

Domácí úkol ZMA

Jaroslav Urban

21. října 2019

Nalezněte limitu posloupnosti:

$$\begin{aligned}a_1 &= 1 \\a_{n+1} &= \sqrt{2a_n}\end{aligned}$$

Rozepsání posloupnosti:

$$\begin{aligned}a_1 &= a_1 \\a_2 &= 2^{1/2} \cdot a_1^{1/2} \\a_3 &= 2^{1/2} \cdot 2^{1/4} \cdot a_1^{1/4} \\a_4 &= 2^{1/2} \cdot 2^{3/8} \cdot a_1^{1/8} \\a_5 &= 2^{1/2} \cdot 2^{7/16} \cdot a_1^{1/16}\end{aligned}$$

Explicitní zadání posloupnosti:

$$\begin{aligned}a_n &= 2^{1/2} \cdot 2^{\frac{(2^{n-2} - 1)}{2^{n-1}}} \\a_n &= \frac{2}{\sqrt[n-1]{2}}\end{aligned}$$

Výpočet limity :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{\sqrt[n-1]{2}} = 2$$