

# Introduction à l'informatique

## Exercices — Série 2

### Exercice 1

Les *nombre de Fibonacci*  $F_1, F_2, F_3, \dots$  sont définis par les règles suivantes :

$$\begin{aligned}F_1 &= 1 \\F_2 &= 1 \\F_n &= F_{n-1} + F_{n-2} \text{ pour tout } n > 2.\end{aligned}$$

Écrire un programme C capable de calculer efficacement la valeur de  $F_n$  pour un indice  $n$  donné.

### Exercice 2

Une *suite de Collatz* s'obtient en calculant, pour un nombre entier  $z_0 > 1$  donné, les nombres  $z_1, z_2, z_3, \dots$  de la façon suivante. Pour tout  $i \geq 0$  :

$$\begin{cases} \text{Si } z_i \text{ est pair, alors } z_{i+1} = \frac{z_i}{2}. \\ \text{Si } z_i \text{ est impair, alors } z_{i+1} = 3z_i + 1. \end{cases}$$

Écrire un programme C capable de calculer, pour un nombre  $z_0$  entré au clavier, le nombre d'étapes nécessaires pour atteindre le nombre 1 (c'est-à-dire la plus petite valeur de  $i$  pour laquelle on a  $z_i = 1$ ). Par exemple, pour  $z_0 = 3$ , le programme doit afficher 7, puisque l'on a  $z_1 = 10$ ,  $z_2 = 5$ ,  $z_3 = 16$ ,  $z_4 = 8$ ,  $z_5 = 4$ ,  $z_6 = 2$  et  $z_7 = 1$ .

*Note* : La question de savoir si la valeur 1 est toujours atteinte à partir d'une valeur quelconque de  $z_0$  est un problème ouvert en mathématiques.

### Exercice 3

Écrire un programme C permettant de calculer efficacement la valeur d'un *coefficient binomial*

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!},$$

où  $n$  et  $m$  sont des entiers donnés tels que  $0 \leq m \leq n$ , et où  $p! = p.(p-1) \dots 2.1$ .

### Exercice 4

Écrire un programme C capable de factoriser un nombre entier entré au clavier. Le résultat doit être affiché sous la forme

$$\text{facteur\_premier}^{\text{puissance}} \text{ facteur\_premier}^{\text{puissance}} \dots$$

où les facteur premiers apparaissent dans l'ordre croissant.

Par exemple, pour le nombre 147015, le programme doit afficher “ $3^5 \cdot 5 \cdot 11^2$ ”.