \left( 1 - \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{z}{z_0} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (25)$$

## 1.2 Wan der Waals

Wan der Waalsi esitas ideaalse gaasi olekuvõrrandist täpsema mudeli gaasi olekuvõrrandi jaoks.

$$\nu RT = \left( p + \frac{\nu^2 a}{V^2} \right) (V - \nu b) \quad (26)$$

Kus  $a = ??$  ja  $b = ??$ . Siseenergia on antud

$$U = \nu c_V T - \frac{\nu^2 a}{V} \quad (27)$$



### 1.2.1 Adiabaatiline protsess

Siseenergia muutu saab avaldada valemist 27

$$dU = \nu c_V dT + \frac{\nu^2 a}{V^2} dV \quad (28)$$

Adiabaatilise protsessi deffinitsiooni kohaselt ei anta gaasile siseenergiat juurde, ehk  $dQ = 0$ . Seega saame kirja panna

$$0 = dU + p dV = \nu c_V dT + \left( \frac{\nu^2 a}{V^2} + p \right) dV \quad (29)$$

Asendades siia sisse valemi 26 saame

$$0 = c_V dT + \frac{RT}{V - \nu b} dV \quad (30)$$

$$\int -\frac{c_V}{T} dT = \int \frac{R}{V - \nu b} dV \quad (31)$$

$$c_V \ln(T) + R \ln(V - \nu b) = \text{Const.} \quad (32)$$

$$(V - \nu b)^R T^{c_V} = \text{Const.} \quad (33)$$

$$(V - \nu b)^{R+c_V} \left( p + \frac{\nu^2 a}{V^2} \right)^{c_V} = \text{Const.} \quad (34)$$

$$\left( p + \frac{\nu^2 a}{V^2} \right) (V - \nu b)^\gamma = \text{Const.} \quad (35)$$

## 2 Katsed ja andmete analüüs

### 2.1 Metoodika

#### 2.1.1 Andmete kogumine

Andmeid kogutakse heeliumiga täidetud õhupalliga kaasa saadetud sondiga, mis mõõdab erinevaid andmeid. Põhilisteks andmeteks on kõrgus, asukoht, aeg, välistemperatuur ja rõhk. Sondi pardal on Raspberry Pi arvuti. Õhupall kerkib atmosfääri kõrgemadesse kihtidesse, sest üleslükkejõud ületab kerge gaasi ja sondi massi. Kõrgemale tõustes rõhk väheneb. Et õhupalli siserõhk oleks tasakaalus välisrõhuga, suureneb õhupalli ruumala, kuni õhupall lõhkeb ülepingest. Peale seda kukkub sond alla ja leitakse GPS'ga üles.

#### 2.1.2 Andmete analüüs

Andmete analüüsimiseks kasutan enda poolt kirjutatud c++/Python programmi. Programmiga saab joonistada graafikuid andmete põhjal ja kontrollida erinevaid seoseid.

### 2.2 Varem tehtud katsed

Selles uurimistöös tehtud katsed on tehtud Eesti kosmosekoolide võrgustiku siseselt. See võrgustik on varem teinud juba kaks heeliumõhupalli lendu, ning selle uurimistööga seoses tehakse ka heeliumõhupalliga lend. Uue katse planeerimiseks on vajalik eelmiste katsete analüüs ja leida vigu, mida uues katses parandada.

Esimene lend mis tehti 29. märtsil kestis umbes kaks tundi, kus kõrgeim punkt milleni jõuti oli 26474 m. Selleks läks aega poolteist tundi ja sellel kõrgusel lõhkes õhupall väikese välisrõhu pärast suureks paisumise tõttu. Kokku tehti 220 mõõtmist. Mõõtmise alla kuulusid kellaaeg, laiuskraad, pikkuskraad, kõrgus, kapsli sisetemperatuur, välistemperatuur ja rõhk.

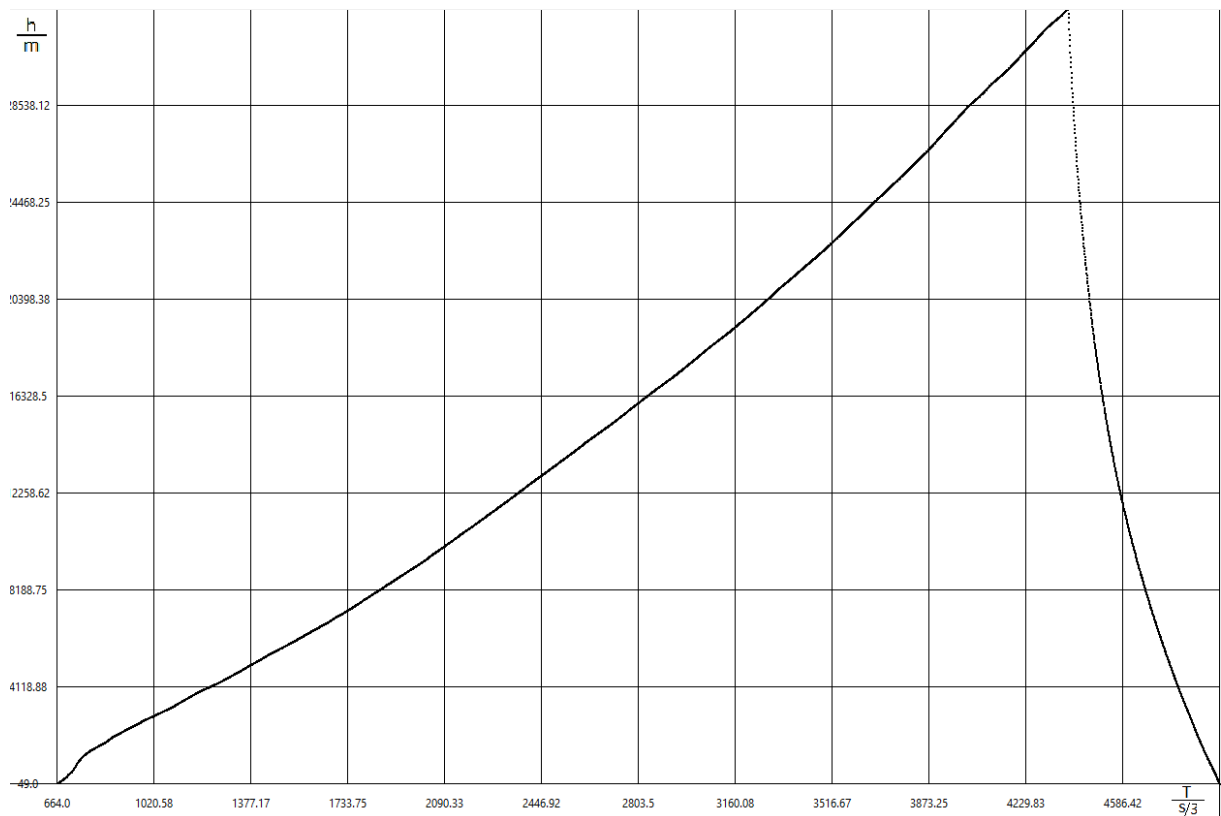
Teine lend tehti 11. mail ning seekord kestis lend peaaegu neli tundi, jõudes kolme ja poole tunniga kõrgusele 32608 m. Katse tegijad muutsid õhupallis heeliumi kogust, mille tõttu oli tõusmise kiirus väiksem, aga õhupall plahvatas hiljem ja jõuti kõrgemale. Seekord tehti

4300 mõõtmist ja mõõdeti samu parameetreid.

Ma kasutan teise lennu andmeid, et planeerida enda lendu, sest teisel lennul on tihedamad andmepunktid.

### 2.2.1 Kõrguse sõltuvus lennuajast

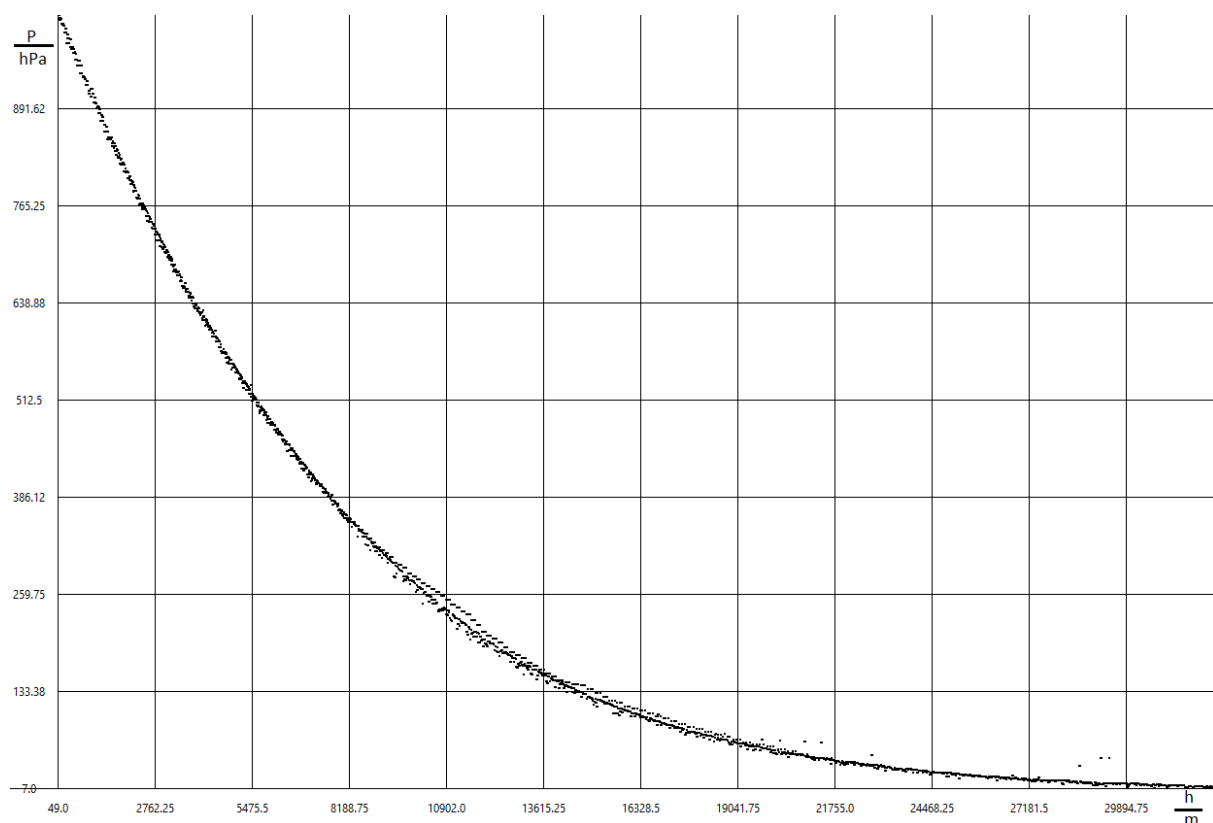
Joonisel 2 on näha õhupalli kõrgust lennu jooksul muutuvana ajast. Kuna mõõtmised on tehtud kindlate ajavahemike tagant on näha, kuidas peale õhupalli lõhkemist langeb sond kiiremini ja hakkab peale seda aeglustama.



Joonis 2. Kõrguse sõltuvus ajast

### 2.2.2 Rõhu sõltuvus kõrgusest

Joonisel 3 on näha rõhu sõltuvust kõrgusest. Graafikult tuleb ilusasti välja sõltuvus, välja arvatud umbes 10 km kõrgusel, kus jookseb kaks joont. Erinevus tekib, sest üks joon näitab andmeid tõusmisel ja teine langemisel.

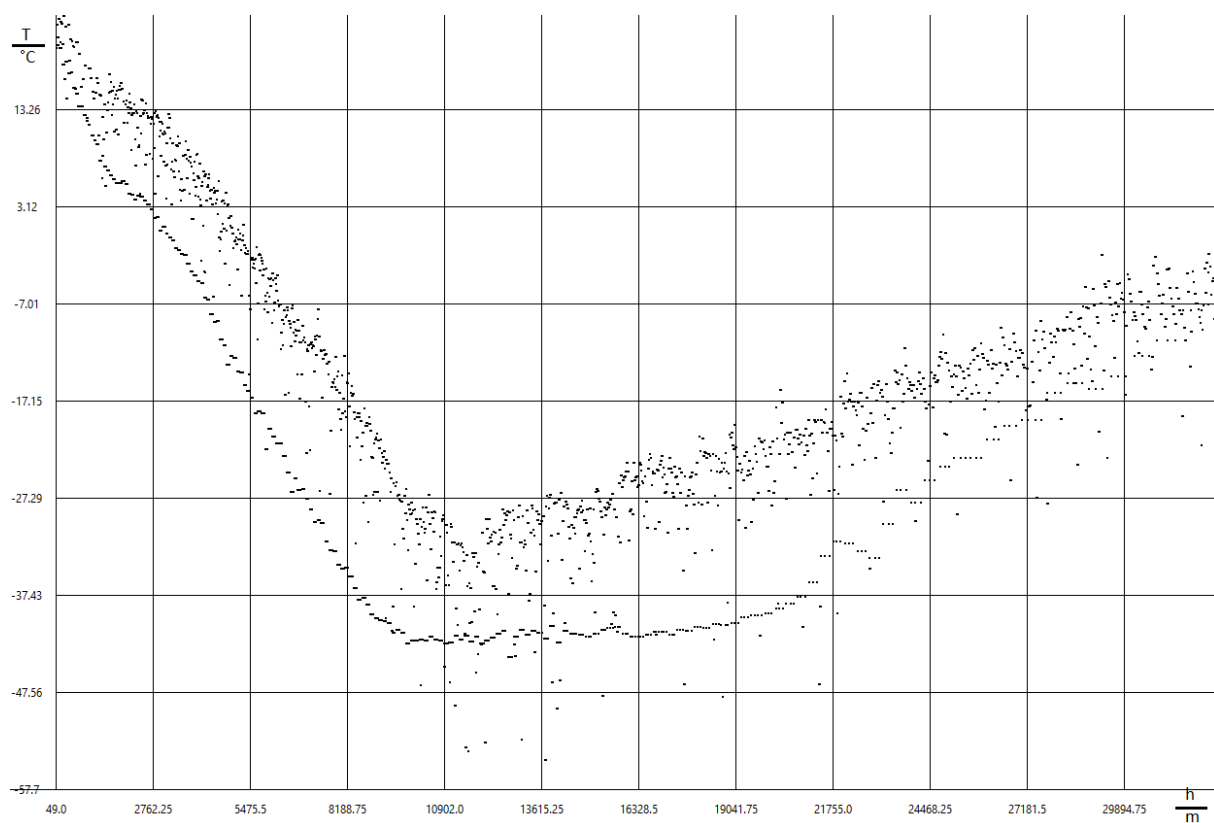


**Joonis 3. Rõhu sõltuvus kõrgusest**

### 2.2.3 Välistemperatuuri sõltuvus kõrgusest

Joonisel 4 on näha välistemperatuuri sõltuvus kõrgusest. Nagu joonisel 3 on ka siin näha kahte joont, mis tuleb tõusmisest ja langemisest. Tõusmisel on andmepunktid väga laiali valgunud, mis tuleb sondi pöörlemisest. Vahepeal on temperatuuri andur päikesest poole, mille tõttu temperatuur on suurem ja vahepeal on andur päikesest eemal, mis juhul mõõdetakse tegelikku temperatuuri. Langemisel on pöörlemist vähem ja siis on punktid rohkem ühe joone peal. Et enda katses vältida andmete laialivalgumit, on vaja lahendada päikesest tulenevat temperatuur väärmõõtmise probleemi.

On näha, et temperatuur ei lange pidevalt atmosfääris tõustes. Troposfääris temperatuur langeb, kuid stratosfääri jõudes hakkab temperatuur tõusma. Kõige külmem piirkond umbes 10 km kõrgusel.



Joonis 4. Välistemperatuuri sõltuvus kõrgusest

## **Kasutatud materjalid**

Hobbs, P. V., Wallace, J. M. (2006) Atmospheric Science: An Introductory Survey. Amsterdam: Elsevier

Ahrens, C. D., Henson, R. (2018) Meteorology Today: An Introduction to Weather, Climate, and the Environment. Boston: Cengage Learning

# Kinnitusleht

Kinnitan, et

- koostasin uurimistöö iseseisvalt. Kõigile töös kasutatud teiste autorite töödele ja andmeallikatele on viidatud;
- olen teadlik, et uurimistööd ei edastata teistele tulu teenimise eesmärgil ega jagata teadlikult plagieerimiseks.

.....  
kuupäev / nimi / allkiri

Tunnistan uurimistöö kaitsmisvalmiks.

Juhendajad

.....  
kuupäev / nimi / allkiri

.....  
kuupäev / nimi / allkiri